VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MATEMATIKY

INSTITUTE OF MATHEMATICS

OPTIMALIZACE ŠACHOVÉ PŘÍPRAVY

CHESS PREPARATION OPTIMIZATION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE | ROMAN WALICA
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE | RNDr. PAVEL POPELA, Ph.D.
SUPERVISOR

BRNO 2021

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav matematiky
Student:	**Roman Walica**
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Matematické inženýrství
Vedoucí práce:	**RNDr. Pavel Popela, Ph.D.**
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Optimalizace šachové přípravy

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Student využije své specializované odborné znalosti problematiky přípravy šachistů na různé úrovni a shromáždí související kvalitativní a kvantitativní podklady. Využije své znalosti lineární algebry a diskrétní matematiky doplněné o znalosti optimalizace v rozsahu matematické analýzy, nastuduje vybranou odbornou problematiku optimální alokace zdrojů a rozvrhování, pro vybraný problém sestaví matematický model, prostuduje jeho vlastnosti, úlohu vyřeší pomocí vlastní modifikace a implementace vhodného algoritmu a provede diskusi výsledků.

Cíle bakalářské práce:

1. Shrnutí specializovaných odborných poznatků o přípravě šachistů.
2. Prohloubení znalostí vybraných optimalizačních algoritmů a metod jejich řešení.
3. Návrh původních optimalizačních modelů a rozbor jejich vlastností.
4. Výběr vhodných algoritmů a jejich modifikace a softwarová implementace.
5. Realizace testovacích výpočtů a jejich vyhodnocení.

Seznam doporučené literatury:

KLAPKA, J., DVOŘÁK, J. a POPELA, P. Metody operačního výzkumu. Vyd. 2. Brno: VUTIUM, 2001. ISBN 80-214-1839-7.

RARDIN, R. L. Optimization in Operations Research. 2nd ed. Hoboken, New Jersey: Pearson, 2015.

PARDALOS, P. M., RESENDE, M. G. C. (eds.). Handbook of applied optimization. Oxford: Oxford University Press, 2002. ISBN 0195125940.

WILLIAMS, H. P. Model building in mathematical programming. 5th ed. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons. 2013. ISBN 978-1-118-44333-0.

WOLSEY, L. A. Integer programming. New York: John Wiley & Sons. 1998.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

prof. RNDr. Josef Šlapal, CSc. ředitel ústavu	doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan fakulty

Abstrakt
Tato práce se zabývá přípravou na šachovou partii, problematikou Elo hodnocení a optimalizací problému spjatého s přípravou na šachový turnaj. Můžete se zde dočíst, jakým způsobem získat a upravit vhodné informace o potenciálních soupeřích za šachovnicí. Výsledkem práce je optimalizační model, který při zadání relevantních dat spočítá, kolik času byste měli věnovat přípravám na jednotlivé šachové varianty.

Summary
This work is focused on the preparation for the chess game, the issue of Elo rating system and optimization of the problem associated with the preparation for the chess tournament. You can find here how to obtain and modify appropriate information about potential opponents behind the chessboard. Result of this work is an optimization model which, if you enter relevant data, calculates how much time to spend on preparations for chess variants.

Klíčová slova
Optimalizace, šachy, stochastické programování

Keywords
Optimization, chess, stochastic programming

WALICA, R. *Optimalizace šachové přípravy.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2021. 36 s. Vedoucí RNDr. Pavel Popela, Ph.D.

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně pod odborným dohledem RNDr. Pavla Popely, Ph.D. s použitím uvedené literatury.

Roman Walica

Chtěl bych poděkovat mému vedoucímu RNDr. Pavlu Popelovi, Ph.D. za vytvoření optimálního zadání a za odborný dohled nad touto prací. Mé poděkování patří rovněž rodině za podporu a dodávání motivace v náročných chvílích.

Roman Walica

Obsah

1. Úvod

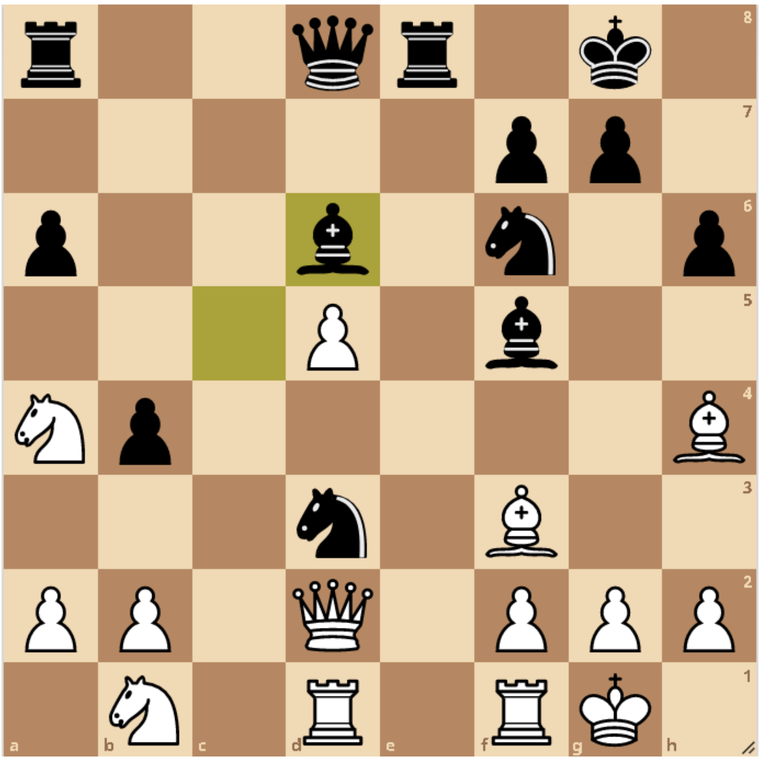
První část této práce je zaměřena na vysvětlení základních šachových pojmů, průběh partie a nastínění přípravy šachistů, kategorizovaných podle výkonnosti.

Dále definujeme základní pojmy z teorie pravděpodobnosti a statistiky, se kterými v pozdějších fázích budeme pracovat například jako náhodný vektor či extremální rozdělení.

Rovněž uvádíme základní definice spojené s optimalizací včetně dvou typů optimalizačních úloh.

Ve druhé části se hlouběji zaměříme na problematiku Elo hodnocení šachistů a jakým způsobem bychom na něj měli nahlížet. Probereme rovněž výhody a nevýhody, které před partií nastávají, jako například barva figur. Poté si představíme dva druhy šachových turnajů. Zmíníme rovněž faktory, které by naši přípravu měly ovlivnit a učinit ji kvalitnější.

V poslední fázi vytvoříme model, na kterém si vysvětlíme základní práci s daty, jak je získat z šachových databází a jakým způsobem si z nich odnést ty nejrelevantnější informace. Ukážeme si, jak se dají při odhadu, jaké střední hry či koncovky můžou hrát naši soupeři, využít matice přechodu. Vytvoříme balanční parametr, kterým budeme vhodně upravovat náš model podle vlastních potřeb a v neposlední řadě si ukážeme vzorec, který slouží k výpočtu nových (teoretických) hodnot našeho Elo hodnocení. Nakonec celý model zpracujeme ještě jednou s reálnými daty, porovnáme šance na zisk bodů před a po přípravě a vyhodnotíme výsledky.



Obrázek 1.1: Karpov - Kasparov - partie, kterou rozhodla důkladná příprava, černý vyhrál [34]

2. Příprava šachistů

2.1. Stručná historie

Existuje mnoho teorií, které nám datují vznik šachu. Jednou z nich je například teorie, která tvrdí, že se šach vyvinul z siang-čchi, což by měl být jakýsi prvopočátek této královské hry. Nicméně existují i další teorie, které tvrdí, že šachy vznikly původně v Persii. Známý původ šachu nám však zůstává skryt. Co s jistotou můžeme říct, je to, že do Evropy se šachy dostaly v období 10. století, v průběhu času se zde různými způsoby měnily varianty pohybu figur, například se zvýšila mobilita dámy, rovněž vznikala nová pravidla. Do podoby, v jaké je známe my, se dostaly až v druhé polovině 15. století. Od tohoto období hovoříme o takzvaném „romantickém šachu“, dominantní zde byla rychlá hra, plná taktických úderů, která převládala nad strategií. V druhé polovině 19. století se pak začala objevovat poziční hra, jejíž průkopníkem byl Wilhelm Steinitz. V roce 1886 se konalo první šachové mistrovství světa. 20. století pak bylo obdobím rozpuku, za zmínku stojí založení mezinárodní šachové federace FIDE. Rok 1997 pak byl přelomovým rokem techniky, kdy počítač poprvé porazil šachového mistra světa, Garry Kasparova. O daném zápase se můžeme dočíst zde [17].

2.2. Průběh partie

Výborná knížka vysvětlující části šachové partie je například [9].

Šachovou partii můžeme obecně rozdělit do tří částí, první část, zvaná *zahájení* (viz [3], [4], [5]), slouží k vývinu figur a přípravě na střední hru. Jedná se o nejméně záživnou část šachové partie, kdy hráči obvykle velmi rychle odehrají naučené zahájení a přechází do střední hry. Nicméně existují spousty partií, v šachové terminologii zvané „miniaturky“ (např. [1]), které nás přesvědčují o opaku a ukazují nám, že se dá partie, při chybě jednoho z hráčů, rozhodnout za velmi krátkou dobu. Délka zahájení je obvykle 15-20 tahů.

Fázi, kdy už máme figury ve hře, nazýváme *střední hrou* ([18], [25]). Tu můžeme rozdělit na dva typy. Pokud je pozice uzavřená, mluvíme o strategické pozici, jež spočívá v tom, že se hráči snaží postupným vylepšováním svých figur oslabit některá pole na šachovnici nebo zhoršit postavení figur soupeřových. V případě pozic, kdy soupeři zvolili například opačné rošády, hovoříme o pozicích taktických. Tyto pozice obvykle ve střední hře končí, buďto matovým obrazcem nebo kapitulací hráče, který má materiální deficit.

Poslední, avšak velice důležitou část tvoří *koncovky* ([6], [7], velmi zajímavé dílo je také [12]) díky redukovanému počtu kamenů, a tudíž snazšímu propočtu variant, je chyba v této části partie definitivní. Podle figur, které na šachovnici zůstaly, dělíme koncovky na dámské, věžové, koncovky lehkých figur (střelci a jezdci) nebo pěšcové. Současný mistr světa Magnus Carlsen je pověstný právě svou velmi svědomitou a propracovanou hrou koncovek, kdy z takřka jasně remízové pozice dokáže vytěžit maximum. Ukázka partií viz. [22]

Další možností, jak se dá partie rozdělit, je podle délky trvání partie. A to na *„blicky“*, což jsou svižné partie, kdy každý z hráčů má na přemýšlení maximálně 5 minut. V novodobé historii se partie hraje na 3 minuty s přídavkem 2 sekund za každý provedený tah. V těchto typech partií hráči hodně spoléhají na typizované pozice a na vlastní intuici.

Druhým typem jsou *rapid partie*. Ty trvají maximálně hodinu. Na rozdíl od rychlých partií se už zde dají vymyslet, a hlavně spočítat, zajímavé kombinace.

Posledním, pro tuto bakalářskou práci, stěžejním typem jsou *vážné partie*. V minulosti se jednalo o partie, kdy každý z hráčů měl na partii i 2-3 hodiny. Současný stav je takový, že každý hráč má na prvních 40 tahů partie hodinu a půl. Poté následuje přídavek 30-40 minut na dohrání partie. Po každém tahu ještě hráči získávají přídavek v podobě třiceti sekund, aby se nestávalo, že prohrají na čas. Tímto typem partií se budeme zabývat při tvorbě našeho optimalizačního modelu.

2.3. Příprava na partii

Velmi zajímavé zdroje jsou například [21], [23], [27].

