



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

VÝPOČTOVÉ MODELOVÁNÍ FUNKCE LIDSKÉHO VOKÁLNÍHO TRAKTU

COMPUTATIONAL MODELLING OF FUNCTION OF THE HUMAN VOCAL TRACT

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Antonín Ryšavý

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Pavel Švancara, Ph.D.

BRNO 2016

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Antonín Ryšavý
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. Pavel Švancara, Ph.D.
Akademický rok:	2015/16

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Výpočtové modelování funkce lidského vokálního traktu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Pro zpřesnění diagnostických metod a predikci chirurgických zákroků je třeba detailně zmapovat akustické pole šíření hlasu od hlasivek přes vokální trakt a dále do prostoru okolo hlavy člověka. Jednou z možností, jak tento problém řešit, je využití výpočtového modelování. Cílem práce je vytvořit přehled doposud v literatuře uváděných výpočtových modelů lidského vokálního traktu a dále pak vytvořit na základě snímků z počítačové tomografie (CT) výpočtový model s využitím metody přenosových matic a metody konečných prvků.

Cíle bakalářské práce:

- 1) Stručně popište funkci vokálního traktu a biomechaniku tvorby lidského hlasu.
- 2) Uveďte stručný přehled doposud v literatuře publikovaných výpočtových modelů šíření hlasu lidským vokálním traktem a v prostoru okolo hlavy.
- 3) Vytvoření výpočtového modelu vokálního traktu na základě dat z počítačové tomografie s využitím metody přenosových matic a metody konečných prvků (MKP).
- 4) Výpočet vlastních frekvencí a tvarů kmitů vokálního traktu a výpočet šíření akustických vln vokálním traktem.

Seznam literatury:

Titze, I.R. (2006): The Myoelastic Aerodynamic Theory of Phonation. National Centre for Voice and Speech, Denver and Iowa City.

Radolf, V. (2010): Přímá a inverzní úloha v akustice vokálního traktu člověka. disertační práce, Fakulta strojní, České vysoké učení technické v Praze.

Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. (2000): The Finite Element Method. Butterworth-Heinemann, Oxford.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2015/16

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

V první části práce je stručně shrnuta biomechanika tvorby lidského hlasu a přehled doposud publikovaných výpočtových modelů vokálního traktu a prostor okolo hlavy. Druhá část se zabývá výpočtovými modely lidského vokálního traktu nastaveného na vyslovování českých samohlásek /a:/ a /i:/ s využitím metody přenosových matic a metody konečných prvků. Těmito metodami je provedena modální a harmonická analýza. Jsou zjišťovány vlastní frekvence a vlastní tvary kmitů obou samohlásek a průběhy akustického tlaku v určitých místech vokálního traktu. Metoda přenosových matic je velmi závislá na geometrii traktu, zejména pak na hustotě referenčních řezů a její výsledky se v práci neshodují úplně s výsledky uvedenými v literatuře. Metoda konečných prvků je mnohem přesnější a její výsledky dobře odpovídají výsledkům uvedeným v literatuře, nicméně oproti metodě přenosových matic je výrazně časově náročnější. Metoda přenosových matic je tedy vhodná spíše na velké množství výpočtů nebo ladění určitých parametrů. Modely vytvořené v bakalářské práci mohou sloužit pro analýzu různých patologií tvorby hlasu eventuelně pro predikci chirurgických zákroků v oblasti vokálního traktu.

Klíčová slova

Biomechanika tvorby lidského hlasu, metoda přenosových matic, metoda konečných prvků, vokální trakt, formant

Abstract

In the first part of this bachelor's thesis is a brief summary of the biomechanics of the creation of the human voice and an overview of the published computational models of the vocal tract and the area around the head. The second part deals with the computational models of the human vocal tract set to the pronouncing the Czech vowels /a:/ and /i:/ with using the method of transfer matrices and the finite element method. By these methods is perform modal and harmonic analysis. Are investigated the natural frequencies and own vibration shapes of both vowels and course of sound pressure in a specific areas of the vocal tract. The method of transfer matrices is highly depend on the geometry of the tract, particularly on the density of the reference sections and its results in this thesis do not completely agree with the results in the literature. Finite element method is more accurate and its results agree well with results reported in the literature, but the opposite of the transfer matrices method is significantly time consuming. Method of the transfer matrices is more suitable for a large number of calculations or tuning certain parameters. Models created in this bachelor's thesis can serve for the analyse of pathology of voice production, eventually for prediction of surgical procedures in the area of the vocal tract.

Keywords

Biomechanics of the creation of the human voice, method of transfer matrices, finite element method, vocal tract, formant

Bibliografická citace

RYŠAVÝ, A. *Výpočtové modelování funkce lidského vokálního traktu*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 67 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Pavel Švancara, Ph.D.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně pod vedením Ing. Pavla Švancary, Ph.D. s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 25. května 2016

.....

Poděkování

Velké poděkování patří mému vedoucímu panu Ing. Pavlu Švancarovi, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady, trpělivost a vstřícný přístup při zpracování předložené bakalářské práce.

Obsah

1	Úvod.....	7
2	Cíle práce.....	9
3	Tvorba lidského hlasu	10
3.1	Dýchací ústrojí, hlasový akustický systém.....	10
3.2	Teorie zdroje a filtru.....	11
3.3	Anatomie hrtanu	13
3.3.1	Kostra hrtanu	13
3.3.2	Svalstvo hrtanu	14
3.4	Anatomie hlasivek.....	14
3.4.1	Kmity hlasivek	15
3.4.2	Módy vibrací hlasivek.....	15
3.5	Funkce vokálního traktu při fonaci.....	15
3.5.1	Tvorba samohlásek (vokálů)	16
3.5.2	Formanty	17
4	Přehled publikovaných výpočtových modelů	19
4.1	Modely zdrojového hlasu	19
4.2	1D matematické modely vokálního traktu	19
4.3	3D matematické modely vokálního traktu a prostoru okolo hlavy	21
5	Výpočtový model vokálního traktu s využitím přenosových matic	25
5.1	Základní pojmy.....	25
5.2	Válcový zvukovod.....	25
5.2.1	Obecné řešení vlnové rovnice	25
5.2.2	Řešení ve tvaru přenosových matic.....	28
5.3	Kuželový zvukovod.....	29
5.3.1	Obecné řešení vlnové rovnice	29
5.3.2	Řešení ve tvaru přenosových matic.....	30
5.4	Okrajové podmínky.....	32
5.4.1	Vlastní frekvence zvukovodu pro jeden element	32
5.4.2	Vlastní frekvence soustavy elementů	33
5.4.3	Ustálené vynucené kmity soustavy elementů.....	34
5.4.4	Výstupní impedance – ztráty vyzařováním do prostoru.....	35
5.5	Výpočet metodou přenosových matic	36
5.6	Modální analýza metodou přenosových matic	39
5.7	Harmonická analýza metodou přenosových matic.....	40
6	Výpočtový model vokálního traktu metodou konečných prvků	44
6.1	Výpočet metodou konečných prvků.....	45
6.2	Modální analýza vokálního traktu	47

6.3	Harmonická analýza vokálního traktu.....	50
7	Diskuse	54
8	Závěr.....	56
	Seznam použitých zdrojů	58
	Seznam použitých symbolů a zkratk	61
	Seznam obrázků a tabulek.....	64

1 Úvod

Hlas je základní dorozumívací a komunikační prostředek mezi lidmi, který člověka doprovází po celý život [2]. Hlasovým projevem je člověk jedinečný, což ho odděluje od ostatních živočichů. Slouží k předávání informací, popisu skutečností, vyjadřování citů a lze jím také indikovat stáří, zdraví a nemoci [3]. Pro velkou část profesí jako jsou např. umělci, moderátoři, učitelé, záchranáři, vedoucí pracovníci aj. je každodenní používání hlasu nezbytné, proto je nutné o hlas dobře pečovat a vyvarovat se nejrůznějším nemocem [1]. Ze statistik vyplývá, že až 7 % dospělé populace trpí hlasovými problémy či poruchami, což až v 50 % případů vede k horším pracovním výkonům [1].

Jak uvádí [1], o svůj hlas se můžeme starat lépe pouze tehdy, pokud důkladněji poznáme principy činnosti hlasového ústrojí. Jak autor dále uvádí, péčí o hlas se zabývá lékařský obor - foniatric. Z důvodu získání nových poznatků v predikci hlasových onemocnění a zkvalitnění léčby dochází v posledních letech k rozšíření spolupráce mezi vědci v rozdílných oborech; lékařství, vědy, matematiky, logopedie a biomechaniky [2].

Biomechanika je, jak již napovídá samotný název bios (řecky život) a mechanika, interdisciplinární vědní obor, který aplikuje poznatky a znalosti z mechaniky těles (obor zabývající se mechanickým pohybem, který využívá znalosti kinematiky, dynamiky, pružnosti a pevnosti, termomechaniky a hydromechaniky) na živé organismy [4]. Podoborem biomechaniky je bioakustika, která se zabývá orgány lidí a živočichů vázanými na akustiku, zejména generováním hlasu a ušní protetiky [3]. Řešení problémů zde zpravidla zahrnuje i akustické prostředí, kterým se zvukové vlny šíří.

Lidský hlas je tvořen v dýchacím ústrojí periodickým akustickým signálem vytvářeným hlasivkami, které jsou rozkmitány vzduchem proudícím z plic. Akustický signál, tzv. zdrojový hlas, se šíří a je filtrován prostorem nad hlasivkami, tzv. supraglotickým traktem (horními cestami dýchacími) [2]. Nejdůležitějším rezonančním prostorem hlasového akustického systému je část označována jako vokální trakt [2], jak je nazýván prostor mezi hlasivkami a ústním otvorem. Podle [11] působí konkrétní geometrické nastavení supraglotického traktu jako frekvenční filtr a dochází zde k modifikaci zdrojového hlasu. Na výsledné kvalitě hlasu se tedy podílejí jak hlasivky samotné, tak i rezonanční dutiny dýchacích cest, zejména pak vokální trakt. Jednotlivé rezonanční frekvence ve vokálních dutinách člověka určují polohu maxim ve výsledných frekvenčních spektrech, tzv. formantů [3], které jsou rozhodující pro artikulaci jednotlivých samohlásek a ovlivňují také výslednou barvu hlasu [2]. Výška, pravidelnost a intenzita hlasu jsou dány především samotnými kmity [2]. Souhlásky jsou vytvářeny interakcí proudu vzduchu z plic s překážkou, kterou představují rty, jazyk, příp. zuby apod. [3]. Dělí se na znělé (na vzniku se podílejí hlasivky) a neznělé, které vznikají bez použití hlasivek (artikulační ústrojí jen vytvoří překážku nebo uzavře dutinu [3]).

Díky velkému a rychlému rozvoji výpočetní techniky v posledních letech a s tím spojeným nárůstem hardwarových parametrů je v současné době velmi využívaná metoda konečných prvků (dále MKP), která umožňuje řešit čím dál náročnější úlohy a výpočty. Tato metoda našla své uplatnění i v oblasti vzniku a šíření hlasu, a později i mluvené řeči a dnes je v tomto oboru nejvyužívanější [4]. Současně s výpočtovými metodami probíhají i metody experimentální, které mají za úkol ověřit správnost výsledků získaných výpočty [4].

Dle literatury [4] se výpočtové modelování vzniku a tvorby lidského hlasu a pochodů s tím souvisejících v dnešní době ubírá dvěma hlavními směry. V prvním případě se využívá

MKP k analýze a vzniku zdrojového hlasu, při které se vytvoří model hlasivek. A ve druhém případě se jedná o výpočty vlastních frekvencí vokálních traktů a jejich modelování.

Předložená bakalářská práce má dvě části; stručnou teoretickou část a výpočtovou část. V teoretické části se zabývá funkcí vokálního traktu a biomechanikou tvorby lidského hlasu, obsahuje anatomický a biomechanický popis jednotlivých částí vokálního traktu, které se v lidském těle podílejí na vzniku a modulaci hlasu. Dále je uveden přehled doposud v literatuře publikovaných výpočtových modelů šíření hlasu lidským vokálním traktem a v prostoru okolo hlavy člověka. Ve výpočtové části se věnuje vytvoření výpočtového modelu vokálního traktu na základě dat z počítačové tomografie (CT), při které se využívá metoda přenosových matic, která byla naprogramována v programovém systému Matlab a metoda konečných prvků (MKP) provedena simulačním programem ANSYS. Řešení problematiky přenosových matic vychází z disertační práce Ing. Vojtěcha Radolfa, Ph.D. [2], ve které se autor věnuje akustice vokálního traktu a popisuje metodu přenosových matic.

Výstupem bakalářské práce je analýza akustických vlastností vokálních traktů nastavených na vyslovování českých samohlásek /a:/ a /i:/ pro oba výše zmíněné výpočtové modely. V rámci výpočtů bude provedena modální analýza, při které budou zjišťovány vlastní frekvence vokálního traktu pro dané samohlásky. Dále bude provedena harmonická analýza, při které bude spodní konec vokálního traktu buzen harmonickým signálem. Nakonec bude provedeno vzájemné porovnání získaných výsledků a použitých výpočtových metod.

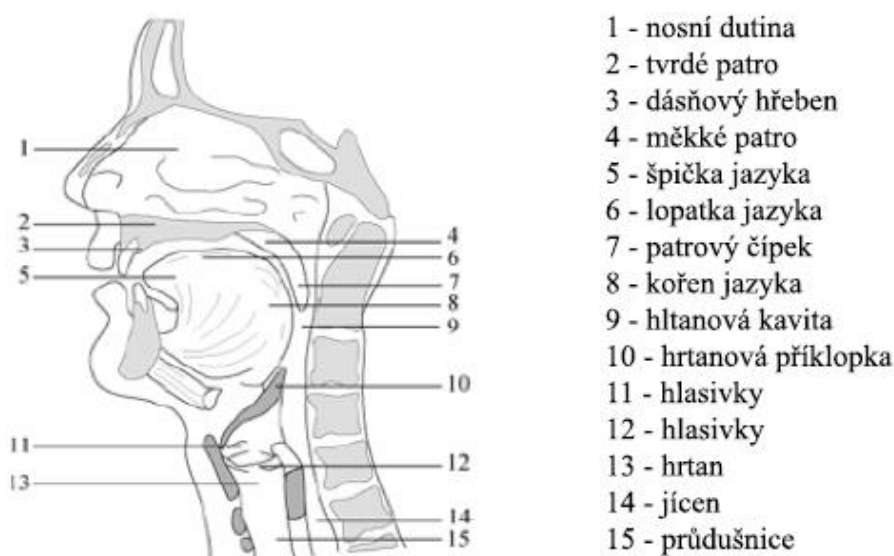
2 Cíle práce

Prvním cílem této práce je s pomocí dostupné literatury popsat funkce vokálního traktu a biomechaniku tvorby lidského hlasu. Dále zpracování rešerše doposud publikovaných výpočtových, matematických a experimentálních modelů šíření hlasu vokálním traktem a v prostoru okolo hlavy člověka. Nejdůležitější část potom představuje realizace výpočtového modelu vokálního traktu s využitím přenosových matic a metody konečných prvků, výpočty šíření akustických vln pro oba typy modelů a jejich vzájemné porovnání.

Výpočtové modely vokálního traktu umožní poměrně rychlou analýzu jeho akustických rezonančních vlastností a numerické simulace fonace hlásek při modifikacích geometrie akustických dutin. Závěry práce mohou být využity pro predikci chirurgických zákroků v oblasti vokálního traktu (odebírání mandlí, operace rozštěpů apod.).

3 Tvorba lidského hlasu

Lidský hlas je tvořen v dýchací soustavě, která anatomicky zahrnuje plíce, průdušky, průdušnici, hrtan, hltan, nosní a ústní dutinu [1]. V souvislosti s tvorbou hlasu nazýváme dýchací ústrojí hlasovým akustickým systémem [1]. Dýchací soustava je zobrazena na obrázku 3.1.

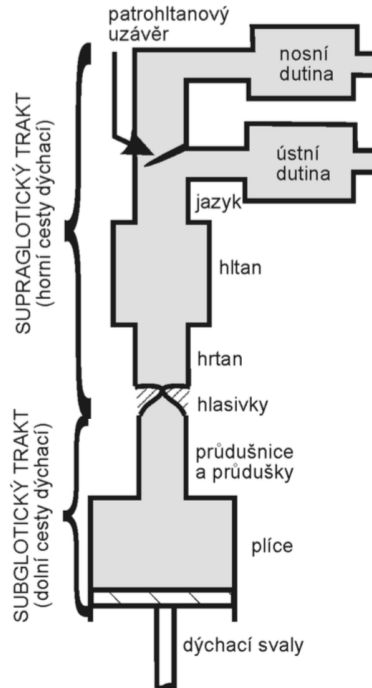


Obr. 3.1 Dýchací soustava [10]

3.1 Dýchací ústrojí, hlasový akustický systém

Hlasový akustický systém je schematicky zobrazen na obrázku 3.2. Jak uvádí autor v [1], dýchací svaly při dýchání regulují objem vzduchu v plicích, které mění svůj objem, čímž mění tlak vzduchu, který vhání vzduch dovnitř nebo ven. Plíce jsou výchozí díl dýchací soustavy a jsou umístěny v dutině hrudní, která je od dutiny břišní oddělena membránou nazývanou se bránice (diaphragm) [5]. Při výdechu proudí vzduch ven přes průdušky a průdušnici do hrtanu, ve kterém je uloženo hlasové ústrojí [1]. Základem hlasového ústrojí jsou hlasivky (chordae vocales), resp. dvě hlasivkové řasy pokryté sliznicí [10]. Hlasivky jsou napjaty mezi chrupavkou štítnou (vpředu), kde se stále vzájemně dotýkají, a chrupavkami hlasivkovými, které jsou umístěny vzadu a jsou částečně pohyblivé [3]. Dle [1] jsou hlasivky při vokalizaci přiloženy k sobě a vzdušný proud je rozechvívá. Proud vzduchu hnaný z plic je díky kmitům hlasivek modulován, čímž se vytvářejí periodické změny tlaku vzduchu. Vzniká tak akustický signál - zdrojový hlas, který se následně šíří přes hltan do dutiny ústní, případně přes tzv. patrohltanový uzávěr do dutiny nosní a dále ven do prostoru [1]. Výsledkem jsou jednotlivé hlásky [5].

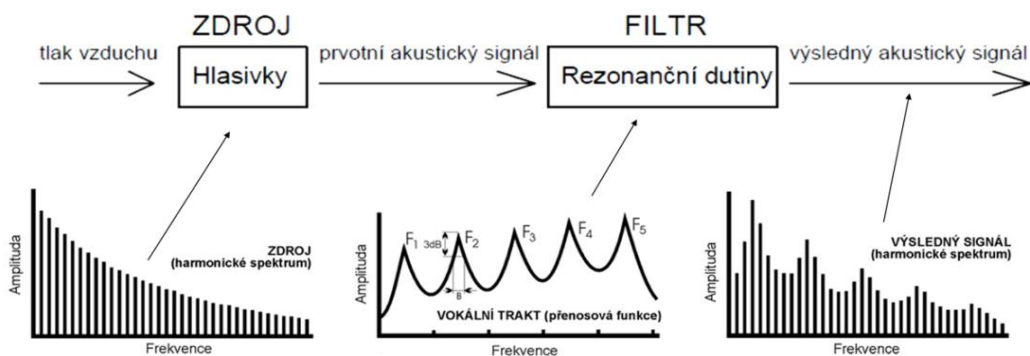
Jak uvádí [1], v souvislosti s rezonancemi rozděluje hlasivky dýchací trakt na trakt subglotický a supraglotický. Subglotický trakt se nachází pod hlasivkami, supraglotický nad hlasivkami. Supraglotický trakt může být nazýván také jako násadní trubice, případně rezonanční dutina nadhrtanová. Je zároveň nejdůležitějším rezonančním prostorem hlasového akustického systému. Jako tzv. vokální trakt bývá označován prostor mezi hlasivkami a ústním otvorem [1]. Vokální trakt se v největší míře podílí na výslovnosti (artikulaci) [1]. Špatná výslovnost může způsobit nesrozumitelnost řeči, protože se jí mění kvalita hlásek. Na výslednou podobu řeči mají vliv i tzv. artikulační nástroje, jako jsou zuby a jazyk [3].



Obr. 3.2 Schematické zobrazení hlasového akustického systému [1]

3.2 Teorie zdroje a filtru

Jak je uvedeno na obr. 3.3, hlas je tvořen ve dvou stupních [1]. Dále je dle [1] a [11] v prvním stupni původně statický tlak vzduchu, který vznikne kompresí plic transformován kmitáním hlasivek na tlak akustický (ZDROJ), čím vzniká prvotní akustický signál. Ve spektru tohoto signálu je vidět základní frekvence kmitání hlasivek a mnoho jejích harmonických násobků, jejichž amplituda klesá směrem k vyšším frekvencím. Ve druhém stupni je tento akustický signál v rezonančních dutinách, které působí jako akustické filtry, transformován do výsledného akustického signálu (FILTR) [1]. Na prostředním grafu (obr. 3.3) je znázorněna přenosová funkce vokálního traktu, podle které se modifikuje spektrum primárního tónu [1]. Formantové oblasti se objevují na přenosové funkci jako rezonanční maxima, která nazýváme formanty. Rozeznáváme zde pět rezonančních maxim, která jsou označena jako F1 až F5 [10]. Výsledný signál (obr. 3.3 pravý graf) je kombinací příspěvků jak od zdroje, tak od rezonančních dutin [1]. Zmíněné dva stupně se nazývají teorie zdroje a filtru [1].



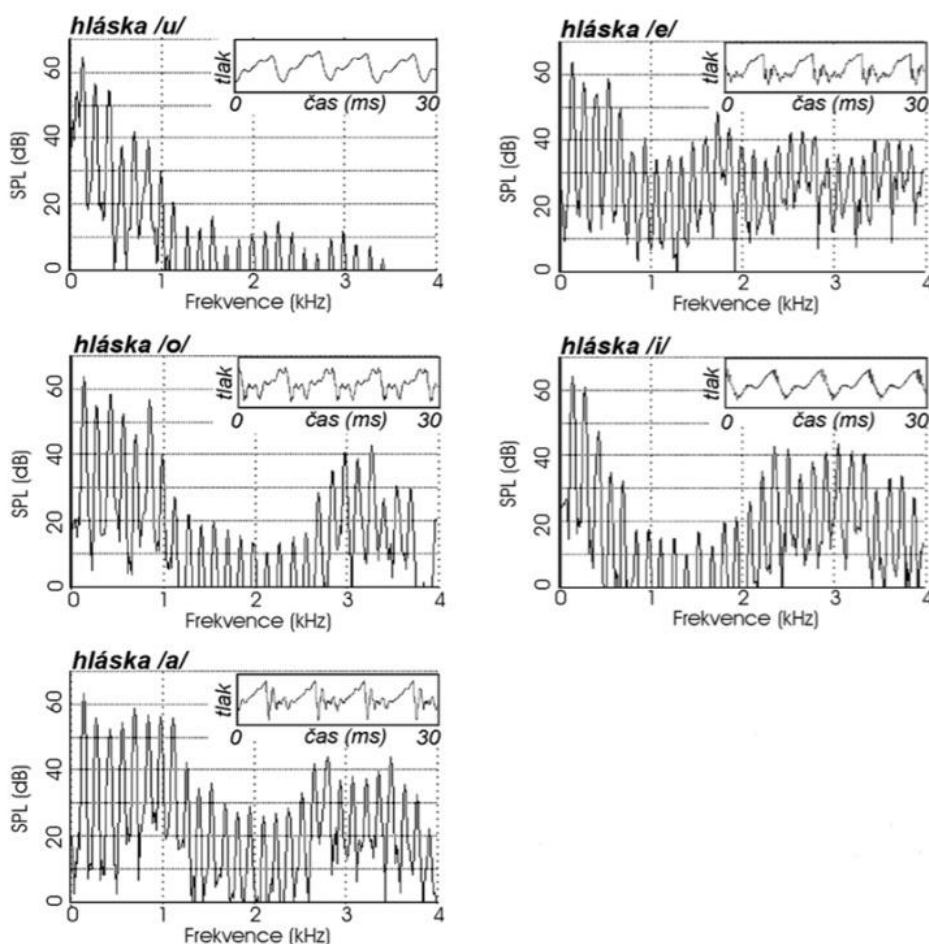
Obr. 3.3 Stupně tvorby hlasu [3]

Podle [1] a [10], jsou zdrojem lidského hlasu harmonické kmity hlasivek přerušující vzduchový proud a vytvářející prvotní akustický signál - tzv. zdrojový hlas. Zdrojový hlas je generován na výstupu z hlasivek. Skládá se ze základního tónu o frekvenci f_0 , která představuje základní frekvenci zdrojového hlasu. Základní frekvence zdrojového hlasu se u dětí, žen a mužů výrazně liší, což je způsobeno rozdílnou velikostí hrtanu. S rostoucí velikostí hrtanu se základní frekvence snižují [10]. Odlišnost je zobrazena v tabulce 3.1.

