



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

VLIV PODSTATNÝCH PARAMETRŮ NA VELIKOST RADIÁLNÍ VŮLE A DEFORMAČNĚ NAPĚŤOVÉ STAVY V KULIČKOVÉM LOŽISKU

INFLUENCE OF ESSENTIAL PARAMETERS ON THE RADIAL CLEARANCE AND STRESS-STRAIN
STATES IN BALL BEARINGS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

BC. VÁCLAV ŠPERKA

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

DOC. ING. VLADIMÍR FUIS, PH.D.

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Václav Šperka

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Vliv podstatných parametrů na velikost radiální vůle a deformačně napěťové stavy v kuličkovém ložisku

v anglickém jazyce:

Influence of essential parameters on the radial clearance and stress-strain states in ball bearing

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Výpočtové modelování deformačně napěťových stavů jednořadého radiálního kuličkového ložiska pomocí metody konečných prvků s využitím systému MARC. Komplexní analýza vstupů a výstupů do algoritmu řešení. Zahrnutí dalších vlivů (teplota, velikost ložiska) do algoritmu řešení. Případné porovnání s analytickým výpočtovým modelováním. Jedná se o prakticky orientovanou diplomovou práci s vazbou na podnik ZKL-Výzkum a vývoj, a.s.

Cíle diplomové práce:

1. Definice radiální vůle v ložisku, popis problémové situace, popis známých metod řešení problému.
2. Zahrnutí dalších podstatných parametrů do algoritmu.
3. Analýza vlivu radiální vůle na napětí v ložisku s uvažováním podstatných parametrů – výpočtové simulační modelování.
4. Návrh optimální radiální vůle pro konkrétní valivé uložení.

Seznam odborné literatury:

- [1] FROHLICH, Jan. Technika uložení s valivými ložisky. Praha: SNTL, 1980, 48 s.
- [2] HARRIS, Tedric A. Rolling Bearing Analysis. BocaRaton: Taylor & Francis, 2006.
- [3] MKP v inženýrských výpočtech. PETRUŠKA, Jindřich. [online]. [cit. 2013-05-13]. Dostupné z: www.umt.fme.vutbr.cz
- [4] Nelineární úlohy mechaniky v MKP. PETRUŠKA, Jindřich. [online]. [cit. 2013-05-13]. Dostupné z: www.umt.fme.vutbr.cz
- [5] Přemysl Janíček: Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky, CERM, 2007.

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2013/2014. V Brně, dne 12.11.2013

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá výzkumem vlivu vybraných podstatných parametrů na deformačně napěťové stavy v jednořadém radiálním kuličkovém ložisku. Je kvantifikován vliv zatížení, velikosti a řady ložiska, dále pak ověřen vliv radiální vůle. V poslední fázi je analyzován vliv rozložení teplot v ložisku pro různé radiální vůle a kombinace teplotních poměrů v ložisku. Získané poznatky jsou poté využity v poslední úloze – návrhu radiální vůle pro konkrétní valivé uložení. Problém je řešen využitím numerického výpočtového modelování s využitím pre/post procesoru MSC.Patran a řešiče MSC.Marc. Pro zrychlení analýz byly jednotlivé podstatné parametry zahrnuty do algoritmu, který na základě vstupních údajů automaticky generuje výpočtový model (makro). Jedná se o diplomovou práci zadanou ze strany společnosti ZKL – Výzkum a vývoj.

ABSTRACT

Master thesis is focused on the research of influence of selected substantial parameters on stress – strain states in the deep groove radial ball bearing. The influence of radial load is analyzed, such as the influence of size of the bearing and row of the bearing, also influence of radial clearance is quantified. Next, the influence of thermal distribution in the bearing is analyzed for different combinations of thermal distributions and radial clearances. Conclusions from analyses are then used in the last task – suggestion of radial clearance for customer – specified assembly. Problem is solved using the finite element method (FEM) in pre/post processor MSC.Patran and solver MSC.Marc. To make analyses faster the substantial parameters are implemented in the algorithm for automatic generation of the bearing calculation (batch file). The theme of this thesis was commissioned by ZKL - Research and development, a. s.

KLÍČOVÁ SLOVA

kuličkové ložisko, radiální vůle, metoda konečných prvků, kontakt, teplotní zatížení

KEY WORDS

ball bearing, radial clearance, finite element method, contact, thermal load

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

ŠPERKA, V. Vliv podstatných parametrů na velikost radiální vůle a deformačně napěťové stavy v kuličkovém ložisku. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 73 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a pramenů, jež jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

20. 5. 2014

.....
Bc. Václav Šperka

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval doc. Ing. Vladimíru Fuisovi, PhD. za cenné rady a připomínky k řešení zadaného problému, Ing. Martinu Zbožínkovi a Ing. Haně Rašovské, mým kolegům, za věnovaný čas, pomoc a připomínky při tvorbě diplomové práce. Dále mé poděkování patří týmu společnosti MSC.Software za pomoc a rady při řešení problémů v průběhu studia i praxe.

Obsah

1. Úvod	7
1.1. Radiální kuličková ložiska – jednořadá	9
1.2. Únosnost a trvanlivost valivých ložisek.....	10
2. Popis problémové situace	12
3. Systém podstatných veličin	13
3.1. Systém podstatných veličin $\Sigma(\Omega)$	13
3.2. Rozbor a analýza systému podstatných veličin.....	13
4. Formulace problému a cíle řešení.....	15
5. Vůle v ložisku.....	16
6. Volba metody řešení.....	18
6.1. Analytické řešení.....	18
6.2. Numerické řešení.....	19
7. Podstata MKP.....	20
7.1. Definice kontaktních úloh	23
7.2. Definice teplotních úloh	29
8. Analytické řešení	32
9. Řešení numerickým výpočtovým modelováním	37
10. Analýza stávajícího stavu výpočtového modelu.....	42
10.1. Současný výpočtový model	42
11. Ověření výsledků pro jiná zatížení	49
12. Ověření výsledků pro ložisko jiné velikosti.....	51
13. Ověření výsledků pro ložiska jiné řady	53
14. Ověření pro řadu 60 – ložiska 6005A a 6012A	55
15. Teplotní úloha – ložisko v uložení.....	57
16. Návrh radiální vůle pro konkrétní valivé uložení	64
17. Závěr	66
Použitá literatura a zdroje	68
Seznam použitých symbolů a zkratek.....	70

1. Úvod

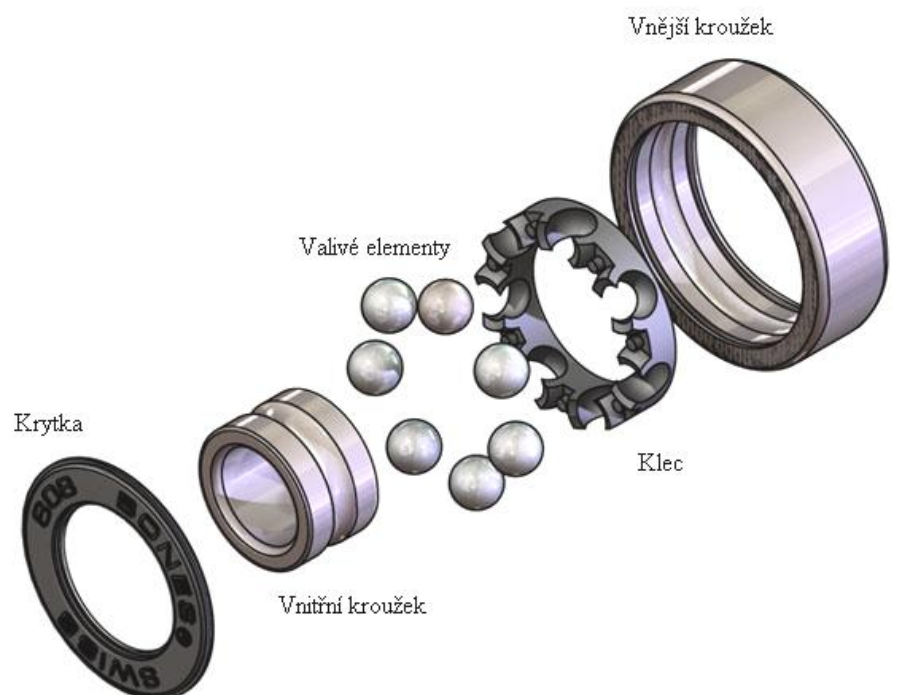
Valivá ložiska jsou mechanické součásti, jejichž účelem je zajištění volnosti rotace nebo posuvu mezi dvěma částmi sestavy, obvykle hřídelí a tělesem [1]. Základní využití valivých ložisek je velice prosté: pokud je potřeba zajistit rotaci nebo posuv mezi povrchy ve strojním zařízení, je ve velké části případů nejvhodnější použít právě nějaký typ valivého ložiska. Velký třecí odpor mezi dvěma plochami je pak v ložisku nahrazen řádově menším odporem odvalovacím, čehož se s výhodou využívá i přesto, že v omezených oblastech přenosu zatížení dojde vysokému nárůstu tlakového zatížení.

Ložiska jsou dělena na vysoký počet tříd – ať už podle typu přenášeného zatížení na radiální a axiální, podle typu valivého elementu – na kuličková, válečková, kuželíková a jiná. Dále jsou pak tyto třídy rozdělovány do řad, ve kterých jsou dále dělena podle velikosti.

Co se týče historického rozvoje valivých ložisek, k němu dochází ve velké míře až ve dvacátém století s příchodem nových technologií, ovšem vývoj ložisek jako takových začal dávno před průmyslovou revolucí (1750 - 1900). Z hlediska historického vůbec prvním náznakem ložiska byly klády pokládané pod posouvaný předmět při tažení. Jeden z prvních náznaků vývoje sahá do dob starého Říma (8. století př. n. l.), pak přišel velký úpadek, jako ostatně v každém odvětví vědy a techniky ve středověku, myšlenka se znovu objevila v době renesance (14. – 17. Století, Leonardo da Vinci). Vznik prvních průmyslových společností zabývajících se výrobou ložisek je datován zhruba do první poloviny devatenáctého století, do tohoto období sahá vývoj jednotlivých dnes známých typů valivých ložisek, s rozvojem moderní techniky bylo umožněno vyrábět nejen válečková ložiska, postupem času i ložiska se složitějšími valivými elementy – soudečková, kuželíková.

Komponenty valivých ložisek

Každé valivé ložisko se skládá z několika základních prvků [Obrázek 1] – nejdůležitější jsou valivé elementy různých tvarů podle typu ložiska, které jsou uspořádány v prostoru pomocí klece (klec může být masivní, plechová, plastová atp.). V případě ložiska s plným počtem valivých elementů není nutno užít klece. Další součástí ložiska jsou kroužky – ložisko musí obsahovat minimálně jeden z kroužků, druhý může být nahrazen oběžnou drahou na hřídeli, případně v uložení. Podle polohy



Obrázek 1: Názvoslovní kuličkového ložiska [6]

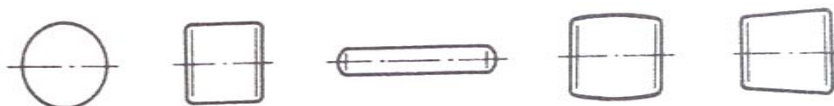
kroužku se dělí na vnější a vnitřní. Dále mohou být ložiska s krytkou nebo s těsněním. Poslední nezbytnou položkou pro provoz valivých ložisek je mazivo zajišťující tvorbu mazacího filmu, který v ložisku zabraňuje přímému dotyku valivých elementů a kroužků v kontaktních plochách, což přispívá ke snížení tření a opotřebení.

Hlavní přednosti valivých ložisek

- všeobecně malé ztráty třením zvláště při rozběhu
- malé nebezpečí zadření a přehřátí
- nepatrné opotřebení
- velká spolehlivost
- jednoduchá údržba
- vyměnitelnost
- schopnost pracovat při vysokém rozsahu otáček
- jednoduché mazání

Odvalování

Odvalování probíhá na valivých tělesech různých tvarů [Obrázek 2, Obrázek 3], které odpovídají základnímu dělení ložisek (kuličkové, válečkové, ...):



Obrázek 2: Tvary valivých elementů [1]



Obrázek 3: Varianty provedení valivých elementů [7]

Geometrické parametry

Každé ložisko je definováno řadou geometrických parametrů, mezi nejdůležitější patří:

- pro vnitřní kroužek:
 - šířka
 - vnitřní průměr
 - vnější průměr
 - poloměr oběžné dráhy
- pro vnější kroužek:
 - šířka
 - vnitřní průměr
 - vnější průměr
 - poloměr oběžné dráhy
- pro valivý element:
 - poloměr
 - šířka
 - poloměr oběžné dráhy

Poměr poloměrů oběžných drah mezi kroužky a valivými elementy určuje důležitý parametr ložiska – tzv. přimknutí, což je jeden z nejdůležitějších parametrů konstrukce a návrhu ložiska, který ovlivňuje finální napjatost v ložisku. Vnější průměr vnějšího kroužku a vnitřní průměr vnitřního a šířka definují zástavbové rozměry ložiska

1.1. Radiální kuličková ložiska – jednořadá

Jednořadá kuličková ložiska jsou stále nejrozšířenějším typem valivých ložisek. V kroužcích jsou hluboké drážky s poloměrem nepatrně větším (zhruba o 1 – 2 % v závislosti na dané konstrukci) [1], než je poloměr kuliček. Kuličky mají velký průměr, což zajišťuje ložisku poměrně velkou dynamickou únosnost v radiálním, ale i axiálním směru a mohou být tedy užita pro kombinovaná zatížení. Pro zachycení axiálních sil při vysokých otáčkách se tímto typem ložisek nahrazují ložiska axiální kuličková, která jsou použitelná jen pro nižší rychlosti.

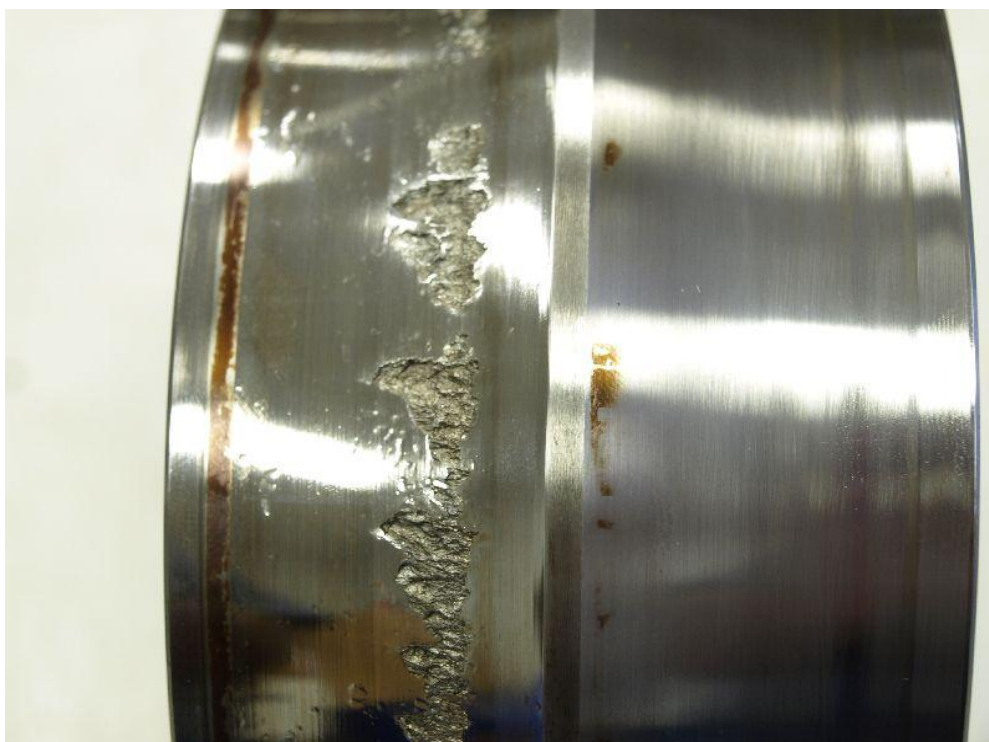


Obrázek 4: Radiální kuličkové ložisko – jednořadá s plechovou klecí [8]

Ložiska se obvykle vyrábějí s malou radiální vůlí a vyžadují dobrou souosost hřídele a tělesa, v němž jsou uložena, neboť nejsou naklopitelná. Mohou být opatřena z jedné nebo obou stran krycím plechem nebo těsněním. Ložiska s kryty jsou mazána plastickým mazivem, které je uzavřeno v ložiskovém prostoru, obvykle po celou dobu životnosti ložiska. V ostatních případech jsou ložiska mazána olejovým mazivem.

1.2. Únosnost a trvanlivost valivých ložisek

Správně namontované a správně mazané ložisko bude v provozu za normálních podmínek, tzn. bez extrémních rychlostí a teplot vyřazeno únavou materiálu na funkčních plochách (dosaženo mezního stavu, který souvisí s opotřebením tělesa). Opakované namáhání se po určité době, v závislosti na velikosti zatížení, projeví jako únavová trhлина. Ta se dále rozšiřuje, až dojde k vyštípnutí části materiálu – tento jev se označuje jako pitting [Obrázek 5].



Obrázek 5: Ložiskový kroužek soudečkového ložiska s projevem pittingu [10]

Při zkouškách stejných ložisek na únavu při stanovených testovacích podmínkách se vyskytuje velký rozptyl trvanlivosti mezi jednotlivými ložisky, což je z velké části způsobeno nehomogenitou materiálu, dále pak například nesprávným nastavením výrobních tolerancí jednotlivých součástí ložiska, nesprávnou volbou radiální vůle aj.

Základní dynamická únosnost

Pojem základní dynamická únosnost je definován v normě ČSN ISO 281 [15], přičemž je slovně vyjádřen následovně: Základní radiální dynamická únosnost je konstantní neměnné radiální zatížení, které může valivé ložisko teoreticky přenášet při základní stanovené trvanlivosti jednoho milionu otáček a označuje se C.

Trvanlivost

Trvanlivost valivého ložiska je počet otáček, které jeden z ložiskových kroužků vykoná vůči druhému do doby, než se objeví první známka únavy v materiálu jednoho z kroužků, nebo na valivých tělesech [2]. Trvanlivost se označuje písmenem L s dolním indexem, který udává, kolik procent ložisek z testovaného souboru dosáhne výpočtové trvanlivosti.

Rovnice základní trvanlivosti pro kuličková ložiska:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^3 \quad \text{Rovnice 1}$$

L_{10} ... trvanlivost, které dosáhne 90 % ze skupiny testovaných ložisek [milionů otáček]

C... základní dynamická únosnost [kN]

P... provozní zatížení ložiska [kN]

2. Popis problémové situace

Dosažení plánované životnosti a bezporuchovosti provozu ložiska v konkrétní aplikaci jsou nejdůležitějšími parametry provozu valivých ložisek, které plynou již z části, kde bylo popsáno jejich využití. Na tyto parametry má při dané konstrukční variantě ložiska vliv velký počet faktorů, jedním z nejvýznamnějších je hodnota napětí v ložisku (kontaktního napětí mezi kroužky a valivými elementy a redukovaného napětí).

Hodnotu napětí v ložisku ovlivňuje nejvíce provozní zatížení a daná geometrie ložiska, dále ostatní ať už provozní či montážní vlivy jako jsou: teplota, otáčky, uložení a jiné. Vyhodnocení velikosti napětí v ložisku není z důvodu velkého počtu vstupujících parametrů jednoduchou úlohou a to i po provedení redukce počtu do analýzy vstupujících veličin.

K základní analýze napětí lze využít Hertzovu teorii o styku pevných elastických těles. Tato teorie ovšem v jisté úrovni modelování přestává být přesná, platí pouze pro kontakt jednoduchých těles (koule – rovina, válec – rovina, koule – koule, válec – válec atd.) a především není schopna zahrnout například vliv teploty. Dále je možné (dnes, v silně konkurenčním prostředí téměř nezbytné) využít numerické výpočtové modelování.

V dnešní době je dominantní metodou řešení problémů numerickým výpočtovým modelováním metoda konečných prvků, což je numerická metoda využívaná k simulaci deformací, napětí, vlastních frekvencí, elektromagnetismu a jiných úloh. Základním principem této metody je diskretizace kontinua do konečného počtu prvků (proto označení metoda konečných prvků), přičemž požadované parametry se vyhodnocují v jednotlivých uzlových bodech.

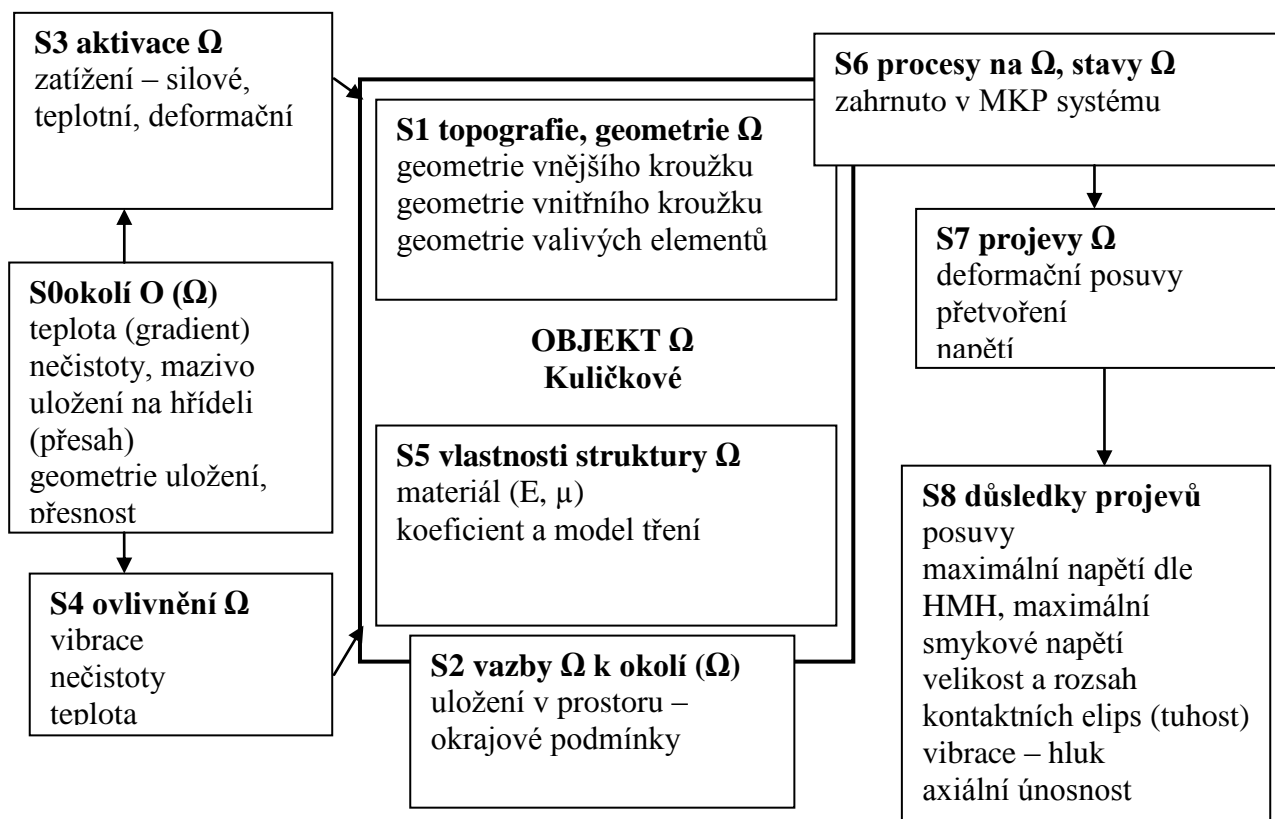
Tato práce navazuje na předchozí diplomovou práci Ing. Hany Rašovské s názvem: Vliv radiální vůle na napjatost v ložisku [9]. Vychází z nutnosti analyzovat vliv dalších vybraných podstatných parametrů na napětí v ložisku – jedná se zejména o teplotní zatížení a vliv velikosti a řady ložiska.

