



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ENERGETICKÝ ÚSTAV

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
ENERGY INSTITUTE

HYDRAULICKÉ ZTRÁTY V POTRUBÍ

HYDRAULIC LOSSES IN PIPES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

DAVID ŠTEFAN

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. PAVEL RUDOLF, Ph.D.

BRNO 2009

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Energetický ústav

Akademický rok: 2008/2009

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): David Štefan

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Hydraulické ztráty v potrubí

v anglickém jazyce:

Hydraulic losses in pipes

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Při proudění tekutin v potrubích dochází k přeměně části mechanické energie na energii tepelnou, kterou již nelze technicky využít. Kvantifikace hydraulických ztrát je důležitá část projekční práce sloužící jako podklad pro dimenzování potrubí a návrh vhodných čerpadel a armatur do příslušného hydraulického systému. Pro výpočet hydraulických ztrát existuje množství vzorců, většinou s omezenou platností a zatížených chybou interpolace experimentálních dat.

Cíle bakalářské práce:

Cílem bakalářské práce je rešerše vzorců používaných po výpočty součinitele tření délkových hydraulických ztrát, jejich vzájemné porovnání a konfrontace s Nikuradseho diagramem. Závěrem by mělo být doporučení pro použitelnost jednotlivých vzorců (omezení hodnotami Re a drsnosti) a srovnání jejich výpočetní náročnosti a přesnosti.

Seznam odborné literatury:

1. Varchola, M., Knížat, B., Tóth, P.: Hydraulické riešenie potrubných systémov. Viena. Košice. 2004.
2. Šob, F.: Hydromechanika. Skriptum. VUT Brno 2002.

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2008/2009.

V Brně, dne 24.11.2008

L.S.

doc. Ing. Zdeněk Skála, CSc.
Ředitel ústavu

doc. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

ŠTEFAN, D. *Hydraulické ztráty v potrubí*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 40 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.

Práce pojednává o vlivu délkových třecích ztrát v potrubí. Je zde uveden výpočet ztrátové měrné energie pomocí Darcy-Waisbachova vztahu, výpočet součinitele tření pro tři oblasti turbulentního proudění s využitím dostupných vztahů a jejich porovnání na základě průměrných absolutních odchylek vypočtených hodnot od hodnot z Nikuradseho diagramu. Výsledkem je doporučení nejpřesnějších vztahů pro výpočet v jednotlivých oblastech, grafické vykreslení vztahů do Nikuradseho diagramu a zhodnocení jejich výpočtové náročnosti.

Klíčová slova: Délkové třecí ztráty v potrubí. Vztahy pro výpočet součinitele tření. Nikuradseho a Moodyho diagram. Určení číselných koeficientů pomocí Gauss-Newtonovy metody.

ABSTRACT

ŠTEFAN, D. *Hydraulic losses in pipes*. Brno: Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, 2009. 40 p. Head thesis Ing. Paul Rudolf, Ph.D.

The work deals with the effect of friction losses in pipes. Calculation of specific energy losses using the Darcy-Waisbach relationship. Calculation of friction coefficient in all areas of turbulent flow using the relations available, their comparison on the basis of average absolute deviations of calculated values from the values of Nikuradse chart. The result is the most accurate relations recommendations for the calculation of in different regions, graphic depiction of relations in Nikuradse diagram and evaluation of their performance.

Key words: Measuring the friction loss in pipes. Relations for calculating the coefficient of friction. Nikuradse and Moody chart. Determination of number of coefficients using the Gauss-Newton method.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci na téma *Hydraulické ztráty v potrubí* vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a dostupných parametrů uvedených v seznamu literatury, který tvoří tuto práci.

V Brně dne 12. 5. 2009

.....
David Štefan

PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych rád poděkoval panu Ing. Pavlu Rudolfovi, Ph.D za odbornou pomoc při psaní této bakalářské práce, za poskytnutí potřebných informací a času, který mně k psaní bakalářské práce věnoval.

Děkuji také panu doc. RNDr. Stanislavu Bartoňovi, CSc za poskytnutí rad při použití matematického programu Maple a za jeho tvůrčí činnost, kterou mohu v závěru této práce zveřejnit.

OBSAH

1	Úvod.....	8
2	Hydraulické odpory v potrubních systémech.....	9
2.1	Optimální průřez potrubí vzhledem k třecím ztrátám.....	10
2.2	Reynoldsovo číslo.....	10
2.3	Kriterijní diagram a režimy turbulentního proudění.....	12
2.4	Součinitel tření λ	14
3	Historie Moodyho a Nikuradseho diagramu.....	16
3.1	Vznik Colebrook-Whiteovy rovnice.....	18
3.2	Nikuradseho diagram.....	19
4	Přehled vzorců pro výpočet součinitele tření λ	21
4.1	Vztahy pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky hladkého potrubí.....	21
4.2	Vztahy pro výpočet součinitele tření v přechodové oblasti turbulentního proudění.....	22
4.3	Vztahy pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky drsného potrubí.....	23
4.4	Vztahy pro výpočet součinitele tření ve všech třech oblastech turbulentního proudění.....	24
5	Porovnání vztahů pro výpočet součinitele tření s Nikuradseho diagramem.....	26
5.1	Postup výpočtu.....	26
5.2	Porovnání vztahů pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky hladkého potrubí.....	27
5.3	Porovnání vztahů pro výpočet součinitele tření v přechodové oblasti turbulentního proudění.....	27
5.4	Porovnání vztahů pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky drsného potrubí.....	29
5.5	Porovnání vztahů pro výpočet součinitele tření použitelných pro všechny režimy turbulentního proudění.....	30
5.5.1	Výpočet v oblasti hydraulicky hladkého potrubí.....	31
5.5.2	Výpočet v přechodové oblasti turbulentního proudění.....	31
5.5.3	Výpočet v oblasti hydraulicky drsného potrubí.....	33
6	Zhodnocení výpočtové náročnosti vztahů pro určení součinitele tření.....	35

7	Určení číselných koeficientů vzorce pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky hladkého potrubí pomocí Gauss-Newtonovy metody.....	36
8	Závěr.....	37
	Seznam literatury.....	39
	Seznam použitých symbolů.....	41
	Seznam příloh.....	42

1 Úvod

Cílem této bakalářské práce je rešerše vzorců používaných pro výpočty součinitele tření délkových hydraulických ztrát, jejich vzájemné porovnání a konfrontace s Nikuradseho diagramem.

Teoretická část uvádí stručnou charakteristiku hydraulických odporů v potrubních systémech se zaměřením na ztráty třením po délce. Bakalářská práce uvádí vztahy pro výpočet Reynoldsova čísla, relativní drsnosti a ztrátové měrné energie. Je zde krátce popsán vznik Nikuradseho diagramu a porovnání s Moodyho diagramem.

V praktické části se práce zaměřuje na popis výpočtů součinitele tření pomocí vztahů jednotlivých autorů s uvedením matematického zápisu vzorce a vykreslením do grafu závislosti $\lambda = f(Re, k_r)$.

Snahou je vytvoření co největšího kompletu všech dostupných vztahů pro výpočet součinitele tření, jejich doporučení pro praktické využití s přihlédnutím k výpočtové náročnosti a přesnosti na základě grafického znázornění v Nikuradseho diagramu pro všechny režimy turbulentního proudění a vybrané hodnoty relativní drsnosti.

2 Hydraulické odpory v potrubních systémech

Při řešení potrubních systémů je velice důležité uvažovat hydraulické ztráty vyskytující se při proudění kapaliny. Rozlišujeme dva druhy hydraulických ztrát. Jednou z nejdůležitějších oblastí je řešení ztrát způsobených smykovým napětím na rovných úsecích. Tyto ztráty vznikají vlivem tření skutečné (viskózní) proudící kapaliny o velice tenkou vrstvu kapaliny, která je z důvodu podmínky nulové rychlosti přilepená na stěnách hydraulických součástí. Třením se nevratně přeměňuje část tlakové energie na energii tepelnou, kterou nejsme schopni za normálních podmínek využít. Proto je třeba tuto nevratně ztracenou energii kompenzovat energií dodanou k dopravě kapaliny na daném úseku potrubí.

Pro výpočet ztrát třením po délce potrubí lze vyjít z Darcy-Weisbachova vztahu, tak jak je uvedeno v [1, str. 107]. Tímto vztahem lze určit ztrátovou měrnou energii jako násobek kinetické měrné energie.

Dílčí ztrátová měrná energie, vznikající vlivem tření skutečné (viskózní) kapaliny, je definována:

$$Y_{zt} = \sum_{j=1}^n \left(\xi_j \cdot \frac{v_j^2}{2} \right) = \sum_{j=1}^n \left(\lambda_j \cdot \frac{L_j}{D_{hj}} \cdot \frac{v_j^2}{2} \right) \quad (2.1)$$

Kde: index „j“ ... je obecný (číselný) index jednotlivých úseků potrubí o celkovém počtu „n“, tzn. úseků s různým vztažným průřezem „S_j“ odstupňovaného systému.

L_jje osová délka potrubního úseku čísla „j“

ξ_jje ztrátový součinitel tření po délce úseku „j“

D_{hj}je hydraulický průměr potrubí odpovídající úseku „j“

Hydraulický průměr je charakteristický rozměr průtočného profilu, který umožňuje určení tohoto rozměru i pro obecný (nekruhový) profil.

Hydraulický průměr je definován poměrem čtyřnásobku vnitřního průřezu daného profilu potrubí „S“ a jeho omočeného obvodu „O“.

$$D_h = \frac{4 \cdot S}{O} \quad (2.2)$$

Dále se budeme zabývat pouze prouděním kapaliny prvky s kruhovým průřezem, který bude plně zahlcen. Proto platí

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad (2.3)$$

$$O = \pi \cdot d \quad (2.4)$$

$$\Rightarrow D_h = d \quad (2.5)$$

Hydraulický průměr je roven právě vnitřnímu průměru daného potrubí.

2.1 Optimální průřez potrubí vzhledem k třecím ztrátám

Pro stejný průřez a stejnou rychlost je kruhový průřez nejvýhodnější, protože kruh má nejmenší omočený obvod „O“ => největší hydraulický průměr „D_h“ => nejvyšší Reynoldsovo číslo „Re“ => nejmenší součinitel tření „λ“.

Zdůvodnění je, že v potrubích kruhového průřezu je plocha stěny potrubí, na níž působí třecí smykové napětí, nejmenší a zároveň disipativní sekundární příčné proudění v proudu nejméně intenzivní [9].

2.2 Reynoldsovo číslo

Velmi důležitým parametrem je Reynoldsovo číslo „Re“, které vyjadřuje vliv vnitřního tření v důsledku viskozity dané kapaliny při proudění. Je to poměr dynamických sil k silám viskózním.

$$Re = \frac{v_s \cdot D_h}{\nu}$$

(2.2.1)

Kde: v_s je střední rychlost v profilu [$m \cdot s^{-1}$]

D_h hydraulický průměr (charakteristický rozměr průtočného profilu) [m]

ν součinitel kinematické viskozity [$m^2 \cdot s^{-1}$]

Bylo dokázáno, že optimální rychlost proudění kapaliny vzhledem k třecím ztrátám a ceně potrubí je $v = 0,5 \div 1,5 m \cdot s^{-1}$. Součinitel kinematické viskozity pro vodu z vodovodní sítě o teplotě $t = 12^\circ C$ je $\nu = 1,24 \cdot 10^{-6} m^2 \cdot s^{-1}$. Nyní lze pro námi navržený průměr potrubí dopočítat Reynoldsovo číslo.

Závislost koeficientu tření „ λ “ na Reynoldsově čísle „ Re “ vyjadřuje Nikuradseho diagram, který ukazuje jednotlivé oblasti laminárního a turbulentního proudění založené na měření v uměle zhotoveném drsném potrubí. Stejně je sestaven i Moodyho diagram vytvořený pomocí měření v reálně vyrobeném potrubí.

Pro přesné určení koeficientu tření však tyto diagramy nejsou vhodné, a proto vznikla řada empirických vztahů mnoha autorů. Nejčastěji pro hydraulické systémy typů vodních elektráren, čerpacích stanic a podobně. Nikuradseho diagram a Moodyho diagram jsou zobrazeny v logaritmických souřadnicích $\log(\lambda)$, $\log(Re)$.

K určení oblasti laminárního a turbulentního proudění a pro vymezení hranice mezi těmito dvěma typy se používá kritická hodnota Reynoldsova čísla – Re_k .

Pro všechny Newtonské kapaliny platí, že kritická hodnota Reynoldsova čísla „ Re_k “ je přibližně rovna

$$Re_k \sim 2320 \tag{2.2.2}$$

je zřejmé, že pokud je

$$Re < Re_k \tag{2.2.3}$$

pohybujeme se v oblasti laminárního proudění a je-li

$$Re_k < Re \tag{2.2.4}$$

jedná se o oblast turbulentního proudění.

Hranice mezi přechodem z laminárního na turbulentní proudění není zcela přesně definována a jsme schopni ji uměle ovlivnit. Obvykle leží v rozmezí Reynoldsova čísla 1000 až 10000.

2.3 Kriterijní diagram a režimy turbulentního proudění

Důležitým pojmem při třecích ztrátách je Laminární podvrstva. Laminární podvrstva je velmi malá oblast kolem stěny potrubí. Přechod z laminární podvrstvy do turbulentního jádra se označuje jako přechodová vrstva. Obvyklá tloušťka laminární podvrstvy je několik desítek mikronů. Tření je zde pouze viskózní.

Využitím kriterijního diagramu lze nyní určit charakter turbulentního proudění. Pro určení hranice mezi režimy turbulentního proudění, kriterijního diagramu platného pro průmyslová potrubí vodních elektráren, čerpacích stanic a jiných potrubních systémů s vodou se použil vztah podle Kármána, vyjadřující tloušťku „ δ “ laminární podvrstvy [1, str. 106].

$$\delta = \frac{32,5 \cdot D_h}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} \quad (2.3.1)$$

Pomocí kriterijního diagramu rozlišujeme tři režimy turbulentního proudění:

1. režim turbulentního proudění – v *hydraulicky hladkém potrubí*, kde je tření závislé pouze na Reynoldsově čísle. Proto jsou vzorce pro výpočet koeficientu tření funkcí pouze Re. [$\lambda=f(Re)$]
2. režim turbulentního proudění – v *přechodové oblasti*, kde je tření závislé na Reynoldsově čísle, a zároveň na drsnosti „ k_r “. [$\lambda=f(Re, k_r)$]
3. režim turbulentního proudění – v *hydraulicky drsném potrubí*, kde je tření závislé už pouze jen na relativní drsnosti „ k_r “. [$\lambda=f(k_r)$] Výška nerovností je vyšší než mezní vrstva.

Pro hranice mezi jednotlivými režimy platí:

Hranice **A** mezi 1. a 2. režimem turbulentního proudění je popsána vtahem

$$Re_A = \frac{6,5}{k_r \cdot \sqrt{\lambda}} \quad (2.3.2)$$

Je vyjádřením Kármánovi podmínky (2.3.3), že tloušťka laminární podvrstvy „ δ “ minimálně pětinašobně převyšuje absolutní hodnotu střední výšky nerovností stěn potrubí „ k “, přičemž nad touto hranicí se jedná o oblast hydraulicky hladkého potrubí.

$$\delta = 5 \cdot k \quad (2.3.3)$$

Hranice **B** mezi 2. a 3. režimem turbulentního proudění je popsána vztahem

$$Re_B = \frac{195}{k_r \cdot \sqrt{\lambda}} = 30 \cdot Re_A \quad (2.3.4)$$

který byl určen za podmínky, že tloušťka laminární podvrstvy „ δ “ je maximálně šestinásobně nižší než absolutní hodnota střední výšky nerovností stěn potrubí „ k “, přičemž pod touto hranicí se jedná o oblast hydraulicky drsného potrubí.

Relativní drsnost „ k_r “ je vyjádřena jako poměr absolutní drsnosti „ k “ [mm] a hydraulického průměru D_h [mm]

$$k_r = \frac{k}{D_h} \quad (2.3.5)$$

Absolutní drsnost je drsnost vnitřních stěn potrubí, které jsou v interakci s proudící kapalinou a je dána střední výškou nerovností „ k “ [mm]. Je závislá na materiálu a kvalitě vnitřních stěn. Několik hodnot absolutních drsností pro různé materiály je uvedeno v tabulce 1.

materiál potrubí	kvalita vnitřních stěn	k (mm)
ocel	nové, vyčištěné a natřené	0,1
	částečně zrezavělé	0,35 – 0,4
	zrezavělé po delším provozu	1,2 – 3,0
litina	nové	0,5 – 1,0
	částečně zrezavělé	až 1,5
beton	ocelové bednění	0,5 – 1
	dřevěné bednění	1 – 3

Tab. 1 Absolutní drsnosti potrubí různých materiálů a kvality

Jako hydraulicky hladké potrubí lze uvažovat potrubí vyráběná jako „technicky hladká“, z materiálů: sklo, mosaz, měď, hliník a plasty.

Je třeba uvážit, že s časem používání hydraulických systémů dochází ke stárnutí potrubí. Stárnutí potrubí je způsobeno rozrušováním povrchu stěn unášenými částicemi, usazováním suspendovaných a rozpuštěných látek a inkrustací potrubí vylučováním zejména vápenných solí [9]. V [5] je uvedeno, že pro starší ocelová potrubí se doporučuje zvětšit ztráty třením vynásobením korekčním součinitelem „ m “.

$$m = e^{a \cdot t} \quad (2.3.6)$$

kde: „e“ je základ přirozeného logaritmu $e = 2,718$, „a“ je součinitel agresivnosti vody:
pro čistou vodu: $a = 0,010$

pro agresivní vodu: $a = 0,015$

„t“ je stáří resp. doba používání potrubí, vyjádřená počtem roků. Tímto součinitelem potom vynásobíme ztrátovou měrnou energii Y_{zt} .

Pokud jsou drsnostní výčnělky utopeny pod hranicí laminární podvrstvy a neovlivňují rychlostní profil, tak se jedná o *turbulentní proudění v hydraulicky hladkém potrubí*. Jestliže drsnostní výčnělky zasahují až do přechodové vrstvy, tak narušují rychlostní profil v laminární podvrstvě a vzniká *turbulentní proudění v přechodové oblasti*. Posledním případem je, že drsnostní výčnělky zasahují až do turbulentního jádra proudu a neumožňují vznik laminární podvrstvy, pak dochází k *turbulentnímu proudění v drsném potrubí*. Lze tedy říci, že součinitel tření λ závisí na tvaru rychlostního profilu u stěn potrubí. Neboli na interakci velikostí drsnostních výstupků a tloušťkou laminární podvrstvy [11].

2.4 Součinitel tření λ

Součinitel tření „ λ “ vyjadřuje míru přeměny mechanické energie na teplo.

Je definován vztahem:

$$\lambda = \frac{\tau}{\frac{1}{8} \cdot \rho \cdot v^2} \quad (2.3.1)$$

Lze jej určit experimentálně pomocí Bernoulliho rovnice aplikované na rovný úsek potrubí neměnného průřezu mezi body 1 a 2. Z Bernoulliho rovnice vyplývá, že v bodě 2 dojde k poklesu statického tlaku na menší hodnotu než v bodě 1. Prouděním skutečné (viskózní) kapaliny se na stěnách potrubí vytvoří smykové napětí, které lze popsat vztahem,

$$\tau = \frac{R}{2} \cdot \frac{p_1 - p_2}{L} \quad (2.3.2)$$

kde

$$\frac{p_1 - p_2}{L}$$

představuje tlakový spád mezi měřenými body 1 a 2.

Dosazením vztahu (2.3.2) do (2.3.1) dostaneme:

$$\lambda = \frac{D}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2} \cdot \frac{p_1 - p_2}{L} \quad (2.3.3)$$

Ve vztahu (2.3.3) se nyní vyskytují pouze snadno měřitelné veličiny, pomocí kterých spočteme součinitel tření λ pro rovinný úsek potrubí mezi body 1 a 2. Dosazením do Darcy-Weisbachova vztahu jsme schopni určit celkovou ztrátovou měrnou energii pro daný úsek.

Protože by v inženýrské praxi při návrhu potrubních systémů bylo dosti obtížné takto experimentálně určovat součinitel tření pro všechny úseky, využívají se výpočty pomocí vztahů odvozených pro laminární proudění a tři režimy turbulentního proudění.

3 Historie Moodyho a Nikuradseho diagramu

Deset let před Lewisem F. Moodym publikoval R. J. S. Pigott v roce 1934 diagram pro součinitel tření obsažený ve vztahu pro výpočet délkových ztrát. Tento diagram měl stejné souřadnice jako diagram L. F. Moodyho a byl v té době považován za velmi praktický. Proto byl publikován v mnoha odborných textech. Pigottův diagram byl založen na analýze přibližně 10.000 experimentů pro různé povrchy. Dalším vývojem se ale prokázala jeho nepřesnost. Ve stejném roce zveřejnil J. Nikuradse své experimenty s umělou drsností. Sestrojil svůj vlastní diagram závislosti součinitele tření na Reynoldsově čísle s oběma souřadnicemi v logaritmickém měřítku. Všechny tyto výzkumy ale nedokázaly objasnit, jak je to s místem přechodu mezi oblastí hydraulicky hladkého potrubí a oblastí hydraulicky drsného potrubí. V Nikuradseho diagramu je tato oblast tvořena náhlými poklesy křivek pro různé stupně drsností. Tyto zvraty se ukázaly s pozdějším výzkumem jako neadekvátní, protože neodpovídaly pokusům provedeným v přirozeně vyrobených potrubích. Stejně tak nebyly tyto poklesy v průběhu křivek zaznamenány ani R. J. S. Pigottem.