Při řeči mohou vedle hlasivek působit i jiné akustické zdroje, jako např. vzdušné turbulence, které vzniknou zúžením cesty výdechového vzdušného proudu (např. mezi jazykem a patrem, zuby a rty apod.) [3].

Tab. 3.1 Rozdílné základní frekvence u dětí, žen a mužů [10]

	F_0 [Hz]		
	F_0 - střetí	F_0 - minimum	F_0 - maximum
Děti	330	200	500
Ženy	220	150	350
Muži	110	80	200

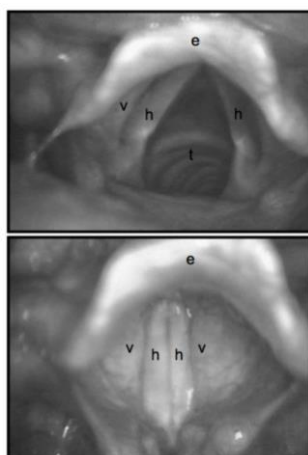


Obr. 3.4 Frekvenční spektra českých samohlásek a jejich průběhy akustického tlaku v čase [1]

Hlásky vycházející z dutiny ústní rozdělujeme na souhlásky (konsonanty) a samohlásky (vokály). Souhlásky dále dělíme na znělé a neznělé. Hlasové signály, které jdou názorně vysvětlit pomocí teorie zdroje a filtru jsou samohlásky [1]. Český jazyk disponuje pouze pěti/šesti samohlásky (/a:/, /e:/, /i:/, /o:/, /u:/, mezi které se někdy počítá také /y:/). Hlasivky se přímo podílejí na vzniku samohlásek a znělých souhlásek [5] (např. /b/, /d/, /d'/, /g/, /h/, /v/). Souhlásky neznělé (např. /p/, /t/, /t'/, /k/, /ch/) nejsou přímým produktem hlasivek, ale profilují se v artikulačním oddílu vokálního traktu - tj. nastavením jazyka a zubů [5]. Časové průběhy akustického tlaku českých samohlásek a jejich výsledná frekvenční spektra jsou na obr. 3.4.

3.3 Anatomie hrtanu

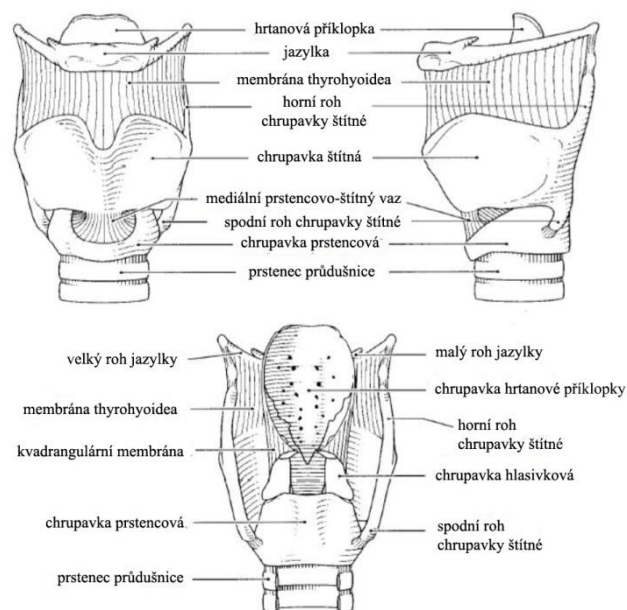
Autor v práci [1] uvádí, že jsou hlasivky součástí hrtanu a laryngoskopií lze získat pohled shora tak, jak je ukázáno na obr. 3.5. Horní část obrázku znázorňuje rozevřené hlasivky při dýchání a spodní část při fonaci přiložené k sobě. Pozice *h* značí hlasivku, *v* ventrikulární řasu, *e* hrtanovou příklopku (epiglottis), *t* průdušnici (tracheu). Štěrba, která se při otevření tvoří mezi hlasivkami, se nazývá glottis [1]. Pohyby hlasivek i jejich nastavení jsou řízeny množstvím svalů upnutých na hrtanové chrupavky [1]. Obecně lze tkáň hrtanu rozdělit na tvrdou a měkkou. Tvrdou tkáň tvoří chrupavčitá kostra a měkkou tkáň svalstvo, vazy a sliznice [4].



Obr. 3.5 Pohled shora na hrtan při použití laryngoskopie [1]

3.3.1 Kostra hrtanu

Kostra hrtanu je zobrazena na obr. 3.6. Kostra hrtanu hraničí s hltanem, který je společný pro dýchací a trávicí soustavu a s průdušnicí [5]. Směrem nahoru jsou znázorněny dva prstence průdušnice, chrupavka prstencová, chrupavka štítná, chrupavky hlasivkové, jazyk a hrtanová příklopka [1]. Kromě těchto chrupavek jsou pro lepší představu zobrazeny i některé vazy a membrány [1]. Obrázek naopak neobsahuje svaly, cévy, nervy aj. [1].



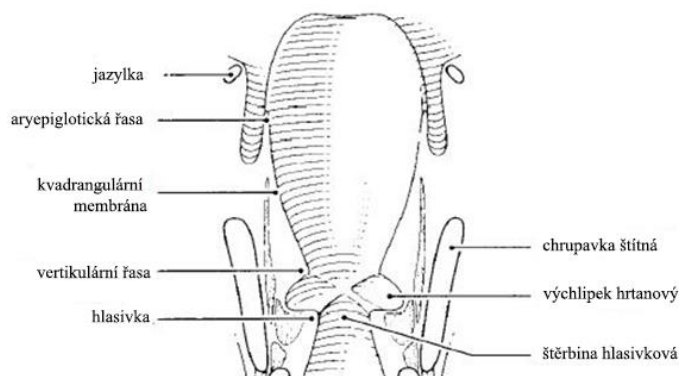
Obr. 3.6 Kostra hrtanu [4]

3.3.2 Svalstvo hrtanu

Podle literatury [1] a [4] je svalstvo hrtanu příčně pruhované, což znamená, že se velmi často upíná na kost. Můžeme jej rozdělit na vnitřní a vnější. Svalstvo vnitřní vzájemně propojuje chrupavky hrtanu a je podstatné při fonační funkci [4]. Vnější svalstvo spojuje hrtan s ostatními strukturami, zejména s hrudní kostí (lat. *sternum*) a jazyčkou (lat. *os hyoideum*) [1].

3.4 Anatomie hlasivek

Na obr. 3.7 je zobrazen koronální řez (tzn. rovina řezu je rovnoběžná s čelem) hrtanem, který znázorňuje ohraničení hrtanových prostor mezi průdušnicí a hrtanovou příklopkou [4]. Jak uvádí [1], v nejužším místě hrtanu, mezi chrupavkou štítnou a chrupavkami hlasivkovými, se nacházejí hlasivky. Nad hlasivkami se nachází výchlipek hrtanový oddělující hlasivky od vertikulárních řas, které jsou někdy nazývány i jako nepravé vazy hlasové. Nad vertikulárními řasami je kvadrangulární membrána a aryepiglotické řasy, které se s pomocí aryepiglotického svalu účastní uzavírání hrtanového prostoru při přiklápění hrtanové příklopky [1].



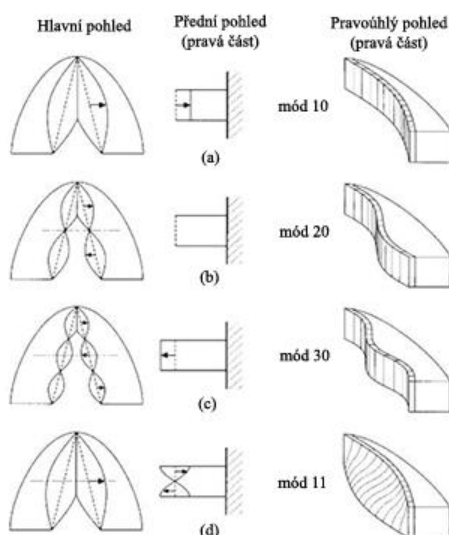
Obr. 3.7 Koronální řez hrtanem znázorňující ohraničení hrtanových prostor [4]

3.4.1 Kmity hlasivek

Frekvence kmitů hlasivek se pohybuje v rozmezí přibližně 70-500 Hz u mužů a 140-1000 Hz u žen [1]. Jelikož se jedná o frekvence, které nejsou rozlišitelné lidským okem, jejich pozorování bylo možné až s určitým technologickým pokrokem, ke kterému došlo koncem 19. století, kdy byl vynalezen stroboskop [1].

3.4.2 Módy vibrací hlasivek

Z fyzikálního hlediska lze každý vibrační pohyb analyzovat pomocí tzv. vibračních módů (tj. vlastní tvary kmitů) [1]. Určité vibrační módy nižších řádů hlasivek jsou uvedeny na obr. 3.8, kde jsou hlasivky vykresleny tak, že uvažujeme deformační pohyby pouze v horizontálním směru. Módy označujeme dvěma čísly, kde první číslo označuje počet půlvln stojatého vlnění ve směru podél délky hlasivek a druhé číslo označuje počet půlvln stojatého vlnění ve směru podél tloušťky hlasivek [1].



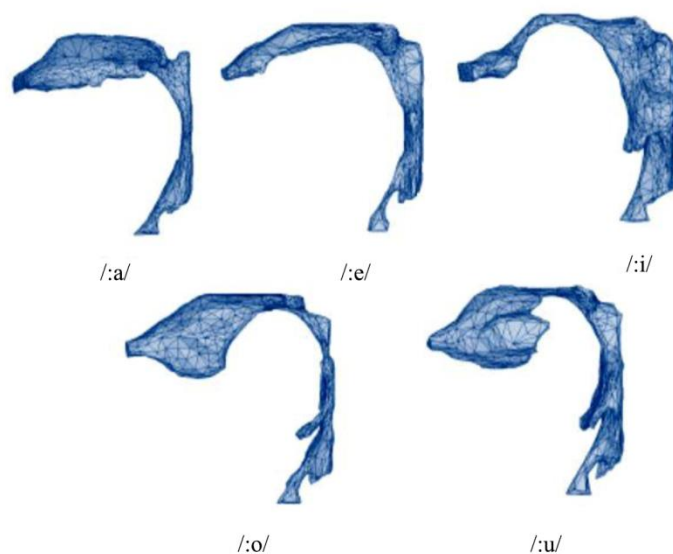
Obr. 3.8 Některé vlastní tvary kmitů hlasivek [4]

3.5 Funkce vokálního traktu při fonaci

Jak je uvedeno v literatuře [3] a [4], zdrojový hlas (akustický signál) vytvářený kmitáním hlasivek se šíří rezonančními dutinami (supraglotickým traktem), ve kterých dochází k jeho filtrování a transformaci. Touto transformací získává hlas každého jedince svoji typickou barvu [4] a vznikají tzv. formanty, kterým se věnuje kapitola 3.5.2. Z rezonančních dutin dýchacího traktu je nejpodstatnější vokální trakt [3]. Uvažujeme zde uzavřený patrohltanový uzávěr, při kterém neuvažujeme rezonance nosních dutin [3].

Dále má každá hláska (souhláska i samohláska) dle [3] své charakteristické formanty, což ji dělá jedinečnou a rozpoznatelnou od hlásek jiných. V případě samohlásek (vokálů) je transformován pouze původní hlasivkový akustický signál, kdežto u souhlásek (konsonant) se na výsledném zvuku podílejí i jiné akustické zdroje, jako jsou např. rty nebo jazyk [3]. V této práci jsou řešeny výpočty akustických vlastností vokálních traktů nastavených pro fonaci českých samohlásek /a:/ a /i:/. Konkrétní nastavení vokálního traktu způsobí odlišné polohy formantů. Na změnách rozměrů ústní dutiny se velkým vlivem podílejí všechny pohyblivé části traktu (jazyk, rty, dolní patro apod.) [4].

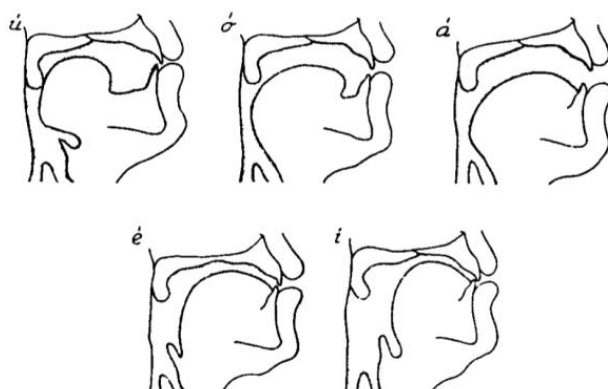
Na obr. 3.9 jsou zobrazeny konkrétní tvary vokálního traktu při vyslovování českých samohlásek.



Obr. 3.9 Tvary vokálního traktu pro české samohlásky [3]

3.5.1 Tvorba samohlásek (vokálů)

Při vyslovování samohlásek se vokální trakt nastavuje do konkrétního typu [1]. Typické tvary vokálního traktu pro české samohlásky jsou zobrazeny na obr. 3.9 a 3.10. Jak dále uvádí [1], různé tvary vokálního traktu v něm způsobují různé rezonanční frekvence, což vede k různým polohám formantů. Na rozlišení jednotlivých samohlásek nejvíce závisí dva nejnižší formanty vokálního traktu, které jsou závislé především na rozměrech ústní a hrtanové dutiny [1]. V [1] autor dále popisuje, že vliv těchto formantů byl dokázán pomocí experimentů, při kterých se z výsledného akustického signálu filtrovala různá frekvenční pásma. Bylo zjištěno, že při odejmutí jednoho nebo druhého z uvedených formantových pásem se kvalita samohlásky ztrácí.



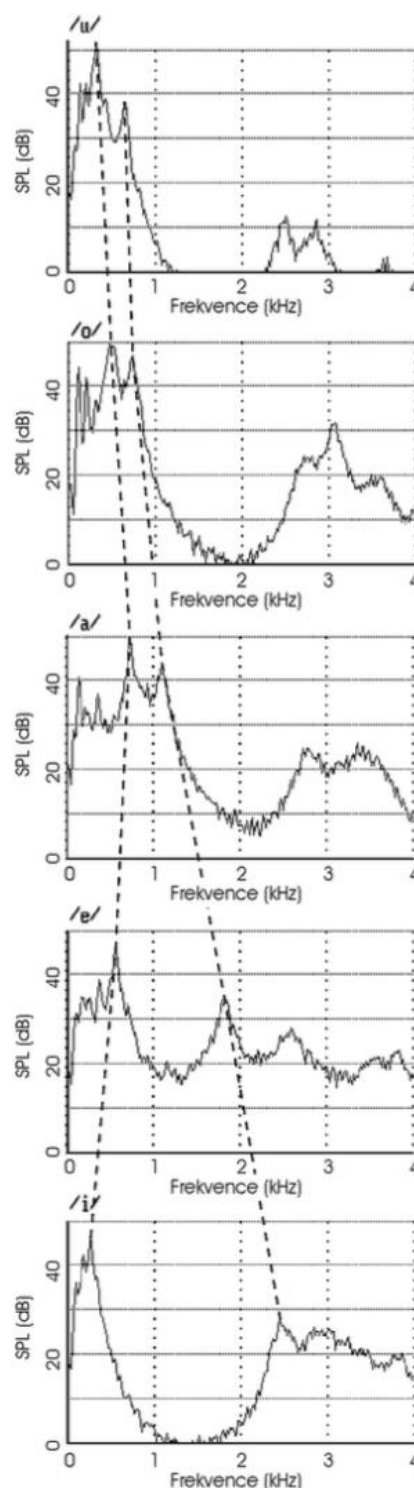
Obr. 3.10 Tvary vokálního traktu pro české samohlásky [3]

3.5.2 Formanty

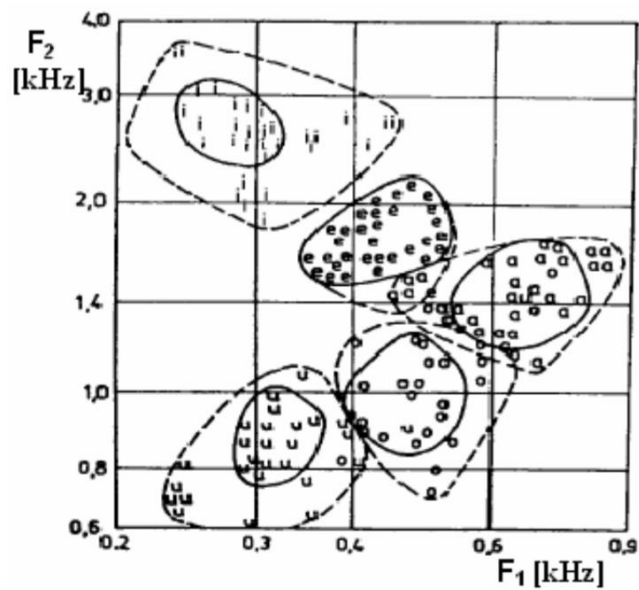
Dle [1] a [10] se jako formanty nazývají vlastní frekvence akustických módů vzduchového prostoru vokálního traktu. Označují se F_1 , F_2 , F_3 , atd. Posloupnost rezonančních frekvencí akustických dutin odpovídá podélným, příčným i vzájemně vázaným akustickým módům. Všechny formanty jsou určeny tvarem rezonančních dutin, dále tvarem a velikostí otvoru mezi rty, polohou a tvarem jazyka [1].

V práci [1] autor popisuje, že polohy formantů vokálního traktu je možné orientačně určit pomocí tzv. ingresivní fonace, což znamená tvoření hlasu vdechovým proudem při silně sevřených hlasívkách, kdy jsou kmity hlasivek neperiodické a poskytují spojité spektrum. Spektrální maxima v tomto případě souhlasí s frekvencemi formantů. Spektra ingresivních fonací u českých samohlásek jsou zobrazena na obr. 3.11, kde přerušované čáry ukazují polohy prvního a druhého formantu. Z obrázku je patrné, že u samohlásek /u:/, /o:/, /a:/ jsou první dva formanty poměrně blízko u sebe a při změně hlásky z uzavřené na otevřenou (/u:/ na /a:/, což je způsobeno zejména otevíráním ústní dutiny), dochází ke zvyšování frekvencí obou těchto formantů. Dále je z obrázku patrné, že se formanty u samohlásek /a:/, /e:/, /i:/ od sebe oddalují, což je způsobeno zvětšováním hrtanové dutiny na úkor dutiny ústní. To je způsobeno pohybem kořene jazyka směrem kupředu v posloupnosti těchto samohlásek. Z důvodu odlišnosti tvaru a velikosti vokálních traktů u každého člověka se frekvence jednotlivých formantů mohou pohybovat v určitých rozmezech, jak znázorňuje obr. 3.12.

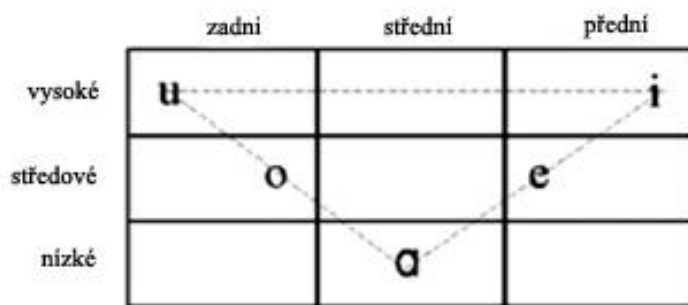
Literatura [1] a [10] také zmiňuje, že z artikulačního hlediska jsou první dva formanty vokálního traktu výrazně závislé na poloze jazyka a míře otevření ústní dutiny. Dle míry otevření úst rozlišujeme samohlásky uzavřené a otevřené. Dle výšky posazení jazyka rozlišujeme samohlásky vysoké, středové a nízké a podle horizontální polohy jazyka samohlásky zadní, střední a přední. Poloha jazyka u samohlásek bývá schematicky znázorněna jako tzv. Hellwagův trojúhelník, obr. 3.13. Artikulaci hlásek se zabývá vědní obor fonetika [1].



Obr. 3.11 Frekvenční spektra ingresivních fonací u českých samohlásek, kde je přerušovanými čarami vyznačen posun poloh prvního a druhého formantu u jednotlivých hlásek [1]



Obr. 3.12 Rozptyl polohy prvních dvou formantů českých samohlásek [10]



Obr. 3.13 Hellwagův trojúhelník českých samohlásek [3]

4 Přehled publikovaných výpočtových modelů

Jak uvádí literatura [4], model je obecně vytvořený reálný nebo abstraktní objekt, který obsahuje všechny podstatné veličiny objektu primárního, o který se zajímáme. Model je tedy prostředkem k řešení problému. Aby byl model efektivní, je nutné, aby byl jednodušší než samotná entita, na které je problém řešen [4]. Dále je nutné model chápat v širším pojetí jako soustavu, jejíž prvky jsou nutné k řešení problému [4].

V následující kapitole je uveden přehled a rozdělení doposud v literatuře publikovaných výpočtových modelů šíření hlasu lidským vokálním traktem a v prostoru okolo hlavy.

4.1 Modely zdrojového hlasu

Práce [3] a [4] popisují Liljencrantsův-Fantův (LF) model hlasivkového signálu, který byl poprvé publikován v roce 1985. Slouží k buzení výpočtového modelu v místě hlasivek a napodobuje tak skutečné objemové zrychlení vzduchu proudícího mezi hlasivkami v závislosti na čase. Proudění je zastoupeno matematickými funkcemi, které definují jednotlivé úseky průběhu vzduchového proudu za jednu periodu kmitu. Namísto samotného hlasového proudu model pracuje s časovou derivací hlasivkového pulzu neboli s derivací objemové rychlosti. Tímto způsobem vznikne tzv. zdrojový hlas, který se dále šíří MKP modelem vokálního traktu. Vokální trakt zde funguje jako rezonanční dutina, která určité frekvence zatlumí a některé zesílí. Tento model i jeho případné varianty jsou poměrně hojně využívány v počítačem simulované tvorbě hlasu při 1D i 3D modelování.

4.2 1D matematické modely vokálního traktu

Podle [3] a [4] se jedná o jednodimenzionální výpočtové modely, které jsou vytvářeny na základě skutečných rozměrů a morfologie vokálního traktu. Tyto vlastnosti jsou získávány pomocí lékařských zobrazovacích metod (CT - počítačová tomografie, MR - magnetická rezonance, ultrazvuk apod.) [3]. Snímek z magnetické rezonance vokálního traktu, resp. celé lidské hlavy, při vyslovení hlásky /a:/ je na obr. 4.1. Obecně se zde neuvažují dynamické modifikace geometrie modelu, jako jsou např. pohyb úst, pohyb jazyka apod. Uvažuje se pouze statická ustálená konfigurace charakteristická pro tvorbu jednotlivých samohlásek.