Stejně jako se nám v průběhu let měnila pravidla, měnila se také příprava šachistů na partii. Dříve byly pro hráče základním zdrojem informací tištěné materiály, především šachové knihy a šachová periodika. Příprava se tedy zákonitě ubírala pouze na vlastní znalosti a dovednosti a nebrala v potaz budoucí soupeře, o kterých nebyly žádné či minimální informace. S příchodem a dostupností počítačové techniky se příprava diametrálně odlišila. Díky existenci šachového softwaru a obrovských aktualizovaných databází, má hráč pro svou přípravu na soupeře většinou dostatečné množství materiálu.

Nyní už se dostáváme k samotné přípravě na partii, tu můžeme dělit buď podle částí partie - připravíme se na zahájení, střední hru a koncovku, nebo zvolíme cestu odlišnou. Druhá cesta slouží k pochopení struktur, které hraje soupeř. Preferuje-li například uzavřené zahájení, můžeme ve střední hře očekávat spíše pozici strategickou, kde budeme různým stylem manipulovat s figurkami bez nějaké větší akce. V následujících podsekcích se vyskytuje pojem „Elo“, prozatím nám bude k pochopení stačit, že je to číslo, symbolizující sílu šachisty, tento termín bude blíže objasněn v kapitole 5.

2.3.1. Příprava hráčů s Elem do 1600

Příprava hráčů, kteří spadají do III.-V. výkonnostní třídy není nikterak kvalitní. Buďto se tito hráči nepřipravují vůbec, což může vést k již zmíněné „miniaturce“ nebo se připraví na zahájení s počítačem. Tato příprava obvykle zabere maximálně 30 minut, je tedy velmi svižná a jak je z meritu věci patrné, moc se toho během tak krátkého časového úseku nenaučí. Tito hráči kladou důraz především na volbu zahájení a přípravu přechodu do střední hry. Ve střední hře jejich příprava končí a začínají hrát podle svého nejlepšího vědomí a svědomí. O koncovkách toho ví tito hráči pramálo, pokud mají trenéra, který je připravuje, pak jsou znalí klasických struktur (např. různobarevní střelci vedou často do remízy), jestliže se ale připravují sami, koncovky vypouští úplně.

2.3.2. Příprava hráčů s Elem do 2200

Tito hráči, podstatně zkušenější, už mají přípravu propracovanější, samozřejmě i zde najdeme šachisty, kteří se na partii nepřipravují, avšak je jich podstatně menší procento než hráčů s Elem do 1600. Volba přípravy většinou padá spíše na druhý přístup, kdy se snaží pochopit styl hry soupeře. Příprava může trvat něco kolem hodiny až dvou. Další odlišností je například příprava na turnaj, kdy se snaží předem připravit například studiem zahájení, středních her či koncovek. Zkrátka vylepšují svoje schopnosti.

2.3.3. Příprava hráčů s Elem nad 2200

U hráčů s Elem nad 2200 už můžeme očekávat důmyslnou přípravu jak na partii, tak na turnaj. Tito hráči jsou již velmi zkušení, znají velké množství zahájení. Při přípravě na slabšího soupeře se snaží velmi rychle odbočit od hlavních variant zahájení, což může vést k tomu, že druhý hráč se dostane do pozice, kterou si nepřipravil. Byť tato pozice může být objektivně horší, lepší hráč se díky těmto manévrům může ocitnout ve výhodě a jeho šance na výhru může vzrůst. Při přípravě na silnějšího soupeře volí zahájení taková, která mají velkou šanci na remízu, v případě, že si věří, hledají korektní zahájení vyžadující přesnou hru na obou stranách. Jedním z hlavních a velice důležitých aspektů je rovněž fakt, že se na soupeře připravují na šachovnici a ne na počítači, to se samozřejmě v menší míře děje i u slabších šachistů, ale u šachistů této kategorie je to standard. Jak zmínil Vojtěch Šrámek [30] „Příprava na partii u mě probíhala takovým způsobem, že jsem se nejdříve podíval do šachové databáze, co hraje soupeř, začal jsem zahájením, podíval jsem se, co hraje za obě barvy, tedy bílé i černé, nehledě na to, jaký byl los a jakými figurami jsem hrál já.“ (pozn. autora - toto je velice důležitá informace - připravit se na soupeře i studiem zahájení opačných barev) „Poté jsem si prošel pár partií, ve kterých hra skončila ve střední hře a podíval jsem se, zda soupeř preferuje spíše útočný styl nebo si jen tak hraje na svém písečku. Posléze jsem se přesunul k šachovnici a ke knihám a volil jsem, co by se na šachovnici mohlo objevit, jaké tahy bych mohl hrát a kde bych mohl mít převahu. Příprava na každou partii mi zabrala v průměru 5 hodin.“

2.3.4. Příprava na zápas o mistra světa

Speciálním případem je pak příprava na zápas o mistra světa. Toto období může trvat klidně i 6 měsíců. Hráči si připravují různá překvapení v zahájení, připravují si dokonce tahy ve střední hře, můžou tak být připraveni klidně i do 30. tahu. Stejně jako například ve fotbale studují jednotlivé týmy hru svých protivníků, tak obdobným stylem probíhá tato příprava. V případě, že jednomu z hráčů příprava vyjde, a druhý z nich se danou pozicí nezabýval, se pak obvykle hraje na jednu branku a jen velmi malé procento těchto partií skončí remízou.

2.3.5. Důležitost trenéra

Jako u každého sportu, i zde hrají trenéři důležitou roli. Díky nim se můžeme zlepšovat rychleji. Naučí nás, jak se kvalitněji připravovat nebo jak správně pracovat s časem při partii. Největší výhodou je však to, že přesně znají naše slabé stránky a vhodnou volbou tréninku se je snaží eliminovat.

3. Statistické pojmy

Tato kapitola vychází z [2], [8] a [16]. Vzhledem k tomu, že předem nevíme, na jakého soupeře narazíme, musíme definovat pojmy z teorie pravděpodobnosti a statistiky, které budeme využívat při tvorbě a řešení našeho modelu.

3.1. Pravděpodobnost

Definice 3.1. [16] *Pokusem* rozumíme realizaci určitého systému podmínek.

Definice 3.2. [16] *Náhodný jev* je výsledek pokusu (tj. realizace určitého systému podmínek). Jeho charakteristickým rysem je, že může, ale nemusí nastat.

Definice 3.3. [16] *Elementární náhodné jevy* jsou jednotlivé možné výsledky pokusu. Vyjadřujeme je pomocí jednoprvkových množin označených symbolem $\{\omega\}$.

Definice 3.4. [16] Všechny možné výsledky pokusu tvoří množinu Ω, kterou nazýváme *základní prostor*.

Definice 3.5. [16] *Náhodným jevem* A pak rozumíme libovolnou podmnožinu základního prostoru Ω, tedy $A \subseteq \Omega$.

Definice 3.6. [16] *Jevové pole* Σ na základním prostoru Ω je množina náhodných jevů s vlastnostmi:

1. $\forall$ náhodný jev $A \in \Sigma$ je $\bar{A} \in \Sigma$.
2. $\forall$ posloupnost náhodných jevů $A_i \in \Sigma$, i=1,2,... je $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in \Sigma$.

Lze dokázat, že platí:
a) $\emptyset \in \Sigma$, $\Omega \in \Sigma$,
b) $A, B \in \Sigma \Rightarrow A \cap B, A \cup B, A - B \in \Sigma$,
c) $A_i \in \Sigma$, i=1,2,...,n $\Rightarrow \bigcap_{i=1}^{n} A_i, \bigcup_{i=1}^{n} A_i \in \Sigma$,
d) $A_i \in \Sigma$, i=1,2,... $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \Sigma$.

Definice 3.7. [16] *Pravděpodobnost* $P(A)$ náhodného jevu $A \in \Sigma$ je reálná funkce definovaná na jevovém poli Σ s vlastnostmi:

1. $P(A) \geq 0$ $\forall$ náhodné jevy $A \in \Sigma$,
2. $P(\Omega) = 1$,
3. Pro každou posloupnost disjunktních náhodných jevů $A_i \in \Sigma$, $i = 1, 2, ...$, je

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

Uspořádaná trojice (Ω, Σ, P) se nazývá *pravděpodobnostní prostor*.
Vybrané vlastnosti pravděpodobnosti:
a) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$,
b) $P(\emptyset) = 0$,
c) $P(A) \leq 1$.

Další vlastnosti lze nalézt např. [2] nebo [16].

3.2. Náhodná veličina

Definice 3.8. [8] Nechť $\mathbb{R}$ je reálná přímka, β systém jejich borelovských podmnožin, Ω je prostor elementárních jevů ω (tedy všech možných výsledků pokusu), Σ je nějaká σ-algebra podmnožin (tj. jevové pole) prostoru Ω a P je pravděpodobnostní míra na základě které se podmnožinám z A připisuje pravděpodobnost. Je-li $\xi(\omega)$ měřitelná funkce z pravděpodobnostního prostoru (Ω, Σ, P) do $(\mathbb{R}, \beta)$, pak se $\xi(\omega)$ nazývá náhodná veličina a značí se stručně ξ.

Definice 3.9. [8] Oborem hodnot náhodné veličiny ξ označíme množinu $Z = \xi^* \in \mathbb{R}; \xi^* = \xi(\omega), \omega \in \Omega$, kterou nazveme *základní prostor*.

Definice 3.10. [8] Číslo $\xi^* = \xi(\omega), \omega \in \Omega$ nazveme *realizací náhodné veličiny* ξ. Značením ξ^k rozumíme k-tou realizaci náhodné veličiny ξ.

Definice 3.11. [8] Reálnou funkci $F : (-\infty; \infty) \to \langle 0; 1\rangle$ definovanou předpisem $F(t) = P(\{\omega \in \Omega | \xi(\omega) < t\}) = P(\xi < t)$ nazveme distribuční funkcí náhodné veličiny ξ.

Definice 3.12. [8] Náhodná veličina ξ je *diskrétní*, je-li její obor hodnot nejvýše spočetná množina, (tj. nabývá spočetně mnoha hodnot) $t_1, t_2, ...$ tak, že

$$\sum_{i=1}^{\infty} P(\xi = t_i) = 1.$$

Definice 3.13. [8] *Pravděpodobnostní funkce* diskrétní náhodné veličiny ξ je funkce $p : \mathbb{R} \to \langle 0; 1\rangle$ daná předpisem

$$p(t) = P(\xi = t).$$

Definice 3.14. [8] Řekneme, že náhodná veličina ξ má *spojité rozdělení* pravděpodobnosti, je-li její distribuční funkce $F(t)$ spojitá.

Definice 3.15. [8] *Hustotou rozdělení* pravděpodobnosti spojité náhodné veličiny ξ nazveme nezápornou funkci $f : \mathbb{R} \to \langle 0; \infty)$ takovou, že

$$F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(u) du.$$

Definice 3.16. [8] *Střední hodnotou* náhodné veličiny ξ budeme nazývat číslo

$$\mathrm{E}(\xi) = \sum_t tp(t)dt,$$

je-li ξ diskrétní a

$$\mathrm{E}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} tf(t)dt,$$

je-li ξ spojitá.

Definice 3.17. [8] *Rozptylem* náhodné veličiny ξ rozumíme číslo

$$\mathrm{var}(\xi) = \mathrm{E}((\xi - \mathrm{E}\xi)^2).$$

3.3. Náhodný vektor

Definice 3.18. [8]

Nechť (Ω, A, P) je pravděpodobnostní prostor a na něm definované náhodné veličiny $\xi_1, ..., \xi_n$. Pak vektor vytvořený z těchto náhodných veličin $\boldsymbol{\xi} = (\xi_1, ..., \xi_n)^T$ nazveme *náhodným vektorem*. Jeho realizaci $\boldsymbol{\xi}(\omega), \omega \in \Omega$ označíme $\boldsymbol{\xi}^*$ a značením $\boldsymbol{\xi}^k$ máme na mysli k-tou realizaci náhodného vektoru $\boldsymbol{\xi}$.

Definice 3.19. [8]

Reálnou funkci $F : \mathbb{R}^n \to \langle 0; 1\rangle$, definovanou předpisem
$F(t_1, ..., t_n) = P(\xi_1 < t_1, ..., \xi_n < t_n)$ nazveme *sdruženou distribuční funkcí* náhodného vektoru $\boldsymbol{\xi}$.

