



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ**

ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

STUDIE ŠÍŘENÍ ELEKTROMAGNETICKÉ VLNY V HETEROGENNÍCH STRUKTURÁCH

ELECTROMAGNETIC WAVE PROPAGATION STUDY IN HETEROGENEOUS STRUCTURES

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. DUŠAN NEŠPOR

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. PAVEL FIALA, Ph.D.

BRNO 2010



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav radioelektroniky

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Elektronika a sdělovací technika

Student: Bc. Dušan Nešpor

ID: 78636

Ročník: 2

Akademický rok: 2009/2010

NÁZEV TÉMATU:

Studie šíření elektromagnetické vlny v heterogenních strukturách

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Prostudujte metody numerického modelování šíření elektromagnetické vlny nehomogenním prostředím. Sestavte numerický model šíření elektromagnetické vlny dopadající na kompozitní materiál. Nalezněte analytické řešení pro jednoduchou geometrii, na níž ověříte funkčnost numerického modelu. Vyhodnoťte změny šíření elektromagnetické vlny v závislosti na úhlu dopadu vlny, geometrie zadaných kompozitů a jejich makroskopických materiálových vlastnostech. Numerický model nebo části jednoduchého geometrického modelu porovnejte s analytickým řešením.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] BARTUŠEK, K., REZ, J., GESCHEIDTOVÁ, E., STEINBAUER, M. Měření v elektrotechnice - návody k laboratorním cvičením. Skriptum. Brno: FEKT VUT v Brně, 2006. ISBN 80-214-3265-9

[2] GESCHEIDTOVÁ, E., REZ, J., STEINBAUER, M. Měření v elektrotechnice. 1 vyd. Brno: Brno: Nakladatelství VUTIM, 2002. ISBN 80-214-1990-3

[3] DĚDKOVÁ, J. Modelování elektromagnetických polí. Skriptum. Brno: FEKT VUT v Brně, 2005.

Termín zadání: 8.2.2010

Termín odevzdání: 21.5.2010

Vedoucí práce: doc. Ing. Pavel Fiala, Ph.D.

prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

LICENČNÍ SMLOUVA

POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO

uzavřená mezi smluvními stranami:

1. Pan/paní

Jméno a příjmení: Bc. Dušan Nešpor
Bytem: Husova 601 Podivín 69145
Narozen/a (datum a místo): 25. května 1986 ve Valticích

(dále jen „autor“)

a

2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií
se sídlem Údolní 53, Brno, 602 00
jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:
prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida, předseda rady oboru Elektronika a sdělovací technika
(dále jen „nabyvatel“)

Čl. 1

Specifikace školního díla

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):

- disertační práce
 - diplomová práce
 - bakalářská práce
 - jiná práce, jejíž druh je specifikován jako
- (dále jen VŠKP nebo dílo)

Název VŠKP: Studie šíření elektromagnetické vlny v heterogenní strukturách

Vedoucí/ školitel VŠKP: Doc. Ing. Pavel Fiala Ph.D.

Ústav: Ústav teoretické a experimentální elektrotechniky

Datum obhajoby VŠKP: _____

VŠKP odevzdal autor nabyvateli*:

- v tištěné formě – počet exemplářů: 2
- v elektronické formě – počet exemplářů: 2

2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.
3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

* hodící se zaškrtněte

Článek 2

Udělení licenčního oprávnění

1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užit, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizování výpisů, opisů a rozmnoženin.
2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
 - ihned po uzavření této smlouvy
 - 1 rok po uzavření této smlouvy
 - 3 roky po uzavření této smlouvy
 - 5 let po uzavření této smlouvy
 - 10 let po uzavření této smlouvy
(z důvodu utajení v něm obsažených informací)
4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/ 1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

Článek 3

Závěrečná ustanovení

1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísní a za nápadně nevýhodných podmínek.
4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne: 21. dubna 2010

.....
Nabyvatel

.....
Autor

ABSTRAKT

Práce je zaměřena na zkoumání chování vysokofrekvenčních elektromagnetických vln v nehomogenních materiálech. Především na odrazech a lomech vln na rozhraní materiálů s různými vlastnostmi na chování elektromagnetické vlny na periodických strukturách. V práci je shrnuto analytické řešení těchto problémů. Dále jsou prováděny numerické výpočty pomocí programu COMSOL.

KLÍČOVÁ SLOVA

Lomy elektromagnetických vln, šíření elektromagnetických vln, numerické metody, COMSOL, periodické struktury, metamateriály.

ABSTRACT

The sight of work is study form high frequency electromagnetic wave in inhomogeneous materials. The main are refractions and reflection on boundary of materials with different properties and form electromagnetic wave in periodic structure. The work contain analytic and numeric solution. The numeric solution was realized in program COMSOL.

KEYWORDS

Refractions EM waves, propagation EM waves, numeric solution, COMSOL, periodic structures, metamaterials.

NEŠPOR, DUŠAN. *Studie šíření elektromagnetické vlny v heterogenních strukturách.*

. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií.
Ústav teoretické a experimentální elektrotechniky, 2009. 69 s., 7 s. příloh. Diplomová práce.
Vedoucí práce: doc. ing. Pavel Fiala, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Studie šíření elektromagnetické vlny v heterogenních strukturách jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne

.....

(podpis autora)

PODĚKOVÁNÍ

Tento diplomová práce vznikla za podpory Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy České republiky a Electronic Communication Systems and New Generation Technologies (ELKOM) MSM0021630513, Grantová agentura České Republiky 102/09/0314.

Dále děkuji vedoucímu diplomové doc. ing. Pavlu Fialovi, Ph.D. a Ing. Petru Drexlerovi Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování méj diplomové práce.

V Brně dne

.....

(podpis autora)

OBSAH

Seznam obrázků	9
Seznam grafů	11
Úvod.....	12
I. ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ	
1. Vlnové rovnice	13
2. Rovinná vlna ve ztrátovém prostředí.....	15
3. Odraz a lom vln	18
3.1. Snellovy zákony	19
3.2. Fresnelovy rovnice.....	20
3.3. Úplný odraz	26
II. NUMERICKÉ ŘEŠENÍ	
4. Metoda konečných prvků	27
5. Výpočet v programu COMSOL	28
5.1. Tvorba základních modelů	28
5.2. Tvorba složitějších modelů.....	31
6. Výpočet v programu ANSYS	32
6.1. Tvorba modelů	32
III. METAMATERIÁLY SE ZÁPORNÝMI PARAMETRY	
7. Úvod	34
7.1. Šíření rovinné vlny	34
7.2. Snellovy zákony pro záporný lom	36
7.3. Drátová struktura, záporná permitivita	39
7.4. Přerušené prstencové rezonátory, záporná permeabilita	42
IV. REALIZACE ZÁPORNÉ PERMEABILITY	
8. Úvod	44
8.1. Numerické výpočty různých typů rezonátorů	44
8.2. Konstrukce elektromagnetické čočky	59
8.3. Optimalizace elektromagnetické čočky	63
9. Závěr.....	65
Literatura.....	66
Seznam symbolů, veličin a zkratk.....	68
10. Příloha.....	70
10.1. Výpočet mezního úhlu	70

10.2.	Výpočet elektrických intenzit rovinné vlny	70
10.3.	Výpočet rezonančního kmitočtu pro elektromagnetickou čočku	71

Seznam obrázků

Obr. 2.1: Postupná vlna ve ztrátovém prostředí [1].....	16
Obr. 3.1: Odraz a prostup polarizované vlny na rovinném rozhraní [3].	18
Obr. 3.1.1: Odraz a prostup vlny na rovinném rozhraní [2].....	19
Obr. 3.2.1.1: Orientace vektorů vlny TE [1].....	22
Obr. 3.2.1.1: Orientace vektorů vlny TM [1].	24
Obr. 3.3.1: Vlna při lomu, při šíření po rozhraní, při úplném odrazu [1].	26
Obr. 5.1.1: Model rovinného rozhraní.....	28
Obr. 5.1.2: Výpočty lomů a odrazů vln na rovinném rozhraní a) úhel dopadu 90° b) úhel dopadu 45°.	29
Obr. 5.1.3: Výpočty lomů a odrazů vln na rovinném rozhraní s úhly dopadu blížíící se meznímu úhlu.	30
Obr. 5.2.1: Výpočty vlny na rovinném rozhraní a při dopadu na válec s vyšší permitivitou.....	31
Obr. 6.1.1: Struktura modelu v ANSYSu.....	32
Obr. 6.1.2: Výpočty vlny na rovinném rozhraní.....	33
Obr. 7.1.1: Skupiny materiálů z hlediska znamének permitivity a permeability.	35
Obr. 7.2.1: Odraz a lom elektromagnetické vlny na rozhraní a) materiálů s kladnými parametry, b) .. materiálu s kladnými parametry a materiálu se zápornými parametry.....	36
Obr. 7.1.2: Výpočty lomů a odrazů vln na rovinném rozhraní pro různé materiálové konstanty°.....	38
Obr. 7.3.1: Obrázek vodičové struktury.	39
Obr. 7.3.2: Náhradní obvodový model vodičové struktury.....	39
Obr. 7.3.2: Chování vlny na vodičové struktuře pro různé kmitočty.....	40
Obr. 7.4.1: Přerušené prstencové rezonátory [7].	42
Obr. 7.4.2: Náhradní obvodový model a) přerušených prstencových rezonátorů, b) jednoho prstence [10].....	42
Obr. 7.4.3: Rozměry prstenců pro numerický výpočet.	43
Obr. 8.1.1: Struktura modelu pro výpočty rezonátorů.....	44
Obr. 8.1.2: Směry dopadů elektromagnetických vln na rezonátory.....	45
Obr. 8.1.3: Geometrie jednoduchého rezonátoru.....	45
Obr. 8.1.4: Rozložení intenzity magnetického a elektrického pole na jednoduchém rezonátoru.	47
Obr. 8.1.5: Geometrie jednoduchého tenkého rezonátoru.....	48
Obr. 8.1.6: Rozložení intenzity magnetického a elektrického pole na jednoduchém rezonátoru.	49
Obr. 8.1.7: Geometrie dvojitého rezonátoru.....	50
Obr. 8.1.8: Rozložení intenzity magnetického a elektrického pole na dvojitém rezonátoru.....	51
Obr. 8.1.9: Geometrie spojeného rezonátoru.....	52
Obr. 8.1.10: Rozložení intenzity magnetického a elektrického pole na spojeném rezonátoru.....	53

