VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

NÁVRH A IMPLEMENTACE MODULU PRO ANALÝZU ZATÍŽENÍ KOLEJE V PEVNÉ JÍZDNÍ DRÁZE

DESIGN AND IMPLEMENTATION OF A RAIL LOAD ANALYSIS MODULE FOR BALLASTLESS TRACK

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE Bc. Ján Hablák

AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE Ing. Petr Hadraba, Ph.D.

SUPERVISOR

BRNO 2025

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	**Bc. Ján Hablák**
Studijní program:	Mechatronika
Studijní obor:	bez specializace
Vedoucí práce:	**Ing. Petr Hadraba, Ph.D.**
Akademický rok:	2024/25

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Návrh a implementace modulu pro analýzu zatížení koleje v pevné jízdní dráze

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Pevná jízdní dráha představuje typ tratě, který se vyznačuje vyšší přesností a téměř bezúdržbovým provozem, což ji odlišuje od tradičního uložení ve štěrkovém loži. Vzhledem k vyšším pořizovacím nákladům je v ČR využívána pouze na specifických úsecích tratí. Cílem této práce je návrh monitorovacího modulu pro analýzu zatížení tratě při přejezdu nápravami nízkou rychlostí. První část práce se zaměřuje na vytvoření simulačního modelu, který umožní analyzovat zatížení tratě a určit optimální umístění senzorů. V další části se práce soustředí na návrh měřicího modulu a algoritmu pro zpracování a vyhodnocení naměřených dat. Závěrečná část práce se pak věnuje testování modulu v laboratorních podmínkách.

Cíle diplomové práce:

1. Rešerše měření zátěže v kolejovém loži se zaměřením na pevnou jízdní dráhu.
2. Analýza průběhu zatížení pevné jízdní dráha při přejezdu jednotlivých náprav.
3. Návrh měřícího modulu a algoritmu zpracování měřených dat pro analýzu zatížení koleje.
4. Laboratorní ověření funkčnosti navrženého řešení.

Seznam doporučené literatury:

[1] PROFILLIDIS, V. Railway Management and Engineering: Fourth Edition. Routledge, 2014. ISBN 9781409464631.

[2] PLÁŠEK, Otto. Železniční stavby I: průvodce předmětem PO1. [BH01-PO1]. Brno: Vysoké učení technické, Fakulta stavební, 2005.

[3] ZHANG, S L; KOH, C G a KUANG, K S C. Proposed rail pad sensor for wheel-rail contact force monitoring. Online. Smart materials and structures. 2018, roč. 27, č. 11, s. 115041. ISSN 0964-1726. Dostupné z: https://doi.org/10.1088/1361-665X/aadc8d.

[4] TUCHO, Ameyu; INDRARATNA, Buddhima a NGO, Trung. Stress-deformation analysis of rail substructure under moving wheel load. Online. Transportation Geotechnics. 2022, roč. 36, s. 100805. ISSN 2214-3912. Dostupné z: https://doi.org/10.1016/j.trgeo.2022.100805.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2024/25

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. ředitel ústavu	doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D. děkan fakulty

Abstrakt

Táto diplomová práca sa zaoberá návrhom a implementáciou modulu na analýzu zaťaženia koľaje v pevnej jazdnej dráhe. Pevná jazdná dráha predstavuje technologicky pokročilejšie riešenie železničnej infraštruktúry, ktoré sa vyznačuje vysokou presnosťou a takmer bez údržbovým fungovaním v porovnaní s tradičným konceptom štrkového lôžka. Napriek mnohým výhodám je jej širšie použitie obmedzené vyššími obstarávacími nákladmi, a preto je využívaná iba na určitých úsekoch tratí.

Cieľom práce je navrhnúť monitorovací modul na analýzu zaťaženia koľajnice pri prejazde vlakových súprav nízkou rýchlosťou. Práca je rozdelená na niekoľko častí. Prvá časť sa zameriava rešeršou a definovaním základných pojmov a vzťahov. Predmetom druhej časti je vytvorenie simulačného modelu umožňujúceho analyzovať priebeh zaťaženia v koľajnici a navrhnúť optimálne umiestnenie senzorov v prostrediach Ansys a python. Následne sa navrhne merací modul a algoritmus na spracovanie a vyhodnotenie nameraných údajov v prostredí Matlab. Posledná časť práce je venovaná laboratórnemu overeniu funkčnosti navrhnutého riešenia.

Výsledky práce môžu prispieť k lepšiemu pochopeniu analýzy zaťaženia v pevnej jazdnej dráhe a môžu byť využité pri optimalizácii návrhu meracích systémov pre železničnú infraštruktúru.

Abstract

This diploma thesis deals with the design and implementation of a module for analyzing track loads in a fixed track. A fixed track represents a technologically more advanced railway infrastructure solution, which is characterized by high accuracy and almost maintenance-free operation compared to the traditional concept of a gravel bed. Despite many of these advantages, its wider use is limited by higher acquisition costs, and therefore it is used only on certain sections of lines.

The aim of the thesis is to design a monitoring module for analyzing rail loads during the passage of train sets at low speed. The thesis is divided into several parts. The first part focuses on the search and definition of basic concepts and relationships. The next part focuses on creating a simulation model that allows analyzing the load profile in the rail and designing the optimal placement of sensors in Ansys and python. Subsequently, a measurement module and an algorithm for processing and evaluating measured data are

designed in Matlab. The last part of the thesis is dedicated to laboratory verification of the functionality of the proposed solution.

The results of the work can contribute to a better understanding of load analysis in fixed track and can be used in optimizing the design of measurement systems for railway infrastructure.

Kľúčové slová

Koľaj UIC60, Ansys, pevná jazdná dráha, pretvorenie, deformácia

Key words

Profile UIC60, Ansys, balastless track, strain, deformation

Bibliografická citácia

HABLÁK, Ján. *Návrh a implementace modulu pro analýzu zatížení koleje v pevné jízdní dráze*. Diplomová práce. Petr HADRABA (vedoucí práce). Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2025.

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že túto diplomovú práci som vypracoval samostatne pod odborným vedením vedúceho práce a iba s použitím uvedenej literatúry.

V Brne 23.05.2025 …….

Bc. Ján Hablák

Poďakovanie

Chcem poďakovať môjmu vedúcemu za odborné vedenie a pomoc pri vytváraní tejto diplomovej práci pánu Ing. Petrovi Hadrabovi PhD. a firme Technites s.r.o za poskytnutie priestorov, odbornej pomoci a technického vybavenia pri výrobe súčiastok.

Obsah

Obsah

1 Úvod ... 11

2 Pevná jazdná dráha ... 13

2.1 História ... 13

2.2 Porovnanie pevnej jazdnej dráhy a klasický štrkový koncept ... 14

2.3 Základné typy pevnej jazdnej dráhy ... 16

2.4 Konštrukcia pevnej jazdnej dráhy ... 17

3 Modelovanie koľajnice v pevnej jazdnej dráhe ... 20

3.1 Základné rovnice úlohy priameho prizmatického prutu namáhaného prostým ohybom ... 20

3.2 Rovnice dynamiky – Modálna analýza ... 21

3.3 Matematický popis vlaku idúceho po železničnej trati ... 22

3.3.1 Euler-Bernouliho prutová teória ... 22

3.3.2 Timoshenkova prutová teória ... 23

3.4 Matematický model diskrétneho podložia s koľajnicou a jeho analytické riešenie ... 23

3.5 Model v Ansyse ... 27

3.6 Modálna analýza koľajnice v pevnej jazdnej dráhe ... 32

3.7 Model v pythone ... 34

4 Senzory použité v modeli ... 38

4.1 Porovnanie piezo snímačov a tenzometrických snímačov ... 38

4.2 Výpočet elektrického napätia na pretvorenie zo signálu piezoelektrického snímača ... 40

5 Laboratórne testovanie ... 43

5.1 Konštrukcia pružného medzičlena ... 43

5.2 Testovacia vzorka koľajnice UIC60 ... 51

5.3 Laboratórne testovanie a výsledky ... 53

5.4 Zhodnotenie výsledkov, možnosti zlepšenia ... 60

6 Záver 62
7 Zoznam použitej literatúry 63
Zoznam obrázkov 66
Zoznam grafov 67
Zoznam tabuliek 68

1 Úvod

Železničná doprava predstavuje jednu z najdôležitejších foriem hromadnej prepravy osôb a tovaru, pričom jej význam neustále rastie v dôsledku ekologických a ekonomických výhod oproti cestnej, lodnej prípadne leteckej doprave. Efektívnosť železničnej infraštruktúry je priamo ovplyvnená stavom koľajových tratí, ktoré musia odolávať značným dynamickým zaťaženiam v priebehu prevádzky a vysokej frekvencií pohybu tovarov. Tieto podmienky sú mnohokrát príčinou značného opotrebovania samotných koľajníc. V uvedených súvislostiach sa v priebehu posledných rokov čoraz viac uplatňuje koncept pevnej jazdnej dráhy, ktorá prináša vyššiu stabilitu, nižšie nároky na údržbu a dlhšiu životnosť trate. Napriek týmto výhodám je jej široké nasadenie obmedzené vyššími investičnými nákladmi (približne o 50%), zložitejšiou technológiou výroby či jej monitorovaním.[8.]

Monitorovanie zaťaženia koľajníc pri prejazde vlakových súprav je jedným z kľúčových aspektov pri garantovaní bezpečnosti a spoľahlivosti železničnej dopravy. Tradičné metódy merania zaťaženia sa skôr sústreďujú najmä na klasické trate so štrkovým lôžkom, zatiaľ čo pevná jazdná dráha vyžaduje špecifickejší prístup k monitorovaniu, vzhľadom na rozdielne rozloženie síl a iné mechanické vlastnosti podložia. Správne nastavenie meracích metód a presná analýza údajov umožňujú nielen optimalizáciu údržby, ale aj predchádzanie nežiaducej degradácii infraštruktúry ako aj predchádzanie prípadným nešťastiam.

Táto diplomová práca sa zameriava na návrh a implementáciu monitorovacieho modulu pre analýzu zaťaženia pevnej jazdnej dráhy. Práca sa skladá z niekoľkých častí. Prvotná časť sa venuje teoretickému rozboru problematiky a prehľadu dostupných metód merania zaťaženia železničných tratí. Následne je vypracovaný simulačný model v programe Ansys a Python. Model umožní lepšie pochopiť a vizualizovať priebeh zaťaženia pri prejazde jednotlivých náprav a tak určiť optimálne umiestnenie senzorov. Ďalšou časťou je návrh meracieho modulu, ktorý zahŕňa výber vhodných senzorov a vývoj algoritmu na spracovanie získaných údajov. Na záver je navrhnuté riešenie experimentálne overené v laboratórnych podmienkach s cieľom vyhodnotiť jeho funkčnosť a presnosť merania.

Hlavným prínosom tejto práce je návrh efektívneho a spoľahlivého systému na meranie zaťaženia v pevnej jazdnej dráhe, ktorý môže byť využitý pri optimalizácii údržby a ďalšom vývoji železničnej infraštruktúry. Výsledky práce môžu poskytnúť

cenné informácie pre výskum v oblasti železničnej dopravy a pomôcť pri navyšovaní efektivity a bezpečnosti železničnej dopravy.

2 Pevná jazdná dráha

2.1 História

Železničná doprava predstavuje svoju bohatú históriu už tretím storočím a stále je jedným z najpreferovanejších spôsobov prepravy. Predstavuje široké spektrum podnetov pre výskum a následný vývoj. Rozširuje sa počet firiem, ktoré prejavujú záujem o produkciu tohto typu čím sa navyšuje počet konkurentov. Motivácia firiem zlepšovať svoje produkty, a tak poskytnúť ekonomickejšie, šetrnejšie a v aktuálnej situácií obzvlášť preferované ekologickejšie či bezpečnejšie riešenie a produkty je vysoká. Nevyhnutné je tiež spolu s rozvojom a ekonomickým hľadiskom posúvať vpred aj efektivitu produktov a prepravy. Tá by sa mala odraziť najmä v rýchlosti a jednoduchosti tak, aby mohla držať tempo s inými formami dopravy ako napríklad cestnou(u osôb) či lodnou(u tovaru). Železničný priemysel preto predstavuje ideálnu investíciu pre mnohé nielen firmy, ale aj štáty, nakoľko sa jej efekt prejaví až po určitom čase. Výstavba železníc z minulých desaťročí výrazne ovplyvnila súčasnosť vlakovej prepravy. Rovnako aj súčasné projekty, pre ktoré môže byť podkladom práce, ako je táto, budú mať vplyv na budúcnosť. Mnohé západné či ázijské štáty sú si tohto faktu vedomé a preto podporujú napr. stavanie vysokorýchlostných železničných spojení.

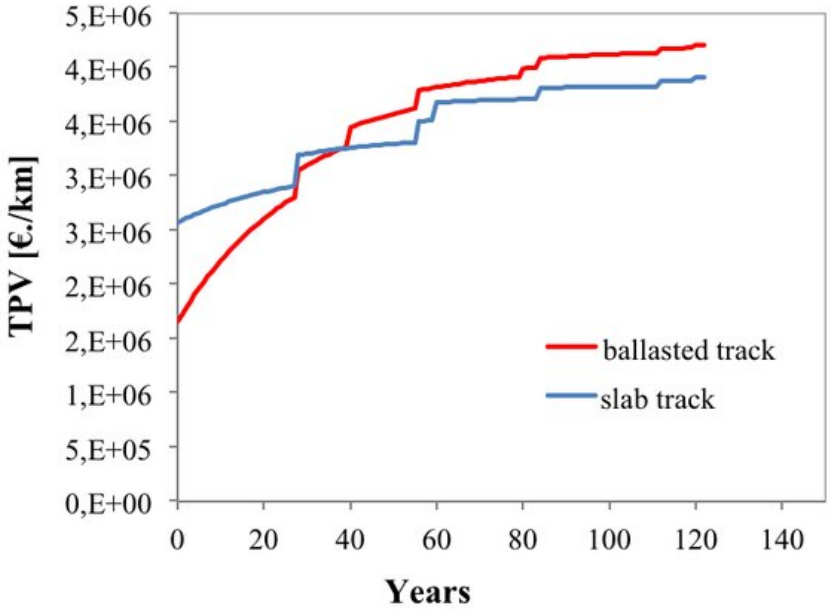
Pevná jazdná dráha priniesla revolúciu v efektivite, šetrnosti a komforte železničnej prepravy. Potreba po aplikácií nových efektívnejších tratí stúpla v druhej polovici 20. storočia, kedy sa markantne zvýšila rýchlosť vlakovej prepravy, čo spôsobovalo nemalé škody na železniciach klasického konceptu.

Prvé uvedenie pevnej dráhy do praxe prebehlo na území Európy v roku 1972 na železnici na území dnešného Nemecka, a to v meste Rheda, podľa ktorého je aj typ koľaje pomenovaný – Rheda 2000. [7.]Ide o nemecký originál, a zároveň doposiaľ najprepracovanejší produkt tejto značky. [3.]

V Českej republike bol tento druh po prvý raz inštalovaný v úseku Třebovice - Rudoltice až o takmer tri desaťročia neskôr, a to konkrétne v roku 2005.[1.]K dnešnému dňu je napriek svojim nesporným kvalitám na území republiky vystavaných len pomerne málo kilometrov tohto typu.

2.2 Porovnanie pevnej jazdnej dráhy a klasický štrkový koncept

Pevná jazdná dráha môže byť tiež označovaná v angličtine ballastles track prípadne slab track, v nemčine Feste Fahrbahn a Voie sur dalle vo francúzštine. V ďalších častiach tejto práce sa budú preto používať tieto pomenovania. S pevnou jazdnou dráhou sa začalo vo väčšom operovať v období nástupu vysokorýchlostných vlakov. Ballastless typy sa vyznačujú svojou geometrickou stabilitou, ktorá je pre vlaky idúce nad 200 km/h nevyhnutná. Koľaje pomalšie podliehajú tlaku, majú vyššiu odolnosť a vyžadujú menej opráv a rekonštrukcií.[3.] V porovnaní s klasickým konceptom sa ukazujú ako ekonomicky výhodná investícia, ktorej životnosť je dva až tri krát dlhšia, čo signifikantne znižuje náklady na údržbu, ale za cenu vyšších vstupných nákladov[1.][4.]**Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.**[7.]. K ekonomickému zhodnoteniu dráhy tohto typu preto dochádza až po niekoľkých rokoch, kedy ceny opráv klasických konceptov prevýšia nemalú vstupnú investíciu do železníc typu pevnej jazdnej dráhy ako ilustruje Graf 1.[4.]



Graf 1 Porovnanie veľkosti technicko-prevádzkových výdavkov eur na km medzi pevnou jazdnou dráhou a klasickým štrkovým konceptom koľajníc. (Prevzaté z: KÖLLŐ et al., 2015)[3.]

Údržbové náklady spojené napríklad s odstraňovaním vegetácie či čistením štrku sú u pevnej jazdnej dráhe rovnako nižšie. [1.] V súčasnosti je potrebné tiež hľadieť na ekologické faktory výstavby a starostlivosti o trate, nakoľko sú vystavané predovšetkým

v obývaných častiach krajiny. Pevná jazdná dráha je svojimi nárokmi na používanie pesticídov a chemikálií spojených s odstraňovaním nežiaduceho porastu jednoznačne ekologickejšou variantnou. Rovnako sú priateľskejšie k životnému prostrediu z ohľadu na ovzdušie. Zatiaľ čo klasické štrkové železnice znižujú kvalitu ovzdušia víriacim prachom pri prechode každého vlaku, u pevných jazdných dráh hovoríme o takmer bezprašnej prevádzke tzv. dust-free operation[7.]. Medzi ďalšie signifikantné klady pevnej jazdnej dráhy patrí pomerne nízka hmotnosť jej konštrukcie, čo uľahčuje zavádzanie tratí v rôznych terénoch, vrátane priestorovo obmedzených, akými sú napríklad tunely, podzemia a.i. [1.][4.] K určitým nevýhodám pevnej jazdnej dráhy možno zaradiť vyššiu hlučnosť, dlhší čas inštalácie a s tým spojené výdavky a taktiež finančne a časovo náročnejšie prípadné opravy [4.]Celkovo hlavné výhody a nevýhody sú zhrnuté v Tabuľka *1*

Avšak z dôvodov popísaných vyššie je predpoklad, že pevná jazdná dráha, predstavujú pri neustálom vývoji a práci na nedostatkoch, budúcnosť železničnej dopravy. Preto bude predmet ďalšieho skúmania v tejto diplomovej práce použitie práve tohto druhu koľajníc.