Definice 3.20. [8]

Řekneme, že náhodný vektor $\boldsymbol{\xi}$ má *diskrétní rozdělení pravděpodobnosti*, je-li jeho oborem hodnot nejvýše spočetná množina Z tak, že platí

$$\sum_{i=1}^{\infty} P(\boldsymbol{\xi} = \mathbf{t}_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(\xi_1 = t_{i1}, ..., \xi_n = t_{in}).$$

Definice 3.21. [8]

Řekneme, že náhodný vektor $\boldsymbol{\xi}$ je *spojitý*, jestliže existuje nezáporná funkce $f(t_1, ..., t_n)$ splňující

$$F(t_1, ...t_n) = \int_{-\infty}^{t_1} ... \int_{-\infty}^{t_n} f(u_1, ..., u_n) du_1...du_n$$

Funkci $f(t_1, ..., t_n)$ nazveme *sdruženou hustotou* náhodného vektoru $\boldsymbol{\xi}$.

Definice 3.22. [8]

Střední hodnotou náhodného vektoru rozumíme vektor
$\mathrm{E}(\boldsymbol{\xi}) = (\mathrm{E}(\xi_1), ..., \mathrm{E}(\xi_n))$ za předpokladu, že střední hodnoty $\mathrm{E}(\xi_1), ..., \mathrm{E}(\xi_n)$ existují.

Definice 3.23. [8]

Nechť $\boldsymbol{\xi}$ je náhodný vektor a nechť existují konečné momenty $\mathrm{E}(\xi_k^2) < \infty$, pak reálné číslo $\sigma(\xi_i, \xi_j) = \mathrm{E}((\xi_i - \mathrm{E}(\xi_i))(\xi_j - \mathrm{E}(\xi_j)))$ nazveme kovariancí náhodných veličin ξ_i a ξ_j.

Definice 3.24. [8]

Variační maticí náhodného vektoru $\boldsymbol{\xi}$ je matice

$$\mathrm{var}(\boldsymbol{\xi}) = \begin{pmatrix} \sigma(\xi_1, \xi_1) & \dots & \sigma(\xi_1, \xi_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma(\xi_n, \xi_1) & \dots & \sigma(\xi_n, \xi_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{var}(\xi_1) & \dots & \sigma(\xi_1, \xi_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma(\xi_n, \xi_1) & \dots & \mathrm{var}(\xi_n) \end{pmatrix}.$$

3.4. Náhodný výběr

Při konzultaci výsledků narazíme na situaci, kdy dostaneme vektor řešení, který však bude úzce souviset s nalosovanou pravděpodobností. Našim cílem bude najít charakteristické parametry rozdělení pravděpodobnosti tohoto vektoru. Toho docílíme měřením daného děje.

Definice 3.25. [8] Opakujeme-li n-krát za sebou nezávislý pokus, jehož výsledkem je hodnota náhodné veličiny ξ s distribuční funkcí $F(t, v)$, kde v je neznámý parametr. Získáme tak posloupnost náhodných veličin $\xi^{[1]}, ..., \xi^{[n]}$, kterou můžeme vyjádřit jako vektor $\boldsymbol{\xi}^{[]} = (\xi^{[1]}, ..., \xi^{[n]})$. Složky tohoto vektoru jsou nezávislé náhodné veličiny $\xi^{[i]}$ se stejnou distribuční funkcí jako má pozorovaná náhodná veličina ξ. Tento vektor pak nazveme náhodným výběrem z ξ.

Definice 3.26. [8] Nechť $(\xi^{[1]}, ..., \xi^{[n]})$ je náhodný výběr a $\xi^1, ..., \xi^n$ jeho realizace, pak realizaci výběrového průměru $\bar{\xi}$ vypočítáme ze vzorce

$$\bar{\xi} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \xi^n,$$

rovněž můžeme spočíst výběrový rozptyl $\hat{s}^2$

$$\hat{s}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^{N} (\xi^i - \bar{\xi})^2.$$

3.5. Vybraná rozdělení pravděpodobnosti

3.5.1. Normální rozdělení

Zápisem $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ rozumíme, že proměnná X má normální rozdělení s parametry μ a σ^2. Hustotu tohoto rozdělení můžeme popsat funkcí

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{ -\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2} \right\}, t \in (-\infty; \infty)$$

Číselné charakteristiky tohoto rozdělení jsou $\mathrm{E}(X) = \mu$ a $\mathrm{var}(X) = \sigma^2$.

3.5.2. Extremální rozdělení

Zápisem $X \sim \mathrm{GEV}(\mu, \sigma, \varphi)$ naopak rozumíme, že proměnná X je z rozdělení extremálního s parametry μ, σ a φ. (Pozor, ve většině textů se značí tvarový parametr pomocí řeckého písmene ξ, ten však v této práci hraje roli náhodné veličiny). Hustotu tohoto rozdělení popisuje funkce

$$f(x; \varphi) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + \varphi \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right)^{(-\frac{1}{\varphi} - 1)} exp\left(-\left(1 + \varphi \cdot \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right)^{(-\frac{1}{\varphi})} \right),$$

pro $\xi \neq 0$

Číselné charakteristiky získáme ze vzorců $\mathrm{E}(X) = \mu + (g_1 - 1)\frac{\sigma}{\varphi}$ a $\mathrm{var}(X) = (g_2 - g_1^2)\frac{\sigma^2}{\varphi^2}$, kde g_k získáme výpočtem z $g_k = \Gamma(1 - k\xi)$, $k = 1, 2...$ a $\Gamma(t)$ je gamma funkce.

Pozn.: Více informací o extremálním rozdělení a gamma funkci lze nalézt v [20]

4. Optimalizace

Tato kapitola obsahuje definice a pojmy zavedené rovněž v [28] a [33].

4.1. Základní pojmy z optimalizace

Definice 4.1. [8] Nechť $S \subset \mathbb{R}^n$ a $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. Potom matematický model je definován jako

$$\min_{\mathbf{x}}\{f(\mathbf{x}|\mathbf{x} \in S)\}$$

Našim cílem je tedy minimalizovat nějakou funkci $f(\mathbf{x})$ vzhledem k proměnné $\mathbf{x}$ na množině, kterou určíme omezujícími podmínkami. Cílem optimalizační úlohy je pak najít tuto hodnotu argumentu funkce (tedy proměnné $\mathbf{x}$).

Optimalizační programy neřeší pouze problémy minimalizace, ale lze je ekvivalentně přepsat i pro úlohy maximalizační, kdy hledáme maximum $f(\mathbf{x})$.

Definice 4.2. [8] Množinu vektorů $\mathbf{x}$ splňující omezující podmínky $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$ a $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ nazveme *množinou přípustných řešení* dané úlohy.

Definice 4.3. [8] Řešení $\bar{\mathbf{x}}$ z množiny přípustných řešení nazveme *řešením optimálním*, pokud $\mathbf{c}^T\bar{\mathbf{x}} \leq \mathbf{c}^T\mathbf{x}$, kde vektory $\mathbf{x}$ jsou vektory přípustných řešení.

Definice 4.4. [31] Nechť $S \subset \mathbb{R}^n$ a $f : S \to \mathbb{R}$ a dále $O_\varepsilon(\mathbf{x})$ značí epsilonové okolí bodu $\mathbf{x} \in S$. Pak definujeme $\mathbf{x}_{\min} \in S$ jako bod lokálního minima funkce f na S právě tehdy, když

$$\exists O_\varepsilon(\mathbf{x}_{\min}) : \forall \mathbf{x} \in S \cap O_\varepsilon(\mathbf{x}_{\min}) \setminus \{\mathbf{x}_{\min}\} : f(\mathbf{x}_{\min}) \leq f(\mathbf{x})$$

Definice 4.5. [8] Nechť $S \subset \mathbb{R}^n$ a $f : S \to \mathbb{R}$. Pak definujeme $\mathbf{x}_{\min} \in S$ jako bod *globálního minima* funkce f na S právě tehdy, když

$$\forall \mathbf{x} \in S \setminus \{\mathbf{x}_{\min}\} : f(\mathbf{x}_{\min}) \leq f(\mathbf{x})$$

Pro řadu úloh je jednodušší hledat pouze lokální minimum, zvláště, pokud jich účelová funkce dosahuje na množině přípustných řešení více.

Velmi důležitou větou, hovořící o existenci globálního minima, je *Weierstrassova věta.*

Věta 4.6. [31] (Weierstrass) Nechť $S \subset \mathbb{R}^n$ je neprázdná a kompaktní množina a $f : S \to \mathbb{R}$ je spojitá funkce na S. Pak matematický model $\min_x\{f(x)|x \in S\}$ dosahuje globálního minima (značíme $\mathbf{x}_{\min}$).

Definice 4.7. [31] Nechť $S \subset \mathbb{R}^n$. Říkáme, že množina S je konvexní právě tehdy, když $\forall \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S, \forall \lambda \in \langle 0; 1\rangle : \lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2 \in S$.

Definice 4.8. [31] Nechť množina $S \subset \mathbb{R}^n$ je neprázdná a konvexní a $f : S \to \mathbb{R}$. Říkáme, že funkce f je konvexní na S právě tehdy, když $\forall \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in S$ platí
$\forall \lambda \in (0; 1) : f(\lambda\mathbf{x}_1 + (1-\lambda)\mathbf{x}_2) \leq \lambda f(\mathbf{x}_1) + (1-\lambda)f(\mathbf{x}_2)$.

Věta 4.9. [8] Nechť $S \subset \mathbb{R}^n$ je neprázdná a konvexní množina a funkce $f : S \to \mathbb{R}$ je konvexní na S. Dále nechť $\bar{\mathbf{x}} \in \operatorname{arglocmin}_x\{f(x)|\mathbf{x} \in S\}$, pak platí, že

$$\bar{\mathbf{x}} \in \operatorname{argglobmin}_x\{f(x)|\mathbf{x} \in S\}$$

.

4.2. Typy optimalizačních úloh

Definice a řešení optimalizačních úloh nalezneme například zde [19]. Stochastickými modely se pak zabývá například [26]. Definujme si nyní základní druhy optimalizačních úloh. Činíme tak z důvodu, že různé třídy optimalizačních modelů se chovají různě a rovněž se jinak řeší. Je tedy důležité, abychom mohli rozlišit jednotlivé kategorie modelů.

Nejdříve definujme úlohu lineárního programování (zkráceně LP)

Definice 4.10. [19] Nechť $a_{i,j}, b_i, c_j (i = 1, 2, ..., m; j = 1, 2, ..., n)$ jsou daná reálná čísla a nechť $I_1 \in I = \{1, 2, ..., m\}, J_1 \in J = \{1, 2, ..., n\}$.
Úlohu maximalizace funkce

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

na množině řešení soustavy lineárních rovnic a nerovností

$$\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} x_j \leq b_i \quad (i \in I_1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} x_j = b_i \quad (i \in I - I_1)$$

$$x_j \geq 0$$

nazveme *maximalizační úlohou lineárního programování ve smíšeném tvaru*, jestliže $I_1 \neq \emptyset, I_1 \neq I$ nebo $J_1 \neq J$.