Obr. 8.1.11: Geometrie spojeného tenkého rezonátoru.	54
Obr. 8.1.12: Rozložení intenzity magnetického a elektrického pole na spojeném tenkého rezonátoru.	55
Obr. 8.1.13: Geometrie spojeného čtvercového rezonátoru.	56
Obr. 8.1.12: Rozložení intenzity magnetického a elektrického pole na čtvercovém rezonátoru.....	57
Obr. 8.1.13: Geometrie rezonátoru s prokovem.	58
Obr. 8.2.1: Šíření paprsků u LH elektromagnetické čočky [10].	59
Obr. 8.2.2: a) Návrh struktury čočky. b) Realizace čočky [16].	60
Obr. 8.2.4: Chování elektromagnetické vlny na struktuře rezonátorů ve vzdálenosti 1mm pro různé kmitočty.	62
Obr. 8.3.1: a) Spirálový rezonátor, b) Spirálový rezonátor s odříznutou čtvrtinou závitu.	63
Obr. 8.3.2: Geometrie čtvercového rezonátoru s prokovem.	64
Obr. 10.3.1: Chování rovinné vlny na válcové struktuře pro různé materiálové konstanty, Comsol.	72
Obr. 10.3.2: Chování rovinné vlny na trubičkové struktuře pro různé materiálové konstanty, Comsol.	72
Obr. 10.3.1: Chování rovinné vlny na válcové struktuře pro různé materiálové konstanty, Comsol.	72
Obr. 10.3.4: Chování rovinné vlny na trubičkové struktuře pro různé materiálové konstanty, Ansys.	72

Seznam grafů

Graf. 7.3.1: Závislost relativní permitivity na kmitočtu u vodičové struktury. Analytické řešení.....	40
Graf. 7.3.3: Závislost relativní permitivity na kmitočtu u drátové struktury. Numerické řešení.....	41
Graf. 7.3.4: Graf závislosti parametru S_{21} u vodičové struktury.	41
Graf. 7.4.1 Závislost parametru S_{21} u SRR struktury pro vlnu dopadající kolmo a pod úhlem 45°	43
Graf. 8.1.1: Závislost parametru S_{21} pro jednoduchý rezonátor.	45
Graf. 8.1.2: Závislost parametru S_{21} pro jednoduchý rezonátor.....	46
Graf. 8.1.3: Závislost parametru S_{21} pro jednoduchý tenký rezonátor.	48
Graf. 8.1.4: Závislost parametru S_{21} pro jednoduchý tenký rezonátor.....	48
Graf. 8.1.7: Závislost parametru S_{21} pro dvojitý rezonátor.	50
Graf. 8.1.8: Závislost parametru S_{21} pro dvojitý rezonátor.	50
Graf. 8.1.9: Závislost parametru S_{21} pro spojený rezonátor.	52
Graf. 8.1.10: Závislost parametru S_{21} pro spojený rezonátor.....	52
Graf. 8.1.11: Závislost parametru S_{21} pro spojený tenký rezonátor.....	54
Graf. 8.1.12: Závislost parametru S_{21} pro spojený tenký rezonátor.....	54
Graf. 8.1.13: Závislost parametru S_{21} pro čtvercový rezonátor.	56
Graf. 8.1.14: Závislost parametru S_{21} pro čtvercový rezonátor.	56
Graf. 8.1.15: Závislost parametru S_{21} pro spirálový rezonátor.....	58
Graf. 8.2.1: Závislost parametru S_{21} pro rezonátory bez kondenzátoru.....	60
Graf. 8.2.2: Závislost parametru S_{21} pro rezonátory s kondenzátorem.....	60
Graf. 8.2.3: Závislost parametru S_{11} pro rezonátory s kondenzátorem [16].....	61
Graf. 8.2.4: Průběh plazmového kmitočtu v závislosti na vzdálenosti rezonátorů.	62
Graf. 8.3.1: Průběhy parametru S_{21} pro spirálový rezonátor.....	63
Graf. 8.3.2: Průběhy parametru S_{21} pro čtvercový rezonátor s prokovem.	64

Úvod

Tato práce je zaměřena na zkoumání chování vysokofrekvenčních elektromagnetických vln v heterogenní materiálech.

Při průchodu elektromagnetické vlny heterogenním materiálem dochází díky jeho vlastnostem (vodivosti, permitivitě, permeabilitě) ke snižování amplitudy a k fázovému posuvu vlny. Pokud vlna dopadne na nehomogenitu dochází ke změně jejího šíření a to dvěma způsoby, odrazem a lomem. Dále může docházet k polarizaci těchto vln a jejich interferenci.

Pro jednoduché případy (například rovinné rozhraní) lze chování dopadající vlny počítat analyticky, pomocí Snellova zákona lomu a odrazu a Fresnelových rovnic. Na složitějších strukturách je už ale analytický výpočet obtížný a mnohdy neproveditelný. Navíc jsme omezeni na dvojrozměrné úlohy. Proto se používají k výpočtům numerické metody.

Numerické metody umožňují výpočet jak dvojrozměrných tak trojrozměrných úloh. K výpočtu se používá počítačová simulace daného problému. Přesné řešení diferenciálních nebo integrálních rovnic se nahrazuje přibližným. Nejrozšířenějšími metodami modelování jsou metoda konečných diferencí, metoda konečných prvků a metoda hraničních prvků.

Metoda konečných diferencí je nejstarší ze tří uvedených metod. Oblast, kterou chceme řešit pokryjeme pravidelnou sítí. V uzlech sítě definujeme numerické rovnice. Dostáváme soustavu rovnic, které řešíme vhodnou metodou (eliminací, integrační).

Metoda konečných prvků je v současné době nejrozšířenější. Postupujeme při ní podobně jako u metody konečných diferencí. Základní rozdílem je, že sít, kterou pokrýváme řešenou oblast, může být nerovnoměrná. V oblastech, kde očekáváme prudkou změnu pozorovaných hodnot, sít zhrustíme. A naopak, v místech s očekávaným statickým průběhem, uděláme sít řidší, kvůli snížení výpočetní náročnosti. Nerovnoměrné rozložení sítě také umožňuje lepší kopírování tvaru řešené oblasti. Útvary tvořené sítí se nazývají konečné prvky a mohou mít různý tvar.

Metoda hraničních prvků je univerzální numerická metoda pro řešení integrálních rovnic pole. Využívá princip diskretizace ploch, vystupujících v integrálních rovnicích, na prvky a aproximaci hledané hustoty tvarovými funkcemi.

Pro počítačové modelování pomocí numerických metod existuje celá řada programů. V této práci budou využity dva, ANSYS a Comsol. Oba tyto programy jsou založeny na metodě konečných prvků. Nejprve bude vytvořen model pro jednoduchou úlohu, která lze řešit i analyticky. Právě analytickým řešením se ověří správnost numerického výpočtu. Po ověření správnosti budou vytvářeny složitější modely. Na těch se bude zjišťovat chování dopadajících vln pro různé parametry, tvary nehomogenit, kmitočty a úhly dopadu vln atd.

I. ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ

1. Vlnové rovnice

Elektromagnetické pole, které vznikne v určitém místě, nezaplňuje celý prostor okamžitě, ale šíří se konečnou rychlostí, závisující na vlastnostech prostředí [1]. Tento dnes dokonale ověřený názor vyslovil jako první Maxwell v roce 1865. Zavedením posuvného proudu. Druhá Maxwellova rovnice v integrálním tvaru [2]

$$\oint \underline{H} \cdot d\mathbf{l} = I + \frac{d\Psi}{dt} \quad (1.1)$$

kde $\frac{d\Psi}{dt}$ je posuvný proud.

Ukázal tím, že složky vektorů pole vyhovují v bezeztrátovém prostředí bez zdrojů vlnové rovnici tvaru [1]

$$\Delta U - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2)$$

Známé již z mechaniky a akustiky. [1] Protože konstanta v , určující obecně rychlost šíření vlny, která byla používána v mechanice těles, byla pro vzduch rovna rychlosti světla, vyslovil rovněž názor, že světlo je jednou z forem elektromagnetických vln. Experimentální důkaz existence elektromagnetických vln provedl o 23 let později Hertz.

Při odvození vlnových rovnic se omezíme na harmonická pole. [1] Maxwellovi rovnice I až IV mají pro homogenní prostředí bez volných nábojů (ρ) a mimo oblast zdrojů tvar

$$\text{rot} \underline{E} = -j\omega\mu \underline{H} \quad (1.3) \quad \text{div} \underline{H} = 0 \quad (1.4)$$

$$\text{rot} \underline{H} = (\gamma + j\omega\varepsilon) \underline{E} \quad (1.5) \quad \text{div} \underline{E} = 0 \quad (1.6)$$

Z rovnice vyloučíme \underline{H} tak, že na obě strany aplikujeme operátor rot

$$\text{rot rot} \underline{E} = -j\omega\mu \text{rot} \underline{H} \quad (1.7)$$

Na pravou stranu dosadíme z rovnice a dostaneme za dvou diferenciálních rovnic prvního řádu jednu rovnici druhého řádu

$$\text{rot rot} \underline{E} = -j\omega\mu(\gamma + j\omega\varepsilon) \underline{E} \quad (1.8)$$

Označme

$$\underline{k}^2 = -j\omega\mu(\gamma + j\omega\varepsilon) \quad (1.9)$$

a pomocí pravidla identity

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = \text{grad div } \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (1.10)$$

rozepíšeme operátor

$$\text{rot rot} = \text{grad div} - \nabla^2 \quad (1.11)$$

a dostáváme

$$\text{grad div } \underline{\mathbf{E}} - \nabla^2 \underline{\mathbf{E}} = \underline{k^2 \mathbf{E}} \quad (1.12)$$

S použitím $\text{div } \underline{\mathbf{E}} = 0$ je konečný výraz

$$\nabla^2 \underline{\mathbf{E}} + \underline{k^2 \mathbf{E}} = 0 \quad (1.13)$$

To je homogenní vlnová rovnice pro komplexní vektor $\underline{\mathbf{E}}$. Pro zadané hodnoty pole na okrajích (hraniční podmínky) dostaneme jejím řešením hledané pole. Rovnice se též nazývá Helmholtzova.