V roce 1937 byla díky C. F. Colebrookovi ve spolupráci s C. M. Whitem vytvořena funkce, která dala praktický průběh křivek v přechodové oblasti. H. Rousem bylo dokázáno, že tato funkce dává uspokojivé hodnoty v porovnání s aktuálním měřením v mnoha běžně prodávaných potrubích s opracovaným povrchem. V listopadu 1944 publikoval profesor Lewis Moody z Princetonské univerzity článek, ve kterém zveřejnil svůj diagram (Moodyho diagram). Ten byl mnohem konzervativnější, než jaký použil R. J. S. Pigott a využíval funkčního vztahu odvezeného C. F. Colebrookem a C. M. Whitem k překlenutí mezery mezi oblastmi hydraulicky hladkého a hydraulicky drsného turbulentního proudění. Křivky součinitele tření byly vykresleny v logaritmických souřadnicích v závislosti na Re čísle pro řadu hodnot relativních drsností. Moodyho diagram může být rozdělen do čtyř oblastí. První oblast je oblast laminárního proudění, kde je jediná křivka popsána Hagen-Poiseuilleovým zákonem pro výpočet součinitele tření λ :

$$\lambda = \frac{64}{Re} \tag{3.1}$$

Oblast mezi Reynoldsovým číslem 2000 a 3000, případně až 4000 se nazývá kritická zóna. Zde není hodnota součinitele tření definována a v originálním Moodyho diagramu

je oblast vyznačená šrafami. Pokud je ve vstupující tekutině rozdílná turbulence, tak je proudění v kritické zóně spíše pulzující než ustálené. Tyto silné počáteční turbulence se mohou rozšířit až k oblasti s Reynoldsovým číslem 1200. Nad hodnotou Reynoldsova čísla 3000 respektive 4000 jsou podmínky opět ustálené. Zde můžeme rozlišit dvě oblasti. Přechodová oblast turbulentního proudění a turbulentní proudění v hydraulicky drsném potrubí. Přechodovou oblast tvoří křivky, které se prodlužují směrem vzhůru ke křivce pro dokonale hladké potrubí. L. F. Moody ve své práci uvádí, že křivky pro dokonale hladké proudění jsou popsány vztahem:

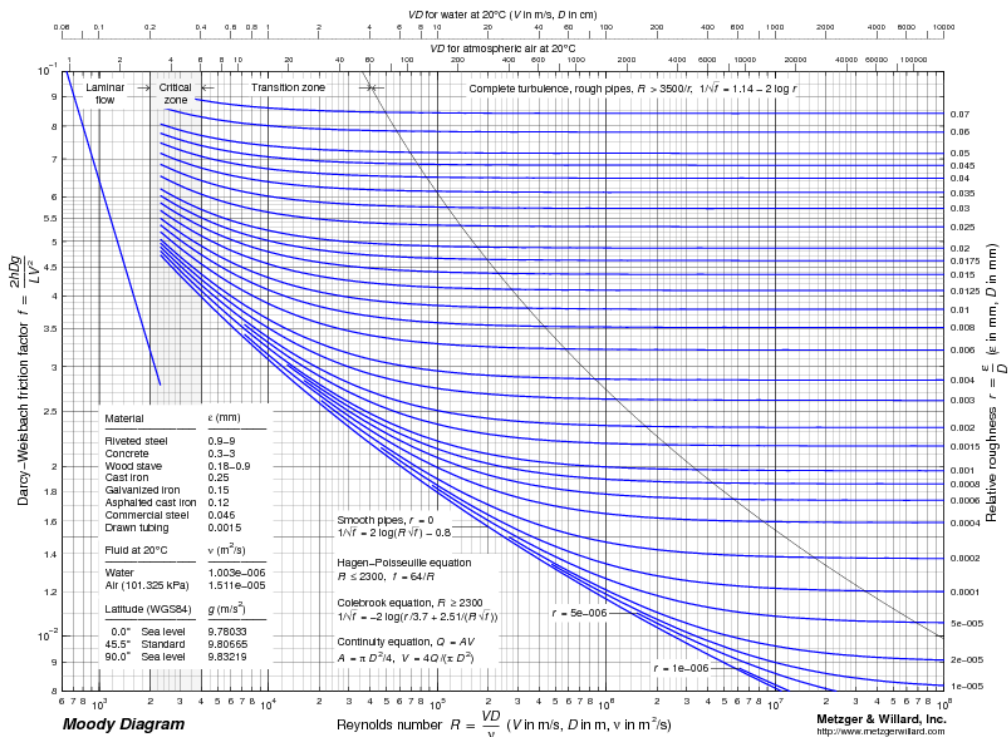
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log \frac{Re \cdot \sqrt{\lambda}}{2,51} \quad (3.2)$$

V přechodové oblasti jsou křivky popsány Colebrookovou funkcí:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{k}{3,7065 \cdot D} + \frac{2,5226}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} \right) \quad (3.2)$$

Tyto křivky jsou asymptotické s jedním koncem na křivce hydraulicky hladkého potrubí a s druhým koncem v oblasti hydraulicky drsného potrubí. Ve skutečnosti křivky konvergují velice rychle ke svým hranicím. Nalevo se sbíhají s křivkou hydraulicky hladkého potrubí a na pravé straně se nerozeznatelně spojí s konstantními křivkami hydraulicky drsné oblasti [6]. Jak je patrné z Obr. 1 křivky hydraulicky drsného potrubí a křivky hydraulicky drsného potrubí tvoří celistvou křivku. Proto je důležité v diagramu rozlišit hranici přechodu proudění z přechodové oblasti do oblasti turbulentního proudění. Tuto hranici lze vyjádřit pomocí vzorce [11]

$$Re = \frac{200}{\lambda} \cdot \frac{D}{k} \quad (3.3)$$



Obr. 1 Moodyho diagram¹

3.1 Vznik Colebrook-Whiteovy rovnice

Colebrook-Whiteova rovnice popisující nejenom přechodovou oblast turbulentního proudění, ale i oblast hydraulicky hladkého a hydraulicky drsného potrubí, se skládá ze dvou rovnic. První je rovnice pro zcela vyvinuté turbulentní proudění v hydraulicky hladkém potrubí, kterou navrhl Nikuradse a ověřil tak Prandtlovou teorií.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log(Re \cdot \sqrt{\lambda}) - 0,8 \quad (3.1.1)$$

Druhá rovnice, kterou jako první odvodil Von Karman a později byla podložena Nikuradseho experimenty, je pro režim turbulentního proudění v hydraulicky drsném potrubí.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log\left(\frac{D}{k}\right) + 1,74 \quad (3.1.2)$$

¹ dostupné z:

<https://engineering.purdue.edu/AAE/Academics/Courses/aae3331/Reynolds%20Pipe%20Flow/moody.si.pdf>

Sloučením rovnic (1) a (2) získáme výslednou rovnicí Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{k/D}{3,7065} + \frac{2,5226}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} \right) \quad (3.1.3)$$

Rovnice (3.1.3) byla dlouhou dobu standardem pro určování součinitele tření, přestože je rovnice v implicitním tvaru a byl vyžadován iterační výpočet.

V roce 1965 zveřejnila americká společnost Bureau of Reclamation velké množství dat z běžně vyráběných potrubí. Potrubí byla z betonu, dřeva a oceli. Některá ocelová potrubí byla na vnitřním povrchu opatřena zaoblenými výstupky ve tvaru nýtových hlav. Záznam ukazuje, že některá z těchto dat nemůžou být popsána Colebrook-Whiteovou rovnicí.

Navíc několik z výzkumných pracovníků zjistilo, že Colebrook-Whiteova rovnice je neadekvátní pro potrubí s průměrem menším než 2,5mm. Hodnota součinitele tření odvozeného z laboratorních záznamů klesá s rostoucím Reynoldsovým číslem až k jisté kritické hodnotě, zatímco hodnota součinitele tření vypočtena z Colebrook-Whiteovy rovnice, má tendenci být konstantní při zvětšujícím se Reynoldsově čísle.

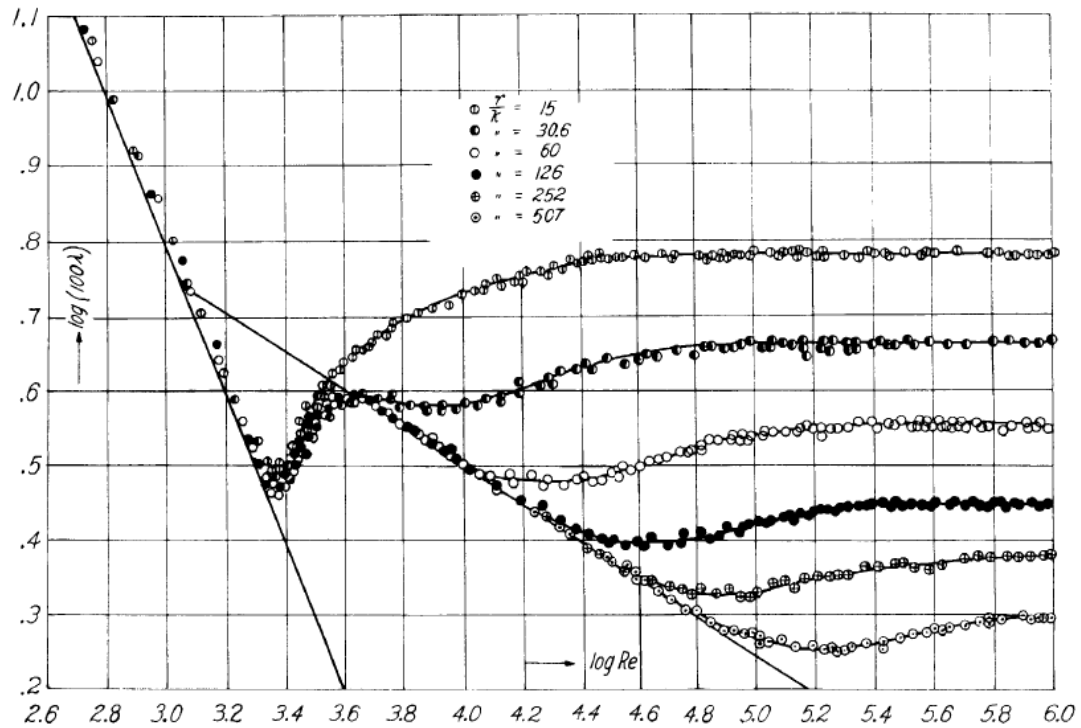
M. V. Zagarola (1996) zaznamenal, že Prandtlův zákon popisující proudění v hydraulicky hladkém potrubí není přesný pro vysoké hodnoty Reynoldsova čísla a proto Colebrook-Whiteův vztah, který je na Prandtlově zákoně založen, také není pro vysoké hodnoty Reynoldsova čísla zcela přesný [7],[8].

3.2 Nikuradseho diagram

Nikuradseho diagram byl vytvořen J. Nikuradsem v roce 1933. Diagram byl sestaven na základě výsledků měření proudění kapaliny (vody) v skleněných potrubích. Nikuradse provedl měření pro oblast laminárního a turbulentního proudění. Jednotlivé typy potrubí o různých drsnostech byly vytvořeny nalepením písku o homogenní velikosti částic na vnitřní stěny skleněného potrubí. Samotné skleněné potrubí bylo považováno za hydraulicky hladké a dalších šest měření bylo provedeno pro hodnoty poměrů:

$$\frac{r}{k} = 15; 30,6; 60; 126; 252; 507$$

Kde „ k “ je průměrná hodnota absolutní drsnosti a „ r “ je poloměr potrubí. Poměr $\frac{r}{k}$ lze jednoduše převést na hodnotu relativní drsnosti „ k_r “. Nikuradse provedl měření pro hodnoty Reynoldsova čísla v rozmezí cca 4000 až 1000000 [3].



Obr. 2 Nikuradseho diagram²

² NIKURADSE, J.: *Laws of flow in rough pipes*. Washington 1950. Přel. z: *Strömungsgesetze in rauhen ohren*. Berlin 1933

4 Přehled vzorců pro výpočet součinitele tření λ

a) laminární proudění: *Hagen-Poiseuille*

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (4.1)$$

Protože se v běžných inženýrských aplikacích (přiváděče vodních elektráren, potrubní systémy čerpacích stanic, vodovodní sítě) nesetkáme s laminárním prouděním, má význam se zabývat pouze výpočty koeficientu tření λ pro turbulentní typ proudění.

4.1 Vztahy pro výpočet součinitele tření turbulentního proudění v oblasti hydraulicky hladkého potrubí [2]

Blasius: Pro $Re < 10^5$

$$\lambda = 0,3164 \cdot Re^{-0,25} \quad (4.1.1)$$

Lees: Pro $Re < 15 \cdot 10^6$

$$\lambda = 0,00714 + 0,61 \cdot Re^{-0,35} \quad (4.1.2)$$

Drew: Pro $Re < 10^6$

$$\lambda = 0,0056 + 0,5 \cdot Re^{-0,32} \quad (4.1.3)$$

Herman: Pro $Re < 10^8$

$$\lambda = 0,0054 + 0,395 \cdot Re^{-0,3} \quad (5.1.4)$$

Prandtl-Karmán:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \cdot \log \left(\frac{Re \cdot \sqrt{\lambda}}{2,51} \right) \quad (4.1.5)$$

$$\lambda = (1,8 \cdot \log(Re) - 1,5)^{-2} \quad (4.1.6)$$

Konakov:

$$\lambda = 0,309 \cdot \left[\log \left(\frac{Re}{7} \right) \right]^{-2} \quad (4.1.7)$$

Nikuradse:

$$\lambda = 0,0032 + 0,221 \cdot Re^{-0,237} \quad (4.1.8)$$

4.2 Vztahy pro výpočet součinitele tření v přechodové oblasti turbulentního proudění [2], [8]

Al'tšul (A): Pro $Re > 400 \cdot D/k$

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{k}{D} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25} \quad (4.2.1)$$

Al'tšul (B):

$$\lambda = \left[-1,8 \cdot \log \left(\frac{k}{10 \cdot D} + \frac{7}{Re} \right) \right]^{-2} \quad (4.2.2)$$

Colebrook-White (1937):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{2,5226}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{D \cdot 3,7065} \right) \quad (4.2.3)$$

Frenkel:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left[\frac{k}{D \cdot 3,7} + \left(\frac{6,81}{Re} \right)^{0,9} \right] \quad (4.2.4)$$

Moody: Pro $Re \geq 4 \cdot 10^3$

$$\lambda = 0,0055 \cdot \left[1 + \left(2 \cdot 10^4 \frac{k}{D} + \frac{10^6}{Re} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (\mathbf{A}) \quad (4.2.5)$$

$$\lambda = 0,25 \cdot \left[\log \left(\frac{15}{Re} + \frac{k}{3,7D} \right) \right]^{-2}$$

(B) (4.2.6)

Swamee a Jain (1976): Pro $5000 \leq Re \leq 10^7$ a $0,00004 \leq k/D \leq 0,05$

$$\lambda = \frac{0,25}{\left[\log \left(\frac{k}{3,7 \cdot D} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^2}$$

(4.2.7)

4.3 Vztahy pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky drsného potrubí [2]

Colebrook-White: Pro $Re > 10^3 \cdot D/k$

$$\lambda = 0,25 \left[\log \left(3,715 \cdot \frac{D}{k} \right) \right]^{-2}$$

(4.3.1)

Nikuradse:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \frac{k}{3,71 \cdot D}$$

(4.3.2)

Schifrinson: Pro $Re > 1,25 \cdot D/k$

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{D}{k} \right)^{-0,25}$$

(4.3.3)

Teplov:

$$\lambda = \left[1,8 \cdot \log \left(\frac{D}{2 \cdot k} \right) + 2,19 \right]^{-2}$$

(4.3.4)

4.4 Univerzální vztahy pro výpočet součinitele tření ve všech třech oblastech turbulentního proudění [8], [12]

Barr (1981):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{k}{3,7 \cdot D} + \frac{4,518 \cdot \log \left(\frac{Re}{7} \right)}{Re \cdot \left(1 + \frac{Re^{0,52}}{29} \cdot \left(\frac{k}{D} \right)^{0,7} \right)} \right) \quad (4.4.1)$$

Haaland (1983):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1,8 \cdot \log \left[\left(\frac{k}{3,7 \cdot D} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{Re} \right] \quad (4.4.2)$$

Chen (1979):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left[\frac{k}{3,7065 \cdot D} - \frac{5,0452}{Re} \cdot \log \left(\left(\frac{1}{2,8257} \right) \cdot \left(\frac{k}{D} \right)^{1,1098} + \frac{5,8506}{Re^{0,8981}} \right) \right] \quad (4.4.3)$$

Churchill (1977):

$$\lambda = 8 \cdot \left[\left(\frac{8}{Re} \right)^{12} + (A + B)^{-\frac{3}{2}} \right]^{\frac{1}{12}}$$

$$A = \left[-2 \cdot \ln \left(\left(\frac{\left(\frac{k}{D} \right)}{3,7} \right) + \left(\frac{7}{Re} \right)^{0,9} \right) \right]^{16}$$

$$B = \left(\frac{37530}{Re} \right)^{16} \quad (4.4.4)$$

Manadilli (1997):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{k}{3,7 \cdot D} + \frac{95}{Re^{0,983}} - \frac{96,82}{Re} \right) \quad (4.4.5)$$

Romeo a kolektiv (2002):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{k}{3,7065 \cdot D} - \frac{5,0272}{Re} \cdot A \right)$$

$$A = \log \left(\frac{k}{3,827 \cdot D} - \frac{4,567}{Re} \cdot \log \left(\left(\frac{k}{7,7918 \cdot D} \right)^{0,9924} + \left(\frac{5,3326}{208,815 + Re} \right)^{0,9345} \right) \right)$$

(4.4.6)

Round (1980):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1,8 \cdot \log \left(0,27 \cdot \frac{k}{D} + \frac{6,5}{Re} \right)$$

(4.4.7)

Serghide:

$$\lambda = \left[A - \left(\frac{(B - A)^2}{(C - 2B + A)} \right) \right]^{-2}$$

$$A = -2 \cdot \log \left(\frac{k}{3,7 \cdot D} + \frac{12}{Re} \right)$$

$$B = -2 \cdot \log \left(\frac{k}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51 \cdot A}{Re} \right)$$

$$C = -2 \cdot \log \left(\frac{k}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51 \cdot B}{Re} \right)$$

(4.4.8)

Zigrang a Sylvester (1982) ($4000 < Re < 10^8$):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left[\frac{k}{3,7 \cdot D} - \frac{5,02}{Re} \cdot \log \left(\frac{1}{3,7} \cdot \left(\frac{k}{D} \right) - \frac{5,02}{Re} \cdot \log \left(\frac{k}{3,7 \cdot D} + \frac{13}{Re} \right) \right) \right]$$

(4.4.9)

5 Porovnání vztahů pro výpočet součinitele tření s Nikuradseho diagramem

Jedním z hlavních témat praktické části práce je porovnání hodnot součinitele tření „ λ “ vypočtených pomocí jednotlivých vztahů s experimentálně odměřenými daty v Nikuradseho diagramu.

Protože byl Nikuradseho diagram vytvořen na základě umělé drsnosti, nelze vypočtené hodnoty v přechodové oblasti turbulentního proudění s tímto diagramem porovnávat (viz kap. 3). Naopak k porovnání hodnot vypočtených pro oblast hydraulicky hladkého potrubí lze diagram využít velice dobře. Zde je totiž součinitel tření závislý pouze na hodnotě Re , nikoliv na relativní drsnosti povrchu potrubí. Stejně tak můžeme porovnávat hodnoty vypočtené pro oblast turbulentního proudění v hydraulicky drsném potrubí, kde je hodnota součinitele tření nezávislá na hodnotě Re a v Nikuradseho diagramu má přímkový tvar rovnoběžný s horizontální osou hodnot Reynoldsova čísla.

Přechodovou oblast turbulentního proudění je třeba určit pomocí Moodyho diagramu, který je založen na měření v průmyslově vyráběných potrubích a přechodová oblast je zde řešena s využitím Colebrook-Whiteovy rovnice.

5.1 Postup výpočtu

Výpočty všech vztahů a jejich vykreslení do Nikuradseho diagramu byly provedeny pomocí programu Maple a Excel. Nikuradseho diagram byl vykreslen na základě hodnot součinitele tření λ a Reynoldsových čísel uvedených v Nikuradseho zprávě [3]. Porovnání přesnosti výpočtu jednotlivých vztahů vůči hodnotám v Nikuradseho diagramu bylo provedeno pomocí výpočtu průměrné absolutní odchylky. Jako nejlepší vzorec pro výpočet součinitele tření byl zvolen ten, který měl nejmenší absolutní odchylku v uvažované oblasti.

5.2 Porovnání vztahů pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky hladkého potrubí

Seřazení dle přesnosti sestupně na základě výpočtu průměrných absolutních odchylek vypočtených dat pomocí jednotlivých vztahů s experimentálními daty z Nikuradseho diagramu.

- 1) *Drew* (4.1.3)
- 2) *Blasius* (4.1.1)
- 3) *Lees* (4.1.2)
- 4) *Konakov*, explicitní forma (4.1.7)
- 5) *Prandtl-Kármán* explicitní forma (4.1.6)
- 6) *Herman* (4.1.4)
- 7) *Nikuradse* (4.1.8)

Hodnoty průměrných absolutních odchylek jsou uvedeny v tabulce 2.

Autor	Průměrná absolutní odchylka
<i>Drew</i>	0,006239802
<i>Blasius</i>	0,00678861
<i>Lees</i>	0,007792134
<i>Konakov</i>	0,010694329
<i>Prandtl-Kármán</i>	0,013525737
<i>Herman</i>	0,017147709
<i>Nikuradse</i>	0,042440381

Tab. 2 Průměrná absolutní odchylka – Hydraulicky hladké potrubí

5.3 Porovnání vztahů pro výpočet součinitele tření v přechodové oblasti turbulentního proudění

Frenkel (4.2.4) – dobře použitelný pro celý rozsah relativních drsností

Al'tšul (A) (4.2.1) – nepřesný, v omezené míře použitelný v rozmezí relativních drsností

$$k_r = 0,002 \text{ až } 0,07$$

Al'tšul (B) (4.2.2) – velmi nepřesný, nevhodný pro výpočet

Colebrook-White (4.2.3) – velmi dobře použitelný, referenční vztah pro porovnání ostatních vzorců pro přechodovou oblast, viz kapitola 3 - Moodyho diagram

Moody (A) (4.2.5) – nepřesný, v omezené míře použitelný v rozmezí relativních drsností

$$k_r = 0,004 \text{ až } 0,01$$

Moody (B) (4.2.6) – velmi dobře použitelný

Swamee-Jain (4.2.7) – dobře použitelný pro celý rozsah relativních drsností

Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
0,033333333	<i>Frenkel</i>	0,000896226
	<i>Swamee-Jain</i>	0,001081789
	<i>Moody (B)</i>	0,001304404
	<i>Moody (A)</i>	0,006544329
	<i>Altsul (B)</i>	0,008728066
	<i>Altsul (A)</i>	0,013197568
	Relativní drsnost	Autor
0,016339869	<i>Swamee-Jain</i>	0,000684224
	<i>Frenkel</i>	0,000746542
	<i>Moody (B)</i>	0,001200073
	<i>Moody (A)</i>	0,002069933
	<i>Altsul (B)</i>	0,004661744
	<i>Altsul (A)</i>	0,006209741
	Relativní drsnost	Autor
0,008333333	<i>Moody (A)</i>	0,000349684
	<i>Frenkel</i>	0,000622278
	<i>Swamee-Jain</i>	0,000709225
	<i>Moody (B)</i>	0,001102753
	<i>Altsul (B)</i>	0,002523216
	<i>Altsul (A)</i>	0,002876914
	Relativní drsnost	Autor
0,003968254	<i>Frenkel</i>	0,00029517
	<i>Swamee-Jain</i>	0,000349849
	<i>Moody (B)</i>	0,000364975
	<i>Moody (A)</i>	0,000575116
	<i>Altsul (A)</i>	0,000801209
	<i>Altsul (B)</i>	0,001451082
	Relativní drsnost	Autor
0,001984127	<i>Moody (B)</i>	0,000018216
	<i>Altsul (A)</i>	0,000092910
	<i>Frenkel</i>	0,000140186
	<i>Swamee-Jain</i>	0,000160559
	<i>Moody (A)</i>	0,000789362
	<i>Altsul (B)</i>	0,0083392
	Relativní drsnost	Autor
0,000986193	<i>Altsul (A)</i>	0,000071910

	<i>Moody (B)</i>	0,000102564
	<i>Frenkel</i>	0,000110191
	<i>Altsul (B)</i>	0,000375413
	<i>Moody (A)</i>	0,000612969
	<i>Swamee-Jain</i>	0,000137005

Tab. 3 Průměrná absolutní odchylka – Přechodová oblast turbulentního proudění

5.4 Porovnání vztahů pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky drsného potrubí

Colebrook-White (4.3.1) – velmi dobře použitelný

Lze ověřit, že rovnice (4.3.1) uvedená v (2, str. 93) je stejná, pouze v jiném tvaru jako Nikuradseho vztah (4.3.2).

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log\left(\frac{k}{D \cdot 3,71}\right) \quad (4.3.1)$$

$$\frac{1}{-2 \cdot \log\left(\frac{k}{D \cdot 3,71}\right)} = \sqrt{\lambda} \quad (4.3.2)$$

$$\left(\frac{-0,5}{\log\left(\frac{k}{D \cdot 3,71}\right)}\right)^2 = \lambda \Rightarrow \lambda = 0,25 \left[\log\left(3,715 \cdot \frac{d}{k}\right)\right]^{-2}$$

To znamená, že obě rovnice jsou ekvivalentní a dávají stejné výsledky.

Schifrinson (4.3.3) – velmi nepřesný, nepoužitelný

Nikuradse (4.3.2) – velmi dobře použitelný pro celý rozsah relativních drsností

Teplov (4.3.4) – nepřesný, s omezením použitelný v rozmezí relativních drsností $k_r = 0,002$ až $0,007$, nejpřesnější z uvedených vzorců pro hydraulicky drsné potrubí s relativní drsností $k_r = 0,003968254$ (viz graf č. 4, příloha B).

Přesnost jednotlivých vztahů lze vyjádřit pomocí průměrné absolutní odchylky vypočtených hodnot od naměřených, tak jak je uvedeno v tabulce. Jednotlivé vztahy jsou pro 6 různých relativních drsností seřazeny sestupně od nejmenší hodnoty k největší.

Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
kr=0,03333333	<i>Colebrook-White</i>	0,000485823
	<i>Tepløv</i>	0,006220802
	<i>Schifrinson</i>	0,013127758
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
kr=0,016339869	<i>Colebrook-White</i>	0,000430465
	<i>Schifrinson</i>	0,005976934
	<i>Tepløv</i>	0,005976934
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
kr=0,00833333	<i>Colebrook-White</i>	0,000276763
	<i>Tepløv</i>	0,001207297
	<i>Schifrinson</i>	0,002384503
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
kr=0,03968254	<i>Tepløv</i>	0,000152239
	<i>Colebrook-White</i>	0,000253261
	<i>Schifrinson</i>	0,0046156
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
kr=0,001984127	<i>Colebrook-White</i>	0,000177009
	<i>Tepløv</i>	0,000218874
	<i>Schifrinson</i>	0,000234876
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
kr=0,000986193	<i>Schifrinson</i>	0,000111066
	<i>Colebrook-White</i>	0,000167818
	<i>Tepløv</i>	0,000686223

Tab. 4 Průměrná absolutní odchylka – Hydraulicky drsné potrubí

5.5 Porovnání vztahů pro výpočet součinitele tření použitelných pro všechny režimy turbulentního proudění

Barr (4.4.1) – velmi přesný pro výpočet v přechodové oblasti turbulentního proudění

Haaland (4.4.2) – velmi přesný v oblasti hydraulicky drsného potrubí pro relativní drsnost $k_r = 0,01$ až $0,05$

Chen (4.4.3) – dobře použitelný v přechodové oblasti turbulentního proudění

Churchil (4.4.4) – zajímavý ale ne moc přesný vztah řešící i přechod z laminárního do turbulentního proudění

Manadilli (4.4.5) – použitelný pouze v oblasti hydraulicky hladkého potrubí

Romeo (4.4.6) – velmi přesný pro výpočet v přechodové oblasti turbulentního proudění

Round (4.4.7) – velmi nepřesný vztah při výpočtu ve všech oblastech

Serghide (4.4.8) – dobře použitelný v přechodové oblasti turbulentního proudění

Zigrang a Sylvestr (4.4.9) – dobře použitelný v přechodové oblasti turbulentního proudění

5.5.1 Výpočet v oblasti hydraulicky hladkého potrubí

Autor	Průměrná absolutní odchylka
<i>Romeo</i>	0,010592136
<i>Manadili</i>	0,011042588
<i>Serghide</i>	0,011044877
<i>Chen</i>	0,011105504
<i>Barr</i>	0,011122454
<i>Churchill</i>	0,011159454
<i>Zigrang a Sylvestr</i>	0,011342933
<i>Haaland</i>	0,012344093
<i>Round</i>	0,018563954

Tab. 5 Průměrná absolutní odchylka, vztahy pro všechny oblasti – hydraulicky hladké potrubí

5.5.2 Výpočet v přechodové oblasti turbulentního proudění

Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
0,033333333	<i>Chen</i>	0,0000604313
	<i>Romeo</i>	0,0000681782
	<i>Serghide</i>	0,00009821
	<i>Barr</i>	0,00010284
	<i>Zigrang a Sylvester</i>	0,000129134
	<i>Haaland</i>	0,000358373
	<i>Manadilli</i>	0,000828022
	<i>Churcill</i>	0,005884653
	<i>Round</i>	0,013716941
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
0,016339869	<i>Barr</i>	0,000040716
	<i>Romeo</i>	0,000490755
	<i>Chen</i>	0,0000527923
	<i>Serghide</i>	0,0000614694
	<i>Zigrang a Sylvester</i>	0,000108194
	<i>Haaland</i>	0,000218531
	<i>Manadilli</i>	0,000673199
	<i>Churcill</i>	0,003628448

	<i>Round</i>	0,00990646
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
0,008333333	<i>Romeo</i>	0,0000395767
	<i>Serghide</i>	0,0000404671
	<i>Chen</i>	0,0000586251
	<i>Barr</i>	0,0000625338
	<i>Zigrang a Sylvester</i>	0,0000954259
	<i>Haaland</i>	0,000135554
	<i>Manadilli</i>	0,000549667
	<i>Churcill</i>	0,002498518
	<i>Round</i>	0,007338432
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
0,003968254	<i>Romeo</i>	0,0000276328
	<i>Barr</i>	0,000027806
	<i>Serghide</i>	0,0000286369
	<i>Haaland</i>	0,0000491629
	<i>Zigrang a Sylvester</i>	0,0000543931
	<i>Chen</i>	0,00000557398
	<i>Manadilli</i>	0,000326118
	<i>Churcill</i>	0,000346225
	<i>Round</i>	0,005756849
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
0,001984127	<i>Barr</i>	0,0000147222
	<i>Romeo</i>	0,0000152762
	<i>Serghide</i>	0,0000189565
	<i>Zigrang a Sylvester</i>	0,0000237948
	<i>Chen</i>	0,0000403396
	<i>Haaland</i>	0,0000635747
	<i>Churcill</i>	0,000149644
	<i>Manadilli</i>	0,000181735
	<i>Round</i>	0,00506238
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
0,000986193	<i>Barr</i>	0,0000109183
	<i>Romeo</i>	0,000015014
	<i>Serghide</i>	0,0000162054
	<i>Zigrang a Sylvester</i>	0,0000230344
	<i>Chen</i>	0,0000479442
	<i>Haaland</i>	0,0000790744
	<i>Churcill</i>	0,000133507
	<i>Manadilli</i>	0,000170077
	<i>Round</i>	0,003956164

Tab. 6 Průměrná absolutní odchylka, vztahy pro výpočet součinitele tření v přechodové oblasti turbulentního proudění

5.5.3 Výpočet v oblasti hydraulicky drsného potrubí

Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
0,03333333	<i>Haaland</i>	0,000289207
	<i>Manadilli</i>	0,000324953
	<i>Zigrang a Sylvester</i>	0,000330287
	<i>Serghide</i>	0,000330305
	<i>Churchill</i>	0,000334291
	<i>Barr</i>	0,000348627
	<i>Romeo</i>	0,000358374
	<i>Chen</i>	0,0035737
	<i>Round</i>	0,013717017
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
0,016339869	<i>Haaland</i>	0,000362886
	<i>Serghide</i>	0,000381749
	<i>Zigrang a Sylvester</i>	0,000381929
	<i>Barr</i>	0,000387819
	<i>Romeo</i>	0,000388059
	<i>Chen</i>	0,000389427
	<i>Churchill</i>	0,000423207
	<i>Manadilli</i>	0,000431792
	<i>Round</i>	0,010513419
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
0,008333333	<i>Barr</i>	0,000335645
	<i>Manadilli</i>	0,000341109
	<i>Chen</i>	0,000344321
	<i>Serghide</i>	0,000351082
	<i>Zigrang a Sylvester</i>	0,000351147
	<i>Haaland</i>	0,000382366
	<i>Churchill</i>	0,000397551
	<i>Romeo</i>	0,000412363
	<i>Round</i>	0,0085018
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
0,003968254	<i>Barr</i>	0,000443207
	<i>Romeo</i>	0,000454277
	<i>Chen</i>	0,00046262
	<i>Serghide</i>	0,000467469
	<i>Zigrang a Sylvester</i>	0,000467594
	<i>Haaland</i>	0,000503412
	<i>Churchill</i>	0,000539712
	<i>Manadilli</i>	0,000560034
	<i>Round</i>	0,007021026
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka

0,001984127	<i>Barr</i>	0,000238235
	<i>Romeo</i>	0,000244045
	<i>Serghide</i>	0,00025195
	<i>Zigrang a Sylvester</i>	0,000252167
	<i>Chen</i>	0,000254446
	<i>Haaland</i>	0,000267838
	<i>Churchill</i>	0,000328539
	<i>Manadilli</i>	0,000346127
	<i>Round</i>	0,005603503
Relativní drsnost	Autor	Průměrná absolutní odchylka
0,000986193	<i>Barr</i>	0,000521166
	<i>Haaland</i>	0,000524347
	<i>Romeo</i>	0,000525292
	<i>Serghide</i>	0,000531435
	<i>Zigrang a Sylvester</i>	0,000531874
	<i>Chen</i>	0,000542262
	<i>Churchill</i>	0,000615163
	<i>Manadilli</i>	0,000631648
	<i>Round</i>	0,004929198

Tab. 7 Průměrná absolutní odchylka, vztahy pro výpočet součinitele tření použitelné pro všechny tři oblasti turbulentního proudění

6. Zhodnocení výpočtové náročnosti vztahů pro určení součinitele tření

Oblast hydraulicky hladkého potrubí

Uvedené vzorce pro oblast hydraulicky hladkého potrubí nejsou nijak zvláště náročné na výpočet. Pouze implicitní formu vzorce Prandtl-Karmán (4.1.5) je třeba řešit iteračním výpočtem. Nejpoužitelnějším vzorcem pro rychlý výpočet je vztah Blasius (4.1.1), který obsahuje nejméně číselných členů.

Přechodová oblast turbulentního proudění

Přechodová oblast se vyznačuje nejrozvinutějšími vztahy pro výpočet součinitele tření. Vzorce musí obsahovat jak Reynoldsovo číslo, tak hodnotu relativní drsnosti. Jako nejpříjemnější vzorec k výpočtu lze považovat vztah Al'tšul (A) (4.2.1). Tento vztah ovšem nepřináší přesné výsledky při výpočtu. Dobře použitelný a přesný vztah je Swamee-Jain (4.2.7)

Oblast hydraulicky drsného potrubí

Pro výpočet v oblasti hydraulicky drsného potrubí je z hlediska výpočtové náročnosti nejpříjemnější vztah Schiffrinson (4.3.3), obsahující kromě relativní drsnosti pouze dva číselné členy. Bohužel není nejpřesnější, proto je lepší použít vztah Colebrook-White (4.3.1) resp. Nikuradse (4.3.2) obsahující logaritmický člen.

Vztahy použitelné pro všechny oblasti

Tyto vztahy patří k nejsložitějším na výpočet. Musí obsahovat Reynoldsovo číslo i relativní drsnost a v mnoha případech několikrát v podobě doplňujících členů. Nejpříjemnějším vztahem by mohl být Haaland (4.4.2), je ovšem oproti jiným vzorcům nepřesný. Vztahy Barr (4.4.1) a Romeo (4.4.6) jsou jedny z nejpřesnějších pro výpočet, ale také velmi rozvinuté a ne zrovna pohodlné pro běžné použití.

7. Určení číselných koeficientů vzorce pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky hladkého potrubí pomocí Gauss-Newtonovy metody

Díky nově vytvořené proceduře v programu Maple určené pro výpočet koeficientů regresní funkce Gauss-Newtonovou metodou, lze zpřesnit číselné koeficienty vztahů pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky hladkého potrubí. Tuto proceduru vytvořil doc. RNDr. Stanislav Bartoň, CSc z Mendelovy zemědělské a lesnické univerzity v Brně.

Vztahy Balsius (4.1.1), Lees (4.1.2), Drew (4.1.3), Herman (4.1.4) a Nikuradse (4.1.8) mohou být všechny zapsány obecným vzorcem

$$\lambda(Re) = a + \frac{b}{Re^n} \quad (7.1)$$

Liší se pouze hodnotami exponentu „n“. Není proto nutné mezi nimi rozlišovat.

Po devítikrokové iteraci dojdeme k výsledným hodnotám číselných koeficientů a vzorci ve tvaru:

$$\lambda = 0,00570506449205522859181008 + \frac{0,483067860179673887527377}{Re^{0,317456854649539279340969}} \quad (7.2)$$

Takto vypočtený součinitel tření je přesnější než pomocí dosud nejpřesnějšího vztahu Drew (4.1.3)

Protože by nebylo vhodné při běžném výpočtu používat takto rozvinutý vztah, lze ho upravit zkrácením číselných koeficientů na pět respektive čtyři desetinná místa.

$$\lambda = 0,00571 + \frac{0,4831}{Re^{0,3175}} \quad (7.3)$$

Tento upravený vztah si dovolím, s přihlédnutím k autorovi, ze kterého vzešel a autorovi který ho upravit, pojmenovat Drew-Bartoň.

Autor	Průměrná absolutní odchylka
<i>Drew-Bartoň</i>	0,005955858
<i>Drew</i>	0,006239802

Tab. 8 Průměrná absolutní odchylka vztahu Drew-Bartoň

8. Závěr

Hlavním cílem této práce bylo vytvořit co největší komplet dostupných vzorců pro výpočet součinitele tření turbulentního proudění ve všech třech oblastech – oblasti hydraulicky hladkého potrubí, přechodové oblasti a oblasti hydraulicky drsného potrubí. Dále bylo provedeno vzájemné porovnání vztahů podle přesnosti výpočtů, zhodnocení výpočtové náročnosti a doporučení těch nejpřesnějších pro budoucí výpočty součinitele tření při návrhu hydraulických systémů.

Podle dosažených výsledků je zřejmé, že při výpočtu součinitele tření v přechodové oblasti turbulentního proudění lze dosáhnout velmi dobré přesnosti s využitím vztahů dvou autorů – Barr (4.4.1), Romeo (4.4.6). Ty jsou přitom s menší nepřesností použitelné i pro celý rozsah Reynoldsova čísla a relativní drsnosti.

Pro výpočet ztrát v oblasti hydraulicky drsného potrubí je vhodné použít vztah Colebrook-White (4.3.1) respektive Nikuradse (4.3.2), nebo s menší nepřesností využít vztah Barr (4.4.1) použitelný pro všechny oblasti turbulentního proudění.

V oblasti hydraulicky hladkého potrubí se dle doposud uveřejněných vzorců jeví jako nejpoužitelnější vztah Drew (4.1.3) a s menší chybou Blasius (4.1.1).

Gauss-Newtonovou metodou lze ale vypočítat koeficienty regresní funkce, tak aby byla dosažena maximální přesnost výpočtu, viz kapitola 6. Takto upravený vztah (7.3) má průměrnou absolutní odchylku vypočtených hodnot od hodnot z Nikuradseho diagramu pro hydraulicky hladké potrubí řádově menší o $3 \cdot 10^{-4}$, než je vztah Drew (4.3.1).

Přechod mezi turbulentním prouděním v hydraulicky drsném potrubí a turbulentním prouděním v hydraulicky hladkém potrubí závisí na materiálu, z kterého je potrubí vyrobeno, respektive na struktuře vnitřního povrchu stěn. Důležité je, že pokud se nejedná o uměle vytvořený povrch (vlnitý povrch, pravidelné příčky, písková drsnost,...), nevykazují průběhy křivek v přechodové oblasti poklesy, ale jsou pro běžné materiály (ocel, litina, měď,...) určeny Colebrook-Whiteovou funkcí.

Při výpočtu v přechodové oblasti turbulentního proudění a v oblasti hydraulicky drsného potrubí se přesnost jednotlivých vztahů měnila se změnou relativní drsnosti. Je proto dobré, se při výběru vztahu, který využijeme pro výpočet součinitele tření v těchto oblastech, řídit tabulkou pro danou relativní drsnost. Bohužel bylo porovnání možné provést pouze pro šest hodnot relativní drsnosti. Pokud se nacházíme mezi dvěma

hodnotami, je třeba se přiklonit k tabulce, která je svou hodnotou relativní drsnosti blíže k námi uvažované.

Chceme-li dosáhnout nejpřesnějších výsledků, musíme kromě výpočtů v oblasti hladkého potrubí, použít složitější vztahy. Odměnou však může být přesně dimenzovaný potrubní systém s ohledem na potřebnou energii k dopravě kapaliny, a tím i ekonomickou náročnost provozu.

Přílohy 1 až 3 obsahují grafické vyjádření jednotlivých vztahů pro výpočet součinitele tření pro jednotlivé oblasti turbulentního proudění. Vymezení oblastí (přechodová oblast a hydraulicky drsné potrubí), pro které lze vztah využít, je znázorněno zeleně zbarvenými přímkami. V příloze 4 je grafické vyjádření vztahů, které lze využít pro výpočet ve všech třech oblastech turbulentního proudění. Příloha 5 obsahuje grafické porovnání všech vztahů pro výpočet součinitele tření v přechodové oblasti s Colebrook-Whiteovou funkcí.

Řešení problémů určení součinitele tření pro výpočet délkových ztrát není stále u konce. Velký prostor k výzkumu dává zejména proudění v přechodové oblasti. S příchodem nových materiálů využívaných pro výrobu potrubí by se mělo ověřit, jestli lze výpočty provádět s uvážením, že je přechodová oblast popsána Colebrook-Whiteovou rovnicí, která byla odvozena na základě testů provedených v té době nejpoužívanějších materiálů, anebo se musíme přiklonit k jiné variantě. Jak je uvedeno v kapitole 3.1, ne vždy lze využít Colebrook-Whiteovu rovnici pro popis přechodové oblasti.

Cílem konstruktéra by měl být potrubní systém s nejmenšími ztrátami. Tedy takový kde bude dosaženo kompromisu mezi rychlostí proudění, průměrem potrubí a strukturou vnitřních stěn. Při řešení potrubních systémů se nevyhneme proudění v problematické přechodové oblasti. Pokud nám to ale podmínky dovolí je řešení třecích ztrát v oblasti hydraulicky hladkého nebo drsného potrubí podstatně přesnější.

Výsledky této práce jsou založeny na posouzení výpočtů s experimentálně odměřenými daty, které jsou staré víc jak půl století. Odhadovaná chyba Nikuradseho diagramu je 5 – 10%. Proto musí být brán ohled na možné odchylky, pokud by bylo posouzení přesnosti výpočtu provedeno pro nově odměřená data.

Na závěr bych chtěl také poznamenat, že v tabulce [2, str. 93-94] obsahují vzorce (4.1.6), (4.1.7), (4.2.3), (4.3.1), (4.3.3) a (4.4.4) chyby, které jsou v této práci opraveny.

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] ŠOB, F.: *Hydromechanika. Skriptum.* VUT Brno 2002. ISBN 978-80-214-3578-0
- [2] VARCHOLA, M., KNÍŽAT, B., TÓTH, P.: *Hydraulické riešenie potrubných systémov.* Viena. Košice. 2004. 265 s. ISBN 80-8073-126-8.
- [3] NIKURADSE, J.: *Laws of flow in rough pipes.* Washington 1950. Přel. z: *Strömungsgesetze in rauhen ohren.* Berlin 1933
- [4] COLEBROOK, C. F., WHITE, C. M.: *Experiments with fluid friction in roughened pipes.* Proc. R. Soc. Lond. A 1937 161, s. 367-381
- [5] ŠOB, F.: *Výpočet celkových ztrát hydraulických systémů.* ČKD Blansko 1985. 82 s.

INTERNETOVÉ ZDROJE

- [6] MOODY, L. F.: *Friction factor for pipe flows.* Trans. ASME, Princeton, N. J., USA 1944. [citováno 2009_03_15]
Dostupné z: <<http://www.chem.mtu.edu/~fmorriso/cm310/MoodyLFpaper1944.pdf>>.
- [7] Bureau of Reclamation. *Friction Factor for Large Conduits Flowing Full* [on-line]. Vydáno: 1965, [citováno 2009_04_18]
Dostupné z: <http://www.usbr.gov/pmts/hydraulics_lab/pubs/EM/EM07.pdf>.
- [8] RAO, A. R., KUMAR, B. *Friction Factor for Turbulent Pipe Flow* [on-line]. Vydáno: 30.11.2007, [citováno 2009_04_12]
Dostupné z: <<http://eprints.iisc.ernet.in/9587/>>.
- [9] ČVUT. FSv. Hydraulika.: *Hydraulika potrubí* [on-line]. Vydáno: 21.11.2008, [citováno 2009_04_18]

Dostupné z: <http://hydraulika.fsv.cvut.cz/users/matousek/downloads/web_HYA_04_Potrubi_vm.pdf>.

[10] ČVUT. FSv. Hydraulika.: *Proudění v potrubí* [on-line]. Vydáno: 23.10.2007, [citováno 2009_02_23]

Dostupné z: <http://hydraulika.fsv.cvut.cz/Hydraulika/Predmety/HY2V/ke_stazeni/prednasky/HY2V_04_Hydraulika_potrubi.pdf>.

[11] ČVUT. FSv. Hydraulika.: *Struktura proudění v potrubí (i korytě)* [on-line]. Vydáno: 4.12.2007, [citováno 2009_02_26]

Dostupné z: <http://hydraulika.fsv.cvut.cz/users/matousek/downloads/web_HY3V_08_Proudeni_v_potrubi_struktura_proudu.pdf>.

[12] VERMA, M. P. *Moodychart: An activeX component to calculate frictional factor for fluid flow in pipelines* [on-line]. Vydáno: 28.01.2008, [citováno 2009_03_10]

Dostupné z: <<http://pangea.stanford.edu/ERE/pdf/IGAstandard/SGW/2008/verma.pdf>>.

YANG, B.H., JOSEPH, D. D. *Virtual Nikuradse* [online]

Vydáno: červenec 2008, [citováno 2009_05_03]

Dostupné z: <<http://www.aem.umn.edu/people/faculty/joseph/PL-correlations/docs-In/R1-JFM-Submission-Virtual-Nikuradse.pdf>>

Flow in Pipe. *Friction Factor Expressions – Implicit and Explicit* [on-line].

Vydáno: 20.4.2006, [citováno 2009_03_18]

Dostupné z: <<http://www.eng-tips.com/faqs.cfm?fid=1236>>.

MOORE, A. L. *Lecture 7 - Friction factors* [on-line]. [citováno 2009_03_29]

Dostupné z: <http://www.personal.kent.edu/~amoore5/FST_L_7.pdf>.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

d, D	(m)	vnitřní průměr potrubí
D_h	(m)	hydraulický průměr
k	(m)	absolutní drsnost
k_r	(1)	relativní drsnost
L	(m)	měřená délka potrubí
O	(m)	omočený obvod
p	(Pa)	statický tlak
r, R	(m)	vnitřní poloměr potrubí
Re	(1)	Reynoldsovo číslo
Re_k	(1)	kritická hodnota Reynoldsova čísla (přechod z laminárního proudění do turbulentního proudění)
S	(m ²)	obsah
v_s	(m.s ⁻¹)	střední rychlost v profilu
Y_{zt}	(J)	ztrátová měrná energie
v	(m.s ⁻¹)	rychlost proudění
δ	(m)	tloušťka laminární podvrstvy
λ	(1)	smykový součinitel tření po délce potrubí
ν	(m ² .s ⁻¹)	součinitel kinematické viskozity
ξ	(1)	ztrátový součinitel tření po délce
ρ	(kg.m ⁻³)	hustota tekutiny
τ	(Pa)	smykové napětí

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1: *Grafické znázornění vztahů pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky hladkého potrubí*

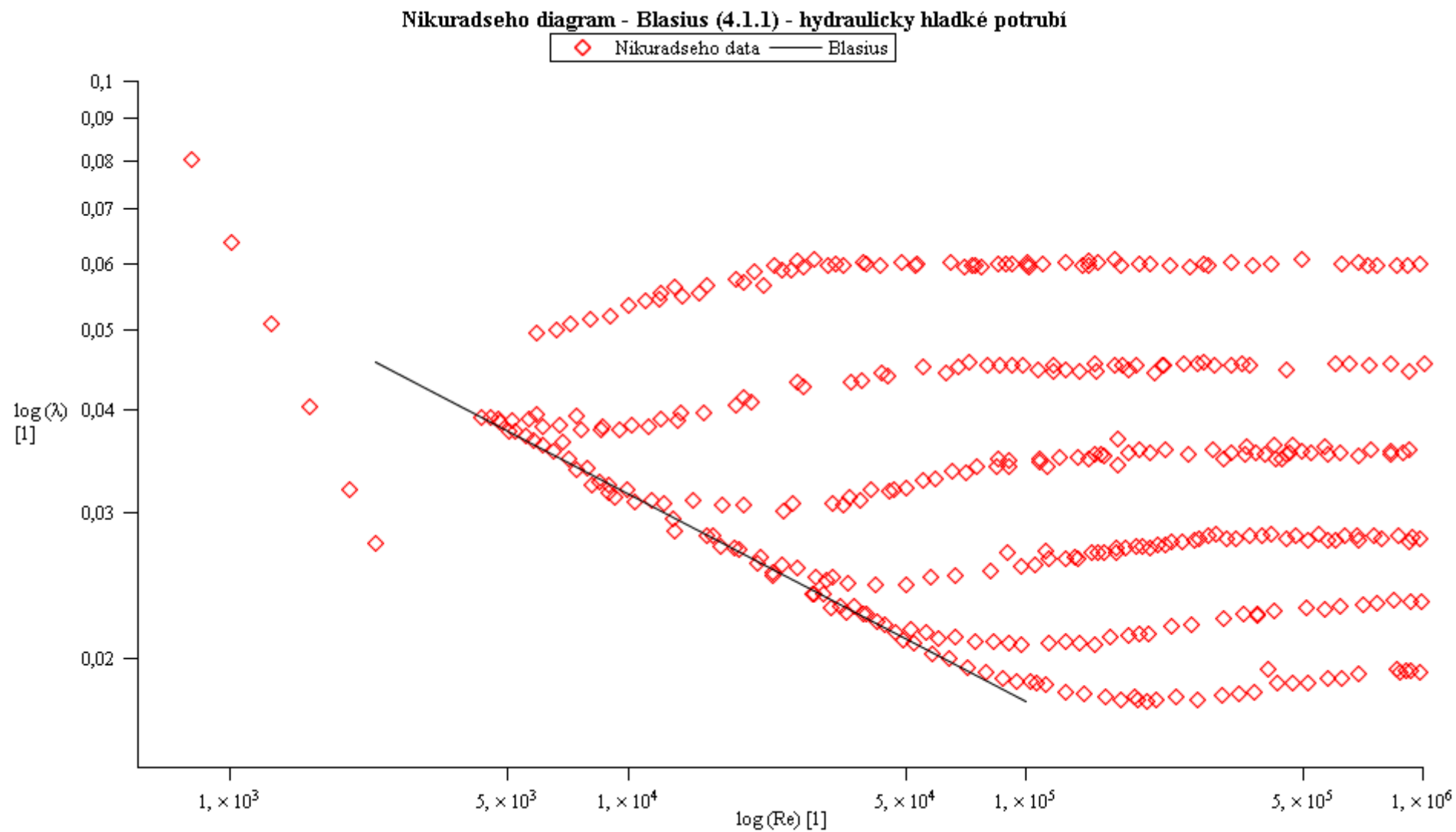
Příloha 2: *Grafické znázornění vztahů pro výpočet součinitele tření v přechodové oblasti turbulentního proudění*