3. Systém podstatných veličin

Každý řešitel musí zvážit, co je pro řešení daného problému důležité a které parametry lze při řešení zanedbat. Systém podstatných veličin tedy zahrnuje všechny veličiny, které popisují podstatné veličiny z hlediska řešeného problému. [5]

3.1. Systém podstatných veličin $\Sigma(\Omega)$

Systém podstatných veličin Σ na objektu Ω pro danou problémovou situaci [Obrázek 6]:



Obrázek 6: Systém podstatných veličin

3.2. Rozbor a analýza systému podstatných veličin

Do výpočtových vztahů MKP řešiče budou ze systému podstatných veličin vstupovat pouze některé parametry, a to ty, které je schopen tento systém využít jako okrajovou podmínku. Konkrétně pro jednotlivé skupiny [Obrázek 7]:

podmnožina	co může vstupovat do analýzy metodou konečných prvků
S0	teplota a případně vliv uložení na hřídeli – zejména při řešení optimalizace konkrétního valivého uložení.
S1	konkrétní geometrie ložiska vygenerovaná pomocí makra – dávkového souboru pro pre-processor MKP systému (9)
S2	vstupují všechny známé okrajové podmínky pro daný problém
S3	silové zatížení rovné $C/P=6$, dále teplotní zatížení, analýzy s velkou hustotou sítě – lokální modely budou zatíženy deformačně

S4	pouze teplota, ostatní podstatné vlivy není možno zahrnout
S5	všechny parametry, koeficient tření lze brát jako parametr modelu tření
S6	-
S7	ze systému MKP vystupují jako výsledky, deformační posuvy, hodnoty přetvoření a napětí
S8	finální radiální vůle, maximální napětí dle podmínky HMM, napětí maxshear a velikost a rozsah kontaktních elips

Obrázek 7: Analýza systému podstatných veličin

V první části práce, která se zaměřuje na ověření vlivu velikosti radiální vůle na napětí v ložisku, jsou vstupujícími parametrem do analýzy geometrie ložiska (velikost a řada) a právě velikost radiální vůle. V druhé části práce bude analyzován další podstatný parametr ovlivňující hodnotu napětí v ložisku, a to teplota. Jelikož se jedná o vůbec první úlohu analyzující vliv teploty na hodnotu napětí v kuličkovém ložisku ve společnosti ZKL, budou oba vlivy analyzovány odděleně pro získání základní představy o tom, jak teplotní zatížení mění napěťové poměry v ložisku. Oba nejvíce podstatné vlivy, které je možno analyzovat numerickým výpočtovým modelováním budou poté shrnuty v poslední úloze – návrhu ložiska pro dané valivé uložení.

4. Formulace problému a cíle řešení

Základem bude provést zhodnocení současného stavu výpočtového modelu, ověřit vliv radiální vůle na napětí – porovnání výsledků s předchozí diplomovou prací.

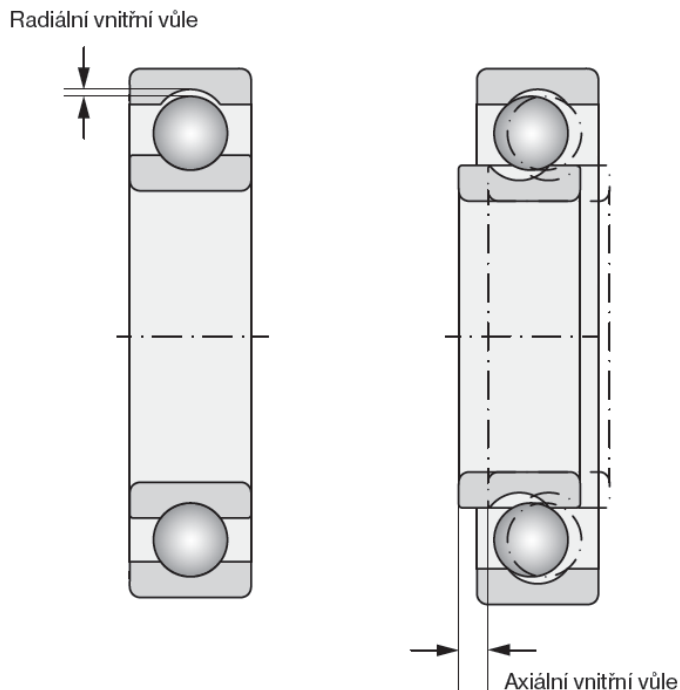
Dalším problémem, který bude řešen je posouzení vlivu podstatných parametrů (vybrána radiální vůle, velikost a řada ložiska, teplota) na deformačně napěťové stavy komponent ložiska, cílem je kvantifikovat vliv určených podstatných parametrů pro přepočítání analýzy provedené bez těchto parametrů, která je prováděna jako standardní, a je již plně automatizovaná, případně poukázat na možná nedostatky tohoto přístupu.

Ve třetí fázi bude proveden návrh optimální vůle pro dané valivé uložení. Optimum je v tomto případě (pokud jde o jednořadé radiální kuličkové ložisko) dosažení nulové vůle za plného zatížení ložiska.

V počáteční fázi před numerickým řešením bude provedeno řešení analytickým výpočtovým modelováním.

5. Vůle v ložisku

Vůle v ložisku je hodnota délky posunutí jednoho kroužku smontovaného ložiska vzhledem k druhému kroužku z jedné krajní polohy do druhé. Posunutí může být v radiálním směru (radiální vůle) nebo v axiálním směru (axiální vůle) [Obrázek 8].



Obrázek 8: Vůle v kuličkovém ložisku [10]

V zabudovaném ložisku zpravidla zjistíme menší radiální vůli, než má totéž ložisko v nesmontovaném stavu. Zmenšení radiální vůle je způsobeno velikostí přesahů ložiskových kroužků na čepu a v díře tělesa a je tedy závislé na zvolené toleranci průměrů úložných ploch pro ložisko. Další změna radiální vůle, zejména její zmenšování, nastává během provozu vlivem teploty vyvolané vlastním provozem ložiska a vnějších zdrojů, ale i od pružných deformací způsobených zatížením [1, 2, 9]. Při ustálených provozních poměrech by mělo ideálně dojít k vymezení radiální vůle. Malé předpětí mezi kuličkami a oběžnými drahami při provozu nemívá zpravidla škodlivý vliv [1]. Velikost předpětí v ložisku však nesmí být příliš vysoká, poté totiž může dojít ke zvýšenému únavovému namáhání a ke vzniku pittingu.

V běžných případech se užívají ložiska s normální (N) radiální vůlí, z její hodnoty se poté odvíjí ložiska s vyšší nebo nižší hodnotou radiální vůle.

Menší radiální vůle se využívá zřídka, zejména pro pomaloběžné a vysoce přesné aplikace.

Ložiska s vyšší radiální vůlí se využívají v praxi častěji, zejména v případech vysokého teplotního spádu mezi vnitřním a vnějším kroužkem, kde vůle pomáhá při vymezení polohy kroužku, který se zvětšuje vlivem teplotního zatížení. Dále se užívá vůle větší než normální pro zvýšení axiální únosnosti jednořadých radiálních kuličkových ložisek. [1]

Konstrukční vůle

Jako konstrukční vůli lze označit vůli vymezenou při výrobě ložiska, před zamontováním do sestavy a před zatížením (provozním, teplotním). Tyto vůle jsou uvedeny v tabulkách, jak zobrazuje [Obrázek 9], menší radiální vůle než normální se označují přídatným označením 0 (nulová) a C2, vůle větší než normální přídatným označením C3, C4 a C5. Rozsahy vůlí jsou určeny dle ISO 5753 [16]. Hodnoty vůle pro rozsah velikosti v tabulce [Obrázek 9]:

Radiální vůle jednořadých kuličkových ložisek														
Průměr díry		Radiální vůle										Jednořadá kuličková ložiska rozebíratelná typu E a BO	Radiální vůle	
d		C2		Normální		C3		C4		C5			min	max
přes	do	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max		min	max
mm		μm										μm		
2,5	10	0	7	2	13	8	23	14	29	20	37	E10, E12	15	30
10	18	0	9	3	18	11	25	18	33	25	45	E15	15	30
18	24	0	10	5	20	13	28	20	36	28	48	BO17, E17	25	45
24	30	1	11	5	20	13	28	23	41	30	53	E20	20	40
30	40	1	11	6	20	15	33	28	46	40	64			
40	50	1	11	6	23	18	36	30	51	45	73			
50	65	1	15	8	28	23	43	38	61	55	90			
65	80	1	15	10	30	25	51	46	71	65	105			
80	100	1	18	12	36	30	58	53	84	75	120			
100	120	2	20	15	41	36	66	61	97	90	140			
120	140	2	23	18	48	41	81	71	114	105	160			
140	160	2	23	18	53	46	91	81	130	120	180			
160	180	2	25	20	61	53	102	91	147	135	200			
180	200	2	30	25	71	63	117	107	163	150	215			

Obrázek 9: Rozsahy vůlí jednořadých kuličkových ložisek [10]

Montážní vůle

Montážní vůli lze nazvat vůli v ložisku po zamontování do sestavy (nalisování na hřídel s vlivem nedokonalosti profilu, nalisování do ložiskových domečků apod.). Montážní vůle je vlivem montáže menší než konstrukční vůle.

Provozní vůle

Provozní vůli lze označit radiální vůli v ložisku při běhu za plného zatížení, v aplikaci, pro kterou je dimenzováno. Ze tří uvedených typů vůle je právě tato nejmenší. V případě sledovaných jednořadých radiálních kuličkových ložisek je pro jejich správný chod (při čistě radiálním zatížení)nejvhodnější, aby tato vůle byla nulová, případně může být i mírně negativní.

Nejen příliš malá, ale i příliš velká radiální vůle mají negativní vliv na chod i trvanlivost ložiska. Jelikož je často obtížné stanovit rozdělení teploty v ložisku a vliv ostatních parametrů na velikost výsledné radiální vůle, využívá se s výhodou moderních počítačových metod, kde je možné zahrnout teplotu jako parametr vstupující o výpočtu (např. program Kissoft, analýzy v programu MSC.Adams). [1]

6. Volba metody řešení

Problém je možné řešit analytickým nebo numerickým výpočtovým modelováním. Analytické řešení se využívá v prvotních fázích návrhu ložisek, další optimalizace oběžných drah se provádí numerickým výpočtovým modelováním, v současné době s využitím metody konečných prvků.

Výhodou analytického výpočtového modelování je rychlost výpočtu, do kterého vstupuje menší množství parametrů, naopak nevýhodou je, že nelze zahrnout všechny podstatné vlivy do výpočtu.

Výhodou numerického výpočtového modelování je v současné době komplexnost výpočtových modelů – možnost postihnout větší množství podstatných vlivů vůči analytickému výpočtovému modelování. Mezi hlavní nevýhody zatím patří delší výpočetní čas nutný pro provedení numerického řešení, který se ovšem značně snižuje s rostoucím výkonem výpočetních zařízení.

6.1. Analytické řešení

V ložiscích dochází ke kontaktu mezi valivými elementy a kroužky, dále pak mezi valivými elementy a klecí. U zakřivených těles rozeznáváme tři druhy styku: bodový, přímkový a plošný, podle toho jak se stýkají tělesa v nezátíženém stavu. U kuličkových ložisek dochází k bodovému styku.

Tvar a rozsah stykové plochy závisí na křivosti obou povrchů v místě styku. Vztah pro křivost: [1]

$$\rho = \frac{1}{R} \quad \text{Rovnice 2}$$

ρ ... křivost povrchu
 R ... poloměr zakřivení povrchu

Zatížení mezi valivými elementy a oběžnými drahami v kroužcích se přenáší na velice malých plochách – tvaru elipsy (kontaktní elipsa). Vlivem tohoto dochází ke vzniku velkých napětí i při malém zatížení ložiska.[1]

Bodový styk

Výpočet napětí a přetvoření při bodovém styku lze provést použitím Hertzovy teorie o styku pevných elastických těles z roku 1895/6 [3, 11].

Předpoklady pro správnou aplikaci Hertzovy teorie:

1. materiál je elastický a není překročena mez kluzu
2. materiál stýkajících se těles je isotropní a homogenní
3. tělesa se stýkají na velmi malé části povrchu vzhledem k rozměrům (k poloměru křivosti)
4. stýkající se plochy jsou zcela hladké a dojde ke vzniku pouze normálových sil

Předpoklady pro správnou aplikaci Hertzovy teorie nejsou u valivých ložisek vždy splněny, zejména v době dva a čtyři, při velkém výpočtovém zatížení také v bodě jedna, ovšem poskytují možnost srovnání s výsledky numerického výpočtového modelování a tím jistou míru ověření, že jsou výsledky ve správných mezích.

6.2. Numerické řešení

V současné době nejrozšířenější metodou řešení inženýrských problémů je metoda konečných prvků, které umožňuje zahrnout velký počet podstatných parametrů vstupujících do výpočtu. Za jednu z největších výhod oproti jiným metodám lze považovat možnost řešit zcela obecné inženýrské úlohy s nehomogenní strukturou a obecným zatížením a vazbami.

Nevýhodou metody konečných prvků je její omezení na přímé úlohy, tzn. pro těleso s definovanou geometrií, materiálem a vazbami určit jeho deformačně – napět'ové vztahy.
[11]

7. Podstata MKP

Metoda konečných prvků je jednou z variačních metod (metody hledající minimum určitého funkcionálu). Silový přístup, u něhož jsou neznámými funkcemi složky tenzoru napětí, není v současné době příliš využíván. V dnešní době převládá využití deformační varianty metody konečných prvků.

V deformační variantě MKP jsou neznámými parametry velikosti posuvů nebo natočení. Vychází z Lagrangeova variačního principu, jehož podstatou je minimalizace kvadratického funkcionálu.

Lagrangeův variační princip [3]:

„Mezi všemi funkcemi posuvů, které zachovávají spojitost tělesa a splňují geometrické okrajové podmínky, se realizují ty, které udělají celkovou potenciální energii Π stacionární hodnotu.“

Dále platí, že lze dokázat, že uvedená stacionární hodnota existuje, je jednoznačná a představuje zároveň minimum.

Celkovou potenciální energii Π , která je minimalizovaným funkcionálem, lze vyjádřit jako rozdíl energie napjatosti W a potenciálu vnějšího zatížení P , tedy:

$$\Pi = W - P \quad \text{Rovnice 3}$$

W ... energie napjatosti tělesa
 P ... potenciál vnějšího zatížení

Diskretizace kontinua [3]

Celková potenciální energie tělesa Π je závislá na spojitých funkcích posuvů u, v, w , přičemž každá funkce reprezentuje nekonečné množství hodnot v nekonečně mnoha bodech řešené oblasti (kontinua). Aby byl tento problém numericky řešitelný, je potřeba každou z těchto funkcí vyjádřit v závislosti na konečném počtu parametrů. Spojité kontinuum se známými okrajovými podmínkami je nutné rozdělit na určitý počet podoblastí – prvků, taktéž označovaných jako elementy. Operace rozdělení spojitého kontinua se označuje jako diskretizace, její podstatou je aproximace posuvů pomocí lineární kombinace předem navržených bázeových funkcí – $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$. Ty jsou násobeny neznámými koeficienty:

$$u = \sum_{i=1}^l a_i \cdot \tilde{u}_i; v = \sum_{j=1}^l b_j \cdot \tilde{v}_j; w = \sum_{k=1}^l c_k \cdot \tilde{w}_k \quad \text{Rovnice 4}$$

Dosazením této aproximace do výrazu pro celkovou potenciální energii ($\Pi = W - P$) se přejde od vyjádření funkcionálu $P(u, v, w)$, závislého na funkcích, k vyjádření $P(a_1, a_2, a_3, \dots)$, které je již závislé na konečném počtu parametrů.

Sestavení prvkových matic

Provedením diskretizace spojitého problému se stanoví potenciál vnějšího zatížení a energie napjatosti jednotlivých prvků.

Pro energii napjatosti platí:

$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \{\sigma^T\} \{\varepsilon\} dV \quad \text{Rovnice 5}$$

Ω ... objem tělesa

$\{\sigma\}^T$... řádková matice napětí

$\{\varepsilon\}$... sloupcová matice přetvoření

Pokud se napětí a přetvoření vyjádří pomocí posuvů (oddíl diskretizace kontinua), lze po matematických úpravách získat tzv. matici tuhosti prvku.

Pro potenciál vnějšího zatížení platí vztah:

$$P = \int_{\Omega} \{u^T\} \{o\} dV + \int_{\Gamma_p} \{u^T\} \{p\} dS \quad \text{Rovnice 6}$$

Γ_p ... povrch tělesa, na který je aplikováno zatížení

$\{u\}^T$... řádková matice posuvů

$\{o\}$... sloupcová matice objemového zatížení

$\{p\}$... sloupcová matice plošného zatížení

Dosazením posuvů a následnými matematickými úpravami lze získat matici vnějšího zatížení prvku.

Sestavení globálních matic

Dalším krokem algoritmu MKP je sestavení globální matice tuhosti $[K]$, vektoru vnějšího zatížení $\{F\}$, což se provede kombinací jednotlivých prvkových matic a sdružení deformačních parametrů do vektoru deformačních parametrů $\{U\}$, který obsahuje posuvy jednotlivých uzlů.

Pro celkovou energii napjatosti tělesa platí (odvozeno z rovnice pro energii napjatosti + dosazení globální matice tuhosti):

$$W = \frac{1}{2} \{U\}^T \cdot [K] \cdot \{U\} \quad \text{Rovnice 7}$$

Obdobně pro potenciál vnějšího zatížení platí:

$$P = \{U\}^T \cdot \{F\} \quad \text{Rovnice 8}$$

Základní rovnice MKP

Po dosazení do rovnice $\Pi = W - P$ lze psát:

$$\Pi = \frac{1}{2} \{U\}^T \cdot [K] \cdot \{U\} - \{U\}^T \cdot \{F\} \quad \text{Rovnice 9}$$

Po dosažení do podmínky, která plyne z Lagrangeova variačního principu ($\delta\Pi = 0$) získána základní rovnice metody konečných prvků:

$$[K] \cdot \{U\} = \{F\}$$

Rovnice 10

Předepsání okrajových podmínek

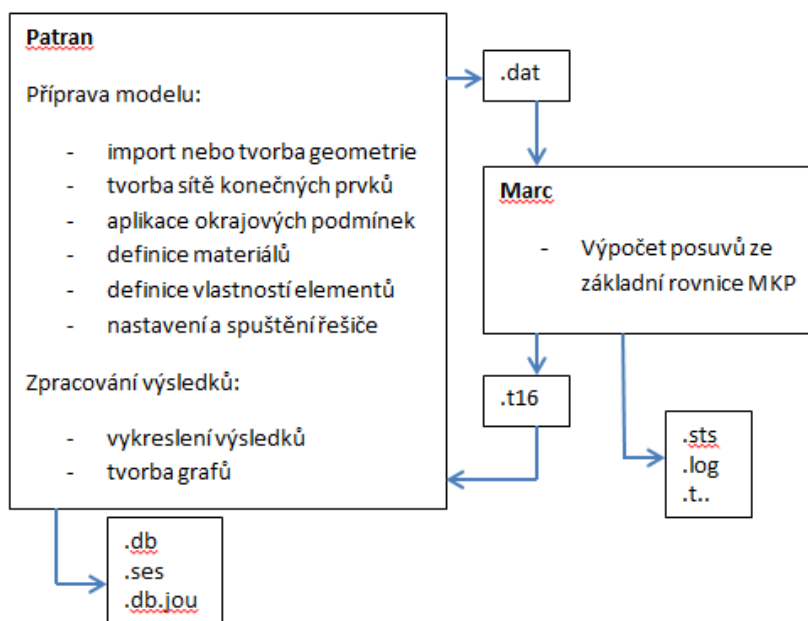
Jelikož je matice $[K]$ singulární, tedy nemá jednoznačné řešení [12] je nutné nyní předepsat okrajové podmínky, čímž vypadnou některé řádky, případně budou zadány některé posuvy a matice bude řešitelná.