Vlnovou rovnici pro vektor $\underline{\mathbf{H}}$ odvodíme obdobně. Operátor rot aplikujeme na (1.5) a s použitím (1.3) vyloučíme $\underline{\mathbf{E}}$. Dostaneme pak

$$\nabla^2 \underline{\mathbf{H}} + k^2 \underline{\mathbf{H}} = 0 \quad (1.14)$$

Po vynásobení ϵ respektive μ je zřejmé, že stejným rovnicím vyhovují i vektory $\underline{\mathbf{D}}$ a $\underline{\mathbf{B}}$. Vektory $\underline{\mathbf{E}}$ a $\underline{\mathbf{H}}$ upřednostňujeme pro snazší vyjádření výkonových poměrů Poyntigovým vektorem, a protože jejich podíl má charakter impedance s rozměrem ohm (Ω).

2. Rovinná vlna ve ztrátovém prostředí

Vlnoplochami rovinné vlny jsou rovnoběžné roviny, na které je směr šíření vlny kolmý [1]. Pro řešení zvolíme kartézskou souřadnou soustavu orientovanou tak, že předpokládaný směr šíření bude shodný se směrem osy x a vektor intenzity elektrického pole \underline{E} bude rovnoběžný s osou z . Rovina yz a roviny s ní rovnoběžné pak budou vlnoplochami.

Jedinou nenulovou složkou vektoru elektrické intenzity bude složka \underline{E}_z , jejíž amplituda se bude měnit pouze ve směru šíření x . Vzhledem k předpokladu uniformity bude amplituda vlny na vlnoploše stálá a ve směrech y a z se nebude měnit. Vektorová rovnice (1.13) proto přejde v jedinou skalární diferenciální rovnici 2. řádu s konstantními koeficienty.

$$\frac{d^2 E_z}{dx^2} + \underline{k}^2 E_z = 0 \quad (2.1)$$

obecným řešením je

$$\underline{E} = A e^{-jkx} + B e^{jkx} \quad (2.2)$$

kde veličiny A je složka postupné vlny a B složka zpětné vlny.

Rovnice (2.2) vyjadřuje dvojici vln, šířících se opačnými směry. První člen vyjadřuje primární (přímou) vlnu šířící se od zdroje ve směru kladné osy x , druhý člen pak popisuje sekundární vlnu šířící se opačným směrem, která může vzniknout například odrazem od nehomogenity v prostoru. V prostoru pak mohou existovat současně obě vlny, které se spolu skládají (interferují).

Vlnové číslo \underline{k} je komplexní veličinou, které ve složkovém tvaru můžeme vyjádřit vztahem

$$\underline{k} = k' - jk'' = \sqrt{-j\omega\mu(\gamma + j\omega\varepsilon)} \quad (2.3)$$

dosazením do (2.2) dostáváme

$$\underline{E} = \underline{E}_0 \cdot e^{-k''x} \cdot e^{-jk'x} \quad (2.4)$$

Člen $e^{-k''x}$ určuje změnu (pokles) amplitudy vlny při šíření ve směru x , kdy šířící se vlna ve vodivém prostředí indukuje proudy, které toto prostředí ohřívají [1]. O energii, přeměněnou v teplo, je pak šířící se vlna ochuzena. Složka vlnového čísla k'' je tzv. *měrný útlum* [m^{-1}]. Pokles amplitudy vlny na dráze 1 m určuje člen $e^{-k''}$, ne však přímo měrný útlum k'' .

Člen $e^{-jk'x}$ určuje změnu (zpoždění) fáze vlny na dráze x ve směru šíření vlny. Složka vlnového čísla k' je tzv. *měrná fáze* [$\text{rad}\cdot\text{m}^{-1}$] a udává přímo zpoždění fáze vlny na dráze 1 m ve směru šíření vlny.

Vektor intenzity magnetického pole získáme tak, že dosadíme do Maxwellovy rovnice (1.2).

$$\underline{\mathbf{H}} = \frac{\text{rot}\underline{\mathbf{E}}}{-j\omega\mu} \quad (2.5)$$

z toho vyjádříme vlnovou impedanci

$$\begin{aligned} Z_v &= \frac{\underline{\mathbf{E}}}{\underline{\mathbf{H}}} \\ &= \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\gamma + j\omega\varepsilon}} \end{aligned} \quad (2.6)$$

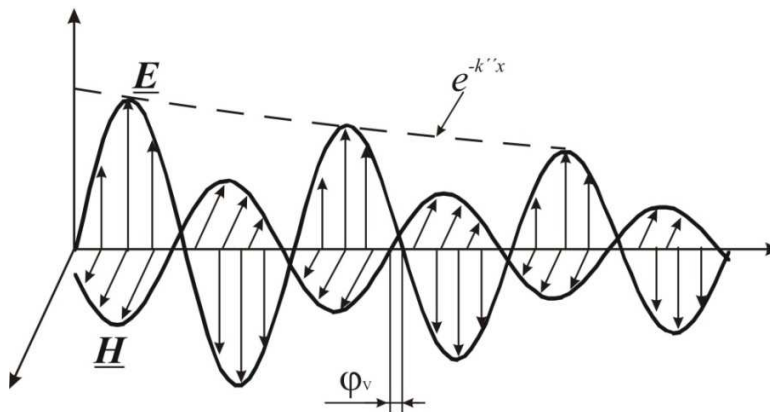
složky $\underline{\mathbf{H}}_x$, $\underline{\mathbf{H}}_y$ jsou rovny 0 a platí

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{H}} &= \sqrt{\frac{\gamma + j\omega\varepsilon}{j\omega\mu}} \underline{\mathbf{E}} \\ &= \sqrt{\frac{\gamma + j\omega\varepsilon}{j\omega\mu}} E_0 \cdot e^{-k''x} \cdot e^{-jk'x} \end{aligned} \quad (2.7)$$

vektor intenzity magnetického pole lze také zapsat ve tvaru

$$\underline{\mathbf{H}} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0 \cdot e^{-k''x} \cdot e^{-j(k'x + \varphi_v)} \quad (2.8)$$

kde φ_v vyjadřuje fázový posun mezi vektorem $\underline{\mathbf{E}}$ a $\underline{\mathbf{H}}$.



Obr. 2.1: Postupná vlna ve ztrátovém prostředí [1].

Fázovou rychlost v_f a délku vlny λ určuje činitel k' ($\text{rad}\cdot\text{m}^{-1}$)

$$v_f = \frac{\omega}{k'} \quad (2.9) \qquad \lambda = \frac{2\pi}{k'} \quad (2.10)$$

Výkon, přenášený vlnou, charakterizuje *Poyntingův vektor*. Jeho střední hodnota je

$$\underline{\Pi} = \underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^* \quad (2.11)$$

po dosazení z (2.6) a (2.8)

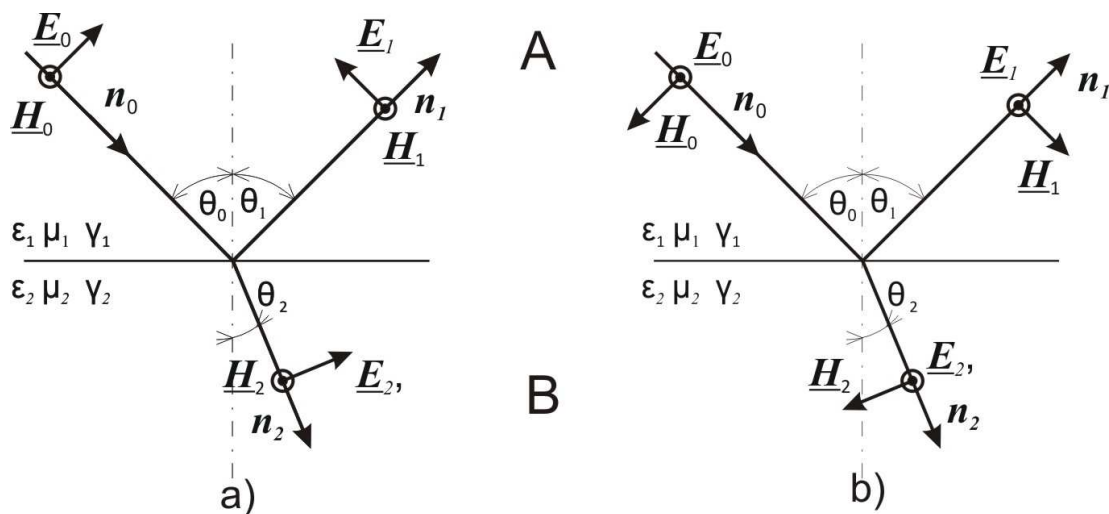
$$\begin{aligned} \underline{\Pi} &= \underline{\mathbf{E}} \times \sqrt{\frac{j\omega\varepsilon - \gamma}{j\omega\mu}} \underline{\mathbf{E}} \quad (2.12) \\ &= \sqrt{\frac{j\omega\varepsilon - \gamma}{j\omega\mu}} E_0^2 \cdot e^{-2k''x} \cdot e^{j\varphi_V} \end{aligned}$$

S postupem vlny Poyntingův vektor exponenciálně klesá, neboť část kryje ztráty v prostředí. Pro $\varphi_V \neq 0$ má Poyntingův vektor imaginární část, která ukazuje, že ve vlně dochází k přesunu energie mezi elektrickým a magnetickým polem.

3. Odraz a lom vln

[1] Předchozí případ byl pro vlnu šířící se v homogenním prostředí, kde hodnoty ε , μ , γ jsou konstantní [3]. V prostředí nehomogenním vznikají při průchodu prostředí s rozdílnými parametry odrazy a lomy vln. V jednoduchém případě tvoří nehomogenitu rozlehlé rovinné rozhraní dvou prostředí s různými parametry ε , μ , γ . Dopadající vlna \underline{E}_0 , \underline{H}_0 se šíří prostředím $\varepsilon_1, \mu_1, \gamma_1$

ve směru θ_0 a po dopadu na rozhraní se dělí na dvě nové vlny. Odražená vlna \underline{E}_1 , \underline{H}_1 se šíří ve směru θ_1 zpět do stejného prostředí a její intenzity se zde sčítají (vlna interferuje) s vlnou dopadající. Vlna prostupující \underline{E}_2 , \underline{H}_2 se prostředím $\varepsilon_2, \mu_2, \gamma_2$ šíří ve směru θ_2 .



Obr. 3.1: Odraz a vstup polarizované vlny na rovinném rozhraní [3].