Příloha 3: *Grafické znázornění vztahů pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky drsného potrubí*

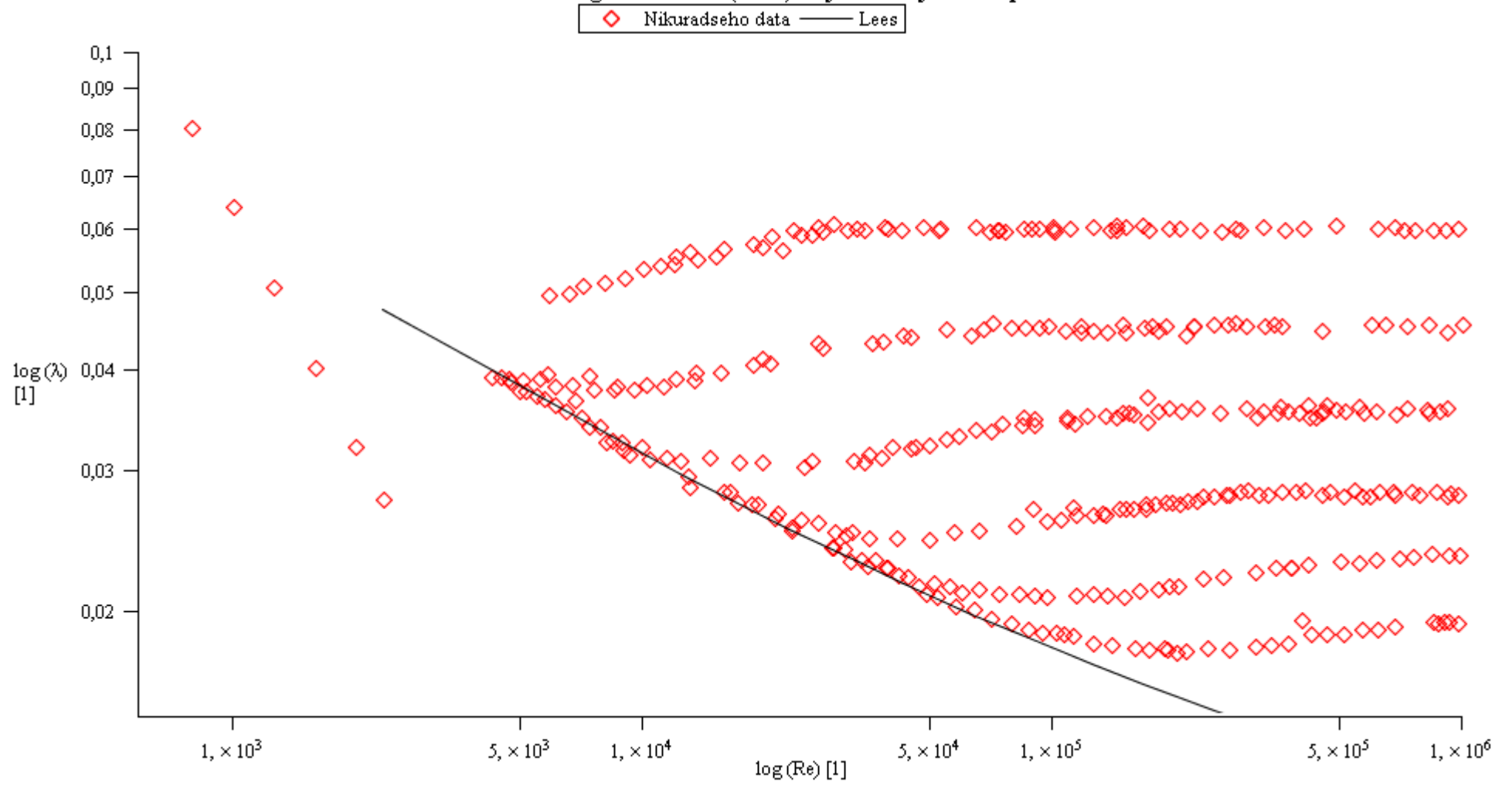
Příloha 4: *Grafické znázornění vztahů pro výpočet součinitele tření použitelných pro všechny tři oblasti turbulentního proudění*

Příloha 5: *Grafické porovnání vztahů pro výpočet součinitele tření v přechodové oblasti turbulentního proudění*

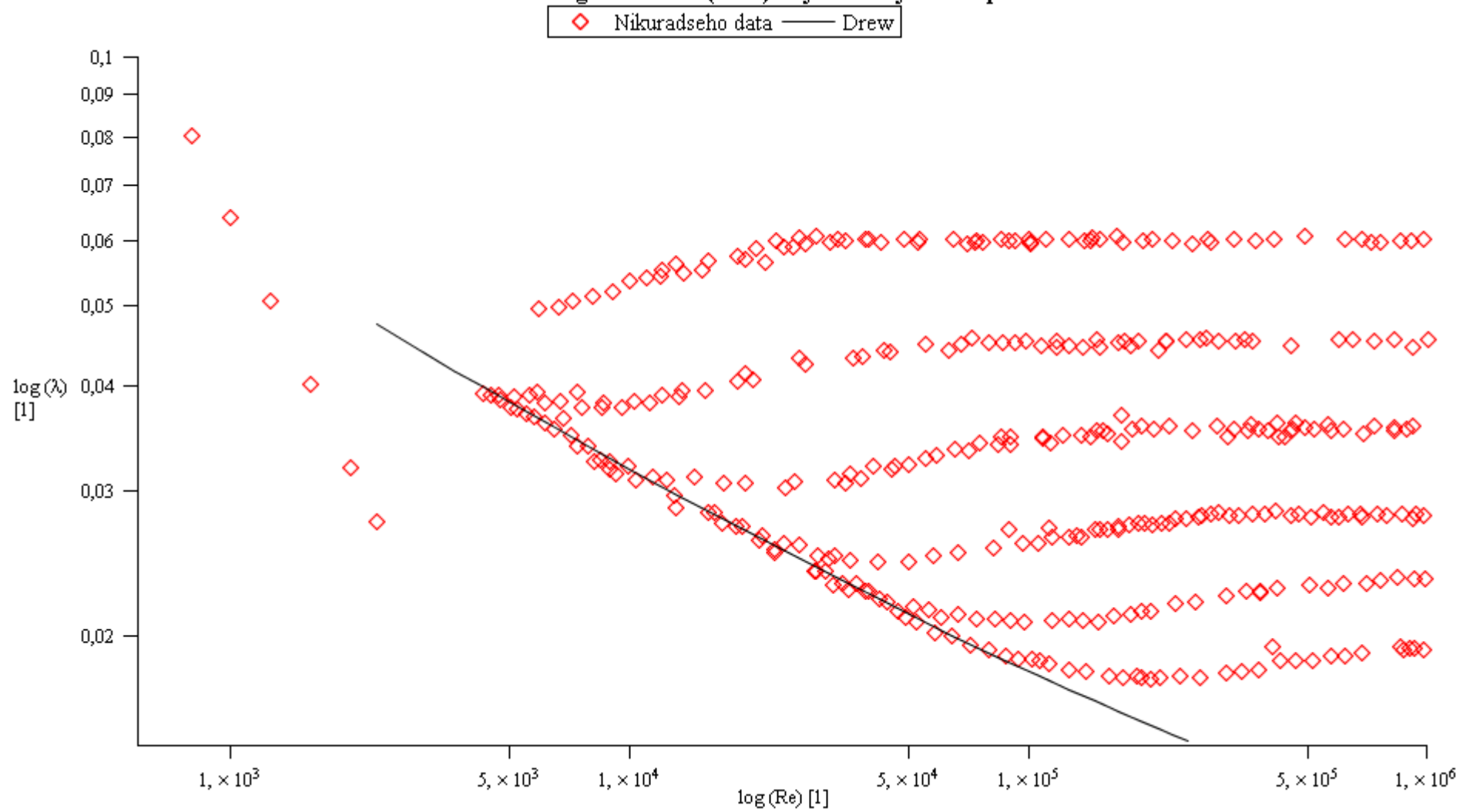
PŘÍLOHA 1 Grafické znázornění vztahů pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky hladkého potrubí



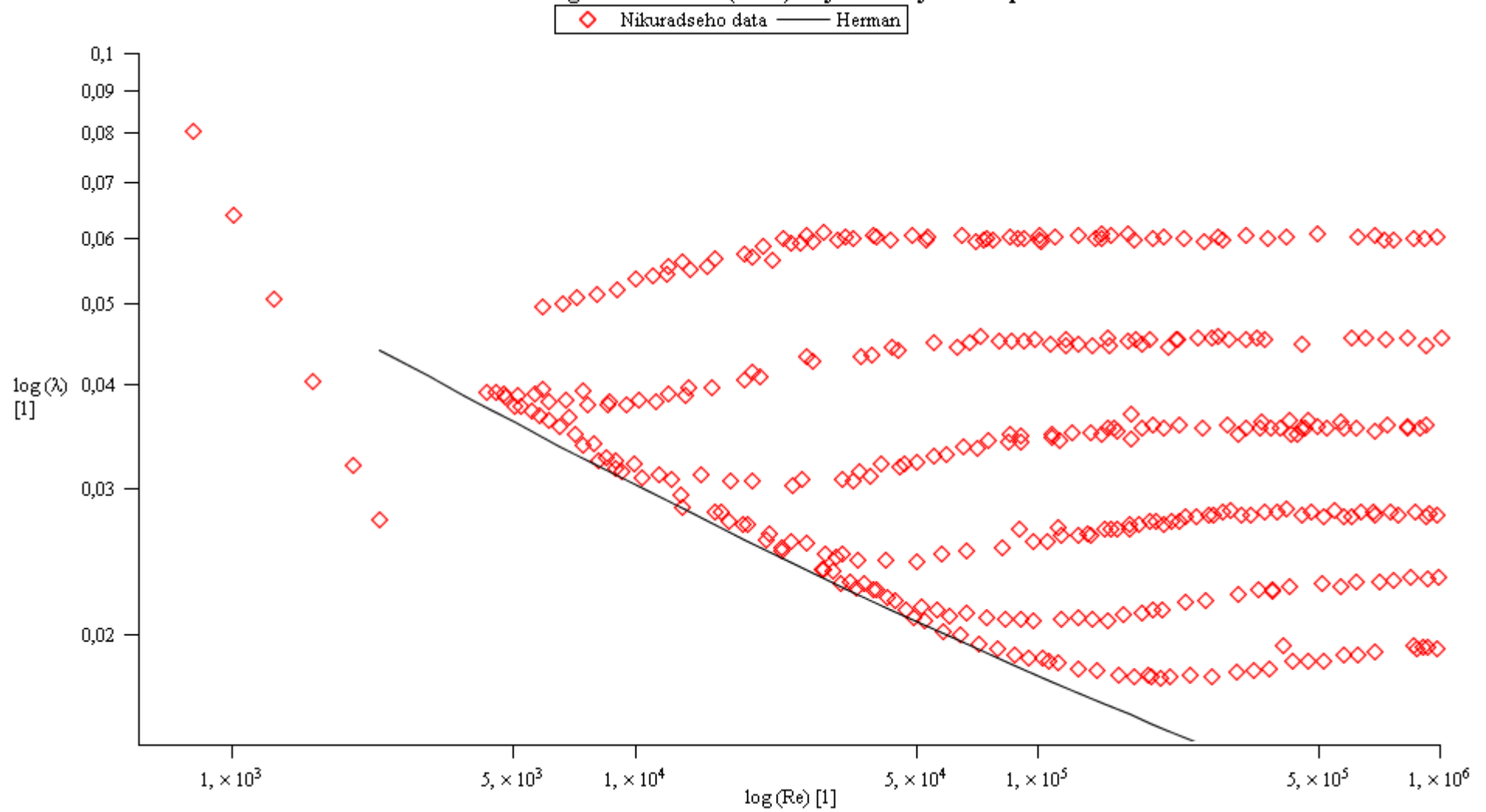
Nikuradseho diagaram - Lees (4.1.2) - hydraulicky hladké potrubí



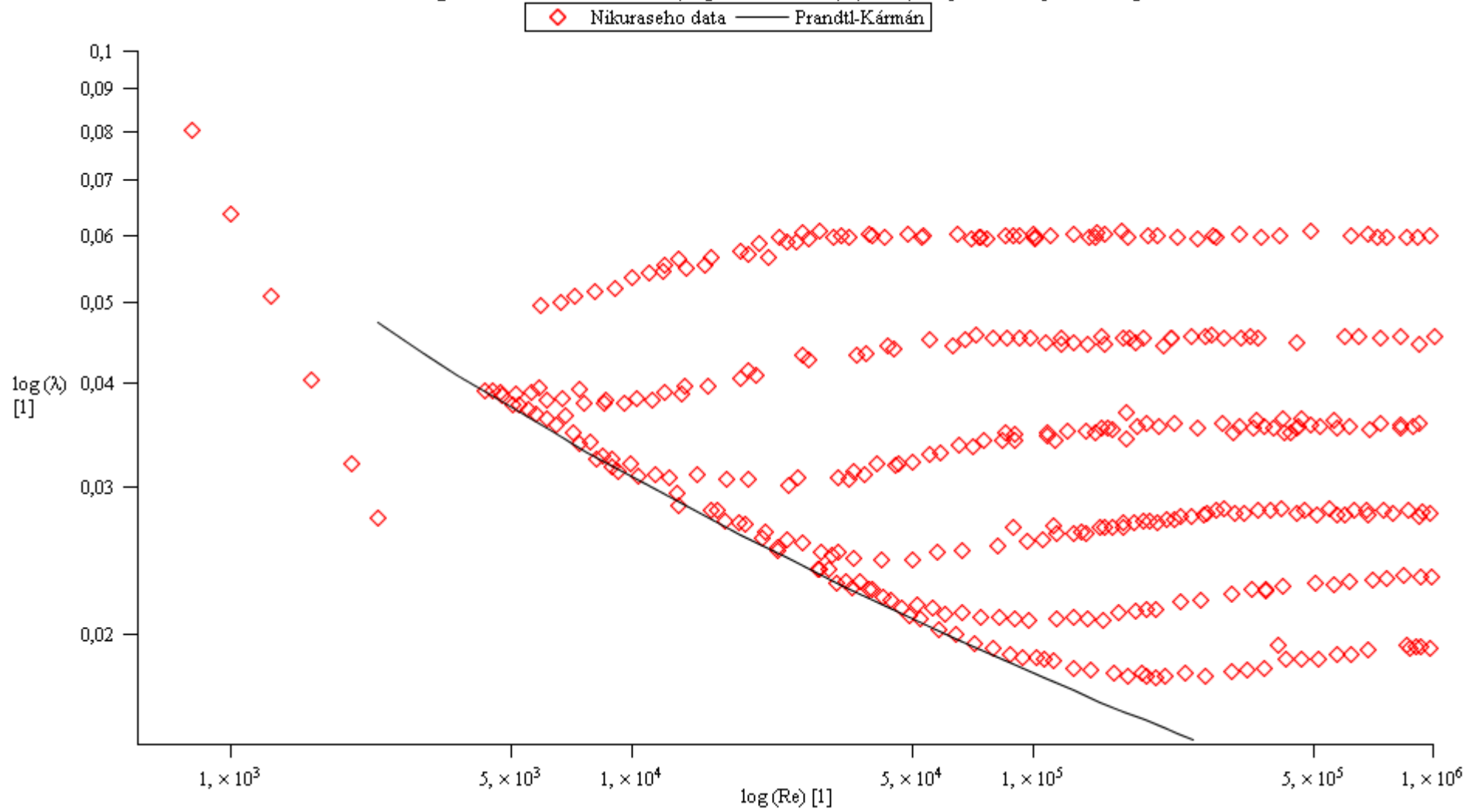
Nikuradseho diagram - Drew (4.1.3) - hydraulicky hladké potrubí



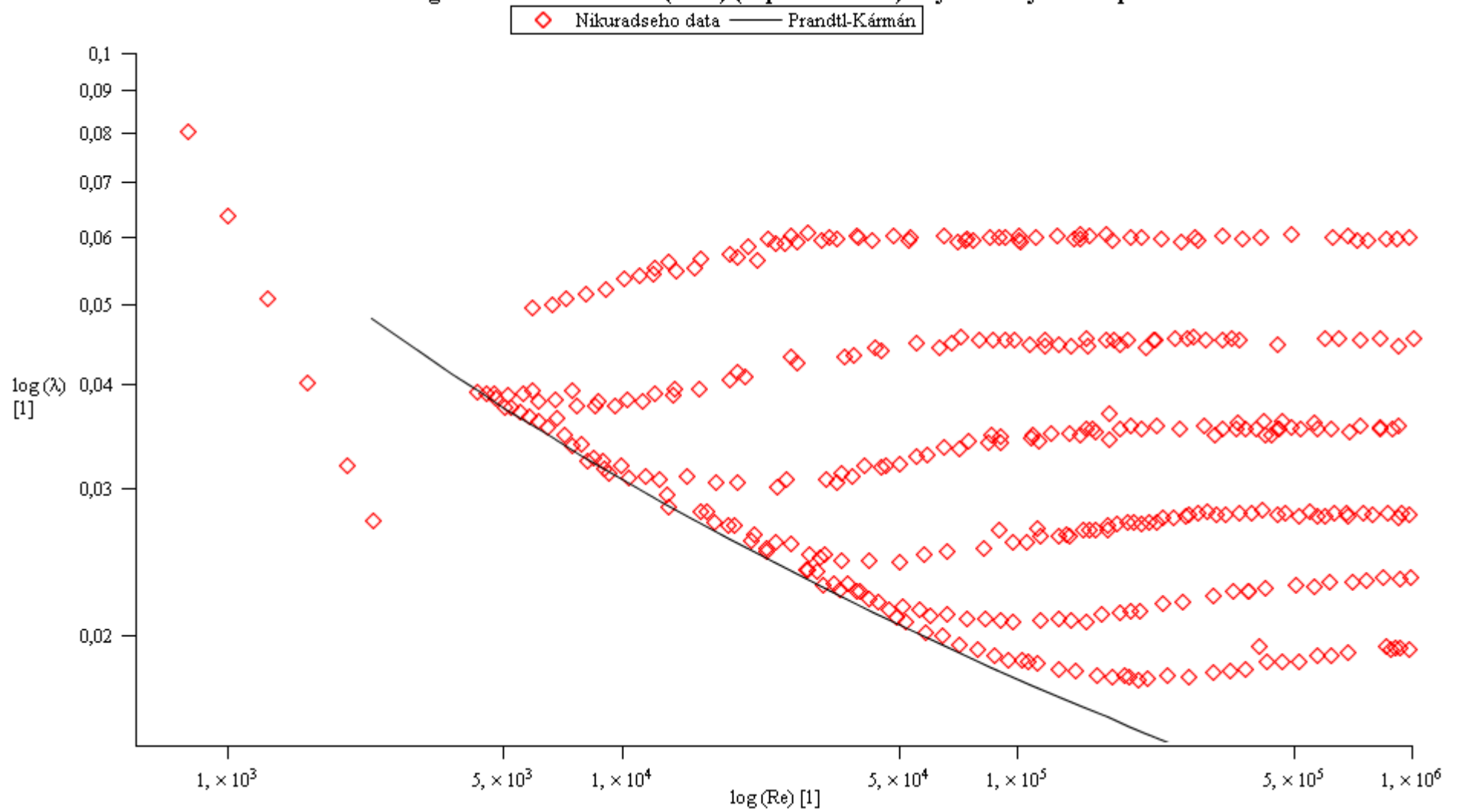
Nikuradseho diagram - Herman (4.1.4) - hydraulicky hladké potrubí



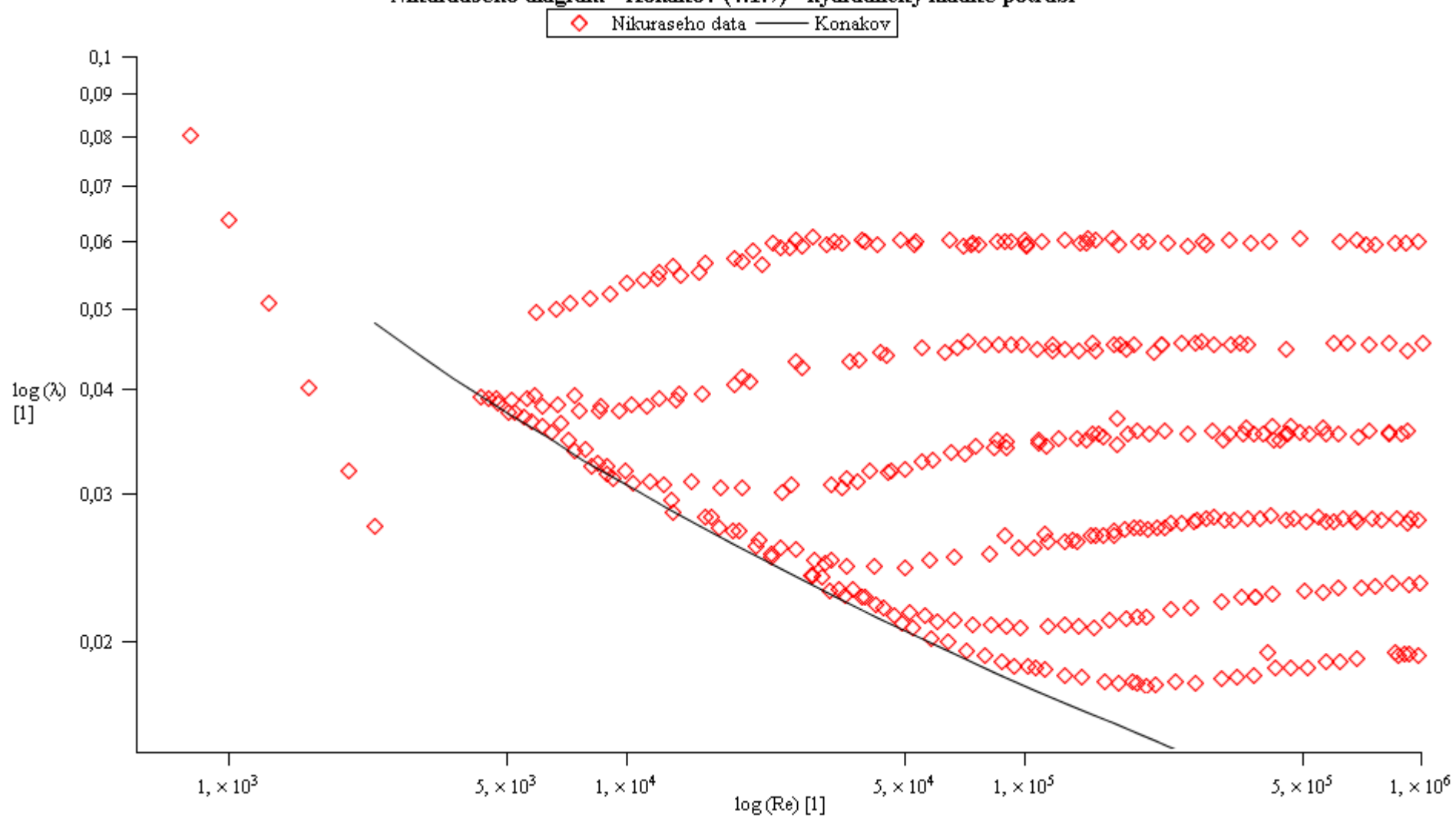
Nikuradseho diagram - Prandtl-Kármán (implicitní forma) (4.1.5) - hydraulicky hladké potrubí