Předepsání okrajových podmínek je posledním krokem metody před samotným řešením soustavy rovnic. Celý proces lze tedy shrnout:

1. Provede se diskretizace kontinua
2. Sestaví se soustava rovnic $[K] \cdot \{U\} = \{F\}$
3. Vyřeší se soustava rovnic, řešením jsou primární výsledky – posuvy
4. Přepočítá se posuvy na napětí z rovnice pro energii napjatosti

Použitý software

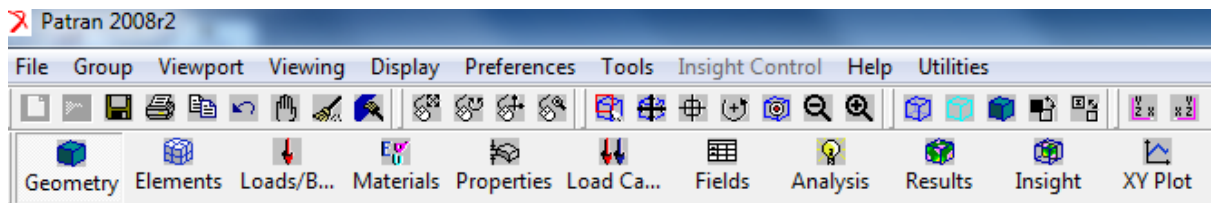
Použitým softwarem pro řešení úloh je Patran a Marc vyvíjený společností MSC software. Vztah mezi programy Patran a Marc se dá shrnout pomocí následujícího schématu:



Obrázek 10: Komunikace mezi pre/post procesorem a solverem

Patran je jeden z nejvíce používaných preprocesorů (část programu sloužící pro přípravu úlohy) a postprocesorů (část pro vyhodnocení výsledků), Marc je nelineární řešič umožňující efektivní a uživatelsky pohodlné řešení kontaktních úloh bez nutnosti penetrace povrchů a bez nutnosti definování kontaktních ploch nebo aplikování speciálních kontaktních prvků – využití kontaktního algoritmu metody přímé vazby. Jednou z velkých výhod Patranu je přehlednost uživatelského prostředí, dále pak

například pokročilost implementovaného solidového modeláře, nebo možnosti širokého spektra nastavení při modelování sítě, využívání seskupování prvků do grup, nebo snadná editace okrajových podmínek pro opakování výpočtů.



Obrázek 11: Sled kroků v Patranu

V Patranu se provádí v prvním kroku vytváření nebo import geometrie, dále se postupuje vytvořením sítě (je možno modelovat od začátku pouze síť), kterou je možno vytvářet buď automaticky, nebo ji pokročile řídit.

V dalším kroku se vytvářejí okrajové podmínky pro úlohu, zde je možné využít nástroje pro snadné vytváření seznamu uzlů, do kterých se má daná okrajová podmínka aplikovat. Výhodou je, že každá zapsaná okrajová podmínka lze samostatně zobrazit, modifikovat její parametry i uzly, na které byla aplikována.

Dále následuje vytvoření materiálových modelů, klasicky jde zadat model lineární, nelineární nebo po částech lineární pomocí tabulky.

Dalším krokem je přiřazení vlastností jednotlivým prvkům, v záložce properties, přiřazení materiálu a vlastností prvku je tedy velice jednoduché.

Poté už proběhne samotné spuštění analýzy, případně pouze vytvoření vstupního souboru pro řešič (solver).

7.1. Definice kontaktních úloh

Kontakt mezi tělesy patří mezi nejčastější fyzikální nelinearity v reálných podmínkách (dalšími jsou geometrická a materiálová nelinearity). Kontakty lze nalézt téměř kdekoli (uložení hřídelů, ložisek a jiných strojních dílů, atd.). Analytický problém pevnosti a pružnosti nahrazuje kontakt mezi tělesy (podpory, vetknutí popř. rotační vazby) reakčními silami dle Saint – Venantova principu, ale za podmínky splnění lineární závislosti mezi napětím a přetvořením. Tuhost soustavy je tedy konstantní.

V reálných kontaktních problémech je tuhost soustav nelineární (závislost tenzoru K na U) a kontaktní problém musí být řešen pomocí speciálních algoritmů na řešení nelineární soustavy rovnic:

$$K(U) \cdot U = F$$

Rovnice 11

Samotná metoda konečných prvků neumí řešit kontaktní problémy. Uzly a elementy obecně komunikují pouze s nejbližšími sousedy a tím není schopna predikce kontaktu jako celku. Obecně by uzly a elementy mohly prostupovat neomezeně ostatními řešenými tělesy.

Řešení kontaktní úlohy se skládá prakticky ze dvou kroků:

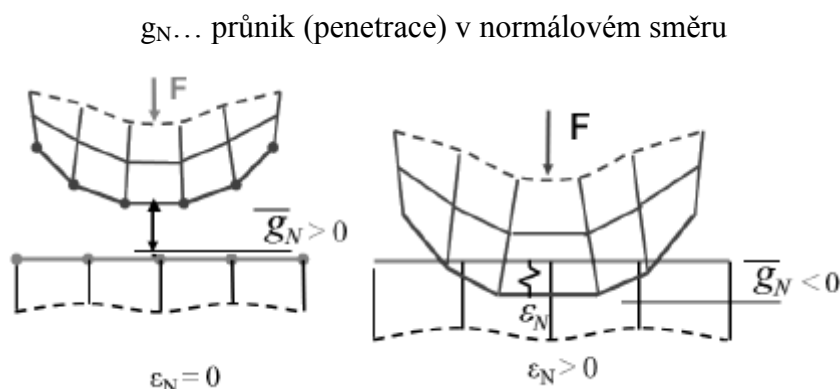
1. detekce kontaktu
2. kontaktní algoritmus

Detekce kontaktu má za účel lokalizovat místo kontaktu a může být definována pomocí různých kritérií. Kontaktní algoritmus má za účel správně numericky popsat chování těles v kontaktu, to znamená zachovat silovou rovnováhu a dodržet model tření. V různých programech existují různé kontaktní algoritmy, mezi základní nejvíce využívané patří tyto tři:

1. pokutový přístup (Penalty algorithm – Ansys) [4]
2. metoda Lagrangeových multiplikátorů (Ansys) [4]
3. metoda přímé vazby (Marc)

Pokutový přístup

Základní myšlenkou pokutového algoritmu řešení kontaktu je skoková změna tuhosti kontaktních prvků při penetraci povrchů:



Obrázek 12: Pokutový přístup [3]

Výsledný tvar základní rovnice MKP s kontakty řešenými penalty algoritmem:

$$(K + \varepsilon G^T G)U = F \quad \text{Rovnice 12}$$

$\varepsilon \dots$ sloupcová matice normálových a tečných tuhostí v diskrétních bodech kontaktu

$G \dots$ matice definující odpovídající dvojice deformačních parametrů, které přicházejí při kontaktu do vzájemného styku.

Z uvedeného vyplývají následující vlastnosti penalty algoritmu:

- Kontakt se projeví změnou tuhosti prvků matice K
- Tuhost v kontaktu je nastavena tak, aby při malé penetraci bylo dosaženo rovnováhy $\varepsilon * g = F$ [Obrázek 12], kde F je kontaktní síla přenášená mezi konkrétní dvojicí deformačních parametrů.

Výhody:

- Žádné změny v počtu stupňů volnosti
- Spolehlivost při iteračním řešení velmi rozsáhlých soustav rovnic

Nevýhody:

- Vždy je nutná určitá míra penetrace stykových povrchů, což je v rozporu s kinematikou reálných kontaktů
- Podmíněnost matice soustavy $K = K + \varepsilon G^T G$ a tím i rychlost konvergence významně závisí na volbě kontaktní tuhosti

Metoda Lagrangeových multiplikátorů

Metoda Lagrangeových multiplikátorů je založena na požadavku splnění podmínky neproniknutelnosti kontaktních povrchů, kterou lze zapsat:

$$G \cdot U - g_0 = 0 \quad \text{Rovnice 13}$$

$g_0 \dots$ počáteční mezera (gap) mezi tělesy v kontaktu, do algoritmu MKP je pak tato podmínka zanesena pomocí Lagrangeových multiplikátorů, což vede na rovnici:

$$\Pi = \frac{1}{2} U^T \cdot K \cdot U - U^T \cdot F + \lambda^T \cdot (G \cdot U - g_0) \quad \text{Rovnice 14}$$

Multiplikátory λ tvoří vedle deformačních parametrů U další nezávislé proměnné, vůči kterým je minimalizován funkcionál Π , což vede na soustavu rovnic:

$$\begin{bmatrix} K & G \\ G^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ g_0 \end{bmatrix} \quad \text{Rovnice 15}$$

Fyzikální význam multiplikátorů λ je kontaktní tlak mezi tělesy.

Výhody:

- Přesné splnění podmínky neprostupnosti povrchů
- Není nutné definovat kontaktní tuhost

Nevýhody:

- Další neznámé problému – zvýšení stupňů volnosti

Metoda přímé vazby [14]

Tato metoda nevyžaduje žádné speciální elementy potřebné k definici kontaktních ploch. U metody Lagrangeových multiplikátorů a u prostého pokutového algoritmu je nutné predikovat místa kontaktu a umístit na ně kontaktní prvky. Algoritmus přímé vazby automaticky detekuje uzly vstupujících do kontaktu, tudíž není nutné předem definovat kontaktní plochy, ale stačí definovat kontaktní tělesa jako celky. V případě valivých ložisek se využívá definice všech valivých elementů jako jednoho kontaktního tělesa nezávisle na jejich počtu.

Kontaktní algoritmus metody přímé vazby zahrnuje:

- Kontrolu relativní polohy všech uzlů
- Stanovení kontaktní normálové síly
- Stanovení třecí síly, pokud byl použit model tření

- Dodržení silového přenosu mezi tělesy
- Identifikaci kontaktní plochy

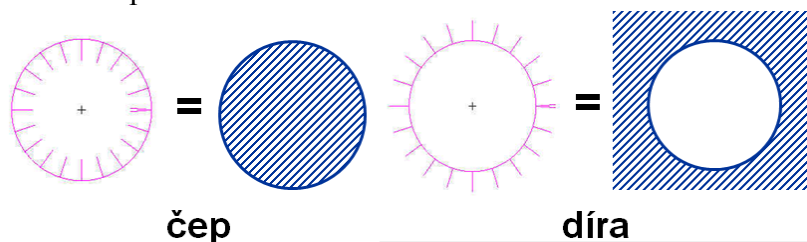
Typy kontaktních těles:

Deformovatelné těleso:

- Těleso je deformovatelného charakteru
- Vlivem deformace vzniká napjatost

Tuhé (rigid) těleso:

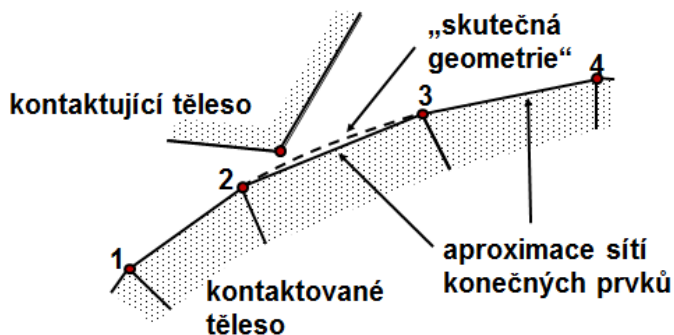
- Těleso není deformovatelné
- Vlivem deformace nevzniká napjatost
- Nastavení orientace ploch:



Obrázek 13: Orientace normály rigid plochy

Analytický kontakt

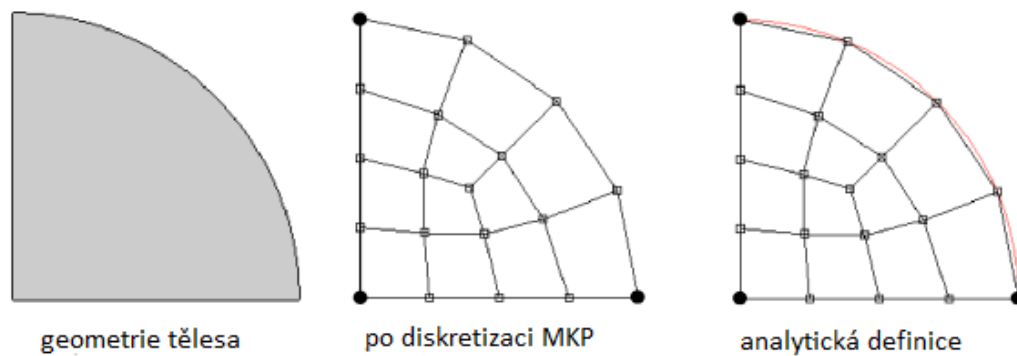
Metoda konečných prvků je založena na diskretizaci kontinua do konečného počtu prvků, proto jsou například zakřivené plochy rozloženy na hranaté segmenty a tím se již výpočtový model liší od geometrického („reálného“). Tento nedostatek je do určité míry vyřešen tzv. analytickým kontaktem [Obrázek 14, 15].



Obrázek 14: Nesoulad skutečné geometrie a MKP síť [14]

Analytické křivky pak prochází sítí v uzlových bodech, ale ke kontaktu dochází již mimo těleso, tam kde je definovaná křivka. Tento model kontaktu je velice důležitý například u otáčení hřídele, čepu v díře nebo právě u valivých ložisek.

Analytický kontakt umožňuje nastavit velikost úhlu, po jehož překročení dojde k přerušení křivky a v daném uzlu se naváže novou.

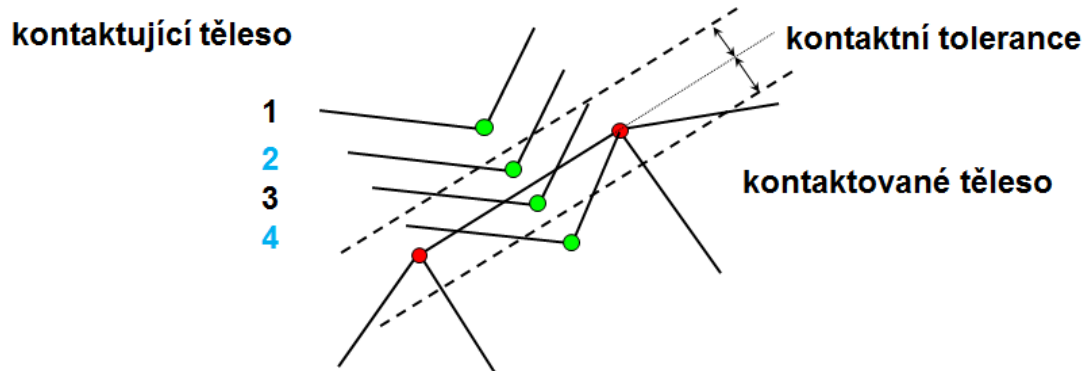


Obrázek 15: Rozdíl mezi analytickou a FEM aproximací [14]

Detekce kontaktu

Detekce kontaktu u metody přímé vazby úzce souvisí s velikostí kontaktní tolerance. Jakmile je některý z uzlů kontaktujícího tělesa v kontaktní toleranci, je vtažen do kontaktu a posunut na hranu kontaktovaného tělesa.

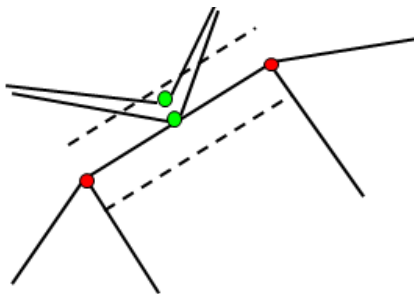
Mohou nastat následující situace:



Obrázek 16: Možné případy polohy kontaktujícího uzlu [14]

1. Uzel kontaktujícího tělesa vně prvku kontaktovaného tělesa, mimo kontaktní toleranci
 - tělesa nejsou v kontaktu
 - kontaktující uzel zůstává v původní pozici
2. Uzel vně prvku, uvnitř kontaktní tolerance: [Obrázek 17]

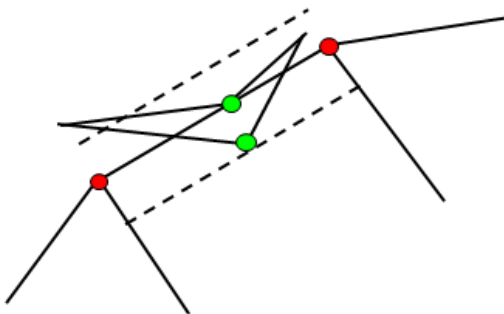
- kontaktující uzel je vytlačen zpět na hranu prvku kontaktovaného tělesa
- aplikovány kontaktní vazby
- uzel zůstává v kontaktu, do doby než normálová síla je nižší než síla pro oddělení kontaktu



Obrázek 17: Uzel vně prvku, uvnitř kontaktní tolerance [14]

3. Uzel penetruje do prvku, uvnitř kontaktní tolerance: [Obrázek 18]

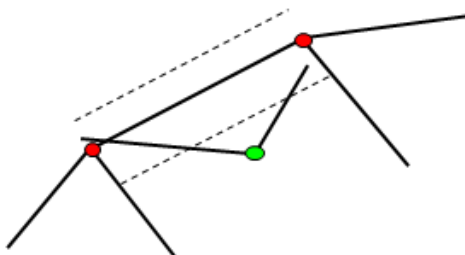
- kontaktující uzel je vytlačen zpět na hranu prvku kontaktovaného tělesa
- aplikovány kontaktní vazby
- uzel zůstává v kontaktu, do doby než normálová síla je nižší než síla pro oddělení kontaktu



Obrázek 18: Uzel penetruje do prvku, uvnitř kontaktní tolerance [14]

4. Uzel penetruje do prvku, mimo kontaktní toleranci: [Obrázek 19]

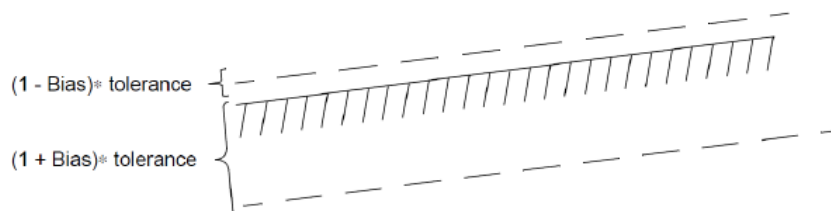
- uzel penetruje
- opakování inkrementu se zmenšeným časovým krokem
- pokud tato situace nastane na počátku analýzy, nedojde k detekci kontaktu



Obrázek 19: Uzel penetruje do prvku, mimo kontaktní toleranci [14]

Faktor posunutí (bias)

Obecně je kontaktní tolerance stejná z obou stran kontaktního segmentu, ale může být určitým směrem posunutá právě pomocí faktoru posunutí, což přispívá ke snížení počtu iterací se zachováním přesnosti řešení.



Obrázek 20: Posun kontaktní tolerance [14]

Kontaktní vazby

Kontaktní páry se předepisují kontaktní tabulkou, přičemž každý může mít specifické vlastnosti (koeficient tření, kontaktní toleranci, faktor posunutí aj.) Správné definování kontaktní tabulky výrazně zkracuje výpočtový čas, při ponechání základního nastavení jsou všechna tělesa v kontaktu s ostatními a se sebou samými. Jako poslední nastavení pro zrychlení výpočtu je možno zmínit jednostrannou nebo oboustrannou kontrolu kontaktu.

7.2. Definice teplotních úloh

Analýza vedení tepla patří společně s deformačně napěťovou a modální analýzou mezi nejrozšířenější typy úloh v oblasti inženýrských výpočtů využívajících metodu konečných prvků.

Ve výpočtech se často analýza vedení tepla a deformačně napěťová analýza spojují do jedné úlohy, kdy je nejprve určeno teplotní pole na dané oblasti a poté odpovídající napjatost, která vznikne vlivem nerovnoměrných teplotních dilatací. Tento typ úlohy se označuje jako slabě sdružená tepelně – deformační úloha. Teplotní pole v tomto případě ovlivňuje deformaci a napjatost, opačný vliv se neuvažuje.

Při simulaci tvářecích procesů, kdy se velká část deformační práce mění v teplo, se naopak využívá tzv. plně sdružené tepelně – deformační úlohy. V tomto případě se již uvažuje obousměrné ovlivnění.

Rovnice vedení tepla

Nestacionární vedení tepla pevnými látkami je popsáno rovnicí:

$$k \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + Q = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{Rovnice 16}$$

T ... teplota, T_0 je teplota okolí

Q ... měrný tepelný tok

α ... součinitel přestupu tepla

t... čas

k... tepelná vodivost

c ... měrná tepelná kapacita

ρ ... hustota materiálu

Q ... měrný tepelný výkon

Tuto rovnici je třeba doplnit okrajovými podmínkami:

1. Na části povrchu tělesa S_T je předepsána známá teplota T^* : $S_T: T = T^*$
2. Na části povrchu tělesa S_q je teplotní tok roven dané hodnotě: $S_q: q = q^*$
3. Přestup tepla konvekcí: na části povrchu tělesa S_a nabývají teplota a tepelný tok hodnot, které vyhovují rovnici:

$$q = \alpha(T - T_0) \quad \text{Rovnice 17}$$

Funkcionál pro řešení teplotních úloh má tvar:

$$\Pi_T = \iiint (T^T \cdot k \cdot T' + 2 \cdot \rho \cdot c \cdot T \cdot T - 2 \cdot Q \cdot T) dV - \iint g^* \cdot T dS_q \quad \text{Rovnice 18}$$

Skládá se z příspěvků odpovídajících teplu vedeném tělesem, tepelné kapacitě materiálu a vnitřním a vnějším zdrojům.

Primární neznámou je teplota, ta je při diskretizaci metodou konečných prvků aproximována nad prvkem podobně jako posuvy:

$$T = N \cdot \delta_T \quad \text{Rovnice 19}$$

kde N je matice bázevých funkcí a δ_T matice neznámých uzlových teplot. Teplota jako skalární veličina je plně popsána jedním neznámým parametrem v uzlu, řešení teplotních úloh má zhruba třetinovou velikost (třetina rovnic) proti deformačně – napěťovým úlohám ve 3D.

Vyjádření prvkových a globálních matic a s využitím podmínky stacionární hodnoty funkcionálu vede na diskrétní podobu rovnice vedení tepla ve tvaru:

$$C_T \cdot \dot{U}_T + K_T \cdot U_T = F_T \quad \text{Rovnice 20}$$

Kde C_T, K_T, F_T jsou globální matice tepelné vodivosti, kapacity a tepelného zatížení. U_T je matice neznámých uzlových teplot.

Stacionární, časově neproměnný problém vedení tepla se získá vypuštěním pravé strany rovnice:

$$k \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + Q = 0 \quad \text{Rovnice 21}$$

což vede v diskrétní podobě na soustavu:

$$K_T \cdot U_T = F_T \quad \text{Rovnice 22}$$

Teplotní napjatost

V důsledku teplotní dilatace materiálu je nutné tenzor přetvoření rozdělit na dvě složky:

$$\varepsilon = \varepsilon_\sigma + \varepsilon_T \quad \text{Rovnice 23}$$

kde jedna složka je vyvolána mechanickým zatížením a druhá teplotní roztažností materiálu: $\varepsilon_T = \alpha \Delta T$.