Definice 4.11. [19] Úloha *nelineárního programování* (zkratka NLP) má tvar

$$\min\{f(\mathbf{x}) | \mathbf{g}(\mathbf{x}) \circ \mathbf{0}, \mathbf{x} \in X\}.$$

Proměnné značíme $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n)^T$ a nabývají hodnot ze základní množiny $X \in \mathbb{R}^n$, popisující například nezápornost proměnných. Našim cílem je najít přípustné řešení $\mathbf{x}_{\min}$, které minimalizuje účelovou funkci $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. Body $\mathbf{x} \in X$ považujeme za přípustné, pokud splňují omezení ve tvaru rovnic a nerovnic. Symbol $\mathbf{0}$ značí nulový vektor, $\circ$ označuje sloupcový vektor symbolů $\leq, =$, a omezení jsou určena vektorovou funkcí $\mathbf{g} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$. Množinu přípustných řešení $C = \{\mathbf{x} \in X | \mathbf{g}(\mathbf{x}) \circ \mathbf{0}\}$ lze zapsat ve tvaru

$$C = \{\mathbf{x} \in X | g_i(\mathbf{x}) \leq 0, 1 \leq i \leq l; g_i(\mathbf{x}) = 0, l + 1 \leq i \leq m\}.$$

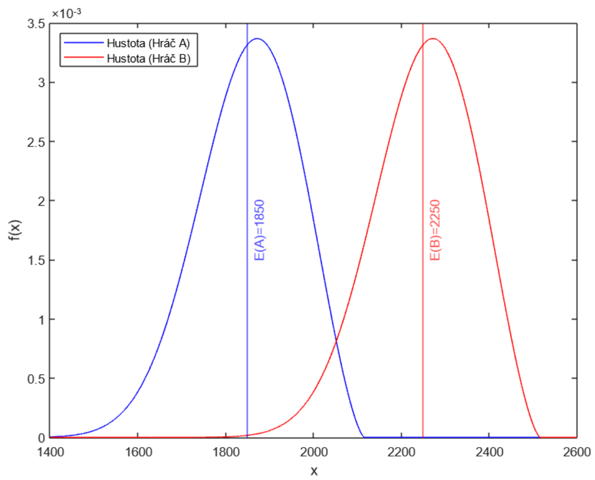
Pozn.: Algoritmy řešení LP a NLP lze najít například v [19] a [28].

5. Šachová problematika

Tato kapitola slouží k nastínění dále řešené problematiky. viz [13], [14], [15]

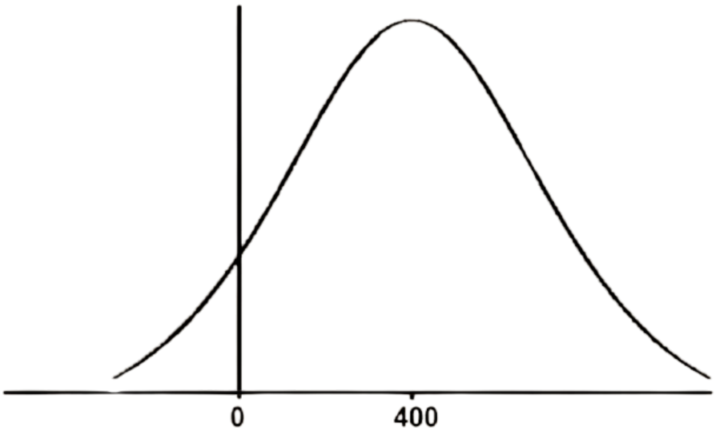
5.1. Elo

Jelikož člověk je tvor soutěživý, už od pradávna se uvažovalo, jakým způsobem „změřit“ sílu šachisty, jak porovnat dva šachisty, kteří spolu ještě nehráli, nebo například jakým způsobem kategorizovat turnaje. Z tohoto důvodu vznikl „Elo rating system“ (zkráceně Elo). Tento systém se pokouší zařadit všechny výkony individuální nebo výkony týmu tak, abychom je na turnaji mohli seřadit podle výkonnosti. Zjednodušeně řečeno, Elo je numerický systém, ve kterém rozdíly v hodnocení mohou být převedeny na pravděpodobnosti výhry. A naopak procentuální zisky bodů jednotlivých hráčů v turnaji mohou být převedeny na Elo hodnocení. Pokud uvážíme jen jednu partii, tak náš výkon bude pouze abstrakce, nebudeme jej moct měřit objektivně. Sestává se z mnoha rozhodnutí a akcí v průběhu hry. Odborníci by mohli samozřejmě namítnout, že každý tah figurou můžeme nějakým způsobem numericky vyjádřit, tak, jako se tomu děje například v boxu či gymnastice. Avšak Elo můžeme dobře vyjádřit až po více odehraných partiích [13]. Každý hráč má svou vlastní škálu výkonů a během určitého časového úseku (uvažujme, že zrovna stagnuje na nějaké úrovni) nám formuje jistou křivku. Teorie statistiky a pravděpodobnosti nám poskytuje rozšířenou metodu měření těchto výkonnostních výkyvů, měření, která fungují velmi dobře pro mnohá odvětví. Tento koncept je známý jako *normální rozdělení* (3.5.1). Existuje mnoho článků a teorií, které nám říkají, že Elo je založeno právě na normálním rozdělení, ale není to tak úplně pravda. Prvotní myšlenka opravdu spočívala v tomto rozdělení, pak by rovněž rozdíl v silách obou soupeřů, který využíváme pro definici pravděpodobnosti výhry jednotlivých hráčů, bylo opět normální rozdělení. Jedním z důvodů, proč se od tohoto rozdělení přestoupilo k *rozdělení extremálnímu* (3.5.2) je například snazší práce s extremálním rozdělením [15]. Prakticky je však mezi těmito dvěma rozděleními rozdíl velmi malý.



Obrázek 5.1: Extremální rozdělení dvou hráčů

Na obrázku vidíme dvě křivky, znázorňující extremální rozdělení dvou hráčů. První z hráčů disponuje elem $\mathrm{E}(A) = 1850$ a druhý $\mathrm{E}(B) = 2250$, obě křivky dále charakterizujeme rozptylem, zde jsem zvolil pro obě hodnoty $\mathrm{var}(A) = \mathrm{var}(B) = 120$ a hodnotu tvarového parametru $\varphi = -0.4$. Důvod, proč v tomto příkladu uvažujeme rozdíl roven 400, ozřejmí druhý obrázek a následné vzorce.



Obrázek 5.2: Logistická funkce [15]

Jedná se o logistickou funkci, která nám ukazuje, jaké pravděpodobnosti na výhru mají oba soupeři. V našem případě je obsah napravo od 0 roven desetinásobku obsahu nalevo [15], což nám pomůže při definování pravděpodobností výhry jednotlivých hráčů.

Pravděpodobnost, že zvítězí hráč A, díky těmto poznatkům můžeme vyjádřit vzorcem

$$\mathrm{P(A)}{=}10^{(E(B)-E(A))/400} \cdot P(B)$$

Pravděpodobnost $P(B)$ můžeme zapsat jako $1 - P(A)$, protože A a B jsou navzájem disjunktní jevy [2].

$$\mathrm{P(A)}{=}10^{(E(B)-E(A))/400} \cdot (1 - P(A))$$

a po upravení se dostaneme ke vzorci

$$P(A) = \frac{1}{(1 + 10^{(E(B)-E(A))/400})} \tag{5.1}$$

Obdobně bychom vyjádřili pravděpodobnost na výhru hráče B.

$$P(B) = \frac{1}{(1 + 10^{(E(A)-E(B))/400})}$$

$E(A)$ a $E(B)$ značí střední hodnotu extremálního rozdělení (3.5.2) a rovněž to je hodnota Elo hodnocení hráčů A a B.

Příklad 5.1. Uvažujme situaci, kde hráč A disponuje Elem $E(A) = 1900$ a hráč B má Elo rovno $E(B) = 1710$. Pak pravděpodobnost na výhru hráče A je rovna:

$$P(A) = \frac{1}{(1 + 10^{(1710-1900)/400})} = 0.75$$

Tudíž pokud proti sobě budou hrát hráči, kteří jsou od sebe vzdáleni o 190 Elo bodů, tak šance na výhru silnějšího z nich je 75%. Vzhledem ke třem možným výsledkům tak můžeme při sto partiích dojít například k výsledku 75 výher a 25 proher nebo 50 výher a 50 remíz ve prospěch silnějšího hráče.

Bystrý čtenář si jistě všiml, že proměnných, které jsou v rovnici (5.1) je poměrně málo, důvodem je to, že původní model počítal pouze s výhrou a prohrou, remízu nebral v potaz, i když jsme v komentáři k příkladu zmínili remízy, tak s tímto výsledkem model v podstatě nepočítá. Rovněž musíme zvážit a zakomponovat do vzorce výhodu začínajícího hráče.

5.1.1. Faktor začínajícího hráče

Je všeobecně známo, že hráč, který má bílé figury, začíná s nepatrnou výhodou. V korespondenčním šachu (způsob šachové hry - dříve se hrálo stylem, že člověk měl na tah například týden a pak poslal dopis s vybraným tahem, nyní se hraje na počítači a je povoleno s počítači spolupracovat a analyzovat pozice) se šance bílého na výhru zvýší pokud na tah 1. e4 černý odpoví 1. ... e6. Bílý totiž získá prostorovou převahu pro manévry figur, a díky tomu získá výhodu. Pokud se ovšem proti sobě střetnou dva lidé, tak je ta převaha menší, avšak je nutností s ní kalkulovat. Různé zdroje uvádí různé hodnoty této výhody. Např. profesor Mark Glickman [14] odhadl, že výhoda bílého hráče se na mistrovstvích světa a v zápasech o titul, mohla pohybovat až okolo 80 Elo bodů, Arpad Elo naopak ve své knize [13] uvažuje interval $40 - 53$ bodů. PCA rating zase zavádí hodnotu 32, ta ale nebere v potaz sílu jednotlivých hráčů. Z těchto informací můžeme dojít k závěru, že počítače postupně eliminují výhodu bílého, jelikož existuje nepřeberné množství variant, ve kterých bílý výhodu nezíská nebo je tak nepatrná, že ji nedokáže využít. Na úrovni, kterou my uvažujeme, budeme počítat s hodnotou $\mathrm{E}(A)+30$, hlavní důvod, proč se přikláníme k takto nízké hodnotě, je ten, že uvažujeme průměrné hráče (Elo 1800-2100), kteří v partiích obvykle chybují, a proto výhodu ztrácejí. Druhý důvod je ten, že s příchodem počítačové techniky do světa šachu se znalosti zahájení prohloubily a mnohá zahájení vedou do rovných středních her. (Pozn.: rovná střední hra je taková, ve které ani jeden z hráčů nemá převahu). Tuto výhodu budeme dále značit písmenem C.

Naši formuli, za předpokladu, že hráč A má bílé kameny, transformujeme na:

$$P(A) = \frac{10^{E(A)/400}}{10^{E(A)/400} + 10^{(E(B)-C)/400}}, \tag{5.2}$$

kde C je číslo znázorňující výhodu bílého hráče.

Příklad 5.2. Zvolme stejnou situaci, jako v prvním příkladu této kapitoly. Tudíž, utkají-li se proti sobě dva hráči, hráč A s Elem 1900 a hráč B s Elem 1710, hodnotu výhody bílého hráče uvažujme 30. Pokud hráč A bude mít bílé figury, pak jeho šance na výhru bude podle vzorce (4.2):

$$P(A) = \frac{10^{1900/400}}{10^{1900/400} + 10^{(1710-30)/400}} = 0.780.$$

Tudíž šance hráče A na výhru partie se zvýšila o 3%. Ze 100 partií by měl hráč A získat 78 bodů.

5.1.2. Pravděpodobnost remízy

Stejně jako jsme se v předchozí sekci věnovali zvýšení šance na výhru dle barvy figur, tak je nutností kalkulovat s remízami, jelikož v šachu nastávají, především u silných hráčů, velmi často.

Pravděpodobnost, že zvítězí hráč A, který hraje bílými figurami, bude následující:

$$P(A) = \frac{10^{E(A)/400}}{10^{E(A)/400} + 10^{(D-C+E(B))/400}}, \tag{5.3}$$

kde C je číslo znázorňující výhodu bílého hráče a D hodnota, pomocí které upravujeme šanci na remízu.

Pravděpodobnost, že vyhraje hráč B, bychom vyjádřili obdobně. Díky těmto dvěma vztahům pak můžeme dopočítat pravděpodobnost remízy z vlastností pravděpodobnosti, jelikož se jedná o vzájemně disjunktní jevy.

$$P(A) + P(B) + P(R) = 1$$
$$P(R) = 1 - P(A) - P(B)$$

kde P(R) je pravděpodobnost, že zápas skončí dělbou bodů.

Příklad 5.3. Opět modelujme stejnou situaci, jako v předešlých dvou příkladech, tudíž mějme hráče A s Elem 1900 hrajícího s bílými figurami a hráče B s Elem 1710. Uvažovaná výhoda bílého hráče $C = 30$ a hodnota, kterou upravujeme šanci na remízu $D = 50$.