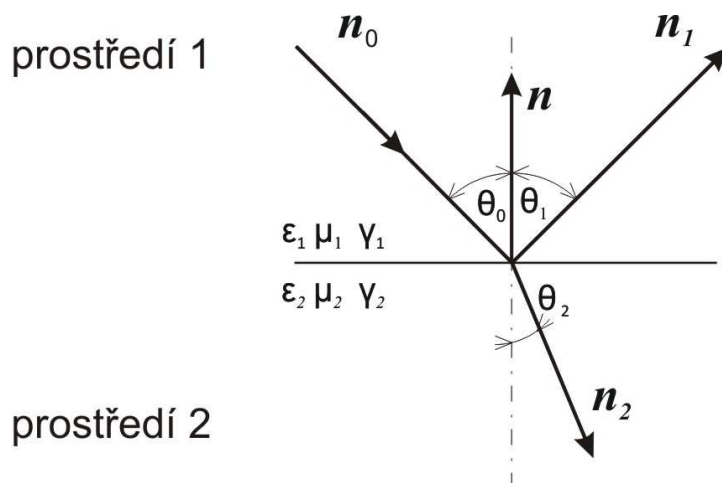
Rovina rozhraní je rovinou oddělující obě prostředí $\varepsilon_1, \mu_1, \gamma_1$ a $\varepsilon_2, \mu_2, \gamma_2$. Rovina dopadu je rovinou kolmou na rovinu rozhraní a je rovnoběžná se směrem šíření dopadající vlny \underline{E}_0 , \underline{H}_0 .

Polarizaci vln při odrazu vln od rovinného rozhraní dvou prostředí můžeme určit podle orientace vektoru intenzity elektrického pole \underline{E}_0 dopadající vlny vzhledem k rovině dopadu. Vlna vertikálně polarizovaná (Obr. 3.1 a) má vektor \underline{E} kolmý s rovinou rozhraní. Tato vlna se také nazývá příčně magnetická (TM). Vlna horizontálně polarizovaná (Obr. 3.1 b) má vektor \underline{E} na rovinu dopadu rovnoběžný. Tato vlna se také nazývá příčně elektrická (TE).

Každý bod roviny rozhraní musíme považovat za dva body nekonečně blízké. Jeden z nich (bod A) leží v prostředí $\varepsilon_1, \mu_1, \gamma_1$, druhý (bod B) v druhém prostředí $\varepsilon_2, \mu_2, \gamma_2$. V každém bodě roviny rozhraní pak jsou dvě různé intenzity pole \underline{E}_0 , \underline{E}_1 (\underline{H}_0 , \underline{H}_1) v bodě A a \underline{E}_2 , (\underline{H}_2) v bodě B.

3.1. Snellovy zákony

Pro odvození pravidel směrů šíření vlny použijme následující model [2]. Dvě homogenní izotropní prostředí jsou ohraničena společným rovinným rozhraním, jinak jsou nekonečná.



Obr. 3.1.1: Odraz a prostup vlny na rovinném rozhraní [2].

Jednotkový vektor \mathbf{n} je kolmý k rozhraní a směřuje z prostředí 1 ($\epsilon_1, \mu_1, \gamma_1$) do prostředí 2 ($\epsilon_2, \mu_2, \gamma_2$). Polohový vektor \mathbf{r} vede z počátku do libovolného bodu v prostředí 1 nebo 2, rovinné rozhraní je dáno rovnicí

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{r} = 0 \quad (3.1.1)$$

Vektor \mathbf{n}_0 je jednotkový vektor určující směr šíření. Rovina určená dvojicí vektorů \mathbf{n} a \mathbf{n}_0 se nazývá rovinou dopadu. Jednotkové vektory \mathbf{n}_1 a \mathbf{n}_2 mají směr šíření prostupné a odražené vlny. Potom

$$\mathbf{r} = (\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})\mathbf{n} - \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{r}) \quad (3.1.2)$$

v libovolném bodě rozhraní tedy platí

$$\mathbf{r} = -\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{r}) \quad (3.1.3)$$

Protože platí

$$\underline{k}_2 \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{r}) = \underline{k}_2 \mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{r}) \quad (3.1.4)$$

$$\underline{k}_2 \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{r}) = \underline{k}_1 \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{r}) \quad (3.1.5)$$

a protože

$$\mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{r}) = (\mathbf{n}_0 \times \mathbf{n}) \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{r}) \quad (3.1.6)$$

můžeme psát

$$(\mathbf{n}_0 \times \mathbf{n} - \mathbf{n}_2 \times \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{r} = 0 \quad (3.1.7)$$

$$(\underline{k}_2 \mathbf{n}_0 \times \mathbf{n} - \underline{k}_1 \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{r} = 0 \quad (3.1.8)$$

po dosazení vlnových čísel (k_1, k_2) dostáváme

$$\sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)} \cdot \mathbf{n}_0 \times \mathbf{n} - \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)} \cdot \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{r} = 0 \quad (3.1.9)$$

Roviny konstantní fáze procházející vlny i vlny odražené jsou kolmé k rovině dopadu. Ze vztahu (5.1.7) plyne

$$\sin \theta_1 = \sin (\pi - \theta_0) = \sin \theta_0 \quad (3.1.10)$$

z toho vyplývá známé pravidlo, že úhel odrazu θ_1 se rovná úhlu dopadu θ_0 . Ze vztahu (3.1.9) plyne

$$\sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)} \cdot \sin \theta_0 = \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)} \cdot \sin \theta_2 \quad (3.1.11)$$

Rovnice (3.1.9) a (3.1.10) vyjadřují směr šíření odražené a prostupné vlny \underline{E} , \underline{H} a jsou známy, jako Snellovy zákony lomu a odrazu.

3.2. Fresnelovy rovnice

Fresnelovy vztahy udávají závislost intenzity odražené a prostupné vlny na vlně dopadající [2]. Při odrazu a vniku vlny je intenzitou pole v jednom prostředí ($\varepsilon_1, \mu_1, \gamma_1$) součet intenzity dopadající a odražené vlny ($\underline{E}_0 + \underline{E}_1$), v druhém prostředí ($\varepsilon_2, \mu_2, \gamma_2$) je jí pouze intenzita pole vnikající vlny \underline{E}_2 .

Znalost intenzit pole na rozhraní umožní stanovit intenzity polí i v bodech nad a pod rozhraním. Při výpočtu intenzity pole ve výšce h nad rovinou rozhraní je nutno respektovat rozdílné směry šíření dopadající a odražené vlny, prostorovou orientaci odpovídajících vektorů i jejich fázové posuvy. Po rozkladu na tečné a normálové složky se dílčí (fázorové) veličiny ve výšce h vypočtou podle vztahů pro šíření rovinné vlny, určí se velikosti a fáze tečné a normálové složky výsledné intenzity pole v uvažovaném místě a nakonec se vypočte velikost a směr výsledné intenzity pole sečtením prostorových složek. V prostředí pod rozhraním se šíří jen prostupná vlna, k interferenci více vln nedochází.

K odvození použijeme okrajových podmínek, k určení vztahů mezi amplitudami \underline{E}_0 , \underline{E}_1 a \underline{E}_2 . Ve všech bodech na rovině rozhraní je

$$\mathbf{n} \times (\underline{\mathbf{E}}_0 + \underline{\mathbf{E}}_2) = \mathbf{n} \times \underline{\mathbf{E}}_1 \quad (3.2.1)$$

$$\mathbf{n} \times (\underline{\mathbf{H}}_0 + \underline{\mathbf{H}}_2) = \mathbf{n} \times \underline{\mathbf{H}}_1 \quad (3.2.2)$$

do (3.2.2) dosadíme vztahy

$$\underline{\mathbf{E}}_0 = -\frac{\omega\mu_1}{\sqrt{-j\omega\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}} \mathbf{n}_0 \times \underline{\mathbf{H}}_0$$

$$\underline{\mathbf{E}}_1 = -\frac{\omega\mu_1}{\sqrt{-j\omega\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}} \mathbf{n}_1 \times \underline{\mathbf{H}}_1 \quad (3.2.3)$$

$$\underline{\mathbf{E}}_2 = -\frac{\omega\mu_2}{\sqrt{-j\omega\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)}} \mathbf{n}_2 \times \underline{\mathbf{H}}_2$$

$$\underline{\mathbf{H}}_0 = \frac{\sqrt{-j\omega\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}}{\omega\mu_1} \mathbf{n}_0 \times \underline{\mathbf{E}}_0$$

$$\underline{\mathbf{H}}_1 = \frac{\sqrt{-j\omega\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}}{\omega\mu_1} \mathbf{n}_1 \times \underline{\mathbf{E}}_1 \quad (3.2.4)$$

$$\underline{\mathbf{H}}_2 = \frac{\sqrt{-j\omega\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)}}{\omega\mu_2} \mathbf{n}_2 \times \underline{\mathbf{E}}_2$$

a dostáváme

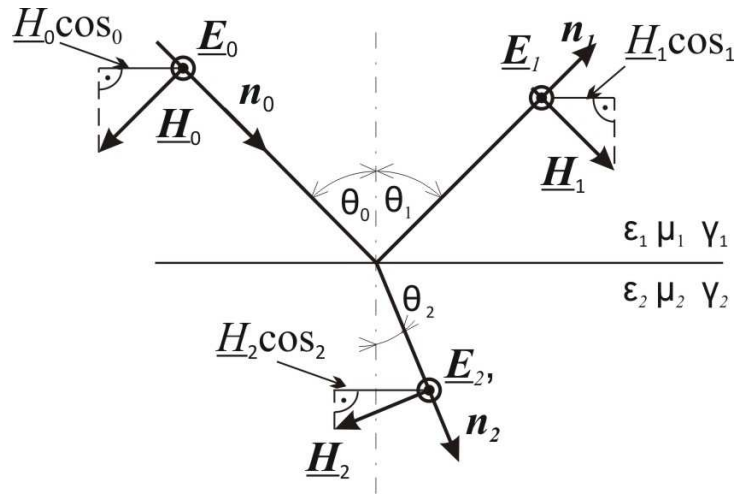
$$\mathbf{n} \times (\mathbf{n}_0 \times \underline{\mathbf{E}}_0 + \mathbf{n}_2 \times \underline{\mathbf{E}}_2) \frac{\sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)}}{\mu_2} = \mathbf{n} \times (\mathbf{n}_1 \times \underline{\mathbf{E}}_1) \frac{\sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}}{\mu_1} \quad (3.2.5)$$

po úpravě

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{n}_0 \times \underline{\mathbf{E}}_0) = (\mathbf{n} \cdot \underline{\mathbf{E}}_0) \mathbf{n}_0 - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_0) \underline{\mathbf{E}}_0 \quad (3.2.6)$$

Primární vektor $\underline{\mathbf{E}}_0$ lze rozložit na složku rovnoběžnou k rovině rozhraní (TE) a na složku kolmou k rovině rozhraní (TM). Z toho plynou dva body řešení.