Obr. 4.1 Snímek z magnetické rezonance vokálního traktu při vyslovení hlásky /a:/ [4]

Carlsson a Sundberg (1992), jak popisuje [2] a [12], využívají numerické modely vokálního traktu (tzv. digital singing machine) na úlohu ladění prvních dvou formantů podle tří různých strategií. Testují ladění formantů ve srovnání s konstantním formantovým zpěvem přes oktávu C3 až C4. V 98 % případů srovnání byla dána přednost konstantnímu formantovému zpěvu. Je zřejmé, že z hlediska posluchačů nejsou žádoucí extrémní přístupy k modifikaci samohlásky. Výsledná barva hlasu byla posouzena několika učiteli zpěvu.

Fant a Bavegard (1997) dle [2] a [13] pomocí parametrického modelu pro jednotlivé souhlásky i samohlásky definují funkci plochy průřezu podél osy vokálního traktu (tzv. area function). Uvádí i výpočty formantů a přenosových funkcí při změnách různých geometrických parametrů [2] (např.: tvar jazyku, výšky hrtanu, délky a tvaru sevření, různé konfigurace rtů, nosních dutin apod.). Parametry týkající se délky a tvaru mohou zlepšit modelování.

Story a kol. (2000) [14] s využitím válcových elementů modelují vokální trakt metodou přenosových matic. Práce se zabývá dvěma technikami hlasového tréninku: umělým prodloužením vokálního traktu a seškrcením na jeho konci uzavřením rtů (bilabial fricative). Zkoumá se též vstupní akustická impedance vokálního traktu. Výsledky ukazují, že prodloužením vokálního traktu lze zvýšit vstupní impedanci. Škrcení na konci traktu má za následek snížení první vlastní frekvence a zvýšení nízkofrekvenční impedance.

Story a kol. (2001) [15] metodou přenosových matic provádí výpočty formantů při třech hlasových kvalitách: normal, yawny a twangy (normální, kvalita hlasu obdobná zívání a nosová výslovnost). Účelem této studie bylo zjistit způsoby, při kterých může být tvar vokálního traktu upraven tak, aby měnil kvalitu hlasu při zachování požadované fonetické kvality. Tvary vokálního traktu pro výpočty byly získány pomocí magnetické rezonance.

Karjalainen (2003) [16] modeluje šíření zvukových vln vokálním traktem v čase. Zkoumá uplatnění smíšeného fyzikálního modelování k syntéze řeči. Využívá přístupy: Digital Waveguides (DWG), Finite Difference Time-Domain scheme (FDTD) a Wave Digital Filters (WDF). Je znázorněna rovnocennost a vzájemné propojení těchto systémů.

Story (2004) [17] modeluje funkci vokálního traktu pro souhlásky a samohlásky. Uvažuje zde tvar vokálního traktu jako konstantní i v čase proměnný. Modely obsahují vazbu mezi vokálním traktem a nosní dutinou.

Story (2006) [18] využívá citlivostní funkce k vytvoření iteračního postupu, který slouží k sestavení geometrie vokálního traktu pro naladění formantů na požadovanou hodnotu. Citlivostní funkce udávají změnu formantů při změně jednotlivých průřezů vokálního traktu.

Takemoto a kol. (2006) [19] zkoumají akustické účinky hrtanové dutiny na rezonanci vokálního traktu. Výpočtové modely vytvářejí pro pět japonských samohlásek. Výzkum je zaměřen na pěvecký formant.

4.3 3D matematické modely vokálního traktu a prostoru okolo hlavy

Prudký rozvoj výpočetní techniky koncem 20. století umožnil řešit trojrozměrné výpočtové modely vokálního traktu. Pro řešení šíření akustických vln a zmapování akustického pole se začala využívat metoda konečných prvků (MKP) nebo méně známá metoda naladění vlastních frekvencí na požadované hodnoty, tzv. Mode Matching Technique (technika modální shody) [3]. Stejně jako pro 1D modely jsou základem pro samotný model data získaná pomocí lékařských zobrazovacích metod (CT, MR, ultrazvuk apod.) [3].

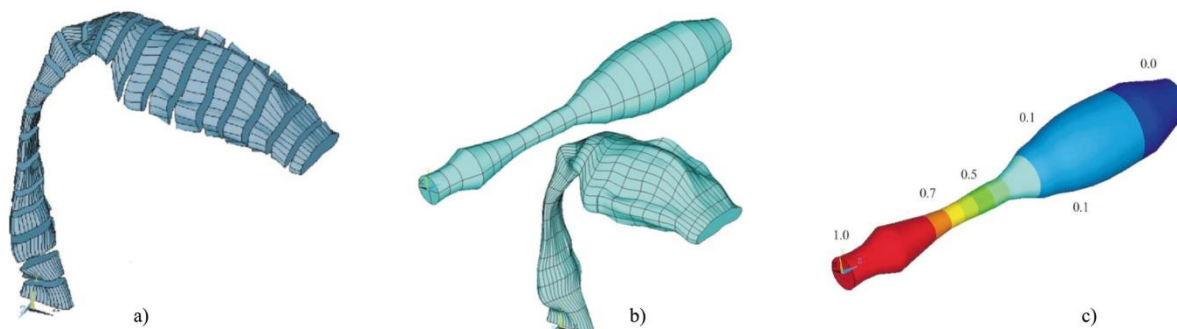
Motoki (2002) dle [2] prezentuje třídimenzionální model vokálního traktu pro výpočet akustického pole metodou konečných prvků (MKP) a metodou Mode Matching Technique.

Švancara a Horáček (2006) [8] zkoumají účinek mandlí na produkci českých samohlásek. Pro numerickou simulaci fonace využívají metodou konečných prvků a vytvářejí modely akustických prostor, které odpovídají vokálnímu traktu a akustickému prostoru okolo hlavy. Pomocí modální a přechodové analýzy studují akustické rezonanční vlastnosti modelů pro české samohlásky (/a:/, /e:/, /i:/, /o:/, /u:/). Výsledky ukazují, že tonsilektomie (odstranění krčních mandlí) zapříčiní posuny některých formantových frekvencí dolů k frekvencím nižším. Frekvenční posuny formantů jsou tedy významně závislé na poloze a velikosti mandlí.

Hannukainen a kol. (2007) [21] popisuje modální analýzu akustických vln ve vokálním traktu při vyslovování samohlásky /ɔ:/ (finská samohláska). Využitý model je trojrozměrná vlnová rovnice, spolu s příslušnými okrajovými podmínkami. Geometrie vokálního traktu je vytvořena pomocí dat z magnetické rezonance získaných od jiných autorů. Výpočty jsou prováděny za použití MKP. Model je ověřen porovnáním vypočítaných výsledků s naměřenými daty.

Vampola a kol. (2008 I) [9] představují konečněprvkové modely vokálního traktu člověka pro české samohlásky /a:/, /e:/, /i:/, /o:/, /u:/, které byly vytvořeny z magnetické rezonance. Vysoký počet prvků v MKP modelech byl snížen zavedením tzv. akustických superelementů. Je zde odvozen nový algoritmus pro parametrizaci modelů MKP, který umožní modifikaci a ladění modelu podle předepsaných akustických vlastností vokálního traktu. Počítá se zvukovými ztrátami na rtech a s absorpcí zvuku na stěnách vokálního traktu. Byly porovnány frekvenční modální charakteristiky trojrozměrných (3D) a jednorozměrných modelů (1D) vokálního traktu. Výsledky ukázaly, že 1D modely mohou popisovat chování trojrozměrného vokálního traktu až do frekvence 3000 Hz. Model takto vytvořený z válcových elementů o stejných průřezích jako skutečný trakt, resp. trojrozměrný model, je nazýván Pseudo - 1D modelem, přestože je uvažovaná geometrie dvourozměrná (tzn.: plocha průřezu válcových elementů se mění v závislosti na podélné souřadnici), viz obr. 4.2.

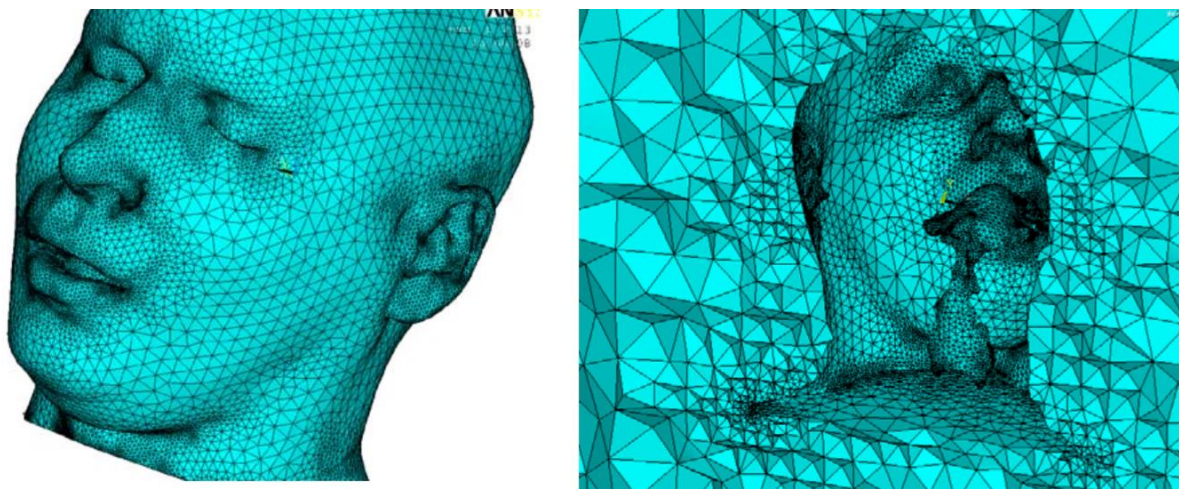
Vampola a kol. (2008 II) [22] pomocí MKP modelů akustických prostor nosní dutiny a vokálního traktu studují vliv velofaryngeální nedostatečnosti (nedostatečná funkce patrohltanového uzávěru) na fonaci českých samohlásek /a:/, /i:/ a /u:/. Akustické frekvenčně modální vlastnosti jsou studovány pomocí modální analýzy a numerické simulace akustických signálů v čase. Vokální trakt je buzen časově závislým proudem vzduchu v místě hlasivek. Časové a frekvenční závislosti jsou počítány v blízkosti rtů a nosu. Teoretické výsledky jsou částečně srovnány s akustickým měřením na fyzikálních modelech, které byly získány metodou rapid prototyping (3D tisk) z MKP modelů a klinického vyšetření.



Obr. 4.2 a) 3D model vokálního traktu, b) odvozený model uspořádaný z válcových elementů, c) první vlastní frekvence obdobně modelovaného traktu [9]

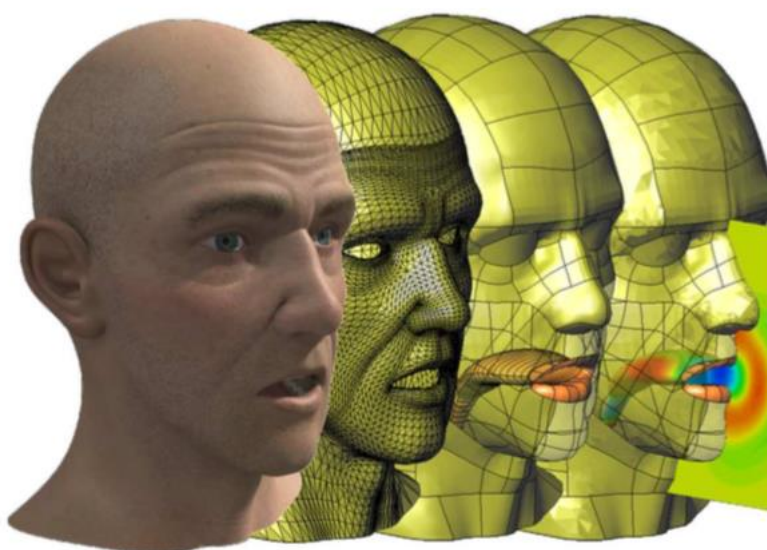
Vampola a kol. (2011) [23] pomocí MKP provedli pilotní studii zkoumající tvar vokálního traktu pacientky před, během a po fonaci do zkumavky. Fonace do skleněné zkumavky je druh hlasového tréninku a jedna z metod terapie, která má příznivé účinky na produkci hlasu. Trojrozměrné modely vokálního traktu byly odvozeny ze snímků CT a sloužily ke studii změn vstupní impedance. Během a po fonaci samohlásky /a:/ do zkumavky bylo zjištěno stažení patrohltanového uzávěru a zvětšení průřezu v oblasti hltanu a dutiny ústní. Celkové výsledky studie ukazují, že fonace do zkumavky způsobuje změny vokálního traktu, které zůstávají i po jejím odstranění. Tyto výsledky mohou zlepšit produkci hlasu u pacientů a hlasových profesionálů.

Švancara a kol. (2013) [24] vytvářejí konečněprvkový model šíření zvuku vokálním traktem a v prostoru kolem hlavy člověka při produkci řeči. Takovéto experimentální studie nejsou snadno realizovatelné. MKP model akustických prostor odpovídající lidskému vokálnímu traktu a prostoru okolo hlavy pro samohlásku /a:/ byl vytvořen pomocí dat z počítačové tomografie. Pro zjištění rezonančních charakteristik modelu se využívá modální a přechodové analýzy. Výroba samohlásky je poté simulována pomocí přechodové analýzy MKP modelu buzeného LF modelem hlasivkového signálu. Formantové frekvence zjištěné z vypočteného spektra se shodují s výsledky modální analýzy a s literaturou. Výsledky této numerické simulace umožní vyhodnocení z přenosových funkcí mezi referenčním bodem a kterýmkoli bodem v prostoru okolo hlavy. Na obr. 4.3 je zobrazen konečněprvkový model lidské hlavy použitý při této studii.

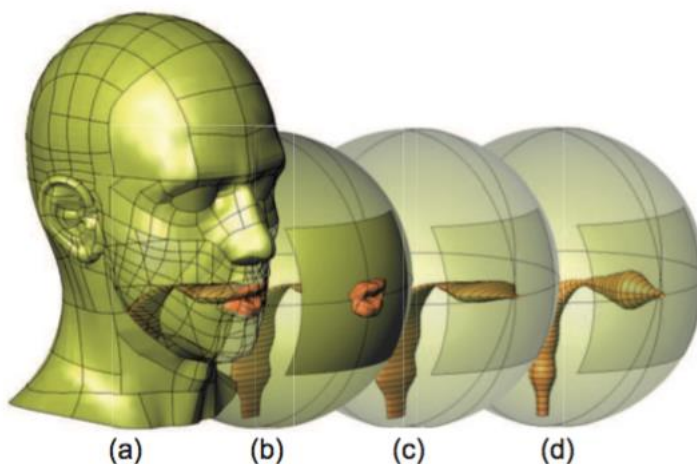


Obr. 4.3 Detail sítě konečných prvků povrchu lidské hlavy (vlevo) a řez daným modelem (vpravo) [24]

Arnela (2014) [25] využívá k řešení rovnice pro akustický tlak metodu konečných prvků v kombinaci s metodou Perfectly Matched Layer (PML) umožňující simulaci akustických vln šířících se vokálním traktem a vycházejících z ústního otvoru. Modeluje zde okolní prostor hlavy simulující „nekonečný“ prostor, tzv. volné pole. Použitá PML vrstva absorbuje všechny dopadající akustické tlakové vlny a lze ji aplikovat na téměř libovolný tvar tvořený konečnými prvky. Na rozdíl od nekonečných elementů, které lze aplikovat pouze na elipsoid, případně kouli, lze tuto vrstvu aplikovat přímo na model lidské hlavy, což je úspornější na počet elementů tvořících tento objekt. Nevýhodou PML je však její častá nekonvergence s výpočtovými modely a obrovská časová náročnost (několik dní až týdnů). Autor se v publikaci zabývá vlivem zjednodušené geometrie lidské hlavy a vokálního traktu na fonaci samohlásek v časové oblasti. Výsledky ukazují, že při vysokofrekvenční energii (nad 5 Hz) je nutné počítat s modelem realistické hlavy. Obr. 4.4 a 4.5 znázorňují realistické a zjednodušené varianty lidské hlavy využitě při výpočtech.



Obr. 4.4 Realistický model lidské hlavy při fonaci samohlásky /a:/; vlevo: původní model hlavy včetně veškerých detailů, uprostřed: geometrie hlavy se zaslepenými ušními a nosními otvory, vpravo: finální geometrie hlavy včetně vokálního traktu [3], [25]



Obr. 4.5 Geometrie pro samohlásku /u:/ odpovídající čtyřem zjednodušením geometriím hlavy, vokálního traktu a úst: a) realistická hlava, b) kulovitá hlava s reálnými rty, c) kulovitá hlava s eliptickým otvorem úst, d) kulovitá hlava s kruhovým otvorem [3], [25]

(2007-2016) Vědecká skupina [26] z katedry matematiky a systémové analýzy na univerzitě Aalto (Fin) pod vedením J. Malinena vytvořila model Dico v. 0.9 poskytující úplný akustický popis tvorby samohlásek. Je založen na akustice vokálního traktu a subglotických dutin a jsou zde začleněny modely pro akustické, viskózní a turbulentní energetické ztráty i ztráty do tkání. Model byl konstruován pro snadné zavádění geometrie vokálního traktu získané z magnetické rezonance. Generátor zvukových impulsů je navržen tak, aby sloužil jako laditelný zdroj zvuku, který se přizpůsobuje měnící se geometrii vokálního traktu a typu fonace. Experimentální systém je vysoce automatizovaný a je schopen simulovat MR přístroj Siemens Avanto 1.5T. Je tvořen zvukotěsnou Faradayovou klecí bez feromagnetických dílů, odkud jsou signály přenášeny k výpočetním zařízením. Ovládání systému vyžaduje dvě osoby, kde první nastavuje provozní parametry stroje a druhá ovládá řídicí software.

Skupina se dále zabývá vytvářením povrchových modelů vokálního traktu při vyslovování samohlásek získaných z magnetické rezonance a jejich následným 3D tiskem. Takto vytisknuté modely mohou posloužit pro jiné odborné studie, plánování ústní a čelistní chirurgie apod. Příklad modelů vokálního traktu vytvořených pomocí 3D tisku je uveden na obr. 4.6.



Obr. 4.6 3D tisk modelů vokálního traktu při fonaci finských samohlásek /a:/ - vlevo, /e:/ - vpravo, v měřítku 1:1 [26]

5 Výpočtový model vokálního traktu s využitím přenosových matic

Tato kapitola se bude zabývat vztahy a výpočty akustických charakteristik metodou přenosových matic, které popisují závislost výstupních veličin na vstupních a vychází z disertační práce [2]. Bude zde řešen akustický element (též zvukovod, vlnovod) ve tvaru válce a komolého kužele, pro jehož soustavu budou vyhodnocovány vlastní frekvence. Dále bude provedena harmonická analýza, při které bude uvažováno vnější harmonické buzení nahrazující kmity hlasivek na konci vokálního traktu. Uvedme nejprve základní pojmy z akustiky.

5.1 Základní pojmy

Zvuková vlna je podélné vlnění (amplituda kmitů je rovnoběžná se směrem šíření) prostředí v oblastech slyšitelných frekvencí. Jednotlivé částice prostředí kmitají uspořádaně kolem rovnovážné polohy ve směru šíření vlny, čímž dochází ke střídavému zhuštění a zředění prostředí a ke změně tlaku [2].

Akustický tlak je změna tlaku vůči atmosférickému tlaku, která je způsobená šířením zvukové vlny [2]. Jedná se o skalární veličinu.

Akustická rychlost je rychlost, kterou kmitají částice prostředí vlivem šíření zvukové vlny [2]. Kromě velikosti má také směr, proto se jedná o vektorovou veličinu.

Rychlost šíření zvuku je rychlost, jakou se šíří rozruch v prostředí. V lineární akustice, kde předpokládáme jen malé změny tlaku, se jedná o konstantní veličinu, která je dána pouze fyzikálním stavem prostředí [2].

Zvukovod (vlnovod) je podle [2] trubice s tuhými stěnami, do které z jedné strany zvuková vlna vstupuje a z druhé strany vystupuje. Může mít různou délku, tvar i proměnný průřez. Předpokládáme šíření vlny pouze ve směru podélné osy zvukovodu. Pro splnění tohoto předpokladu musí být nejmenší příčný rozměr zvukovodu menší než polovina vlnové délky postupující vlny, jinak by se mohla vlna šířit v i radiálním směru.

5.2 Válcový zvukovod

Uvažujme nyní zvukovod ve tvaru válce. Řešení bude nejprve napsáno obecně a následně v podobě přenosových matic, které z obecného řešení vychází.

5.2.1 Obecné řešení vlnové rovnice

Pro odvození obecné rovnice šíření zvukových vln je dle [2] použita rovnice kontinuity

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (5.1)$$

kde

ϕ [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$] je rychlostní potenciál,

ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$] je okamžitá hustota prostředí,

x [m] je podélná souřadnice zvukovodu,

t [s] je čas,

dále druhý Newtonův zákon

$$-\frac{\partial p}{\partial t} = \rho \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + r_S \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad (5.2)$$

kde

p [Pa] je akustický tlak,

r_S [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$] je akustický odpor zvukovodu na jednotku délky

a Poissonův zákon

$$\frac{\partial p}{\partial t} = c_0^2 \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (5.3)$$

kde

c_0 [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] je rychlost šíření zvuku v prostředí.

Rychlostní potenciál ϕ je skalární veličina, přičemž dle [2] platí

$$\text{grad}\phi = \vec{v}, \quad (5.4)$$

kde \vec{v} [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] je vektor akustické rychlosti.

Po úpravách dostáváme vlnovou rovnici pro rychlostní potenciál ve tvaru [2]

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - (-k^2 + j \cdot k \cdot r_N) \cdot \psi = 0, \quad (5.5)$$

kde ψ [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$] je amplituda rychlostního potenciálu, přičemž dále platí vztahy [2]

$$k = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{c_0} = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}, \quad (5.6)$$

$$z_0 = c_0 \cdot \rho_0, \quad (5.7)$$

$$r_N = \frac{r_S}{z_0}, \quad (5.8)$$

$$r_S = \frac{8 \cdot \mu}{R^2}, \quad (5.9)$$

kde

k [m^{-1}] je vlnové číslo,

λ [m] je vlnová délka,

ω [s^{-1}] je úhlová frekvence harmonického signálu,

f [Hz] je frekvence harmonického signálu,

z_0 [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$] je vlnový odpor prostředí,

r_N [m^{-1}] je specifický akustický odpor zvukovodu na jednotku délky,

μ [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$] je dynamická viskozita,

R [m] je poloměr zvukovodu,

ρ_0 [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$] je stálá (klidová) hustota prostředí.

Zavedeme komplexní exponent γ [m^{-1}], pro který dle [2] platí

$$\gamma = \alpha + j \cdot \beta, \quad (5.10)$$

kde α [m^{-1}] je jeho reálná část, β [m^{-1}] imaginární část a j je komplexní jednotka, $j = \sqrt{-1}$, přičemž dále platí rovnice [2]

$$\alpha = \pm \frac{r_N}{\sqrt{2 + 2 \cdot \sqrt{1 + (r_N/k)^2}}} \quad (5.11)$$

$$\beta = \pm \frac{k}{2} \cdot \sqrt{2 + 2 \cdot \sqrt{1 + (r_N/k)^2}}. \quad (5.12)$$

Rovnice pro amplitudu rychlostního potenciálu ψ má potom řešení ve tvaru [2]

$$\psi = C_1 \cdot e^{-\gamma \cdot x} + C_2 \cdot e^{\gamma \cdot x} \quad (5.13)$$

a rovnice pro rychlostní potenciál ϕ má řešení [2]

$$\phi = (C_1 \cdot e^{-\gamma \cdot x} + C_2 \cdot e^{\gamma \cdot x}) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}, \quad (5.14)$$

kde C_1 a C_2 [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$] jsou konstanty, které lze získat z okrajových podmínek [2].