Šance na výhru hráče A je nyní:

$$P(A) = \frac{10^{1900/400}}{10^{1900/400} + 10^{(50-30+1710)/400}} = 0.73 \tag{5.4}$$

Šance na výhru hráče B:

$$P(B) = \frac{10^{1710-30/400}}{10^{1710-30/400} + 10^{(50+1930)/400}} = 0.17 \tag{5.5}$$

Šance na remízu:

$$P(R) = 1 - 0.73 - 0.17 = 0.10 \tag{5.6}$$

Ještě jednou zmiňme, že šance na remízu není vždy stejná, u hráčů s nižším ratingem je často větší šance na chybu a remízových výsledků u těchto hráčů moc nevídáme.

5.2. Typy turnajů

Vzhledem k podstatě přípravy je důležité, jaký turnaj člověk zvolí, zda hraje turnaj otevřený, kde může být přihlášena klidně i stovka hráčů nebo turnaj uzavřený, který je omezen počtem.

5.2.1. Uzavřené turnaje

Jak už bylo zmíněno, uzavřený turnaj (pozn. často uváděn jako round-robin) je typ šachového turnaje, jehož název bychom mohli volně přeložit jako „každý s každým", to znamená, že s každým hráčem odehrajeme jednu či více partií. Tento typ je hojně využíván jako doplnění turnajů, které se hrají jako OPEN turnaje viz (5.2.2), a pro zajímavost a netradičnost se přidává uzavřený turnaj pro zhruba 10 silných hráčů. Tyto turnaje jsou specifické hlavně tím, že se v nich často bojuje o šachové normy, když hráč nasbírá dostatek norem, získá titul (IM - mezinárodní mistr a GM - melmistr, obdobně i pro ženy WIM, WGM o šachových titulech se můžeme více dočíst zde [10]). Hráči, kteří se takovýchto turnajů účastní, mohou při dostatečném počtu bodů získat normu a pak případně i titul, což je v šachovém světe velmi významné ocenění.

5.2.2. Otevřené turnaje

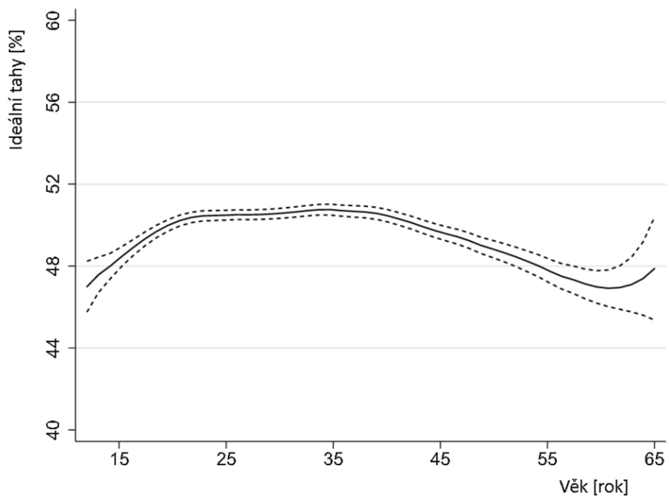
Z hlediska optimální přípravy jsou pro nás důležitější otevřené turnaje. Ty jsou na tom dosti odlišně, na rozdíl od uzavřeného turnaje předem nevíme, s kým se utkáme v dalším kole. Tudíž připravovat se na konkrétní soupeře je z hlediska pravděpodobnosti neefektivní. Proto bude našim cílem si zvolit přípravu s největší šancí na úspěch za jakékoli situace.

5.3. Faktory ovlivňující naši přípravu

Díky vymoženostem dnešní doby můžeme o soupeřích zjistit mnoho užitečných informací, které nám mohou zkvalitnit přípravu.

5.3.1. Věk

Velice důležitým faktorem je věk. Uveďme si problematiku na grafu.



Obrázek 5.3: Závislost optimální volby tahu na věku [29]

Dlouholetý výzkum ukázal, že výkonnost šachisty, na rozdíl od mnoha jiných sportovců, je nejvyšší ve věku zhruba 40 let. Poté pomalu začíná klesat. Plná čára znázorňuje průměrnou hodnotu a přerušované čáry ohraničují 95% interval spolehlivosti (řešeno metodou nejmenších čtverců) [29]. Všimněme si, že zhruba kolem šedesátého roku života křivka mění trend. To je zapříčiněno tím, že mnoho amatérských šachistů v tomto věku již šachy nehraje a zůstávají především profesionálové, kteří lépe nacházejí ty správné tahy i v pozdějším věku.

Nutno podotknout, že věk ovlivní ještě jednu důležitou vlastnost, kterou mnoho šachistů přehlíží. Z osobní zkušenosti vím, že hráči nad 50 let se většinou nepouštějí do neznámých vod, zkrátka hrají to, co umí, nemusíme u nich očekávat žádná překvapení v zahájení, což nám dává velkou výhodu, jelikož máme větší jistotu v tom, na co se připravit, nemusíme se tedy upínat na naše odhady.

5.3.2. Klub

Jedním z důležitých faktorů, na které se zaměřují šachisté, je fakt, za jaký klub hraje soupeř. Uveďme si na příkladu z ČR. Když vidím, že soupeřem je mi hráč z klubu „BŠŠ Frýdek-Místek“, tak vím, že bude dobře připraven, bude mít připravené varianty v zahájení a bude mít plány, jak mě porazit. Nevýhodou těchto hráčů je však fakt, že často hrají stejné varianty jako jejich trenéři, takže i v takovýchto případech se dá relativně dobře připravit, protože se snižuje neurčitost jejich přístupu k partii.

6. Řešení optimalizačního problému

6.1. Model - Otevřený turnaj

Výbornou inspirací k porozumění tématu byla kniha [32].

Jak jsem již nastínil v předchozí kapitole, hlavním záměrem této bakalářské práce je vytvoření modelu pro otevřený (pozn. švýcarský) turnaj. K tomu, abychom mohli vytvořit funkční model, potřebujeme data, od kterých se bude odvíjet naše příprava.

Představme si, že můžeme hrát se čtyřmi soupeři - A, B, C a D. Zvolme si pravděpodobnosti (pro názornost příkladu stačí, v modelu jsou losovány náhodně, jelikož jsou pro nás neznámé), s jakými narazíme na i-tého soupeře, přičemž $\sum_i^4 P_i = 1$. To nám bohužel nestačí, dále potřebujeme mít alespoň tušení, jaké varianty by v partii mohly nastat, tudíž jaké zahájení, střední hra nebo koncovka by se na šachovnici mohly objevit. Není problém si na internetu [11] najít šachovou databázi, ze které se dozvíme potřebné informace. Paradoxně nám stačí pouze zjistit, jaká zahájení hrají naši soupeři. Pro zjištění, jaké varianty středních her, popřípadě koncovek, hrají naší soupeři nám stačí znalost šachových struktur a matice přechodu. Pro představu vytvořme tabulku s informacemi, které známe nebo jsme schopni dopočítat.

Tabulka známých informací								
Soupeř$_i$	P$_i$	Z$_1$	Z$_2$	Z$_3$	S$_1$	S$_2$	K$_1$	K$_2$
Hráč A	0.2	6	4	0	7	3	10	0
Hráč B	0.1	2	5	3	4	6	5	5
Hráč C	0.5	3	1	6	5	5	2	8
Hráč D	0.2	1	6	3	8	2	7	3

kde P_i je pravděpodobnost, že narazíme na i-tého hráče, Z_j značí varianty zahájení S_l jsou varianty středních her a K_m varianty koncovek. V naší tabulce je zřejmě $j = 1, 2, 3$; $l = 1, 2$ a $m = 1, 2$. Pokud budeme hovořit o celé matici budeme ji indexovat $\xi_{i,p}$.

Celá čísla, která jsou v tabulce, jsou škálována 0-10 podle toho, jak často hraje náš soupeř zvolenou variantu, tudíž, pokud soupeř variantu ještě nehrál, vepíšeme do tabulky 0. Tato čísla můžeme chápat jako odpovídající procentuální podíl, 0 chápeme jako 0%, obdobně 4 je 40% či 10 koresponduje se 100%. Když se zaměříme na první řádek u variant zahájení, tak z tabulky bychom měli pochopit, že z deseti partií by měl náš soupeř 6x hrát zahájení 1, 4x zahájení 2 a zahájení 3 by neměl hrát ani jednou.

Takto vytvořenou tabulku můžeme rozčlenit na vektor pravděpodobností a poté matice, které budou symbolizovat charakteristiky jednotlivých částí šachové partie. Činíme tak z důvodu, že v některých turnajích budeme chtít klást větší důraz na zahájení, případně tím balancujeme velké množství variant v zahájení, zatímco střední hru můžeme rozdělit pouze na dva typy.

Maticový zápis naší tabulky by vypadal takto

$$p_i = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.1 \\ 0.5 \\ 0.2 \end{pmatrix}, \quad \xi_{i,j}^{(1)} = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 6 \\ 1 & 6 & 3 \end{pmatrix},$$

kde horní index ^{1} značí, že se jedná o matici zahájení. Obdobně bychom vytvořili matice pro charakteristiky středních her a koncovek, pro naše vysvětlení bude stačit matice zahájení.

Nyní podle (3.16) a (3.22) spočteme střední hodnotu náhodného vektoru ξ_p, který nám popisuje DOPLNIT

$$\mathrm{E}(\xi_p^{(k)}) = \sum_i^4 P_i \cdot \xi_{i,p}^{(k)}, \quad k = 1,2,3 \tag{6.1}$$

Rovněž budeme potřebovat variační matici (3.24), ale pro naši práci nás bude zajímat pouze diagonála, proto použijeme vztah v definici (3.17)

$$\mathrm{var}(\xi_p^{(k)}) = \mathrm{E}(\xi_p^{(k)})^2 - (\mathrm{E}(\xi_p^{(k)}))^2, \tag{6.2}$$

kde $\mathrm{E}(\xi_p^{(k)})^2 = \sum_i^4 p_i \cdot (\xi_{i,p}^{(k)})^2$.

Pro pořádek v indexech je nutno vysvětlit, že pro $k = 1$ bereme p jako index j, pro $k = 2$ je index p chápan jako index l a pro $k = 3$ jej chápeme jako index m.

Každý optimalizační model je omezen určitými podmínkami, náš model bude limitován časem, který můžeme věnovat přípravě, nechť tedy $t_{\max} = 100$ je časové omezení, které nesmíme překročit. Ideální je představit si, že $t_{\max}$ je 100%. Pak i ostatní časy budou v procentech z horní časové meze a jednoduše je přepočítáme na hodiny podle daného omezení. Pro dopočítání času, který bychom měli věnovat jednotlivým zahájením, si vytvoříme pomocnou proměnnou ζ_k, která je dána vzorcem $\zeta_k = \sum_j^4 \frac{t_j}{t_{max}} \xi_j^{(k)}$, kde t_j je čas věnovaný j-té variantě. Jelikož je to náhodné, nemůžeme ζ maximalizovat ani minimalizovat, proto použijeme střední hodnotu

$$\mathrm{E}(\zeta_1) = \sum_j^4 \frac{t_j}{t_{max}} \mathrm{E}(\xi_j^{(1)}), \tag{6.3}$$

a rozptyl

$$\mathrm{var}(\zeta_1) = \sum_j^4 \frac{t_j^2}{t_{max}^2} \mathrm{var}(\xi_j^{(1)}). \tag{6.4}$$

Obdobně bychom střední hodnotu a rozptyl dopočítali rovněž pro střední hry a koncovky. Můžeme tedy vytvořit vektor o třech složkách pro střední hodnotu pomocných proměnných ζ_k.

$$\mathrm{E}(\boldsymbol{\zeta}) = \begin{pmatrix} \mathrm{E}(\zeta_1) \\ \mathrm{E}(\zeta_2) \\ \mathrm{E}(\zeta_3) \end{pmatrix},$$

kde $\mathrm{E}(\zeta_1)$ je střední hodnota pomocné proměnné pro zahájení, $\mathrm{E}(\zeta_2)$ pro střední hru a $\mathrm{E}(\zeta_3)$ pro koncovku.