---	**Pevná jazdná dráha**	**Klasický štrkový koncept**
Prvotné investičné náklady	Vyššie	Nižšie
Nároky na údržbu trate	Menšie	Vyššie
Priateľské voči životnému prostrediu (prašnosť)	Nižšie	Vyššie
Možnosť zelenej trate	Áno	Nie
Hmotnosť konštrukcie na jednotkovú dlžku	Nižšia	Vyššia
Hlučnosť	Vyššia	Nižšia
Čas inštalácie (výstavby)	Vyšší	Nižší
Finančné/časové opravy	Vyššie	Nižšie
Použitie v priestoro obmedzených miestach	Lepšie	Horšie
Životnosť	Dlhšia	Nižšia
Opotrebenie vozidiel	Nižšie	Vyššie
Revízia trate	Nie je potreba	Je nutná
Obnova trate (časové intervaly)	Dlhší	Nižší
Vibrácie v trate	Nižšie	Vyššie
Možnosť väčšieho prevýšenia	Lepšie	Horšie

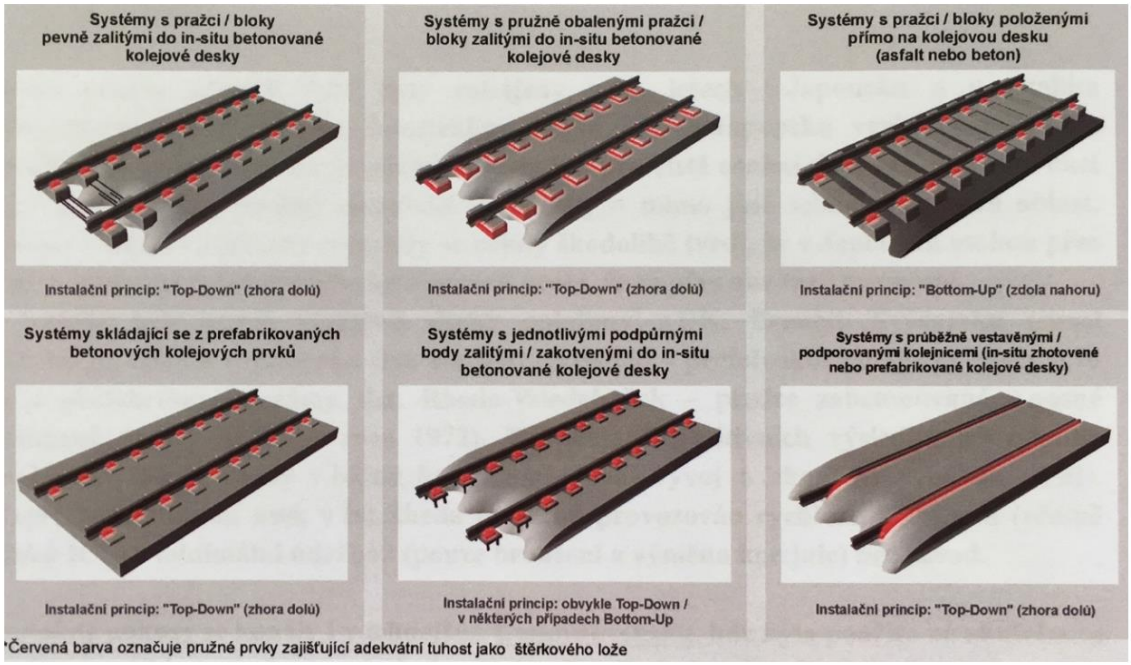
Tabuľka 1 Výhody a nevýhody medzi klasickým štrkovým konceptom a pevnou jazdnou dráhou

2.3 Základné typy pevnej jazdnej dráhy

V tejto podkapitole sa približuje štruktúra a rozdelenie základných typov pevnej jazdnej dráhy. V dnešnej dobe existuje už veľa typov a výrobcov systémov pevných jazdných dráh, ktoré sú neustále vo vývoji. Nasledujúci prehľad má ukázať iba vybrané a najviac používané typy s betónovou doskou.

Z hľadiska technológie výroby sa rozlišujú nasledujúce typy:

- Pevná jazdná dráha z monolytickej dosky so zabudovaným priečnym pražcom
- Pevná jazdná dráha z monolytickej dosky so zabudovaným priečnym dvojblokovým pražcom
- Pevná jazdná dráha s veľkoplošným pražcom uloženým na betonovej alebo asfaltovej doske
- Pevná jazdná dráha z veľkoplošných prefabrikovaných panelov
- Pevná jazdná dráha s dodatočným ukotvením upevňovacích prvkov do predom zhotovenej betónovej dosky
- Pevná jazdná dráha so vstavaným, kontinuálne podopretými koľajnicami



Obrázok 1 Základných 6 typov pevnej jazdnej dráhy. (Prevzaté z: Kolejconsult & servis, 2013)

V Tabuľka *2* sú zhrnuté základné typy pevných jazdných dráh a najhlavnejších výrobcov.

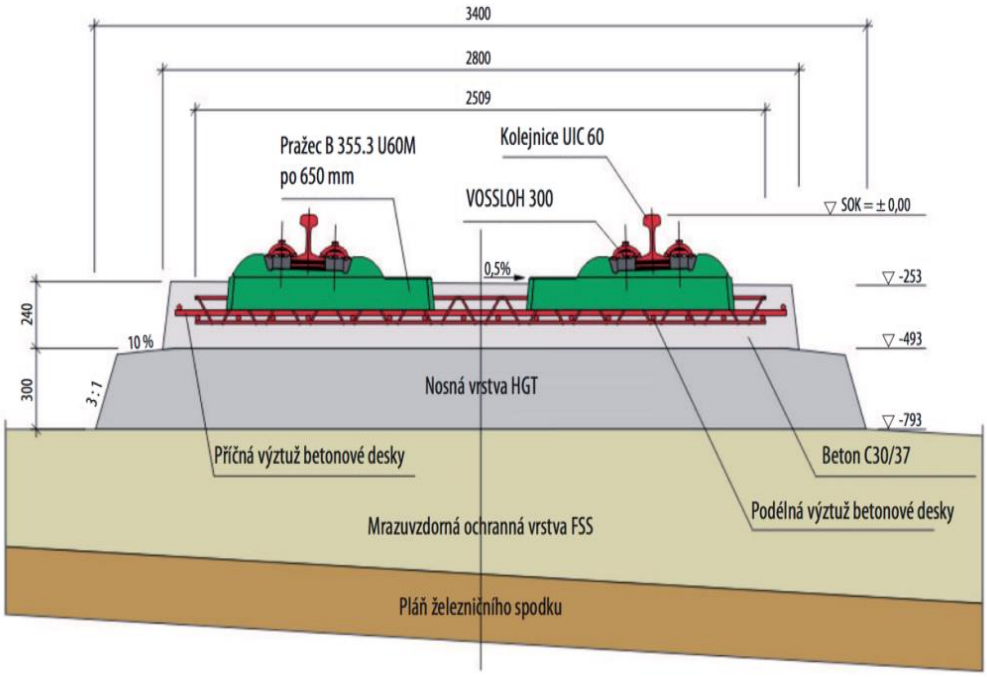
Pevná jazdná dráha				
Koľajové podpory				
---	S pražcom/blokom		Bez pražcu/bloku	
Charakteristika	Pražec vstavaný do dosky	Pražec uložený na doske	Prefabrikované betónové panely	Monolytická betónová doska
Výrobca (typ koľaje)	Rheda, Heitkamp	Getrac, Walter	Shinkansen, Bogl	Hochtief

Tabuľka 2 Základné typy a výrobcovia pevnej jazdnej dráhy koľají

2.4 Konštrukcia pevnej jazdnej dráhy

Z charakteru pevnej jazdnej dráhy(PJD) vyplýva, že je nutné vytvoriť špecifické podmienky pre pokládku a prevádzku tejto trate, nakoľko sa nedá operovať s klasickým štrkovým podložím. Koncept PJD požaduje zásadne stabilné podložie, ktoré minimalizuje deformácie a dokáže zabezpečiť dlhodobú spoľahlivosť.

Konštrukcia je používaná najčastejšie vo frekventovaných mestských častiach, tuneloch, na mostoch a najmä na vysokorýchlostných tratiach, kde sa kladie dôraz na vyššiu presnosť geometrie koľaje a minimalizáciu údržby.



Obrázok 2 Prierez koľajovej trate Rheda 2000. (Prevzaté z: RAIL.ONE GmbH, 2011) [23]

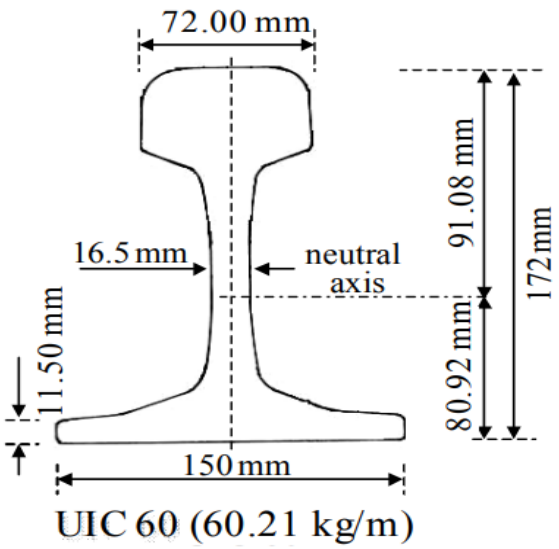
Na druhej strane niektoré vlastnosti tohto konceptu môžu byť prekážkou a v určitých kontextoch nie je preto vhodné použiť konštrukciu pevnej jazdnej dráhy, najmä z dôvodu rizika narušenia trate ako napríklad:

- Banské územie a s tým spojený častý výskyt dutín a rizík poklesu pôdy,
- Zosuvné územie, kde môže dôjsť k zosuvom pôdy,
- Územie s vysokou hladinou podzemnej vody, čo môže prispieť k degradácií betónových častí,
- Územie s vysokým rizikom vyliatia sa vodných tokov tzv. záplavové oblasti čo by mohlo spôsobiť podmytie nosných častí železnice. [15.]

Táto práca sa bude ďalej zaoberať najrozšírenejšiemu systému pevnej jazdnej dráhy – Rheda 2000, ktorý kombinuje výhody monolytickej betónovej konštrukcie s elastickým uložením koľajníc a ktorý je možné vidieť na Obrázok 2. Tento koncept eliminuje riziko vzniku trhlín medzi jednotlivými segmentmi a zabezpečuje vyššiu integritu trate.

Významný je tiež pre svoje kvality, ktoré ho robia využiteľným aj v náročnejších podmienkach [9.]

Bazálnou súčasťou pevnej jazdnej dráhy, rovnako ako všetkých železničných konceptov je koľajnica samotná. V tomto prípade je používaná ako aj vo väčšine moderných tratí na svete normovaná koľajnica typu UIC60, ktorá má vďaka svojmu profilu a váhe 60,21 kg/m optimálne prenosy síl a pomerne dlhú životnosť. Daný profil koľajnice je štandardizovaný a široko využívaný v európskych, ale aj ázijských krajinách, vďaka čomu sa stáva aj pomerne rozšíreným typom [10.]. Na Obrázok 3 je znázornený priečny prierez profilu UIC60, ktorý je ďalej využívaný ako základný prvok pri návrhoch a ďalších analýzach zaťaženia pevnej jazdnej dráhy tejto práce.



Obrázok 3 Normalizovaná koľajnica UIC 60

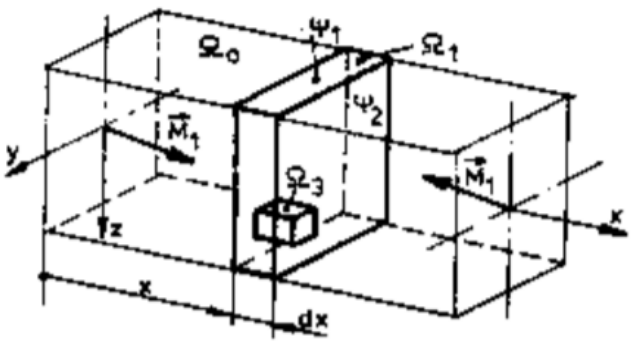
3 Modelovanie koľajnice v pevnej jazdnej dráhe

3.1 Základné rovnice úlohy priameho prizmatického prutu namáhaného prostým ohybom

Namáhanie priameho prizmatického prutu ohybom je jeden zo základných a najpoužívanejších spôsobov zaťažovania konštrukčných prvkov v tomto prípade samotnej koľajnice. Základnou bázou analýzy napätia a deformácie je idealizovaný prípad prostého ohybu prutu. Ten je podľa [11.] definovaný nasledovne:

a) Platia všeobecné prútové predpoklady
b) Priečne prierezy ostávajú v priebehu zaťažovania rovinnými a otáčajú sa okolo osy ležiaca v tejto rovine a následne sa deformujú. Priečne prierezy ostávajú kolmé k zdeformovanej (prehnutej) strednici.
c) Jediná zložka VVÚ je ohybový moment, ktorý je konštantný po celej dĺžke prutu.
d) Na riešenie statickej rovnováhy sa prvok uvoľňuje v nedeformovanom stave.

Na začiatku sa vychádza z (podmienky momentovej rovnováhy [11.])uvoľnenia základného prvku. Obrázok 4



Obrázok 4 Uvoľnenie základného trojnásobne elementárneho prvku

S využitím deformačných charakteristík rovnice (*3.1*) a (*3.2*) a využitím konstitutivných vzťahov (*3.3*)

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} = \frac{a_1 + b_1 y + c_1 z}{dx} \rightarrow \varepsilon_x(y,z) = a + by + cz \tag{3.1}$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \tag{3.2}$$

$$\sigma = E\varepsilon, \;\; \tau = G\gamma \tag{3.3}$$

Dá sa konštatovať, že u prostého ohybu vzniká v bodoch základného prvku trojosá deformácia daná pretvorením (*3.4*) a jednoosá napjatosť.

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu\varepsilon_x = -\frac{\mu}{E}\left(-\frac{M_y}{J_y}z + \frac{M_z}{J_z}y\right) \tag{3.4}$$

ε značí je pretvorenie, μ poissonovo číslo, E Youngov modul pružnosti, M charakteriuje ohybový moment k prislúchajucej ose a J vyjadruje kvadratický moment k prislúchajúcej ose.

Následne v priečnom priereze pôsobí nenulové normálové napätie σ, pričom šmykové napätia sú nulové. V jednotlivých bodoch základného prvku vzniká jednoosá napjatosť. Následne napätie v hlavnom centrálnom súradnicovom systéme je určené

$$\sigma = -\frac{M_y}{J_y}z + \frac{M_z}{J_z}y \tag{3.5}$$

3.2 Rovnice dynamiky – Modálna analýza

Veľký význam nie je možné odobrať ani dynamike telies, kde najdôležitejšie pre danú problematiku sú vlastná frekvencia a rezonancia. Pri analýze zaťaženia pevnej jazdnej dráhy sa vychádza z úlohy voľného kmitania

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{0\} \tag{3.6}$$

$[M]$ je matica hmotnosti, $[K]$ je matica tuhosti, $\{u(t)\}$ je vektor posuvov a $\{\ddot{u}(t)\}$ je vektor zrýchlení. Predpokladá sa harmonické kmitanie

$$\{u(t)\} = \{\emptyset\}e^{j\omega t} \tag{3.7}$$

Kde druhá derivácia je

$$\{\ddot{u}(t)\} = -\omega^2\{\emptyset\}e^{j\omega t} \tag{3.8}$$

Dosadením (*3.8*) a (*3.7*) do (*3.6*)dôjde k úprave

$$([K] - \omega^2[M])\{\emptyset\} = \{0\} \tag{3.9}$$

ω je uhlová frekvencia a $\{\emptyset\}$ je vlastný vektor (módový tvar). [14.]

3.3 Matematický popis vlaku idúceho po železničnej trati

Aplikácia rôznych matematických modelov z oblasti dynamiky železničných súprav a železničnej trate má niekoľko rozdielnych verzií a postupov, preto neexistuje jeden univerzálny model. Model, ktorého hlavným cieľom je analyzovať vlastnosti pražcov bude vyzerať inak ako model zaoberajúci sa vplyvom rýchlosti lokomotívy na samotnú trať. Základným pravidlom pri vytváraní modelu je to aby model bol čo najjednoduchší. Jednoduchý predovšetkým z pohľadu výpočtového času, ktorý sa môže pohybovať rádovo od hodín až po niekoľko dní. Z toho dôvodu sa kladie dôraz na to, aby si inžinier na začiatku stanovil čo je predmetom skúmania.

Od počiatkov výskumov je koľajnica modelovaná ako flexibilný prut pomocou teorie dynamiky kontinuí. V neskorších fázach začali niektoré výskumné práce zahŕňať do svojich modeloch flexibilitu telies i v rámci iných častiach systému. Matematicky je tento popis rádovo zložitejší ako popis tuhých telies. Najrozšírenejšou, pri riešení prutových telies, je Euler-Bernoulliho prutová teória, ktorá má zjednodušujúce predpoklady z matematického hľadiska, vďaka čomu ju považujeme za ľahšie aplikovateľnú. Ďaľšou pomerne často využívanou teoriou je Timoshenkova prutova teória má tiež predpoklady pre globálne použitie. Z matematického hľadiska má zložitejšiu štruktúru, avšak má potenciál poskytnúť podrobnejšie výsledky u určitých typov telies.

3.3.1 Euler-Bernouliho prutová teória

Teória predpokladá malý osový moment zotrvačnosti z čoho vyplýva, že zanedbáva rotačnú zotrvačnosť elementu. Zanedbáva sa aj uhlové pretvorenia posúvajúcich síl a preto priečne prierezy pred aj po deformácií stále kolmé na strednicu.(Prostý ohyb) Zo statickej rovnováhy prutového elementu je odvodená rovnica pre vertikálny posuv v tvare

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}\right)+\rho A\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}=f(x,t) \tag{3.10}$$

Kde súčin Youngovho modulu pružnosti a kvadratického momentu zotrvačnosti EI je ohybová tuhosť a súčin ρA je hustota a prierez z čoho vyjde hmotnosť na jednotku dĺžky. Danú rovnicu je preferované použiť v prípadoch, kedy sa o koľajnici uvažuje ako o nekonečne dlhej, pričom všeobecným predpokladom je, že dĺžka koľajnice je minimálne 10-násobne väčšia ako jej šírka.

Z oboch vyššie uvedených teórií možno dôjsť k takmer zhodným výsledkom a to pri výpočtoch, ktorých závislosť pomeru šírky ku dĺžke je 1:8. Do zvažovania ďalších

obmedzení je nutné zahrnúť aj maximánu frekvenciu, ktorá hrá v Euler-Bernoulliho teórií signifikantnú rolu[16.].

3.3.2 Timoshenkova prutová teória

Predchádzajúce obmedzenie je možné odstrániť v Timoshenkovej prutovej teórií. Tento proces je možný vďaka tomu, že sú do výpočtu zahrnuté posúvajúce sily. Tak ako v predchádzajúcej kapitole aj v tomto prípade sa vychádza zo statického uvoľnenia elementu.

$$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - \rho I\left(1+\frac{E}{kG}\right)\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I \partial^4 w(x,t)}{kG\partial t^4} = 0 \tag{3.11}$$

Prvé dva členy sú rovnaké ako v Euler-Bernoulliho rovnici. Tretí člen $\rho I(\partial^4 w(x,t)/\partial x^2 \partial t^2$ vyjadruje vplyv rotačnej zotrvačnosti. Štvrtý člen hovorí o vplyve posúvajúcich síl. Konštanta k predstavuje faktor korekcie posúvajúceho zaťaženia a G je modul pružnosti v šmyku. Praktické uplatnenie tejto teórie je možné nájsť u aplikácie v oblasti vysokorýchlostných vlakov a akustiky.