Prvková matice zatížení má tvar:

$$f_T = \iiint B^T \cdot D \cdot \alpha \cdot \Delta T dV \quad \text{Rovnice 24}$$

B^T ... transponovaná matice vzniklá derivací součinu matice bazových funkcí posuvů a matice deformačních parametrů

Obvyklým postupem se poté dostane základní rovnice MKP, kde je již v matici zatížení F zahrnutý vliv teplotního zatížení.

8. Analytické řešení

Pro výpočty ložisek se využívá vztahů vycházejících z Hertzovy teorie. Výpočet značně usnadňuje a zrychluje využití většího množství nomogramů.

Výpočet kontaktního napětí bez vlivu radiální vůle

Pro ložisko bez vůle je možné vypočítat délky kontaktních elips, stykové napětí a pružné posunutí.

Výpočet síly F_{rmax}/Q působící na nejvíce zatížený element:

$$F_r = \frac{C_r}{C/P} = \frac{54\,500}{4} = 13\,625\,N \quad \text{Rovnice 25}$$

$$F_{rmax} = Q = \frac{4,37 \cdot F_r}{z} = \frac{4,37 \cdot 13\,625}{7} = 8505,9\,N \quad \text{Rovnice 26}$$

F_r ... radiální síla působící na ložisko

C_r ... radiální únosnost ložiska

C/P ... poměr radiální únosnosti a působícího zatížení

z ... počet valivých elementů

Hodnota 4,37 vychází ze vztahu pro součinitel J_r (Obrázek 22).

$$J_r = \frac{F_r}{zQ_{max} \cos \alpha} \quad \text{Rovnice 27}$$

$\cos \alpha$... stykový úhel (0 stupňů pro radiální ložiska)

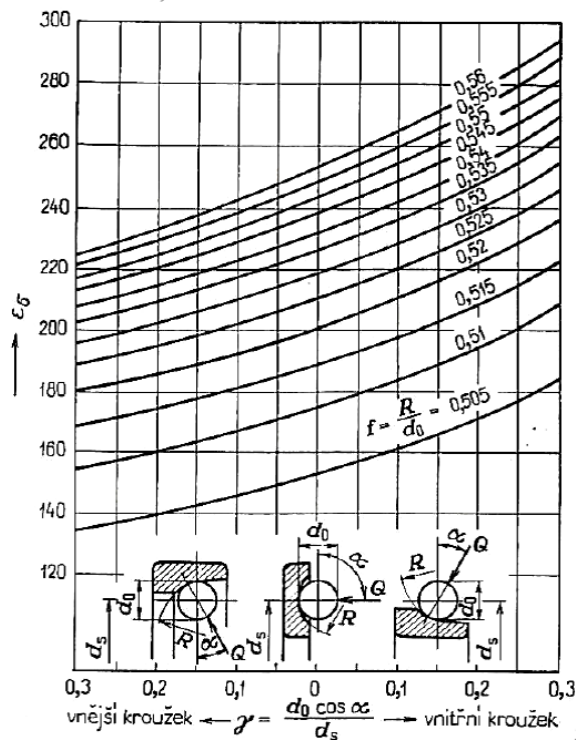
Při zatížení ložiska čistě radiálním zatížením procházejícím středem ložiska je teoreticky zatížena právě polovina obvodu, proto parametr zatíženého pásma je $\varepsilon = 0,5$, pro tuto hodnotu je J_r rovno 0,228.

Pro výpočet napětí ve stykové ploše poté platí:

$$\sigma_{max} = 4,67 \cdot \varepsilon_\sigma \cdot \left(\frac{Q}{d_0^2}\right)^{1/3} \quad \text{Rovnice 28}$$

d_0 ... průměr valivého elementu

Nomogram pro určení ε_σ :



Obrázek 21: Nomogram pro určení epsilon a gamma

Hodnota gamma pro získání hodnoty epsilon z nomogramu:

$$\gamma = \frac{d_0}{d_s} \cdot \cos(0) = \frac{19,05}{68,5} = 0,278 [-] \quad \text{Rovnice 29}$$

d_s ... roztečný průměr

Pro napětí platí:

Vnitřní kroužek – z nomogramu dle γ hodnoty plyne, že $\varepsilon_\sigma = 215$:

$$\sigma_{max} = 4,67 \cdot 217 \cdot \left(\frac{8505,9}{19,05^2}\right)^{1/3} = 2\,900 \text{ MPa} \quad \text{Rovnice 30}$$

Vnější kroužek – z nomogramu plyne, že $\varepsilon_\sigma = 180$:

$$\sigma_{max} = 4,67 \cdot 180 \cdot \left(\frac{8505,9}{19,05^2}\right)^{1/3} = 2\,397 \text{ MPa} \quad \text{Rovnice 31}$$

Výpočet pružného posunutí bez vlivu radiální vůle

Výpočet se provede podle vzorce:

$$\delta_0 = 4,36 \cdot 10^{-4} \left(\frac{Q^2}{d_0}\right)^{1/3} \quad \text{Rovnice 32}$$

$$\delta_0 = 4,36 \cdot 10^{-4} \left(\frac{8505,9^2}{15,081} \right)^{1/3} = 0,0735 \text{ mm} \quad \text{Rovnice 33}$$

Výpočet pružného posunutí se zahrnutím vlivu radiální vůle

Do výpočtu pružného posunutí se zahrnutím vlivu radiální vůle vstupuje kromě parametrů použitých dříve navíc ještě velikost zatíženého pásma ε , udávající podíl zatížení na ložisku z jeho celkového obvodu (v důsledku zahrnutí radiální vůle se změní některé využití vztahy). Výpočet bude proveden pro vůli C4.

Pro radiální posunutí platí:

$$\delta_0 = 1,93 \cdot 10^{-4} \cdot Q^{2/3} \quad \text{Rovnice 34}$$

Pro parametr zatíženého pásma platí:

$$\varepsilon = \frac{\delta_0}{2\delta_0 + V_r} \quad \text{Rovnice 35}$$

V_r ... radiální vůle v ložisku

Na počátku výpočtu je nutno zvolit hodnotu parametru ε , pro tento výpočet zvoleno $\varepsilon = 0,4$, pro které se v tabulce vyhledá příslušný součinitel J_r (radiální integrál, vztah v [1]).

Parametr zatíženého pásma ε	Jednořadá radiální ložiska					
	Bodový styk			Přímkový styk		
	$(F_r/F_a) \operatorname{tg} \alpha =$ $= J_r/J_a$	J_r	J_a	$(F_r/F_a) \operatorname{tg} \alpha =$ $= J_r/J_a$	J_r	J_a
0	1	1/z	1/z	1	1/z	1/z
0,2	0,931 0	0,159 0	0,170 7	0,921 5	0,173 2	0,187 9
0,3	0,896 5	0,189 2	0,211 0	0,880 6	0,205 0	0,232 8
0,4	0,860 1	0,211 7	0,246 2	0,838 5	0,228 1	0,272 0
0,5	0,822 5	0,228 8	0,278 2	0,794 8	0,244 8	0,308 0
0,6	0,783 5	0,241 6	0,308 4	0,749 2	0,256 4	0,342 2
0,7	0,747 1	0,250 5	0,337 4	0,701 2	0,263 3	0,375 5
0,8	0,699 5	0,255 9	0,365 8	0,649 9	0,265 5	0,408 6
0,9	0,652 9	0,257 6	0,394 5	0,594 5	0,262 7	0,442 6
1	0,600 0	0,254 6	0,424 4	0,526 1	0,252 5	0,480 0

Obrázek 22: Hodnoty radiálního integrálu pro výpočet pružného posunutí

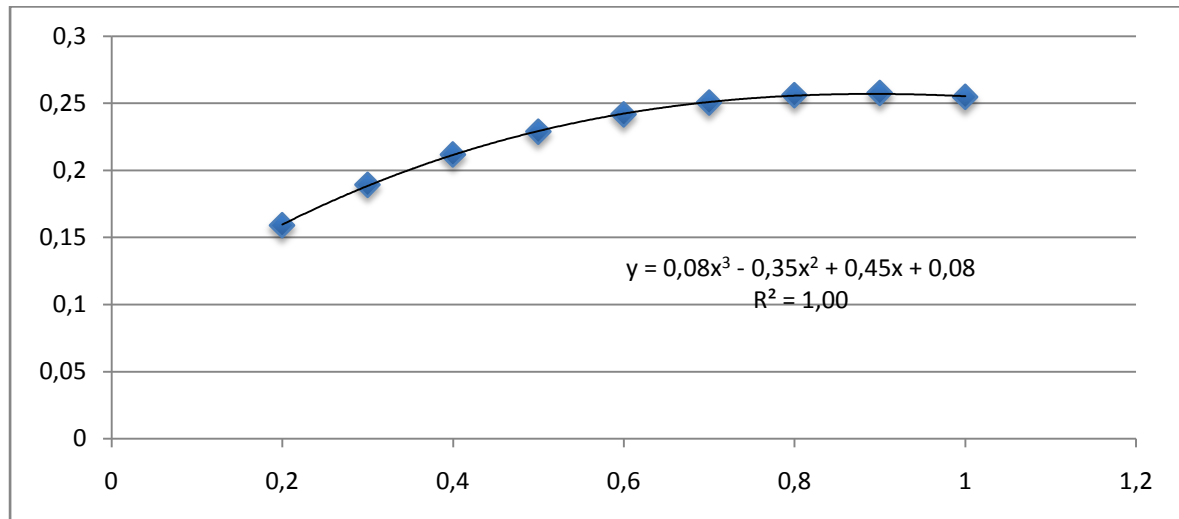
Pro daný případ $J_r = 0,2117$, dále pak:

$$Q = \frac{F_r}{z \cdot J_r} = \frac{13\,625}{7 \cdot 0,2117} = 9\,194,2 \text{ N} \quad \text{Rovnice 36}$$

$$\delta_0 = 1,93 \cdot 10^{-4} \cdot 8\,536,97^{2/3} = 0,085 \text{ mm} \quad \text{Rovnice 37}$$

$$\varepsilon = \frac{0,085}{2 \cdot 0,085 + 0,037} = 0,41 \neq 0,4 \quad \text{Rovnice 38}$$

Opakování výpočtu pro $\varepsilon = 0,41$, pro tuto hodnotu je nutné spočítat radiální integrál J_r , [Obrázek 22], nebo aproximovat body z tabulky a hodnotu určit:



Obrázek 23: Aproximace polynomem třetího stupně

Po dosazení do rovnice výsledné $J_r = 0,214$

$$Q = \frac{F_r}{z \cdot J_r} = \frac{13\,625}{7 \cdot 0,214} = 9\,095,46 \text{ N} \quad \text{Rovnice 39}$$

$$\delta_0 = 1,93 \cdot 10^{-4} \cdot 9\,095,46^{2/3} = 0,084 \text{ mm} \quad \text{Rovnice 40}$$

$$\varepsilon = \frac{0,084}{2 \cdot 0,084 + 0,037} = 0,41 = 0,41 \quad \text{Rovnice 41}$$

Vypočtení hodnota pružného posunutí odpovídá parametru zatíženého pásma, který vstupuje do výpočtu, hodnotu pružného posunutí $\delta_0 = 0,084 \text{ mm}$ lze tedy považovat za finální.

Výpočet kontaktního napětí se zahrnutím vlivu radiální vůle

Vnitřní kroužek:

$$\sigma_{max} = 4,67 \cdot 217 \cdot \left(\frac{9095,46}{19,05^2} \right)^{1/3} = 2\,965 \text{ MPa} \quad \text{Rovnice 42}$$

Vnější kroužek:

$$\sigma_{max} = 4,67 \cdot 180 \cdot \left(\frac{8505,9}{19,05^2} \right)^{1/3} = 2\,460 \text{ MPa} \quad \text{Rovnice 43}$$

Srovnání výsledků

Výsledky numerického řešení pro srovnání byly získány z výsledků analýz využitých pro účely předchozí diplomové práce.

výpočet bez vůle	radiální posuv	kontaktní napětí – vnější kroužek [MPa]	kontaktní napětí – vnitřní kroužek [MPa]
numerické řešení	0,0578 mm	2 360	2 820
analytické řešení	0,0735 mm	2 397	2 900

výpočet s vůlí C4	radiální posuv	kontaktní napětí – vnější kroužek [MPa]	kontaktní napětí – vnitřní kroužek [MPa]
numerické řešení	0,0811 mm	2 430	2 950
analytické řešení	0,0840 mm	2 460	2 965

Výsledky potvrzují předpoklad, že analytické výpočtové modelování je konzervativnější než numerické výpočtové modelování pro problematiku valivých ložisek, což bylo dokázáno například v [13], poukazují na řádovou správnost numerického řešení.

9. Řešení numerickým výpočtovým modelováním

Výpočty radiálních valivých ložisek probíhají ve dvou krocích na dvou výpočtových modelech s různou mírou diskretizace kontinua. První výpočet probíhá na modelu s malou mírou diskretizace (větší prvky), slouží pro stanovení posuvů, které jsou poté aplikovány na výpočtový model s vysokou mírou diskretizace kontinua (menší prvky). Výpočtový model s menšími prvky slouží pro určení průběhů napětí. Daný postup vychází z praxe společnosti ZKL, vychází z dlouhodobých poznatků a doporučení firmy MSC.Software. Označení míry diskretizace jako malé a velké není zcela správné, ovšem konkrétní hodnoty nastavení velikosti prvků jsou součástí duševního vlastnictví společnosti ZKL a nemohou proto být uvedeny.

Pro oba výpočtové modely jsou shodné modely materiálu a použité typy konečných prvků [Obrázek 24]:

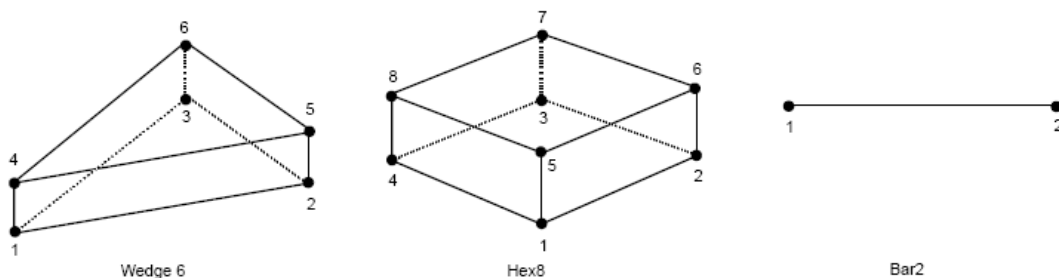
Model materiálu

Model materiálu odpovídá oceli používané na ložiska: 100Cr6 s následujícími parametry:

- $E = 210\,000$ MPa
- $\mu = 0,3$ [-]
- zadáván jako lineárně elastický (důvody zmíněny v kap. 11)

Použitý typ prvku

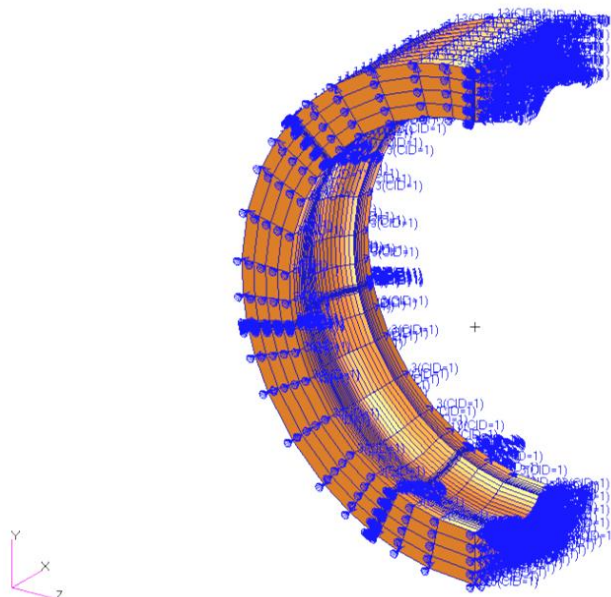
Pro analýzu jsou použity lineární prvky typu WEDGE a HEX, pro uchycení elementů ke kroužkům BAR:



Obrázek 24: Geometrie prvků Wedge, Hex a Bar

Model s nízkou mírou diskretizace

Obrázek 25 zobrazuje výpočtový model ložiska pro výpočet jednořadého radiálního kuličkového ložiska. Je analyzována pouze jedna polovina ložiska, je využito principu symetrie s ohledem na symetrii zatížení, vazeb a materiálu. Výpočtový model s malou mírou diskretizace slouží pro stanovení posuvů. Jak je zřejmé, daný výpočtový model neobsahuje klec, která nemá na deformačně napěťové stavy ve valivých ložiscích podstatný vliv. Valivé elementy jsou v modelu ložiska „uchyceny“ pomocí prutových prvků – pružin s velice malou tuhostí, které nemají vliv na výsledky, ale zabrání odvalení valivých elementů ze svých pozic.



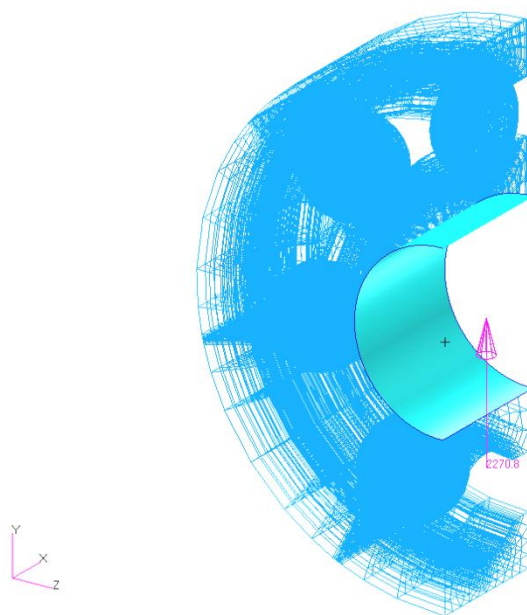
Obrázek 27: Okrajové podmínky předepsané na vnějším kroužku

Model zatížení pro výpočtový model s malou mírou diskretizace

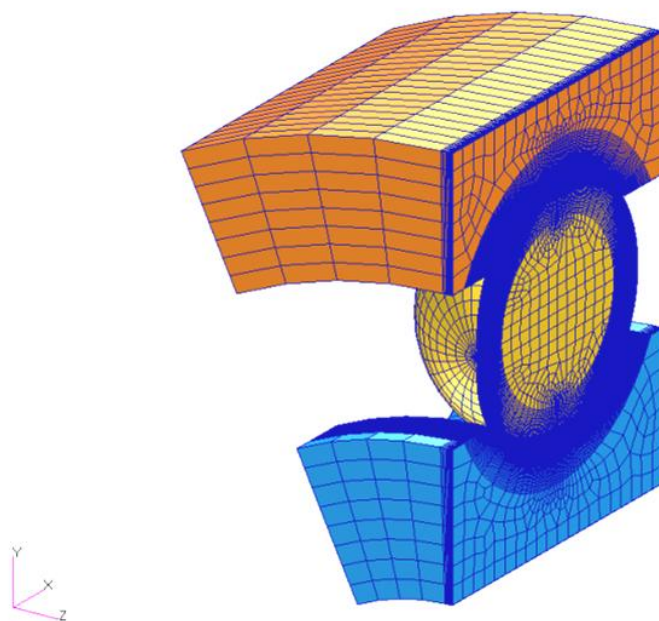
Zatížení je v případě modelování radiálních valivých ložisek aplikováno do tzv. řídicího uzlu, který se nachází na ose ložiska. Do tohoto uzlu je pak aplikována příslušná radiální síla – fialově [Obrázek 28], která je vypočtena jako podíl základní dynamické únosnosti a příslušného poměru zatížení k dynamické únosnosti, tzv. C/P, dále je hodnota síly vydělena dvěma, protože je využito symetrie úlohy. Řídicí uzel poté řídí posuv modelu hřídele, která je modelována jako absolutně tuhá plocha (zelenomodrá plocha).

$$F_R = \frac{C_{dyn.}}{C/P \cdot 2}$$

Rovnice 44



Obrázek 28: Model zatížení v prvním kroku výpočtu

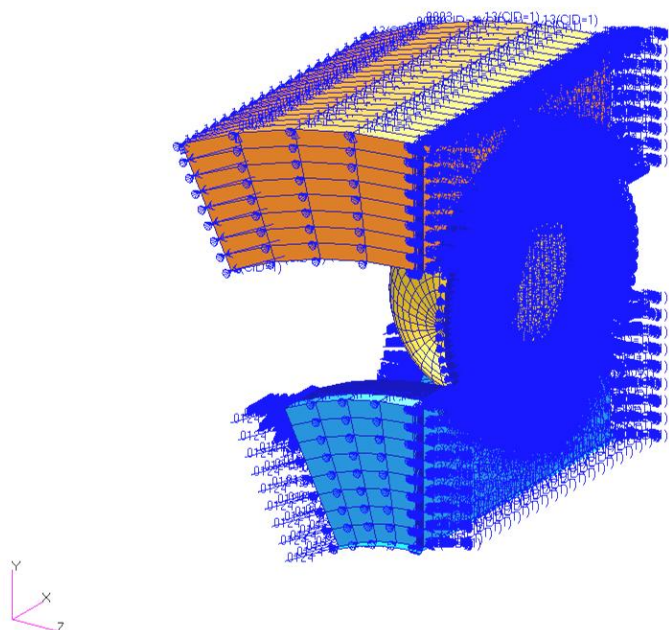
Model s vysokou mírou diskretizace

Obrázek 29: Síť konečných prvků výpočtového modelu s vysokou mírou diskretizace

Obrázek 29 zobrazuje výpočtový model ložiska s velkou mírou diskretizace (hustou sítí), využívá se výpočtu pouze na polovině nejvíce zatíženého elementu.