Stejným způsobem vytvoříme vektor o třech prvcích pro rozptyl pomocných proměnných ζ_k.

$$\mathrm{var}(\boldsymbol{\zeta}) = \begin{pmatrix} \mathrm{var}(\zeta_1) \\ \mathrm{var}(\zeta_2) \\ \mathrm{var}(\zeta_3) \end{pmatrix}.$$

6.1.1. Účelová funkce

Nyní už se dostáváme k účelové funkci. Nechť $\mathrm{E}(\zeta_k)$ je vektor středních hodnot pomocných proměnných a $\mathrm{var}(\zeta_k)$ rozptyly pomocných proměnných, index $k = 1, 2, 3$, který značí, zda se jedná o zahájení, střední hru nebo koncovku. Naším cílem je maximalizovat střední hodnoty a zároveň minimalizovat rozptyly pomocných proměnných ζ_k. Toho docílíme tak, že zavedeme funkci $z = \sum_k^3 (\mathrm{E}(\zeta_k) - \mathrm{var}(\zeta_k))$ a tu maximalizujeme. Avšak tato funkce není úplně stabilní, často by se nám stávalo, že se nemáme připravit vůbec, jelikož rozptyl by svou hodnotou „převálcoval“ střední hodnoty, proto zavádíme vektor λ_k, kterým tyto charakteristiky budeme dle potřeby usměrňovat. Výsledná účelová funkce je tedy dána vztahem

$$z = \sum_{k=1}^{3} \lambda_k \mathrm{E}(\zeta_k) - (1 - \lambda_k)\mathrm{var}(\zeta_k), \tag{6.5}$$

a tuto účelovou funkci maximalizujeme.

6.1.2. Výsledný model

Nyní si uveďme výsledný model, který budeme dále zkoumat a zabývat se jeho vlastnostmi.

$$\begin{aligned}
&\max z \\
&\quad z &&= \textstyle\sum_{k=1}^{3} \lambda_k \mathrm{E}(\zeta_k) - (1-\lambda_k)\mathrm{var}(\zeta_k) \\
&\quad \mathrm{E}(\zeta_k) &&= \textstyle\sum_{p=1}^{n} \frac{t_p \mathrm{E}(\xi_p^{(k)})}{t_{\max}} \\
&\quad \mathrm{var}(\zeta_k) &&= \textstyle\sum_{p=1}^{n} \frac{t_p \mathrm{var}(\xi_p^{(k)}) t_p}{t_{\max}^2} \qquad k = 1, 2, 3 \\
&\quad \textstyle\sum_{j=1}^{n} t_p \leq t_{\max} \\
&\quad t_p &&\geq 0 \quad p = 1, ..., q
\end{aligned}$$

kde $\xi_p^{(k)}$ jsou náhodné vektory zvolených šachových variant, $\mathrm{E}(\xi_p^{(k)})$ střední hodnoty, $\mathrm{var}(\xi_p^{(k)})$ rozptyly a q je počet uvažovaných variant.

Když maximalizujeme tuto účelovou funkci, dostaneme hodnotu z, ta je však pro naši přípravu nedůležitá, my se zaměříme na vektor t_p, jehož hodnoty nás zajímají, ten nám totiž říká, jaké variantě bychom se měli věnovat jakou dobu, aby naše příprava byla co nejkvalitnější. Výsledkem je pro nás tedy vektor t_p.

6.1.3. Přepočet Elo bodů

Pokud budeme postupovat přesně jak je uvedeno v modelu, budeme trénovat ty varianty, které nám počítač vyhodnotil, že jsou pro trénink nejlepší, tak se v nich zlepšíme, to se odrazí na našem Elo ratingu. Nutno podotknout, že toto hodnocení je pro nás pouze teoretický odhad. Přesné Elo získáme až po turnaji, přepočtem ze vzorců.

Nyní se věnujme našemu Elo hodnocení. Uvažujeme, že střední hodnota extremálního rozdělení, viz (3.5.2), je hodnotou našeho Elo hodnocení. To znamená, že $\mathrm{E}(X) = 1816$, pod X si můžeme představit naše schopnosti - $X \sim GEV(\mu, \sigma, \varphi)$. Tuto myšlenku můžeme dále rozvést takovým způsobem, že navíc budeme uvažovat, že každá varianta, kterou hrajeme má stejné rozdělení jako naše celkové schopnosti. Z toho vyplývá, že $\mathrm{E}(X_p) = (1816, ..., 1816)$, kde $p = 1, ..., q$ a q je počet uvažovaných variant. Zavedeme tedy vektor našich nových (teoretických) hodnot Elo $\mathrm{E}(N_p)$ takto

$$\mathrm{E}(N_p) = \mathrm{E}(X_p) + ct_p\mathrm{E}(X_p)$$

kde t_p je čas věnovaný dané variantě a c je hodnota koeficientu zlepšování.

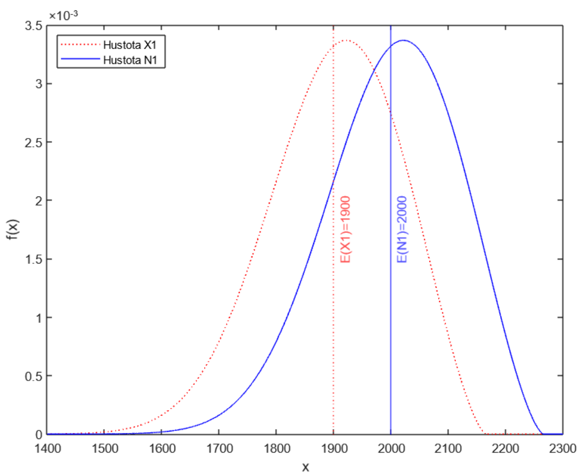
Vysvětleme si tento vzorec na příkladu

Příklad 6.1. Připravujeme se 20 hodin na turnaj a uvažujeme 3 varianty - $q = 3$ tzn. $(p = 1, 2, 3)$, naše Elo hodnocení je u všech tří variant stejné - $\mathrm{E}(\mathbf{X}) = (1900; 1900; 1900)$, koeficient zlepšování c pro hodnotu Elo 1900 zvolíme $c = 0.0035$. Vyřešením optimalizační úlohy definované v (6.1.2) jsme zjistili, že máme 15 hodin věnovat první variantě a 5 hodin variantě třetí. Tudíž vektor $\mathbf{t} = (15; 0; 5)$. Z těchto údajů můžeme pomocí vzorce $\mathrm{E}(N_p) = \mathrm{E}(X_p) + ct_p\mathrm{E}(X_p)$ vypočítat nové hodnoty našeho Elo hodnocení.

$$\mathrm{E}(\mathbf{N}) = (2000; 1900; 1933)$$

Tento výsledek je pro nás teoretickou hodnotou našeho Elo hodnocení.

Na turnaj vyrazíme s Elo hodnocením $\mathrm{E}(X_p)$, ale varianty bychom měli hrát na úrovni našich nových Elo hodnot $\mathrm{E}(N_p)$. Pokud bude tato příprava úspěšná a narazíme na hráče, kteří hrají varianty, které jsme si připravili, budeme mít mnohem větší šanci na lepší výsledek v turnaji. Naše teoretické charakteristiky pak mohou vypadat nějak takto



Obrázek 6.1: Porovnání aktuálního Elo hodnocení s teoretickým Elo hodnocením vybrané varianty

Červená křivka je hustota extremálního rozdělení před přípravou, modrá po přípravě. V grafu jsou rovněž uvedeny dvě svislice - ta červená je hodnota našeho Elo hodnocení před přípravou - $\mathrm{E}(X_1) = 1900$ a modrá - po přípravě - $\mathrm{E}(N_1) = 2000$.

6.2. Aplikace na reálných datech

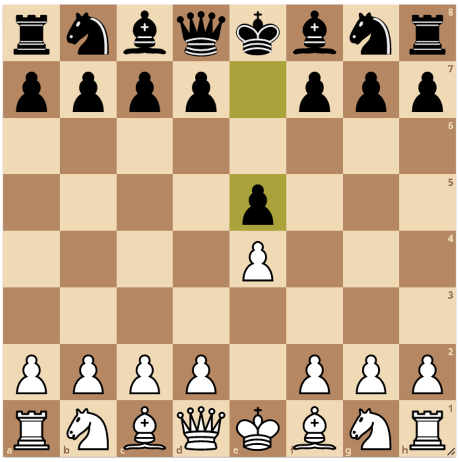
Model, který jsme si představili v (6.1), nyní otestujeme na reálných datech. Zvolil jsem turnaj OPEN Havířov 2014, kterého jsem se zúčastnil [24].

6.2.1. Vytvoření tabulky známých informací

Nejdříve si všechny hráče, kteří jsou na startovní listině, vepíšeme do tabulky, k nim přidáme kromě variant zahájení, která hrají, rovněž věk a klub, jelikož tyto informace by v naší přípravě měly hrát jistou roli.

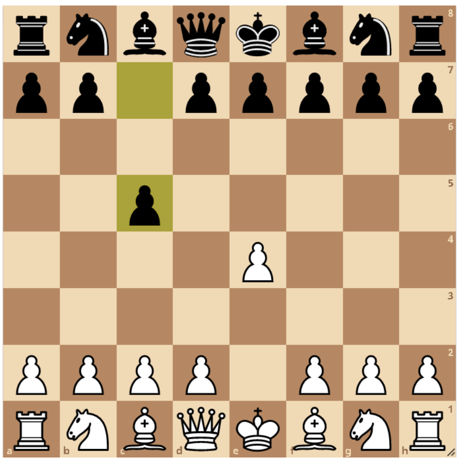
Uvažované varianty zahájení jsou:

-otevřené - zahájení, které začíná 1. e4 e5



Obrázek 6.2: Příklad otevřeného zahájení - Z1

-polootevřené - zahájení, kde po 1. e4 přijde jakákoliv jiná odpověď než 1. ... e5 (na šachovnici je 1. ... c5)



Obrázek 6.3: Příklad polootevřeného zahájení - Z2

-uzavřené - zahájení, které nezačíná tahem 1. e4 (na šachovnici je 1. d4 Jf6)

Obrázek 6.4: Příklad uzavřeného zahájení - Z3

Tabulka známých informací						
Soupeř	věk	klub	ELO	Z_1	Z_2	Z_3
Hráč 1	30	SK Slavia Orlová	2487	1	6	3
Hráč 2	41	Šachový klub HM Ostrava	2420	1	4	5
Hráč 3	57	SK Slavia Orlová	2241	1	1	8
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Hráč 31	14	BŠŠ Frýdek-Místek	1777	2	7	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Hráč 58	10	SK Slavia Orlová	1000	6	1	3

Z_1, Z_2 a Z_3 jsou uvažované varianty zahájení. Čísla, zapsaná v tabulce v těchto sloupcích značí, jak často i-tý hráč hraje j-tou variantu zahájení. Například Hráč 1 by měl v jedné z deseti partií hrát otevřené zahájení, v šesti z deseti polootevřené a ve zbytku partií zahájení uzavřené.

Nyní aplikujeme myšlenky z (5.3.1) a (5.3.2). Vidíme, že věk Hráče 3 přesáhl hranici padesáti let, to znamená, že zkontrolujeme partie odehrané za kratší časové období, například za poslední 3 roky. Zjistíme, že tento hráč hrával poslední dobou pouze zahájení Z3, tudíž hodnoty v tomto řádku upravíme. Na řádku 31 bychom se zase měli pozastavit nad klubem hráče, vidíme, že je z „BŠŠ Frýdek-Místek“, což je klub pověstný svou přípravou. Vzhledem k tomu, že známe trenéra tohoto hráče, víme, že je mnohem větší šance na to, že bude hrát zahájení Z1, proto i řádek 31 mírně upravíme.