3.4 Matematický model diskrétneho podložia s koľajnicou a jeho analytické riešenie

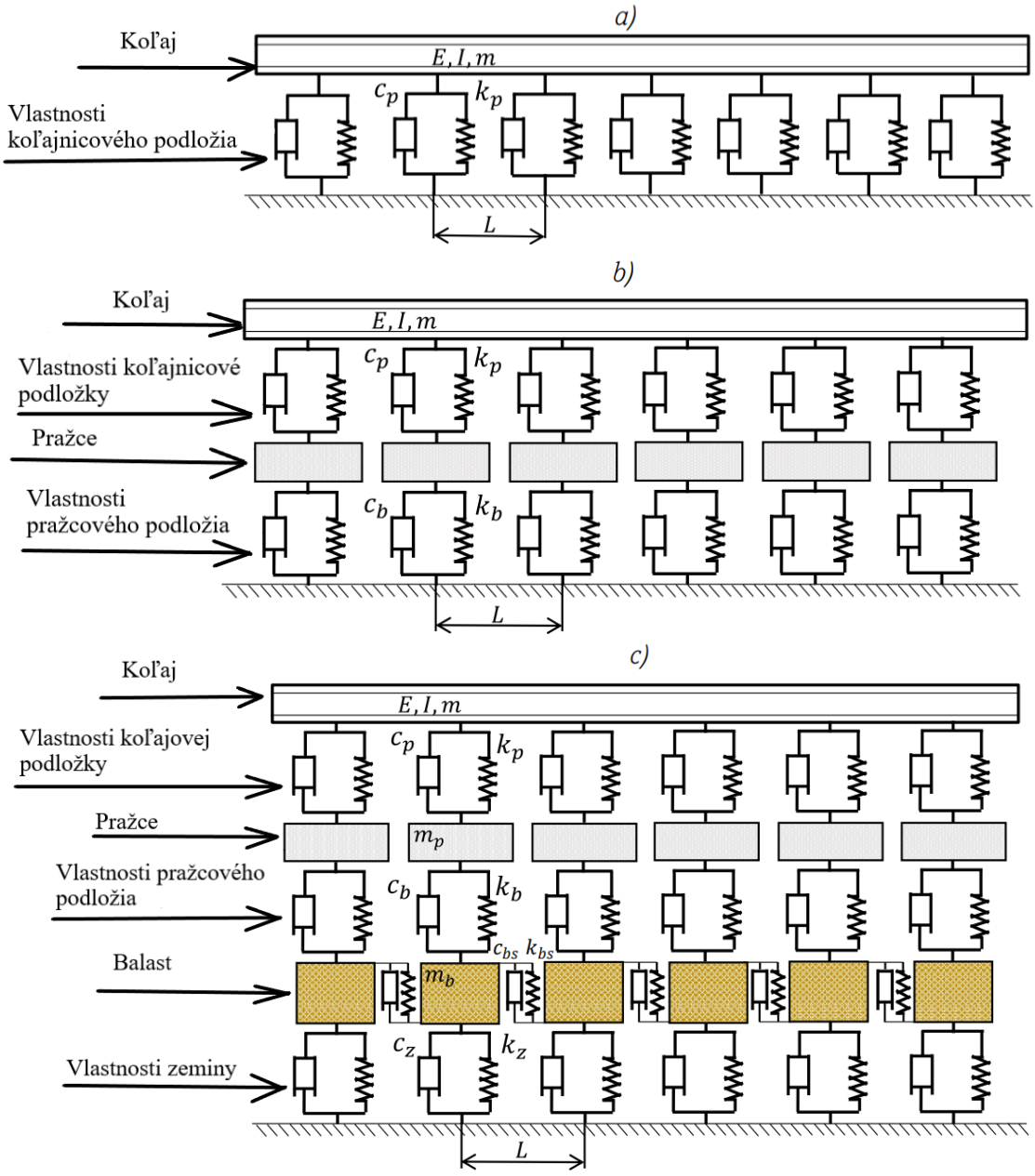
Modelovanie podložia zohráva kľúčovú rolu pri simulovaní dynamiky trate. Rozlišujú sa dva základné typy podložia, a to spojité a diskrétne. Pre účel tejto diplomovej práce sa ďalej rozoberá iba diskrétne podložie.

Keď je modelované spojité podložie tak je o ňom uvažované ako o nekonečne dlhom prute uloženom na homogénnej visko-elastickej štruktúre, ktorá reprezentuje pražce, štrk a podložie. Podložie je určené sadou parametrov, ktoré sú rovnomerne rozložené po celej dĺžke trate. Tento model je výpočtovo veľmi efektívny a je ho možné riešiť analyticky. A teda je vhodný v prípadoch, v ktorých sú potrebné rýchle výpočty. Za základný deficit možno považovať fakt, že nevie presne zachytiť lokálne defekty.

Diskrétne modely podložia sú presnejšie, zložitejšie. Ďalším zásadným parametrom je eventualita zahŕňať do výpočtov aj nelinearity. V minulosti sa majoritne

pracovalo so zložitými analytickými modelmi. Ich využitie je pri aktuálnom stupni vývoja výpočtovej techniky a numerických metód na ústupe.

V prípade diskrétnych podloží sa rozlišuje počet vrstiev modelu, na množstvo parametrov sa však ohľad neberie. Každá podpora môže mať inú hodnotu parametra. Na druhej strane, do výpočtu pribúda parameter rozteču podpier L, ktorý udáva periodicitu podložia a pre väčšinu spôsobov riešenia musí byť konštantný. Na Obrázok *5* je možné vidieť model s jednou diskrétnou vrstvou celého podložia. Model o dvoch vrstvách, v ktorom je možné simulovať správanie sa jednotlivých pražcov uložených na visko-elastickej vrstve, predstavuje balast. Záverečný a zároveň najviac prepracovaný model podložia je na Obrázok *5*. Tento model dokáže zachytiť aj správanie vlastného balastu, na ktorom je pražec uložený. V realite to býva najčastejšie štrk s priemerom asi 40mm.



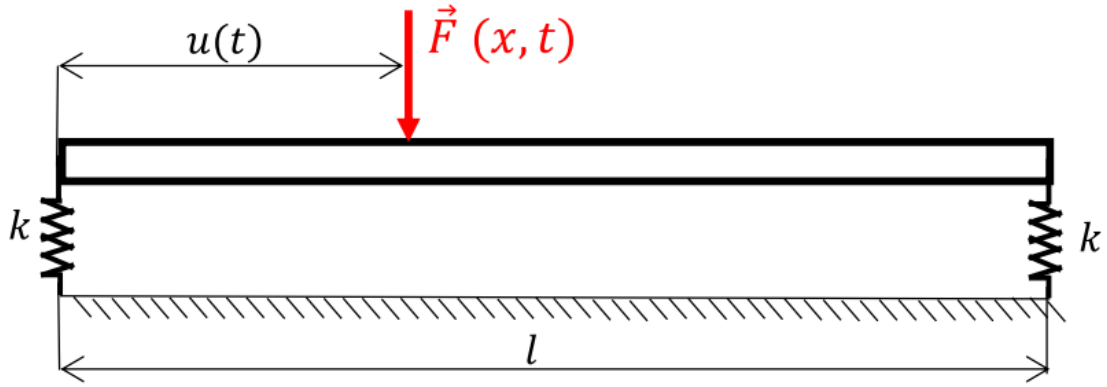
Obrázok 5 Typy diskrétneho podložia a) jedna vrstva diskrétneho podložia b) dve vrstvy diskrétneho podožia c) najprepracovanejší model vrátane chovania balastu

Ako už bolo vyššie spomenuté tak model diskrétneho podložia je matematicky zložitejší ako spojitý. V ďalšej časti tejto kapitoly je načrtnutá základná myšlienka riešenia tohto problému a to konkrétne pomocou riešenia Greenovej funkcie. Riešenie spočíva v hľadaní Greenovej funkcie *G(x),* ktorá zodpovedá odozve koľajnice na kontaktnú silu v konkrétnom mieste a čase. Príklad hľadania danej funkcie je demonštrovaný na jednoduchom príklade prutu, ktorý je na oboch stranách podložený

pružinami. V určitom mieste pôsobí pohyblivé zaťaženie ako je možné vidno na Obrázok 6 a pričom platí rovnica

$$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^2} + m\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = F(x,t). \tag{3.12}$$

Vo vyššie uvedenom spôsobe riešenia (diskrétnym podložím) je zahrnutý vplyv podpier až v rámci okrajových podmienok, preto na rozdiel od rovnice (*3.11*) chýbajú členy tlmením a tuhosťou.



Obrázok 6 Prut uložený na pružných podperách

Pomocou Greenovej funkcie sa rovnica (*3.12*)prepíše do tvaru

$$w(x,t) = G(x,u)F_0 \tag{3.13}$$

kde u je súradnica zaťaženia a G(x,u) je riešením diferenciálnej rovnice (*3.14*)

$$\frac{d^4 w(x)}{dx^4} - \psi^4 w(x) = \delta(x-u) \tag{3.14}$$

V ktorej je ψ frekvenčný parameter definovaný ako

$$\psi^4 = \frac{\omega^2 m}{EI} \tag{3.15}$$

ω je uhlová frekvencia vyjadrujúca pohyb hmoty a je rovná $\pi v/l$. Následne riešenie rovnice (*3.14*) je v tvare

$$G(x,u) = \begin{cases} C_1\cos(\psi x) + C_2\sin(\psi x) + C_3\cosh(\psi x) + C_4\sinh(\psi x) \\ 0 \le x \le u \\ C_5\cos(\psi x) + C_6\sin(\psi x) + C_7\cosh(\psi x) + C_8\sinh(\psi x) \\ x \le u \le l \end{cases} \tag{3.16}$$

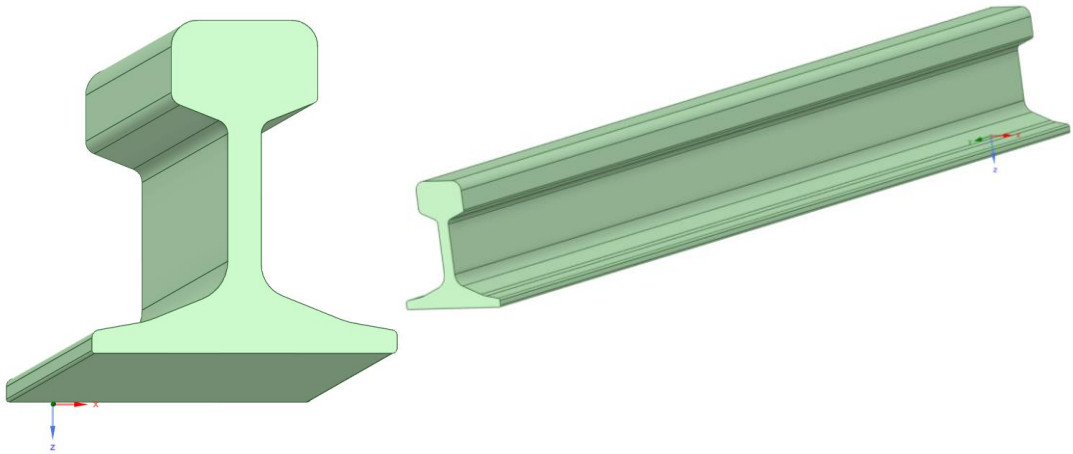
Konštanty $C_1 \dots C_8$ sú získané tak, aby Greenova funkcia spĺňala tri typy okrajových podmienok. Konkrétne okrajové podmienky sú závislé na type uloženia prutu, spojitosti priehybu, natočenie a momentu v bode $x = u$. Okrajovú podmienku nespojitosti tečnej sily v bode $x = u$. [17.]Ak sa vypočíta Greenova funkcia pre všetky zvolené body na koľaji, je celková odozva získaná prostredníctvom konvolučného integrálu podľa rovnice (*3.17*)

$$w(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x, u-\tau) F_0(\tau) d\tau \tag{3.17}$$

τ značí zvolený časový krok.

3.5 Model v Ansyse

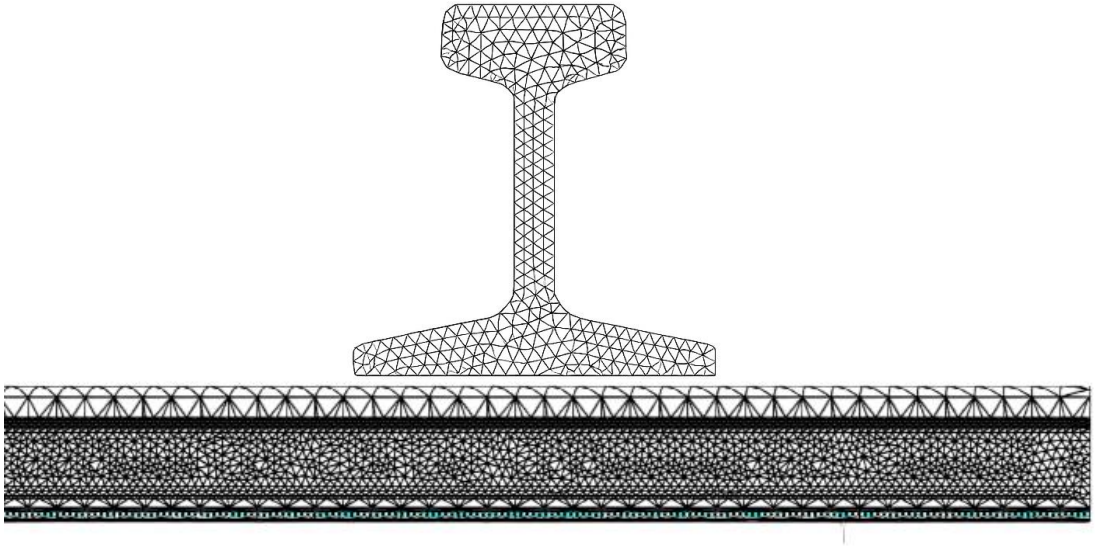
Na základe vyššie spomenutých informácií v kapitole 3 a 2 sa začal vytvárať model v programe Ansys, ktorého účelom je detailnejšia analýza zaťaženia koľajnice v pevnej jazdnej dráhe. V rámci modelovania bol vytvorený 3D profil koľajnice podľa reálneho geometrického tvaru, pričom boli rešpektované rozmery technickej dokumentácie používaného typu koľajnice UIC60 podľa normy DIN EN 13674-1. Obrázok 7.



Obrázok 7 Geometrický model koľajnice UIC60. Vľavo pohľad zpredu a vpravo pohľad zboku

Model koľajnice bol sieťovaný pomocou prvkov typu Solid186, ktoré sú defaultne zadané pri výpočte 3D modelov a umožňujú presné zohľadnenie napätí a deformácií pri mechanickom zaťažovaní. Veľkosť prvkov a celková hustota siete bola prispôsobená tak, aby zachovala čo možno najpresnejšiu informáciu o pretvorení a deformácií. Limitáciou bola študentská verzia programu Ansys, nakoľko má obmedzený počet prvkov, čím bola

ovplyvnená samotná veľkosť navrhovaného prvku. Celkový počet prvkov je 36 300 o veľkosti 35mm po celom telese, 10mm na potencionálne nebezpečných miestach a 3mm v miestach, ktoré boli testovaním rôznych sietí vyhodnotené ako najkritickejšie. Počet uzlov je 65 927. Obrázok 8

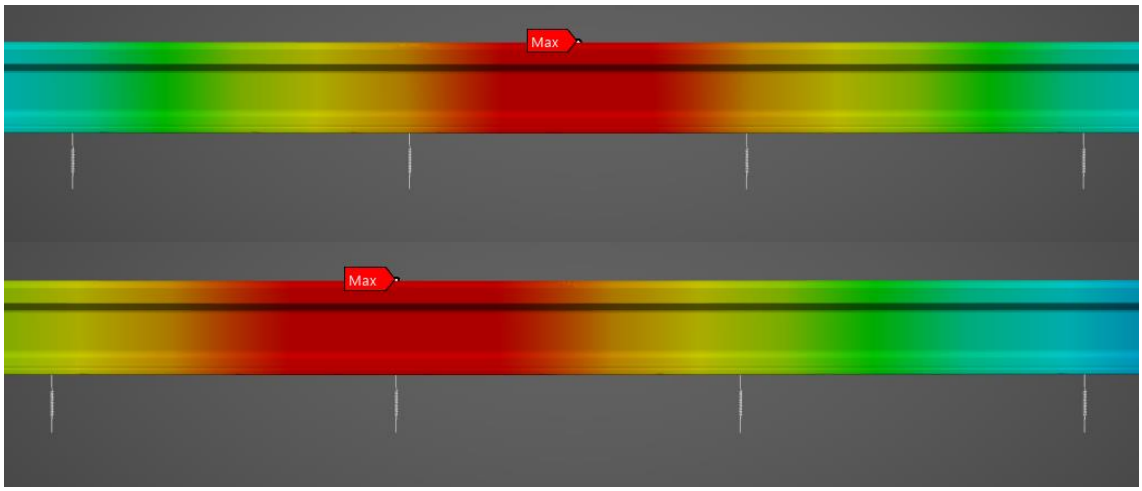


Obrázok 8 Ukážka vygenerovanej siete

Uvedeným spôsobom bola nájdená rovnováha medzi výpočtovou náročnosťou a presnosťou výsledkov. Zvolený bol materiál, najčastejšie používaný pri výstavbe železničnej trate, konkrétne 350HRT. Jedná sa o oceľ s Youngovým modulom pružnosti približne E = 190 GPa, poissonovým pomerom v = 0.3, hustotou ρ = 7850 kg/m^3, pevnosť v ťahu Rm = 1175MPa, tvrdosť podľa Brinella HBW = 350 HB. [12.]

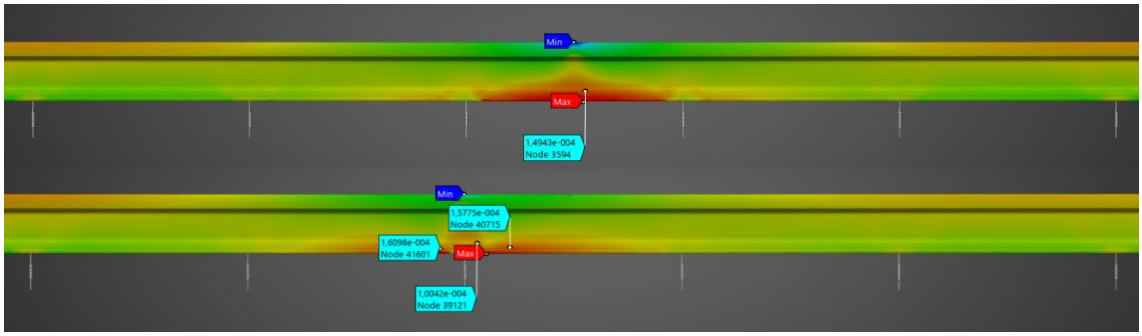
Po vytvorení a vysieťovaní profilu UIC60 bola s cieľom čo najvernejšie priblížiť reálne podmienky, pridaná podpora koľajnice na pevnej jazdnej dráhe reprezentovaná pružinou „Body-to-Ground“ na plochu odpovedajúca ploche pražca pod reálnou koľajnicou. Pružina reprezentuje uloženie koľajnice na jednotlivých pražcoch o konkrétnej tuhosti v tomto prípade k = 22 500N/mm. [13.]Celková dĺžka koľajnice je 3,6m. Počiatočných 0,3m je navrhnutých bez pražca. Vo vzdialenosti 0,3m od okraja je modelovaný prvý pražec. Následne sú ďalšie pražce rozmiestnené pravidelne, vždy s roztečou 0,6m od seba o celkovom počte 6ks. Po vymodelovaní uvedených skutočností sa pristúpilo k nastaveniu okrajových podmienok. Zvolená bola okrajová podmienka remote displacement na obidvoch stranách priečneho prierezu a remote displacement na bočných stenách koľajnice. Následne sa pristúpilo k nastaveniu zaťaženia a to Standard earth gravity smerujúca nadol a zaťaženiu simulujúce vlak presnejšie reprezentujúce

rušeň typu 121 o hmotnosti 88t. Niektoré rušne dosahujú hmotnosti až 122t (rušeň typu 182). [18.] Sila pôsobí na plochu zodpovedajúcej dotyku vlakového kolesa a koľajnice. Vo fáze prvotnej analýze boli riešené dva prípady a to sila v strede medzi pražcami a sila nad pražcom Obrázok 9. Pre potreby tejto práce je zaujímavá deformácia v zvislej osi a pretvorenie v osi pozdĺž koľajnice.