Model vazeb s okolím výpočtového modelu s nízkou mírou diskretizace

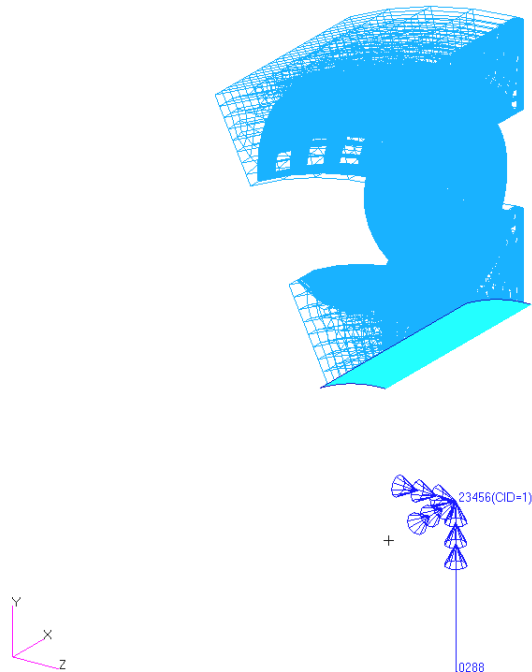
Okrajové podmínky výpočtového modelu s vysokou mírou diskretizace jsou analogické s modelem s nízkou mírou diskretizace, jsou doplněny tangenciální posuvy na jednotlivých kroužcích – šipky na okrajích kroužků [Obrázek 30]. Tento výpočtový model slouží pro přesné určení hodnot napětí.



Obrázek 30: Okrajové podmínky na druhém výpočtovém modelu ložiska

Model zatížení výpočtového modelu s vysokou mírou diskretizace

Po provedení výpočtu modelu s malou mírou diskretizace jsou získány hodnoty radiálních a tangenciálních posuvů na ložiskových kroužcích. Tyto posuvy jsou pak aplikovány jako deformační zatížení [Obrázek 31]. Radiální posunutí je aplikováno do řídicího uzlu a tangenciální posunutí do krajních uzlů jednotlivých kroužků.



Obrázek 31: Model radiálního zatížení výpočtového modelu v druhém kroku výpočtu

10. Analýza stávajícího stavu výpočtového modelu

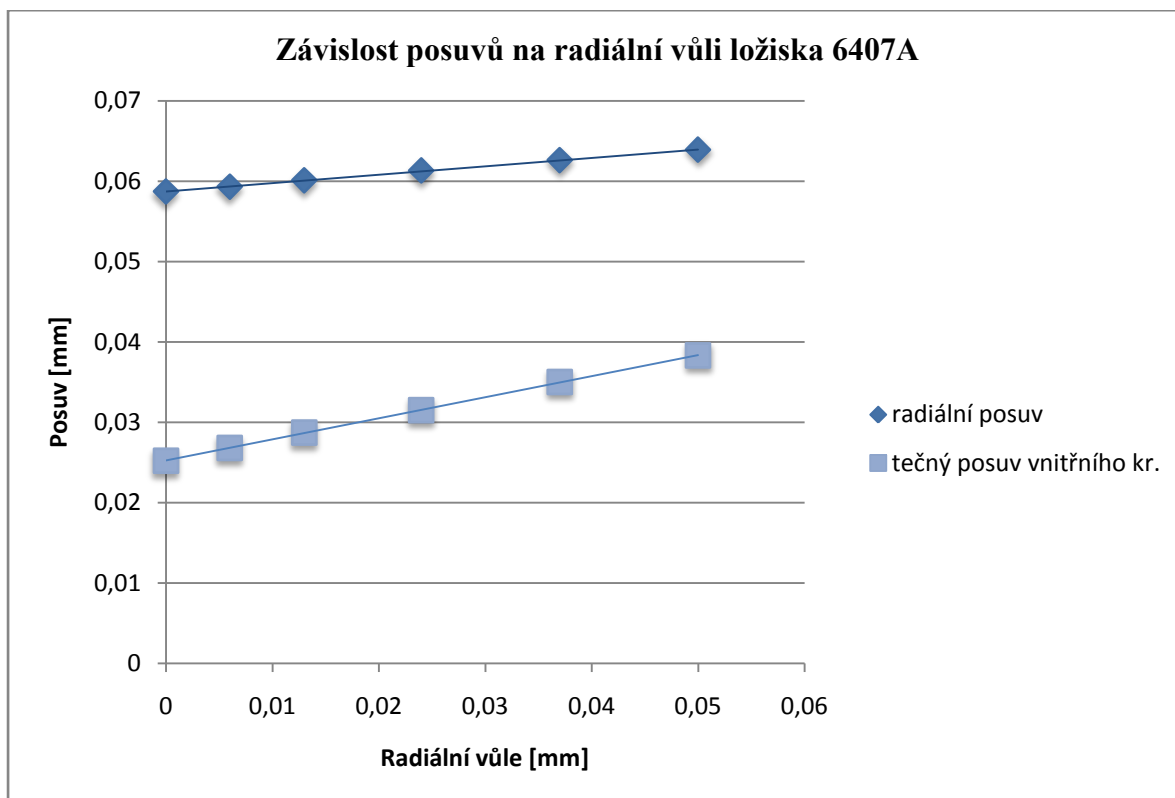
V současnosti probíhá výpočet napěťově deformačních parametrů u jednořadého radiálního kuličkového ložiska metodou využití dvou výpočtových modelů, jak bylo dříve zmíněno, přičemž oba modely jsou generovány pomocí makro souboru. Tento makro soubor již umožňuje zahrnout do výpočtového modelu radiální vůli.

10.1. Současný výpočtový model

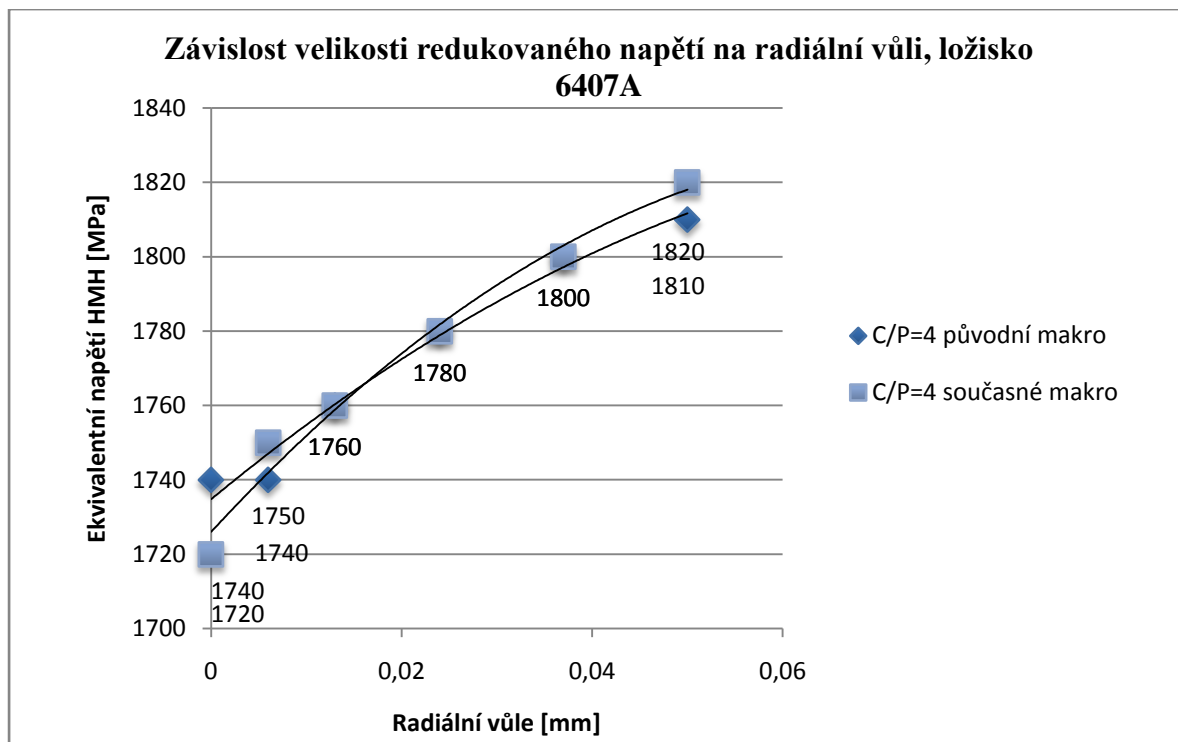
Současný výpočtový model je generovaný pomocí makro souboru. Současné makro vychází ze standardů firmy ZKL. Je odladěno rozložení a hustota sítě, využití roviny symetrie pro výpočet poloviny ložiska, rozložení ploch pro modelování kontaktů atd. Makro pro výpočet se zahrnutím radiální vůle bylo vytvořeno pro účely diplomové práce *Vliv montážní vůle u radiálního kuličkového ložiska na napjatost a deformaci.* [9]. V rámci této práce byla provedena citlivostní analýza hustoty sítě, napěťové výsledky různých interpolací výsledků do Gaussových bodů jsou v rozmezí dvou procent (shape function vs. average), viz [9]. Síť byla v rámci uvolnění makra pro použití ve standardizovaných výpočtech přizpůsobena požadavkům firmy, to se týká definované hustoty sítě po tloušťce jednotlivých offsetových ploch atd. Makro bylo tedy přizpůsobeno tak, aby výsledky a postupy co nejvíce odpovídaly ostatním počítaným ložiskům a dalo se korektně srovnávat.

Srovnání výsledků makra původního a po úpravě

V rámci aplikace makra vytvořeného pro potřeby předchozí diplomové práce došlo k jistým úpravám, co se týče nastavení a velikosti prvků aj. Je proto nutné ověřit předchozí výsledky při aplikování uzpůsobeného makra – označováno jako současné.



Obrázek 32: Posuvy jednotlivých částí ložiska při využití makra po úpravách



Obrázek 33: Hodnoty napětí pro původní makro a makro po úpravách

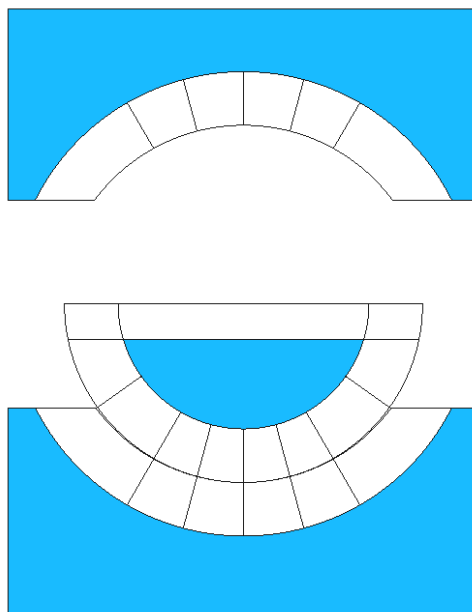
Vyhodnocení:

vůle	radiální posuv [mm]	radiální posuv po vymezení vůle	tečný posuv vnitřního kroužku [mm]	tečný posuv vnějšího kroužku [mm]	redukované napětí HMH [MPa]	rozdíl napětí [MPa]	
nulová	0,0000	0,0587	0,0587	0,0252	-0,000599	1720	-20
C2	0,0060	0,0623	0,0593	0,0268	-0,000610	1750	10
normální	0,0130	0,0666	0,0601	0,0287	-0,000622	1760	0
C3	0,0240	0,0733	0,0613	0,0315	-0,000641	1780	0
C4	0,0370	0,0811	0,0626	0,0350	-0,000663	1800	0
C5	0,0500	0,0889	0,0639	0,0383	-0,000685	1820	10

Po aplikování posuvů vypočtených užitím původního makra na makro současné je zřejmé mírné navýšení růstu hodnoty napětí, a to o dva procentní body na zhruba šest procent mezi nulovou a maximální vůlí – C5.

Reprodukovatelnost výsledků

Dále je nutné ověřit reprodukovatelnost výsledků – provedení třech různých výpočtů stejného ložiska se stejnou radiální vůlí, i zatížením, je počítán pouze model s vysokou mírou diskretizace. Jediné co se mění je globální velikost prvků mimo kontaktní oblast (D0 je průměr valivého elementu), [Obrázek 34]:



Obrázek 34: Plochy, na kterých se mění velikost prvků (modře)

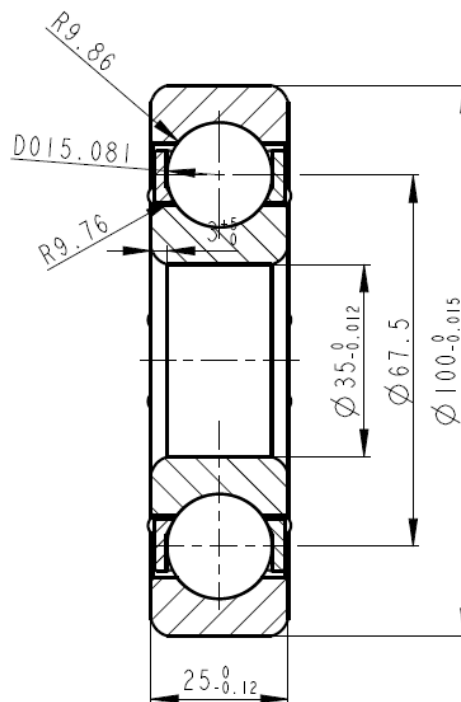
globální velikost prvků	počet prvků	napětí dle HMM – average [MPa]	napětí dle HMM – shape function [MPa]
0,05*D0	94 296	1 750	1 770
0,10*D0	93 006	1 750	1 770
0,15*D0	92 342	1 750	1 770

Reprodukovatelnost výsledků byla potvrzena, po opakování stejného výpočtu s odlišnou sítí (může odpovídat jinému automatickému síťování některých ploch v případě opakovaného využití makra) se ukázalo, že výsledky analýzy jsou ve shodě.

Z porovnání dvou využívaných extrapolací redukováných napětí [9], které Patran nabízí lze usoudit, že odchylka od teoreticky přesné hodnoty je zhruba 1,1 %, teoretickou přesnou hodnotu ovšem není možno nijak určit, pro potřeby optimalizace vnitřní geometrie je tato přesnost dostatečná, odchylky v řádu MPa se projevují u různých výpočtů se stejnou chybou.

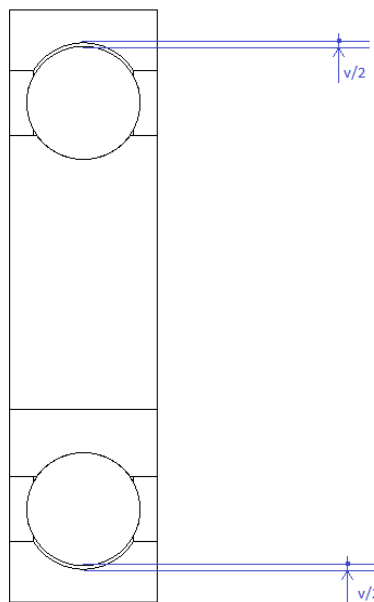
Současný model radiální vůle

Porovnání současného modelu a modelu po úpravách je provedeno na již analyzovaném ložisku 6407A, které má dynamickou únosnost 54,5 kN , 7 valivých elementů v řadě a následující geometrii [Obrázek 35]:



Obrázek 35: Geometrie analyzovaného ložiska

Při uložení ložiska do sestavy se vymezení radiální vůle pouze v jedné části ložiska, což je v rozporu se stávajícím modelem [Obrázek 36].



Obrázek 36: Stávající model radiální vůle

Namodelování vůle v aktuálním makru ovšem již není možné dále zpřesnit v důsledku nutnosti namodelování prutových elementů [Obrázek 25 – růžovou barvou v rovině symetrie], které pomáhají vyztužit kontakt a tím k lepší konvergenci výpočtového modelu – nedochází k odvalování valivých elementů ze svých pozic, čemuž v provozu zabraňuje

klec. Tyto „springy“ by nebylo možné rotovat podle osy procházející středem ložiska, protože osa vnějšího a vnitřního kroužku nejsou shodné. Proto zůstává model radiální vůle v ložisku původní.

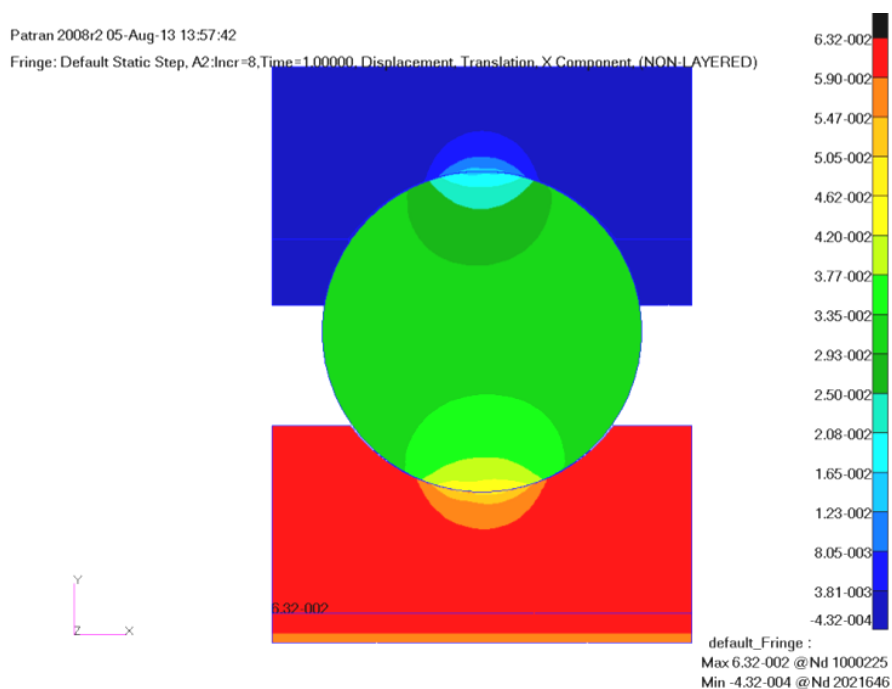
Nyní je nutné vyjádřit a ověřit vliv této nepřesnosti. Analýza bude provedena na již počítaném ložisku 6407A, bude proveden výpočet se skutečným vymezením radiální vůle pomocí upravení modelu po vygenerování z makra, budou namodelovány elementy zvyšující tuhost v kontaktu a vymezena vůle pouze na jedné straně ložiska, poté budou porovnány výsledky analýzy s výsledky výpočtu předcházející práce.

Výsledky se symetricky modelovanou vůlí:[9]

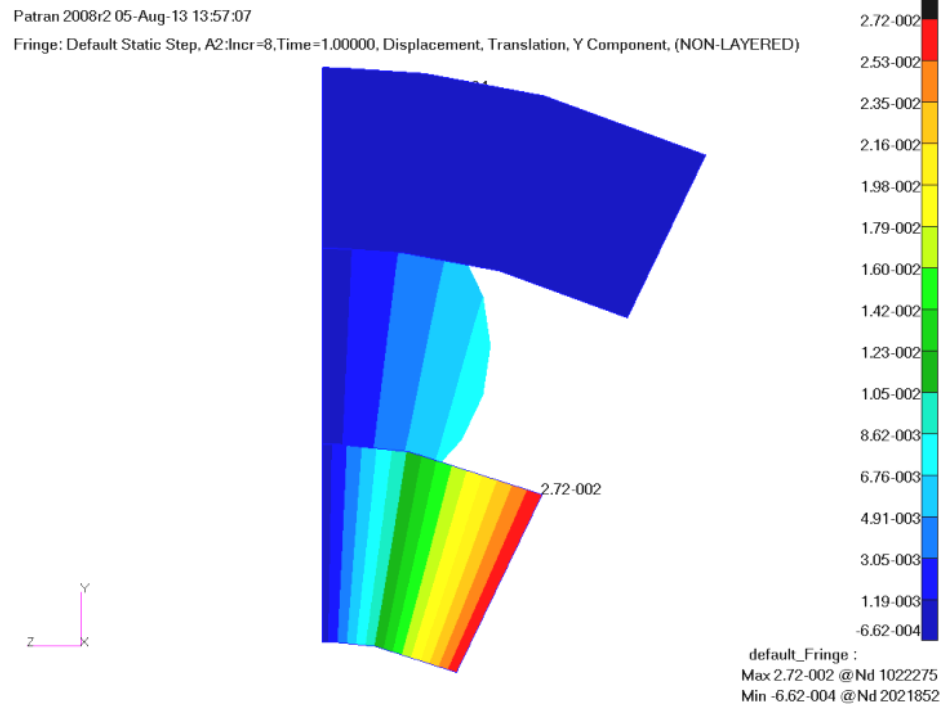
vůle	radiální posuv [mm]	posuv po vymezení vůle [mm]	tangenciální posuv vnitřní kroužek [mm]	tangenciální posuv vnější kroužek [mm]	napětí HMM [MPa]
C4	0,0811	$0,0811 - 0,0185 = 0,0626$	0,0350 mm	-0,000663 mm	1 800

Výsledky s nově modelovanou vůlí:

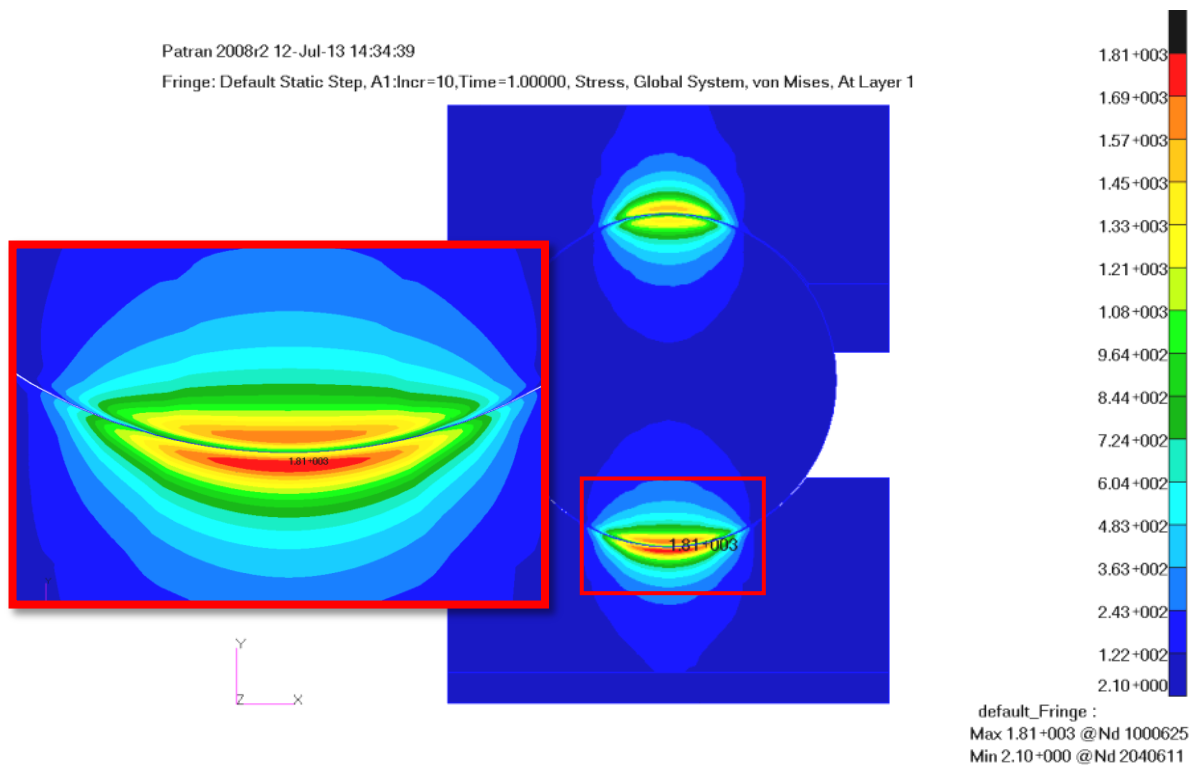
vůle	radiální posuv [mm]	posuv po vymezení vůle [mm]	tangenciální posuv vnitřní kroužek [mm]	tangenciální posuv vnější kroužek [mm]	napětí HMM [MPa]
C4 = 0,037 mm	0,0632	$0,0632 - 0,000 = 0,0632$	0,0272	-0,000662	1 810
rozdíl		0,0005	-0,0078	0,000001	10 (0,6%)



Obrázek 37: Průběh radiálního posuvu na komponentách ložiska 6407, radiální vůle C4 vymezení radiální vůle pouze na jedné straně ložiska – odpovídá provozu



Obrázek 38: Průběh tangenciálních posuvů na komponentách ložiska 6407A, radiální vůle C4



Obrázek 39: Průběh redukovaného napětí dle podmínky HMMH na komponentách ložiska 6407A, skutečný model radiální vůle C4

V důsledku vyššího radiálního posuvu vnitřního kroužku [Obrázek 37] došlo k navýšení hodnoty napětí vůči původní analýze o 10 MPa [Obrázek 39], což představuje zhruba půl procenta. Lze očekávat, že u nižších vůlí nebude tento dopad tak velký – u nulové vůle bude navýšení nulové, pro vůli C4 je prokázané navýšení o zhruba půl procenta, na základě výsledků předchozích analýz lze usoudit, nárůst od nuly do procenta bude lineární.