3.2.1. Vektor \underline{E} rovnoběžný k rovině rozhraní (TE)



Obr. 3.2.1.1: Orientace vektorů vlny TE [1].

Vektor \underline{E}_0 je kolmý k rovině dopadu a rovnoběžný k rovině rozhraní [1]. Z toho plyne

$$\underline{n} \cdot \underline{E}_0 = \underline{n}_0 \cdot \underline{E}_0 = 0 \quad (3.2.1.1)$$

Po vektorovém vynásobení (3.2.1) vektorem \underline{n} a použitím (3.2.6) dostáváme vztah pro moduly \underline{E} ve směru osy x

$$\underline{E}_0 + \underline{E}_1 = \underline{E}_2 \quad (3.2.1.2)$$

spojitost tečné složky \underline{H} vyjadřuje podle obrázku vztah mezi moduly \underline{H}

$$\underline{H}_0 \cos \theta_1 - \underline{H}_1 \cos \theta_1 = \underline{H}_2 \cos \theta_2 \quad (3.2.1.3)$$

upravíme (3.2.4) pro amplitudy \underline{E} a \underline{H}

$$\underline{H}_0 = \frac{\sqrt{-j\omega\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}}{\omega\mu_1} \underline{E}_0$$

$$\underline{H}_1 = \frac{\sqrt{-j\omega\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}}{\omega\mu_1} \underline{E}_1 \quad (3.2.1.4)$$

$$\underline{H_2} = \frac{\sqrt{-j\omega\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)}}{\omega\mu_2} \underline{E_2}$$

a dosazením do předchozího dostáváme

$$\underline{E_0} \cos \theta_1 - \underline{E_1} \cos \theta_1 = \frac{\mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)}}{\mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}} \underline{E_2} \cos \theta_2 \quad (3.2.1.5)$$

dosazením do (3.2.1.2) dostáváme

$$\rho_E = \frac{\underline{E_1}}{\underline{E_0}} \quad (3.2.1.6)$$

$$= \frac{\mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)} \cos \theta_1 - \mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)} \cos \theta_2}{\mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)} \cos \theta_1 + \mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)} \cos \theta_2}$$

$$\tau_E = \frac{\underline{E_2}}{\underline{E_0}} \quad (3.2.1.7)$$

$$= \frac{2\mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)} \cos \theta_1}{\mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)} \cos \theta_1 + \mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)} \cos \theta_2}$$

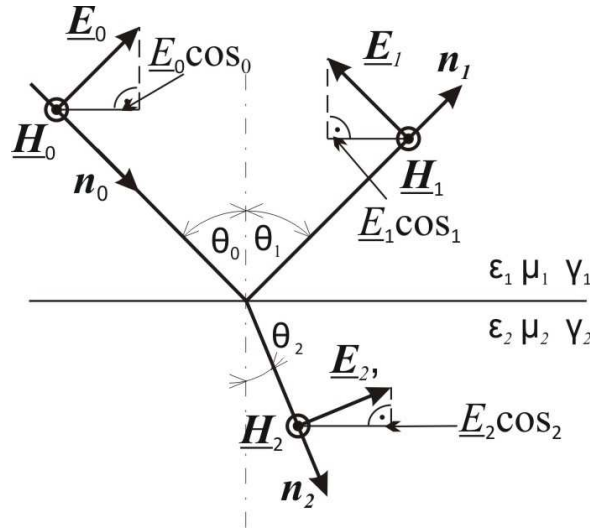
Používání těchto rovnic může být však zkomplikováno, pokud vyjde úhel θ_1 nebo θ_2 komplexní. Proto využijeme Snellových zákonů lomu a odrazu (3.1.10) a (3.1.11) a úhly θ_1 , θ_2 vyloučíme

$$\frac{\underline{E_1}}{\underline{E_0}} = \frac{\mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)} \cos \theta_0 - \mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)} - \mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1) \sin^2 \theta_0}{\mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)} \cos \theta_0 + \mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)} - \mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1) \sin^2 \theta_0} \quad (3.2.1.8)$$

$$\frac{\underline{E_2}}{\underline{E_0}} = \frac{2\mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)} \cos \theta_0}{\mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)} \cos \theta_0 + \mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)} - \mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1) \sin^2 \theta_0} \quad (3.2.1.9)$$

Protože materiálové konstanty jsou komplexní, budou i moduly $\underline{E_1}$ a $\underline{E_2}$ komplexní. To znamená, že se odražená i prostupná vlna bude lišit ve fázi oproti vlně dopadající.

3.2.2. Vektor \underline{H} rovnoběžný k rovině rozhraní (TM)



Obr. 3.2.1.1: Orientace vektorů vlny TM [1].

V vektor \underline{H}_0 je kolmý k rovině dopadu a rovnoběžný s rovinou rozhraní [2]. Z toho plyne

$$\underline{n} \cdot \underline{H}_0 = \underline{n} \cdot \underline{H}_1 = \underline{n} \cdot \underline{H}_2 \quad (3.2.2.1)$$

Po vektorovém vynásobení (3.2.2) vektorem \underline{n} dostáváme vztah pro moduly \underline{H} ve směru osy x

$$\underline{H}_0 + \underline{H}_1 = \underline{H}_2 \quad (3.2.2.2)$$

spojitost tečné složky \underline{E} vyjadřuje podle obrázku vztah mezi moduly \underline{E}

$$\underline{H}_0 \cos \theta_1 - \underline{H}_1 \cos \theta_1 = \underline{H}_2 \cos \theta_2 \quad (3.2.2.3)$$

upravíme (3.2.3) pro amplitudy \underline{E} a \underline{H}

$$\begin{aligned} \underline{E}_0 &= -\frac{\omega\mu_1}{\sqrt{-j\omega\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}} \underline{H}_0 \\ \underline{E}_1 &= -\frac{\omega\mu_1}{\sqrt{-j\omega\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}} \underline{H}_1 \\ \underline{E}_2 &= -\frac{\omega\mu_2}{\sqrt{-j\omega\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)}} \underline{H}_2 \end{aligned} \quad (3.2.2.4)$$

a dosazením do předchozího dostáváme

$$\underline{H_0} \cos \theta_1 - \underline{H_1} \cos \theta_1 = \frac{\mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega \varepsilon_1)}}{\mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega \varepsilon_2)}} \underline{H_2} \cos \theta_2 \quad (3.2.2.5)$$

dosazením do (5.2.2.2) dostáváme

$$\rho_H = \frac{\underline{H_1}}{\underline{H_0}} \quad (3.2.2.6)$$

$$= \frac{\mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega \varepsilon_2)} \cos \theta_1 - \mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega \varepsilon_1)} \cos \theta_2}{\mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega \varepsilon_2)} \cos \theta_1 + \mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega \varepsilon_1)} \cos \theta_2}$$

$$\tau_H = \frac{\underline{H_2}}{\underline{H_0}} \quad (3.2.2.7)$$

$$= \frac{2\mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega \varepsilon_2)} \cos \theta_1}{\mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega \varepsilon_2)} \cos \theta_1 + \mu_2 \sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega \varepsilon_1)} \cos \theta_2}$$

Stejně jako pro vlnu TE použijeme Snellových zákonů lomu a odrazu (3.1.10) a (3.1.11) k vyloučení úhlů θ_1, θ_2 vyloučíme

$$\frac{\underline{H_1}}{\underline{H_0}} = \frac{\mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega \varepsilon_2)} \cos \theta_0 - \mu_2 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega \varepsilon_2) - \mu_1(\gamma_1 + j\omega \varepsilon_1) \sin^2 \theta_0}}{\mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega \varepsilon_2)} \cos \theta_0 + \mu_2 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega \varepsilon_2) - \mu_1(\gamma_1 + j\omega \varepsilon_1) \sin^2 \theta_0}} \quad (3.2.2.8)$$

$$\frac{\underline{E_2}}{\underline{E_0}} = \frac{2\mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega \varepsilon_2)} \cos \theta_0}{\mu_1 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega \varepsilon_2)} \cos \theta_0 + \mu_2 \sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega \varepsilon_2) - \mu_1(\gamma_1 + j\omega \varepsilon_1) \sin^2 \theta_0}} \quad (3.2.2.9)$$

3.3. Úplný odraz

K úplnému odrazu dochází, pokud je amplituda dopadající ($\underline{E}_0, \underline{H}_0$) a odražené vlny ($\underline{E}_1, \underline{H}_1$) stejná [1]. To znamená, pokud se budou koeficienty odrazu rovnat jedné ($|\rho_{EH}|=1$). Tato podmínka bude splněna, pokud v (5.2.1.8) a (5.2.2.8) budou činitele pod odmocninou nulové nebo reálně záporné.