Obrázok 10 Celková deformácia v zvislom smere. Prvý prípad je sila umiestnená v strede koľajnice medzi pražcami. Druhý prípad kedy je sila umiestnená nad pražcom.

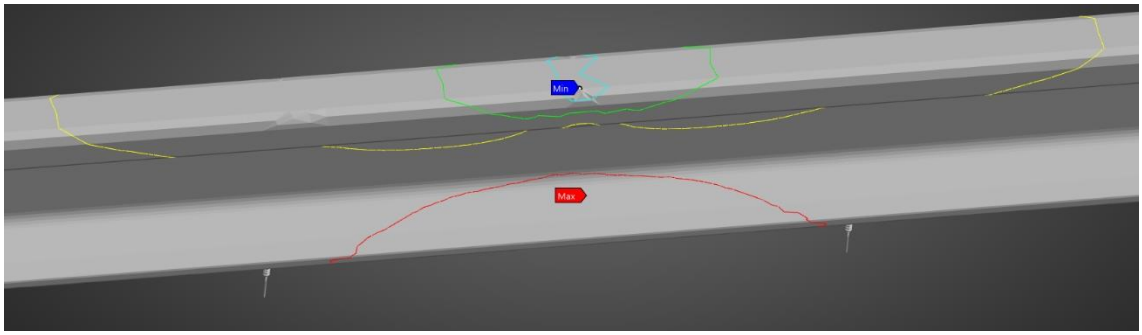
V prvom prípade (sila v strede) bola maximálna deformácia 1,52mm a v druhom prípade (sila nad pražcom) 1,48mm. Ďalšou veličinou, ktorá bola predmetom záujmu a skúmania v spojitosti s touto prácou je pretvorenie Obrázok 10.



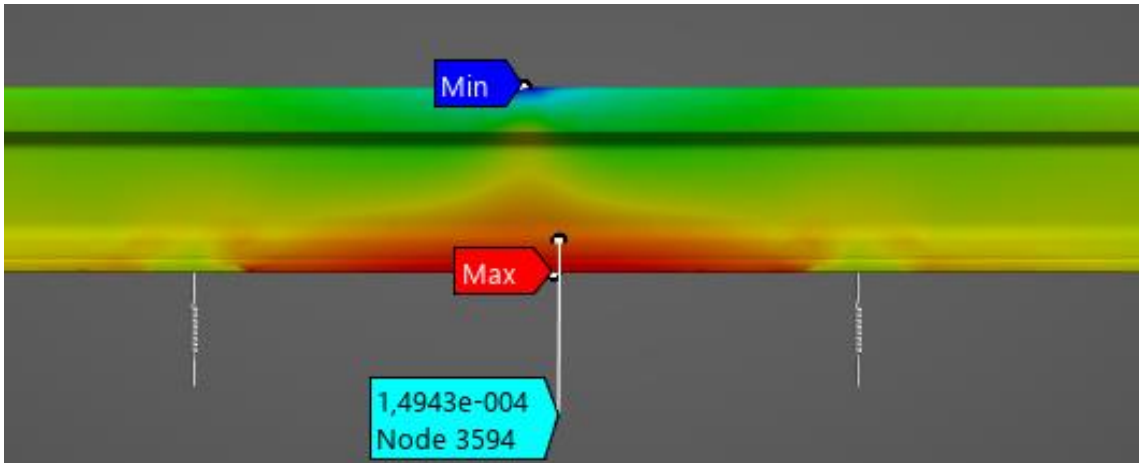
Obrázok 9 Pretvorenie v ose pozdĺž koľajnice. Prvý prípad je sila umiestnená v strede medzi pražcami a druhý prípad sila umiestnená nad pražcom.

V prvom prípade (sila v strede) bolo maximálne pretvorenie 0,000336 [-] a v druhom prípade (sila nad pražcom) 0,000374 [-]. Detailnejší pohľad na prvý prípad je možné vidieť na Obrázok 11.

Dobrý poznatok môže byť aj to ako sa začína šíriť zaťaženie v koľajnici. Na to slúži v Ansyse možnosť isoline Obrázok 12. Kedy sa vlastne začína šíriť kolmo k týmto krivkám.



Obrázok 12 Isoline pri priebehu pretvorenia kedy je sila v strede medzi pražcami.



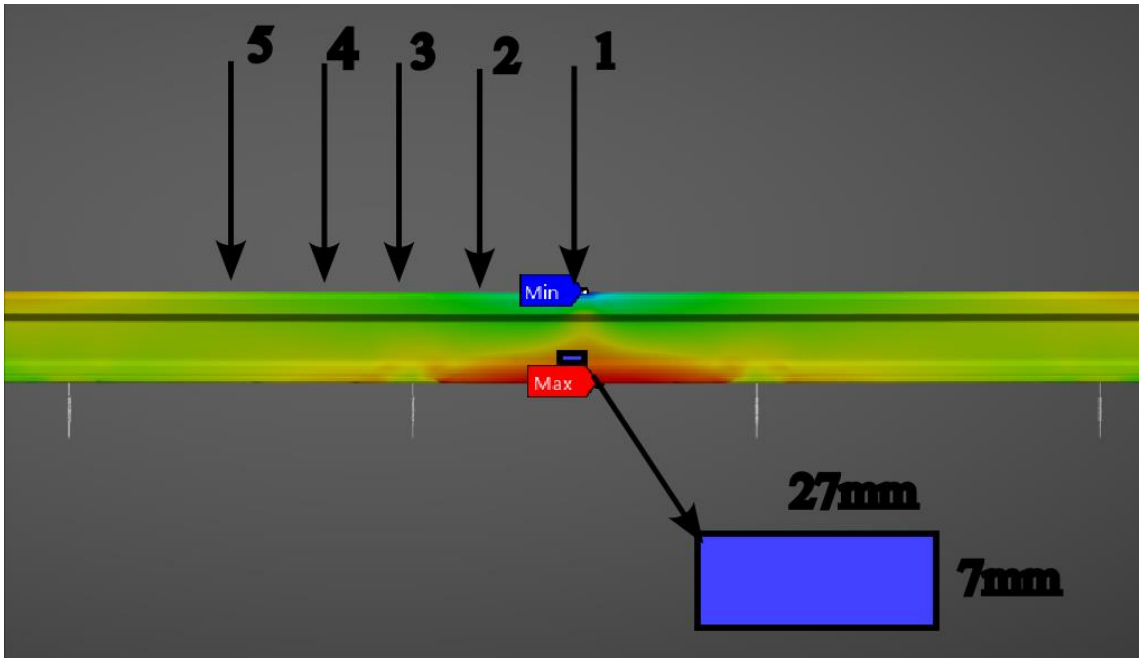
Obrázok 11 Detailný pohľad na pretvorenie kedy je sila umiestnená v strede medzi pražcami.

Pre lepšiu predstavu, že ako sa mení pretvorenie v čase a pozdĺž celej koľajnice boli doplnené ďalšie miesta, ktorých sila pôsobila na celkovo piatich miestach. Túto skutočnosť ilustruje Obrázok 13. Na základe doterajšej analýzy sa ako najkritickejšie miesto javí základňa koľajnice v strede medzi pražcami. Na konkrétny bod bol umiestnený senzor, čo je možné vidno na Obrázok 13.

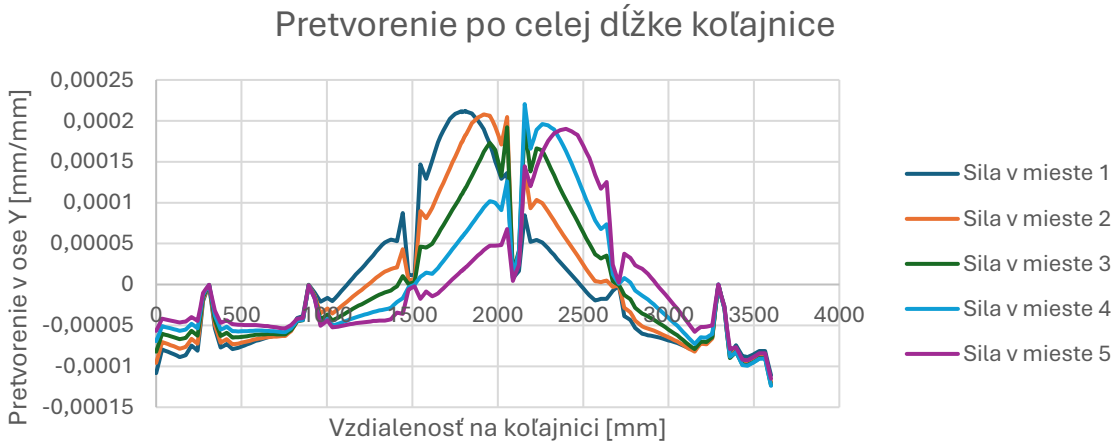
Na základe jednotlivých variantov umiestnenia sily bol následne vytvorený graf pretvorenia v závislosti na deformácií v mieste umiestnenia senzora. Z tejto analýzy jasne vyplynulo, že maximálne pretvorenie a deformácia koľajnice vzniká v strede medzi dvoma pražcami na základni profilu. Práve v tomto bode bola preto zvolená poloha pre inštaláciu piezoelektrického senzora, keďže poskytuje najvyššiu citlivosť na zaťaženie a najvýraznejší výstupný singál. Umiestnenie senzora bolo teda priamo určené na základe

výpočtov a simulácií v Ansyse. Tento výber je kľúčový pre dosiahnutie čo najpresnejšieho merania, pretože senzor musí byť namontovaný v mieste maximálneho ohybového namáhania. Tento postup predstavuje dôležitý prínos práce, keďže ide o cielenú optimalizáciu umiestnenia senzora na základe fyzikálneho modelovania, nie len intuitívneho odhadu.

Graf *3* poukazuje pretvorenie pozdĺž celej koľajnice, pričom v bode so súradnicou 1800 mm na vodorovnej ose je umiestnený senzor. Ostré peaky sú zapríčinené väzbou medzi pružinou a samotnou koľajnicou (singularity) čo skresľuje výsledný tvar grafu.

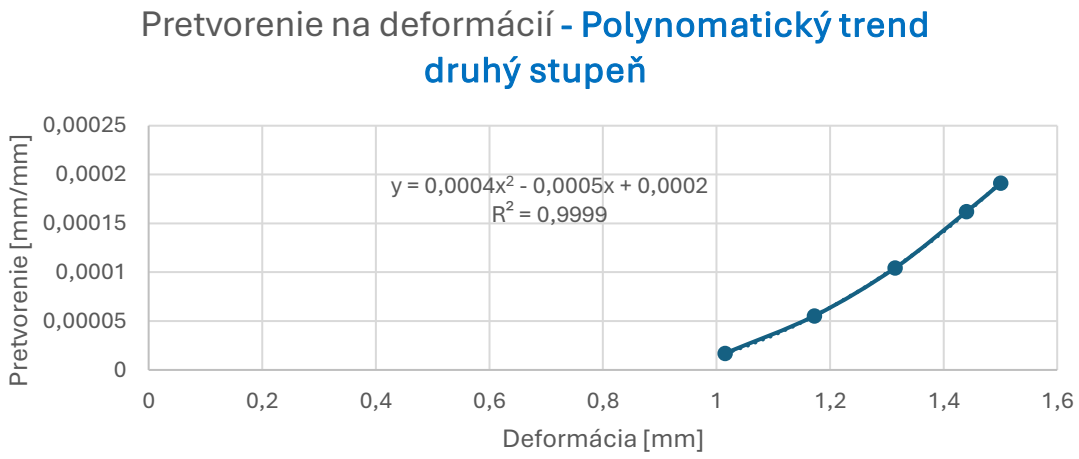


Obrázok 13 Zakreslené miesta, kde sa bude ďalej analyzovať pretvorenie. Sily sú rovnako vzdialené od seba. Dole zakreslené miesto senzoru a jeho veľkosť.



Graf 2 Priebeh pretvorenie pozdĺž celej koľajnice

Z tejto analýzy je možné zostrojiť vzťah medzi pretvorením a deformáciou, ktorý bude podrobený pre ďalšie overovanie a laboratórne testovanie.



Graf 3 Závislosť pretvorenia na deformácií. Vzťah určený pomocou polynomatického trendu druhého stupňa.

3.6 Modálna analýza koľajnice v pevnej jazdnej dráhe

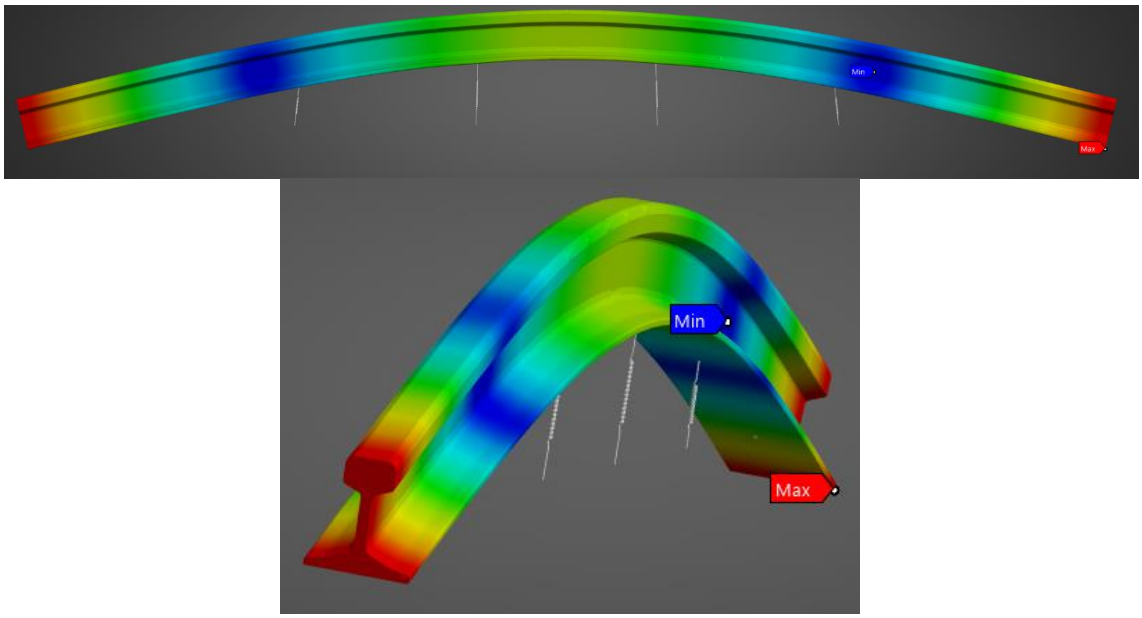
Modálna analýza predstavuje jeden zo základných nástrojov analýzy dynamických vlastností mechanických systémov. Jej cieľom je určiť vlastné frekvencie a príslušné tvary deformácie, teda spôsoby akými môže systém prirodzene kmitať. V programe ansys sa táto analýza realizuje pomocou nástroja „modal analysis“, ktorá dokáže spočítať vlastné frekvencie v ľubovoľnom rozsahu. V kontexte železničnej dopravy má modálna analýza zásadný význam, nakoľko umožňuje identifikovať rezonančné frekvencie konštrukcie, ktoré by mohli spôsobiť kritické poškodenie koľajnice prípadne celého systému pri prejazde vlakov. Ak sa frekvencia pohybujúcej sa súpravy dostane blízko alebo sa rovná rezonančnej frekvencií môže dôjsť k rezonančnému javu, čo zvyšuje deformáciu, napätie a celkovú životnosť konštrukcie. V prípade simulácie prejazdu vlaku

môže modálna analýza pomôcť v odhadovaní správania sa systému pri rôznych rýchlostiach súpravy. Dokáže predikovať pravdepodobnosť rezonančného javu. V súvislosti s daným modelom je podstatná najviac prvá vlastná frekvencia spôsobujúca iba zvislé kmitanie a deformáciu. V Tabuľka *3* je spočítaný zoznam prvých 10tich vlastných frekvencií.

Mode	Frekvencia [Hz]
1	0
2	0
3	$3{,}025e10^{-4}$
4	$6{,}82e10^{-4}$
5	39,78
6	107,70
7	121,69
8	123,87
9	127,93
10	145,67

Tabuľka 3 Zoznam spočítaných prvých 10 vlastných frekvencií koľajnice modelovanej v Ansyse.

Prvá frekvencia kedy je tvar kmitania iba čistý zvislý je hodnota 145,67 Hz čo je možné vidno na Obrázok 14



Obrázok 14 Vlastná frekvencia s hodnotou 145,67 Hz. Prvá frekvencia pri ktorej dochádza k čisto zvislej deformácií. Prvý obrázok je pohľad zboku a druhý je pohľad zpredu.

3.7 Model v pythone

Po vytvorení numerického modelu koľajnice pevnej jazdnej dráhy a jeho uloženia v prostredí Ansys Workbench bola vykonaná modálna analýza a analýza zaťaženia. Napriek výhodám, medzi ktoré s určitosťou patria možnosť zahrnúť 3D správanie konštrukcie pri riešení rôznych úloh a generovanie kvalitných simulácií, sa softvér Ansys ukázal ako výpočtovo neefektívny. Pri opakovanej simulácii zaťaženia prejazdu vlakom na rôznych miestach sa javil ako nepraktický aj z hľadiska flexibility úprav modelu. Pre uvedené skutočnosti bolo nutné opätovne vygenerovať geometriu, sieť a sputiť celý výpočet.

Následne bolo nutné vytvoriť vlastný výpočtový model v jazyku Python, ktorý umožnil podrobnejšiu, efektívnejšiu a jednoduchšiu analýzu zaťaženia v jednotlivých úsekoch železničnej trate. Vlastný skript poskytol možnosť jednoducho modifikovať vstupné parametre, meniť charakteristiku pohyblivého zaťaženia a upravovať okrajové podmienky bez zdĺhavého generovania novej siete a prepočtu v grafickom prostredí. Model uvažuje koľajnicu ako 2D prút typu Euler-Bernoulliho teória, uložený na pružinovom diskrétnom podloží, kde je tuhosť podložia reprezentovaná pružinami s presne definovanou roztečou. Koľajnica je diskretizovaná na konečný počet elementov a analyzovaná ako rovinná ohybová úloha. Tento prístup síce nedokáže popísať 3D

správanie modelu akými sú torzné alebo iné priestorové efekty ako v Ansyse, ale pre potreby ohybovej analýzy a posúdenie základnej odozvy v zvislom smere je plne postačujúci.