Další výpočty budou provedeny se stávajícím namodelováním vůle, u finálního posouzení ložiska před uvolněním bude potřeba vždy uvážit vliv modelu radiální vůle podle předchozího výpočtu.

11. Ověření výsledků pro jiná zatížení

První ze série ověřovacích výpočtů – ověření míry růstu napětí vlivem zvyšující se radiální vůle bude ověření míry růstu napětí u ložiska 6407A s nižšími zatíženími, než bylo počítáno v předchozí diplomové práci. Zatížení $C/P = 4$ je nejvyšší možné doporučené zatížení valivých ložisek, ovšem $C/P = 6, 8, 10$ nebo 12 jsou pro použití v provozu běžnější (pro prodloužení provozní doby ložiska). Ložisko má základní dynamickou únosnost $54\,500\text{N}$, pro zatěžující sílu působící na ložisko v radiálním směru platí:

$$F = 4541\text{ N pro } C/P = 6 \quad \text{Rovnice 45}$$

$$F = 2\,725\text{ N pro } C/P = 10 \quad \text{Rovnice 46}$$

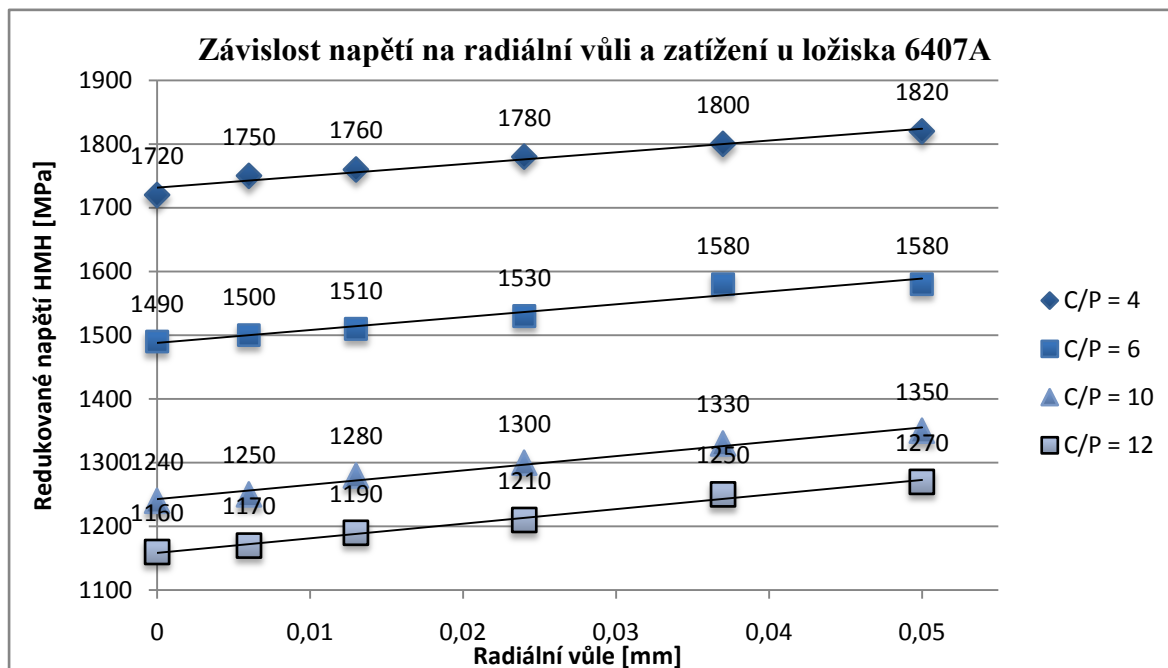
$$F = 2\,270\text{ N pro } C/P = 12 \quad \text{Rovnice 47}$$

Radiální vůle jednořadých kuličkových ložisek														
Průměr díry		Radiální vůle										Jednořadá kuličková ložiska rozebiratelná typu E a BO	Radiální vůle	
d	přes do	C2		Normální		C3		C4		C5			min	max
mm		μm										μm		
30	40	1	11	6	20	15	33	28	46	40	64			

Obrázek 40: Hodnoty přípustných radiálních vůlí pro ložisko 6407A

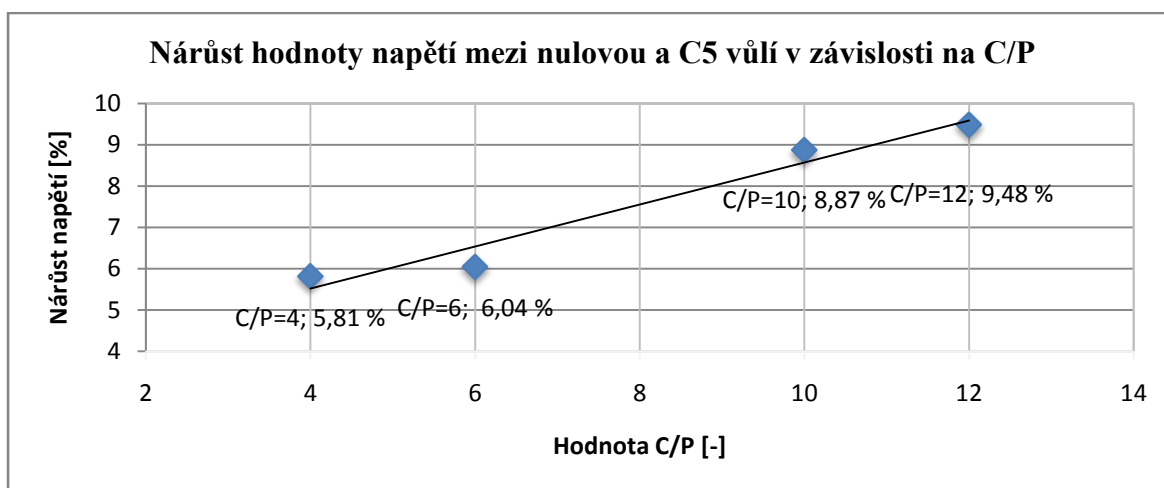
Zvolené hodnoty vůlí pro výpočet:

vůle	0	C2	normální	C3	C4	C5
hodnota [mm]	0	0,006	0,013	0,024	0,037	0,050



Obrázek 41: Závislost růstu napětí při zvyšování radiální vůle pro různá zatížení na ložisku 6407A

- Výsledky analýz – hodnoty redukovaného napětí dle podmínky HMM zobrazuje [Obrázek 41]
- Z výsledků plyne potvrzení předpokladů vycházejících z [9], že s rostoucí radiální vůlí v ložisku se zvyšuje velikost redukovaného napětí, což je způsobeno změnou kontaktních poměrů v ložisku při zvyšování radiální vůle – dochází k pozdějšímu kontaktu jednotlivých valivých elementů s kroužky, velikost kontaktních elips je menší.
- U všech hodnot zatížení dochází k absolutnímu nárůstu hodnoty napětí přibližně o 100 MPa.
- Relativní nárůst napětí se zvyšuje s klesajícím zatížením, viz graf:



Obrázek 42: Procentuální nárůst napětí mezi nulovou a C5 vůlí v závislosti na zatížení

- Při zatížení na $C/P = 4$ a $C/P = 6$ dojde k překročení meze kluzu materiálu, pro další výpočty ložisek je ovšem nutné využívat fiktivní elastické napětí, proto se v praxi neuvažuje materiálový model se zpevněním.
- Pro další výpočty ložisek bylo zvoleno zatížení $C/P = 12$, které zaručuje nepřekročení meze kluzu použitého materiálu.

12. Ověření výsledků pro ložisko jiné velikosti

Ložisko 6405A

Ložisko 6405A je nejmenším ložiskem řady 64, které má vylepšenou konstrukci, což se označuje symbolem A, proto bylo vybráno k analýze. Dynamická únosnost ložiska 6405A je 36 kN.

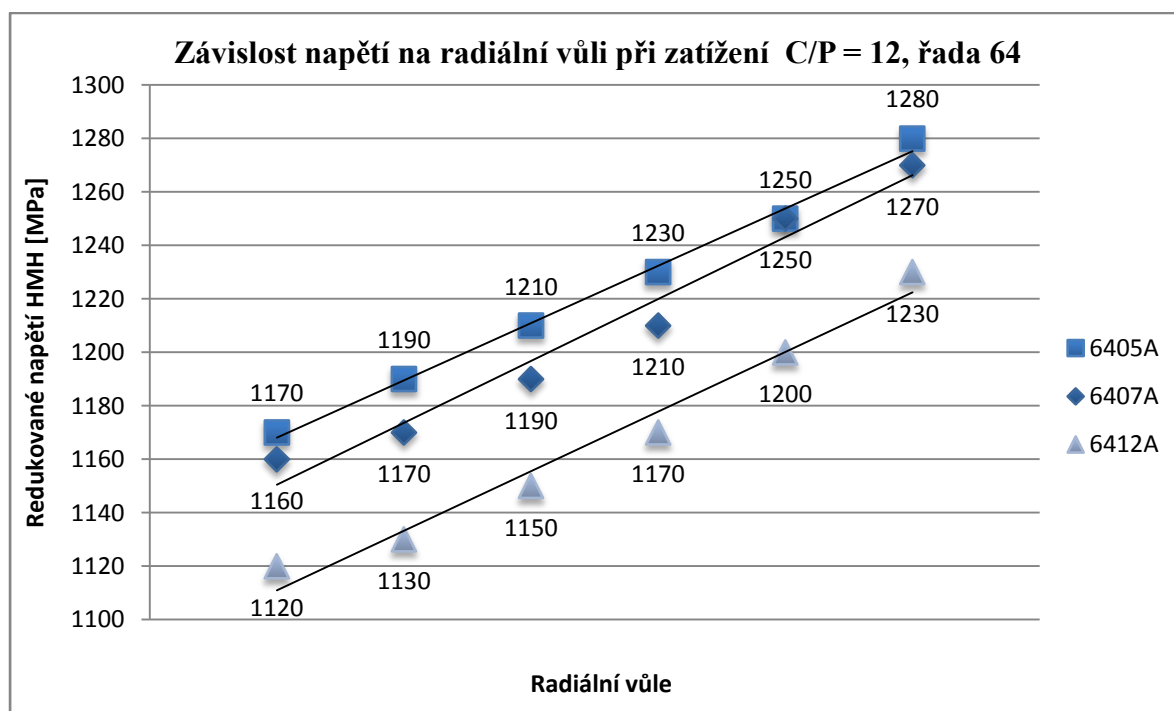
Průměr díry d		Radiální vnitřní vůle [μm]									
		C2		Normální		C3		C4		C5	
přes	včetně	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
18	24	0	10	5	20	13	28	20	36	28	48
voleno		5		12		20		28		38	

Ložisko 6412A

Ložisko 6412A je největším ložiskem řady 64, které má vylepšenou konstrukci, dynamická únosnost ložiska 6412A je 110kN.

Průměr díry d		Radiální vnitřní vůle [μm]									
		C2		Normální		C3		C4		C5	
přes	včetně	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
50	65	1	15	8	28	23	43	38	61	55	90
voleno		8		18		33		49		72	

Vyhodnocení



Obrázek 43: Závislost hodnoty redukovaného napětí na radiální vůli u řady 64

- Hodnoty redukovaných napětí provedených analýz zobrazuje [Obrázek 43]
- Opět došlo k potvrzení předpokladů z [9], že s rostoucí radiální vůlí se zvyšuje hodnota redukovaného napětí.
- Výsledky potvrzují předpoklad vycházející ze zkušenosti firmy ZKL, že s rostoucí velikostí ložiska klesají hodnoty napětí.
- Relativní nárůsty napětí u řady 64 jsou 9,4 – 9,6 %, dále proto bude ověřen předpoklad, že relativní nárůst hodnoty napětí je závislý na dané řadě ložiska.

13. Ověření výsledků pro ložiska jiné řady

Řada je u kuličkových ložisek definována průměrem díry, který pak definuje velikost jednotlivých radiálních vůlí, proto jsou hodnoty vůlí pro všechny v tomto kroku analyzovaná ložiska stejné.

Ložisko 6007A

Průměr díry d		Radiální vnitřní vůle [μm]									
		C2		Normální		C3		C4		C5	
přes	včetně	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
30	40	1	11	6	20	15	33	28	46	40	46
voleno		6		13		24		37		50	

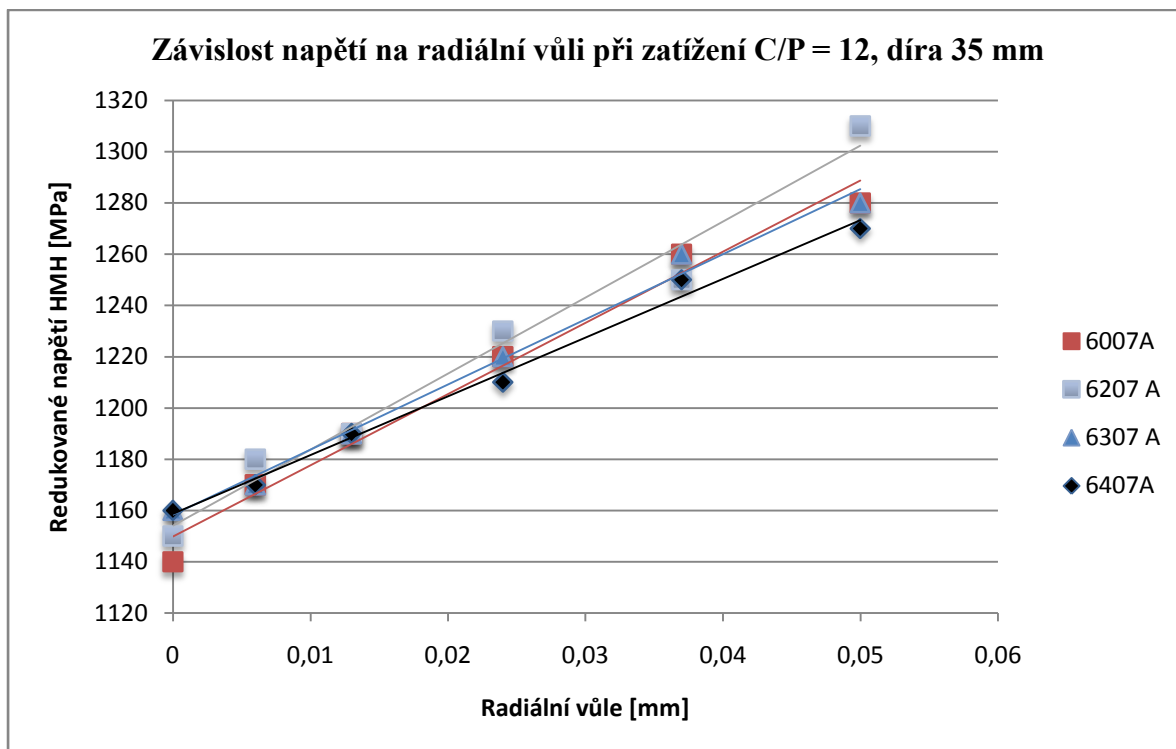
Ložisko 6207A

Průměr díry d		Radiální vnitřní vůle [μm]									
		C2		Normální		C3		C4		C5	
přes	včetně	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
30	40	1	11	6	20	15	33	28	46	40	46
voleno		6		13		24		37		50	

Ložisko 6307A

Průměr díry d		Radiální vnitřní vůle [μm]									
		C2		Normální		C3		C4		C5	
přes	včetně	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
30	40	1	11	6	20	15	33	28	46	40	46
voleno		6		13		24		37		50	

Vyhodnocení výsledků



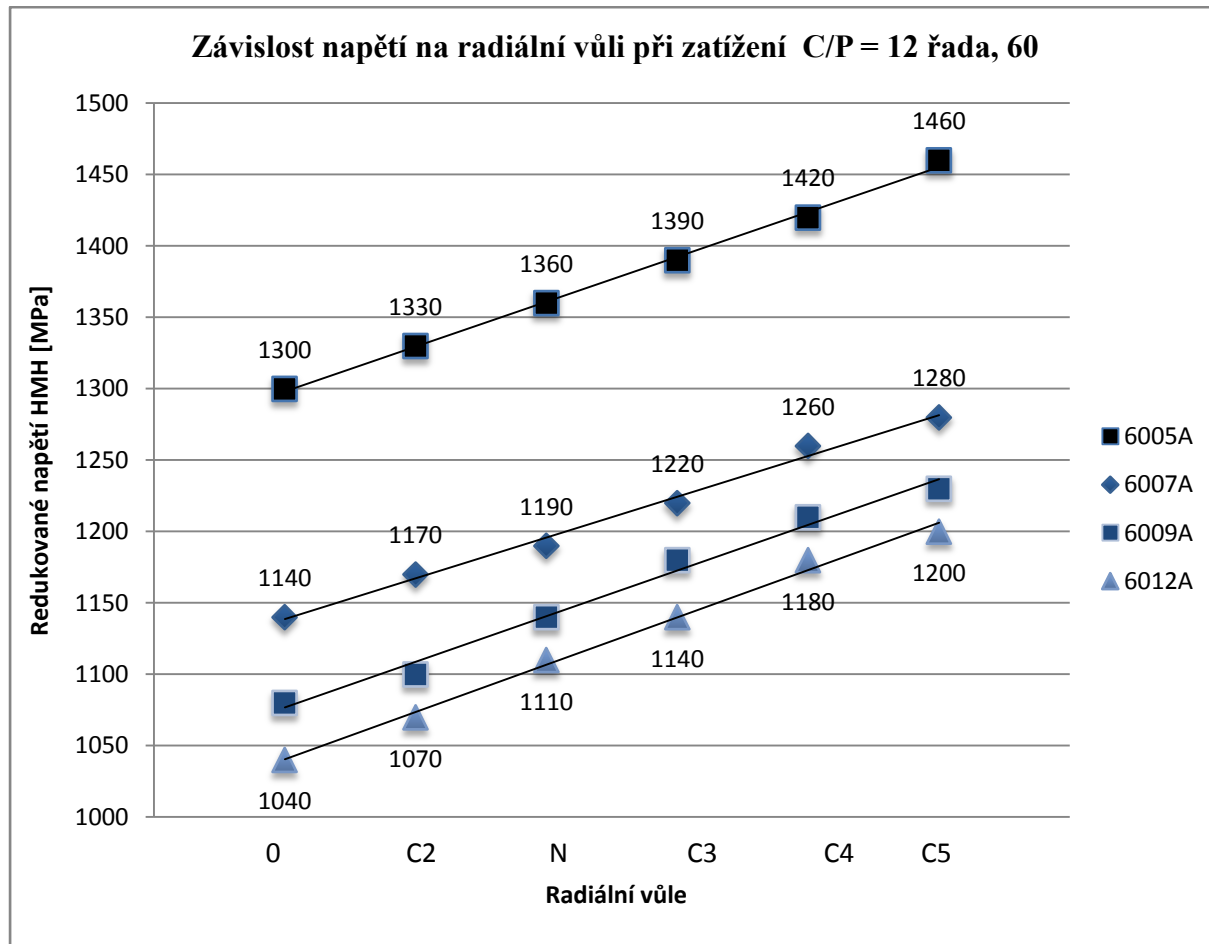
Obrázek 44: Závislost hodnoty redukovaného napětí na radiální vůli ložisek s průměrem díry 35 mm

- Hodnoty redukovaného napětí pro analýzy této kapitoly zobrazuje [Obrázek 44]
- Opět došlo k potvrzení předpokladu, že s rostoucí radiální vůlí se zvyšuje hodnota redukovaného napětí.
- Nedošlo k úplnému potvrzení předpokladu, že s rostoucí šířkou ložiska klesá napětí, ložisko 6207 A výrazněji vybočuje z koncepce.

typorozměr ložiska	relativní nárůst napětí [%]
6007A	12.3
6207A	13.9
6307A	10.3
6407A	9.5

14. Ověření pro řadu 60 – ložiska 6005A a 6012A

Na základě výsledků a poznatků z analýz ložisek řady 64 – 6405A, 6412A a 6407A budou analyzovány ložiska řady 60 – 6005A a 6012A pro ověření, že růst napětí závisí na dané řadě ložiska – viz kapitola 10.3.