Z rychlostního potenciálu a vztahu (5.2) lze určit akustický tlak [2]

$$p = -\rho_0 \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} - r_S \cdot \phi \quad (5.15)$$

a po dosazení vztahu (5.13) jako [2]

$$p = -(r_s + j \cdot \omega \cdot \rho_0) \cdot \phi. \quad (5.16)$$

Pro akustickou rychlost následně dle [2] platí

$$v = \gamma \cdot (-C_1 \cdot e^{-\gamma \cdot x} + C_2 \cdot e^{\gamma \cdot x}) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}. \quad (5.17)$$

Pro objemovou rychlost (objemový tok) $[\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$ platí rovnice [2]

$$W = v \cdot S, \quad (5.18)$$

kde $S [\text{m}^2]$ je plocha průřezu zvukovodu.

5.2.2 Řešení ve tvaru přenosových matic

Pro řešení formou přenosových matic musí na vstupu zvukovodu o délce L [m] platit podle literatury [2] okrajové podmínky

$$x = 0; p(x = 0; t) = p_1(t) = p_{1m} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}, \quad (5.19)$$

$$v(x = 0; t) = v_1(t) = v_{1m} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \quad (5.20)$$

a na výstupu zvukovodu dle [2]

$$x = L; p(x = L; t) = p_2(t) = p_{2m} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}, \quad (5.21)$$

$$v(x = L; t) = v_2(t) = v_{2m} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}, \quad (5.22)$$

kde p_{1m} , resp. p_{2m} [Pa] je amplituda harmonického signálu akustického tlaku na vstupu, resp. na výstupu zvukovodu a v_{1m} , resp. v_{2m} $[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$ je amplituda harmonického signálu akustické rychlosti na vstupu, resp. na výstupu zvukovodu. (Všechny amplitudy jsou obecně komplexní [2].)

Po dosazení okrajových podmínek (5.19) až (5.22) a vhodně upravených konstant C_1 a C_2 do vztahů (5.16) a (5.17) získáme vztahy mezi veličinami na vstupu a výstupu zvukovodu [2]. V maticovém zápisu tyto vztahy tvoří tzv. přenosovou (nebo též kaskádní) matici zvukovodu konečné délky L ve tvaru [2]

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \cdot L) & -\frac{r_s + j \cdot \omega \cdot \rho_0}{\gamma} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) \\ -\frac{\gamma}{r_s + j \cdot \omega \cdot \rho_0} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) & \cosh(\gamma \cdot L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix}, \quad (5.23)$$

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \cdot L) & \frac{r_S + j \cdot \omega \cdot \rho_0}{\gamma} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) \\ \frac{\gamma}{r_S + j \cdot \omega \cdot \rho_0} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) & \cosh(\gamma \cdot L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad (5.24)$$

nebo také [2]

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \cdot L) & -\frac{z_0 \cdot (r_N + j \cdot k)}{\gamma} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) \\ -\frac{\gamma}{z_0 \cdot (r_N + j \cdot k)} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) & \cosh(\gamma \cdot L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix}, \quad (5.25)$$

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \cdot L) & \frac{z_0 \cdot (r_N + j \cdot k)}{\gamma} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) \\ \frac{\gamma}{z_0 \cdot (r_N + j \cdot k)} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) & \cosh(\gamma \cdot L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}. \quad (5.26)$$

Přenosové matice lze upravit do následujícího tvaru [2], který popisuje přenos akustického tlaku a objemové rychlosti (nikoliv akustické) zvukovodem

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \cdot L) & -\frac{z_0 \cdot (r_N + j \cdot k)}{\gamma \cdot S} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) \\ -\frac{\gamma \cdot S}{z_0 \cdot (r_N + j \cdot k)} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) & \cosh(\gamma \cdot L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix}, \quad (5.27)$$

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ W_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \cdot L) & \frac{z_0 \cdot (r_N + j \cdot k)}{\gamma \cdot S} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) \\ \frac{\gamma \cdot S}{z_0 \cdot (r_N + j \cdot k)} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) & \cosh(\gamma \cdot L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix}. \quad (5.28)$$

5.3 Kuželový zvukovod

Uvažujme nyní zvukovod ve tvaru kužele. Řešení bude stejně jako v předchozí kapitole nejprve napsáno obecně a následně v podobě přenosových matic, které z obecného řešení vycházejí.

5.3.1 Obecné řešení vlnové rovnice

Shodně s válcovým zvukovodem jsou pro odvození obecné rovnice šíření zvukových vln kuželového zvukovodu použity dle [2] tři základní vztahy: rovnice kontinuity, druhý Newtonův zákon a Poissonův zákon. Z důvodu proměnného průřezu $S(x)$ [m²] je rovnice kontinuity v obecnějším znění [2]

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t}. \quad (5.29)$$

Z rovnic (5.28), (5.2) a (5.3) plyne vlnová rovnice [2] pro kuželový zvukovod s uvažovaným tlumením

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{c_0^2} \cdot \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{r_s}{\rho} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) = 0. \quad (5.30)$$

Pro kuželový zvukovod zavádíme novou podélnou souřadnici ξ [m] tak, že platí [2]

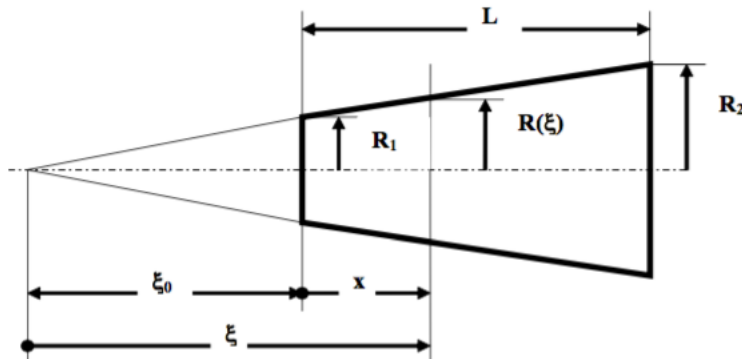
$$\xi = \xi_0 + x, \quad (5.31)$$

$$\xi \in \langle \xi_0; \xi_0 + L \rangle,$$

kde dle [2]

$$\xi_0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot L. \quad (5.32)$$

Souřadnice ξ platí pro rozbíhavý (obr. 5.1) i sbíhavý zvukovod. Pro sbíhavý zvukovod dále platí $\xi_0 < 0$ [2].



Obr. 5.1 Schéma kuželového zvukovodu [2]

5.3.2 Řešení ve tvaru přenosových matic

Analogicky k válcovému zvukovodu musí i na vstupu kuželového zvukovodu o délce L [m] platit následující okrajové podmínky [2]

$$\xi = \xi_0; p(\xi = \xi_0; t) = p_1(t) = p_{1m} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}, \quad (5.33)$$

$$v(\xi = \xi_0; t) = v_1(t) = v_{1m} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \quad (5.34)$$

a na výstupu zvukovodu dle [2]

$$\xi = \xi_0 + L; p(\xi = \xi_0 + L; t) = p_2(t) = p_{2m} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}, \quad (5.35)$$

$$v(\xi = \xi_0 + L; t) = v_2(t) = v_{2m} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}. \quad (5.36)$$

Vztahy [2] mezi veličinami na vstupu a výstupu zvukovodu jsou potom

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ v_2 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{2,1} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{bmatrix}, \quad (5.37)$$

kde má přenosová matice [2] kuželového zvukovodu s tlumením

$$\mathbf{T}_{2,1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

následující prvky [2]:

$$a = \frac{\xi_0}{\xi_0 + L} \cdot \left(\cosh(\gamma \cdot L) - \frac{1}{\gamma \cdot \xi_0} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) \right), \quad (5.39)$$

$$b = -\frac{z_0 \cdot (r_N + j \cdot k) \cdot \xi_0}{\gamma \cdot (\xi_0 + L)} \cdot \sinh(\gamma \cdot L), \quad (5.40)$$

$$c = \frac{(1 - \gamma^2 \cdot \xi_0 \cdot (\xi_0 + L)) \cdot \sinh(\gamma \cdot L) - \gamma \cdot L \cdot \cosh(\gamma \cdot L)}{\gamma \cdot (\xi_0 + L)^2 \cdot z_0 \cdot (r_N + j \cdot k)}, \quad (5.41)$$

$$d = \frac{\xi_0}{\xi_0 + L} \cdot \left(\cosh(\gamma \cdot L) - \frac{1}{\gamma \cdot (\xi_0 + L)} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) \right). \quad (5.42)$$

Jestliže v předešlé přenosové matici zanedbáme tlumení ($r_N = 0$), můžeme její prvky zapsat jako [2]:

$$a = \frac{\xi_0}{\xi_0 + L} \cdot \left(\cos(k \cdot L) + \frac{1}{k \cdot \xi_0} \cdot \sin(k \cdot L) \right), \quad (5.43)$$

$$b = -j \cdot \frac{\xi_0}{\xi_0 + L} \cdot z_0 \cdot \sin(k \cdot L), \quad (5.44)$$

$$c = -j \cdot \frac{(1 + k^2 \cdot \xi_0 \cdot (\xi_0 + L)) \cdot \sin(k \cdot L) - k \cdot L \cdot \cos(k \cdot L)}{k^2 \cdot (\xi_0 + L)^2 \cdot z_0}, \quad (5.45)$$

$$d = \frac{\xi_0}{\xi_0 + L} \cdot \left(\cos(k \cdot L) - \frac{1}{k \cdot (\xi_0 + L)} \cdot \sin(k \cdot L) \right). \quad (5.46)$$

Vhodným dosazením vztahu (5.17) mezi akustickou a objemovou rychlostí v místě vstupu i výstupu zvukovodu lze matici upravit do následujícího tvaru [2] popisujícího přenos akustického tlaku a objemové rychlosti

$$\begin{bmatrix} p_2 \\ W_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ W_1 \end{bmatrix}, \quad (5.47)$$

přičemž prvky matice jsou dle [2]:

$$a = \frac{\xi_0}{\xi_0 + L} \cdot \left(\cosh(\gamma \cdot L) - \frac{1}{\gamma \cdot \xi_0} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) \right), \quad (5.48)$$

$$b = -\frac{z_0 \cdot (r_N + j \cdot k) \cdot \xi_0}{S_1 \cdot \gamma \cdot (\xi_0 + L)} \cdot \sinh(\gamma \cdot L), \quad (5.49)$$

$$c = S_2 \cdot \frac{(1 - \gamma^2 \cdot \xi_0 \cdot (\xi_0 + L)) \cdot \sinh(\gamma \cdot L) - \gamma \cdot L \cdot \cosh(\gamma \cdot L)}{\gamma \cdot (\xi_0 + L)^2 \cdot z_0 \cdot (r_N + j \cdot k)}, \quad (5.50)$$

$$d = \frac{S_2 \cdot \xi_0}{S_1 \cdot \xi_0 + L} \cdot \left(\cosh(\gamma \cdot L) - \frac{1}{\gamma \cdot (\xi_0 + L)} \cdot \sinh(\gamma \cdot L) \right), \quad (5.51)$$

kde S_1 , resp. S_2 [m²] je plocha průřezu na vstupu, resp. na výstupu zvukovodu.

5.4 Okrajové podmínky

Nejdříve se budeme zabývat okrajovými podmínkami pro jeden element i soustavu elementů. Vlastní frekvence zvukovodu se získá dosazením okrajových podmínek do vztahů mezi vstupem a výstupem. U nejjednoduššího modelu musí být v místě otevření zvukovodu nulový akustický tlak ($p = 0$) a v místě uzavření nulová akustická rychlost ($v = 0$), případně nulová objemová rychlost ($W = 0$) [2].

5.4.1 Vlastní frekvence zvukovodu pro jeden element

V této práci se budeme zabývat uvedeným nejjednodušším modelem, tedy okrajovou podmínkou „U-O“ (uzavřený vstup a otevřený výstup), pro kterou dle [2] platí

$$\begin{bmatrix} 0 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

a plyne z ní [2]

$$a = 0. \quad (5.53)$$

Pro zvukovod ve tvaru válce bez tlumení je frekvenční rovnice ve tvaru [2]

$$\cos(k \cdot L) = 0, \quad (5.54)$$

jejíž řešení [2] je

$$k \cdot L = \frac{2 \cdot n + 1}{2} \cdot \pi, \text{ kde } n = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}. \quad (5.55)$$

Vlastní frekvence potom jsou [2]

$$F = \frac{c_0}{4 \cdot L} \cdot (2 \cdot n + 1), \text{ kde } n = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}. \quad (5.56)$$

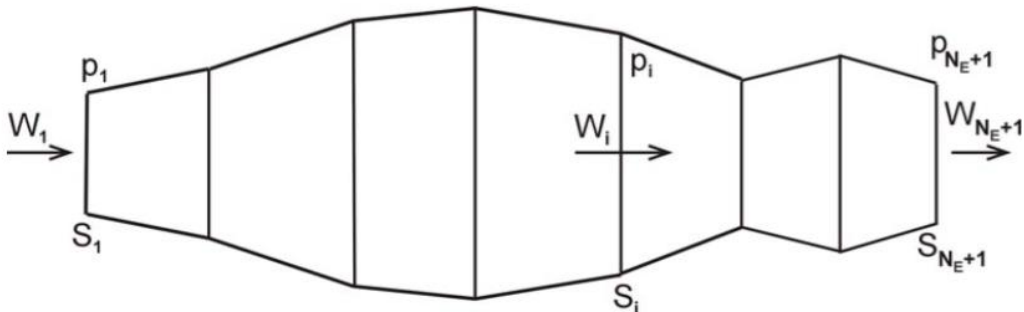
5.4.2 Vlastní frekvence soustavy elementů

Soustavou elementů rozumíme dle [2] vokální trakt složený z válcových nebo kuželových zvukovodů, které jsou řazeny za sebe (obr. 5.2). Počet elementů v soustavě označme N_E a sledujme veličiny v N_{E+1} řezech. Pro veličiny na výstupu potom platí následující vztah [2]

$$\begin{bmatrix} p_{N_{E+1}} \\ W_{N_{E+1}} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{N_{E+1},1} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ W_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{N_{E+1},N_E} \cdot \mathbf{T}_{N_E,N_{E-1}} \cdot \dots \cdot \mathbf{T}_{3,2} \cdot \mathbf{T}_{2,1} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ W_1 \end{bmatrix}, \quad (5.57)$$

protože veličiny p a W (rovněž veličiny p a v) na výstupu jednoho elementu jsou vždy totožné s veličinami na vstupu elementu následujícího. Přenosovou matici celé soustavy mezi vstupem a výstupem můžeme opět zapsat jako [2]

$$\mathbf{T}_{N_{E+1},1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}. \quad (5.58)$$



Obr. 5.2 Obecné schéma soustavy elementů [2]

Jak již bylo zmíněno, frekvenční rovnice plynou z okrajových podmínek a práce se zabývá pouze okrajovou podmínkou „U-O“, pro kterou zde stejně jako pro válcový zvukovod platí

$$a = 0. \quad (5.59)$$

Numerickým řešením lze získat vlnová čísla k [m^{-1}], pro která je splněna daná okrajová podmínka, a následně vlastní frekvence f [Hz] [2].

Jak popisuje [2], ve skutečnosti není na otevřeném konci zvukovodu ústícího do volného prostoru akustický tlak přesně nulový. Z tohoto důvodu je možné zavést model akustické vyzařovací impedance na otevřeném konci, který se skutečnosti podobá lépe.

Akustická impedance je obecně definována jako poměr akustického tlaku a objemové rychlosti [2]

$$Z_A = \frac{P}{W} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{s}^{-1}]. \quad (5.60)$$

Pro akustickou vyzařovací impedanci potom platí [2]

$$Z_{A \text{ rad}} = \frac{P_{OUT}}{W_{OUT}}. \quad (5.61)$$

Při uvažování dokonale tuhé stěny na vstupu platí $W_{IN} = 0$ a po dosazení lze dle [2] získat

$$\begin{bmatrix} Z_{A \text{ rad}} \cdot W_{OUT} \\ W_{OUT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{IN} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.62)$$

odkud plyne frekvenční rovnice [2]

$$a - Z_{A \text{ rad}} \cdot c = 0. \quad (5.63)$$

5.4.3 Ustálené vynucené kmity soustavy elementů

Stejně jako v předchozích případech zůstává při výpočtu ustálených vynucených kmitů soustavy okrajová podmínka otevřeného výstupu. Na vstupu vokálního traktu však nyní uvažujeme vnější harmonické buzení, které nahrazuje kmity hlasivek. Abychom mohli spočítat akustické veličiny v jednotlivých řezech soustavy elementů, musíme nejprve okrajovou podmínku na vstupu dopočítat.

Předpokládáme známou vstupní objemovou rychlost W_{IN} (resp. její amplitudu) a otevřený výstup s nulovým tlakem $p_{OUT} = 0$, z čehož dle [2] plyne

$$\begin{bmatrix} 0 \\ W_{OUT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{IN} \\ W_{IN} \end{bmatrix}, \quad (5.64)$$

a odtud [2]

$$p_{IN} = \frac{-b}{a} \cdot W_{IN}. \quad (5.65)$$

Z předchozích rovnic lze také přímo vyjádřit objemovou rychlost na výstupu celé soustavy jako [2]

$$W_{OUT} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{a} \cdot W_{IN}. \quad (5.66)$$

Nyní předpokládejme opět známou vstupní objemovou rychlost W_{IN} a známou vyzařovací impedanci na výstupu, dostáváme tak [2]

$$\begin{bmatrix} Z_{A \text{ rad}} \cdot W_{OUT} \\ W_{OUT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{IN} \\ W_{IN} \end{bmatrix}, \quad (5.67)$$

z čehož lze vyjádřit [2]

$$p_{IN} = \frac{Z_{A\ rad} \cdot d - b}{a - Z_{A\ rad} \cdot c} \cdot W_{IN}. \quad (5.68)$$

Pokud platí $Z_{A\ rad} = 0$ ($p_{OUT} = 0$), zjednoduší se tento vztah na (5.65) [2]. Lze také vyjádřit výstupní objemovou rychlost vztahem uváděným v [2]

$$W_{OUT} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{a - Z_{A\ rad} \cdot c} \cdot W_{IN}, \quad (5.69)$$

(který se v případě $Z_{A\ rad} = 0$ zjednoduší na (5.66)) a výstupní tlak jako [2]

$$p_{OUT} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{a - Z_{A\ rad} \cdot c} \cdot Z_{A\ rad} \cdot W_{IN}, \quad (5.70)$$

který pro $Z_{A\ rad} = 0$ přejde v okrajovou podmínku $p_{OUT} = 0$ [2].

5.4.4 Výstupní impedance – ztráty vyzařováním do prostoru

Otevřený konec zvukovodu ústící do volného prostoru představující otevřená ústa při vyslovování, je zatěžován akustickou vyzařovací impedancí. Jak uvádí literatura [2], lze pro model vyzařovací impedance otvoru o poloměru R uvést následující názvosloví a vztahy:

- Rezistance je reálná část akustické impedance

$$\text{Re}(Z_{A\ rad}) = K_S \frac{\omega^2 \cdot \rho_0}{4 \cdot \pi \cdot c_0}, \quad (5.71)$$

- Reaktance je imaginární část akustické impedance

$$\text{Im}(Z_{A\ rad}) = L_S \frac{4 \cdot \omega \cdot \rho_0}{3 \cdot \pi^2 \cdot R}, \quad (5.72)$$

kde K_S a L_S jsou korekční faktory závislé na frekvenci a velikosti plochy průřezu [2].

Dále lze pro mechanickou vyzařovací impedanci pístově kmitající kruhové desky (membrány) o poloměru R [m], která je umístěna v nekonečné stěně, odvodit vztah [2]

$$Z_{M\ rad} = \frac{c_0 \cdot \rho_0}{\pi \cdot R^2} \cdot \left[1 - \frac{J_1 \cdot (2 \cdot k \cdot R)}{k \cdot R} + j \cdot \frac{H_1 \cdot (2 \cdot k \cdot R)}{k \cdot R} \right], \quad (5.73)$$

kde J_1 je Besselova funkce prvního řádu a H_1 je Struveho funkce prvního řádu, k je vlnové číslo. Pro malý argument ($2kR \ll 1$) je možné vztah zjednodušit na tvar [2]

$$Z_{M\ rad} = \frac{c_0 \cdot \rho_0}{\pi \cdot R^2} \cdot \left[\frac{(k \cdot R)^2}{2} + j \cdot \frac{8 \cdot k \cdot R}{3 \cdot \pi} \right]. \quad (5.74)$$

Po další lze získat rovnici [2]

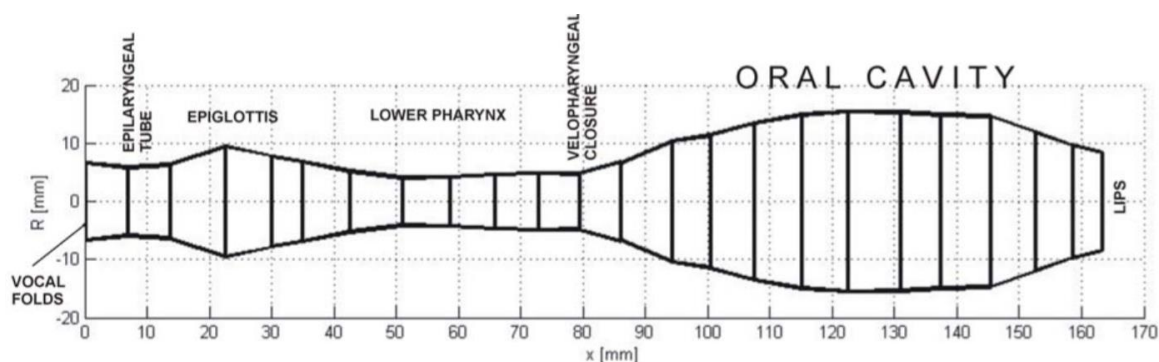
$$Z_{A rad} = \frac{\omega^2 \cdot \rho_0}{2 \cdot \pi \cdot c_0} + j \cdot \frac{8 \cdot \omega \cdot \rho_0}{3 \cdot \pi^2 \cdot R} \quad (5.75)$$

Reálná i imaginární část (rezistance a reaktance) tohoto vztahu je téměř shodná (liší se pouze konstantou) se vztahy (5.71) a (5.72) [2].

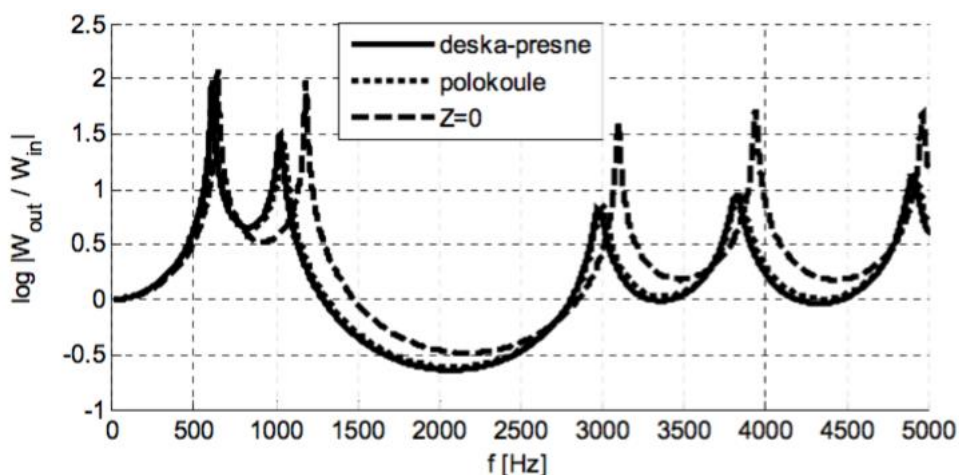
5.5 Výpočet metodou přenosových matic

Podle výše uvedených vztahů byl v programu Matlab sestaven výpočtový model, pomocí něhož byla provedena modální a harmonická analýza samotného vokálního traktu nastaveného na vyslovování českých samohlásek /a:/ a /i:/. Pro oba případy byla řešena pouze část traktu od hlasivek ke rtům (tzv. supraglotický trakt). Práce se zabývá pouze okrajovou podmínkou „U-O“. Byl tedy uvažován otevřený výstup s nulovým tlakem $p_{OUT} = 0$. Veškeré varianty výpočtu byly provedeny s uvažovaným modelem viskózního tlumení dle vztahu (5.8) a dále s vyzářovací impedancí dle vztahu (5.73) i bez ní. Besselova funkce obsažená ve vztahu (5.73) je součástí výpočetního programu Matlab a lze ji zavolat přímo. Struveho funkce však součástí programu není, proto byla včetně její dalších pomocných funkcí převzata z [20]. Byly použity následující materiálové parametry vzduchu: rychlost zvuku $c_0 = 343,24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, hustota vzduchu $\rho_0 = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a dynamická viskozita vzduchu $\mu = 1,8\cdot 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$.