Poslední úprava zahrnuje vyškrtnutí některých hráčů, tu provedeme s využitím vzorce (5.1), pokud Elo našeho soupeře je nižší o hodnotu 400 a více, tak bude pravděpodobnost naší výhry $\approx$90%, což považujme za dostačující a tyto hráče nebudeme brát v potaz.

Tabulka známých informací			
Soupeř	Z1	Z2	Z3
Hráč 1	1	6	3
Hráč 2	1	4	5
Hráč 3	0	0	10
⋮	⋮	⋮	⋮
Hráč 31	4	6	0
⋮	⋮	⋮	⋮
~~Hráč 58~~	~~6~~	~~1~~	~~3~~

Nyní za použití šachových znalostí vytvoříme matici přechodu, která nám pomůže charakterizovat střední hry našich soupeřů. Ty uvažujeme dvě

- strategická

Obrázek 6.5: Příklad strategické střední hry - S1

- taktická

Obrázek 6.6: Příklad taktické střední hry - S2

Do typově podobných pozic (6.5) a (6.6) se z různých zahájení dostaneme s jinou pravděpodobností, tyto pravděpodobnosti zapíšeme do matice.

$$A^{12}_{j,l} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.25 & 0.75 \\ 0.8 & 0.2 \end{pmatrix},$$

prvky $a^{12}_{j,l}$ značí pravděpodobnost s jakou z j-té varianty zahájení přejdeme do l-té varianty střední hry, horní index ^{12} pak značí, že z $k = 1$, což je index pro zahájení, přecházíme ke $k = 2$, což je index středních her.

A pomocí vzorce

$$\xi^{(2)}_{i,l} = \sum_{j=1}^{3} \xi^{(1)}_{i,j} \cdot A^{12}_{j,l} \tag{6.1}$$

Příklad 6.2. Pro ilustraci postupu zvolme Hráče 3 ($i = 3$), jehož charakteristiky zahájení jsou $\xi_{3,j} = (0; 0; 10)$ a uvažovanou matici přechodu $A_{j,l} = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.25 & 0.75 \\ 0.8 & 0.2 \end{pmatrix}$.

Ze vzorce (6.7) vypočítáme $\xi^{(2)}_{3,l}$

$$\xi^{(2)}_{3,l} = (8; 2) \quad , \text{kde } l = 1, 2$$

To znamená, že Hráč 3 by měl v osmi případech z deseti hrát strategickou střední hru a ve dvou partiích z deseti bude hrát střední hru takticky laděnou.

Tímto postupem získáme matici $\xi^{(2)}_{i,l}$ s informacemi o středních hrách jednotlivých soupeřů. Výsledné hodnoty zaokrouhlíme na celá čísla, což sice vede k jisté chybě, kterou se snažíme eliminovat vhodně zvoleným zaokrouhlováním. Nakonec tuto matici upravíme tak, aby součet jejich hodnot po řádcích byl stejně jako u zahájení roven 10. A připíšeme do tabulky. Stejný postup zopakujme rovněž pro koncovky s tím rozdílem, že použijeme upravený vzorec $\xi^{(3)}_{l,m} = \sum_{l=1}^{2} \xi^{2}_{i,l} \cdot A^{23}_{l,m}$, kde $m = 1, 2, 3, 4$ je počet uvažovaných koncovek.

Tabulka známých informací									
Soupeř	Z1	Z2	Z3	S1	S2	K1	K2	K3	K4
Hráč 1	1	6	3	4	6	2	4	3	1
Hráč 2	1	4	5	5	5	3	3	2	2
Hráč 3	0	0	10	8	2	3	3	2	2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Hráč 31	4	6	0	3	7	2	4	3	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Hráč 51	2	4	4	5	5	2	4	2	2

6.2.2. Charakteristiky modelu

V našem modelu hrají kromě informací z tabulky roli i další parametry či například časové omezení. Z mého pohledu může ideální příprava na turnaj zabrat i 100 hodin, když se budeme připravovat 20 dní, 5 hodin denně, což by neměl být problém. Tudíž zvolme $t_{\max} = 100$. Poslední, avšak nedílnou součástí tohoto modelu, je vektor $\boldsymbol{\lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix}$, jehož složky jsou z intervalu [0;1]. Pro naši úroveň je důležité především správně odehrané zahájení, větší důraz rovněž chceme přikládat koncovkám. Nutno podotknout, že tato volba je subjektivní, když víme, že hrajeme špatně střední hru, měli bychom se zaměřit především na ni, nicméně zde budeme uvažovat, že $\lambda_1 > \lambda_3 > \lambda_2$. Zvolme tedy hodnoty takto

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.85 \\ 0.6 \\ 0.75 \end{pmatrix}$$

Nyní už necháme pracovat program GAMS, ve kterém tento model vyřešíme. Výsledkem je pro náš časový vektor t_j, který je závislý na náhodných vstupech. Důležité je zmínit, že při modelování a řešení se nám mění pravděpodobnosti P_i s jakými narazíme na i-tého hráče. Proto daný model n-krát vyřešíme, abychom získali lepší výsledky.

Zvolme $n = 15$

Tabulka času věnovanému jednotlivým variantám (15 měření)									
Měření	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9
1.	3.431	21.628	7.557	12.825	33.434	0	21.485	0	0
2.	0	23.524	12.598	16.602	32.196	0	15.079	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
15.	9.422	8.579	9.823	16.798	31.755	0	15.907	0	0

Pro dané vektory získáme ze vzorce (3.1) vektor realizací výběrových průměrů takto

$$\bar{t}_p = \frac{1}{15} \sum_{n=1}^{15} t_p^n$$

A vektor

$\bar{\mathbf{t}} = (\bar{t}_1, ..., \bar{t}_p)$

je pro nás řešením.

Jeho hodnoty jsou

$$\bar{\mathbf{t}} = (5.349; 19.241; 10.337; 16.145; 33.025; 0; 15,907; 0; 0) \tag{6.2}$$

Všimněme si, že model nám radí věnovat se většině uvažovaných variant. Nejvíce času bychom měli strávit nad druhou střední hrou, které bychom se měli věnovat zhruba 33 hodin. Vidíme, že u koncovek bychom se měli věnovat pouze druhému typu - což je dámská koncovka, zbytek vypouštíme. Pokud bychom neznali data, ale pouze tento vektor, tak by nám to mohlo například říct, že většina hráčů v tomto turnaji hraje právě dámské koncovky.

6.2.3. Předpověď našeho teoretického Elo hodnocení

Pokud alokujeme čas z naší přípravy přesně podle vektoru (6.8), tak dojde ke zlepšení. Nechť $c = 0.004$ a vektor původního Elo hodnocení $E(\mathbf{X}) = (1816, ..., 1816)$ pak do vzorce (6.6) dosadíme vektor (6.8) a zjistíme, jak moc jsme se zlepšili.

$$\mathrm{E}(\mathbf{N}) = (1855; 1956; 1891; 1933; 2056; 1816; 1932; 1816; 1816) \tag{6.3}$$

6.2.4. Vyhodnocení turnaje

Jelikož se turnaj, kterým jsme se zabývali v této sekci, už hrál, tak můžeme porovnat naši přípravu se soupeři, na které jsem v turnaji narazil. Uveďme si tedy tabulku, pravděpodobností na výhru s danými soupeři před a po přípravě.

Porovnání pravděpodobností na výhru před a po přípravě								
Partie	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Barva kamenů	Č	B	B	Č	B	Č	B	Č
Elo soupeře	1263	2082	2136	2063	2145	2063	1749	1955
$\mathrm{P}(\mathrm{V}^{(bp)})$	0.938	0.162	0.124	0.132	0.118	0.132	0.567	0.221
Teor. Elo	1918	1915	1912	1917	1921	1924	1916	1908
$\mathrm{P}(\mathrm{V}^{(pp)})$	0.965	0.254	0.197	0.214	0.197	0.221	0.700	0.325

Pozn.: Barva kamenů znamená, jakými figurami jsem proti danému soupeři hrál, $P(V^{(bp)})$ je pravděpodobnost na výhru partie bez přípravy, „Teor. Elo“ je naše teoretické Elo vztažené k jednotlivým soupeřům, které počítáme podle vzorce $E(T_i) = \frac{1}{30}\sum_{p=1}^{9} \xi_{i,p} E(N_i)$ a $P(V^{(pp)})$, kterou počítáme ze vztahu (5.3), kde za $E(A)$ a $E(B)$ dosazujeme $E(T_i)$ a $E(S_i)$ podle toho, jaké barvy máme. Pozn.: $E(S_p)$ je Elo i-tého soupeře.

Z tabulky je patrné, že pravděpodobnosti na výhru jednotlivých partií se zvedly u všech partií, to znamená, že každému soupeři jsme věnovali v přípravě trošku času. Je jasné, že s takovými pravděpodobnostmi přichází rovněž lepší šance na výhru dané partie. Přípravu bychom tedy mohli považovat za úspěšnou.

7. Závěr

Stěžejní myšlenkou této práce bylo vytvoření stochastického modelu pro šachovou problematiku, konkrétně přípravu na turnaj. Ukázali jsme si na jakém principu funguje Elo hodnocení, jakým způsobem jej chápat, a jak s ním pracovat. Zjistili jsme, že mnohé zdroje uvádí, že toto hodnocení je definováno pomocí normálního rozdělení a objasnili jsme, že to není tak úplně pravda, že už se dávno počítá s rozdělením extremálním. Rovněž došlo na konzultaci faktorů, které by měly ovlivnit naši přípravu a nepřímo jsme došli k tomu, že starší soupeři, i když jsou zkušenější, jsou pro naši přípravu ideální, protože nás ve většině případů ničím nepřekvapí. Pro data, která jsme získali z šachových databází jsme poté vytvořili optimalizační úlohu, jejíž řešení jsme nejprve naznačili obecně, a poté vyřešili pro reálná data. Zjistili jsme, že vhodnou volbou balančního vektoru můžeme naši přípravu udělat velmi kvalitní, ale můžeme ji také ve velké míře pokazit. Nakonec jsme celou přípravu vyhodnotili.

Literatura

[1] ALSTER, Ladislav. *Miniaturní šachové partie*. 2. vydání. Praha: Olympia, 1988. ISBN 27-037-78.

[2] ANDĚL, Jiří. *Statistické metody*. 4., upr. vyd. Praha: Matfyzpress, 2007. ISBN 978-80-7378-003-6.

[3] BIOLEK, Richard. *Šachová zahájení*. 2. vydání. [Ostrožská Nová Ves]: Galerie Dolmen, 2020. ISBN 978-80-87303-79-5.

[4] BIOLEK, Richard ml. a Richard BIOLEK st. . *Šachová zahájení*. [Ostrožská Nová Ves]: Richard Biolek, 2017. ISBN 978-80-87303-38-2.

[5] BIOLEK, Richard. *Šachová zahájení*. [Česko]: Richard Biolek, 2016. ISBN 978-80-87303-26-9.

[6] BIOLEK, Richard. *Koncovky - základní kurz*. [Ostrožská Nová Ves]: Galerie Dolmen, 2018. ISBN 978-80-87303-55-9.

[7] BIOLEK, Richard a David KAŇOVSKÝ. *Koncovky II*. [Ostrožská Nová Ves]: Galerie Dolmen, 2018. ISBN 978-808-7303-566.

[8] BUJNOVSKÝ, Daniel. *Optimalizace investic* [online]. Brno, 2020 [cit. 2021-5-17]. Dostupné z: http://hdl.handle.net/11012/191801. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Ústav matematiky. Vedoucí práce Pavel Popela.

[9] CAPABLANCA, José Raúl. *Šachové základy*. [Ostrožská Nová Ves]: Galerie Dolmen, 2016. ISBN 978-80-87303-31-3.

[10] *Chess Titles* [online]. Hamburk: chess.com, c2021 [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://www.chess.com/terms/chess-titles

[11] *DATABASE* [online]. Hamburk: ChessBase [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://database.chessbase.com/

[12] DE LA VILLA, Jesus. *100 Endgames You Must Know: Vital Lessons for Every Chess Player*. Alkmaar: New In Chess, 2008. ISBN 978-9056912444.

[13] ELO, Arpad E. *The rating of chessplayers, Past Present*. 2nd ed. Ishi Press, 1986. ISBN 978-09-23891-27-5.