Na začiatku skriptu sú definované základné parametre modelu ako napríklad dĺžka nosníka, Youngov modul pružnosti, kvadratický moment, rozteč pružín, počet diskrétnych prvkov medzi pražcami a tuhosť podložia. Z týchto údajov bola odvodená dĺžka jedného elementu `elspacing` a celkový počet prvkov `num_elements`, ako aj polohové súradnice uzlov `x`. Následne bola pomocou `funkcie element_stiffness_matrix()` vytvorí matica tuhosti prútového prvku podľa Euler-Bernoulliho teórie. Potom funkcia `create_global_stiffness()` postupne skladá globálnu maticu tuhosti konštrukcie a pridáva diagonálne členy, ktoré predstavujú pružiny podložia, umiestnené v pravidelných intervaloch. Používateľ definuje pozíciu `force_position` a veľkosť `force_value` pôsobiacej bodovej sily. Skript automaticky nájde najbližší uzol k tejto polohe a aplikuje silu do vektora zaťaženia `load`. Po zostavení globálnej matici tuhosti `K` sa odstránia prvé dva riadky a stĺpce predstavujúce pevné uloženie na ľavom konci. Pomocou funkcie `np.linalg.solve()` sa rieši sústava lineárnych rovníc (3.18).

$$Ku = F \tag{3.18}$$

Z výsledného vektora posuvov displacements sa extrahuje priehyb jednotlivých uzlov. Prostredníctvom numerickej derivácie bola neskôr počítaná deflection v mm a strain. Následne boli výsledky vizualizované pomocou knižnice `matplotlib`, pričom výstupy z tohto skriptu boli:

- Maximálny priehyb v strede nosníka, kde je umiestnený senzor (v mm),
- Priehyb v mieste pôsobenia sily (v mm),
- Veľkosť pretvorenia v strede koľajnice,
- Graf priehybu po celej dĺžke koľajnice.

Tento skript umožňuje pomerne rýchlo a efektívne analyzovať vplyv zmeny geometrie úlohy alebo materiálových parametrov, prípadne zaťaženia čo ho robí vhodným pre porovnanie viacerých návrhov geometrie koľajnice.

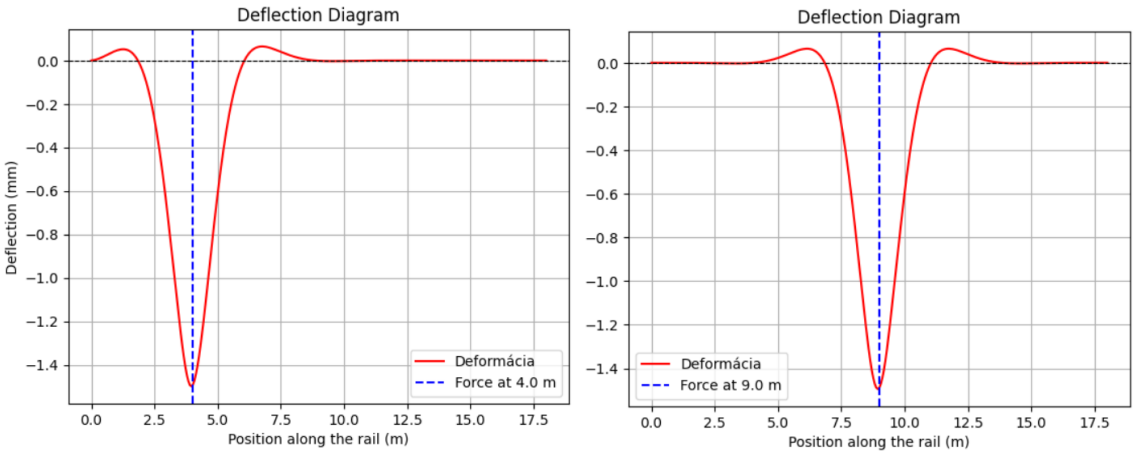
Po zostavení výpočtového modelu v jazyku Python a jeho overení na základných vstupných parametroch bola vykonaná séria porovnávacích výpočtov s cieľom porovnať výsledky deformácií získaných z vlastného 2D modelu a výsledkami z 3D modelu v prostredí Ansys. Vstupné parametre ako materiálové vlastnosti, poloha zaťaženia boli nastavené zhodne u oboch modelov, aby bolo možné objektívne zhodnotiť zhodu medzi

výpočtami. Cieľom porovnania nebolo dosiahnuť úplnú numerickú zhodu, ale overiť hypotézu, že tento zjednodušený model v Pythone poskytuje dostatočne presné výsledky, najmä v oblasti maximálneho priehybu v najnamáhanejších vláknach koľajnice. Ďalšou otázkou v porovnaní bolo tvrdenie, že zjednodušený model je schopný kompenzovať nedostatky programu Ansys. V Tabuľka *4* je možné pozorovať porovnanie dvoch prípadov a to sily v strede medzi pražcami a nad pražcom.

Parameter	Výpočet v Pythone	Výpočet v Ansys	Relatívna odchýlka [%]
Maximálny priehyb v strede koľajnice - Sila v strede	1,489 mm	1,524 mm	2,30 %
Pretvorenie v strede koľajnice – Sila v strede	0,000283	0,000336	15,77 %
Priehyb v strede koľajnici – Sila nad pražcom	1,313 mm	1,356 mm	3,17 %
Pretvorenie v strede koľajnice – Sila nad pražcom	0,00009	0,00012	25,00 %
Čas potrebný na výpočet	0,35 s	cca 7s	--

Tabuľka 4 Porovnanie výsledkov v jednotlivých modeloch

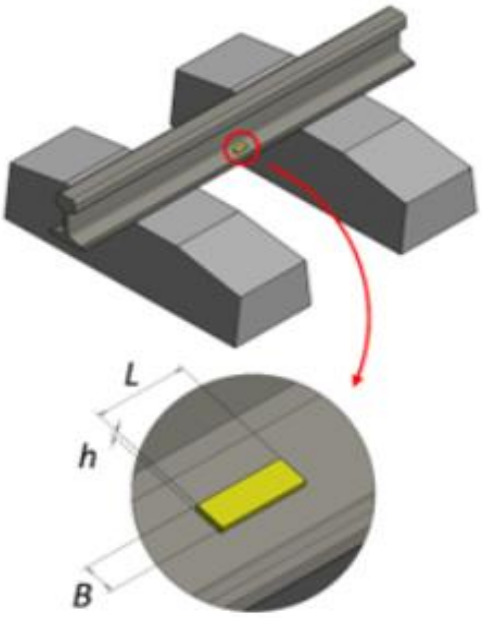
Z výsledkov v Tabuľka *4* vyplýva, že výpočtový model v Pythone poskytuje výsledky, ktoré sú takmer ekvivalentné so simuláciami vykonanými v prostredí Ansys. Relatívna výchylka priehybu v strede koľajnice kde je umiestnený senzor bola pri oboch konfiguráciach zhodná, sila medzi pražcami a sila nad pražcom do asi 3,2%. Dané výsledky značia, že výpočetný model v Pythone je možné považovať za vhodný model aplikovateľný v prípade posudzovania deformácie. Významnejšie rozdiely boli namerané pri výpočte pretvorenia. Tu odchýlky dosiahli 15-25%, čo však možno pripísať zjednodušeniam v Pythone (2D prút na rozdiel od Ansysu kde bol 3D prút). Napriek týmto skutočnostiam sú hodnoty plne postačujúce pre inžinierske porovnanie trendov deformácie v kritických oblastiach. Najväčším rozdielom bol čas výpočtu, zatiaľ čo na jednu simuláciu Ansys potreboval približne 7 sekúnd, model v Pythone vypočítal výsledky v priebehu 0,35s. Časový rozdiel predstavuje výraznú výhodu pri potrebe opakovaných výpočtov alebo potrebe zmene častých geometrických konfigurácií. Sumárne sa teda dá konštatovať, že napriek zjednodušeniu geometrie je model v Pythone vhodný pre rýchlu a predbežnú analýzu železničnej trate pod statickým bodovým zaťažením. V Graf 4 je možné vidieť graf vypočítaný v modeli v Pythone, ktorý zobrazuje deformáciu po strednici prútu.



Graf 4 Deformácia po celej dĺžke koľajnice.

4 Senzory použité v modeli

Pre účely experimentálneho merania pretvorenia pri prejazde rušňa bol použitý piezoelektrický snímač typu 2807-P2. Umiestnený bol umiestnený na miesto v strede koľajnice z hornej časti základne koľajnici, kde bolo na základe predchádzajúcej analýzy očakávané maximálne pretvorenie. V tomto bode senzor zabezpečuje najvýraznejšiu odozvu systému na zaťaženie spôsobené prejazdom rušňa, čo je kľúčový moment pre presné určenie hmotnosti prechádzajúceho rušňa. Na Obrázok 15 je znázornené detailné umiestnenie senzoru na koľajnici.



Obrázok 15 Detailné umiestnenie senzoru na koľajnici

4.1 Porovnanie piezo snímačov a tenzometrických snímačov

Pri výbere vhodného senzora na meranie pretvorenia koľajnice vo forme napätia boli uvažované piezo snímače a tenzometrické snímače. Oba typy majú svoje výhody a nevýhody, ktoré bolo nutné prehodnotiť a zanalyzovať v súvislosti s touto aplikáciou.

Piezo snímače využívajú piezoelektrického javu, pri ktorom deformácia snímača generuje elektrický náboj. Snímače sú schopné detekovať rýchle zmeny síl a vibrácií, čo

sú atribúty nutné pre spoľahlivé dynamické merania. Majú pomerne vysokú tuhosť a pomerne široký frekvenčný rozsah, čo zabezpečuje presné merania aj v náročnejších podmienkach. Nevýhodou je, že nie sú vhodné pre statické alebo kvázi statické merania, nakoľko ich vstupný signál má tendenciu sa časom vytrácať. [19.][20.]

Tenzometrické snímače, známe aj ako odporové tenzometre, merajú na základe zmeny elektrického odporu v dôsledku mechanického namáhania. Sú vhodné pre statické a dlhodobejšie merania. Poskytujú stabilný výstupný signál. Ich citlivosť na rýchlejšie zmeny zaťaženia je nižšia v porovnaní s piezo snímačmi. Často môžu byť ovplyvnené teplotnými zmenami, čo vyžaduje dodatočné kompenzovanie.[19.][20.]

Vlastnosť	**Piezo snímač**	**Tenzometrický snímač**
Meraný jav	Náboj generovaný deformáciou	Zmena elektrického odporu
Vhodnosť	Dynamické zaťaženia	Statické, kvázi statické zaťaženia
Stabilita signálu	Výstup sa časom stratí	Stabilný signál
Citlivosť na rýchle zmeny	Vysoká	Nižšia
Frekvenčný rozsah	Širší	Obmedzený
Odolnosť voči vibráciam	Vysoká	Pomerne dobrá
Citlivosť na teplotu	Nízka	Vyššia – vyžaduje kompenzáciu
Vhodnosť pre meranie zaťaženia v čase	Krátkodobé impulzy	Dlhodobejšie statické zaťaženia

Tabuľka 5 Porovnanie vlastností medzi piezo snímačom a tenzometrickým snímačom.

Vzhľadom na charakter meraní, kde je nutné zachytiť dynamické zaťaženie koľajnice pri prejazde rušňa, bol nakoniec zvolený piezoelektrický snímač typu 2807-P2 často používaný pri meraní deformácií na koľajnici. [21.] Ďalšími dôvodmi pre výber tohto typu boli dostupnosť na trhu, má dobrú schopnosť detekovať rýchle zmeny zaťaženia a vysokú citlivosť, kvôli čomu je vhodný pre toto meranie. Navyše piezoelektrický snímač nevyžaduje napájanie a umožňuje jednoduchú inštaláciu do systému pre spracovanie signálu v reálnom čase. Umiestnenie senzoru medzi pražcami zabezpečuje zachytenie maximálneho pretvorenia, čo je kľúčové pre presné určenie hmotnosti rušňa.

4.2 Výpočet elektrického napätia na pretvorenie zo signálu piezoelektrického snímača

Cieľom tejto podkapitoly je stručne odvodiť vzťah medzi elektrickým napätím generovaným mechanickým zaťažením a pretvorením. Za predpokladu lineárneho piezoelektrického správania použitých materiálov platia nasledujúce rovnice opisujúce väzbu medzi elektrickými a mechanickými veličinami podľa [21.].

Na začiatku sa vychádza z normy publikovanej A.Meitzlerom v roku 1988, ktorá stanovuje základné vzťahy medzi elektrickými a mechanickými veličinami [22.].

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} \tag{4.1}$$

$$\begin{Bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \check{n}_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \check{n}_{22}^T & 0 \\ 0 & 0 & \check{n}_{33}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} \tag{4.2}$$

Pre účely aplikácie na koľajnicu je možné uvažovať iba jednoosý stav napätia, kedy sa rovnice zjednodušia na (*4.3*) a (*4.4*)

$$\varepsilon_x = s_{11}^E \sigma_x + d_{31} E_z \tag{4.3}$$

$$D_z = d_{31}\sigma_x + \check{n}_{33}^T E_z \tag{4.4}$$

Z rovnice (*4.3*)sa vyjadrí napätie σ_x a dosadí do rovnice (*4.4*), čím vznikne výraz pre hustotu elektrického toku D_z ako funkcia pretvorenia ε_x

$$D_z = e_{31}\varepsilon_x + \check{n}_{33}^T E_z \tag{4.5}$$

Kde $e_{31} = Yd_{31}$ je piezoelektrický modul a Y je Youngov modul pružnosti. Po integrácii hustoty elektrického toku cez elektródy s rozmermi $L\,x\,B$ a po dosadení $E_z = -\frac{U}{h}$ (napätie na hrúbke senzora), sa obdrží výraz pre elektrický náboj Q

$$Q = e_{31}\varepsilon_x LB + C_p U \tag{4.6}$$

Vzťah popisuje závislosť medzi deformáciou a výstupným elektrickým signálom piezo snímača. C_p je kapacita senzoru. Zderivovaním rovnice (*4.6*) podľa času vznikne vzťah.

$$\frac{dQ}{dt} = e_{31}\varepsilon_x LB\frac{d\varepsilon_x}{dt} + C_p\frac{dU}{dt} \tag{4.7}$$

Ak je do obvodu pripojený zaťažovací odpor R_l a dosadením do (*4.7*) vznikne vzťah medzi rýchlosťou zmeny pretvorenia a napätím.

$$\frac{d\varepsilon_x}{dt} = \frac{1}{e_{31}LB}\left(\frac{U}{R_l} + C_p\frac{dU}{dt}\right) \tag{4.8}$$

Záverečnou integráciou rovnice (*4.8*)v čase vznikne konečný vzťah na výpočet pretvorenia z elektrického napätia

$$\varepsilon_x(t) = \frac{1}{e_{31}LB}\left(\frac{1}{R_l}\int_0^t U(t)dt + C_p U(t)\right) \tag{4.9}$$

Tento vzťah tvorí základ pre výpočet pretvorenia v mieste, kde je inštalovaný piezoelektrický snímač typu M-2807-P2.

Na základe vyššie uvedených rovníc bol vytvorený algoritmus, ktorý umožňuje výpočet pretvorenia z meraného elektrického napätia. Pretvorenie je následne využité na

výpočet zaťažovacej sily pôsobiacej na koľajnicu, čo umožňuje spätnú analýzu mechanického namáhania na základe výstupu z piezoelektrického senzora. Tento výpočtový postup bol implementovaný v prostredí MATLAB a tvorí základ spracovania experimentálnych údajov v nasledujúcej kapitole. Týmto bol zároveň splnený bod č.3 zadania diplomovej práce: Návrh meracieho modulu a algoritmu spracovania meraných dát pre analýzu zaťaženia koľajnice v pevnej jazdnej dráhe.

5 Laboratórne testovanie

Na základe predchádzajúcich analýz bol navrhnutý testovací experiment, ktorý mal za cieľ overiť jednak správnosť samotného testovania, overenie vzťahu z numerických výpočtov, overenie praktickej použiteľnosti piezosnímača a vytvorenie referenčných dát pre ďalšie spracovanie, pri zaťažení koľajnice prechádzajúceho vlaku. Laboratórne testovanie bolo realizované pomocou skúšobného stroja typu STEP LAB model EA05, ktorý je primárne určený na testovanie skúšobných vzorkov v ohybe, ťahu a tlaku. Pre túto úlohu bol nakonfigurovaný na trojbodový ohyb, čím bolo možné simulovať prejazd vlaku a meriať pretvorenie. Pri návrhu experimentu bolo nutné zohľadniť technické limity tohto stroja predovšetkým:

- Maximalná sila, ktorú je schopný vyvinúť bez poškodenia vzorku alebo vlastného mechanizmu,
- Obmedzený rozsah deformácie a s tým spojený minimálny krok zaťažovacieho piestu (min. 0,1mm), ktorý by spôsobil väčšie pretvorenie ako by bolo potrebné,
- Maximálna rozteč podpier

Technické obmedzenia bránili otestovať reálny profil skúšobnej koľajnice UIC60 na tomto stroji. Z týchto dôvodov limitov stroja bolo nevyhnutné vytvoriť pružný medzičlen – pružnú spojku medzi skúšobným vzorkom a testovacím strojom, ktorá umožnila zväčšiť rozsah testovacieho stroja a získať požadované pretvorenie. Dôraz sa kládol predovšetkým na jednoduchosť, opakovateľnosť a možnosti nastavenia rôzne presnej definovanej tuhosti. Týmto sa dosiahlo pomerne jemné snímanie pretvorenia.

5.1 Konštrukcia pružného medzičlena

Ako už bolo uvedené v predchádzajúcich kapitolách, pre potreby laboratórneho testovania bolo nutné vytvoriť pružný medzičlen, ktorý sprostredkuje zaťažovanie skúšobnej vzorky cez tento člen. Pružný medzičlen zabezpečuje kompatibilitu so skúšobným strojom STEP LAB EA05 a zároveň nijako nebráni montáži piezoelektrického senzora do vhodnej oblasti.

Celý pružný medzičlen sa skladá celkovo zo štyroch základných častí. Každá jedna časť bola navrhnutá tak, aby ich bolo pomerne jednoducho vyrobiť a bolo možné

modifikovať v prípade potreby. Takisto aby sa to dalo opakovane použiť. Pri návrhu medzičlena sa vychádzalo z konštrukčného uchytenia na testovacom stroji. Významným obmedzením boli pevne dané rozmery závitového spoja, ktorý slúži na upevnenie testovacích hlavíc. Na základe toho bol zvolený rovnaký typ závitu (M38 x 1,5), aký sa nachádza na testovacej zostave a to:

- Vnútorný závit pružného medzičlena, ktorý je súčasťou vonkajšieho púzdra,
- Vonkajší závit, ktorý sa nachádza na pohyblivej časti pružného medzičlena, na ktorom sa zároveň nachádzajú tanierové pružiny

Týmto sa dokázala zabezpečiť kompatibilita medzičlena so strojom, jednoduchá výmena súčiastok a zároveň stabilné a pevné uchytenie všetkých komponentov v priebehu testovania. Na Obrázok 16 je možné vidieť spôsob uchytenia na testovací stroj a uchytenie testovacích hlavíc.

Obrázok 16 Pohľad na pružný medzičlen. Na ľavej strane je možné vidno šróbový spoj(vnútorný závit – vrchná časť medzičlena) k pripojeniu na testovací stroj. Napravej strane je možné vidno šróbový spoj (vonkajší závit – spodná časť medzičlena) na uchytenie testovacích hlavíc.

Prvý dôležitý komponent predstavuje hriadeľ. Hriadeľ predstavuje nosný prvok medzičlena. Na jednom konci je opatrený vonkajším metrickým závitom, ktorý slúži na spojenie s hornou testovacím časťou skúšobného stroja. Hriadeľ má po celej dĺžke konštantný priemer, výnimku tvorí stredová časť, kde sa nachádza vodiace osadenie,

ktoré slúži ako oporná plocha pre tanierové pružiny. Toto osadenie zároveň bráni axiálnemu pohybu pružín pri zaťažení. Materiálom je legovaná oceľ, zabezpečujúca dostatočnú pevnosť a odolnosť voči únave. Na Obrázok 17 je možné vidieť túto hriadeľ.