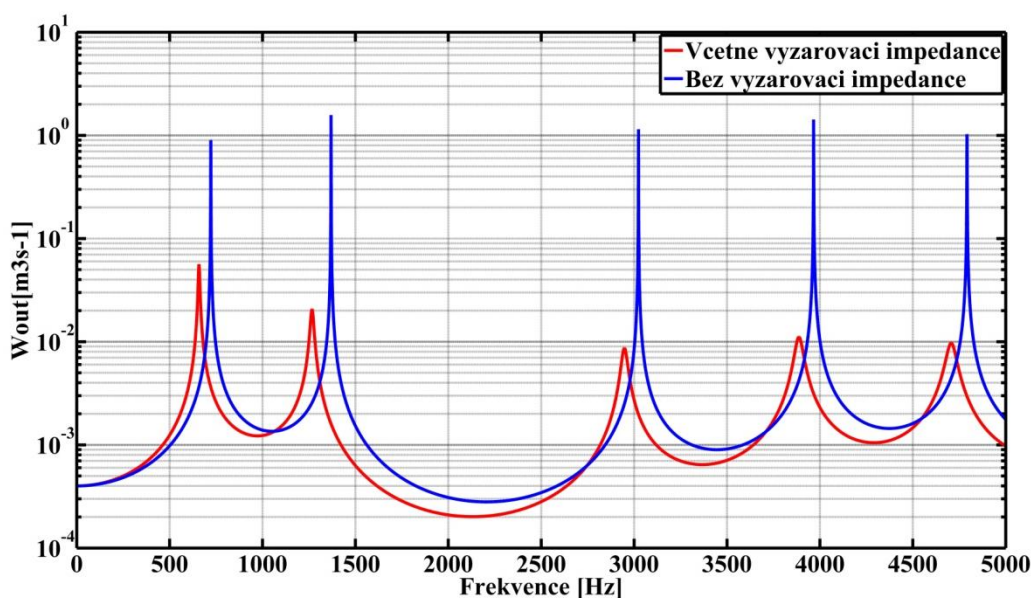
Pro ověření správné funkčnosti vytvořeného výpočtového modelu byla použita geometrie vokálního traktu samohlásky /a:/ z disertační práce [2] viz obr. 5.3 a uvedené výsledky srovnány s výsledky uváděnými v této práci. Na obr. 5.4 převzatém z práce [2] je zobrazena závislost podílu výstupní ku vstupní objemové rychlosti na frekvenci a na obr. 5.5 závislost výstupní objemové rychlosti na výstupu z vokálního traktu na frekvenci získané z vytvořeného výpočtového modelu s použitím geometrie z práce [2]. Je patrné, že výsledné vlastní frekvence se shodují, proto lze konstatovat, že vytvořený výpočtový model je naprogramován správně a lze ho v této bakalářské práci použít pro další výpočty.



Obr. 5.3 Geometrie vokálního traktu nastaveného na vyslovování samohlásky /a:/ převzatá z disertační práce [2]



Obr. 5.4 Závislost podílu výstupní ku vstupní objemové rychlosti na frekvenci převzatá z práce [2] s uvažovanou vyzařovací impedancí: model (5.73) – tučně, (5.74) – tečkovaně, a bez ní ($Z = 0$) – čárkovaně



Obr. 5.5 Závislost výstupní objemové rychlosti na výstupu z vokálního traktu na frekvenci získané z vytvořeného výpočtového modelu s použitím geometrie z práce [2] včetně vyzařovací impedance - červeně, bez vyzařovací impedance - modře

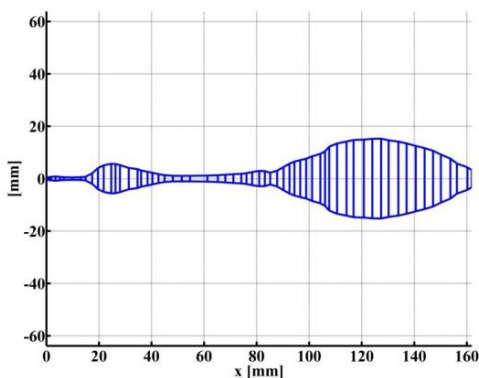
Aby bylo srovnání metody přenosových matic a MKP objektivní, byly ze 3D geometrií vokálních traktů zmíněných samohlásek použitých v kapitole 6 vytvořeny řezy, viz obr. 5.6, z jejichž ploch a vzájemných vzdáleností byl sestaven zjednodušený 1D model vokálního traktu skládající se z kuželových akustických elementů, viz obr. 5.7 - 5.10. Pro samohlásku /a:/ bylo provedeno celkem 61 řezů, pro samohlásku /i:/ 38 řezů.

Dále bylo zjištěno, že na celkové výsledky metodou přenosových matic má ve výpočtovém modelu významný vliv nastavení výšky elementů h , která byla shodně s disertační prací [2] nastavena na hodnotu $h = 24 \cdot 10^{-3}$ m a šířka řezu, která se následně dopočítá dle vztahu $S = \frac{V}{h}$, kde S je povrch řezů vokálního traktu. Při nastavení násobně menší šířky dojde ke zlepšení výsledků, kdy se výsledné formanty budou shodovat s hodnotami uvedenými v literatuře, avšak k odlišnosti tvaru vokálního traktu, viz obr. 5.11, pro který je

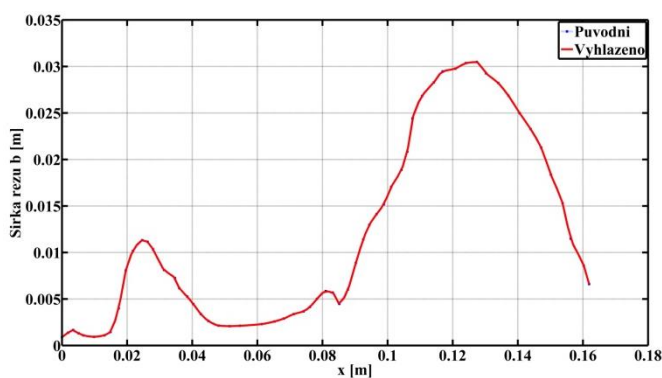
nastavena šířka na hodnotu $b = \sqrt{S/\pi}$. Dále má na celkové výsledky nemalý vliv hustota řezů v oblasti 20 – 100 mm délky nad hlasivkami, kde má třetí tvar kmitu maximum.



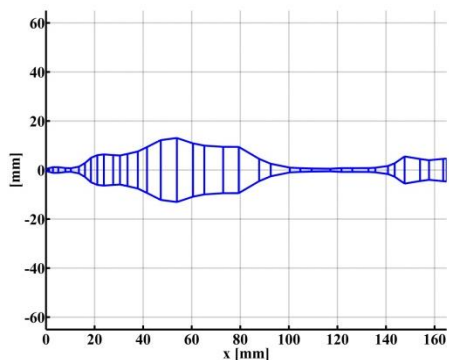
Obr. 5.6 Řezy vokálního traktu při vyslovování samohlásky /a:/ - vlevo, /i:/ - vpravo



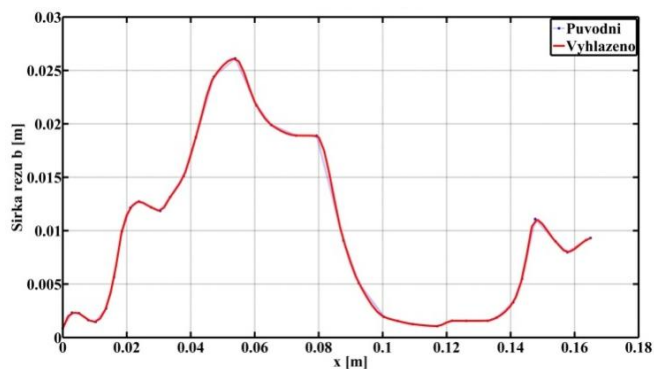
Obr. 5.7 1D geometrie vokálního traktu /a:/



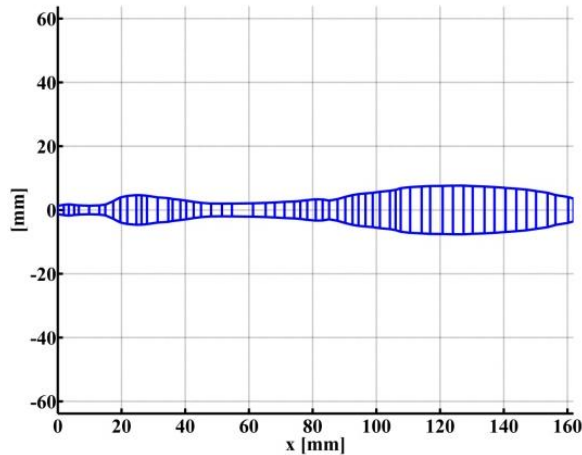
Obr. 5.8 Šířka řezu geometrie vokálního traktu /a:/



Obr. 5.9 1D geometrie vokálního traktu /i:/



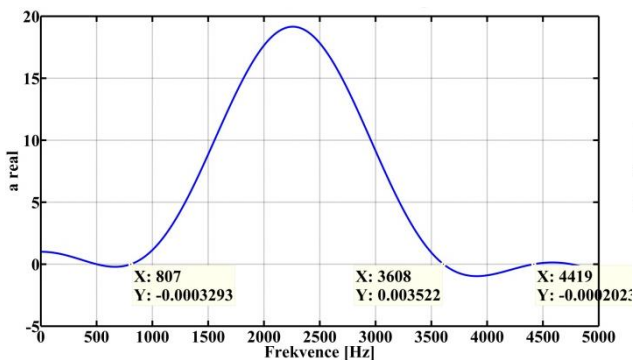
Obr. 5.10 Šířka řezu geometrie vokálního traktu /i:/



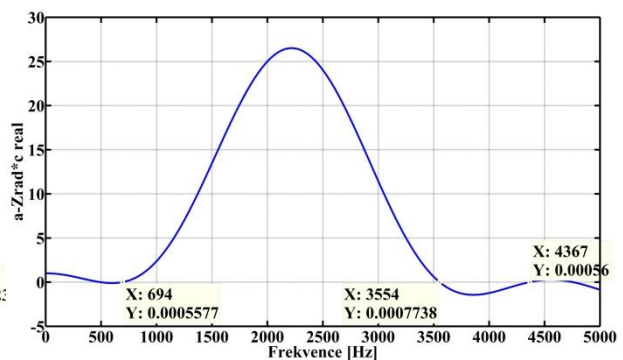
Obr. 5.11 1D geometrie vokálního traktu /a:/ při nastavení šířky elementu b dle rovnice $b = \sqrt{S/\pi}$

5.6 Modální analýza metodou přenosových matic

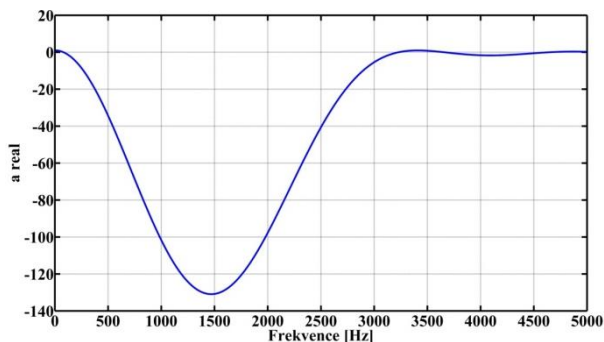
Modální analýza vokálního traktu, při které byly zjišťovány vlastní frekvence, byla pro obě zmíněné samohlásky (/a:/ a /i:/) provedena grafickou metodou dle stanovené okrajové podmínky „U-O“. Výsledné vlastní frekvence byly počítány s nulovým tlakem na výstupu zvukovodu $p_{OUT} = 0$ dle vztahu (5.59) a poté s uvažovanou vyzařovací dle vztahu (5.63). Byly vypočteny reálné části těchto funkcí a následně graficky stanoveny frekvence kdy tyto průběhy nabývají nulových hodnot. Použitá grafická metoda tak umožní získat pouze reálné složky vlastních frekvencí (formantů), nikoliv i imaginární, které např. zmiňuje autor v práci [2]. Pro získání reálných i imaginárních hodnot vlastních frekvencí by bylo potřeba najít např. pomocí numerických metod kořeny komplexních funkcí ve vztazích (5.59) a (5.63). Výpočet byl proveden s materiálovými vlastnostmi vzduchu uvedenými v kapitole 5.5. Na obr. 5.12 a 5.13 jsou zobrazeny průběhy reálné části frekvenční rovnice pro samohlásku /a:/ s vyznačenými některými hodnotami formantů a na obr. 5.14 a 5.15 průběhy reálné části frekvenční rovnice pro samohlásku /i:/ . Vlastní frekvence vypočtené metodou přenosových matic pro obě okrajové podmínky jsou uvedeny v tabulce 5.1.



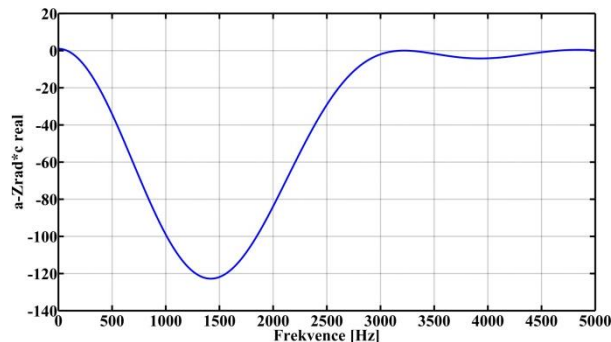
Obr. 5.12 Průběh reálné části frekvenční rovnice pro samohlásku /a:/ s uvažovaným nulovým tlakem v ústech



Obr. 5.13 Průběh reálné části frekvenční rovnice pro samohlásku /a:/ s uvažovanou vyzařovací impedancí



Obr. 5.14 Průběh reálné části frekvenční rovnice pro samohlásku /i:/ s uvažovaným nulovým tlakem v ústech



Obr. 5.15 Průběh reálné části frekvenční rovnice pro samohlásku /i:/ s uvažovanou vyzářovací impedancí

Tab. 5.1 Vlastní frekvence vypočtené metodou přenosových matic pro samohlásky /a:/ a /i:/ a jejich srovnání s literaturou [6]

	Samohláska /a:/			Samohláska /i:/		
	$p = 0$	Vč. vyzář. imped.	Literatura	$p = 0$	Vč. vyzář. imped.	Literatura
F1 [Hz]	499	492	700 - 1100	80	79,5	300 - 500
F2 [Hz]	807	694	1100 - 1500	3231	3196	2000 - 2800
F3 [Hz]	3608	3554	2500 - 3500	3653	3244	2500 - 3500
F4 [Hz]	4419	4367	-	4656	4652	-

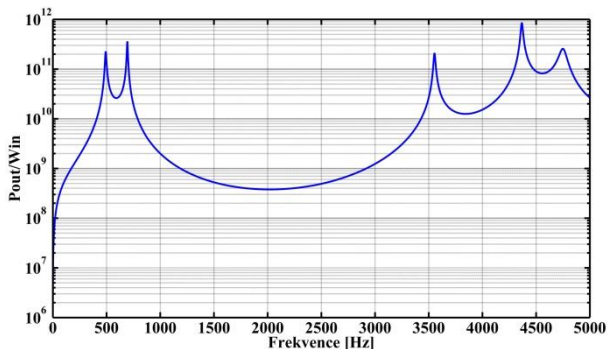
Ze získaných výsledků vyplývá, že uvažování vyzářovací impedance má vliv především na druhý a třetí formant. Nicméně se ukazuje, že výsledky získané metodou přenosových matic, zejména v nižších frekvencích, výrazně neodpovídají rozsahům uváděným v literatuře [6]. Jelikož byla testována správná funkčnost výpočtového modelu, je odlišnost výsledků dána pravděpodobně rozdělením geometrie vokálního traktu na jednotlivé řezy, na kterou je tato metoda velmi citlivá.

5.7 Harmonická analýza metodou přenosových matic

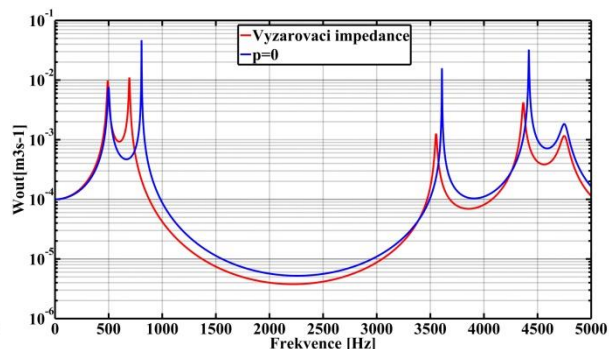
Harmonická analýza spočívá v uvažování vnějšího harmonického buzení nahrazující kmity hlasivek na vstupu, resp. na spodním konci vokálního traktu. Toto buzení je dáno ve formě objemové rychlosti s hodnotou $W_{IN} = 0,0001 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Fyzikální vlastnosti vzduchu použité při výpočtu jsou uvedeny v kapitole 5.5. Dle dané kapitoly bylo rovněž počítáno s uvažovaným tlumením, vyzářovací impedancí a nulovým tlakem na výstupu zvukovodu. Rozsah počítané frekvence byl 0 – 5000 Hz s frekvenčním rozlišením (krokem) 0,5 Hz.

Na obr. 5.16 je zobrazena přenosová funkce P_{OUT}/W_{IN} (výstupní tlak ku objemové rychlosti) kuželového zvukovodu samohlásky /a:/ s vyzářovací impedancí na výstup. Špičky v přenosové funkci odpovídají vlastním frekvencím systému. Hodnoty těchto rezonančních frekvencí jsou pro přehlednost uvedeny v tabulce 5.2 spolu s hodnotami uvedenými v literatuře [6]. Na obrázku 5.17 jsou pro samohlásku /a:/ uvedeny závislosti objemové rychlosti na výstupu W_{OUT} na frekvenci s uvažovanou vyzářovací impedancí a nulovým tlakem na výstupu. Z výsledků vyplývá, že vyzářovací impedance posouvá především druhý a třetí formant k nižším frekvencím a dále snižuje amplitudy. Na obrázku 5.18 je uveden přenos P_{OUT}/P_{IN} (výstupní tlak ku vstupnímu tlaku) kuželového zvukovodu samohlásky /a:/.

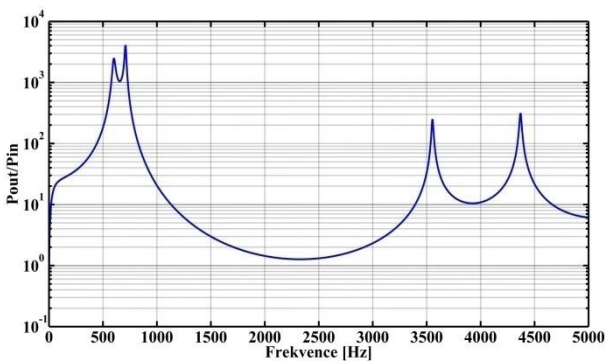
Z vypočteného průběhu je vidět, že rezonanční frekvence odpovídají vlastním frekvencím systému „O-O“ [2] (otevřený vstup i výstup). Vypočtený tlak P_{IN} na vstupu daného zvukovodu a samohlásky je zobrazen na obr. 5.19. Vypočtená reálná a imaginární část vyzařovací impedance $Z_{A\ rad}$ je uvedena na obrázku 5.20.



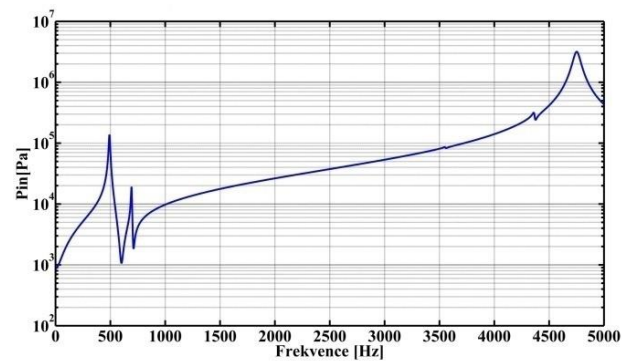
Obr. 5.16 Přenosová funkce P_{OUT}/W_{IN} kuželového zvukovodu samohlásky /a:/ s uvažovanou vyzařovací impedancí na výstupu



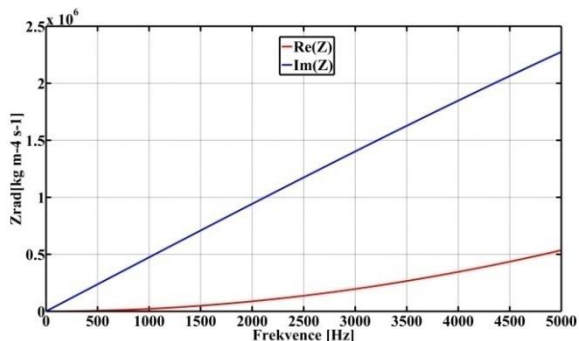
Obr. 5.17 Závislost objemové rychlosti W_{OUT} na frekvenci pro samohlásku /a:/ s uvažovanou vyzařovací impedancí a nulovým tlakem na výstupu



Obr. 5.18 Přenos P_{OUT}/P_{IN} kuželového zvukovodu samohlásky /a:/ při uvažované vyzařovací impedanci

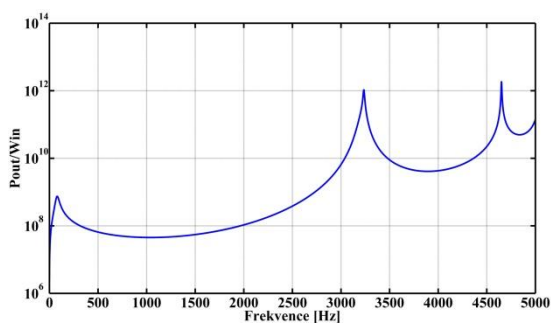


Obr. 5.19 Akustický tlak na vstupu kuželového zvukovodu samohlásky /a:/ při uvažované vyzařovací impedanci

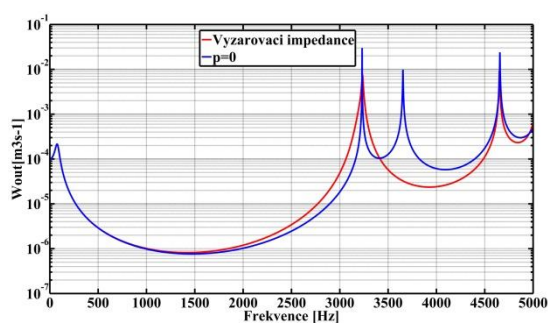


Obr. 5.20 Reálná a imaginární část vyzařovací impedance pro samohlásku /a:/

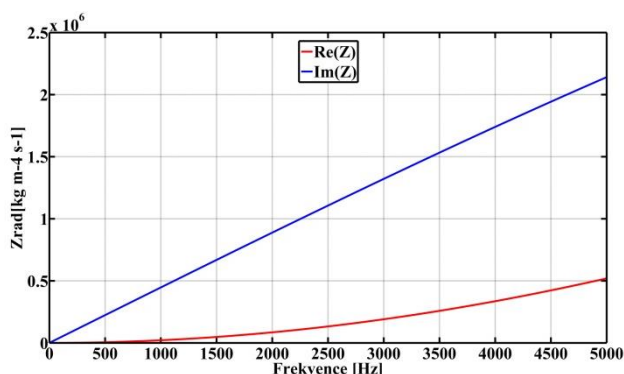
Na obr. 5.21 je zobrazena přenosová funkce P_{OUT}/W_{IN} (výstupní tlak ku výstupní rychlosti) kuželového zvukovodu samohlásky /i:/ s vyzařovací impedancí na výstupu a stejně jako v případě samohlásky /a:/, tak i zde špičky v přenosové funkci odpovídají vlastním frekvencím systému. Na obr. 5.22 jsou pro samohlásku /i:/ uvedeny závislosti objemové rychlosti W_{OUT} na frekvenci s uvažovanou vyzařovací impedancí a nulovým tlakem na výstupu. Shodně se samohláskou /a:/ i zde vyzařovací impedance posouvá především druhý a třetí formant k nižším frekvencím a dále snižuje amplitudy. Na obr. 5.23 je uvedena vypočítaná reálná a imaginární část vyzařovací impedance $Z_{A rad}$.