Obrázek 45: Vyhodnocení míry růstu napětí u řady 60

- Výsledky analýz k této kapitole zobrazuje [Obrázek 45]
- U ložiska 6007A došlo k relativnímu růstu napětí o 12,28 %, u ložiska 6005A je to pak 12,3%, což by odpovídalo předpokladu, že relativní nárůst napětí je závislý na řadě ložiska. Výrazněji ovšem nezapadá výsledek relativního nárůstu napětí u ložiska 6012A, kde relativní nárůst hodnoty redukovaného napětí dosahuje 15,38%.
- U ložiska 6012A dojde k výraznějšímu překročení meze kluzu materiálu, pro výpočet tohoto ložiska tedy není využit vhodný materiálový model. Pokud by výpočet proběhl s využitím modelu materiálu se zpevněním, je možné, že by výsledek odpovídal ostatním ložiskům řady.
- U ložiska 6012A není možné ověřit skutečný stav konstrukce – zda se skutečně jedná o vylepšenou konstrukci jako u předcházejících ložisek (neexistují historické záznamy o konstrukci).

- Byla provedena analýza dalšího ložiska řady pro zvýšení počtu výsledků pro potvrzení nebo vyvrácení předpokladu o konstantním růstu napětí pro danou řadu. Jde o ložisko 6009A, hodnoty radiálních vůlí jsou:

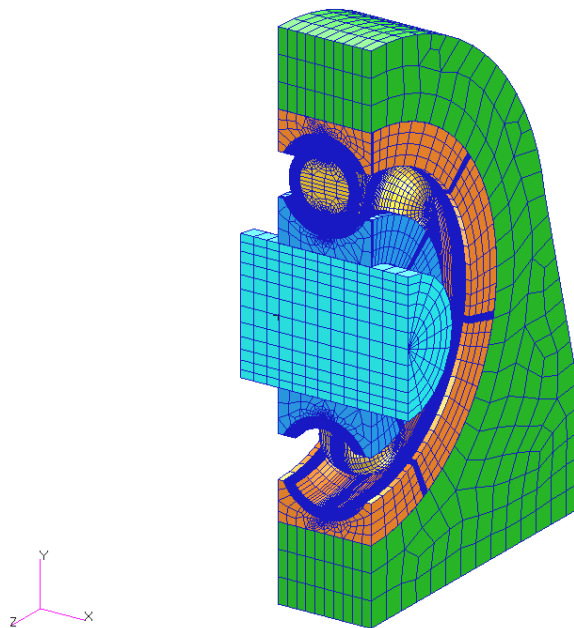
6009A - vůle	0	C2	normální	C3	C4	C5
hodnota [mm]	0	0,006	0,015	0,027	0,041	0,059

- Po provedení analýzy ložiska 6009A se ukazuje, že růst napětí pro danou řadu není konstantní, alespoň co se týká ověření na řadě 60, pohybuje se od 12,2 do 15,8 %

typorozměr ložiska	relativní nárůst napětí [%]
6005A	12.3
6007A	12.2
6009A	13.8
6012A	15.4

15. Teplotní úloha – ložisko v uložení

Výpočet úloh se zahrnutím tepla vyžaduje rozšíření výpočtového modelu nejen o parametry teplotního zatížení, ale i o další komponenty valivého uložení. Jelikož dříve využívané okrajové podmínky nejsou vhodné pro teplotní zatížení – dokonale pevné uložení vnější kroužku definované deformační okrajovou podmínkou nekoresponduje s žádným reálným provozním stavem při tepelném namáhání, bude se výpočtový model skládat i ze zjednodušeného modelu uložení – domku a hřídele. Okrajové podmínky pro teplotní úlohu – teploty kroužků a teplota valivých elementů byly získány z údajů ze zkušebny za využití termokamery.



Obrázek 46: MKP model ložiska v uložení

Obrázek 46 zobrazuje ložisko, které je zatěžované v radiálním směru přes deformovatelný hřídel, uložené je pak ve zjednodušeném modelu domku – modelován také jako deformovatelné těleso. Vlivem teplotního zatížení by mělo dojít ke zvětšení jednotlivých komponent sestavy, velikost nárůstu bude záviset na zadaných teplotních poměrech.

Jelikož není možná přenést výsledné posuvy od teploty z modelu ložiska s malou mírou diskretizace na model poloviny nejvíce zatíženého segmentu (s vyšší mírou diskretizace), je celá sestava modelována s hustotou sítě odpovídající lokálnímu modelu (netýká se sítě hřídele a domku, které neovlivňují kontaktní poměry v nejvíce namáhaných místech).

Hřídel je namodelován s velice hrubou sítí, jelikož napětí, které se zde objeví, nejsou z hlediska řešeného problému podstatné. Je využito nastavení kontaktu jako analytického – kontakt uzlů je kontrolován vůči válcové ploše opsaná krajním uzlům hřídele.

Stejně jako hřídel je i MKP model domku modelován s velice malou mírou diskretizace, jelikož slouží pouze pro uložení ložiska. Důvodem pro modelování dalších dvou kontaktních těles je zahrnutí teplotního zatížení do výpočtu. Při zachování okrajových podmínek z předešlých by došlo k nárůstu velikosti kroužků i valivých elementů, které by

ovšem neměly prostor k deformaci, došlo by k výrazným nárůstům hodnot napětí, které ale neodpovídají realitě (není možné, aby ložisko v provozu mělo na povrchu vnějšího kroužku teplotu 0 °C při dalších předepsaných teplotních poměrech).

Výpočtový model uložení skládající se z hřídele a domku byl parametrizován a doplněn do makra pro automatické generování výpočtu. Dále byly modifikovány a doplněny okrajové podmínky podle jednotlivých požadovaných parametrů pro úlohy se zahrnutím vlivu provozní teploty.

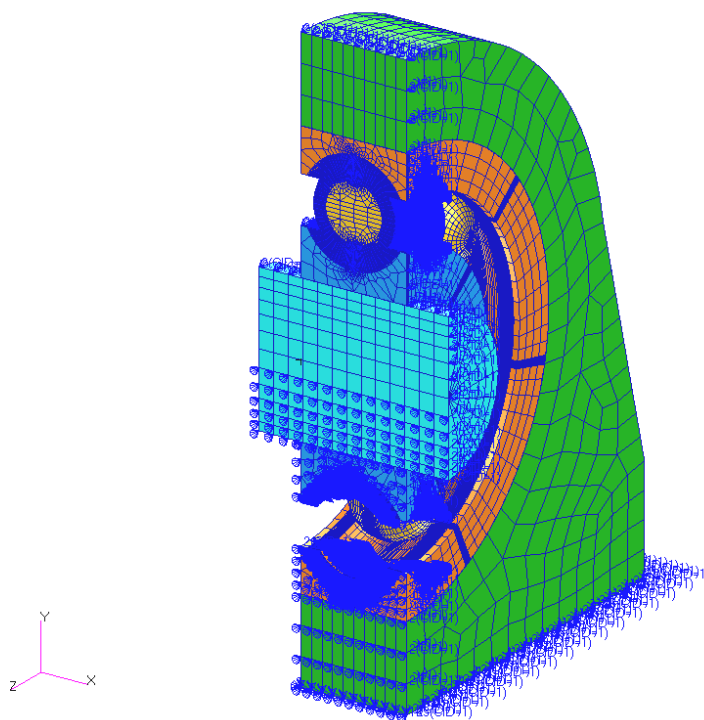
Parametry úlohy

Parametry ložiska:

- Ložisko 6407A
- Radiální vůle N

Okrajové podmínky [Obrázek 47]:

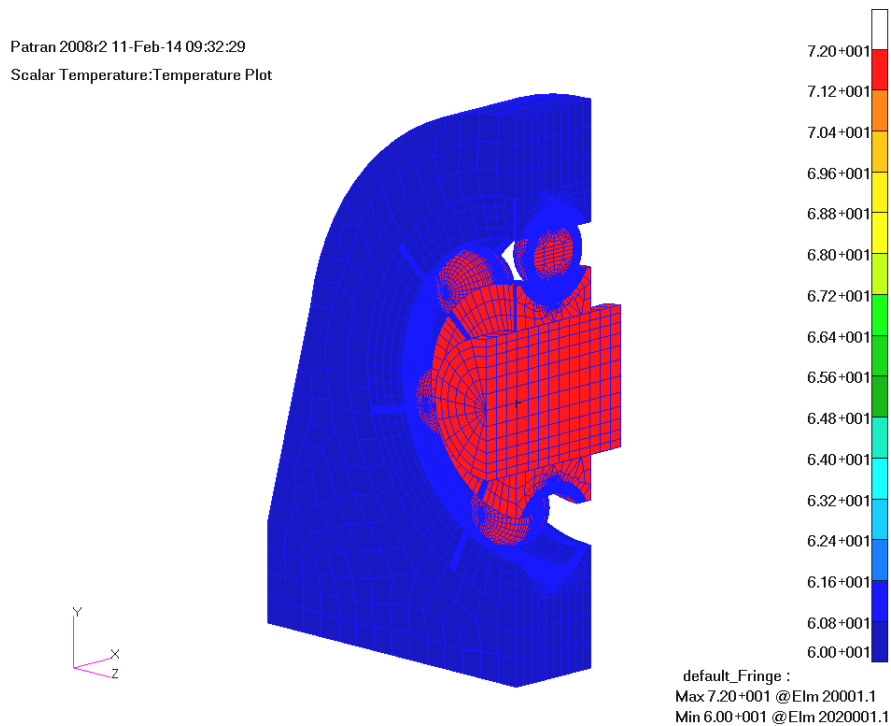
- Na rovinu symetrie je aplikována deformační okrajová podmínka zabraňující posuvu ve směru z.
- Spodní hrana domku je v prostoru uložena deformační okrajovou podmínkou simulující vetknutí – odebrány posuvy ve všech směrech.



Obrázek 47: Okrajové podmínky modelu pro teplotní úlohu

Teplotní zatížení [Obrázek 48]:

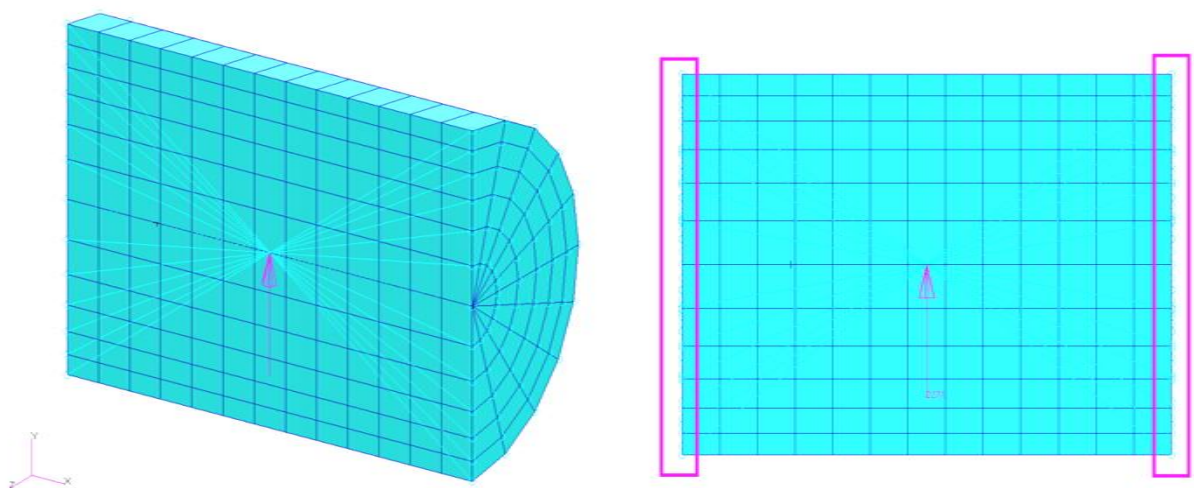
- Do uzlů vnitřního kroužku, hřídele a valivých elementů je aplikována teplota 72 °C.
- Do uzlů vnějšího kroužku a domku je aplikována teplota 60 °C.
- Koeficient teplotní roztažnosti pro ocel $\alpha = 1,2e-5$.



Obrázek 48: Rozložení teplot v ložisku při provozu

Silové zatížení:

- Silové zatížení je aplikováno přes spojení uzlů RBE2 [Obrázek 49], což je absolutně tuhé spojení řízených uzlu (na okrajích modelu hřídele – vyznačeno fialovými obdélníky) s jedním uzlem řídicím (na hrotu šipky), do kterého je aplikováno zatížení. V tomto případě jsou řídicím uzlem v počátku souřadného systému řízeny koncové uzly modelu hřídele. Zatížení odpovídá jako v předchozích případech $C/P = 12$.



Obrázek 49: Výpočtový model hřídele se zobrazením aplikovaného zatížení

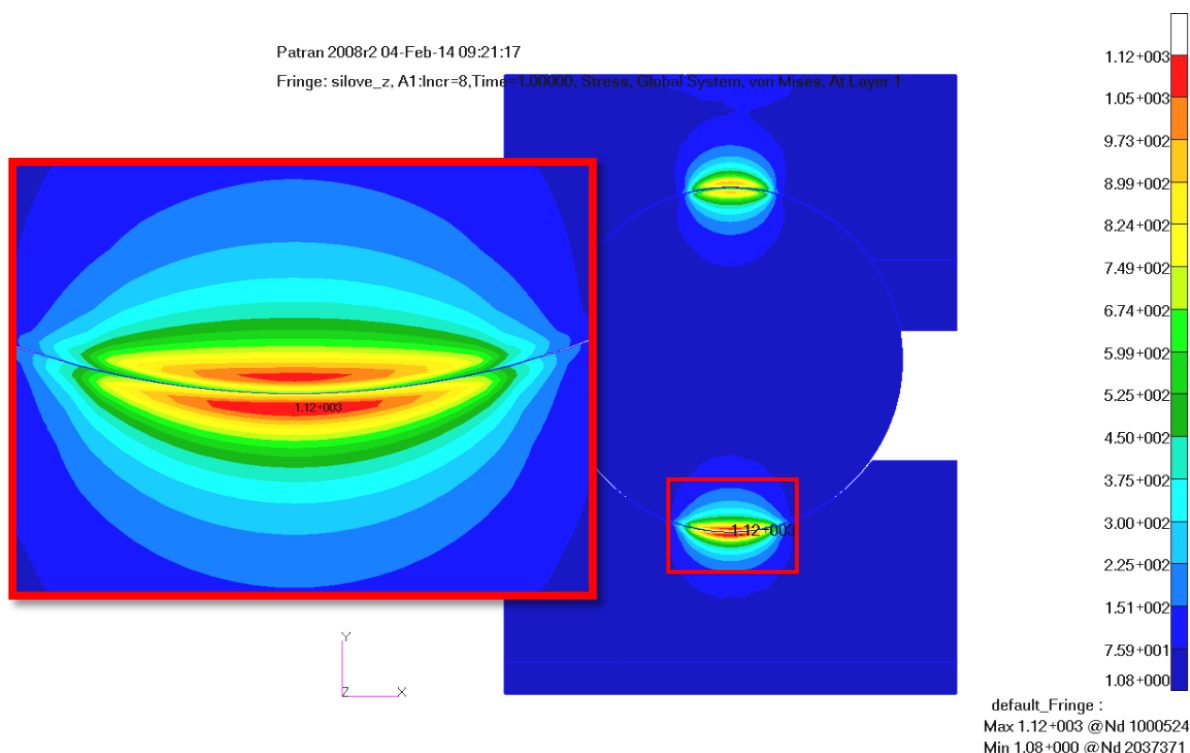
MKP model:

- Počet uzlů: 478 518
- Počet prvků: 465 201

Výsledky a vyhodnocení

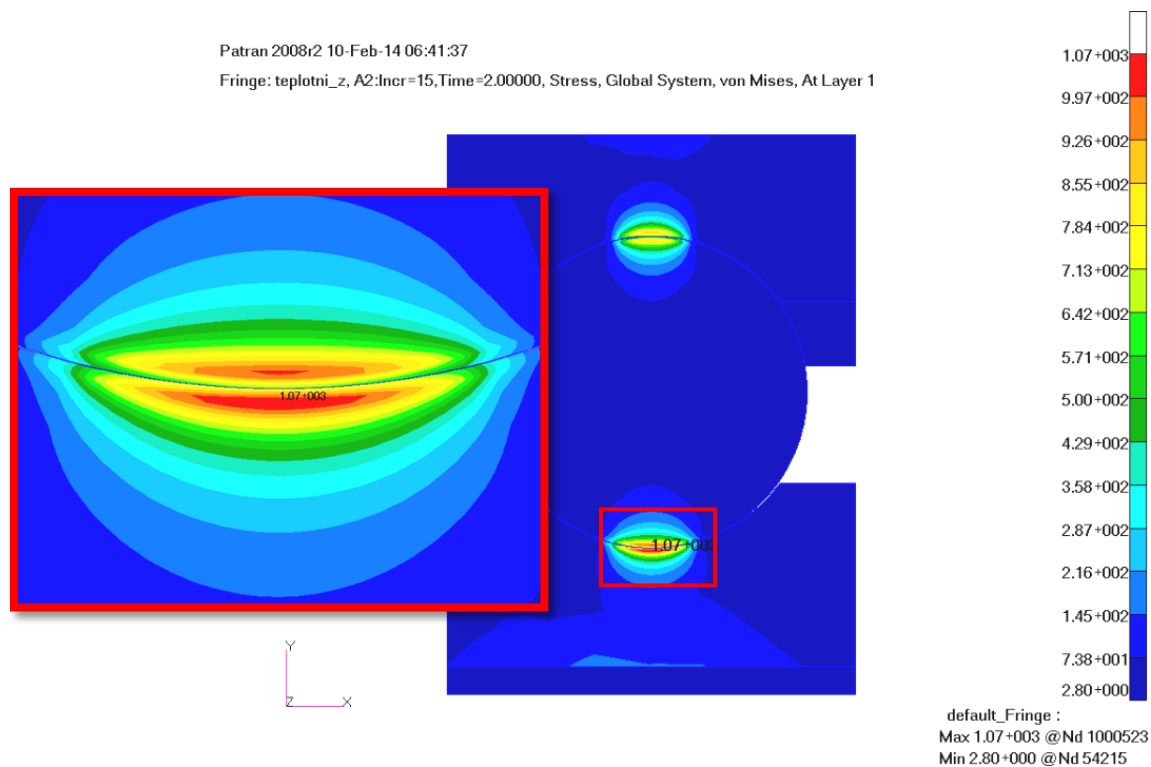
Očekávaným výsledkem teplotního zatížení je nárůst hodnot napětí v kontaktu mezi valivými elementy a kroužky. Dále by mělo podle teoretických předpokladů docházet k vymezování radiální vůle.

Hodnota redukovaného napětí dle podmínky HMH v analyzovaném ložisku při výpočtu s absolutně tuhým uložením vnějšího kroužku byla 1260 MPa, v důsledku modelování deformovatelného domku, ve kterém se ložisko uloženo dojde k poklesu této hodnoty na 1120 MPa (-11,1 %) [Obrázek 50].

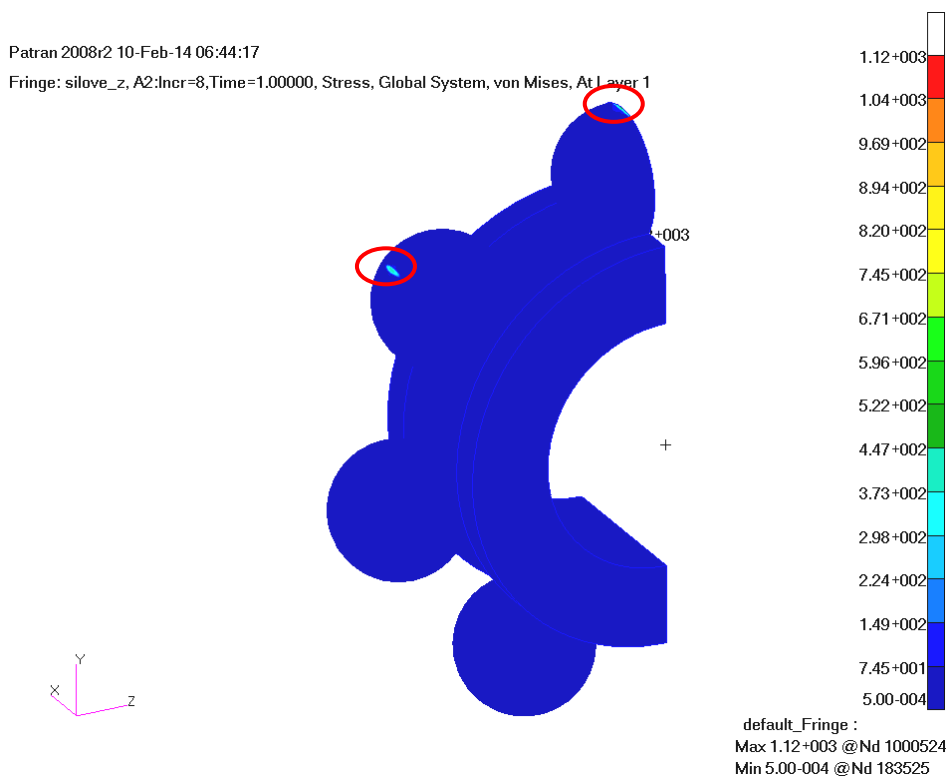


Obrázek 50: Napětí HMH po silovém zatížení

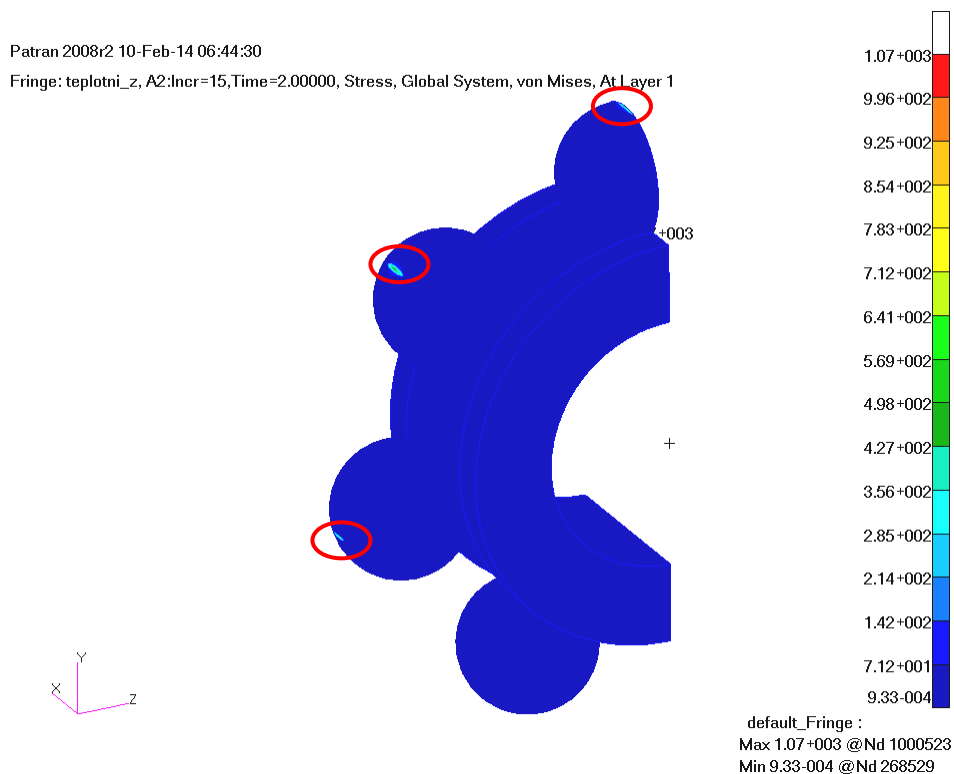
Po aplikaci teplotního zatížení v druhém kroku úlohy došlo k poklesu hodnoty napětí až na 1070 MPa, což je v rozporu s očekávanými výsledky. Vysvětlením tohoto faktu je bližší pohled na oblasti kontaktu jednotlivých valivých elementů s kroužky po aplikaci teplotního zatížení. Vlivem rozdílných teplot vnitřního a vnějšího kroužku dojde podle předpokladů k vymezování radiální vůle, což vede k růstu velikosti kontaktních elips mezi valivými elementy a kroužky. Rozvoj velikosti kontaktních elips při konstantním silovém zatížení vede k postupnému poklesu hodnoty napětí. V určitém kroku nárůstu teplotního zatížení dojde k vymezení radiální vůle natolik, že dochází ke kontaktu dalšího valivého elementu a celé zatížení tak nenesou pouze dva valivé elementy [Obrázek 52], ale už tři [Obrázek 53], dochází tedy k dalšímu poklesu hodnoty napětí. V dalším průběhu zatěžování dochází k dalšímu růstu velikosti kontaktních elips.