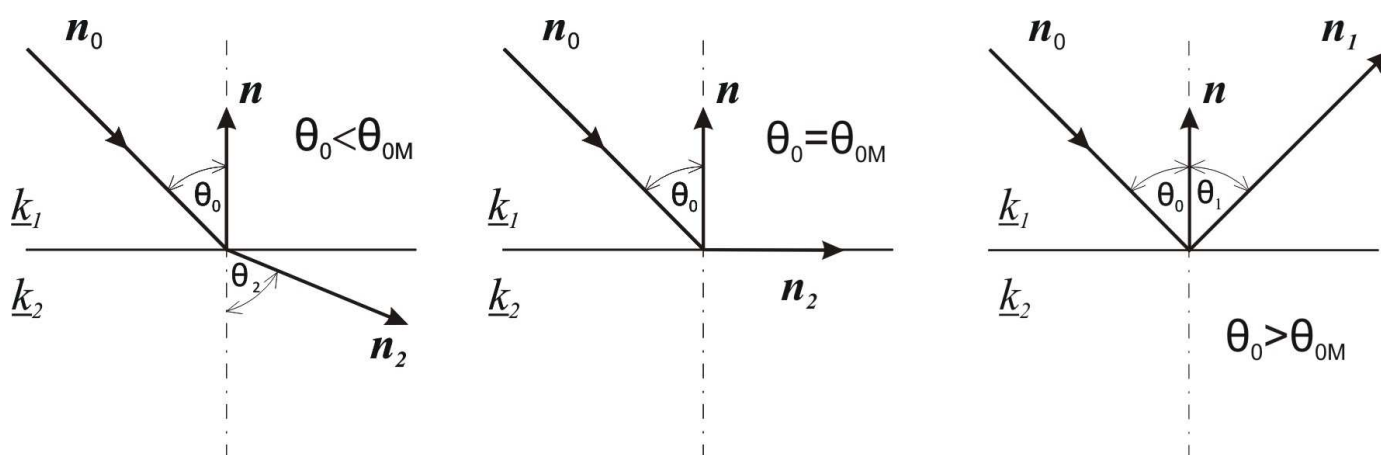
$$Re: \mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2) - \mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)\sin^2\theta_0 \leq 0 \quad (3.3.1)$$

$$Im: \mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2) - \mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)\sin^2\theta_0 = 0$$

z této podmínky vyjádříme mezní úhel (θ_{0M}), při kterém nastane úplný odraz.

$$\theta_{0M} = \arcsin \left(\sqrt{\frac{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)}{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}} \right) \quad (3.3.2)$$

Závislosti odrazu na mezním úhlu ukazuje obrázek 3.3.1.



Obr. 3.3.1: Vlna při lomu, při šíření po rozhraní, při úplném odrazu [1].

Střední tok energie do prostředí (k_2) je nulový. Intenzita pole v něm však nulová není. Ve skutečnosti existuje okamžitá kolmá složka toku energie rozhraním, ale její časová střední hodnota je nulová. Střední hodnota toku rovnoběžného s rozhraním nulová není.

II. NUMERICKÉ ŘEŠENÍ

4. Metoda konečných prvků

Metoda konečných prvků (MKP) [22] je účinná metoda k řešení všech okrajových úloh inženýrské praxe, popsaných *diferenciálními* rovnicemi. Metoda byla vyvinuta s nástupem digitálních počítačů ke konci padesátých let k řešení úloh z pružnosti a pevnosti v leteckém průmyslu. V krátké době byla zavedena v řadě oblastí ve strojírenství, stavebnictví a v elektrotechnice. V oblasti, kde se počítá pole, se zavádějí uzly a uzlové potenciály. Uzly mohou být rozloženy v oblasti nerovnoměrně a mohou tak sledovat tvar hraničních ploch. V místech, kde se očekává prudká změna pole, se zavede větší hustota sítě.

Postup při aplikaci MKP sestává z těchto kroků:

- Generace sítě prvků s uzly.
- Aproximace potenciálu na jednotlivých prvcích z uzlových hodnot.
- Sestavení soustavy rovnic pro neznámé uzlové hodnoty.
- Vyřešení soustavy.
- Zpracování dodatečných požadavků - výpočet dalších veličin a zobrazení výsledků.

Generace sítě prvků je zejména pro 3D úlohy náročná na čas i zkušenosti s konkrétním programem. Jednodušší je generace sítě na dvourozměrných oblastech. Je známa řada algoritmů, které na libovolně složité hranici zajistí generaci prvků předepsaného tvaru. Příkladem je trojúhelníková síť. Část programu vytvářející síť prvků se nazývá generátor sítě.

Pro aproximaci potenciálu využívá metoda konečných prvků využívá velmi jednoduchý princip. Metoda je založena na myšlence využít co nejnižší stupeň aproximačního polynomu. Co nejnižší znamená vybrat takový stupeň polynomu, který po dosazení do příslušné diferenciální rovnice představuje ještě netriviální řešení. Např. aproximace stupňovitou po částech konstantní funkcí nelze použít pro řešení diferenciálních rovnic vůbec, neboť po dosazení konstantních hodnot jsou derivace nulové. Využívají se rovnice druhého řádu s lineární aproximací. MKP tedy nevyužívají aproximaci polynomu vyšších řádů na dlouhém intervalu, ale naopak na mnoha malých intervalech lineární nebo nejvýše kvadratickou aproximaci.

Sestavení soustavy rovni probíhá tak, že Oblast je uzavřena hranicí Γ , kterou jsou krajní body úsečky u 1D úlohy, uzavřená křivka u 2D a uzavřená plocha u 3D. Hranici lze v jednodušším případě rozdělit na dvě části

$$\Gamma = \Gamma_e + \Gamma_n \quad (4.1)$$

Kde Γ_e jsou hranice se zadaným potenciálem. Na části Γ_n s jednotkovou vnější normálou \mathbf{u}_n pro jednoduchost předpokládáme, že ji tvoří siločáry \mathbf{E} , proto \mathbf{E} má jen tečnou složku ke hranici a platí:

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{u}_n = 0 \quad \Gamma = \Gamma_n \quad E_n = -grad\varphi \cdot \mathbf{u}_n = \frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0 \quad (4.2)$$

Pro řešení soustav rovnic se využívají iterační metody. V současné době, je nejpoužívanější metoda konjugovaných gradientů a její varianty.

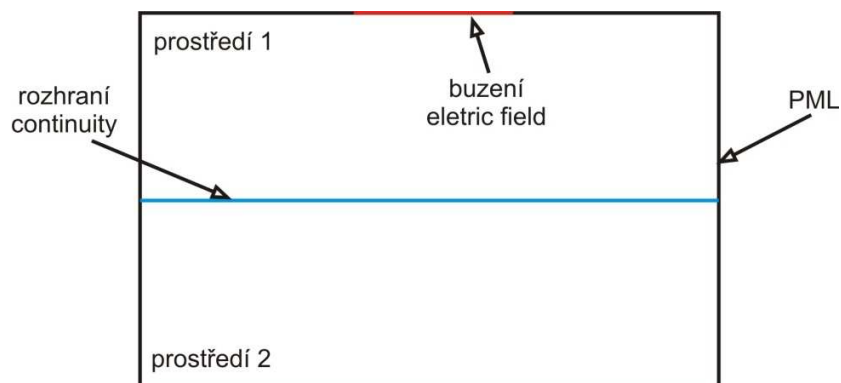
5. Výpočet v programu COMSOL

COMSOL Multiphysics je určen k řešení parciálních diferenciálních rovnic metodou konečných prvků [6]. COMSOL Multiphysics se původně jmenoval FEMLAB a byl koncipován jako nadstavba nad programem MATLAB. Od vyšších verzí již může COMSOL pracovat jako samostatný program, nicméně při instalaci lze zvolit i možnost práce nad MATLABem. Tento způsob práce má tu základní výhodu, že výsledky analýzy z COMSOLu lze snadno exportovat do MATLABu a zde je dále zpracovávat.

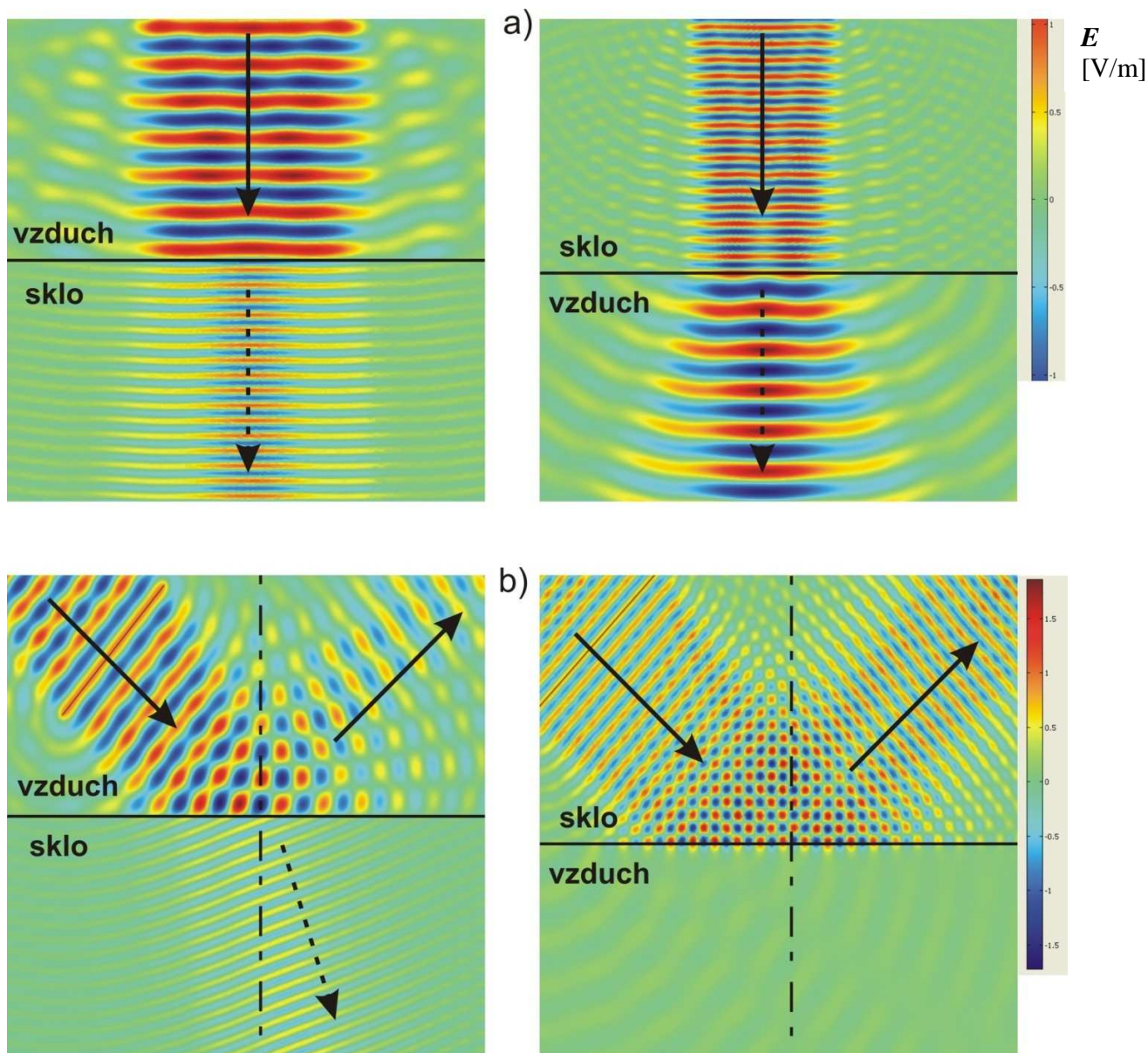
5.1. Tvorba základních modelů

Při numerickém výpočtu se nejprve vytvoří jednoduchý model, který lze spočítat i analyticky. Analytickým výpočtem se ověří správnost modelu. Proto první struktura bude základního typu, a to rovinné rozhraní.