Obr. 5.21 Přenosová funkce P_{OUT}/W_{IN} kuželového zvukovodu samohlásky /i:/ s uvažovanou vyzařovací impedancí na výstupu



Obr. 5.22 Závislost objemové rychlosti W_{OUT} na frekvenci pro samohlásku /i:/ s uvažovanou vyzařovací impedancí a nulovým tlakem na výstupu



Obr. 5.23 Reálná a imaginární část vyzařovací impedance kuželového zvukovodu samohlásky /i:/

Tab. 5.2 Rezonanční frekvence vypočítané v rámci harmonické analýzy metodou přenosových matic při vyslovování samohlásky /a:/ a /i:/ s uvažovanou vyzařovací impedancí a jejich srovnání s literaturou [6]

	Samohláska /a:/		Samohláska /i:/	
	Harmonická analýza	Literatura	Harmonická analýza	Literatura
F1 [Hz]	493	700 - 1100	80,5	300 - 500
F2 [Hz]	694	1100 - 1500	3235	2000 - 2800
F3 [Hz]	3554	2500 - 3500	3654	2500 - 3500
F4 [Hz]	4367	-	4652	-

Stejně jako při modální analýze (kapitola 5.6), i zde je z tabulky 5.2 patrné, že vlastní frekvence získané v rámci harmonické analýzy se neshodují s teoretickými výsledky uváděnými v literatuře [6]. Z obr. 5.23 je navíc zřejmé, že vlivem uvažované vyzářovací impedance při výpočtech samohlásky /i:/ došlo k potlačení celého třetího formantu. Proto byla do tabulky 5.2 vložena hodnota tohoto formantu získaná z výpočtu s uvažovaným nulovým tlakem na výstupu zvukovodu (obr. 5.23 – modrá křivka). Jak již bylo řečeno v kapitole 5.6, odchylky vypočítaných formantů od formantů uváděných v literatuře jsou pravděpodobně způsobeny citlivostí dané metody na rozdělení geometrie vokálního traktu na jednotlivé řezy. Tato získaná data budou rovněž srovnána s výsledky získanými metodou konečných prvků, kterou se zabývá následující kapitola.

6 Výpočtový model vokálního traktu metodou konečných prvků

Výpočtové modelování metodou konečných prvků bylo řešeno s využitím komerčního programu ANSYS Workbench s rozšířením pro řešení akustiky ACT Acoustics R15. Účelem daného modelu je tedy numerický výpočet šíření akustických tlakových vln vokálním traktem, a je proto vhodné zde uvést vlnovou rovnici, což je parciální diferenciální rovnice druhého řádu popisující šíření akustických vln. Rovnice má dle [3] tvar:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = 0, \quad (6.1)$$

kde $p(x, y, z, t)$ je akustický tlak a c_0 je rychlost šíření zvuku v daném prostředí. Při použití metody konečných prvků lze z této rovnice diskretizovanou pohybovou rovnici [3]:

$$M\ddot{P} + B\dot{P} + KP = f, \quad (6.2)$$

kde f je vektor budících akustických sil v uzlech sítě, P je vektor akustických tlaků v uzlech sítě, K akustická matice tuhosti, B akustická matice tlumení, M akustická matice hmotnosti.

Modální analýza

Používá se pro určení vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů. Řešení vychází z pohybové rovnice pro netlumené systémy, kterou lze v maticovém tvaru [3] vyjádřit jako:

$$M\ddot{P} + KP = 0. \quad (6.3)$$

Pro lineární systém můžeme řešení předpokládat jako harmonické [3]:

$$p = \varphi_i \cdot \cos(\omega_i \cdot t), \quad (6.4)$$

kde φ_i je vlastní vektor představující tvar i -té vlastní frekvence, ω_i [rad/s] je i -tá vlastní úhlová frekvence, t [s] je čas.

Po dosazení do pohybové rovnice dostáváme dle [6]:

$$(-\omega_i^2 \cdot M + K) \cdot \varphi_i = 0. \quad (6.5)$$

Pro netriviální řešení musí platit [6]:

$$\det(K - \omega^2 \cdot M) = 0. \quad (6.6)$$

Tento zobecněný problém vlastních hodnot je řešen pomocí Block-Lanczosovy metody obsažené v programu ANSYS [7].

Harmonická analýza

Při harmonické analýze má pravá strana rovnice představující buzení harmonický průběh [3]. Obecnou pohybovou rovnici lze vyjádřit jako [3]:

$$M\ddot{P} + B\dot{P} + KP = f. \quad (6.7)$$

Všechny uzly ve struktuře se pohybují se stejnou frekvencí, ovšem nemusí se pohybovat se stejnou fází [3]. Tyto posuny jsou důsledkem přítomnosti akustické matice tlumení B [3]. Proto je vektor akustických tlaků definován jako [3]:

$$p = (p_{max} \cdot e^{i\Phi}) \cdot e^{i\Omega t} \text{ nebo jako } p = (p_1 + i \cdot p_2) \cdot e^{i\Omega t}, \quad (6.8)$$

kde p_{max} je maximální akustický tlak, i je imaginární jednotka komplexního čísla ($i = \sqrt{-1}$), Ω [rad/s] je úhlová frekvence akustické budící síly, t [s] je čas, Φ [rad] je fázový posun. Analogicky lze vyjádřit vektor akustických sil dle [3] jako:

$$\begin{aligned} f &= (f_{max} \cdot e^{i\Psi}) \cdot e^{i\Omega t}, \\ f &= (f_{max} \cdot (\cos\Psi + i \cdot \sin\Psi)) \cdot e^{i\Omega t}, \\ f &= (f_1 + i \cdot f_2) \cdot e^{i\Omega t}, \end{aligned} \quad (6.9)$$

kde f_{max} je amplituda akustických sil, Ψ [rad] fázový posun vektoru akustické síly. S využitím předchozích vztahů lze rovnici (6.7) zapsat jako [7]:

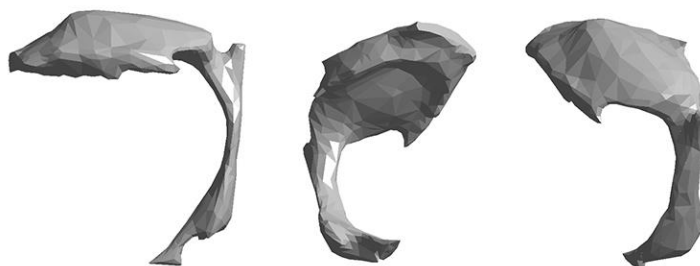
$$(-\Omega^2 \cdot M + i \cdot \Omega \cdot B + K) \cdot (p_1 + i \cdot p_2) \cdot e^{i\Omega t} = (f_1 + i \cdot f_2) \cdot e^{i\Omega t}. \quad (6.10)$$

Časová závislost $e^{i\Omega t}$ je na obou stranách rovnice stejná, proto ji můžeme zkrátit. Získáme tak výsledný vztah pro pohybovou rovnici harmonického buzení [7]:

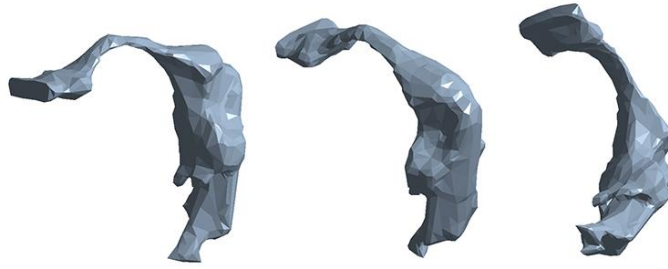
$$(K - \Omega^2 \cdot M + i \cdot \Omega \cdot B) \cdot (p_1 + i \cdot p_2) = (f_1 + i \cdot f_2). \quad (6.11)$$

6.1 Výpočet metodou konečných prvků

S využitím výpočtového systému ANSYS Workbench byla provedena modální a harmonická analýza vokálního traktu nastaveného na české samohlásky /a:/ a /i:/. Výpočet se vztahoval pouze na část od hlasivek ke rtům (tzv. supraglotický trakt). Geometrie traktu pro jednotlivé samohlásky byla získána na základě snímků z magnetické rezonance [8] při ustálené fonaci dané samohlásky a jsou uvedeny na obr. 6.1 a 6.2.



Obr. 6.1 Geometrie vokálního traktu nastaveného na vyslovování české samohlásky /a:/



Obr. 6.2 Geometrie vokálního traktu nastaveného na vyslovování české samohlásky /i:/

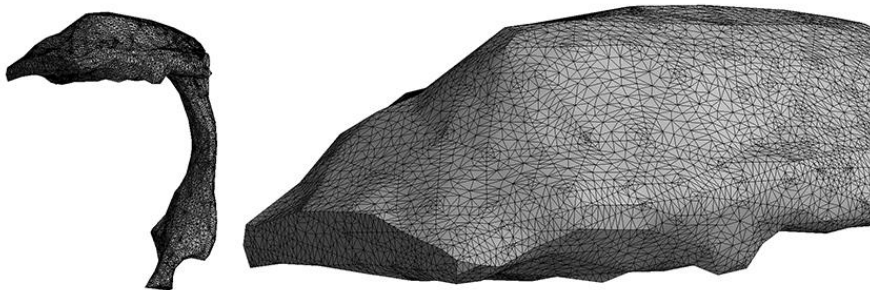
Při vytváření sítě konečných prvků bylo nutné respektovat jejich maximální velikost plynoucí z požadavku použití minimálně šesti prvků na jednu vlnovou délku. Dle [3] platí

$$vel_prvku_{max} = \frac{\lambda_{min}}{6 \div 8} = \frac{0,07}{6 \div 8} = 0,01167 \div 0,00875 \text{ m.} \quad (6.12)$$

Řešený frekvenční rozsah je v intervalu $\langle 0; 5000 \text{ Hz} \rangle$ a pro maximální frekvenci dostaneme minimální vlnovou délku [3]

$$\lambda_{min} = \frac{c_0}{f_{max}} = \frac{353}{5000} = 0,07 \text{ m.} \quad (6.13)$$

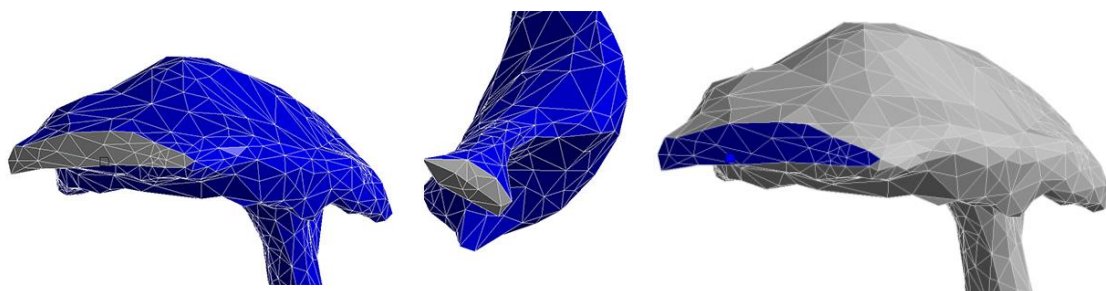
Velikost jednoho elementu sítě pro obě dané samohlásky byla tedy nastavena na 0,00080 m. V obou případech byla síť vytvořena jako volná pomocí Tetrahedronů (čtyřstěny). Jako typ prvku byly použity akustické kvadratické prvky FLUID 220 a FLUID 221. Síť vokálního traktu nastaveného na vyslovování samohlásky /a:/ se skládá z 86 344 elementů a samohlásky /i:/ z 90 446 elementů. Síť obou vokálních traktů je zobrazena na obr. 6.3 a 6.4. Analýza byla provedena pro případ bez uvažování tlumení na stěnách vokálního traktu a pro případ s uvažováním tohoto tlumení zadaného jako normálová impedance. Normálová impedance byla volena pro měkkou tkáň na stěnách vokálního traktu dle [8] $Z = 83\,666 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$ a nastavenou pro geometrii traktu nezahrnující oblast úst a oblast navazující na hlasivky, obr. 6.5. V oblasti úst byla dále ve všech případech předepsána okrajová podmínka nulového akustického tlaku, obr. 6.6. Výpočty byly prováděny s hodnotou hustoty vzduchu $\rho_0 = 1,2041 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a rychlostí zvuku $c_0 = 343,24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



Obr. 6.3 Síť konečných prvků vokálního traktu nastaveného na vyslovování samohlásky /a:/



Obr. 6.4 Síť konečných prvků vokálního traktu nastaveného na vyslovování samohlásky /i:/



Obr. 6.5 Okrajová podmínka uvažované normálové impedance na geometrii vokálního traktu

Obr. 6.6 Okrajová podmínka nulového tlaku v oblasti úst

6.2 Modální analýza vokálního traktu

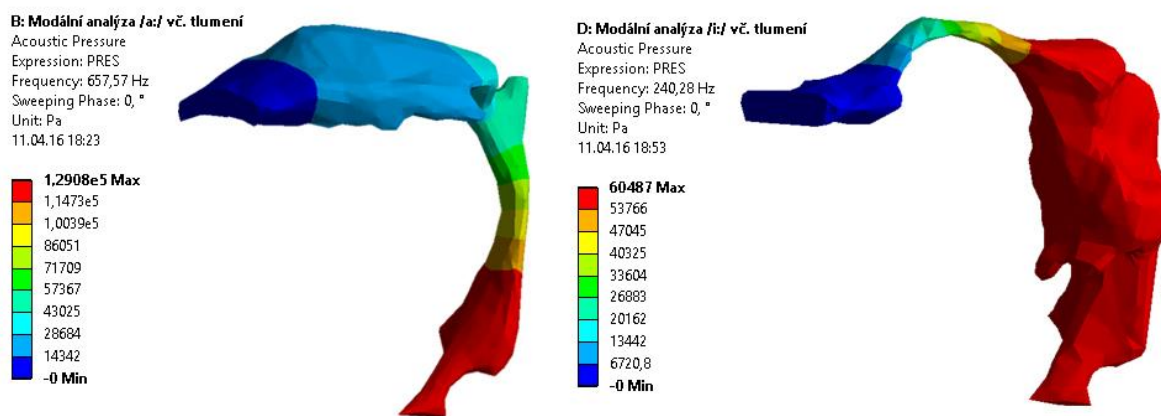
Při modální analýze byly uvažovány okrajové podmínky z kapitoly 6.1. Použitá hodnota impedance Z musela být z důvodu požadavků programového systému zadána jako admitance (tj. převrácená hodnota impedance). Modální analýza byla provedena pro prvních 30 vlastních frekvencí Block-Lanczosovou metodou obsaženou v programu ANSYS, která je pro tento typ analýzy nastavena jako výchozí. Celkový čas výpočtu bez tlumení byl pro obě samohlásky přibližně 30 sekund, s tlumením 2 minuty.

Hodnoty prvních pěti vlastních frekvencí (tzv. formantů) získaných provedenou modální analýzou jsou uvedeny v tabulce 6.1. Tabulka pro srovnání správnosti výsledků obsahuje i hodnoty formantů uvedených v literatuře [6]. Je patrné, že všechny výsledky získané modální analýzou kromě prvního formantu obou samohlásek odpovídají rozsahu uvedenému v literatuře. Dále je z tabulky zřejmé, že uvažované tlumení nemá nijak významný vliv na výsledné hodnoty formantů. Vlastní tvary rozložení akustického tlaku frekvencí F1 – F5 s uvažovaným tlumením jsou zobrazeny na obrázcích 6.7 – 6.11.

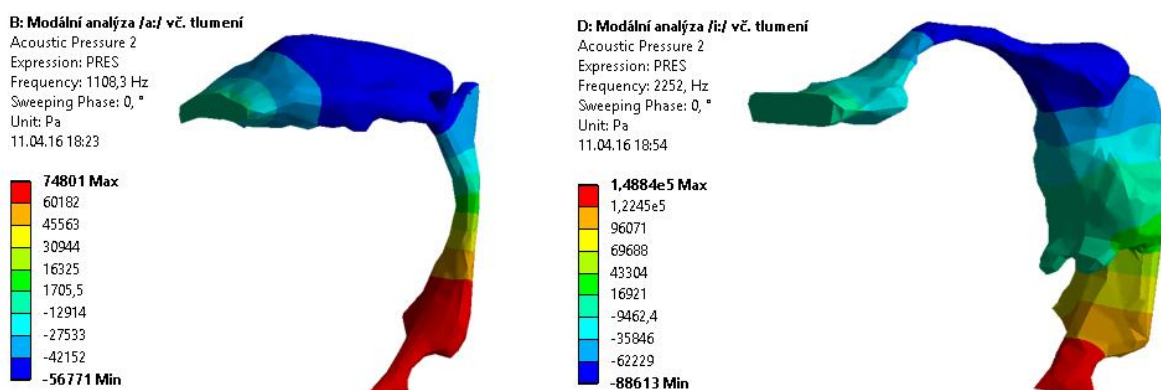
Tab. 6.1 Vlastní frekvence získané modální analýzou vokálního traktu při vyslovování samohlásky /a:/ a /i:/ a jejich srovnání s literaturou [6]

	Samohláska /a:/			Samohláska /i:/		
	Bez tlumení	Vč. tlumení	Literatura	Bez tlumení	Vč. tlumení	Literatura
F1 [Hz]	659,3	657,57	700 - 1100	242,57	240,28	300 - 500
F2 [Hz]	1108,9	1108,3	1100 - 1500	2252,3	2252,0	2000 - 2800
F3 [Hz]	2826,3	2826,1	2500 - 3500	3051,7	3051,0	2500 - 3500
F4 [Hz]	3886,7	3887,1	-	3650,2	3650,0	-
F5 [Hz]	4128,6	4128,5	-	4506,2	4505,3	-

Na následujících obrázcích (obr. 6.7 – 6.11) jsou zobrazeny vypočtené vlastní tvary rozložení akustického tlaku pro prvních pět vlastních frekvencí. Z uvedených výsledků rozložení akustického tlaku je patrné, že při páté vlastní frekvenci vokálního traktu pro samohlásku /a:/ se objevuje příčný tvary kmitu (napříč ústní dutinou). Ostatní tvary kmitu jsou podélné.

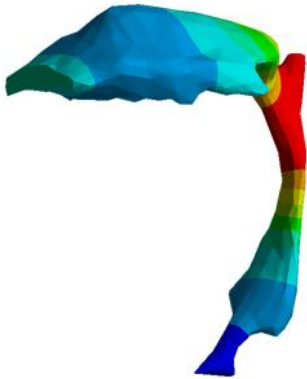
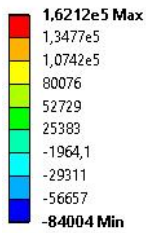


Obr. 6.7 První vlastní tvar rozložení akustického tlaku vokálního traktu samohlásky /a:/ (vlevo) a samohlásky /i:/ (vpravo)

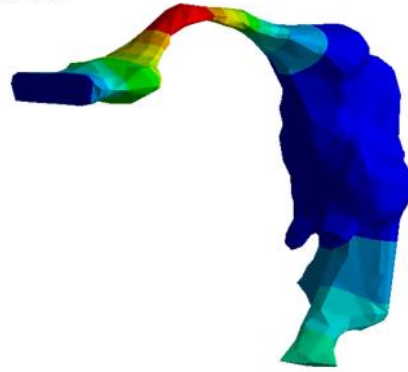
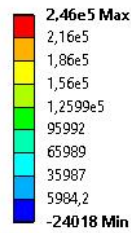


Obr. 6.8 Druhý vlastní tvar rozložení akustického tlaku vokálního traktu samohlásky /a:/ (vlevo) a samohlásky /i:/ (vpravo)

B: Modální analýza /a:/ vč. tlumení
 Acoustic Pressure 3
 Expression: PRES
 Frequency: 2826,1 Hz
 Sweeping Phase: 0, °
 Unit: Pa
 11.04.16 18:23

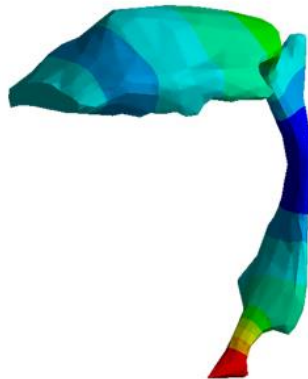
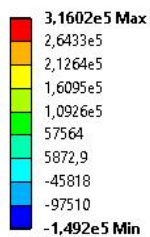


D: Modální analýza /i:/ vč. tlumení
 Acoustic Pressure 3
 Expression: PRES
 Frequency: 3051, Hz
 Sweeping Phase: 0, °
 Unit: Pa
 11.04.16 18:54

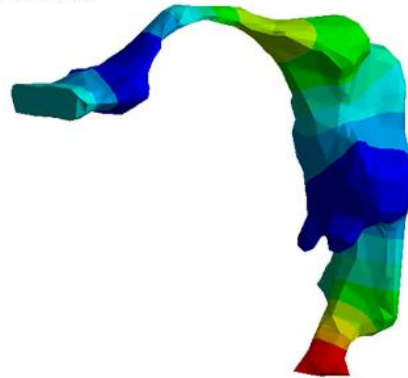
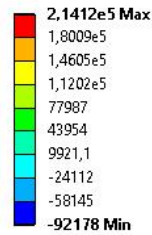


Obr. 6.9 Třetí vlastní tvar rozložení akustického tlaku vokálního traktu samohlásky /a:/ (vlevo) a samohlásky /i:/ (vpravo)

B: Modální analýza /a:/ vč. tlumení
 Acoustic Pressure 4
 Expression: PRES
 Frequency: 3887,1 Hz
 Sweeping Phase: 0, °
 Unit: Pa
 12.04.16 9:26

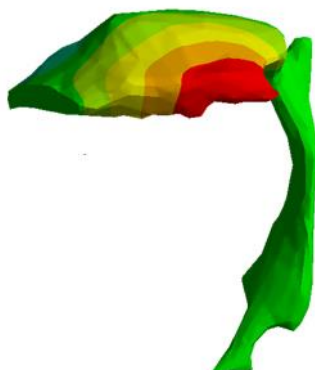
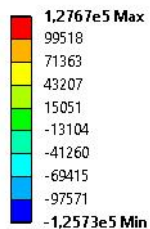


D: Modální analýza /i:/ vč. tlumení
 Acoustic Pressure 4
 Expression: PRES
 Frequency: 3650, Hz
 Sweeping Phase: 0, °
 Unit: Pa
 12.04.16 9:41