Obrázok 17 Nosná hriadeľ pružného medzičlena

Druhým veľmi dôležitým komponentov sú samotné pružiny. Boli zvolené takzvné tanierové pružiny, ktoré predstavujú efektívne a jednoduché riešenie v prípadoch, kde je potrebné zabezpečiť veľkú silu v obmedzenom priestore. Hlavné dôvody ich použita boli:

- Vysoká zaťažiteľnosť – tanierové pružiny sú schopné prenášať veľmi vysoké axiálne sily pri malých deformáciach, čo ich robí ideálnymi pre aplikácie s vysokým zaťažením a nízkym zdvihom ako v prípade zaťaženia koľajnice.
- Kompaktné rozmery – v porovnaní s valcovými pružinami dosahujú rovnaký alebo vyšší pružný účinok pri výrazne menších rozmeroch, čo umožnilo zachovať kompaktný návrh celej zostavy.
- Možnosť modifikácie tuhosti – pružiny je možné skladaním do série alebo paralelne prípadne ich kombináciou konfigurovať na rôznu presne danú výslednú tuhosť.
- Opakovateľná a lineárna charakteristika – v definovanom rozsahu deformácie sa tanierové pružiny vyznačujú stabilnou a dobre predvídateľnou silovo-deformačnou charakteristikou, čo je zásadné pre presnosť merania s piezoelektrickým snímačom.

Celkovo tanierové pružiny predstavovali optimálnu voľbu, ktorá umožnila navrhnúť spoľahlivý, kompaktný a kalibrovateľný medzičlen vhodný pre mechanické testovanie v laboratórnych podmienkach. Na Obrázok 18 je možné vidieť tieto tanierové

pružiny. V zostave bolo inštalovaných celkovo 8 ks týchto pružín, ktoré boli vyskladané v kombinácií sériového a paralelného usporiadania tak, aby sa dosiahla požadovaná tuhosť a rozsah deformácie. Rozmery a smerodajné parametre boli – vonkajší priemer 35,5 mm; vnútorný priemer 18,3mm; hrúbka 2 mm; Maximálná odporúčaná deformácia výrobcom pri 75% je 0,6mm. Takisto boli zostavené tak, aby nedochádzalo k ich preťaženiu.

Obrázok 18 Tanierové pružiny použité v medzičlene

Treťou časťou bola pritláčacia matica s vonkajším závitom a zárezom pre vidlicový kľúč. Táto súčasť slúži na axiálne predopnutie zostavy tanierových pružín a tvorí zároveň montážny aj funkčný prvok medzičlena. Matica je opatrená vonkajším metrickým závitom M38 x 1,5, ktorý je plne kompatibilný s vnútorným závitom valcového puzdra. Vďaka tomuto závitovému spojeniu je možné presne nastaviť požadované stlačenie pružín podľa zaťaženia a citlivosti snímacieho systému. Pritlačením matice smerom do puzdra dochádza k:

- Predopnutiu pružín, čím sa vytvorí pružný kontakt a napnutie zostavy ešte pred samotným zaťažením,

- Zabezpečeniu polohy všetkých komponentov počas dynamického testovania
- K možnosti opakovanej kalibrácie bez nutnosti rozobratia zostavy.

Konštrukcia ďalej obsahuje zárez v časti kde sa už nenachádza závit pre použitie vidlicového kľuča. Na Obrázok 19 je možné vidieť túto pritláčaciu maticu.

Obrázok 19 Pritláčacia matica

Posledná štvrtá časť je valcové puzdro so závitom a výrezom. Telo pružného medzičlena tvorí valcové puzdro z konštrukčnej ocele triedy 11 523, ktoré plní funkciu nosnej a montážnej súčasti celej zostavy. Je navrhnuté ako presne opracovaný valec, do ktorého sa vkladajú a upevňujú všetky ostatné komponenty. Vnútorná geometria puzdra je rozdelená na dve funkčné časti:

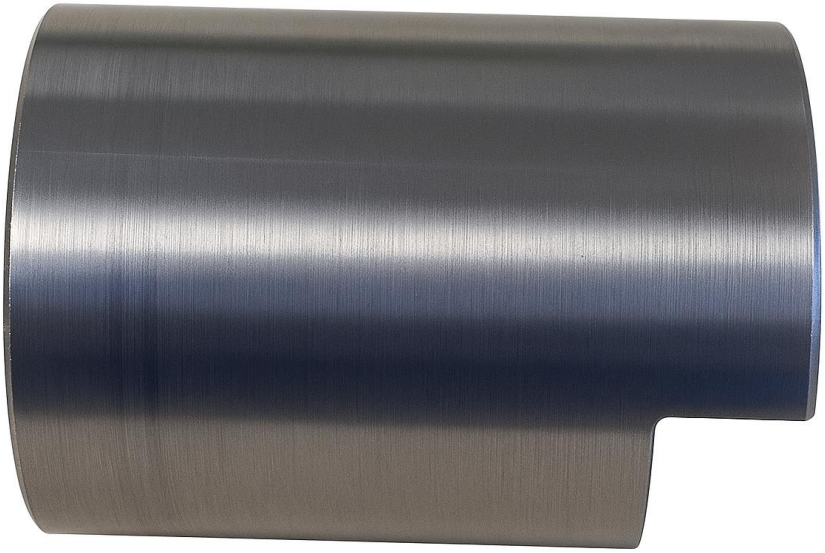
- Závitová časť – približne do polovice dĺžky puzdra je vyhotovený vnútorný metrický závit M38 x 1,5, ktorý je plne kompatibilný s prítláčacou maticou. Tento závit zabezpečuje pevné axiálne predopnutie pružinovej zostavy a umožňuje nastavenie jej tuhosti.

- Vodiaca časť – druhá polovica puzdra je oprcovaná ako hladký otvor s menším priemerom, ktorý slúži ako vodiace uloženie pre nosnú hriadeľ medzičlena. Táto časť zabezpečuje presné centrovanie hriadeľa a jeho axiálne vedenie bez nežiaduúcej vôle.

Na vonkajšom povrchu puzdra je z jednej strany vyfrézovaný zárez pre vidlicový kľúč, ktorý uľahčuje:

- Montáž a demontáž puzdra do testovacieho stroja,
- Presné a bezpečné dotiahnutie závitového spoja počas nastavovania predpätia.

Okrem toho má puzdro v spodnej časti výrez, ktorý môže slúžiť ako mechanický záchytný bod pre aretáciu puzdra počas skúšania. Celkový návrh puzdra zohľadňuje požiadavky na pevnosť, presnosť opracovania a možnosť rýchlej výmeny či údržby medzičlena. Oceľ 11 523 bola zvolená kvôli svojej dobrej obrobiteľnosti, dostatočnej pevnosti a dostupnosti.



Obrázok 20 Puzdro pružného medzičlena pohľad zboku

Obrázok 21 Puzdro pružného medzičlena - pohľad zvrchu

Obrázok 22 zobrazuje kompletný pružný medzičlen v zmontovanom stave. Zhora dole sú viditeľné jednotlivé komponenty:

- Pritláčacia matica so závitom a montážnym výrezom
- Nosná hriadeľ, na ktorej sú navlečené tanierové pružiny
- Sada tanierových pružín
- Valcové puzdro s hladkým povrchom a vyfrézovaným zárezom.

Zostava je v tejto konfigurácií pripravená na montáž do testovacieho stroja a následné laboratórne meranie. Všetky komponenty sú vyrobené z ocele, opracované s vysokou presnosťou a navrhnuté na spoľahlivosť opakovateľnosť testovania.

Obrázok 22 Montážna schema pružného medzičlena

5.2 Testovacia vzorka koľajnice UIC60

Pri navrhovaní vhodnej skúšobnej vzorky bolo cieľom zabezpečiť, aby sa mechanická odozva pri zaťažení čo najvernejšie simulovala správanie reálnej koľajnice v reálnych podmienkach. Z tohto dôvodu bol návrh skúšobnej vzorky založený na úmernej veľkosti kvadratického momentu medzi reálnou koľajnicou a skúšobnou vzorkou, pri aplikácií sily ktorú testovací stroj vedel vyvinúť. Vzhľadom na obmedzený rozsah laboratórnych podmienok (stroj nedokáže vyvinúť silu rovnajúcej sa váhe lokomotívy a veľkosti vzorku, ktorý sa mohol dať do priestoru na testovanie) a potreby testovania na trojbodový ohyb. Bolo nutné zjednodušiť geometriu a navrhnúť kompaktnú vzorku s jednoducho vyrobiteľným profilom. V rámci vývoja sa skúmalo niekoľko variantov prierezových profilov – rôzne hrúbky a šírky – pričom sa sledovala veľkosť priehybu, ale aj praktická možnosť montáže piezoelektrického senzora.

Ako najvhodnejšia sa ukázala vzorka s prierezovými rozmermi 60 x 6 mm, ktorá pri aplikácií zaťaženia vykazovala porovnateľné deformácie so simulovaným správaním reálnej koľajnici. Tento tvar zároveň umožňoval dostatočný priestor na inštaláciu senzora a zároveň bol vhodný na výrobu z dostupných materiálov. V Tabuľka *6* je možné vidieť porovnanie pásoviny s rozmermi 60 x 6 mm a normovanej koľajnice UIC 60.

---	Profil koľajnice UIC 60	Pásovina 60 x 6 mm
Výška profilu	172	6
Šírka profilu	72	60
Plocha prierezu	7680298 [mm^2]	360 [mm^2]
Kvadratický moment	28 071 298 [mm^4]	1080 [mm^4]
Modul prierezu	35 500 [mm^3]	360 [mm^3]
Materiál	Valcovaná uhlíková oceľ (R350 HT)	Konštrukčná oceľ
Účel použitia	Železničné trate	Laboratórny experiment

Tabuľka 6 Porovnanie základných parametrov medzi skutočnou koľajnicou UIC 60 a jej ekvivalentom v laboratórnch podmienkach

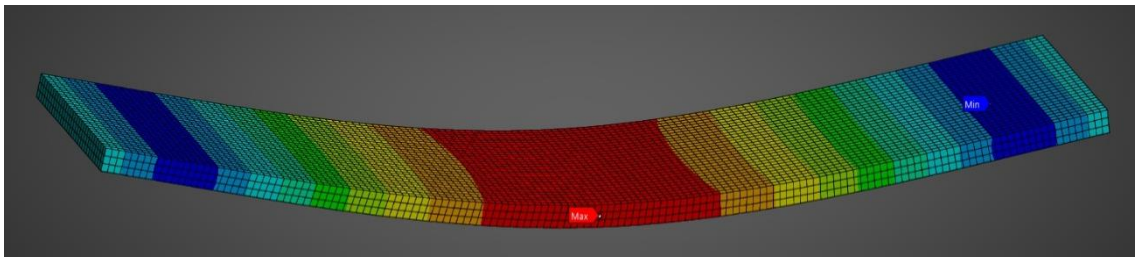
Ako už bolo spomenuté tak sa skúšalo niekoľko variantov rozmerov pásoviny. Kritérium výberu bola najmä deformácia a následne pretvorenie, keďže piezo snímač je citlivý práve na deformáciu. Jednotlivé varianty sa líšia rozmermi a teda aj rôznou deformáciou

a pretvorením pri aplikácií rovnakej sily. V Tabuľka 7 je možné vidno zhrnutie jednotlivých profilov. Riadok s pásovinou 60 x 6 mm najlepšie spĺňa veľkosť deformácie na základe predchádzajúcej analýzy v programe Ansys. Pretvorenie je síce o niečo horšie, ale postačujúce pre ďalšie spracovanie.

---	Deformácia [mm]	Pretvorenie [mm/mm]
Pásovina 30 x 6	2,81	0,00140
Pásovina 40 x 6	2,12	0,00090
Pásovina 50 x 6	1,71	0,00068
Pásovina 60 x 6	1,52	0,00048
Pásovina 70 x 6	1,39	0,00038
Pásovina 80 x 6	1,30	0,00029
Pásovina 60 x 5	2,01	0,00065
Pásovina 60 x 7	0,87	0,00027

Tabuľka 7 Porovnanie niekoľkých variantov pásoviny s označením toho vybraného.

Pre jednotlivé varianty bola vytvorená simulácia v programe Ansys 2024R2 a to pomocou statickej analýzy trojbodového ohybu. Každý model mal rovnaký typ zaťaženia a podmienky uchytenia, pričom sa sledovala deformácia vo zvislom smere. Ako ilustruje obrázok č. xx pre variant pásoviny 60 x 6 mm bola dosiahnutá deformácia približne 1,52 mm, čo predstavuje dobre merateľnú hodnotu pre piezoelektrický senzor nalepený zo spodnej časti v strede skúšobnej vzorky. Analýza potvrdila že maximálny priehyb sa nachádza v strede medzi podperami a že deformácia je symetrická.



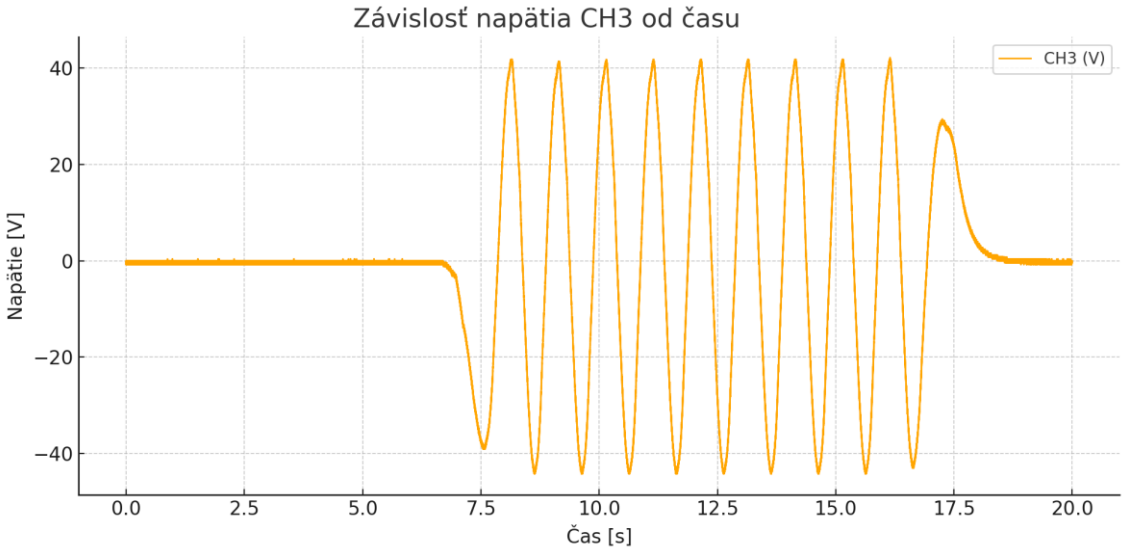
Obrázok 23 Model skúšobného vzorku v Ansys pásoviny 60 x 6 mm

5.3 Laboratórne testovanie a výsledky

Cieľom laboratórneho testovania bolo overiť funkčnosť navrhnutého medzičlena a získať experimentálna dáta o deformácií skúšobnej vzroky pri známych zaťaženiach a priehybov. V testovacom stroji sa predpisoval priehyb. Tieto dáta slúžili na:

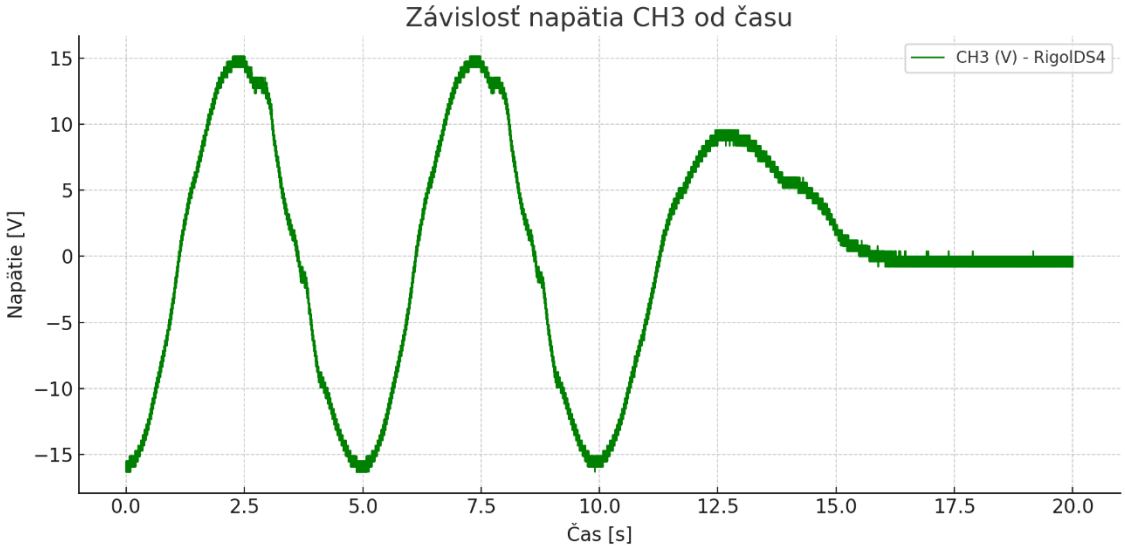
- Porovnanie so simuláciou priehybu v Ansyse
- Posúdenie použiteľnosti piezoelektrického systému pri reálnom meraní hmotnosti železničného vozidla
- Overenie navrhnutého matematického vzťahu.

Namerané dáta sa spracovali podľa rovnice (*4.9*) v softvéri Matlab, kde bol výpočet implementovaný. Piezosnímač meral napätie, ktoré sa prepočítalo na pretvorenie a nasledoval výpočet velkosti sily. Táto sila sa porovnala s reálnou silou, ktorú meral zabudovaný silomer v testovacom stroje. Jednotlivé grafy sa týkajú nastavenia experimentu tak, že priehyb bol nastavený strojom na 2mm a následne sa klesalo až k hodnote 0,5 mm. Frekvencia zaťažovania bola 1 Hz a počet cyklov bolo 10.



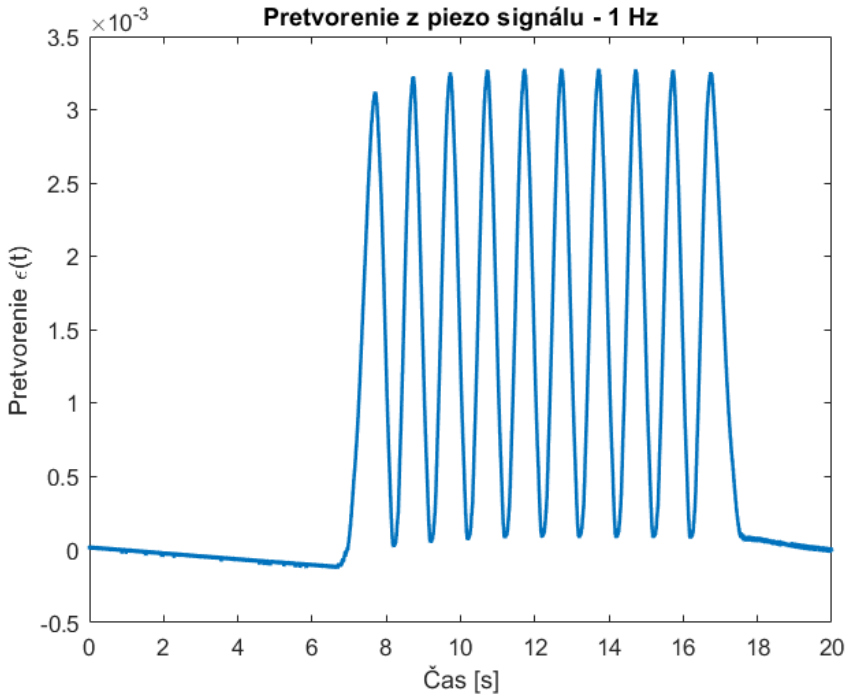
Graf 5 Priebeh napätia v čase z piezo snímača. Frekvencia 1 Hz

Z grafu je možné vidno priebeh napätia z pred začiatku testu, následne počas testovania a záver testu. Veľkosť napätia je približne 40 V.