Rovinná vlna o kmitočtu 550THz (střed optického spektra) bude přicházet z nekonečna, dopadat na rozhraní, a šířit se dále do nekonečna. Úhel dopadu je 90° a 45° . Jako jeden materiál je zvolen vzduch ($\epsilon_r=1$, $\mu_r=1$, $\gamma=0$), jako druhé prostředí je zvoleno sklo ($\epsilon_r=6$, $\mu_r=1$, $\gamma=10^{-11}$). Nekonečný prostor je modelován pomocí dokonale přizpůsobených vrstev (*Perfectly Matched Layers*, PML). Jako buzení ,modelující rovinnou vlnu, byla použita úsečka délky 2,7nm s okrajovou podmínkou *Electric Field* a intenzitou elektrického pole $E_{z0}=1V/m$. Na rozhraní je aplikována okrajová podmínka *Continuity*. Model znázorňuje obrázek 5.1.1. Výsledky z grafického postprocesoru jsou uvedeny na obrázku 5.1.2.

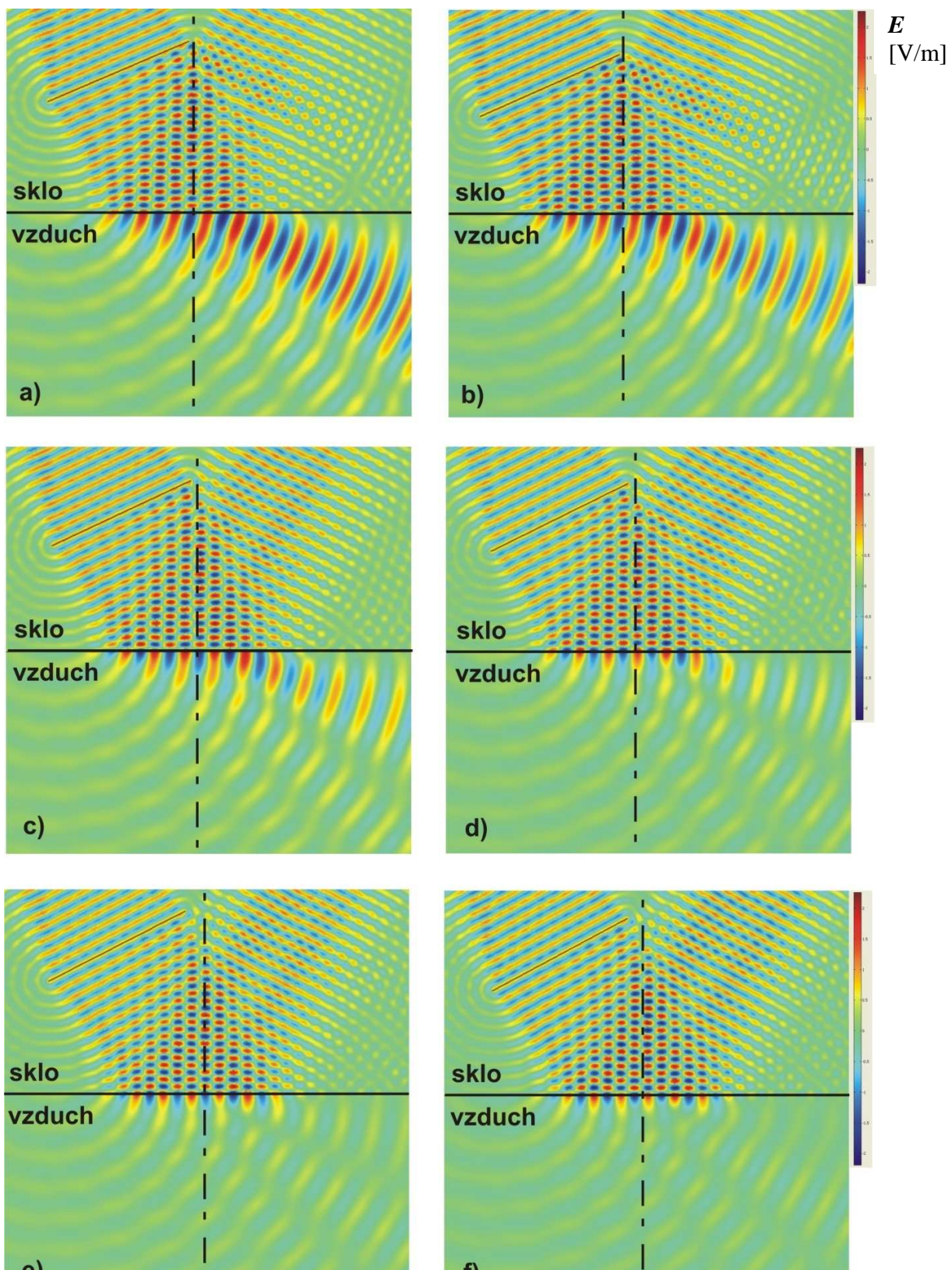


Obr. 5.1.1: Model rovinného rozhraní.



Obr. 5.1.2: Výpočty lomů a odrazů vln na rovinném rozhraní a) úhel dopadu 90° b) úhel dopadu 45°.

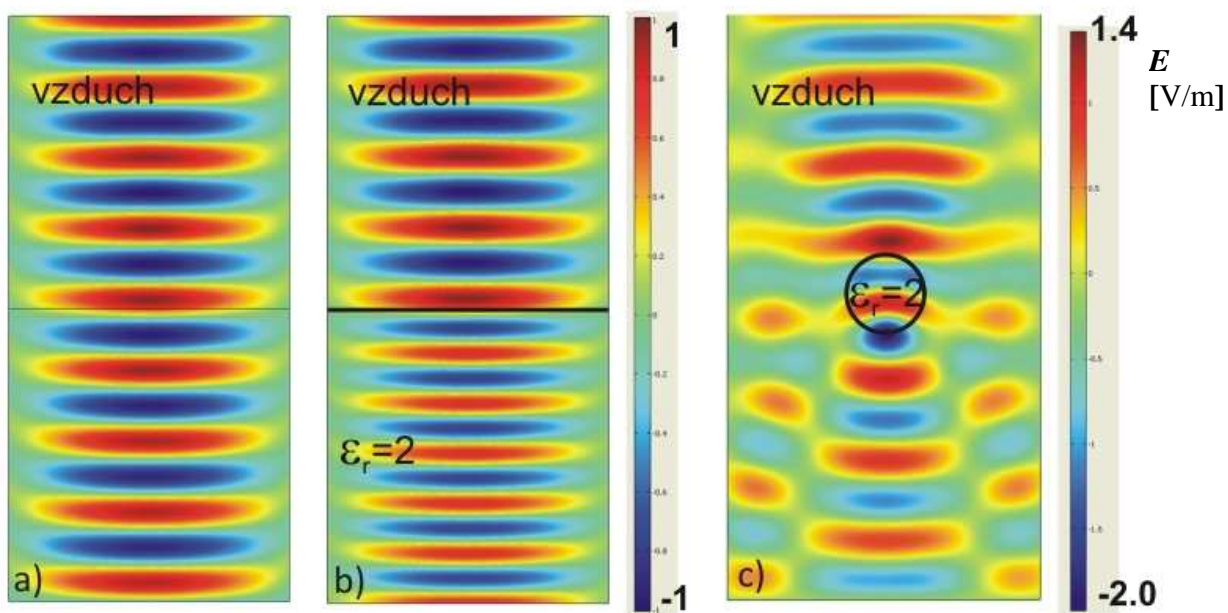
Na obrázku 5.2.2 b) pro případ průchodu vlny ze skla do vzduchu je vidět úplný odraz. V příloze je pro tento případ uveden výpočet mezního úhlu podle vztahu 3.3.2. Úhel vyšel přibližně 24°. Na obrázku 5.1.3 jsou uvedeny výpočty vln pro hodnoty úhlu dopadu kolem mezního úhlu: a) 23°, b) 24°, c) 25°, d) 26°, e) 27°, f) 28°. Z obrázku je vidět, že k úplnému odrazu dochází v případě e), tedy pro úhel dopadu 27°. S analytickým výpočtem se to liší o 3°. Tento rozdíl je zřejmě způsoben konečnou velikostí dopadající vlny (analytický výpočet je pro vlnu nekonečně úzkou). Výpočet je uveden v příloze 7.1.



Obr. 5.1.3: Výpočty lomů a odrazů vln na rovinném rozhraní s úhly dopadu blížící se meznímu úhlu.

5.2. Tvorba složitějších modelů

Pro složitější modely je struktura stejná, není použito buzení elektrickým polem, ale analytický port. Správnost modelu je ověřena analytickým výpočtem elektrických intenzit rovinné vlny dopadající kolmo na prostředí s rozdílnou permitivitou (výpočty jsou uvedeny v příloze 7.2). Na obrázku 5.2.1 jsou uvedeny: (a) rovinná vlna na rozhraní se stejnými parametry ($\epsilon_r=1$, $\mu_r=1$, $\gamma=0$), (b) rovinná vlna dopadající ze vzduchu ($\epsilon_r=1$, $\mu_r=1$, $\gamma=0$) na prostředí s vyšší permitivitou ($\epsilon_r=2$, $\mu_r=1$, $\gamma=0$), (c) vlna dopadající ze vzduchu na válec s vyšší permitivitou ($\epsilon_r=2$, $\mu_r=1$, $\gamma=0$). Další výpočty jsou uvedeny v příloze 7.3.



Obr. 5.2.1: Výpočty vlny na rovinném rozhraní a při dopadu na válec s vyšší permitivitou.