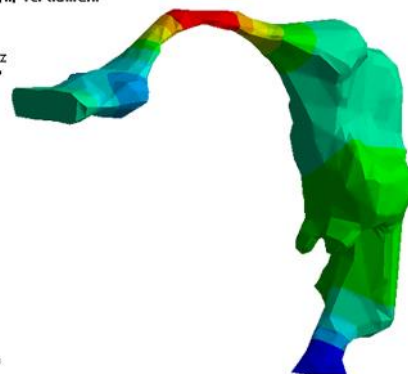
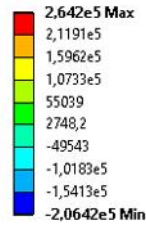


Obr. 6.10 Čtvrtý vlastní tvar rozložení akustického tlaku vokálního traktu samohlásky /a:/ (vlevo) a samohlásky /i:/ (vpravo)

B: Modální analýza /a:/ vč. tlumení
 Acoustic Pressure 5
 Expression: PRES
 Frequency: 4128,5 Hz
 Sweeping Phase: 0, °
 Unit: Pa
 12.04.16 9:26



D: Modální analýza /i:/ vč. tlumení
 Acoustic Pressure 5
 Expression: PRES
 Frequency: 4505,3 Hz
 Sweeping Phase: 0, °
 Unit: Pa
 12.04.16 9:42

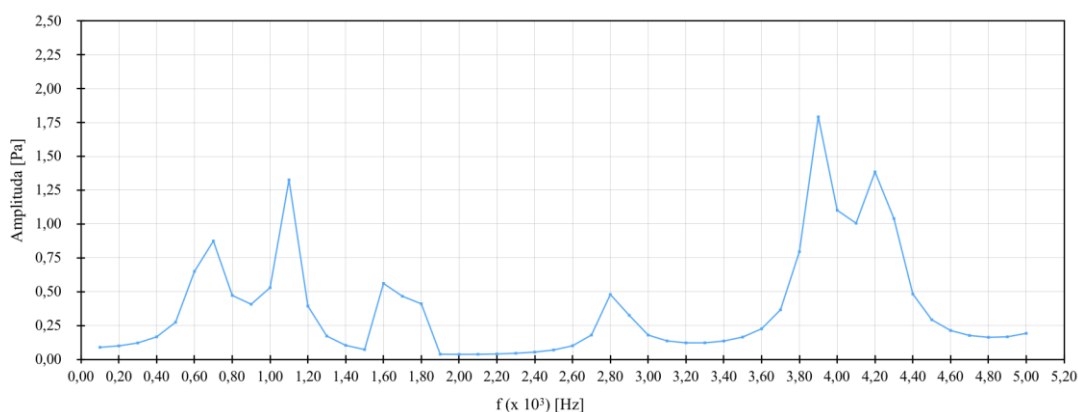


Obr. 6.11 Pátý vlastní tvar rozložení akustického tlaku vokálního traktu samohlásky /a:/ (vlevo) a samohlásky /i:/ (vpravo)

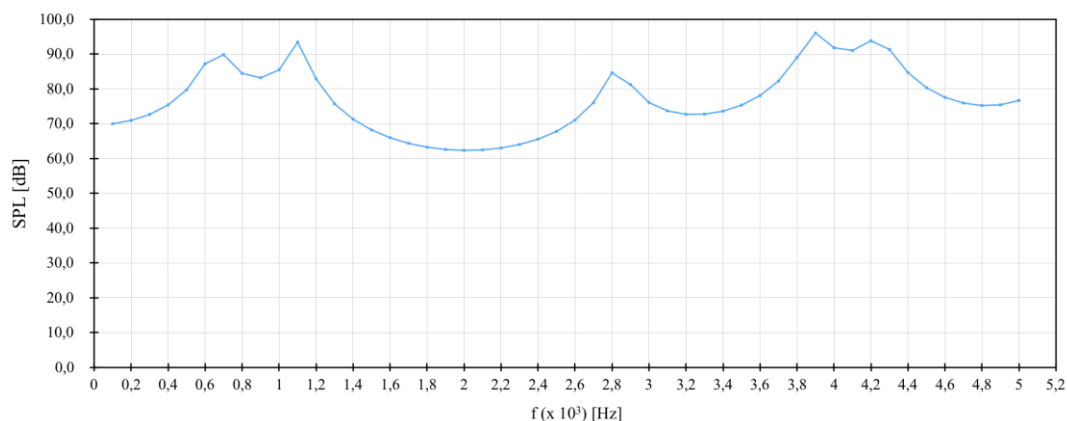
6.3 Harmonická analýza vokálního traktu

Stejně jako u modální analýzy, byly i v případě harmonické analýzy uvažovány okrajové podmínky z kapitoly 6.1 (nulový tlak v ústech a tlumení na stěnách). Spodní konec vokálního traktu navazující na hlasivky (obr. 6.5 vpravo, šedou barvou) byl buzen harmonickým signálem. Na tomto povrchu byla nastavena hodnota amplitudy akustické normálové rychlosti na hodnotu $0,01 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Rozsah počítané frekvence byl $0 - 5000 \text{ Hz}$ s frekvenčním krokem 100 Hz . Čas výpočtu jedné frekvence pro obě samohlásky byl přibližně 12 sekund, celkový čas výpočtu tedy 10 minut.

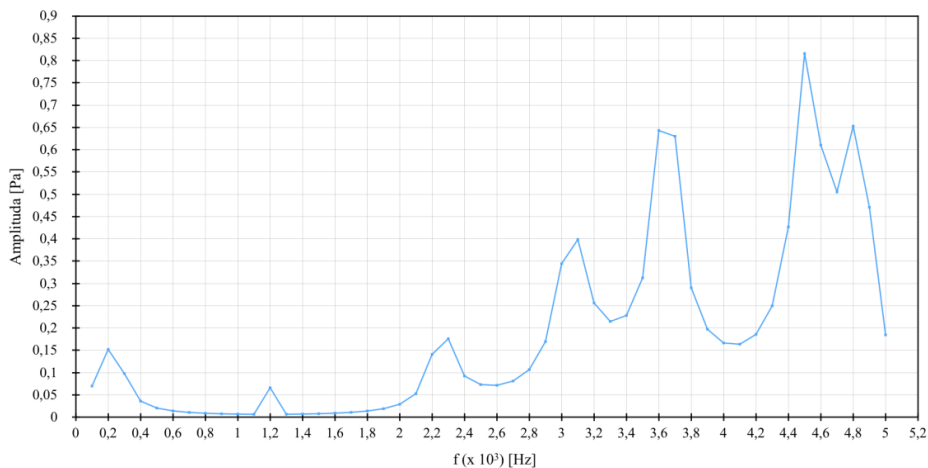
Na obr. 6.12 a 6.14 jsou pro jednotlivé řešené samohlásky vykreslena frekvenční spektra výstupního signálu, tedy akustického tlaku v úrovni rtů v závislosti na frekvenci. Na obr. 6.13 a 6.15 je spektrum vyneseno ve formě hladiny akustického tlaku (Sound Pressure Level - SPL) v decibelech. V tabulce 6.2 jsou uvedeny rezonanční frekvence, které byly zjištěny z výsledků harmonické analýzy. Jelikož byl při výpočtu nastaven frekvenční krok 100 Hz , nebylo možné získat přesnější výsledky rezonančních frekvencí než v násobcích sta. Tabulka pro ověření správnosti obsahuje i rozsahy formantů uvedené v literatuře [6]. Z výsledků je patrné, že rezonanční frekvence získané harmonickou analýzou kromě první frekvence samohlásky /i:/ odpovídají rozsahům uvedeným v literatuře. Na obr. 6.16 – 6.21 je pro jednotlivé samohlásky zobrazeno rozložení hladin akustického tlaku (SPL) vokálního traktu při frekvencích, kde jsou amplitudy maximální a odpovídají tak formantům. Na obr. 6.22 – 6.27 je pro tyto frekvence vykresleno rozložení akustického tlaku.



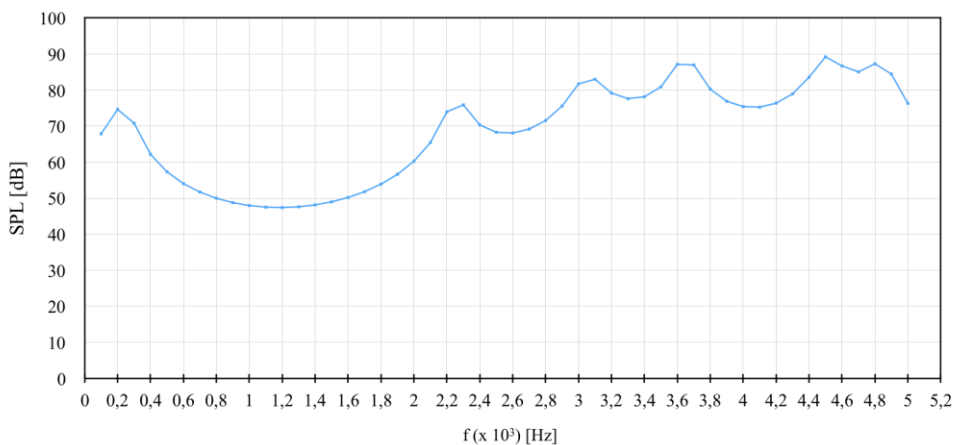
Obr. 6.12 Vypočtené frekvenční spektrum akustického tlaku v úrovni rtů pro samohlásku /a:/



Obr. 6.13 Vypočtená hladina akustického tlaku (SPL) v úrovni rtů pro samohlásku /a:/



Obr. 6.14 Vypočtené frekvenční spektrum akustického tlaku v úrovni rtů pro samohlásku /i:/



Obr. 6.15 Vypočtená hladina akustického tlaku (SPL) v úrovni rtů pro samohlásku /i:/

Tab. 6.2 Rezonanční frekvence získané z výsledků harmonické analýzy vokálního traktu při vyslovování samohlásky /a:/ a /i:/ a jejich srovnání s literaturou [6]

	Samohláska /a:/		Samohláska /i:/	
	Harmonický analýza	Literatura	Harmonický analýza	Literatura
F1 [Hz]	700	700 - 1100	200	300 - 500
F2 [Hz]	1100	1100 - 1500	2300	2000 - 2800
F3 [Hz]	2800	2500 - 3500	3100	2500 - 3500
F4 [Hz]	3900	-	3600	-
F5 [Hz]	4200	-	4500	-

E: Harmonická analýza /a:/
Acoustic SPL
Expression: RES1432 (Unaveraged)
Frequency: 700, Hz
13.04.16 9:38



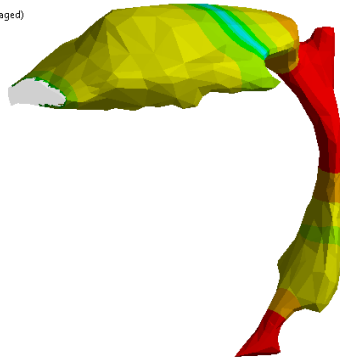
Obr. 6.16 Rozložení hladin akustického tlaku (SPL) ve vokálním traktu pro samohlásku /a:/ při frekvenci 700 Hz

E: Harmonická analýza /a:/
Acoustic SPL
Expression: RES1432 (Unaveraged)
Frequency: 1100, Hz
13.04.16 9:39



Obr. 6.17 Rozložení hladin akustického tlaku (SPL) ve vokálním traktu pro samohlásku /a:/ při frekvenci 1100 Hz

E: Harmonická analýza /a:/
Acoustic SPL
Expression: RES1432 (Unaveraged)
Frequency: 2800, Hz
13.04.16 9:39



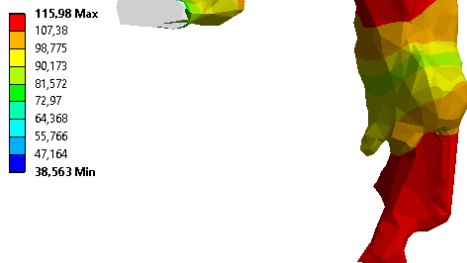
Obr. 6.18 Rozložení hladin akustického tlaku (SPL) ve vokálním traktu pro samohlásku /a:/ při frekvenci 2800 Hz

F: Harmonická analýza /i:/
Acoustic SPL
Expression: RES1101 (Unaveraged)
Frequency: 200, Hz
13.04.16 9:43



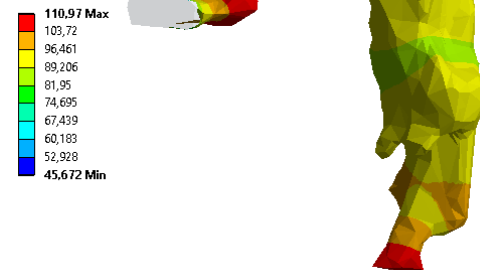
Obr. 6.19 Rozložení hladin akustického tlaku (SPL) ve vokálním traktu pro samohlásku /i:/ při frekvenci 200 Hz

F: Harmonická analýza /i:/
Acoustic SPL
Expression: RES1101 (Unaveraged)
Frequency: 2300, Hz
13.04.16 9:44

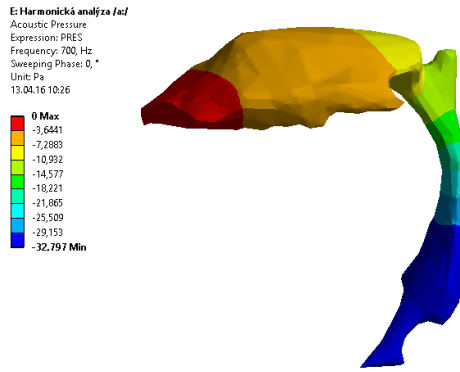


Obr. 6.20 Rozložení hladin akustického tlaku (SPL) ve vokálním traktu pro samohlásku /i:/ při frekvenci 2300 Hz

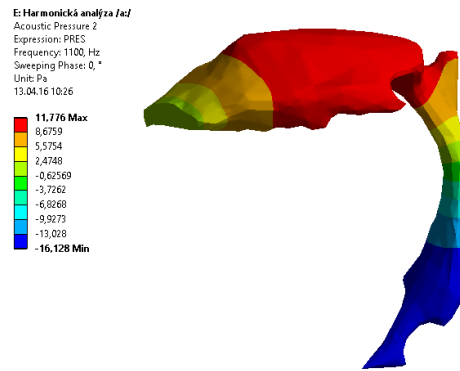
F: Harmonická analýza /i:/
Acoustic SPL
Expression: RES1101 (Unaveraged)
Frequency: 3100, Hz
13.04.16 9:44



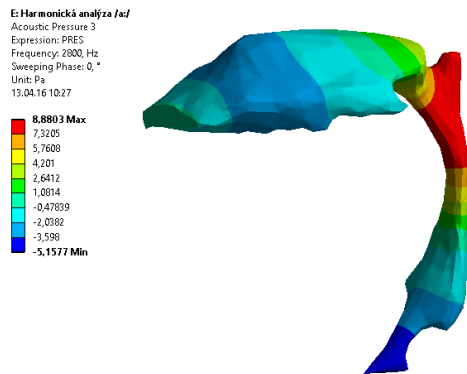
Obr. 6.21 Rozložení hladin akustického tlaku (SPL) ve vokálním traktu pro samohlásku /i:/ při frekvenci 3100 Hz



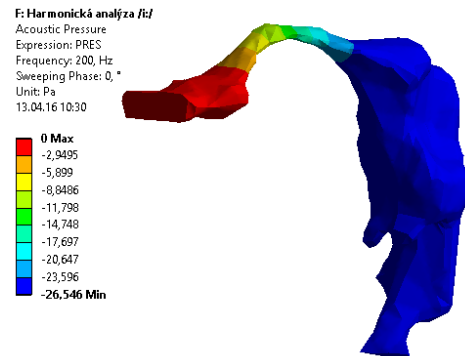
Obr. 6.22 Rozložení akustického tlaku ve vokálním traktu pro samohlásku /a:/ při frekvenci 700 Hz



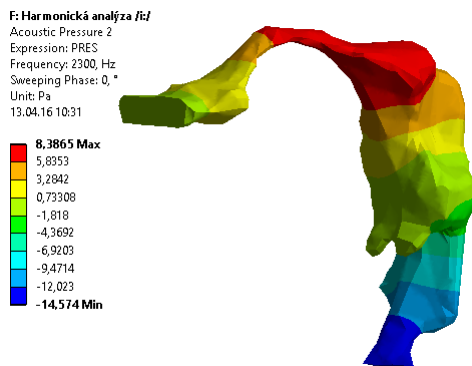
Obr. 6.23 Rozložení akustického tlaku ve vokálním traktu pro samohlásku /a:/ při frekvenci 1100 Hz



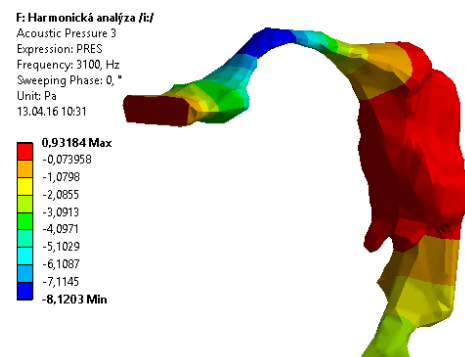
Obr. 6.24 Rozložení akustického tlaku ve vokálním traktu pro samohlásku /a:/ při frekvenci 2800 Hz



Obr. 6.25 Rozložení akustického tlaku ve vokálním traktu pro samohlásku /i:/ při frekvenci 200 Hz



Obr. 6.26 Rozložení akustického tlaku ve vokálním traktu pro samohlásku /i:/ při frekvenci 2300 Hz



Obr. 6.27 Rozložení akustického tlaku ve vokálním traktu pro samohlásku /i:/ při frekvenci 3100 Hz

7 Diskuse

Nyní bude provedeno vzájemné zhodnocení výsledků modální i harmonické analýzy získaných metodou přenosových matic a metodou konečných prvků, porovnání jednotlivých metod a jejich předností.

Modální analýza metodou přenosových matic byla provedena pro model s nulovým tlakem v ústech a model s uvažovanou vyzařovací impedancí. Ze získaných vlastních frekvencí je patrné (tab. 5.1), že uvažování impedance má vliv především na druhý a třetí formant, kde mezi jednotlivými výsledky dochází k rozdílu několika desítek až stovek Hz. Vlastní frekvence získané v rámci harmonické analýzy (tab. 5.2) se shodují s výsledky modální analýzy. Veškeré tyto frekvence získané metodou přenosových matic však zcela neodpovídají rozsahům uvedeným v literatuře [6]. Jelikož bylo dokázáno (kapitola 5.5), že výpočtový model byl sestaven správně, lze tyto nesrovnalosti přisuzovat pouze geometriím použitých vokálních traktů. Aby výsledné formanty odpovídaly rozsahům uváděným v literatuře, musely by mít některé referenční řezy geometrií daleko větší plochu. Z těchto poznatků lze tedy říci, že metoda přenosových matic je velmi citlivá na tvar použitého vokálního traktu, zejména pak na hustotu řezů v místech, kde trakt prudce mění svůj tvar. Jak je dále uvedeno v kapitole 5.5, na výsledky má rovněž nemalý vliv nastavení výšky h zvukovodu.

Modální analýza metodou konečných prvků byla provedena pro uvažované i neuvažované tlumení na povrchu traktu kromě geometrie úst a části navazující na hlasivky (obr. 6.5). Ze získaných vlastních frekvencí (tab. 6.1) je patrné, že uvažované tlumení nemá na dané frekvence příliš velký vliv – rozdíl v jednotkách či desetínách Hz, což mohlo být způsobeno tím, že pacient při snímání v magnetické rezonanci neudržel vokální trakt po celou dobu nastavený přesně na danou samohlásku (snímání trvá až desítky sekund). Rozsahy vlastních frekvencí získané harmonickou analýzou MKP (tab. 6.2) rovněž odpovídají frekvencím z modální analýzy i dané literatury.

Vzájemné srovnání výsledných formantů vokálního traktu nastaveného na vyslovování české samohlásky /a:/ získaných metodou přenosových matic a metodou konečných prvků je uvedeno v tabulce 7.1. Stejně vzájemné srovnání pro samohlásku /i:/ je uvedeno v tabulce 7.2. Veškeré tyto výsledky jsou získány výpočty s uvažovanou vyzařovací impedancí v ústech.

Tab. 7.1 Vzájemné srovnání vlastních frekvencí získaných modální analýzou metodou přenosových matic a metodou konečných prvků včetně uvažované vyzařovací impedance pro samohlásku /a:/

	Metoda přenosových matic [Hz]	MKP [Hz]	Rozdíl ΔF [Hz]	Rozdíl ΔF [%]
F1	492	657,57	165,57	33,7
F2	694	1108,3	414,3	59,7
F3	3554	2826,1	727,9	20,5
F4	4367	3887,5	479,5	11,0

Tab. 7.2 Vzájemné srovnání vlastních frekvencí získaných modální analýzou metodou přenosových matic a metodou konečných prvků včetně uvažované vyzařovací impedance pro samohlásku /i:/

	Metoda přenosových matic [Hz]	MKP [Hz]	Rozdíl ΔF [Hz]	Rozdíl ΔF [%]
F1	79,5	240,28	160,78	202,2
F2	3196	2252,0	944,0	29,5
F3	3244	3051,0	193,0	6,0
F4	4652	3650,0	1002,0	21,5

Ze srovnání vyplývá, že k markantním rozdílům dochází především při nižších frekvencích. Jak již bylo uvedeno, výsledky MKP odpovídají rozsahům z literatury [6], proto můžeme uvedenými výsledky vyjádřit i rozdíl mezi metodou přenosových matic a právě zmíněnou literaturou.

Jelikož vlastní frekvence získané v rámci harmonické analýzy odpovídají frekvencím získaným modální analýzou, lze říci, že výše uvedené tabulky s rozdíly platí i pro výsledky harmonických analýz.

Je nutné říci, že metoda přenosových matic má oproti metodě konečných prvků značná omezení, co se správnosti výsledků týká. Na druhou stranu je vhodná z hlediska výpočtového času, kdy veškeré uvedené výpočty v programu Matlab trvaly v řádech desítek sekund. Oproti tomu výpočty metodou konečných prvků v simulačním programu ANSYS Workbench trvaly zejména při harmonické analýze v řádech až desítek minut. S menší velikostí elementů sítě konečných prvků by tato doba násobně rostla. Metoda přenosových matic je tedy v tomto případě vhodná spíše pro ladění určitých parametrů a metoda konečných prvků pro provedení samotného výpočtu.

Veškeré výpočty byly provedeny ve zmíněných programech na počítači MacBook Pro s operačním systémem OS X, procesorem Intel Core i5 s taktem 2,6 GHz, operační paměť 8 GB a SSD pevným diskem.

8 Závěr

V první části práce byla stručně popsána biomechanika tvorby lidského hlasu. Dále byl uveden přehled doposud publikovaných výpočtových modelů šíření hlasu lidským vokálním traktem a v prostoru okolo hlavy, a to od nezákladnějších 1D modelů až po současně využívané prostorové modely vokálního traktu, hlavy i okolního prostoru.