[14] GLICKMAN, Mark. *A Comprehensive Guide To Chess Ratings*. http://www.glicko.net [online]. Boston: Glickman, [1995], s. 49 [cit. 2021-5-18]. Dostupné z: http://www.glicko.net/research/acjpaper.pdf

[15] GRIME, James. *The Elo Rating System for Chess and Beyond*. Https://www.youtube.com [online]. singingbanana, 2019 [cit. 2021-5-18]. Dostupné z: https://www.youtube.com/watch?v=AsYfbmp0To0t=170s

[16] KARPÍŠEK, Zdeněk. *Matematika IV: statistika a pravděpodobnost.* 3., dopl. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3380-9.

[17] KASPAROV, Garri. *Deep Thinking: Where Machine Intelligence Ends and Human Creativity Begins.* London: Hodder Stoughton, 2018. ISBN 978-1-4736-5350-4.

[18] KERES, Paul a Alexander KOTOV. *The Art of the Middle Game.* New York: Dover Publications, 1989. ISBN 978-04-86261-54-6.

[19] KLAPKA, Jindřich, Jiří DVOŘÁK a Pavel POPELA. *Metody operačního výzkumu.* Vyd. 2. Brno: VUTIUM, 2001. ISBN 80-214-1839-7.

[20] KOTZ, Samuel a Sarlees NADARAJAH. *Extreme value distributions: theory and applications.* London: Imperial College Press, 2005. ISBN 18-609-4224-5.

[21] MELKUMYAN, Hrant. *Grandmaster Tips: The Right Way to Prepare for the Chess Game.* Https://chessmood.com [online]. Delaware: Melkumyan, c2021 [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://chessmood.com/blog/grandmaster-tips-the-right--way-to-prepare-for-the-chess-game

[22] NARODITSKY, Daniel. *Magnus Carlsen's Best Endgame Wins* [online]. USA: Naroditsky, 2015 [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://www.chess.com/article/view/magnus-carlsens-best-endgame-wins

[23] NIMCOVIČ, Aaron. *Můj systém.* Praha: Šachinfo, 1999. Šachové skvosty. ISBN 80-900-1426-7.

[24] *OPEN Havířov 2014.* Http://chess-results.com [online]. Zimniok, c2006-2021 [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: http://chess-results.com/tnr142434.aspx?lan=5

[25] PACHMAN, Luděk. *Střední hra v šachové praxi.* Frýdek-Místek: Pliska, 1991. ISBN 80-85232-15-4.

[26] PARDALOS, P.M. a M.G.C. RESENDE. *Handbook of applied optimization.* Oxford: Oxford University Press, 2002. ISBN 0195125940.

[27] PERELSHTEYN, Eugene. *5 Grandmaster Tips To Improve Your Strategy.* Https://www.chess.com [online]. United States of America: Perelshteyn, 2018 [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://www.chess.com/article/view/5-grandmaster-tips-to--improve-your-strategy

[28] RARDIN, Ronald L. *Optimization in operations research.* 2nd ed. Purdue University: Pearson, 2017. ISBN 978-0-13-438455-9.

[29] STRITTMATTER, Anthony, Uwe SUNDE a Dainis ZEGNERS. *Life cycle patterns of cognitive performance over the long run.* Proceedings of the National Academy of Sciences [online]. 2020, 117(44), 27255-27261 [cit. 2021-5-18]. ISSN 0027-8424. Dostupné z: doi:10.1073/pnas.2006653117

[30] ŠRÁMEK, Vojtěch, mistr ČR v šachu do 18-ti let, účastník MS v šachu, [ústní sdělení]. Orlová, 22.03.2021.

[31] TALPA, Jaroslav. *Modelovací jazyky pro optimalizaci* [online]. Brno, 2018 [cit. 2021-5-17]. Dostupné z: http://hdl.handle.net/11012/138072. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Ústav matematiky. Vedoucí práce Pavel Popela.

[32] WILLIAMS, H. Paul. *Model building in mathematical programming*. 5th ed. Hoboken, N.J.: John Wiley, 2013. ISBN 978-1-118-44333-0.

[33] WOLSEY, Laurence A. *Integer programming*. New York: John Wiley, 1998. ISBN 978-0-471-28366-9.

[34] *World Chess Championship 1985: Game 16 (Karpov vs. Kasparov)* [online]. Hamburk: chess.com, 2020 [cit. 2021-5-19]. Dostupné z: https://www.chess.com/blog/ThummimS/world-chess-championship-1985-game-16-karpov-vs-kasparov

8. Seznam použitých zkratek a symbolů

ω	elementární jev
Ω	základní prostor
Σ	jevové pole
$P(A)$	pravděpodobnost náhodného jevu A
ξ	náhodná veličina
Z	obor hodnot náhodné veličiny
ξ^*	realizace náhodné veličiny
$\mathrm{E}(\xi)$	střední hodnota náhodné veličiny
$\mathrm{var}(\xi)$	rozptyl náhodné veličiny
$\boldsymbol{\xi}$	náhodný vektor
$\mathrm{E}(\boldsymbol{\xi})$	střední hodnota náhodného vektoru
$\bar{\xi}$	realizace výběrového průměru
φ	tvarový parametr u extremálního rozdělení
$E(A)$	elo hráče A
$E(B)$	elo hráče B
$P(A)$	pravděpodobnost na výhru hráče A
$P(B)$	pravděpodobnost na výhru hráče B
$P(R)$	pravděpodobnost remízy
D	hodnota, pomocí níž upravujeme šanci na remízu
C	výhoda bílého hráče
i	řádkový index
j	sloupcový index pro matici zahájení
l	sloupcový index pro matici středních her
m	sloupcový index pro matici koncovek
p	sloupcový index pro obecnou matici
$\xi_{i,j}^{(1)}$	matice zahájení

$\mathrm{E}(\xi_j^{(1)})$	střední hodnota j-tého zahájení
$\mathrm{var}(\xi_j^{(1)})$	rozptyl j-tého zahájení
$\xi_{i,l}^{(2)}$	matice středních her
$\mathrm{E}(\xi_l^{(2)})$	střední hodnota l-té střední hry
$\mathrm{var}(\xi_l^{(2)})$	rozptyl l-té střední hry
$\xi_{i,m}^{(3)}$	matice koncovek
$\mathrm{E}(\xi_m^{(3)})$	střední hodnota m-té koncovky
$\mathrm{var}(\xi_m^{(3)})$	rozptyl m-té koncovky
$\xi_{i,p}^{(k)}$	obecný zápis matice variant
$\mathrm{E}(\xi_p^{(k)})$	obecná střední hodnota
$\mathrm{var}(\xi_p^{(k)})$	obecný rozptyl
$t_{\max}$	časové omezení
t_p	čas věnovaný p-té variantě
ζ	pomocná proměnná
$\mathrm{E}(\zeta)$	střední hodnota pomocné proměnné
$\mathrm{var}(\zeta)$	rozptyl pomocné proměnné
z	účelová funkce
λ_k	k-tá složka balančního parametru
$\mathrm{E}(X_p)$	Střední hodnota p-té varianty našeho Elo hodnocení
$\mathrm{E}(N_p)$	Nová (teoretická) hodnota p-té varianty našeho Elo hodnocení
c	koeficient zlepšování
$\bar{t}_p$	realizace výběrového průměru p-té varianty
$P(V^{(bp)})$	pravděpodobnost na výhru bez přípravy
$P(V^{(pp)}$	pravděpodobnost na výhru po přípravě
$E(T_i)$	naše teoretické Elo vztažené k i-tému soupeři
$E(S_i)$	Elo i-tého soupeře

9. Seznam příloh

Test8.gms - nastínění modelu pro co nejmenší data

Test9.gms - model pro reálná data OPEN Havířov 2014

out.txt - výpis vektorů t_p pro data z OPEN Havířov 2014

Ukázka programu **Test8.gms**

```
set v1 varianty zahajeni /z1, z2, z3/;
set v2 varianty stredni hry /s1, s2/;
set v3 varianty koncovky /k1, k2/;
set s souper / 1, 2, 3/;
set h hodnoty /h1, h2, h3/;
scalar tmax maximalni cas pripravy /100/;
execseed = 1 + gmillisec(jnow);


table zah(s,v1) tabulka zahájení
    z1 z2 z3
1    0  4  6
2    8  0  0
3    2  0  6;

table str(s,v2) tabulka strednich her
    s1 s2
1    3  4
2    2  6
3    7  0;

table kon(s,v3) tabulka koncovek
    k1 k2
1    8  0
2    0  7
3    2  3;

*pravdepodobnosti

parameter p(s);
p(s)= uniform (0,1);

alias(s,s0);

p(s) = p(s)/sum(s0, p(s0));

display p;


*stredni hodnoty, rozptyly
parameter Ez1(v1), Ez12(v1), varz1(v1), Ez2(v2), Ez22(v2), varz2(v2), Ez3(v3), Ez32(v3), varz3(v3);
```

```
*pro zahajeni
Ez1(v1) = sum(s, p(s)*zah(s,v1));
Ez12(v1) = sum(s,p(s)*zah(s,v1)*zah(s,v1));
varz1(v1) = Ez12(v1) - Ez1(v1)*Ez1(v1);

*pro stredni hru
Ez2(v2) = sum(s, p(s)*str(s,v2));
Ez22(v2) = sum(s,p(s)*str(s,v2)*str(s,v2));
varz2(v2) = Ez22(v2) - Ez2(v2)*Ez2(v2);

*pro koncovku
Ez3(v3) = sum(s, p(s)*kon(s,v3));
Ez32(v3) = sum(s,p(s)*kon(s,v3)*kon(s,v3));
varz3(v3) = Ez32(v3) - Ez3(v3)*Ez3(v3);


display Ez1, varz1, Ez2, varz2, Ez3, varz3;


variable z1, z2, z3, z4, z5, z6, z;
positive variable t1(v1), t2(v2), t3(v3);

equations objfunc, zahe, zahvar, stre, strvar, kone, konvar, podm1;

*snazim se co nejvic maximalizovat str. hodnotu
*rovnez zmensit rozptyl

objfunc..          z =E= 0.8*z1 - 0.2*z2 + 0.8*z3 - 0.2*z4 + 0.8*z5 - 0.2*z6;
zahe..             z1 =E= sum(v1, t1(v1)*Ez1(v1)/tmax);
zahvar..           z2 =E= sum((v1), t1(v1)*varz1(v1)*t1(v1)/(tmax*tmax));
stre..             z3 =E= sum(v2, t2(v2)*Ez2(v2)/tmax);
strvar..           z4 =E= sum((v2), t2(v2)*varz2(v2)*t2(v2)/(tmax*tmax));
kone..             z5 =E= sum(v3, t3(v3)*Ez3(v3)/tmax);
konvar..           z6 =E= sum((v3), t3(v3)*varz3(v3)*t3(v3)/(tmax*tmax));
podm1..            sum(v1,t1(v1)) + sum(v2,t2(v2)) + sum(v3,t3(v3)) =L= tmax;

model Test8 /all/;
solve Test8 maximize z using NLP;
display z1.L, z2.L, z3.L, z4.L, z5.L, z6.L, z.L, t1.L, t2.L, t3.L;



*ziskal jsem model, ten mi rika, na co se mam v turnaji pripravit
*dalsim bodem je vyuziti ELO v tomto modelu

scalar m mojeelo /1850/;
scalar k koeficient zlepsovani /0.004/;

*ted k tem strednim strednim hodnotam pripocitam dopocitane hodnoty dle reseni vyse
parameter mezah(v1), mestr(v2), mekon(v3) upravene stredni hodnoty mych charakteristik;

*mezah - moje nove elo v zahajeni
*mestr - moje nove elo ve stredni hre
*mekon - moje nove elo v koncovce
mezah(v1) = m + k*(t1.L(v1)*m);
mestr(v2) = m + k*(t2.L(v2)*m);
mekon(v3) = m + k*(t3.L(v3)*m);

*vysledkem meho programu je elo hodnoceni jednotlivých variant
display mezah, mestr, mekon;
```