Obrázek 51: Napětí HMH po teplotním zatížení



Obrázek 52: Kontaktní elipsy na valivých elementech při silovém zatížení – dva elementy v kontaktu – vykresleno redukované napětí dle podmínky HMH



Obrázek 53: Kontaktní elipsy na valivých elementech po teplotním zatížení – tři elementy v kontaktu – vykresleno redukované napětí dle podmínky HMM

Výpočet pro jiný rozdíl teplot

Běžný rozdíl teplot mezi vnitřním a vnějším kroužkem je okolo dvanácti stupňů, při vyšším zatížení ložiska nebo jiných provozních poměrech – například nedokonalém chlazení vnitřního kroužku by mohl být na základě odhadu až o 50 % vyšší, teplota vnitřního kroužku by tedy pak byla o osmnáct stupňů vyšší než vnějšího. Opačným případem je dokonalejší chlazení / menší vývin tepla v ložisku by byl teplotní spád o 50 % nižší, rozdíl teplot by tedy byl dvanáct stupňů.

Výpočet pro vůle 0 a C5

Nejběžnější volenou konstrukční vůlí ložisek je vůle normální [9], pro kterou jsou počítány předchozí tři výpočty s rozdílnou teplotní diferencí. Dále je nutné určit vliv volby jiné konstrukční vůle na deformačně napěťové stavy v ložisku při teplotním zatížení. Vybrané vůle pro analýzu jsou nejnižší možná – nulová a nejvyšší – C5.

Výsledky a vyhodnocení

Zatěžování probíhalo ve dvou krocích stejně jako v případě předešlých teplotních úloh, hodnota napětí dle podmínky HMM je nižší než v případě výpočtu v absolutně tuhém uložení, přesto by měl zůstat zachován vliv konstrukční radiální vůle na hodnotu napětí. Co se týče vyššího rozdílu teplot lze očekávat růst velikosti kontaktních elips.

Hodnota napětí v MPa po silovém zatížení				Hodnota napětí v MPa po teplotním zatížení			
rozdíl teplot [°C]				rozdíl teplot [°C]			
vůle	6	12	18	vůle	6	12	18
0	-	1090	1090	0	-	1070	1080
N	1120	1120	1120	N	1070	1070	1070
C5	-	1200	1200	C5	-	1110	1100

Výsledky poukazují na skutečnost, že dominantním parametrem zatížení, který působí na hodnotu napětí v ložisku, je aplikovaná radiální síla [Obrázek 49].

V téměř všech analyzovaných kombinacích radiální vůle a teplotního zatížení je hodnota napětí dle podmínky HMM 1070 MPa, pouze u radiální vůle C5 je hodnota napětí 1110 MPa případně 1100 MPa, tato radiální vůle je již příliš vysoká a nedojte k přenosu zatížení na další valivý element jako je tomu v ostatních případech.

Ve všech analyzovaných kombinacích teplotního zatížení a zvolené konstrukční vůle dochází v průběhu ohřevu na předepsané teploty ke zvětšování rozsahu kontaktních elips a s tím spojenému poklesu hodnoty napětí.

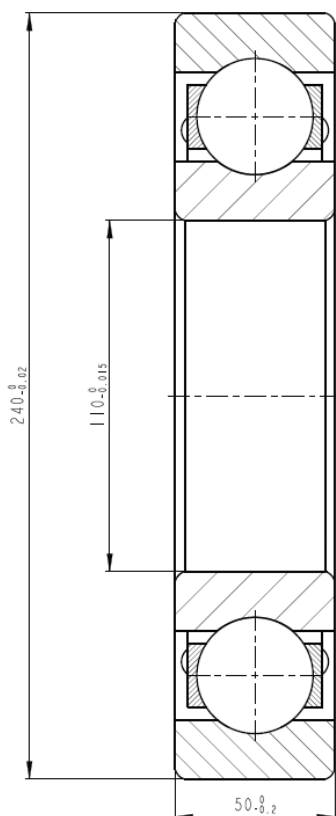
Výsledky poukazují na důležitý závěr, že při vhodné volbě radiální vůle má při standardních podmínkách provozu nejvyšší vliv na napěťové stavy v ložisku zatížení a vnitřní geometrie, jelikož je všechny analyzované varianty stejně jako hodnota zatížení shodná, je shodná i hodnota výsledného napětí.

U vůle nulové bylo očekáváno, že hodnota napětí bude vyšší než u ostatních vůlí, jelikož v ložisku není volný prostor, kam by mohl vnitřní kroužek spolu s elementy rozměrově narůst. K tomuto nedošlo vlivem deformace při silovém zatížení, pouze u varianty s rozdílem teplot 18 °C je již patrný mírný nárůst hodnoty napětí (+0,9 %), tato kombinace radiální vůle a teplotního spádu je ovšem konstrukčně značně nevhodná a běžně se nepoužívá.

16. Návrh radiální vůle pro konkrétní valivé uložení

Cílem poslední části práce je návrh radiální vůle pro dané valivé uložení. Konkrétně se bude jednat o návrh vůle v ložisku 6322 [Obrázek 54] využívaném v páru s válečkovým ložiskem NU, ložiska jsou provozována v alternátorovém soustrojí na lokomotivách. Parametry ložiska jsou:

Označení ložiska	d [mm]	D [mm]	B [mm]	C_{dyn} [kN]	C_{stat} [kN]	Úchylky průměrů		Provozní teplota		Zatížení ložiska [kN]
						Hřídel	Těleso	Hřídel	Těleso	
						[mm]	[mm]	[°C]	[°C]	
6322M P64TM0 1	110	240	50	203	180	m6 (0,013- 0,035)	K6 (-0,024- 0,005)	40	30	3,24



Ložisko je v sestavě uloženo s přesahem a vůlí – vnitřní kroužek je nalisovaný na hřídeli a vnější uložen s vůlí v tělese. Přesah odpovídá požadavku zajištění pevného spojení mezi ložiskem a okolní sestavou, což slouží pro zajištění přenosu zatížení, v daném případě krouticího momentu.

Vypočtené parametry zatížení a požadovaného uložení jsou dodány zákazníkem. Jedná se o náhradu konkurenčního ložiska, kde tyto hodnoty musí zůstat zachovány. Ze strany firmy ZKL je třeba navrhnout typ ložiska a jeho vnitřní geometrii, výpočtově se pak ověřuje správnost daného návrhu.

Jelikož je ložisko uloženo na hřídeli s výraznějším přesahem (vůle mezi vnějším kroužkem a tělesem je nižší než přesah), je očekáváno vymezení radiální vůle po montáži, budou analyzovány pouze varianty s radiální vůlí normální, C3 a C4, ložisková vůle C5 by byla na základě teplotních analýz pro daný rozdíl teplot příliš vysoká, vůle nulová a C2 by byly příliš malé.

Přesah a vůle v uložení mezi kroužky, tělesem a hřídelem budou modelovány pomocí nastavení přesahu v kontaktní tabulce.

Obrázek 54: Ložisko 6322

Hodnoty radiálních vůlí a přesahů vypočtených přesahů/vůlí vypočtených z šířky z tolerančních polí (vybrána vždy střední hodnota) pro navrhované uložení jsou:

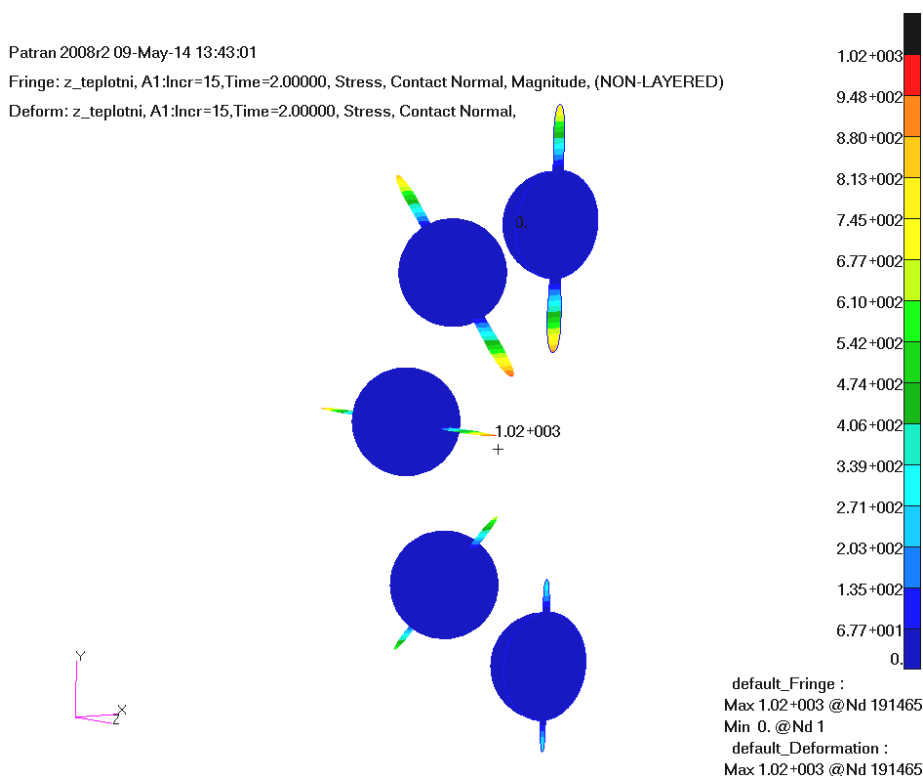
6322 - vůle	normální	C3	C4	přesah na hřídeli	vůle v tělese
hodnota [mm]	0,028	0,051	0,079	0,027	-0,015

Výsledky a vyhodnocení

Analýza uložení s konstrukční radiální vůlí C4 potvrdila předpoklady uvedené v předchozí kapitole – díky vyšší teplotě na vnitřním kroužku došlo k vymezení vůle a přenosu zatížení více valivými elementy. Hodnota napětí dle HMH v ložisku je po zatížení od síly 639 MPa a po přidání teplotního zatížení pak 575 MPa. Hodnota napětí je nižší oproti předcházejícím úlohám, jelikož je ložisko výrazně méně zatíženo, dá se pak také očekávat, že by neměl být tak dominantní vliv silového zatížení na silové poměry v ložisku – nedojde k tak velké elastické deformaci celé soustavy, díky které vzniká prostor pro vymezování radiální vůle při teplotním zatěžování.

Již při analýze ložiska s radiální konstrukční vůlí C3 byl tento předpoklad prokázán – při teplotním zatížení došlo k plnému vymezení radiální vůle, což je se projeví kontaktem na všech valivých elementech [Obrázek 55] a nárůstu hodnoty napětí oproti hodnotě při silovém zatížení. Po silovém zatížení je hodnota ekvivalentního napětí dle HMH v ložisku 609 MPa (odpovídá předpokladům o vlivu radiální vůle na hodnotu napětí), po aplikaci teplotního zatížení je pak hodnota napětí 636 MPa.

Analýzu ložiska s radiální vůlí normální již není nutné provádět, jelikož by došlo k dalšímu nárůstu napětí při teplotním zatížení a již vůle C3 je příliš malá.



Obrázek 55: Vykreslení kontaktních elips v ložisku 6322 pro vůli C3 – všechny valivé elementy jsou v kontaktu, došlo k vymezení radiální vůle

Pro danou aplikaci je zvolena radiální vůle C4.

17. Závěr

V první části diplomové práce je uveden stručný přehled jednotlivých typů valivých ložisek s konkrétnějším zaměřením na ložiska jednořadá kuličková, dále je definován pojem únosnost a trvanlivost valivých ložisek.

Následuje část věnovaná popisu problémové situace s následným definováním systému podstatných veličin a formulace problému a cíle řešení.

V další kapitole úvodní části, která již plyne ze systému podstatných veličin a formulovaných problémů je pojednáno o jednotlivých typech radiální vůle, která je vymezena v ložisku v procesu od konstrukce po provoz.

Následuje výběr metody řešení pro dané problémy, popis metody konečných prvků zakončený popisem kontaktních a teplotních úloh řešených numerickým výpočtovým modelováním.

Další část diplomové práce je již prakticky zaměřená na rozvoj výpočtového modelu pro jednořadá radiální kuličkové ložisko, čemuž ještě předchází analytické řešení problému pro určení správných mezí, ve kterých by se měly výsledky pohybovat. Jsou zde popsány okrajové podmínky pro výpočtový model, model zatížení a vazeb, popsány jednotlivé typy prvků atd.

- V prvním kroku je provedeno srovnání dvou výpočtových modelů generovaných výpočtovým makrem – původním, který byl použit v diplomové práci [9] a současným, pro současný výpočtový model je poté ověřena reprodukovatelnost výsledků. V této části je také kvantifikován vliv nepřesného modelování radiální vůle, které ne zcela odpovídá realitě, jsou zde uvedeny důvody, proč je přínosnější modelovat radiální vůli v ložisku daným způsobem. Nepřesné modelování radiální vůle má vliv na hodnotu redukovaného napětí v ložisku dle podmínky HMH zhruba 0,9 procenta.
- V druhém kroku je analyzován vliv zatížení na hodnotu redukovaného napětí pro různé konstrukční radiální vůle – ukazuje se, že absolutní nárůst hodnoty redukovaného napětí pro případy s vůlí nulovou a C5 je pro všechny případy stejný – 100 MPa; potvrzuje se předpoklad, že s rostoucí radiální vůlí roste hodnota napětí v závislosti na zatížení o 5,8 – 9,5 % mezi vůlemi nulovou a C5.
- Ve třetím kroku je analyzován vliv velikosti ložiska stejné řady (tzn. změny průměru díry) na hodnotu napětí (nebo procentuelní nárůst hodnoty napětí) pro různé radiální vůle. Zde došlo k potvrzení předpokladu, že s rostoucí šířkou ložiska hodnota napětí klesá. Relativní nárůsty napětí mezi vůlí nulovou a největší – C5 zůstávají konstantní v rozmezí 9,4 – 9,6 % pro řadu 64.
- Ve čtvrtém kroku byl analyzován vliv řady na hodnotu napětí, tzn. neměnil se průměr díry a měnila se šířka ložiska. Zde nebylo možné potvrdit předpoklad, že s rostoucí šířkou klesá hodnota napětí, nelze nalézt ani společný trend v relativním nárůstu hodnoty napětí, který se pohybuje mezi 9,5 - 13,9 %.

Dále je v diplomové práci analyzován vliv teplotního zatížení na hodnotu napětí v ložisku, zde se jedná spíše o úvod do problematiky, jelikož jde o velice složitou disciplínu. Řešení je provedeno s okrajovými podmínkami odpovídajícími delšímu běhu ložiska - teploty jsou již ustálené. Výpočtový model ložiska bylo nutné kvůli teplotnímu zatížení dále rozšířit o model uložení – domku a hřídele.

- Ukázalo se, že dominantní vliv na hodnotu napětí v ložisku má silové zatížení.
- Ložisko je zatěžováno rozložením teplot získaným z termokamery ze zkušebny – vnitřní kroužek má vyšší teplotu než kroužek vnější, dochází tedy k vymezování radiální vůle a kontaktu více valivých elementů s kroužky a tím tedy k lepšímu přenosu silového zatížení.
- Ukazuje se, že při volbě příliš vysoké radiální vůle pro dané uložení již nedojde k pozitivnímu efektu vymezení této vůli a přenosu zatížení přes další valivé elementy.

V poslední fázi práce je cílem návrh optimální radiální vůle pro dané valivé uložení, přičemž při vhodně zvolené vůli by měly být v kontaktu téměř všechny valivé elementy (nemělo by dojít k plnému vymezení). Pro analýzu byly na základě poznatků předchozích kapitol zvoleny vůle normální, C3 a C4. Jako optimální byla zvolena vůle C4, jelikož u nižších radiálních vůlí došlo vlivem teplotního zatížení k plnému vymezení radiální vůle, což je nežádoucí.

Použitá literatura a zdroje

- [1] FROHLICH, Jan. *Technika uložení s valivými ložisky*. Praha: SNTL, 1980, 448 s.
- [2] HARRIS, Tedric A. *Rolling Bearing Analysis*. BocaRaton: Taylor& Francis, 2006.
- [3] *MKP v inženýrských výpočtech*. PETRUŠKA, Jindřich. [online]. [cit. 2013-05-13].
Dostupné z: www.umt.fme.vutbr.cz
- [4] *Nelineární úlohy mechaniky v MKP*. PETRUŠKA, Jindřich. [online]. [cit. 2013-05-13].
Dostupné z: www.umt.fme.vutbr.cz
- [5] JANÍČEK, Přemysl: *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: Hledání souvislostí*, Brno: Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., 2007. ISBN 978-80-7204-554-9
- [6] *Bones bearings* [online]. [cit. 2014-05-04].
Dostupné z: http://bonesbearings.com/images/graphics/bearing_exploded-lg.jpg
- [7] SHAANXI FORTUNE TRADE CO., Ltd. *Ball and Roller as The Rolling Element of Bearing* [online]. [cit. 2014-05-04].
Dostupné z: <http://sftfortune.en.made-in-china.com/product/1SZnhpbVXJkD/China-Ball-and-Roller-as-The-Rolling-Element-of-Bearing.html>
- [8] AMAZON. [online]. [cit. 2014-05-04].
Dostupné z: <http://ecx.images-amazon.com/images/I/81S7b%2BY0coL.jpg>
- [9] RAŠOVSKÁ, H. *Vliv montážní vůle u radiálního kuličkového ložiska na napjatost a deformaci*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 59 s. Vedoucí diplomové práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c..
- [10] Hlavní katalog ZKL [online]. [cit. 2013-02-14].
Dostupné z: <http://www.zkl.cz/cs/cat/2013/srbb>
- [11] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VRBKA a Jiří BURŠA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost I*. Třetí přepracované. Brno: Akademické nakladatelství CERM, s.r.o. 2004. ISBN 978-80-7204-554-9
- [12] Singulární matice. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2014-05-04].
Dostupné z: http://cs.wikipedia.org/wiki/Singul%C3%A1rn%C3%AD_matice

- [13] PRÁŠIL, J. Deformační, napjatostní a pevnostní analýza kuličkového ložiska s uvažováním kontaktních podmínek. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 69 s. Vedoucí diplomové práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c..
- [14] Elektronický manuál MSC Patran. [online]. [cit. 2013-02-14].
Dostupné z: http://www.mscsoftware.com/training_videos/patran/Reverb_help/
- [15] ČSN ISO 281. *Valivá ložiska - Dynamická únosnost a trvanlivost*. 2009.
- [16] ČSN ISO 5753. *Valivá ložiska - Radiální vnitřní vůle*. 2009.

Seznam použitých symbolů a zkratek

L_{10}	[milionů ot.]	trvanlivost, které dosáhne 90 % ze skupiny testovaných ložisek
C	[kN]	základní dynamická únosnost
P	[kN]	provozní zatížení ložiska
Σ	[-]	system podstatných veličin
ρ	[mm]	křivost povrchu [mm]
R	[mm]	poloměr zakřivení povrchu
W	[J]	energie napjatosti tělesa
P	[J]	potenciál vnějšího zatížení
Ω	[m ³]	objem tělesa
$\{\sigma\}^T$	[MPa]	řádková matice napětí
$\{\varepsilon\}$	[-]	sloupcová matice přetvoření
ε	[MPa]	sloupcová matice normálových a tečných tuhostí v diskretních bodech kontaktu
G	[-]	matice definující odpovídající dvojice deformačních parametrů, které přicházejí při kontaktu do vzájemného styku.
T	[K]	teplota
Q	[W/m ²]	měrný tepelný tok
α	[WM ⁻² K ⁻¹]	součinitel přestupu tepla
t	[s]	čas
k	[Wm ⁻¹ K ⁻¹]	tepelná vodivost
c	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]	měrná tepelná kapacita
ρ	[kgm ⁻³]	hustota materiálu
Q	[Wm ⁻³]	měrný tepelný výkon
F_r	[N]	radiální síla působící na ložisko
C/P	[-]	poměr radiální únosnosti a působícího zatížení
z	[-]	počet valivých elementů
$\cos \alpha$	[°]	stykový úhel
d_0	[mm]	průměr valivého elementu

d_s	[mm]	roztečný průměr
V_r	[mm]	radiální vůle v ložisku (dělení na 0, C2, C3, C4 a C5)
E	[MPa]	modul pružnosti v tahu
σ	[MPa]	napětí
μ	[-]	poissonovo číslo