V druhé části práce byly sestaveny výpočtové modely vokálního traktu, resp. jeho části od hlasivek ke rtům (tzv. supraglotického traktu), nastaveného na vyslovování českých samohlásek /a:/ a /i:/ s využitím metody přenosových matic a metody konečných prvků. Použitá 3D geometrie daných traktů byla získána ze snímků z magnetické rezonance. Při výpočtu metodou přenosových matic byl nejprve uveden teoretický úvod pro řešení vlnové rovnice válcového a kuželového zvukovodu a následné řešení těchto zvukovodů zmíněnou metodou. Na základně těchto poznatků byl v programu Matlab sestaven výpočtový model, pomocí něhož byla provedena modální a harmonická analýza. Pro samotný výpočet a možnost následného srovnání obou metod byly použity obsahy a vzájemné vzdálenosti referenčních řezů 3D geometrie jednotlivých traktů použitých při výpočtu metodou konečných prvků. Modální analýza spočívala v nalezení vlastních frekvencí jednotlivých samohlásek a byla provedena pro model s nulovým tlakem v ústech a model s uvažovanou vyzářovací impedancí. Při harmonické analýze bylo na konci vokálního traktu uvažováno vnější harmonické buzení představující kmity hlasivek. Buzení bylo ve formě objemové rychlosti. Touto analýzou byly rovněž zjištěny vlastní frekvence a dále přenosové funkce tlaku na objemové rychlosti. Zjištěné vlastní frekvence pro obě samohlásky byly srovnány s hodnotami uvedenými v literatuře. Z výsledků modální analýzy (tab. 5.1) je zřejmé, že uvažování impedance má vliv především na druhý a třetí formant - rozdíly v řádech desítek až stovek Hz. Z výsledků dále vyplývá, že vlastní frekvence získané modální a harmonickou analýzou se shodují (tab. 5.2), avšak zcela neodpovídají rozsahům uvedeným v literatuře [6]. Jelikož bylo dokázáno (kapitola 5.5), že výpočtový model je z hlediska funkčnosti v pořádku, tyto rozdíly lze přisoudit pouze geometriím použitých vokálních traktů. Pro získání výsledků odpovídajícím rozsahům v literatuře by referenční řezy musely mít v určitých místech daleko větší plochu. Metoda přenosových matic je tedy velmi citlivá na tvar použitého vokálního traktu, zejména pak na hustotu řezů v místech, kde trakt prudce mění svůj tvar.

Následně byl v simulačním programu ANSYS Workbench sestaven výpočtový model využívající metodu konečných prvků. Rovněž byla řešena modální a harmonická analýza. Při modální analýze bylo počítáno s okrajovou podmínkou neuvažovaného i uvažovaného tlumení na povrchu traktu. Při harmonické analýze byl opět konec vokálního traktu navazující na hlasivky buzen harmonickým signálem, který v tomto případě představovala normálová akustická rychlost. Formanty obou samohlásek získané těmito analýzami byly opět srovnány s hodnotami uváděnými v literatuře. Dále byly pro tyto frekvence vykresleny vlastní tvary rozložení akustického tlaku. V rámci harmonické analýzy bylo navíc vykresleno rozložení hladin akustického tlaku pro vybrané frekvence a daná frekvenční spektra. Z vlastních frekvencí získaných modální analýzou (tab. 6.1) lze říci, že uvažované tlumení nemá na výsledné frekvence zásadní vliv, jelikož rozdíl mezi jednotlivými výsledky činí pouze jednotky či desetiny Hz. Rozsahy vlastních frekvencí získané harmonickou analýzou (tab. 6.2) se shodují s výsledky modální analýzy i s rozsahy uvedenými v literatuře.

Metoda konečných prvků je mnohem přesnější a její výsledky dobře odpovídají výsledkům uvedeným v literatuře, nicméně oproti metodě přenosových matic je výrazně časově náročnější. Metoda přenosových matic je tedy vhodná spíše na velké množství výpočtů nebo ladění určitých parametrů.

Závěry bakalářské práce mohou být využity pro analýzu různých patologií tvorby lidského hlasu nebo pro predikci chirurgických zákroků v oblasti vokálního traktu jako je odebrání mandlí, operace rozštěpů apod.

Seznam použitých zdrojů

- [1] ŠVEC, J. *Studium mechanicko-akustických vlastností zdroje lidského hlasu*. Olomouc, 1996. Disertační práce. Univerzita Palackého v Olomouci. Přírodovědecká fakulta. Katedra experimentální fyziky. Školitel Jaroslav Pospíšil.
- [2] RADOLF, V. *Přímá a inverzní úloha v akustice vokálního traktu člověka*. Praha, 2010. Disertační práce. České vysoké učení technické v Praze. Fakulta strojní. Školitel Jiří Březina.
- [3] ŠVARC, M. *Výpočtové modelování šíření lidského hlasu vokálním traktem a v prostoru okolo hlavy*. Brno, 2014. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Pavel Švancara.
- [4] TOMEČEK, V. *Využití metody konečných prvků pro modelování šíření hlasu vokálním traktem a okolo hlavy člověka*. Brno, 2013. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Pavel Švancara.
- [5] KLÍMA, J. *Výpočtové modelování funkce lidských hlasivek*. Brno, 2009. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Pavel Švancara.
- [6] MATUG, M. *Náhradní hlasivky pro generování zdrojového hlasu: Počítačové modelování funkce hlasivek*. Brno, 2015. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Školitel Pavel Švancara.
- [7] ANSYS Inc., Ansys Workbench 15.0 help. [DVD]. SAS IP, ©2013. [cit. 2016-04-06]
- [8] ŠVANCARA, P., HORÁČEK, J. Numerical Modelling of Effect of Tonsillectomy on Production of Czech Vowels. *Acta Acustica united with Acustica*. 2006, **92**(5), 681-688. ISSN 1610-1928.
- [9] VAMPOLA, T., HORÁČEK, J., ŠVEC, J. G. FE Modeling of Human Vocal Tract Acoustics. Part I: Production of Czech Vowels. *Acta Acustica united with Acustica*. 2008, **94**(3), 433-447. ISSN 1610-1928.
- [10] STODOLA, Martin. Bioakustika - hlas. In: Biomechanika 2 [online]. 2010 [cit. 2016-03-18]. Dostupné z:
http://biomechanika.fme.vutbr.cz/index.php?option=com_phocadownload&view=category&download=83%3Abioakusticka-hlas&id=4%3Afrvs_stodola&Itemid=96&lang=cs
- [11] TITZE, I. R., ALIPOUR, F. *The myoelastic aerodynamic theory of phonation*. Iowa: National center for voice and speech, 2006. ISBN 0-87414-156-7.
- [12] EDWARDS, D. Vocal Technique: A Guide for Conductors, Teachers and Singers. *The Canadian Music Educator*. Edmonton: Canadian Music Educators Association, 2012, **53**(3), 39-40. ISSN 0008-4549.

- [13] GOLDSMITH, J. A., HUME, E. V., WETZELS, L. *Tones and features: phonetic and phonological perspectives*. Boston: De Gruyter Mouton, 2010. Studies in generative grammar, 107. ISBN 978-3-11-024622-3.
- [14] STORY, B. H., LAUKKANEN, A. M., TITZE, I. R. Acoustic impedance of an artificially lengthened and constricted vocal tract. *Journal of Voice*. 2000, **14**(4), 455-469. ISSN 0892-1997.
- [15] STORY, B. H., TITZE, I. R., HOFFMAN, E. A. The relationship of vocal tract shape to three voice qualities. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2001, **109**(4), 1651-1667. ISSN 0001-4966.
- [16] KARJALAINEN, M. Mixed physical modeling techniques applied to speech production. In: *Proceedings of 8th International Conference Eurospeech*. Geneva: International Speech Communication Association, 2003, 2445-2448. ISSN 1018-4047.
- [17] STORY, B. H. A parametric model of the vocal tract area function for vowel and consonant simulation. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2004, **117**(5), 3231-3254. ISSN 0001-4966.
- [18] STORY, B. H. Technique for “tuning” vocal tract area functions based on acoustic sensitivity functions. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2006, **119**(2), 715-718. ISSN 0001-4966.
- [19] TAKEMOTO, H., ADACHI, S., KITAMURA, T., MOKHTARI, P. a HONDA, K. Acoustic roles of the laryngeal cavity in vocal tract resonance. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2006, **120**(4), 2228-2238. ISSN 0001-4966.
- [20] File Exchange: Struve functions. In: MathWorks [online]. ©1994-2016 [cit. 2016-02-12]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/37302-struve-functions>
- [21] HANNUKAINEN, A., LUKKARI, T., MALINEN, J. a PALO, P. Vowel formants from the wave equation. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2007, **122**(1), EL1-EL7. ISSN 0001-4966.
- [22] VAMPOLA, T., HORÁČEK, J., VOKŘÁL, J. a ČERNÝ, L. FE Modeling of Human Vocal Tract Acoustics. Part II: Influence of Velopharyngeal Insufficiency on Phonation of Vowels. *Acta Acustica united with Acustica*. 2008, **94**(3), 448-460. ISSN 1610-1928.
- [23] VAMPOLA, T., LAUKKANEN, A. M., HORÁČEK, J. a ŠVEC, J. G. Vocal tract changes caused by phonation into a tube: A case study using computer tomography and finite-element modeling. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2011, **129**(1), 310-315. ISSN 0001-4966.

- [24] ŠVANCARA, P., TOMEČEK, V., HORÁČEK, J. a ŠVEC, J. Finite element modelling of sound pressure around the human head during phonation. In: *Engineering mechanics 2013*. Svratka: Ústav termomechaniky, AV ČR v.v.i., 2013. s. 157-158. ISBN: 978-80-87012-46- 8.
- [25] ARNELA, M. *Numerical production of vowels and diphthongs using finite element methods*. Barcelona, 2014. Ph.D. Thesis. Ramon Llull University. La Salle. Supervisor Oriol Guasch.
- [26] Mathematical and numerical modelling of speech. *Speech & Math* [online]. Aalto, Finsko, ©2013-2016. [cit. 2016-02-22]. Dostupné z: <http://speech.math.aalto.fi/about.html>

Seznam použitých symbolů a zkratk

Symbol	Rozměr	Veličina
b	[m]	šířka elementů ve výpočtovém modelu
B	[-]	akustická matice tlumení
c_0	[m·s ⁻¹]	rychlost šíření zvuku v prostředí
f	[Hz]	frekvence harmonického signálu
f	[N]	vektor akustických sil v uzlech
f_{max}	[N]	amplituda akustických sil
f_{max}	[Hz]	maximální frekvence
F	[Hz]	vlastní frekvence, formant, formantová a rezonanční frekvence
h	[m]	výška elementů ve výpočtovém modelu
i	[-]	imaginární jednotka
$\text{Im}(Z_{A \text{ rad}})$	[kg·m ⁻⁴ ·s ⁻¹]	reaktance (imaginární část akustické impedance)
j	[-]	imaginární jednotka
k	[m ⁻¹]	vlnové číslo
K	[-]	akustická matice tuhosti
L	[m]	délka zvukovodu
M	[-]	akustická matice hmotnosti
n	[-]	libovolné nezáporné celé číslo, index vlastní frekvence
N_E	[-]	počet elementů v soustavě
p	[Pa]	akustický tlak
$p_m(x)$	[Pa]	amplituda harmonického signálu akustického tlaku
p_{max}	[Pa]	maximální akustický tlak
P	[Pa]	tlakový vektor v uzlech
P_{IN}	[Pa]	tlak na vstupu zvukovodu
P_{OUT}	[Pa]	tlak na výstupu zvukovodu
r_N	[m ⁻¹]	specifický akustický odpor zvukovodu na jednotku délky
r_S	[kg·m ⁻³ ·s ⁻¹]	akustický odpor zvukovodu na jednotku délky
R	[m]	poloměr zvukovodu

$\text{Re}(Z_{A \text{ rad}})$	$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-4}\cdot\text{s}^{-1}]$	rezistance (reálná část akustické impedance)
S	$[\text{m}^2]$	plocha průřezu zvukovodu
S	$[\text{m}^2]$	povrch referenčních řezů vokálního traktu
t	$[\text{s}]$	čas
\mathbf{T}	$[-]$	přenosová matice akustického elementu nebo soustavy akustických elementů
v	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$	akustická rychlost
vel_prvku_{max}	$[\text{m}]$	maximální velikost prvku
\vec{v}	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$	vektor akustické rychlosti
$v_m(x)$	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$	amplituda harmonického signálu akustické rychlosti
W	$[\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}]$	objemová rychlost (průtoková akustická rychlost, objemový tok)
W_{IN}	$[\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}]$	objemová rychlost na vstupu zvukovodu
$W_m(x)$	$[\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}]$	amplituda harmonického signálu objemové rychlosti
W_{OUT}	$[\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}]$	objemová rychlost na výstupu zvukovodu
x	$[\text{m}]$	podélná souřadnice zvukovodu
x	$[\text{m}]$	obecná délková souřadnice
y	$[\text{m}]$	obecná délková souřadnice
z	$[\text{m}]$	obecná délková souřadnice
z_0	$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}]$	vlnový odpor prostředí
Z	$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-3}]$	frekvenční konstanta impedance
Z_A	$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-4}\cdot\text{s}^{-1}]$	akustická impedance
$Z_{A \text{ rad}}$	$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-4}\cdot\text{s}^{-1}]$	akustická vyzařovací impedance
$Z_{M \text{ rad}}$	$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-4}\cdot\text{s}^{-1}]$	mechanická vyzařovací impedanci kmitající membrány
α	$[\text{m}^{-1}]$	reálná část komplexního exponentu v řešení vlnové rovnice
β	$[\text{m}^{-1}]$	imaginární část komplexního exponentu v řešení vlnové rovnice
γ	$[\text{m}^{-1}]$	komplexní exponent v řešení vlnové rovnice
λ	$[\text{m}]$	vlnová délka
λ_{min}	$[\text{m}]$	minimální vlnová délka
μ	$[\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$	dynamická viskozita

ξ	[m]	podélná souřadnice kuželového zvukovodu (elementu)
ξ_0	[m]	vzdálenost mezi pomyslným vrcholem kuželového elementu a vstupem elementu
ρ	[kg·m ⁻³]	okamžitá hustota prostředí
ρ_0	[kg·m ⁻³]	stálá (klidová) hustota prostředí
φ_i	[Hz]	vlastní vektor představující tvar i-té vlastní frekvence
ϕ	[m ² ·s ⁻¹]	rychlostní potenciál
Φ	[rad]	fázový posun
ψ	[rad]	fázový posun vektoru akustické síly
ψ	[m ² ·s ⁻¹]	amplituda rychlostního potenciálu
ω	[s ⁻¹]	úhlová frekvence harmonického signálu
ω_i	[rad/s]	i-tá vlastní úhlová frekvence
Ω	[rad/s]	vlastní úhlová frekvence

Zkratka	Význam
1D	Jednorozměrný
3D	Trojrozměrný
CT	Computed tomography (počítačová tomografie)
DWG	Digital Waveguides
FDTD	Finite Difference Time-Domain scheme
LF	Liljencrantsův-Fantův model
MKP	Metoda konečných prvků
MR	Magnetická rezonance
O-O	Otevřený vstup a otevřený výstup zvukovodu
PML	Perfectly Matched Layer
SPL	Sound Pressure Level (hladina akustického tlaku)
U-O	Uzavřený vstup a otevřený výstup zvukovodu
WDF	Wave Digital Filters

Seznam obrázků a tabulek

Obrázek	Popis	Strana
Obr. 3.1	Dýchací soustava [10]	10
Obr. 3.2	Schematické zobrazení hlasového akustického systému [1]	11
Obr. 3.3	Stupně tvorby hlasu [3]	11
Obr. 3.4	Frekvenční spektra českých samohlásek a jejich průběhy akustického tlaku v čase [1]	12
Obr. 3.5	Pohled shora na hrtan při použití laryngoskopie [1]	13
Obr. 3.6	Kostra hrtanu [4]	14
Obr. 3.7	Koronální řez hrtanem znázorňující ohraničení hrtanových prostor [4]	14
Obr. 3.8	Některé vlastní tvary kmitů hlasivek [4]	15
Obr. 3.9	Tvary vokálního traktu pro české samohlásky [3]	16
Obr. 3.10	Tvary vokálního traktu pro české samohlásky [3]	16
Obr. 3.11	Frekvenční spektra ingresivních fonací u českých samohlásek, kde je přerušovanými čarami vyznačen posun poloh prvního a druhého formantu u jednotlivých hlásek [1]	17
Obr. 3.12	Rozptyl polohy prvních dvou formantů českých samohlásek [10]	18
Obr. 3.13	Hellwagův trojúhelník českých samohlásek [3]	18
Obr. 4.1	Snímek z magnetické rezonance vokálního traktu při vyslovení hlásky /a:/ [4]	19
Obr. 4.2	a) 3D model vokálního traktu, b) odvozený model uspořádaný z válcových elementů, c) první vlastní frekvence obdobně modelovaného traktu [9]	22
Obr. 4.3	Detail sítě konečných prvků povrchu lidské hlavy (vlevo) a řez daným modelem (vpravo) [24]	22
Obr. 4.4	Realistický model lidské hlavy při fonaci samohlásky /a:/; vlevo: původní model hlavy včetně veškerých detailů, uprostřed: geometrie hlavy se zaslepenými ušními a nosními otvory, vpravo: finální geometrie hlavy včetně vokálního traktu [3], [25]	23

Obr. 4.5	Geometrie pro samohlásku /u:/ odpovídající čtyřem zjednodušením geometriím hlavy, vokálního traktu a úst: a) realistická hlava, b) kulovitá hlava s reálnými rty, c) kulovitá hlava s eliptickým otvorem úst, d) kulovitá hlava s kruhovým otvorem [3], [25]	23
Obr. 4.6	3D tisk modelů vokálního traktu při fonaci finských samohlásek /a:/ - vlevo, /e:/ - vpravo, v měřítku 1:1 [26]	24
Obr. 5.1	Schéma kuželového zvukovodu [2]	30
Obr. 5.2	Obecné schéma soustavy elementů [2]	33
Obr. 5.3	Geometrie vokálního traktu nastaveného na vyslovování samohlásky /a:/ převzatá z disertační práce [2]	36
Obr. 5.4	Závislost podílu výstupní ku vstupní objemové rychlosti na frekvenci převzatá z práce [2] s uvažovanou vyzařovací impedancí: model (5.73) – tučně, (5.74) – tečkovaně, a bez ní ($Z = 0$) čárkovaně	37
Obr. 5.5	Závislost výstupní objemové rychlosti na výstupu z vokálního traktu na frekvenci získané z vytvořeného výpočtového modelu s použitím geometrie z práce [2] včetně vyzařovací impedance - červeně, bez vyzařovací impedance – modře	37
Obr. 5.6	Řezy vokálního traktu při vyslovování samohlásky /a:/ - vlevo, /i:/ - vpravo	38
Obr. 5.7	1D geometrie vokálního traktu /a:/	38
Obr. 5.8	Šířka řezu geometrie vokálního traktu /a:/	38
Obr. 5.9	1D geometrie vokálního traktu /i:/	38
Obr. 5.10	Šířka řezu geometrie vokálního traktu /i:/	38
Obr. 5.11	1D geometrie vokálního traktu /a:/ při nastavení šířky elementu b dle rovnice $b = \sqrt{S/\pi}$	39
Obr. 5.12	Průběh reálné části frekvenční rovnice pro samohlásku /a:/ s uvažovaným nulovým tlakem v ústech	39
Obr. 5.13	Průběh reálné části frekvenční rovnice pro samohlásku /a:/ s uvažovanou vyzařovací impedancí	39
Obr. 5.14	Průběh reálné části frekvenční rovnice pro samohlásku /i:/ s uvažovaným nulovým tlakem v ústech	40
Obr. 5.15	Průběh reálné části frekvenční rovnice pro samohlásku /i:/ s uvažovanou vyzařovací impedancí	40
Obr. 5.16	Přenosová funkce P_{OUT}/W_{IN} kuželového zvukovodu samohlásky /a:/ s uvažovanou vyzařovací impedancí na výstupu	41

Obr. 5.17	Závislost objemové rychlosti W_{OUT} na frekvenci pro samohlásku /a:/ s uvažovanou vyzařovací impedancí a nulovým tlakem na výstupu	41
Obr. 5.18	Přenos P_{OUT}/P_{IN} kuželového zvukovodu samohlásky /a:/ při uvažované vyzařovací impedanci	41
Obr. 5.19	Akustický tlak na vstupu kuželového zvukovodu samohlásky /a:/ při uvažované vyzařovací impedanci	41
Obr. 5.20	Reálná a imaginární část vyzařovací impedance pro samohlásku /a:/	41
Obr. 5.21	Přenosová funkce P_{OUT}/W_{IN} kuželového zvukovodu samohlásky /i:/ s uvažovanou vyzařovací impedancí na výstupu	42
Obr. 5.22	Závislost objemové rychlosti W_{OUT} na frekvenci pro samohlásku /i:/ s uvažovanou vyzařovací impedancí a nulovým tlakem na výstupu	42
Obr. 5.23	Reálná a imaginární část vyzařovací impedance kuželového zvukovodu samohlásky /i:/	42
Obr. 6.1	Geometrie vokálního traktu nastaveného na vyslovování české samohlásky /a:/	45
Obr. 6.2	Geometrie vokálního traktu nastaveného na vyslovování české samohlásky /i:/	46
Obr. 6.3	Síť konečných prvků vokálního traktu nastaveného na vyslovování samohlásky /a:/	46
Obr. 6.4	Síť konečných prvků vokálního traktu nastaveného na vyslovování samohlásky /i:/	47
Obr. 6.5	Okrajová podmínka uvažované normálové impedance na geometrii vokálního traktu	47
Obr. 6.6	Okrajová podmínka nulového tlaku v oblasti úst	47
Obr. 6.7	První vlastní tvar rozložení akustického tlaku vokálního traktu samohlásky /a:/ (vlevo) a samohlásky /i:/ (vpravo)	48
Obr. 6.8	Druhý vlastní tvar rozložení akustického tlaku vokálního traktu samohlásky /a:/ (vlevo) a samohlásky /i:/ (vpravo)	48
Obr. 6.9	Třetí vlastní tvar rozložení akustického tlaku vokálního traktu samohlásky /a:/ (vlevo) a samohlásky /i:/ (vpravo)	49

Obr. 6.10	Čtvrtý vlastní tvar rozložení akustického tlaku vokálního traktu samohlásky /a:/ (vlevo) a samohlásky /i:/ (vpravo)	49
Obr. 6.11	Pátý vlastní tvar rozložení akustického tlaku vokálního traktu samohlásky /a:/ (vlevo) a samohlásky /i:/ (vpravo)	49
Obr. 6.12	Vypočtené frekvenční spektrum akustického tlaku v úrovni rtů pro samohlásku /a:/	50
Obr. 6.13	Vypočtená hladina akustického tlaku (SPL) v úrovni rtů pro samohlásku /a:/	50
Obr. 6.14	Vypočtené frekvenční spektrum akustického tlaku v úrovni rtů pro samohlásku /i:/	51
Obr. 6.15	Vypočtená hladina akustického tlaku (SPL) v úrovni rtů pro samohlásku /i:/	51
Obr. 6.16	Rozložení hladin akustického tlaku (SPL) ve vokálním traktu pro samohlásku /a:/ při frekvenci 700 Hz	52
Obr. 6.17	Rozložení hladin akustického tlaku (SPL) ve vokálním traktu pro samohlásku /a:/ při frekvenci 1100 Hz	52
Obr. 6.18	Rozložení hladin akustického tlaku (SPL) ve vokálním traktu pro samohlásku /a:/ při frekvenci 2800 Hz	52
Obr. 6.19	Rozložení hladin akustického tlaku (SPL) ve vokálním traktu pro samohlásku /i:/ při frekvenci 200 Hz	52
Obr. 6.20	Rozložení hladin akustického tlaku (SPL) ve vokálním traktu pro samohlásku /i:/ při frekvenci 2300 Hz	52
Obr. 6.21	Rozložení hladin akustického tlaku (SPL) ve vokálním traktu pro samohlásku /i:/ při frekvenci 3100 Hz	52
Obr. 6.22	Rozložení akustického tlaku ve vokálním traktu pro samohlásku /a:/ při frekvenci 700 Hz	53
Obr. 6.23	Rozložení akustického tlaku ve vokálním traktu pro samohlásku /a:/ při frekvenci 1100 Hz	53
Obr. 6.24	Rozložení akustického tlaku ve vokálním traktu pro samohlásku /a:/ při frekvenci 2800 Hz	53
Obr. 6.25	Rozložení akustického tlaku ve vokálním traktu pro samohlásku /i:/ při frekvenci 200 Hz	53
Obr. 6.26	Rozložení akustického tlaku ve vokálním traktu pro samohlásku /i:/ při frekvenci 2300 Hz	53
Obr. 6.27	Rozložení akustického tlaku ve vokálním traktu pro samohlásku /i:/ při frekvenci 3100 Hz	53