Graf 6 Závislosť napätia od času pri prejazde vlaku pomalou rýchlosťou. Frekvencia 0,4 Hz

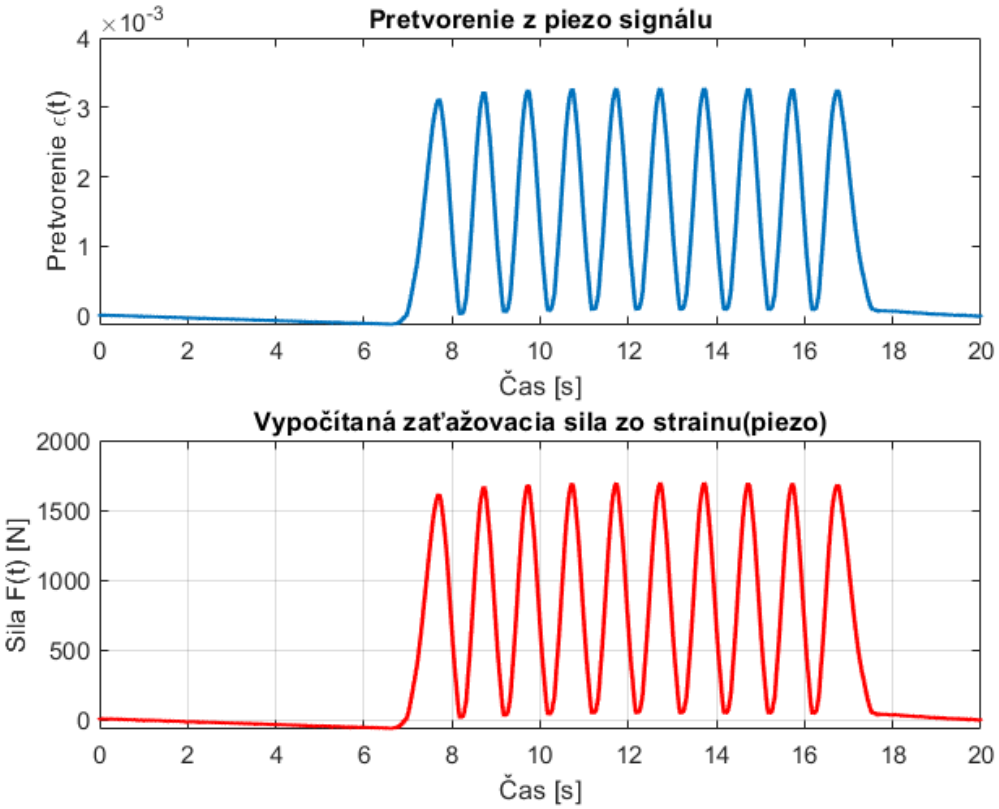
V druhom prípade sa jedná o taký istý experiment, ale s jednou zmenou. Zmena spočíva v inej hodnote frekvencie zaťažovania, konkrétne ide o hodnotu 0,4 Hz. Je možné pozorovať, že pri tom istom zaťažení ale inej hodnoty frekvencie je veľkosť napätia rôzny. Z čoho vyplýva rozdielna dynamika testovania.



Graf 7 Priebeh pretvorenia spočítaného z napätia na snímači

Signál získaný z piezoelektrického senzora predstavuje časovo závislé elektrické napätie U (t), ktoré vzniká ako odozva na mechanické napätie v mieste inštalácie snímača *Graf 5* a Graf *6*. Tento signál bol najskôr graficky zobrazený, aby bolo možné vizuálne overiť kvalitu záznamu, prítomnosť šumu a reakciu systému na zaťaženie. Pre ďalšie spracovanie bolo nutné previesť tieto dáta do fyzikálnej veličiny zodpovedajúcej mechanickému pretvoreniu vzorky, teda do hodnoty pretvorenia. Na ten účel bol použitý vzťah (*4.9*). Týmto spôsobom bolo možné z pôvodného signálu odvodiť časový priebeh pretvorenia, ktorý priamo súvisí s mechanickým namáhaním vzorky. Výsledky pretvorenia boli následne použité na spätný výpočet deformácie a veľkosti sily zaťaženia z testovacieho stroja aj s výsledkami numerickej simulácie. Toto zobrazuje Graf 8.

Na základe spracovaného signálu z piezoelektrického senzora a výpočtu pretvorenia bolo možné pokračovať v analýze určovaním veľkosti zaťažovacej sily, ktorá spôsobila túto deformáciu. Pretvorenie predstavuje bezrozmernú veličinu pomernej zmeny dĺžky a je priamo úmerná napätiu v materiáli. Priebeh sily je možné vidieť Graf 8



Graf 8 Priebeh pretvorenia(prvý graf), veľkosť sily spočítanej z napätia na senzore(spodný graf)

Takisto z nameraných dát respektíve zo zadanej frekvencie sa dá určiť rýchlosť prechádzajúceho vlaku. Na výpočet rýchlosti vlaku zo známej frekvencie a tým simulovať pomalé prejazdy vlakov bol použitý predpoklad, že priemer kolesa je 920 mm, čo zodpovedá bežnej hodnote pre osobné železničné vozne. Rýchlosť v bola vypočítaná zo vzťahu

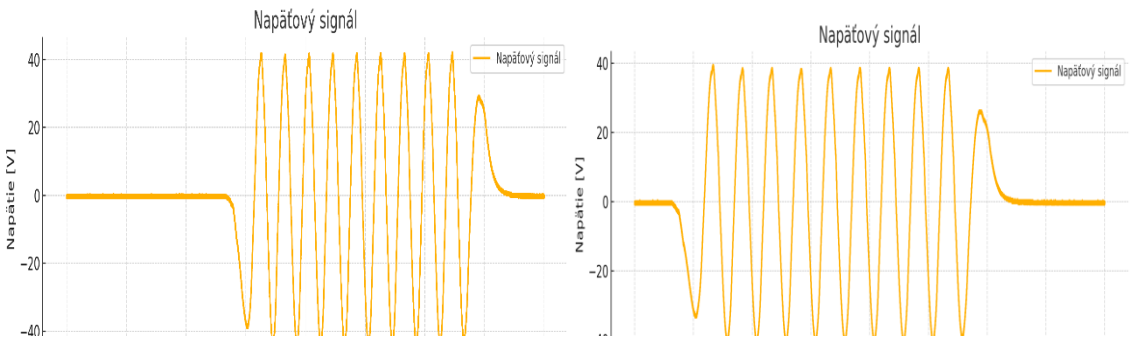
$$v = f\,\pi\,D \tag{5.1}$$

Kde f je frekvencia v Hz a D je priemer kolesa v metroch. Výsledné hodnoty rýchlosti pre vybrané frekvencie sú uvedené v Tabuľka *8*.

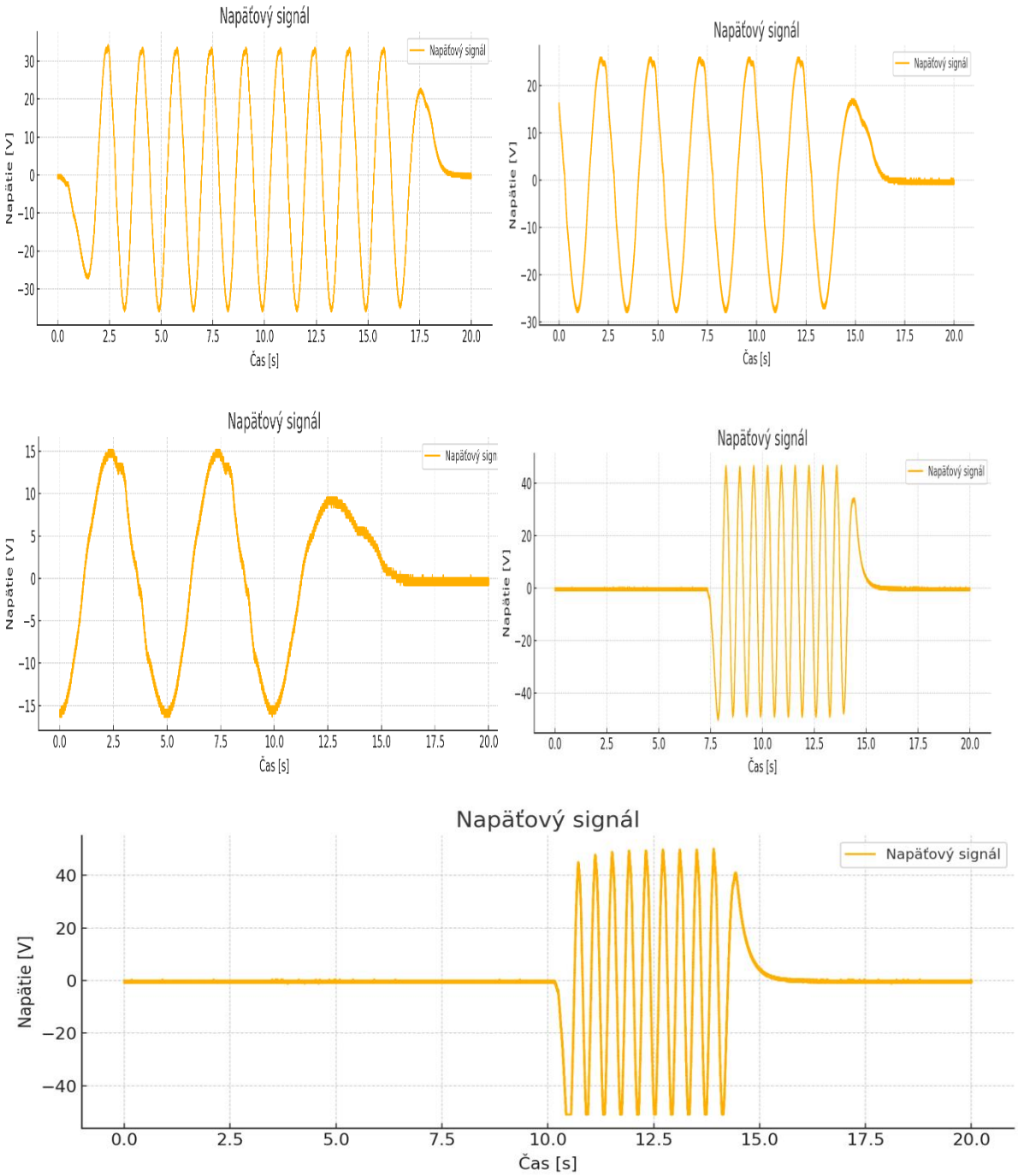
Frekvencia [Hz]	Rýchlosť [m/s]	Rýchlosť [km/h]
0,2	0,578	2,08
0,4	1,157	4,17
0,6	1,735	6,25
0,8	2,314	8,33
1,0	2,892	10,41
1,5	4,338	15,62
2,0	5,785	20,83

Tabuľka 8 Prepočet frekvencie na rýchlosť vlaku v m/s a km/h

Každej z týchto rýchlostí zodpovedá charakteristický napäťový signál, ktorý je možné pozorovať v príslušných Graf 9 a Graf 10. Tieto signály boli zaznamenané počas simulovaných prejazdov a ich tvar, frekvencia a amplitúda odrážajú dynamiku pohybu vozidla pri rôznych rýchlostiach. Analýzou týchto napäťových priebehov je možné spätne odhadnúť rýchlosť vlaku, čo umožňuje realizovať nepriamu diagnostiku pohybu prostredníctvom senzorického systému.

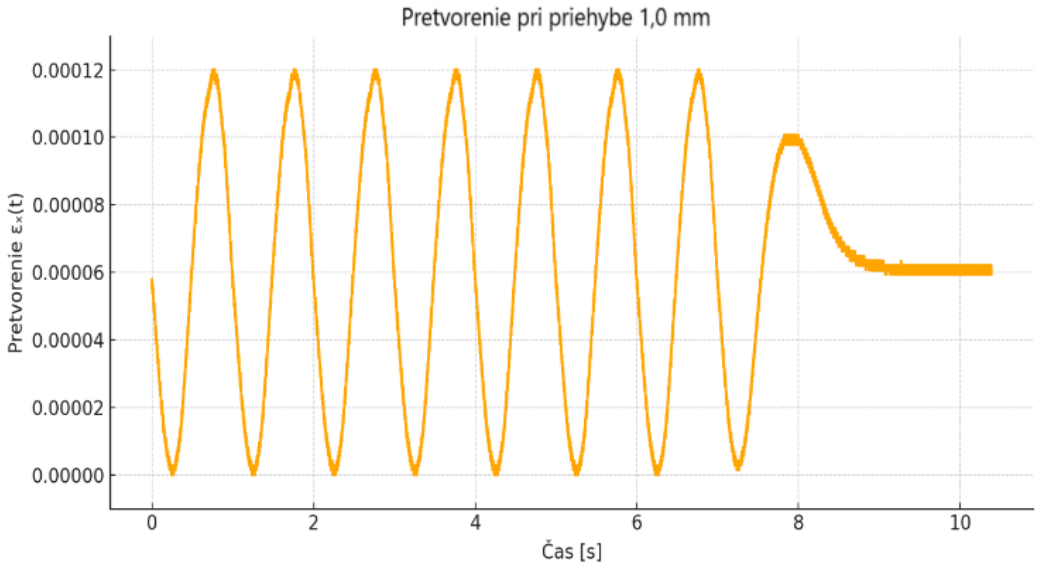


Graf 9 Priebeh napätia z piezoelektrického snímača. Naľavo je frekvencia 1 Hz, napravo je frekvencia 0,8 Hz

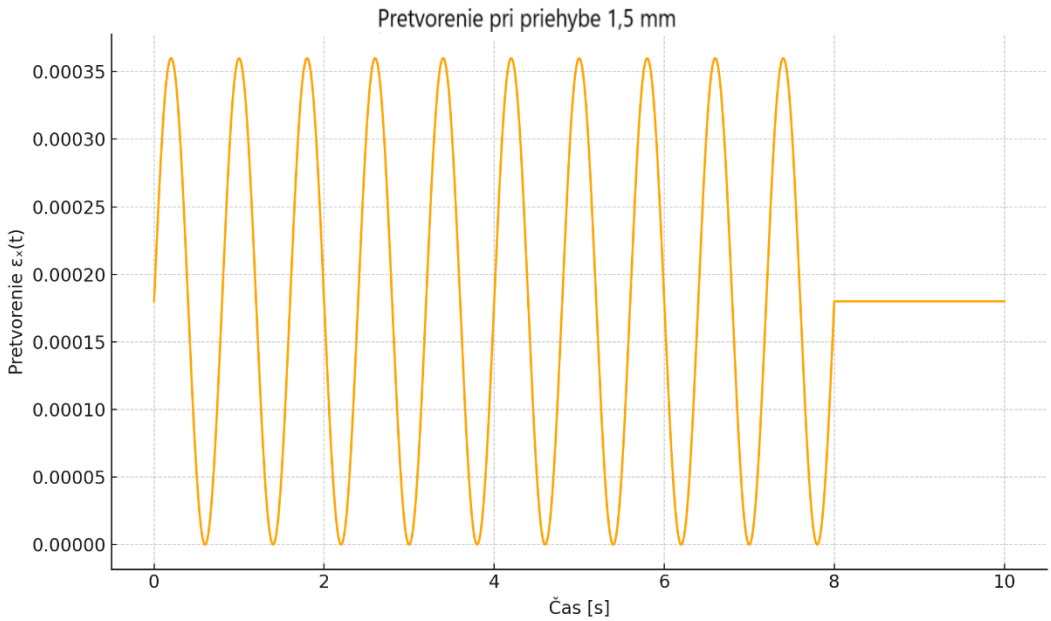


Graf 10 Pribeh napätí z piezoelektrického snímača. Prvý graf pre frekvenciu 0,6 Hz. Druhý graf pre frekvenciu 0,4 Hz. Tretí graf(v druhom riadku naľavo) pre frekvenciu 0,2 Hz. Štvrtý graf pre frekvenciu 1,5 Hz. Piaty úplne dole je pre frekvenciu 2 Hz

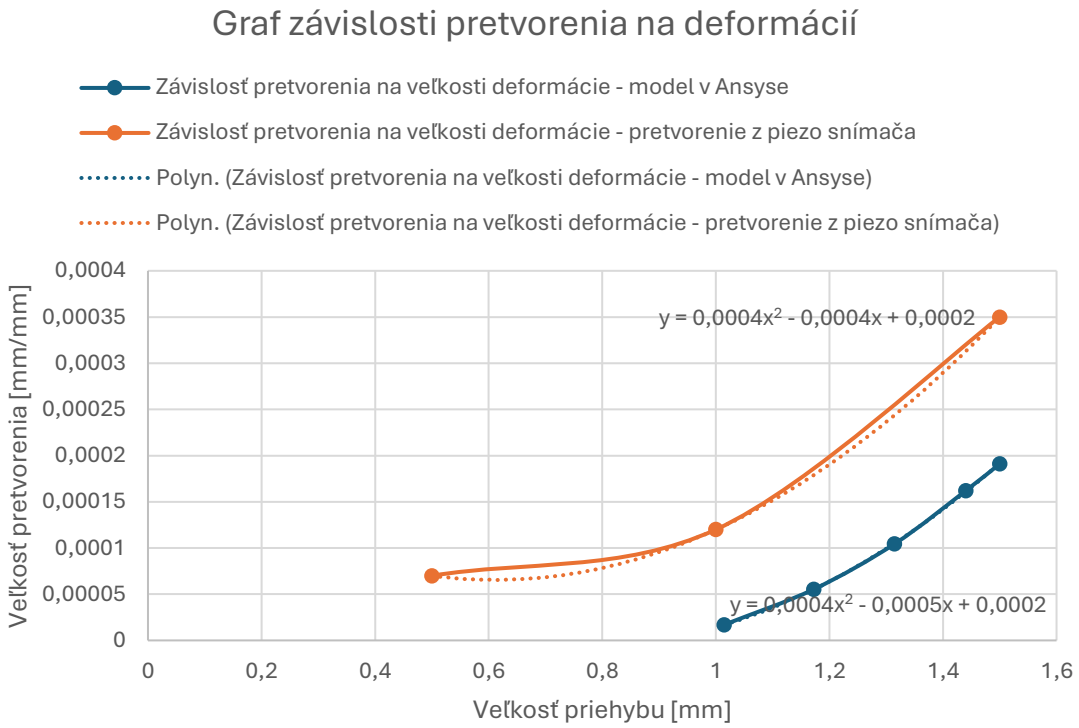
Ďalej sa vykonal experiment kedy bola nastavená deformácia 1,5 mm, 1 mm a 0,5 mm. Frekvencia ostáva na veľkosti 1 Hz. Dáta boli znovu prepočítané na pretvorenie podľa vzťahu (4.9). Graf 11 a Graf 12 ilustrujú veľkosť pretvorenia podľa nameraných dát.