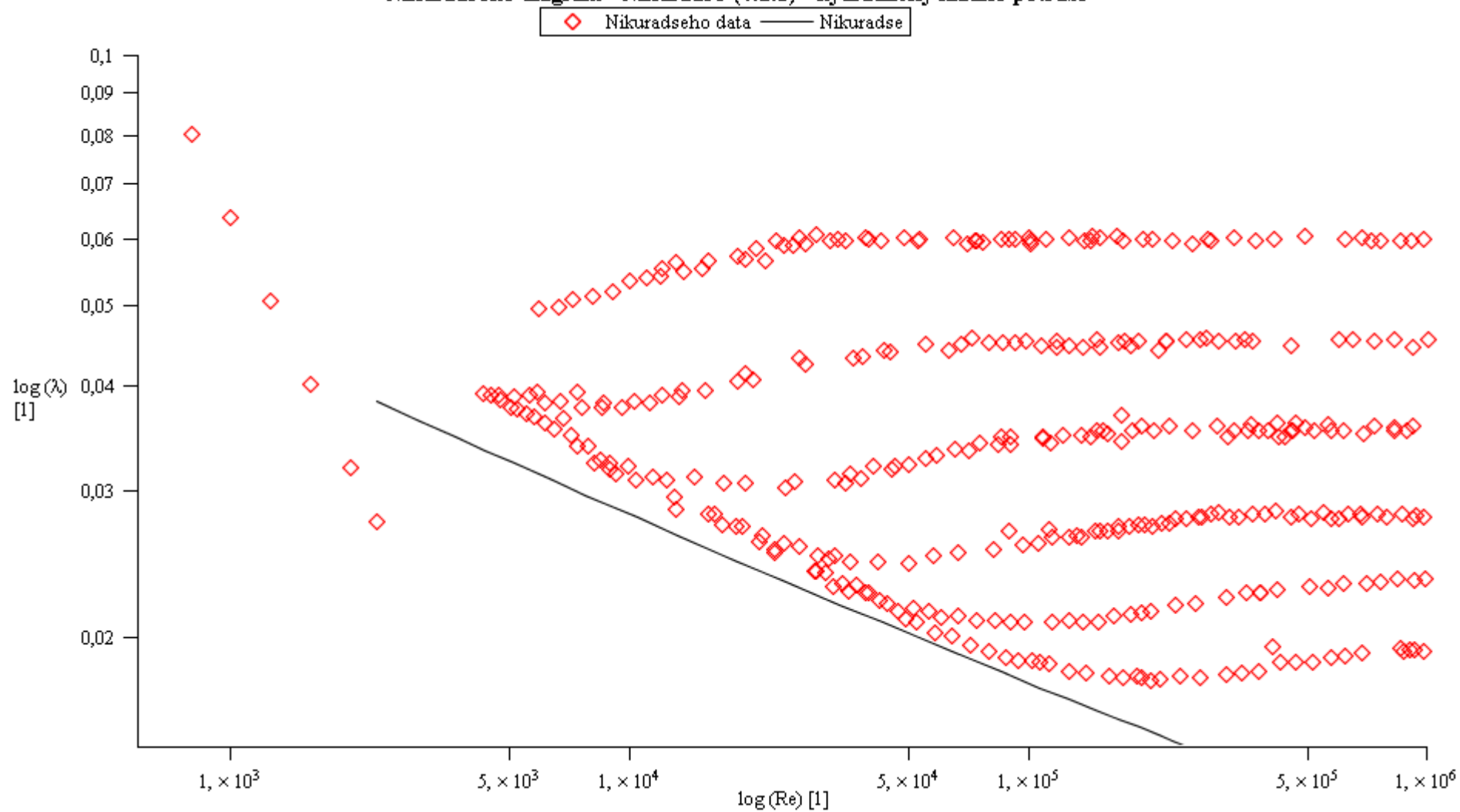
Nikuradseho diagram - Prandtl-Kármán (4.1.6) (explicitní forma) - hydraulicky hladké potrubí



Nikuradseho diagram - Konakov (4.1.7) - hydraulicky hladké potrubí

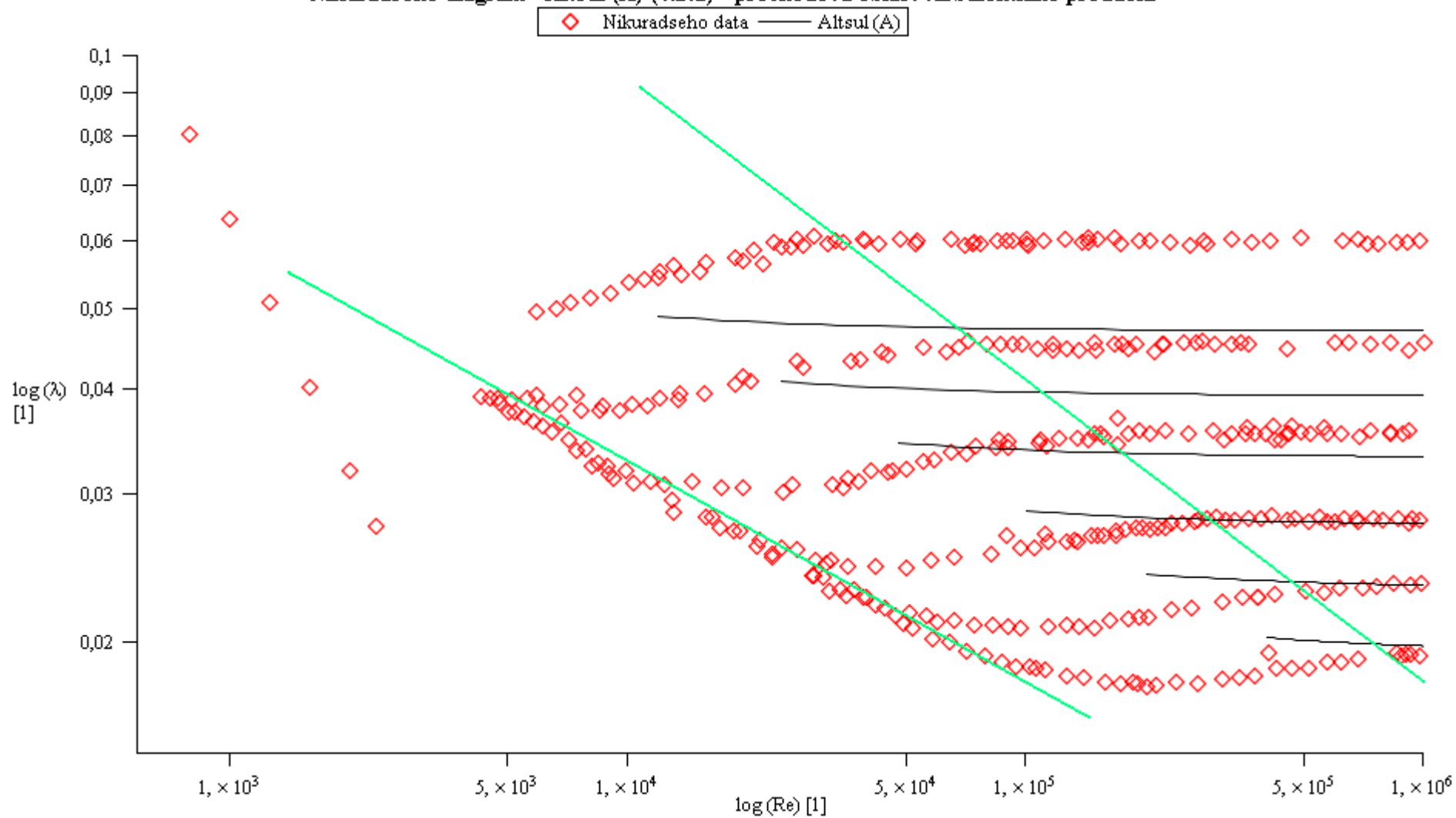


Nikuradseho diagram - Nikuradse (4.1.8) - hydraulicky hladké potrubí

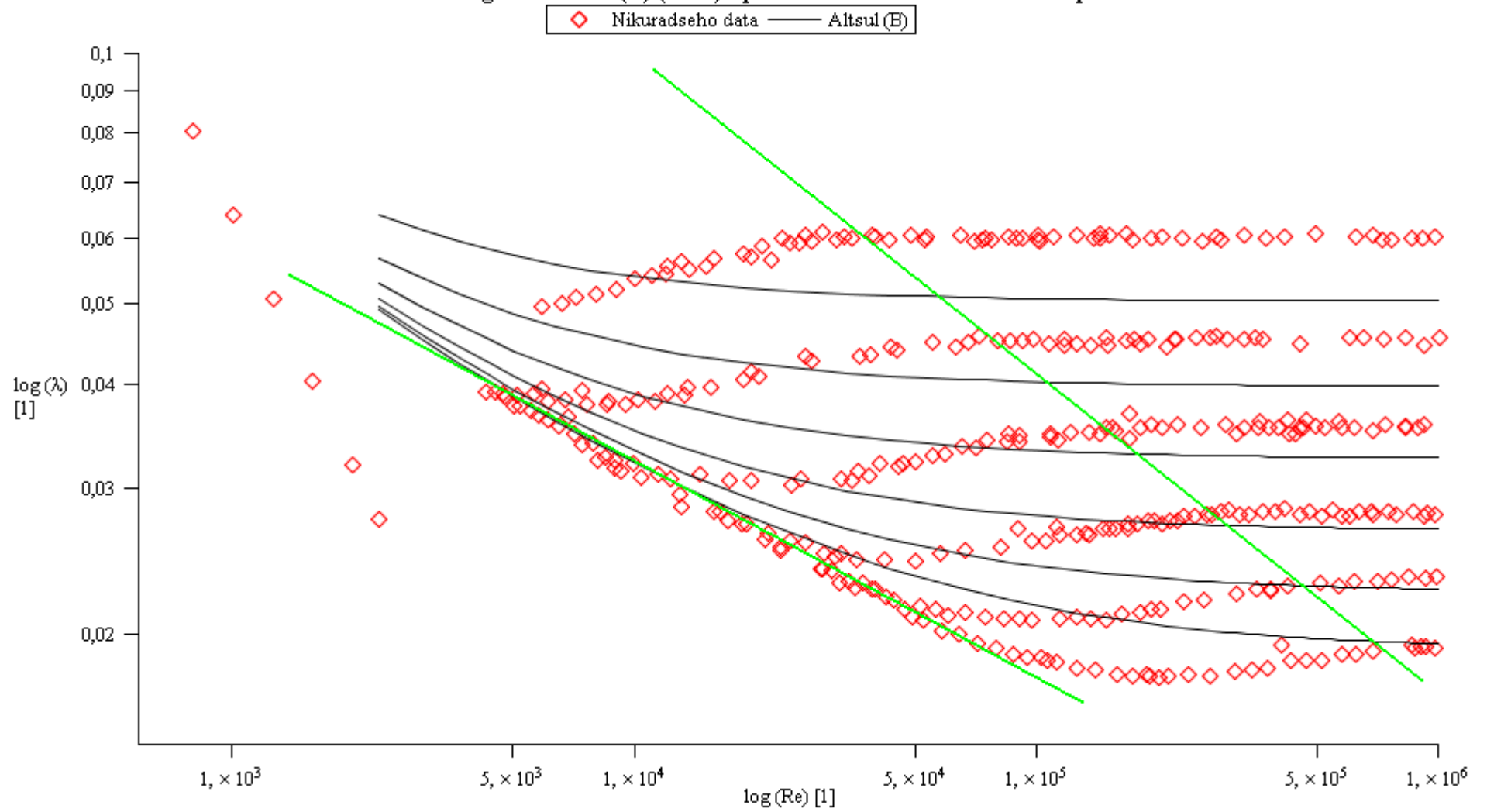


PŘÍLOHA 2 Grafické znázornění vztahů pro výpočet součinitele tření v přechodové oblasti turbulentního proudění

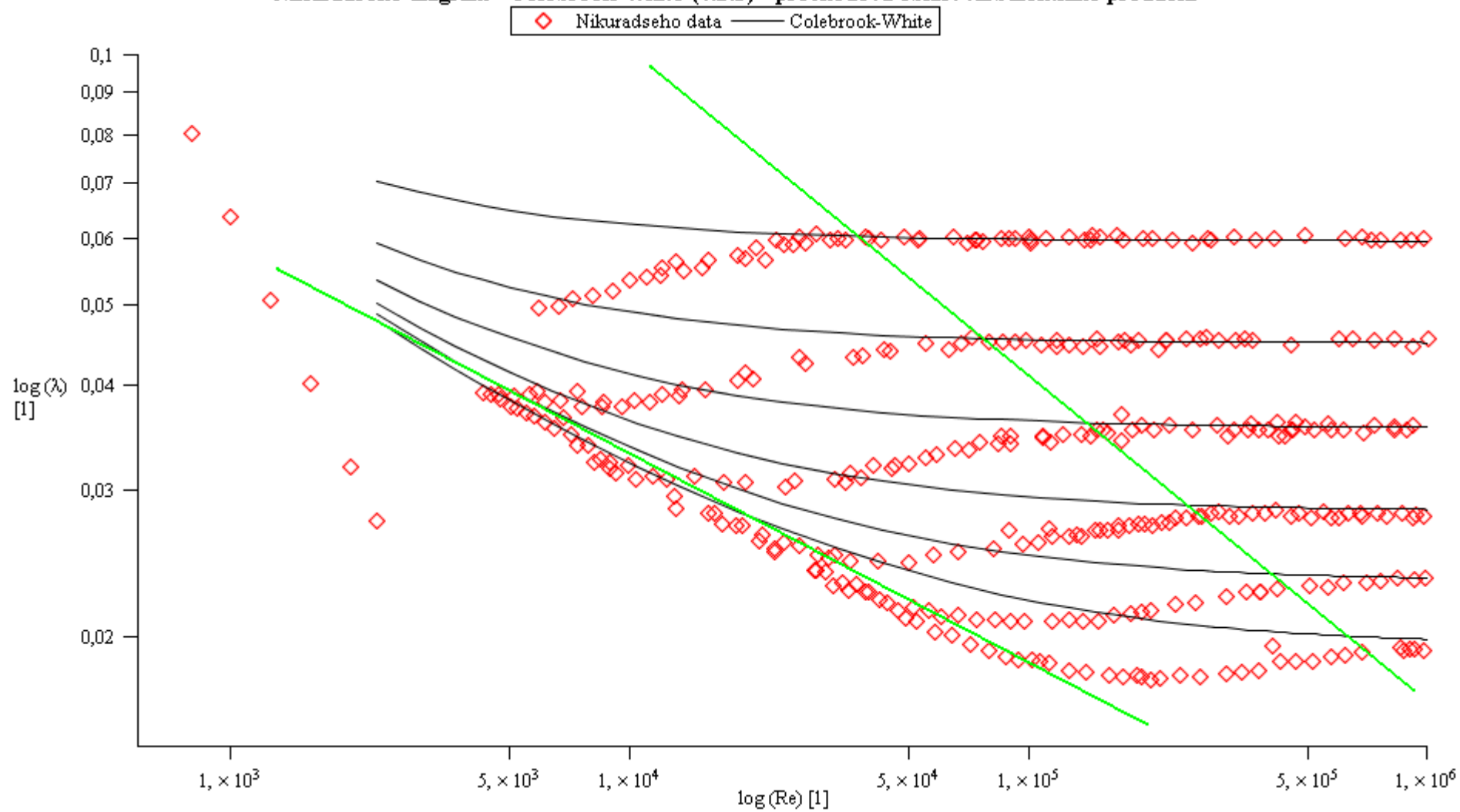
Nikuradseho diagram - Altsul (A) (4.2.1) - přechodová oblast turbulentního proudění



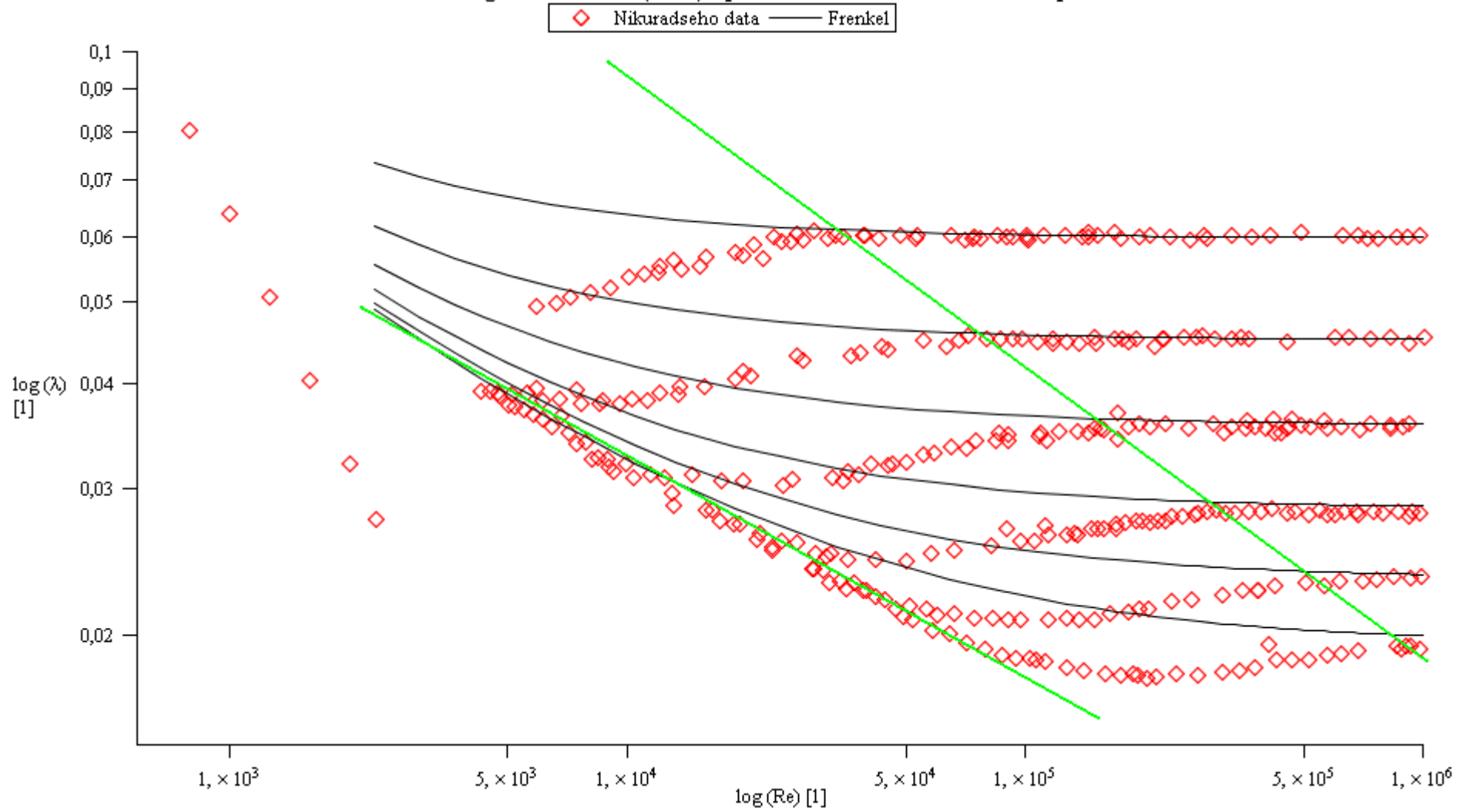
Nikuradseho diagram - Altsul (B) (4.2.2) - přechodová oblast turbulentního proudění



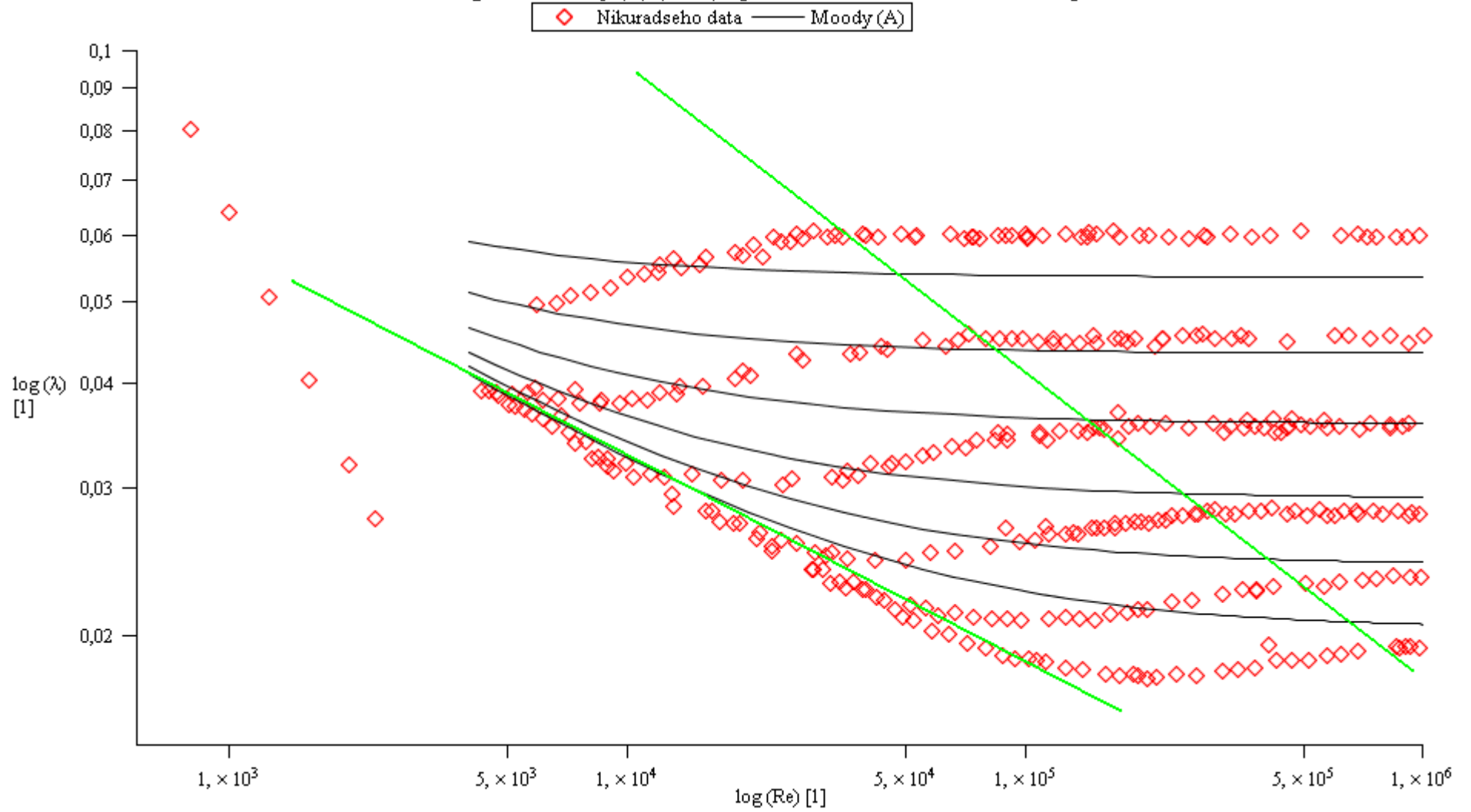
Nikuradseho diagram - Colebrook-White (4.2.3) - přechodová oblast turbulentního proudění