Graf 12 Pretvorenie pri priehybe 1,0 mm

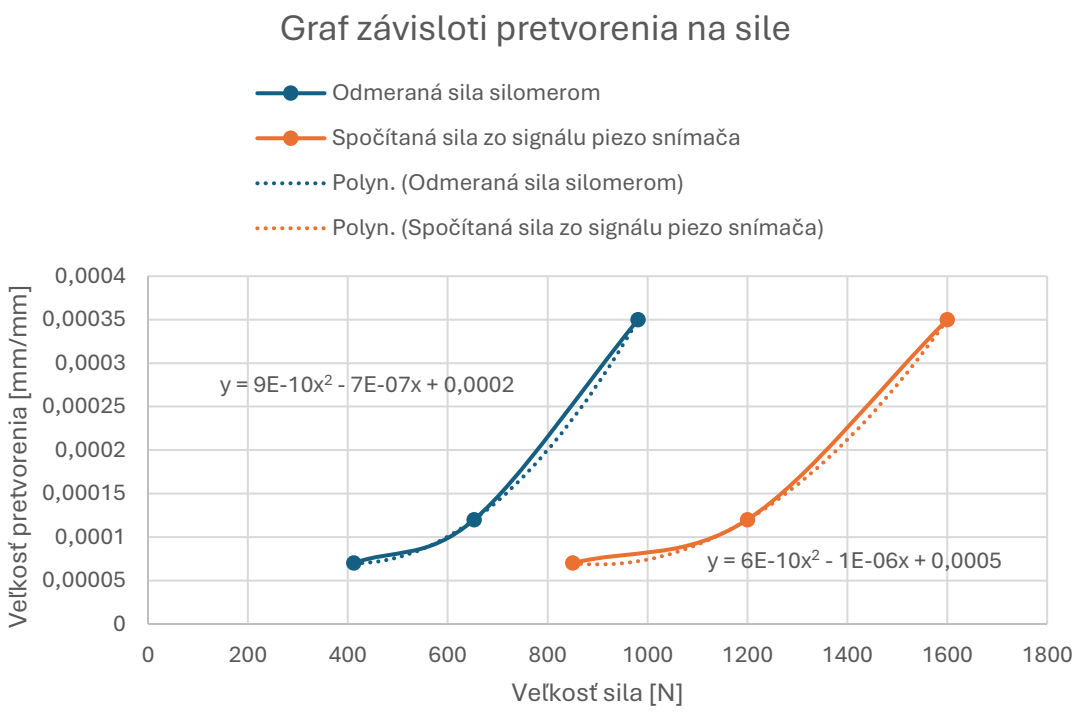


Graf 11 Priebeh pretvorenia pri priehybe 1,5mm



Graf 13 Graf závislosti pretvorenia na deformácií. Porovnanie nameraných a odsimulovaných hodnôt

Pri porovnaní výsledkov z laboratórneho merania a numerických výpočtov (Ansys, Python) sa ukázalo, že hodnota pretvorenia získaná zo signálu piezoelektrického senzora bola približne dvojnásobná v porovnaní s očakávanými hodnotami zo simulácií. Tento rozdiel je výrazný a poukazuje na systematickú odchýlku v meraní alebo spracovaní signálu. Na ilustráciu bol vytvorený porovnávací graf, ktorý obsahuje závislosť pretvorenia od zaťaženia spočítaný zo signálu piezo snímača a odmeraný silomerom zabudovaným v skúšobnom stroji.



Graf 14 Graf závislosti pretvorenia na velkosti sily. Porovnanie medzi nameranými a simulovanými hodnotami

5.4 Zhodnotenie výsledkov, možnosti zlepšenia

V rámci experimentálneho overovania bol zistený výrazný nesúlad medzi očakávanými a nameranými hodnotami pretvorenia. Hodnoty získané z piezoelektrického senzora boli približne dvojnásobné oproti výsledkom z numerickej simulácie v prostredí Ansys a analytického výpočtu pretvorenia pri ohybe. Tento rozdiel poukazuje na možné systematické odchýlky v meracom reťazci alebo v samotnej interpretácii signálu.

Možné zdroje nezrovnalosti:

- **Chýbajúca kalibrácia piezoelektrického senzora:** Senzor bol použitý bez individuálneho doladenia výstupného signálu voči referenčným silám. To mohlo spôsobiť posun alebo nadhodnotenie pretvorenia.
- **Zjednodušené spracovanie signálu:** Výpočet pretvorenia bol realizovaný podľa lineárneho vzťahu (*4.9*), ktorý neuvažuje nelineárne správanie senzora pri väčších deformáciách ani dynamické efekty.

- **Nastavenie výpočtových parametrov:** Hodnoty ako piezoelektrický modul, plocha senzora či jeho kapacita boli prevzaté z katalógových údajov, ktoré sa nemusia presne zhodovať s reálnou inštaláciou.
- **Mechanické vplyvy:** Pri montáži mohlo dôjsť k predopnutiu senzora alebo k lokálnemu napätiu v mieste uchytenia, čo ovplyvnilo výstupný signál.
- **Drift a offset signálu:** Výstup zo senzora môže obsahovať zložku, ktorá sa časom mení (tzv. drift) alebo konštantný posun (offset), ktorý nebol kompenzovaný.

Limitácie riešenia:

Piezoelektrické snímače sú citlivé na dynamiku zaťaženia, ale nevhodné pre dlhodobé statické merania bez špeciálnej elektroniky. Výpočtový model v Pythone je 2D a nezohľadňuje torzné ani priečne efekty ako 3D model v Ansyse. Merací modul pozostával len z jedného senzora, čím je obmedzená priestorová presnosť merania. Simulácie neobsahovali žiadne vplyvy materiálovej nelinearity alebo tlmenia.

Potenciál ďalšieho vývoja:

Rozšírenie systému o viacero senzorov umožní detailnejšiu analýzu rozloženia zaťaženia. Zavedenie referenčných kalibračných testov s presne známym zaťažením. Vylepšenie algoritmu o kompenzáciu offsetu a nelinearity výstupného signálu. Použitie kombinácie piezoelektrických a tenzometrických senzorov pre zvýšenie presnosti. Táto diplomová práca preto predstavuje prvotný návrh funkčného meracieho systému, ktorý môže byť ďalej rozvíjaný smerom k vyššej presnosti a robustnosti v reálnych podmienkach železničnej infraštruktúry.

6 Záver

Táto diplomová práca sa zameriavala na návrh a implementáciu monitorovacieho modulu na analýzu zaťaženia pevnej jazdnej dráhy pomocou piezoelektrického senzora. Práca kombinovala numerickú simuláciu v prostredí Ansys a Python s laboratórnym testovaním na vytvorenom mechanickom modeli.

V rámci simulácií sa podarilo vytvoriť zjednodušený, ale výpočtovo efektívny model železničnej koľajnice na diskrétnom pružinovom podloží. Výsledky z tohto modelu vykazovali veľmi dobrú zhodu s 3D modelom z Ansysu, pričom rozdiely v deformáciách nepresiahli 3,2 %. To potvrdzuje vhodnosť navrhnutého modelu pre rýchle predbežné analýzy.

Laboratórne merania pomocou piezoelektrického senzora typu 2807-P2 umožnili získať reálny priebeh napätia počas zaťažovania. Na základe známeho vzťahu medzi elektrickým napätím a pretvorením bolo možné spätne určiť veľkosť deformácie a z nej následne zaťažovaciu silu. Hoci merania preukázali funkčnosť navrhnutého systému, vo výsledkoch sa systematicky objavoval offset, ktorý nebolo možné jednoducho odstrániť.

Tento offset pravdepodobne vznikol ako kombinácia viacerých faktorov:

- piezoelektrický snímač generuje signál len počas zmeny zaťaženia, pričom jeho výstup má tendenciu sa časom vytrácať – to spôsobuje, že nulová úroveň signálu nie je stabilná,
- na výstupe môže byť prítomné nízkofrekvenčné driftovanie alebo DC zložka, ktorá nie je fyzikálne viazaná na deformáciu,
- mierne predopnutie v pružnom medzičlene počas montáže mohlo spôsobiť predbežné napätie v senzore,

Tento jav je bežný pri použití piezoelektrických senzorov a dá sa do určitej miery kompenzovať softvérovo alebo kalibráciou vo fáze spracovania signálu. Pre účely tejto práce bol offset ponechaný v surovej forme a mal minimálny vplyv na trend správania systému. Dôležité bolo, že napriek jeho prítomnosti bola zachovaná konzistencia medzi meraním a simuláciou.

Z hľadiska cieľov diplomovej práce možno konštatovať, že navrhnutý modul na meranie zaťaženia je funkčný, výsledky z laboratórnych testov podporujú správnosť výpočtového modelu a systém je pripravený na ďalšie rozšírenie alebo implementáciu do reálnej infraštruktúry.

7 Zoznam použitej literatúry

[1.] IŽVOLT, Ľubomír a ŠMALO, Miroslav. *Historical development and applications of unconventional structure of railway superstructure of the railway infrastructure of the Slovak Republic*. Civil Engineering and Environmental Systems [online]. 2014, 10(1), 78–93 [cit. 21. 5. 2025]. DOI: 10.2478/cee-2014-0010. Dostupné z: https://doi.org/10.2478/cee-2014-0010

[2.] SPRÁVA ŽELEZNIC. *Pevná jízdní dráha*. [online]. Praha: Správa železnic, [cit. 21. 5. 2025]. Dostupné z: https://www.spravazeleznic.cz/o-nas/vse-o-sprave-zeleznic/zeleznice-cr/zajimavosti-z-vyvoje-zeleznicniho-svrsku/pevna-jizdni-draha

[3.] KÖLLŐ, Szabolcs Attila, PUSKÁS, Attila a KÖLLŐ, Gavril. *Ballasted Track versus Ballastless Track*. Key Engineering Materials [online]. 2015, 660, s. 219–224 [cit. 21. 5. 2025]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/281613820_Ballasted_Track_versus_Ballastless_Track

[4.] ESVELD, Coenraad. *Recent developments in slab track*. Delft: Delft University of Technology, 2003. [online]. [cit. 21. 5. 2025]. Dostupné z: https://esveld.com/Download/TUD/ERR_Slabtrack.pdf

[5.] PRATICÒ, Filippo a GIUNTA, Marinella. *Issues and Perspectives in Railway Management from a Sustainability Standpoint*. DEStech Transactions on Engineering and Technology Research [online]. 2017 [cit. 21. 5. 2025]. Dostupné z: https://doi.org/10.12783/dtetr/ictim2016/5529

[6.] TÝFA, Lukáš, KRUNTORÁD, Jan a TOMASCHKO, Ondřej. *Railway superstructure for high-speed rails*. Acta Polytechnica CTU Proceedings [online]. 2021, 31, s. 53–57 [cit. 21. 5. 2025]. DOI: 10.14311/APP.2021.31.0053. Dostupné z: https://ojs.cvut.cz/ojs/index.php/APP/article/view/7426

[7.] TÝFA, L., KRUNTORÁD, J. and TOMASCHK, O., 2021. *Railway superstructure for high-speed rails*. *CTA Polytechnica CTU Proceedings*, 31, pp. 53–57. [online] Available at: https://doi.org/10.32725/ctu.2021 [Accessed 9 April 2025].

[8.] *ASB Portal* [online]. 2013-03-15 [cit. 2025-04-7]. https://www.asb-portal.cz/stavebnictvi/inzenyrske-stavby/tunely/rekonstrukce-strelenskeho-tunelu

[9.] SCHLAGER, H. New development stage of RHEDA 2000® - Successful use of the ballastless track system in challenging projects. *Global Railway Review* [online]. 2007 [cit. 2025-05-12]. Dostupné z: https://www.globalrailwayreview.com/article/124/new-development-stage-of-rheda-2000/

[10.] ARCELORMITTAL. Transport Rail 60E1 (UIC60). *ArcelorMittal Rails & Special Sections* [online]. [cit. 2025-05-12]. Dostupné z: https://rails.arcelormittal.com/profiles/transport-rails/european-standards/rail-uic60-60e1/

[11.] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VRBKA a Jiří BURŠA. *Mechanika těles – Pružnost a pevnost I.* Brno: CERM, 2004. ISBN 978-80-214-2592-8.

[12.] LEONETTI, Davide et al. Fracture behavior and mechanical characterization of R350HT rail steel. *Procedia Structural Integrity* [online]. 2023, 47, 219-226.[cit. 2025-05-12]. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2452321623004183

[13.] PANDROL. Track Report Journal 2016. [online]. [cit. 2025-05-12]. Dostupné z: https://www.pandrol.com/wp-content/uploads/2019/03/Track-Report-Journal-2016.pdf

[14.] ANSYS Inc. *ANSYS Mechanical APDL Theory Reference*. Canonsburg (PA): ANSYS Inc., 2009. Dostupné z: https://www.caee.utexas.edu/prof/kallivokas/teaching/ANSYS_examples/ansys56theory.pdf [cit. 15. 5. 2025].

[15.] Správa železniční dopravní cesty, státní organizace. *S9 – Pevná jízdní dráha*. Praha: SŽDC, 2012. Dostupné z: https://www.spravazeleznic.cz/documents/50004227/139626480/20120301_S9.pdf [cit. 15. 5. 2025].

[16.] GAUR, Akash a Priyanka DHURVEY. *Comparative Study of Beam Theories on the Effect of Span-Depth Ratio for Symmetric and Un-symmetric Loadings.* IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, roč. 936, č. 1, s. 012047. Dostupné z: https://doi.org/10.1088/1757-899X/936/1/012047 [cit. 15. 5. 2025].

[17.] MEHRI, B., DAVAR, A. a RAHMANI, O. Dynamic Green Function Solution of Beams Under a Moving Load with Different Boundary Conditions.

Scientia Iranica, 2009, roč. 16, č. 3, s. 273–279. Dostupné z: https://scientiairanica.sharif.edu/article_3219.html [cit. 15. 5. 2025]

[18.] I.G. Rail. Lokomotívy. [online]. [cit. 15. 5. 2025]. Dostupné na: https://www.igrail.sk/lokomotivy/

[19.] TACUNA Systems. *Comparing Strain Gauges to Piezoelectric Sensors.* [online]. [cit. 16. 5. 2025]. Dostupné na: https://tacunasystems.com/knowledge-base/comparing-strain-gauges-to-piezoelectric-sensors

[20.] HBK World. *Piezoelectric or Strain Gauge Based Force Transducers?* [online]. [cit. 16. 5. 2025]. Dostupné na: https://www.hbkworld.com/en/knowledge/resource-center/articles/piezoelectric-or-strain-gauge-based-force-transducers

[21.] MM Science Journal. (2021). *Sensing Rail System with Piezoelectric Elements*. Získané z: https://www.mmscience.eu/journal/issues/march-2021/articles/sensing-rail-system-with-piezoelectric-elements/download

[22.] MEITZLER, A. *IEEE standard on piezoelectricity: ANSI/IEEE Std 176-1987*. New York: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1988. ISBN 9781504401807.

[23.] RAIL.ONE GmbH. *Rheda 2000® – The ballastless track system*. Německo: Rail.One GmbH Pfleiderer track systems, 2011.

Zoznam obrázkov

Obrázok č.1: Základných 6 typov pevnej jazdnej dráhy.....17
Obrázok č.2: Prierez koľajovej trate Rheda 2000.....18
Obrázok č.3: Normalizovaná koľajnica UIC 60.....19
Obrázok č.4: Uvoľnenie základného trojnásobne elementárneho prvku.....20
Obrázok č.5: Typy diskrétneho podložia.....25
Obrázok č.6: Prut uložený na pružných podperách.....26
Obrázok č.7: Geometrický model koľajnice UIC 60 v Ansys.....27
Obrázok č.8: Ukážka vygenerovanej siete.....28
Obrázok č.9: Pretvorenie pozdĺž koľajnice.....29
Obrázok č.10: Celková deformácia koľajnice.....29
Obrázok č.11: Detailný pohľad na pretvorenie.....30
Obrázok č.12: Isoline pri priebehu pretvorenia.....30
Obrázok č.13: Zakreslené miesto, kde sa bude ďalej analyzovať pretvorenie. Zakreslenie snímača.....31
Obrázok č.14: Vlastná frekvencia s hodnotou 145.67 Hz.....34
Obrázok č.15: Detailné umiestnenie senzoru na koľajnici.....38
Obrázok č.16: Pohľad na pružný medzičlen. Uchytenie k skúšobnému stroju a k testovacím hlaviciam.....44
Obrázok č.17: Nosná hriadeľ pružného medzičena.....45
Obrázok č.18: Tanierové pružiny.....46
Obrázok č.19: Pritláčacia matica.....47
Obrázok č.20: Puzdro pružného medzičlena – pohľad zboku.....48
Obrázok č.21: Puzdro pružného medzičlena – pohľad zhora.....49
Obrázok č.22: Montážna schéma pružného medzičlena.....50
Obrázok č.23: Model skúšobného vzorku v Ansys.....52

Zoznam grafov

Graf 1: Porovnanie veľkosti technicko-prevádzkových výdavkov eur na km medzi pevnou jazdnou dráhou a klasickým štrkovým konceptom koľajníc.....14
Graf 2: Priebeh pretvorenia po celej dĺžke koľajnice.....31
Graf 3: Závislosť pretvorenia na deformácií. Vzťah určený pomocou polynomatického trendu druhého stupňa.....32
Graf 4: Deformácia po celej dĺžke koľajnice.....37
Graf 5: Priebeh napätia v čase z piezo snímača. Frekvencia 1 Hz.....53
Graf 6: Závislosť napätia od času pri prejazde vlaku pomalou rýchlosťou. Frekvencia 0,4 Hz.....54
Graf 7: Priebeh pretvorenia spočítaného z napätia na snímači.....54
Graf 8: Priebeh pretvorenia(prvý graf), veľkosť sily spočítanej z napätia na senzore(spodný graf).....55
Graf 9: Priebeh napätia z piezoelektrického snímača. Naľavo je frekvencia 1 Hz, napravo je frekvencia 0,8 Hz.....56
Graf 10: Priebeh napätí z piezoelektrického snímača. Prvý graf pre frekvenciu 0,6 Hz. Druhý graf pre frekvenciu 0,4 Hz. Tretí graf(v druhom riadku naľavo) pre frekvenciu 0,2 Hz. Štvrtý graf pre frekvenciu 1,5 Hz. Piaty úplne dole je pre frekvenciu 2 Hz.....57
Graf 11: Pretvorenie pri priehybe 1,0 mm.....58
Graf 12: Priebeh pretvorenia pri priehybe 1,5mm.....58
Graf 13: Graf závislosti pretvorenia na deformácií. Porovnanie nameraných a odsimulovaných hodnôt.....59
Graf 14: Graf závislosti pretvorenia na velkosti sily. Porovnanie medzi nameranými a simulovanými hodnotami.....60

Zoznam tabuliek

Tabuľka č. 1: Výhody a nevýhody medzi klasickým štrkovým konceptom a pevnou jazdnou dráhov.....15
Tabuľka č. 2: Základné typy a výrobcovia pevnej jazdnej dráhy koľají.....17
Tabuľka č. 3: Zoznam spočítaných prvých 10 vlastných frekvencií koľajnice modelovanej v Ansyse.....33
Tabuľka č. 4: Porovnanie výsledkov v jednotlivých modeloch.....36
Tabuľka č. 5: Porovnanie vlastností medzi piezo a tenzometrickým snímačom.....39
Tabuľka č. 6: Porovnanie základných parametrov medzi skutočnou koľajnicou UIC 60 a jej ekvivalentom v laboratórnch podmienkach.....51
Tabuľka č. 7: Porovnanie niekoľkých variantov pásoviny s označením toho vybraného..52
Tabuľka č. 8: Prepočet frekvencie na rýchlosť vlaku v m/s a km/h.....56