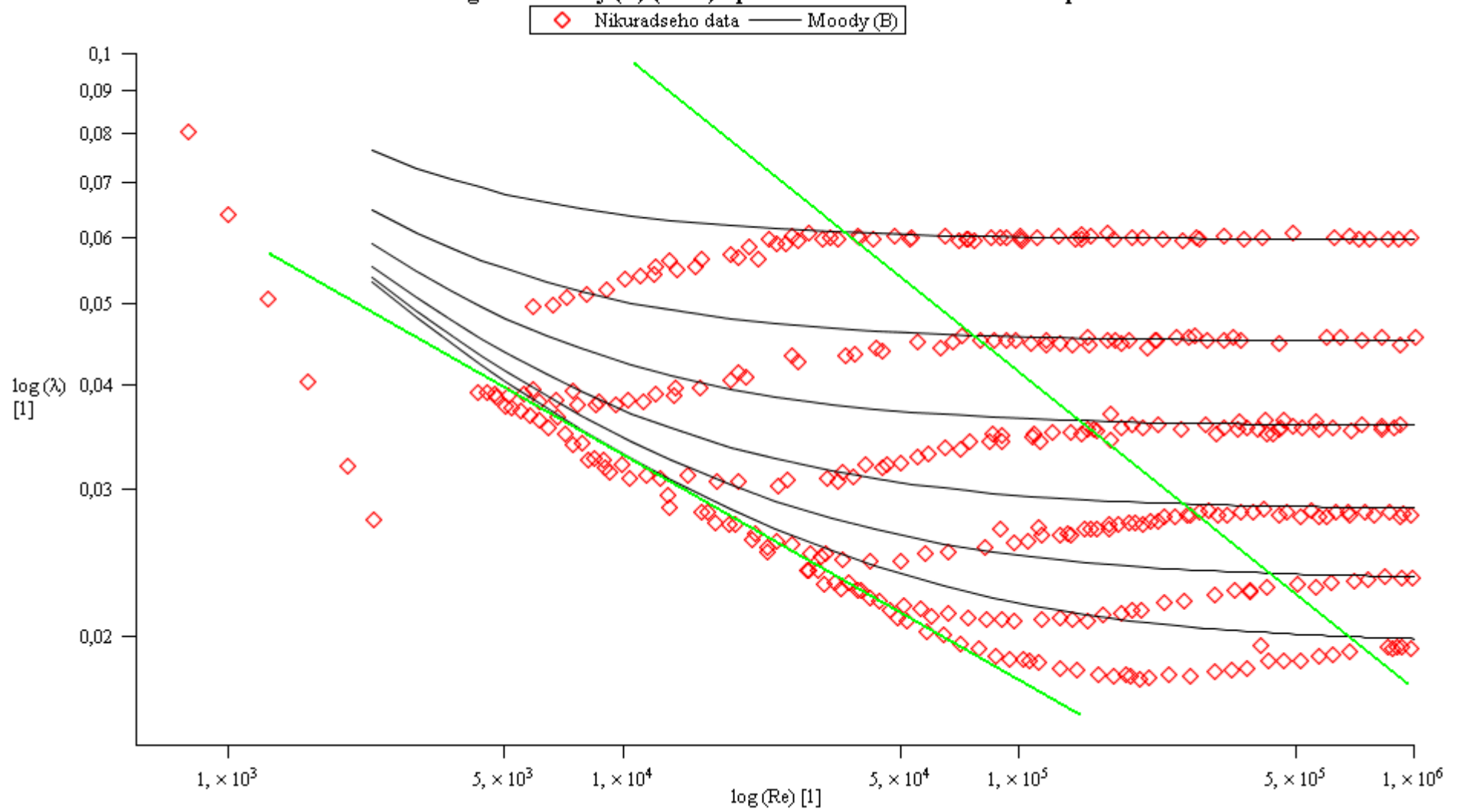
Nikuradseho diagram - Frenkel (4.2.4) - přechodová oblast turbulentního proudění



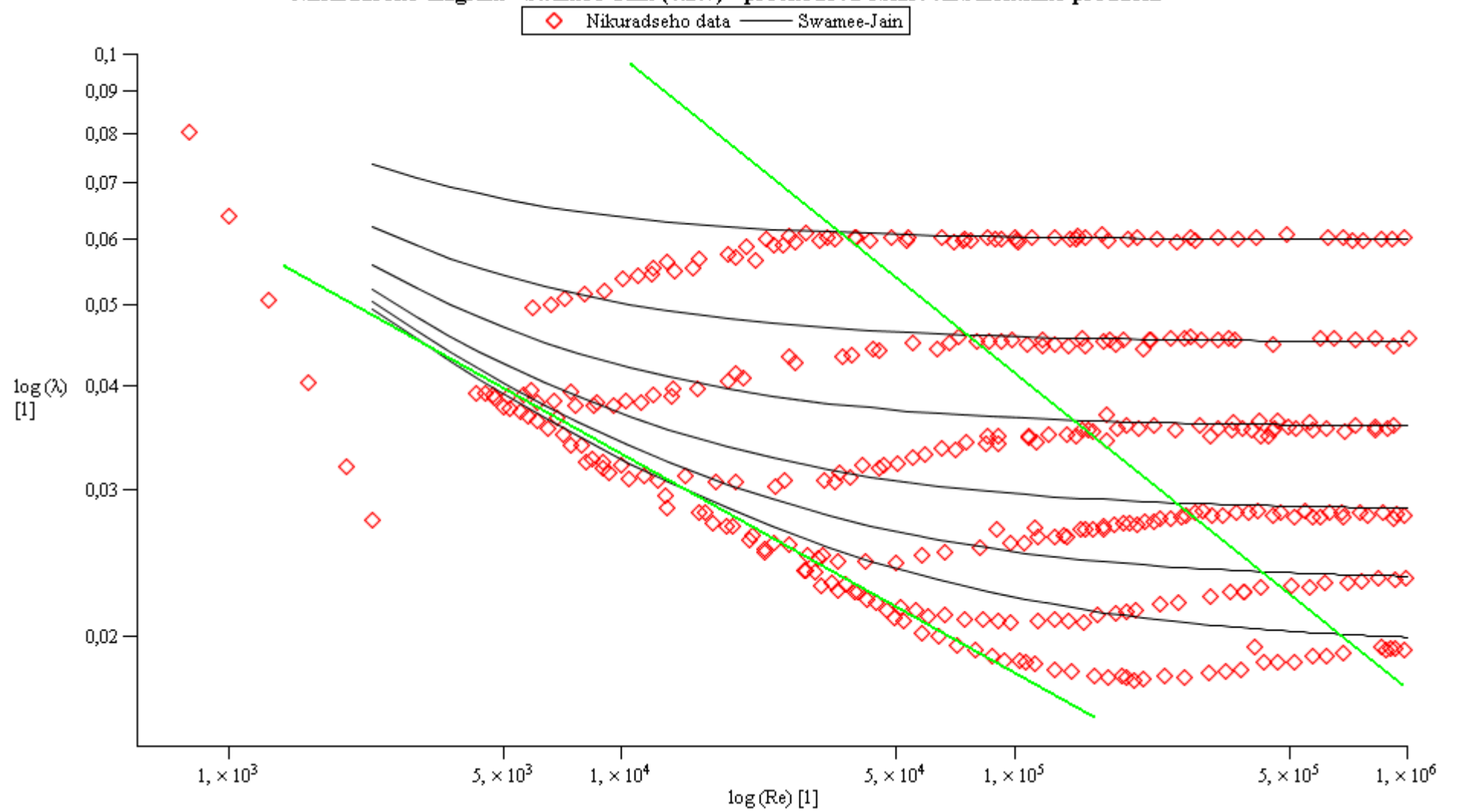
Nikuradseho diagram - Moody (A) (4.2.5) - přechodová oblast turbulentního proudění



Nikuradseho diagram - Moody (B) (4.2.6) - přechodová oblast turbulentního proudění

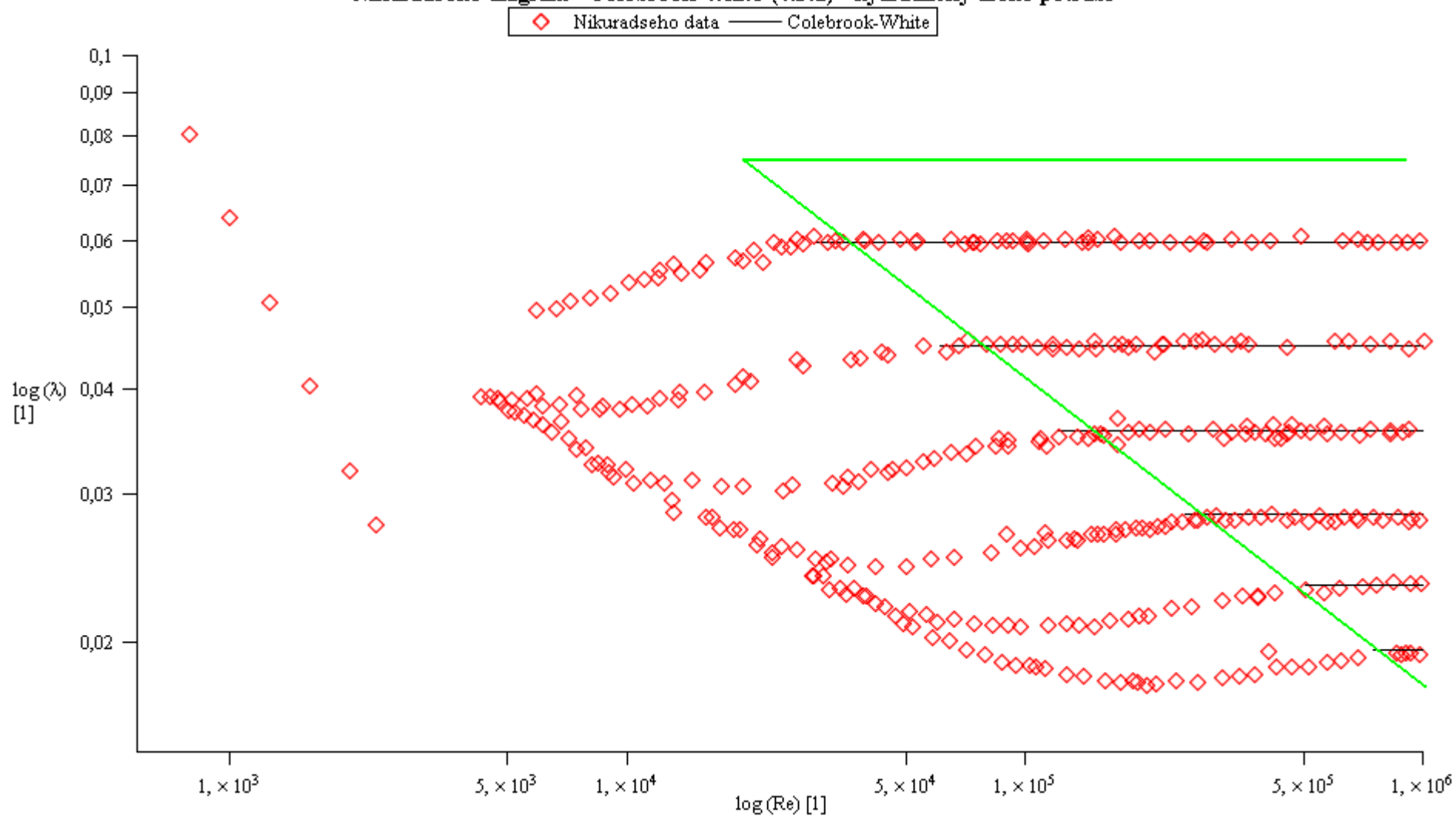


Nikuradseho diagram - Swamee-Jain (4.2.7) - přechodová oblast turbulentního proudění

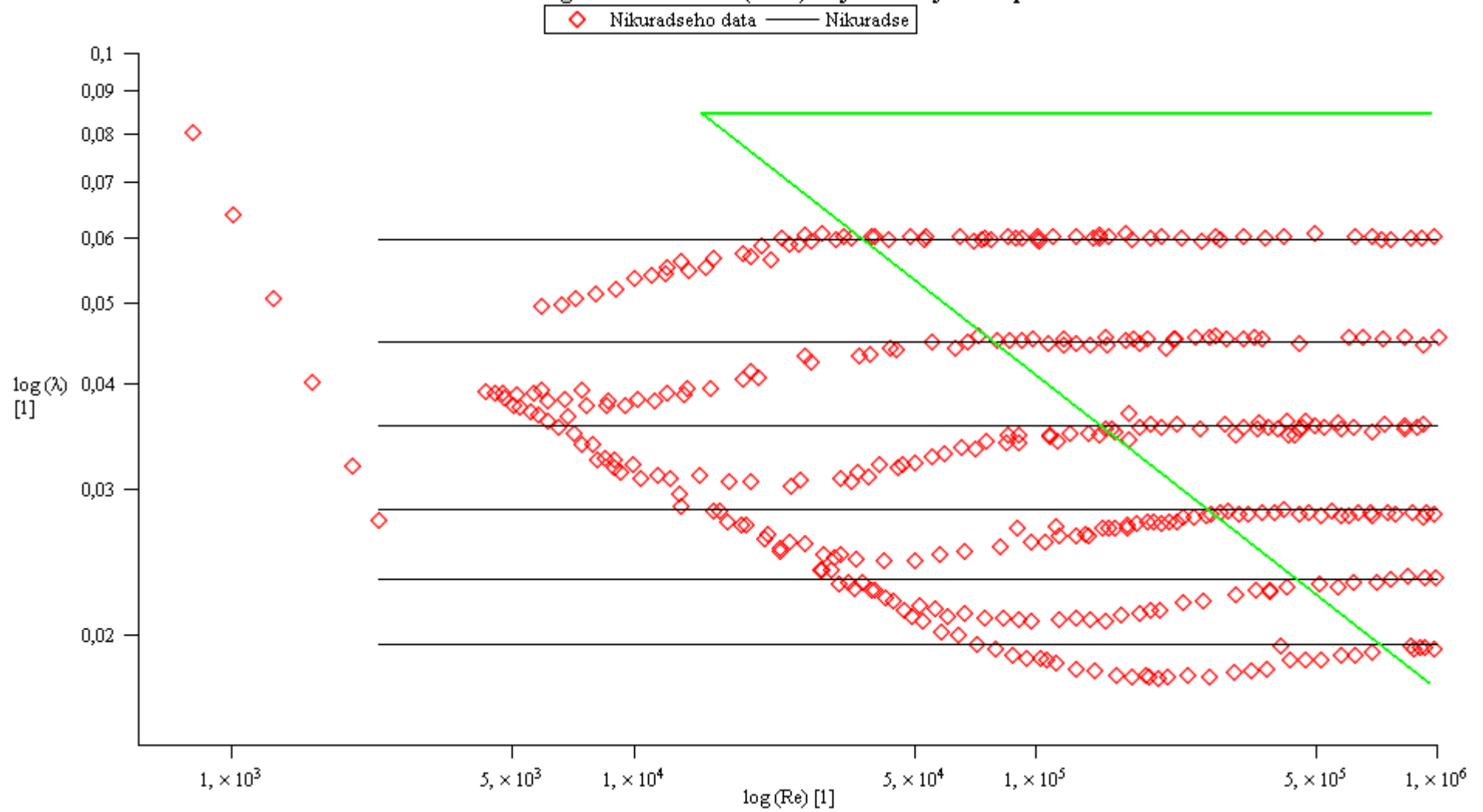


PŘÍLOHA 3 Grafické znázornění vztahů pro výpočet součinitele tření v oblasti hydraulicky drsného potrubí

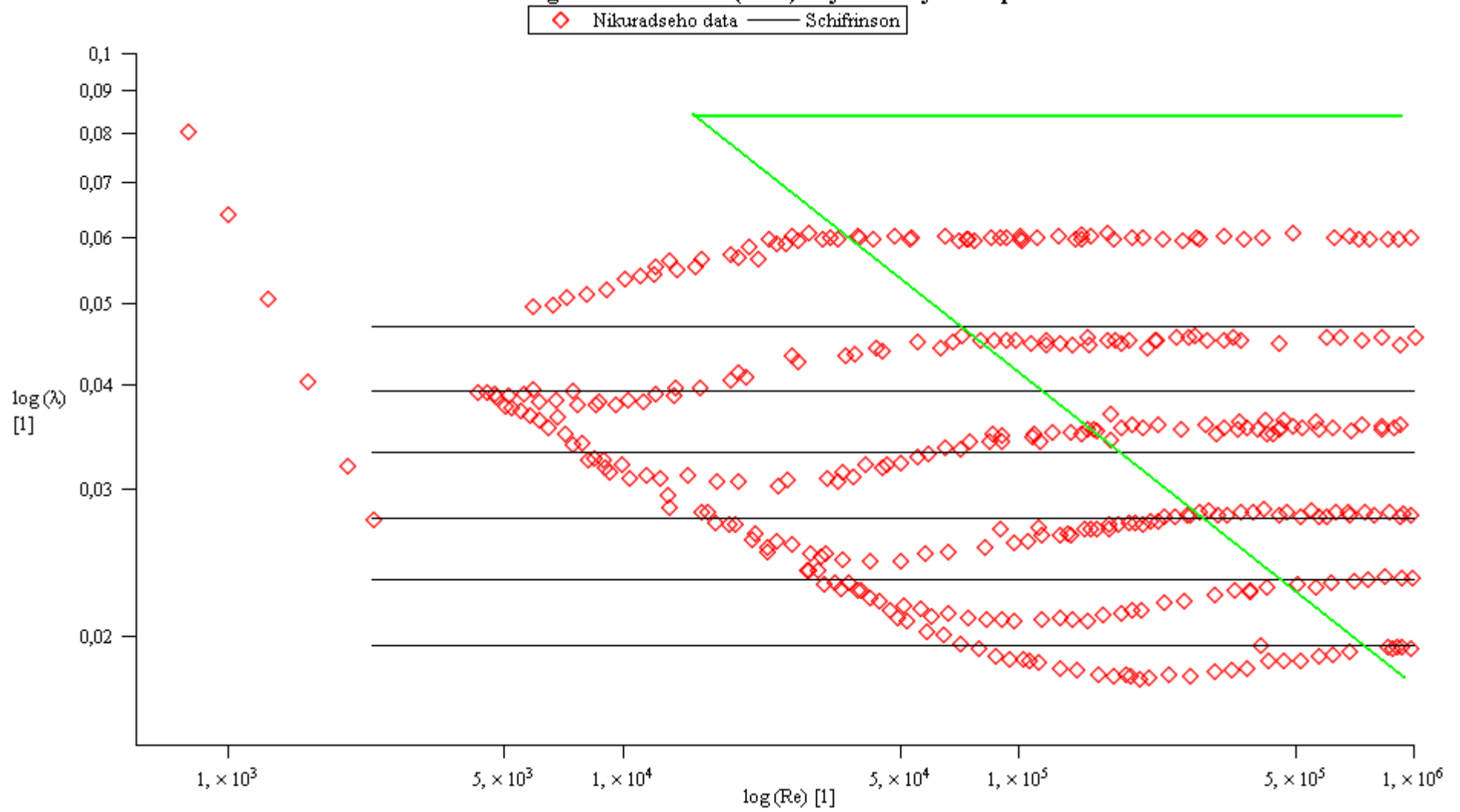
Nikuradseho diagram - Colebrook-White (4.3.1) - hydraulicky drsné potrubí



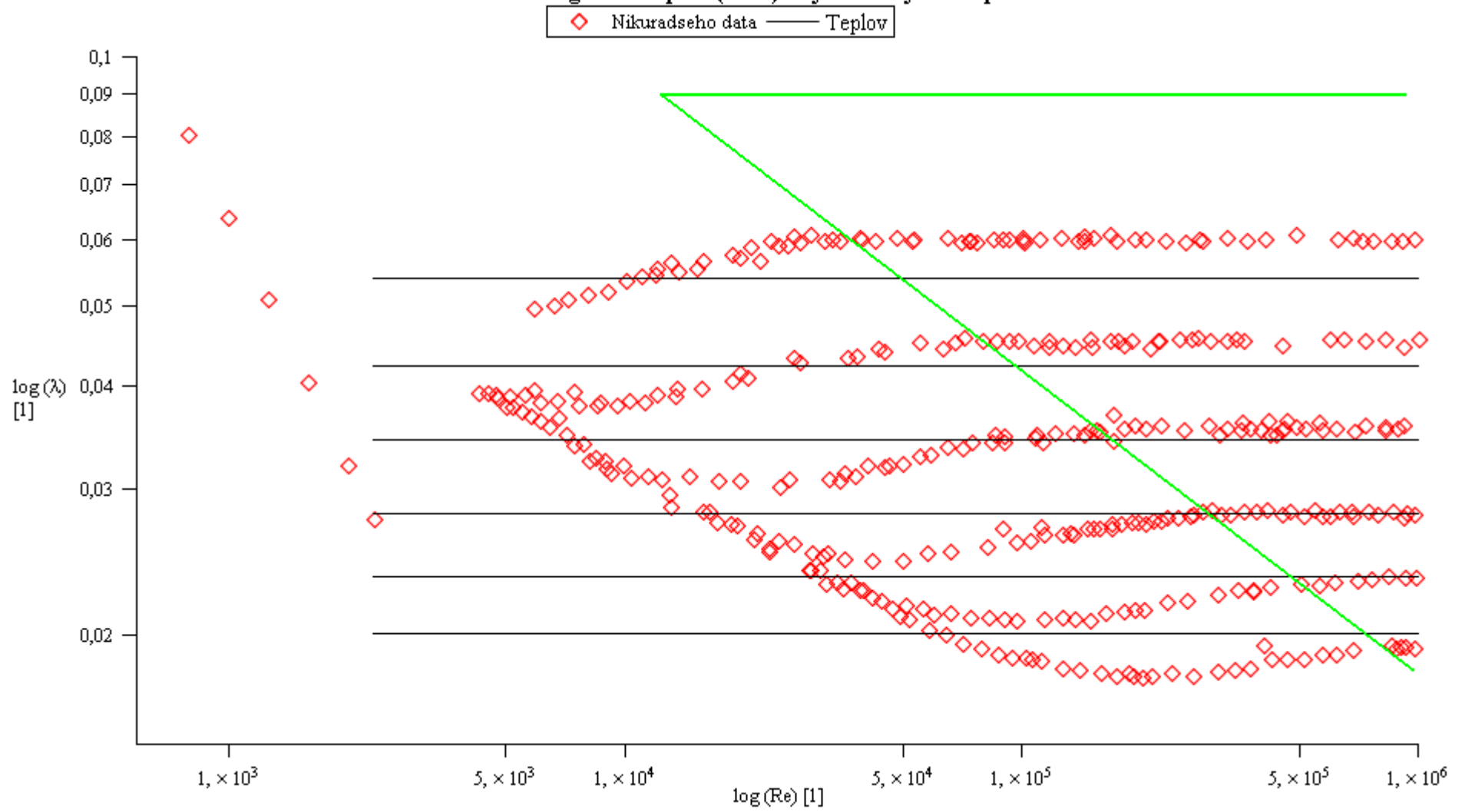
Nikuradseho diagram - Nikuradse (4.3.2) - hydraulicky drsné potrubí



Nikuradseho diagram - Schifrinson (4.3.3) - hydraulicky drsné potrubí

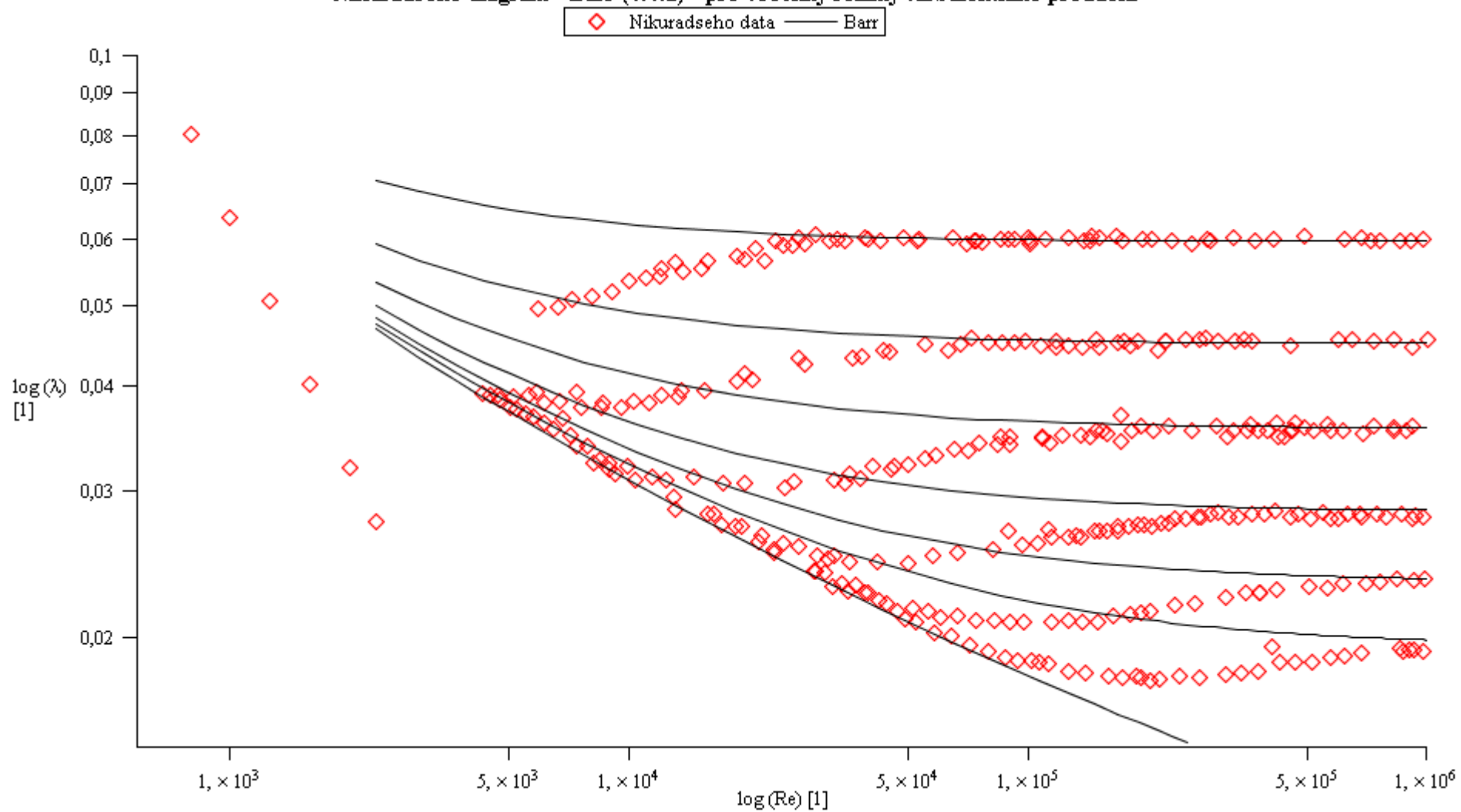


Nikuradseho diagram - Teplov (4.3.4) - hydraulicky drsné potrubí

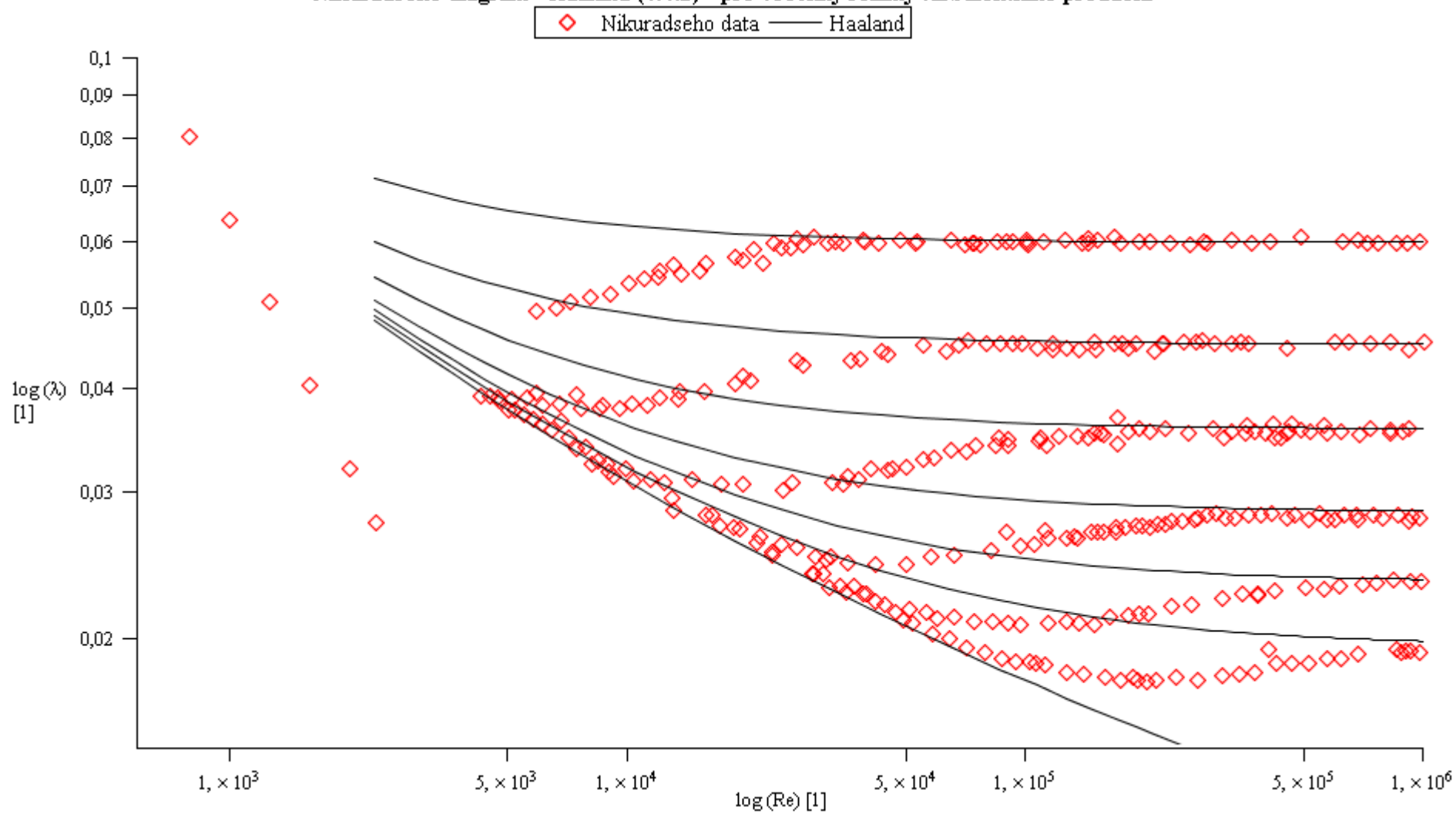


PŘÍLOHA 4 Grafické znázornění vztahů pro výpočet součinitele tření použitelných pro všechny tři oblasti turbulentního proudění

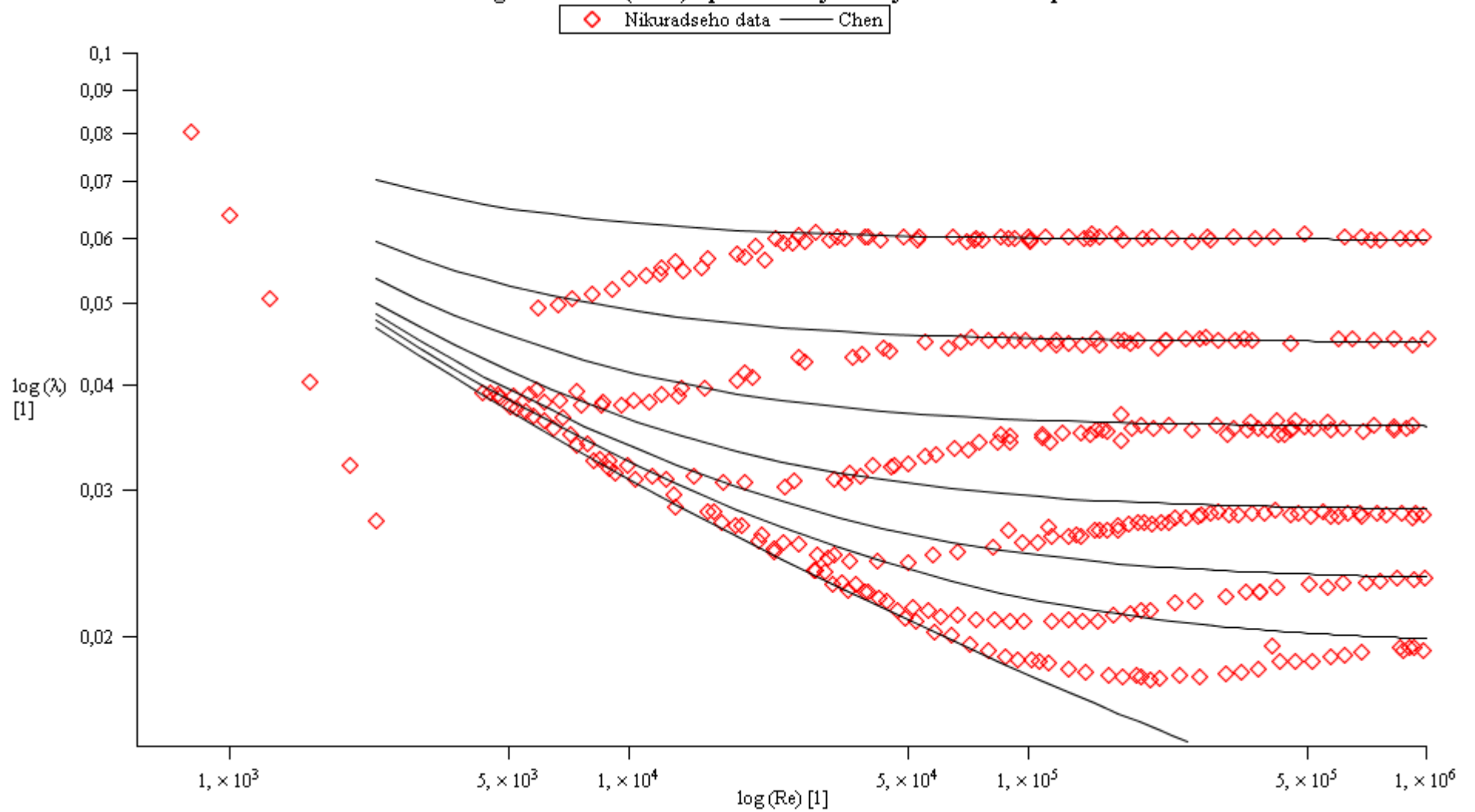
Nikuradseho diagram - Barr (4.4.1) - pro všechny režimy turbulentního proudění



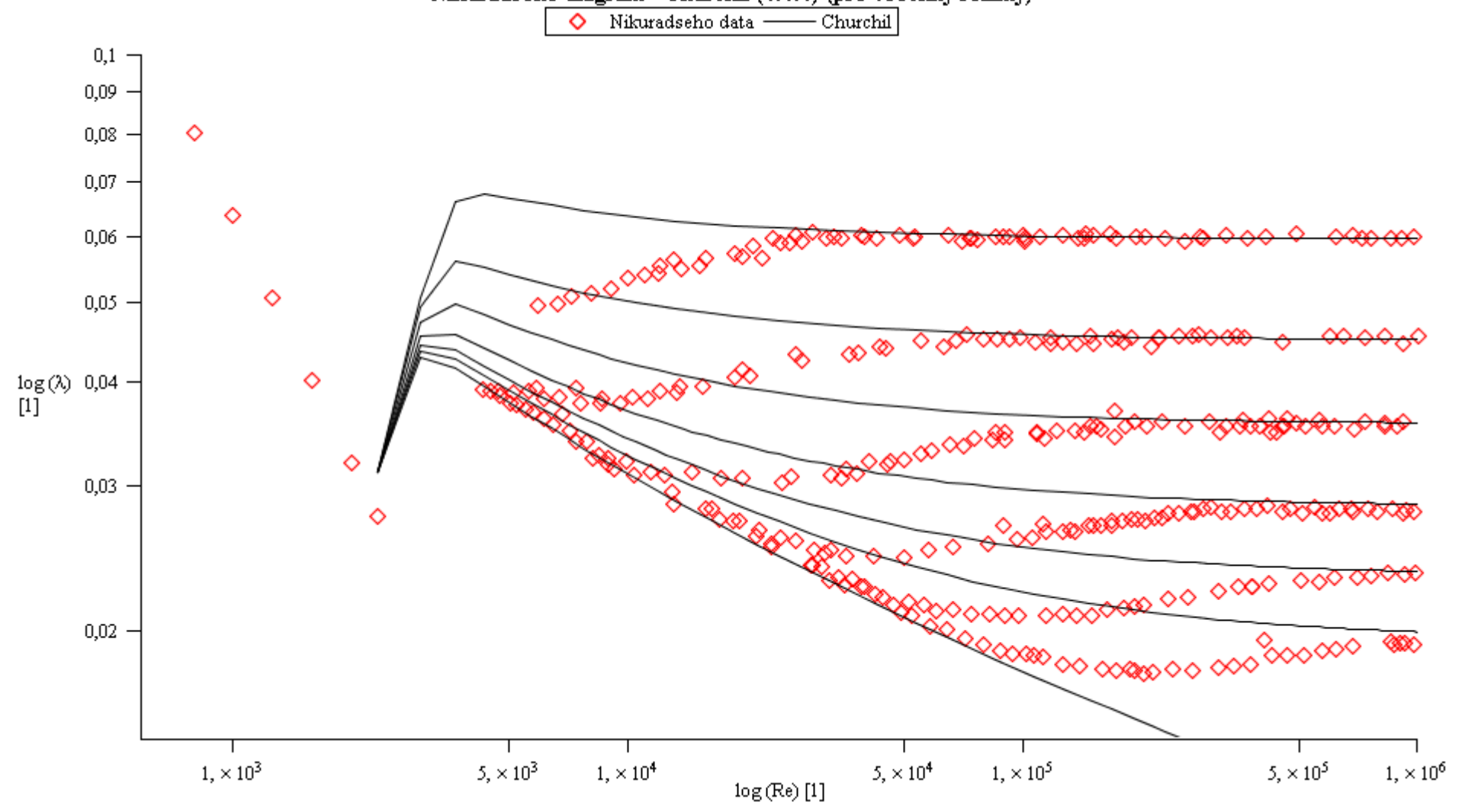
Nikuradseho diagram - Haaland (4.4.2) - pro všechny režimy turbulentního proudění



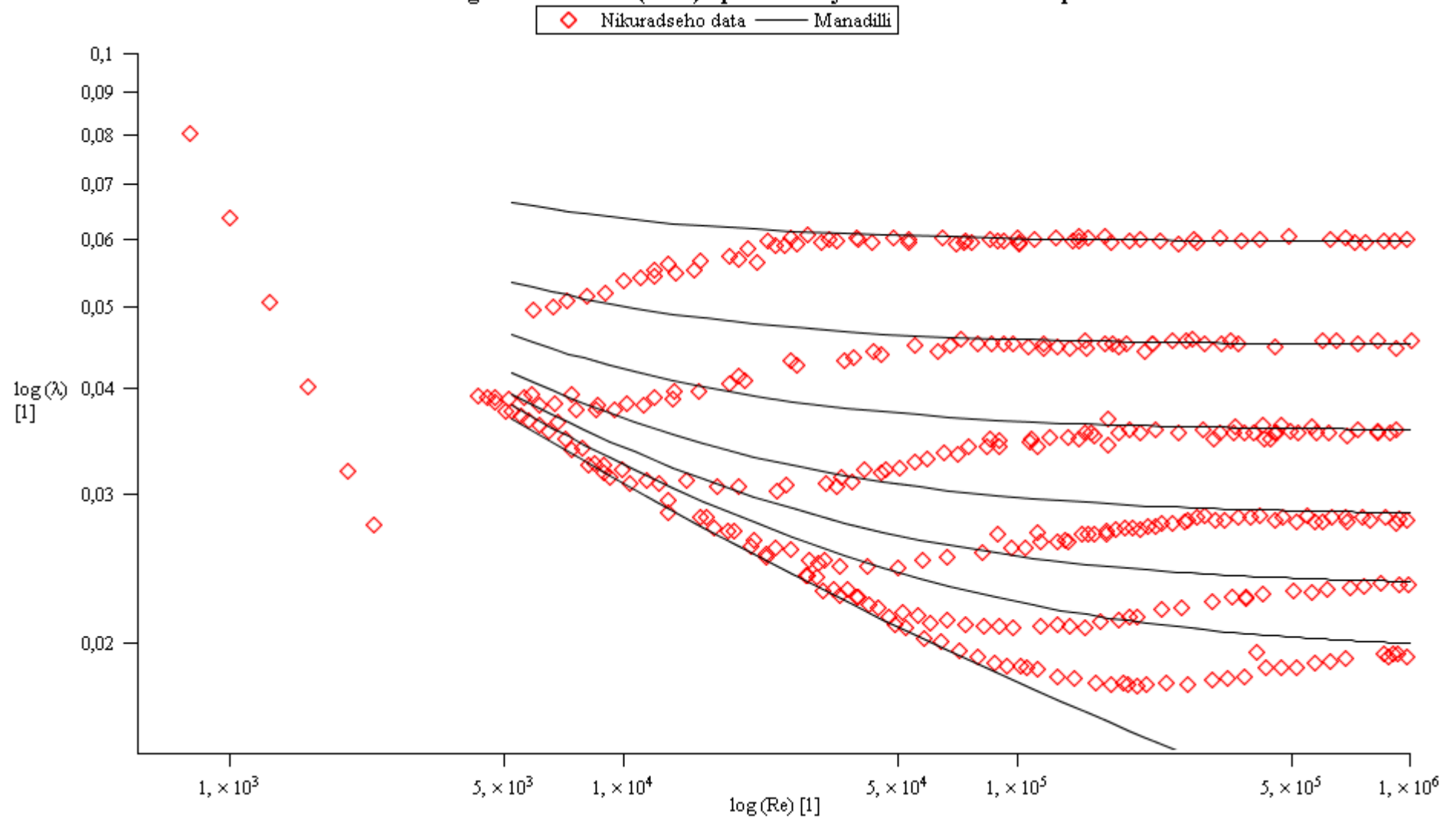
Nikuradseho diagram - Chen (4.4.3) - pro všechny režimy turbulentního proudění



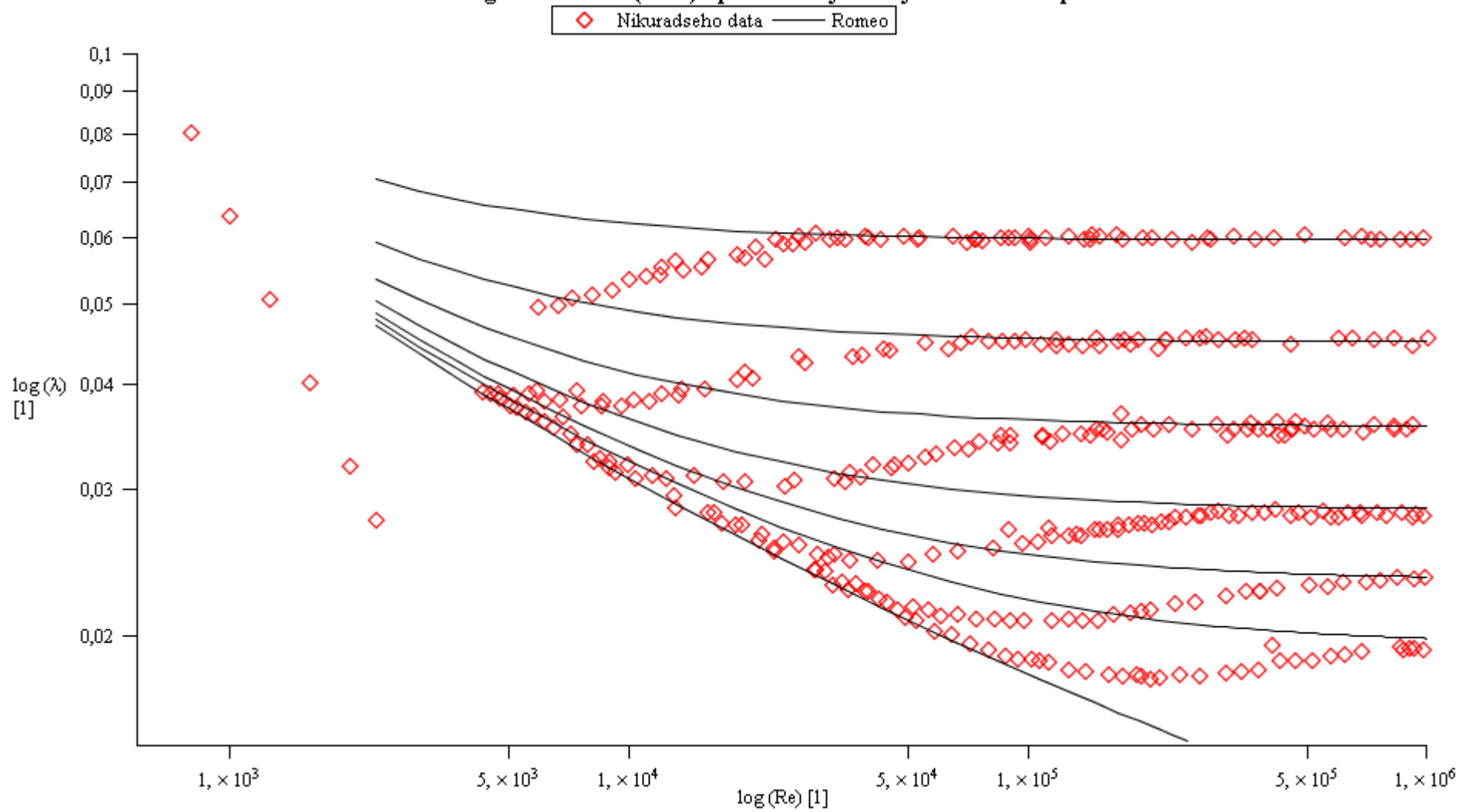
Nikuradseho diagram - Churchill (4.4.4) (pro všechny režimy)



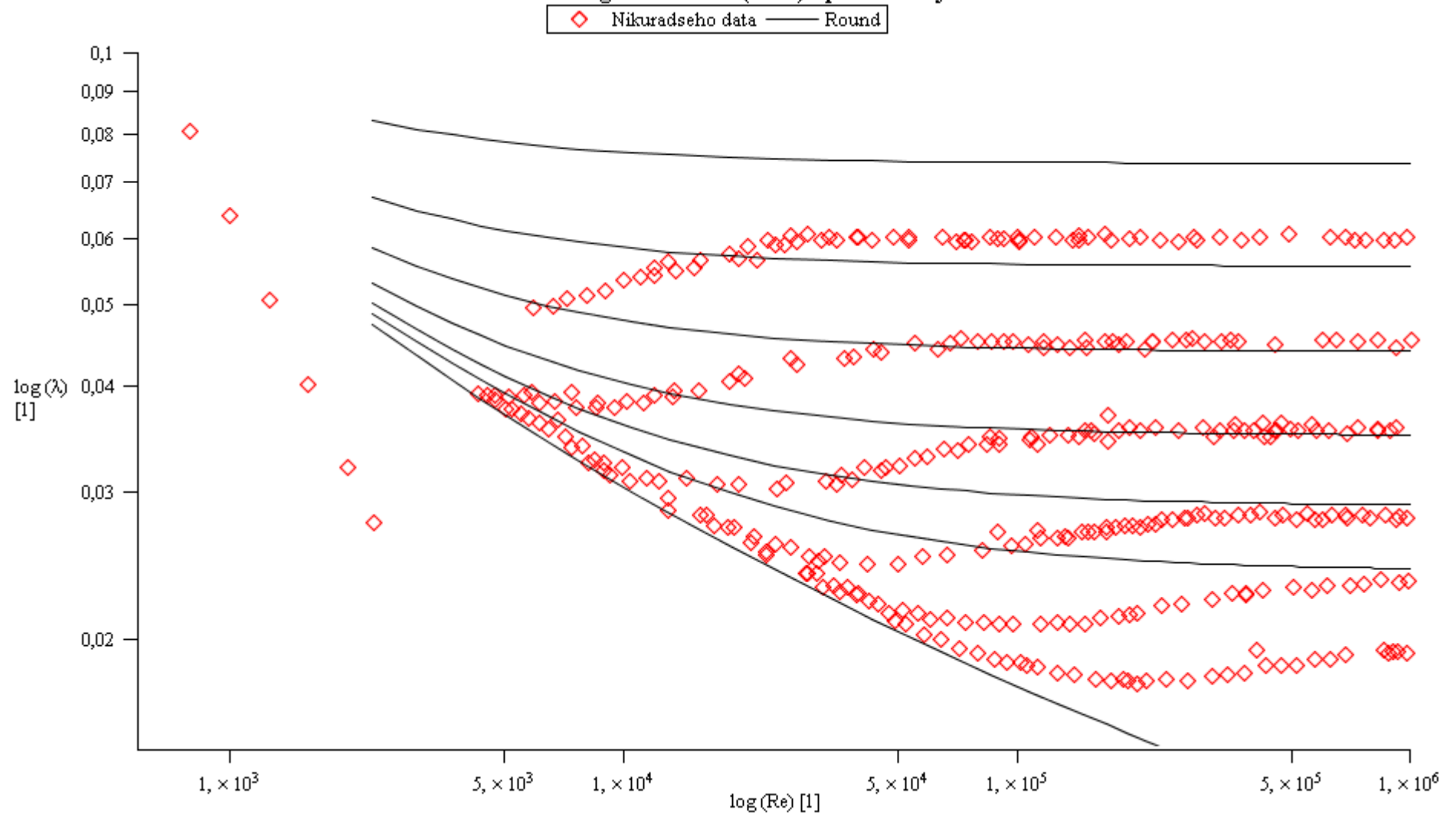
Nikuradseho diagram - Manadilli (4.4.5) - pro všechny oblasti turbulentního proudění



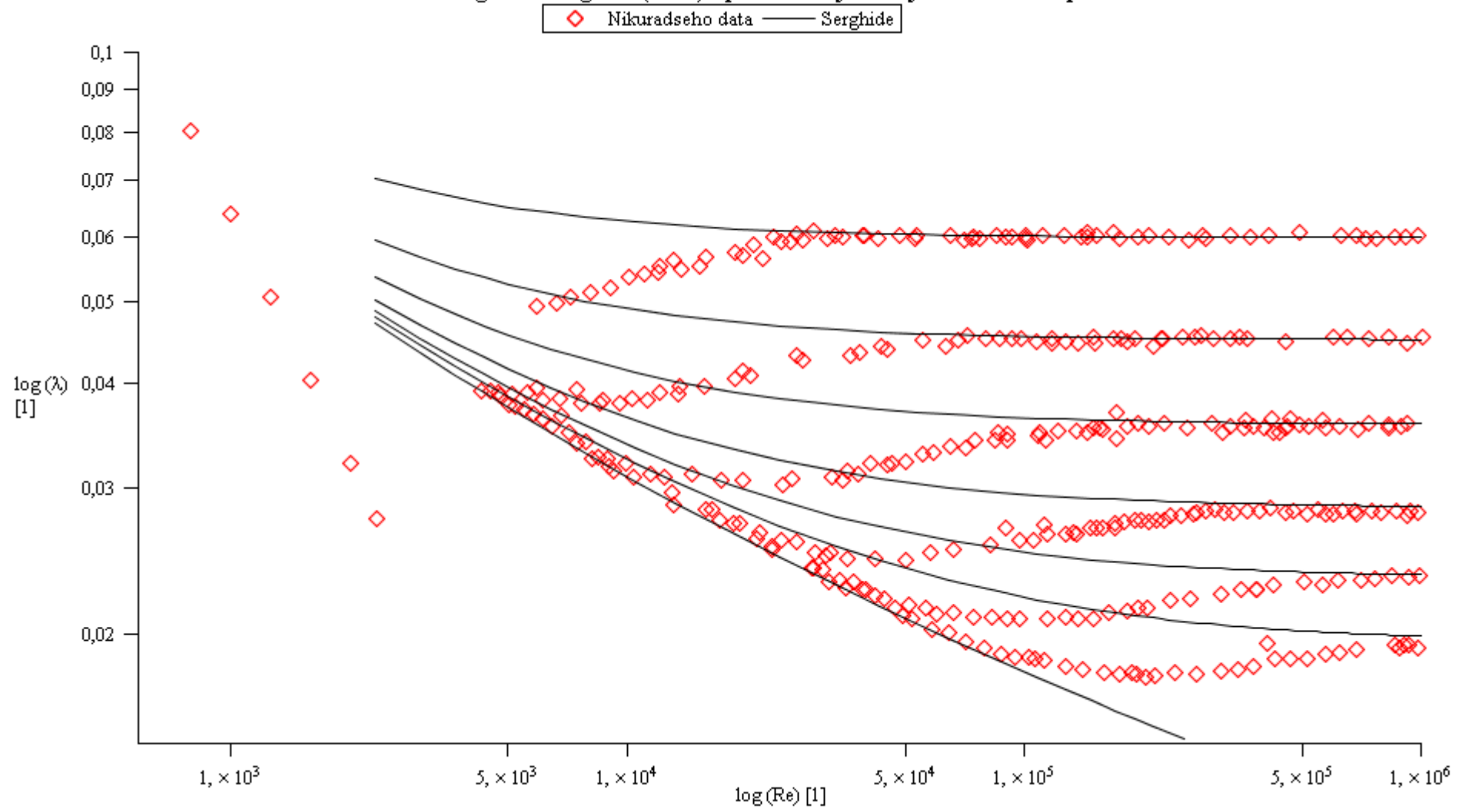
Nikuradseho diagram - Romeo (4.4.6) - pro všechny režimy turbulentního proudění



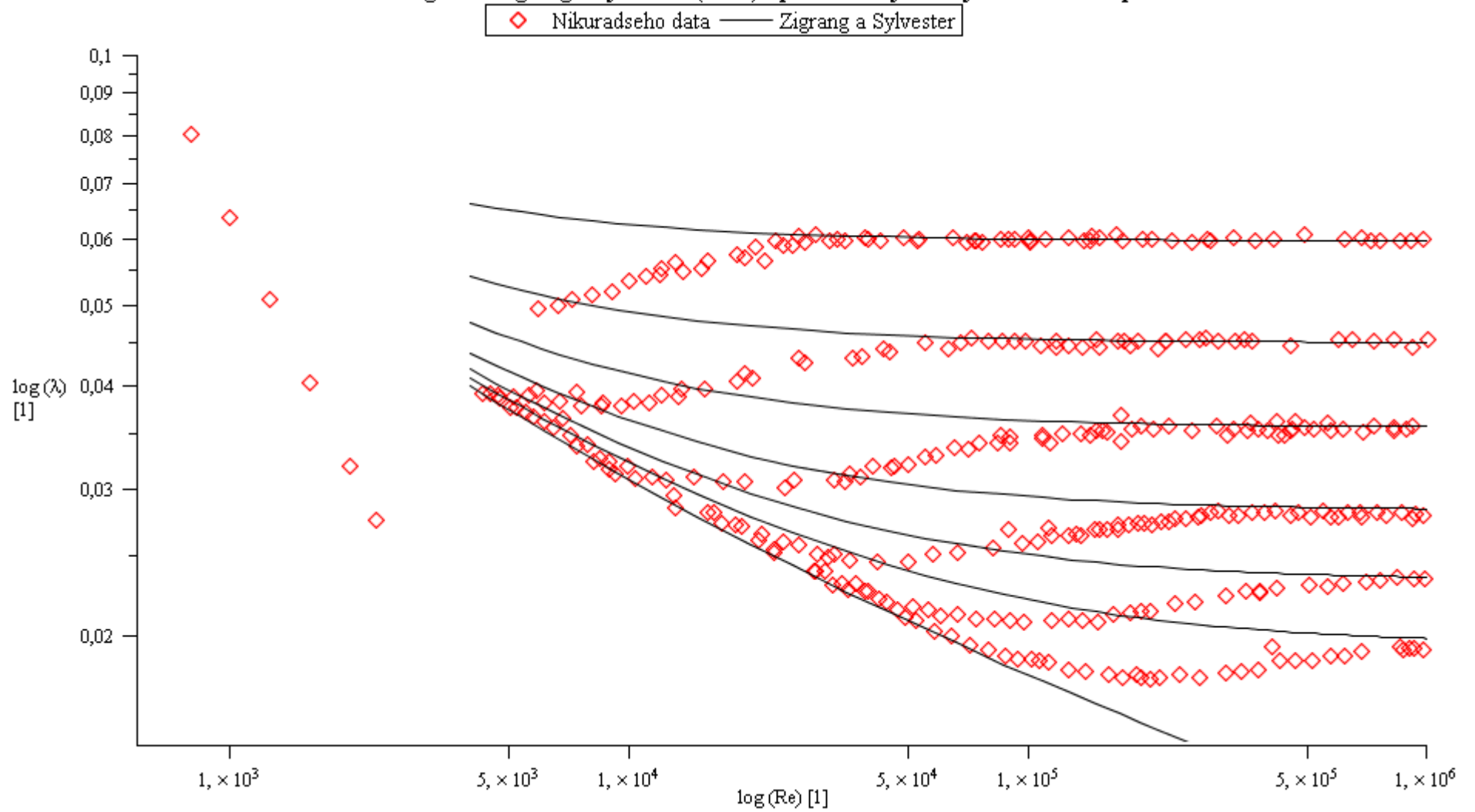
Nikuradseho diagram - Round (4.4.7) - pro všechny oblasti



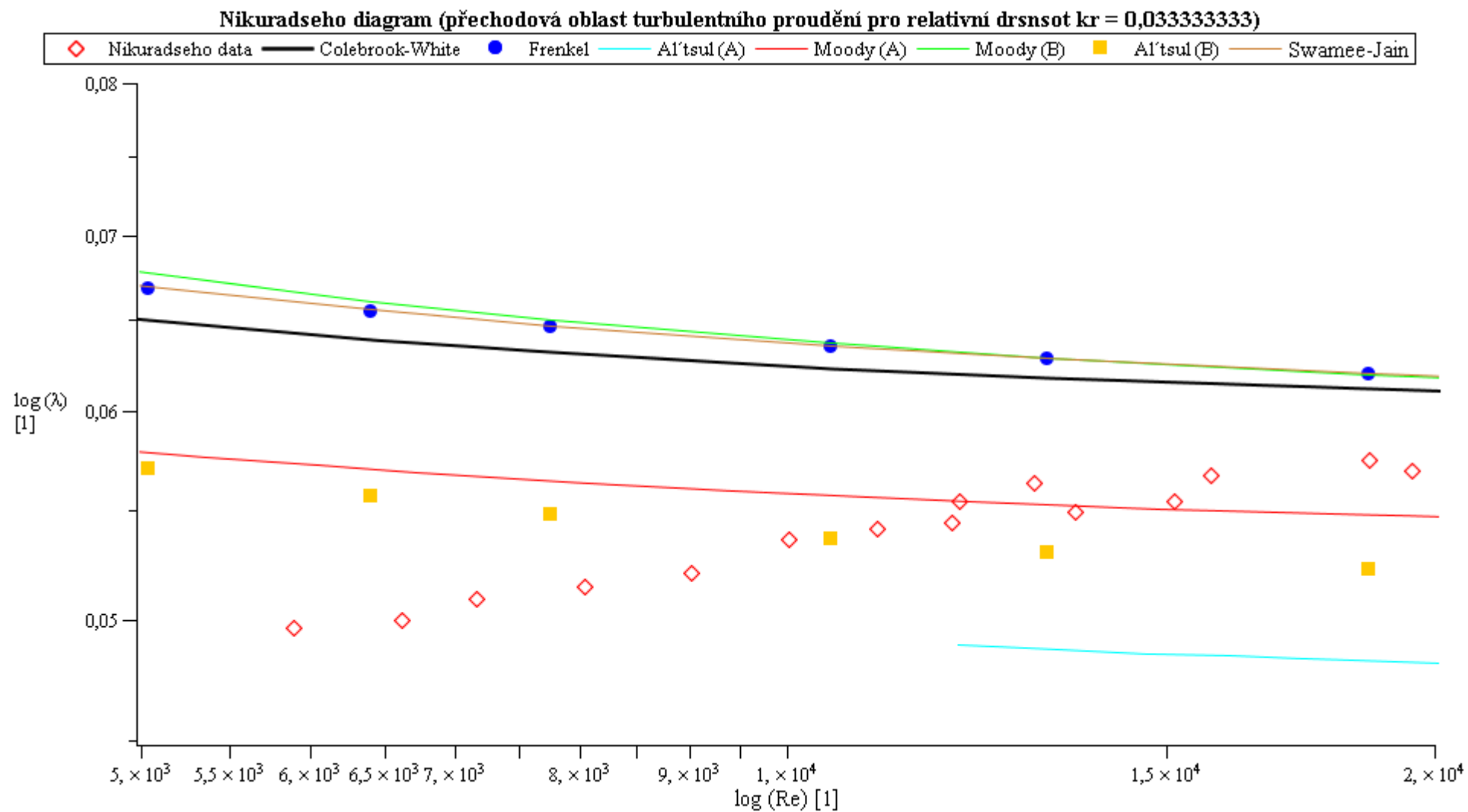
Nikuradseho diagram - Serghide (4.4.8) - pro všechny režimy turbulentního proudění



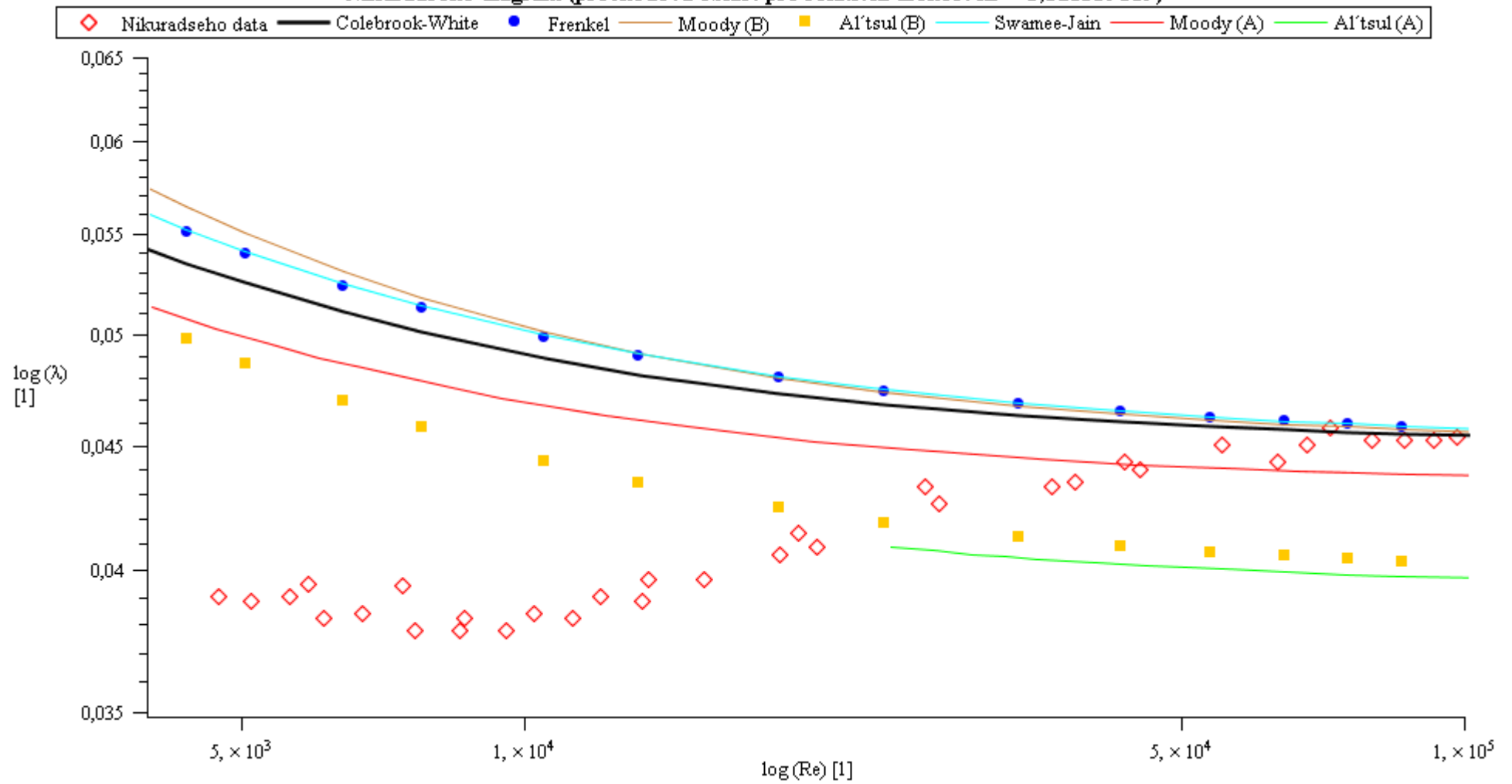
Nikuradseho diagram - Zigrang a Sylvester (4.4.9) - pro všechny režimy turbulentního proudění



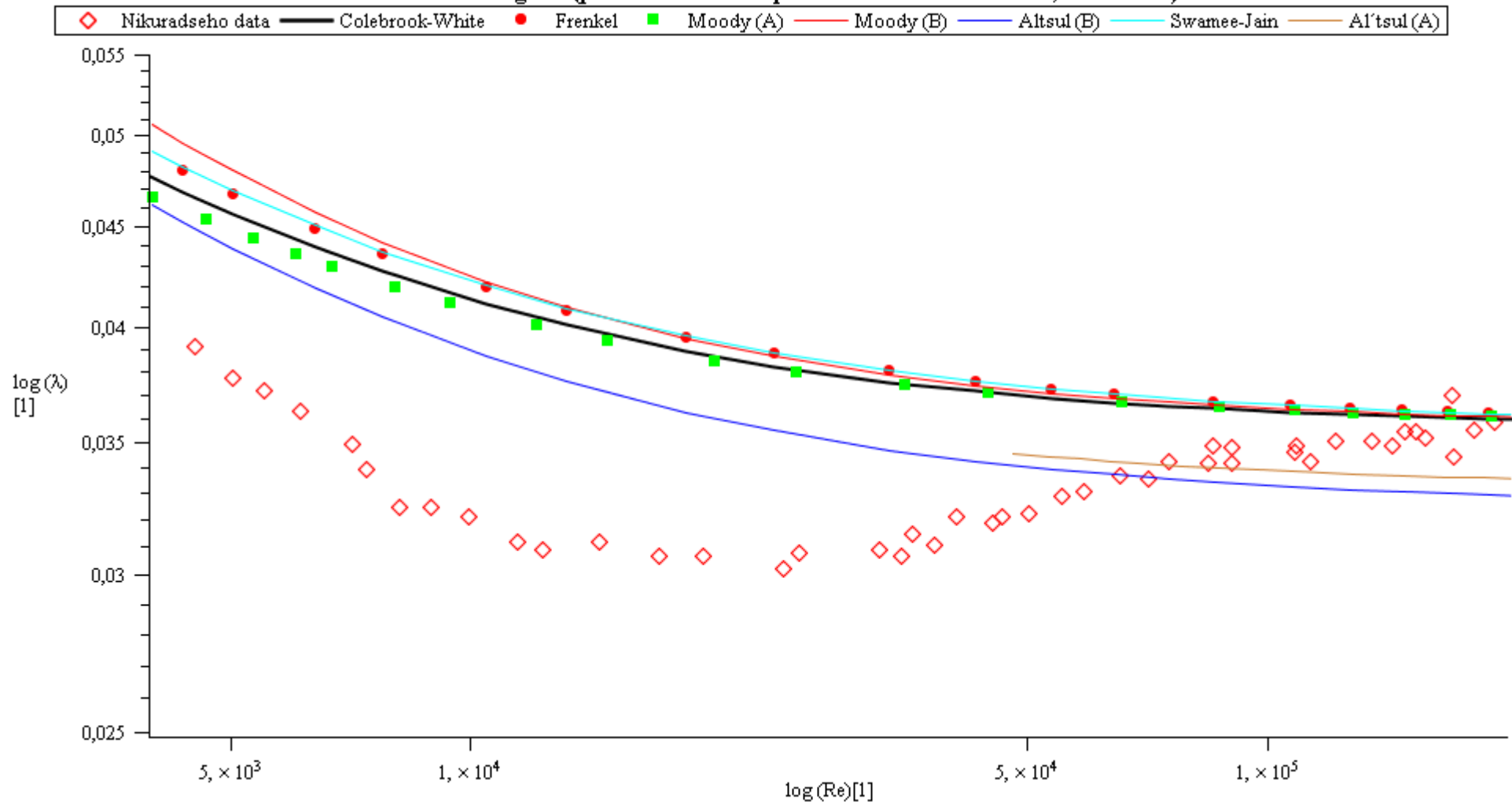
PŘÍLOHA 5 Grafické porovnání vztahů pro výpočet součinitele tření v přechodové oblasti turbulentního proudění



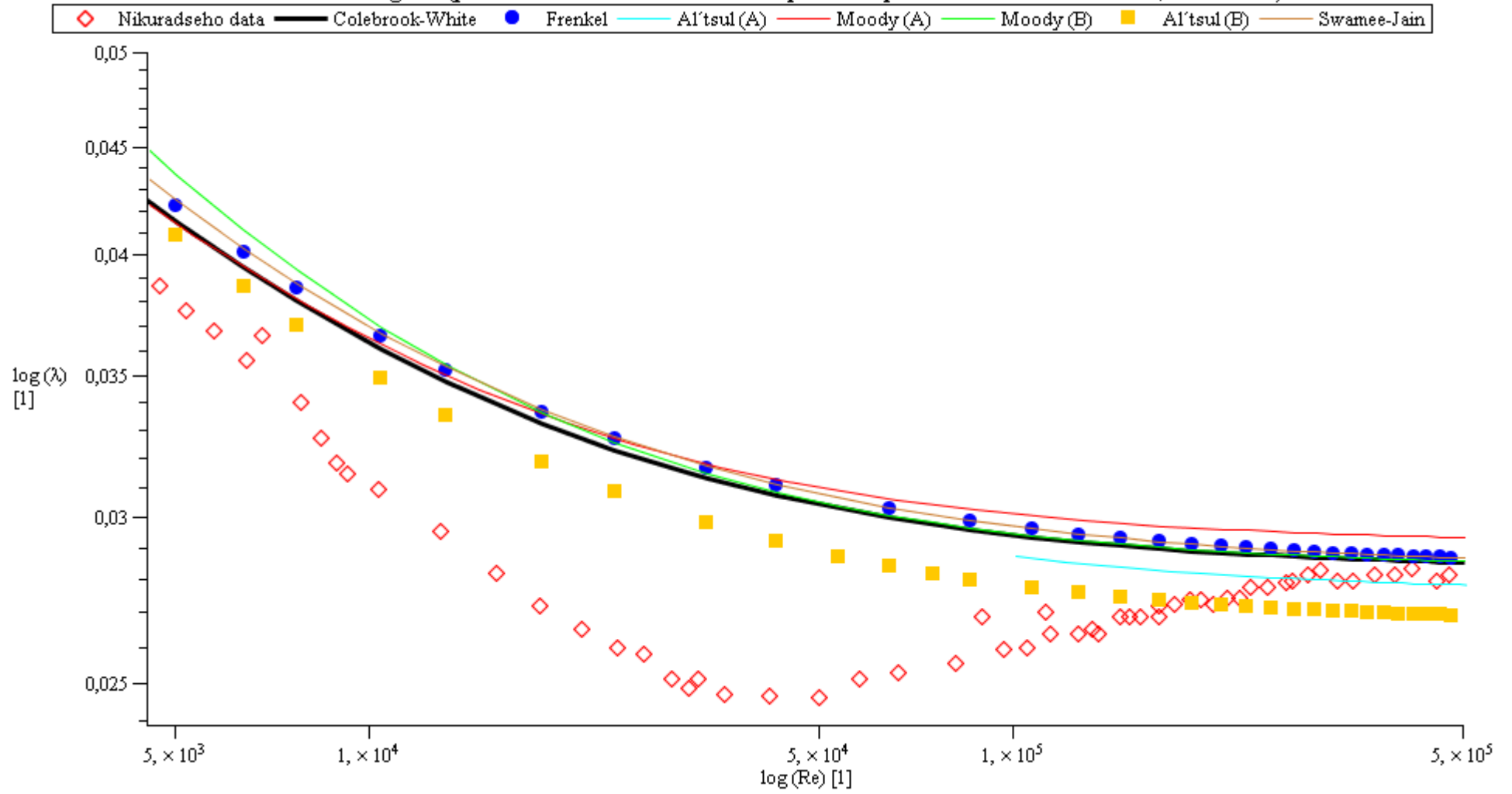
Nikuradseho diagram (přechodová oblast pro relativní drsnost $k_r = 0,016339869$)



Nikuradseho diagram (přechodová oblast pro relativní drsnost $kr = 0,008333333$)



Nikuradseho diagram (přechodová oblast turbulentního proudění pro relativní drsnost $kr = 0,003968254$)



Nikuradseho diagram (přechodová oblast turbulentního proudění pro relativní drsnost $k_r = 0,001984127$)