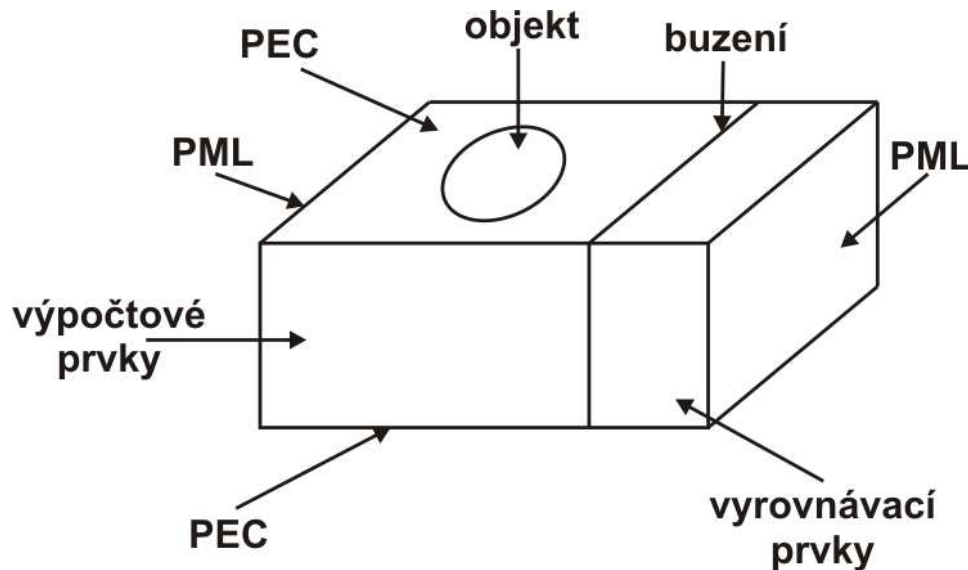
6. Výpočet v programu ANSYS

Program ANSYS Multiphysics je určen k řešení parciálních diferenciálních rovnic metodou konečných prvků [9]. Používá ve všech oblastech inženýrství. Jeho pomocí se řeší:

- strukturální úlohy
- teplotní úlohy
- úlohy na proudění tekutin
- elektrické/elektrostatické úlohy
- elektromagnetické úlohy

6.1. Tvorba modelů

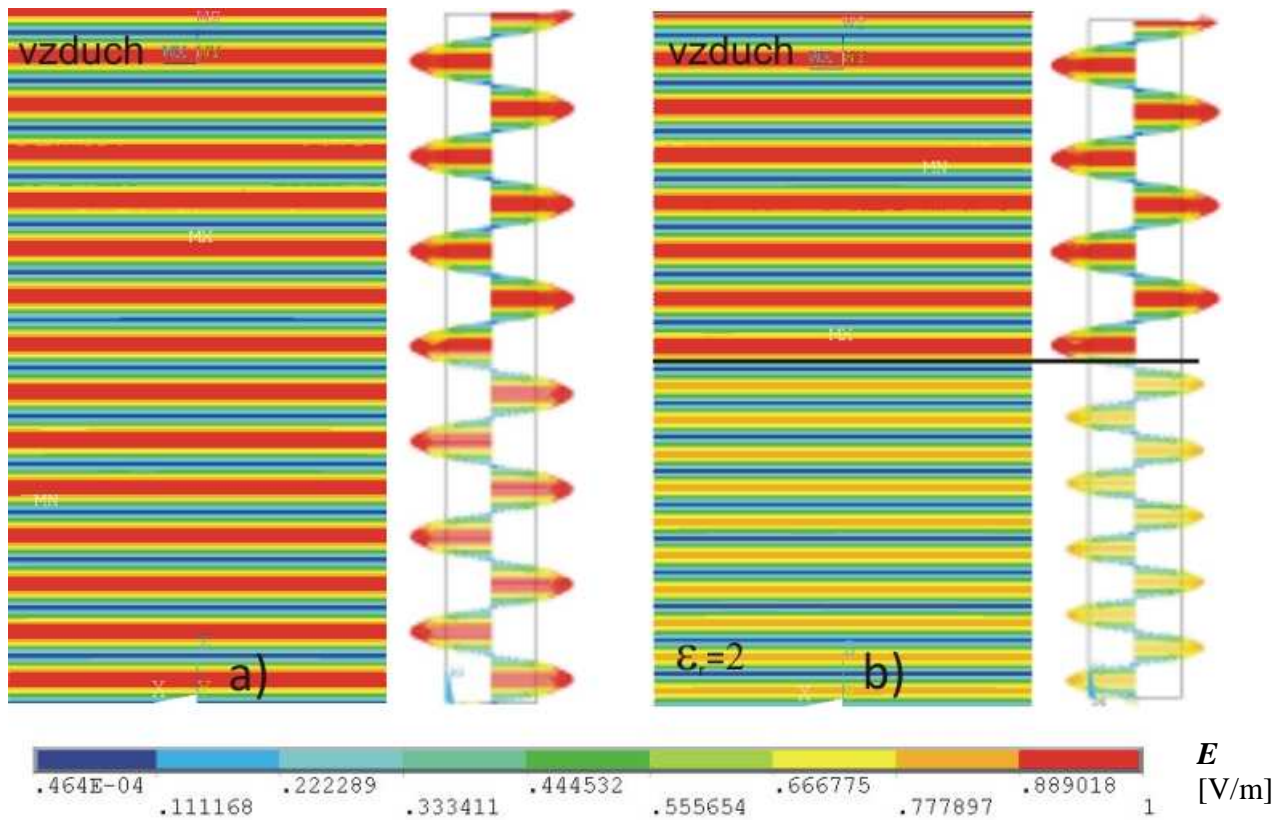
Rovinná vlna se šíří mezi dvěma vodivými deskami (*Perfect Electric Conductor*, PEC). Jako buzení je použit rovinný port. Zkoumaný objekt je umístěn v nekonečném prostoru. Nekonečný prostor je vytvořen pomocí dokonale přizpůsobených vrstev (*Perfectly Matched Layers*, PML). Struktura modelu je uvedena na obrázku 6.1.1.



Obr. 6.1.1: Struktura modelu v ANSYSu.

Správnost modelu je ověřena analytickým výpočtem elektrických intenzit rovinné vlny dopadající kolmo na prostředí s rozdílnou permitivitou (výpočty jsou uvedeny v příloze). Na obrázku 6.1.2. jsou uvedeny: (a) rovinná vlna na rozhraní se stejnými parametry ($\epsilon_r=1$, $\mu_r=1$,

$\gamma \neq 0$), (b) rovinná vlna dopadající ze vzduchu ($\epsilon_r=1, \mu_r=1, \gamma \neq 0$) na prostředí s vyšší permitivitou ($\epsilon_r=2, \mu_r=1, \gamma \neq 0$). Další výpočty jsou uvedeny v příloze 10.3.



Obr. 6.1.2: Výpočty vlny na rovinném rozhraní.

III. METAMATERIÁLY SE ZÁPORNÝMI PARAMETRY

7. Úvod

Metamateriály jsou umělé struktury, které vykazují elektrické a magnetické vlastnosti (permitivitu, permeabilitu) nevyskytující se v přírodě. Jsou složeny z malých částí. Například vodivých drátků nebo rovinných cívek. Ve skutečnosti jde tedy o složené materiály. Ale vzhledem k tomu, že elektromagnetické vlnění daného spektra, má vlnovou délku mnohem delší, než jednotlivé prvky struktury, můžeme na materiál pohlížet jako na homogenní.

Obecně představují materiály se zápornými parametry skupinu médií, která má zápornou hodnotu relativní permitivity ϵ_r , nebo relativní permeability μ_r [7]. Tyto materiály jsou ne teoretické úrovni známy již dlouho.

Materiály se zápornou permitivitou lze běžně nalézt v přírodě [7]. Nejznámější jsou nízko ztrátové plazmaty, kovy a polovodiče pro elektromagnetické vlny v optické a infračervené oblasti. Materiály se zápornou permeabilitou jsou v přírodě méně běžné. Pouze ferimagnetik je vzájemné působení magnetických sil dostatečně velké a ztráty dostatečně malé, k vytvoření oblastí se zápornou permeabilitou. Ferity jsou zmagnetovány do nasycení a současně je tenzor permeability blízko rezonanci. Tyto materiály jsou široce zastoupeny v mikrovlnných aplikacích. Šíření vln v materiálech se zápornou permitivitou a zároveň permeabilitou bylo rozebíráno na seminářích V. G. Veselaga od roku 1960. Nicméně praktické realizace se dočkaly až po 30 letech, v aplikacích známých jako *left-handed* materiály. Používají se po ně rovněž označení *negative-refractive media*, *backward media* a *double-negative media*.

7.1. Šíření rovinné vlny

Dosažením vlnových rovnic [7]:

$$\underline{E} = \underline{E}_0 \cdot e^{-jnx} \cdot j\omega t \quad (7.1.1)$$

$$\underline{H} = \underline{H}_0 \cdot e^{-jnx} \cdot j\omega t \quad (7.1.2)$$

do Maxwellových rovnic (1.3) a (1.5) dostáváme:

$$\mathbf{n} \times \underline{E} = \omega\mu\underline{H} \quad (7.1.3)$$

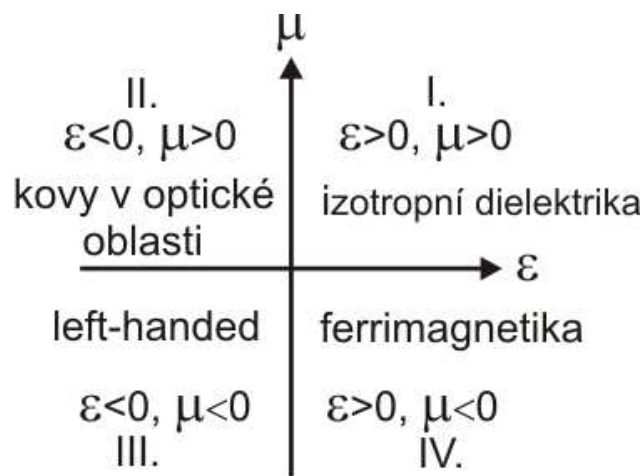
$$\mathbf{n} \times \underline{H} = -\omega\varepsilon\underline{E} \quad (7.1.4)$$

Rovnice (7.1.3) a (7.1.4) platí v případě, že je permitivita a permeabilita kladná. Pokud jsou tyto konstanty záporné, rovnice můžeme zapsat ve tvaru:

$$\mathbf{n} \times \underline{\mathbf{E}} = -\omega|\mu|\underline{\mathbf{H}} \quad (7.1.5)$$

$$\mathbf{n} \times \underline{\mathbf{E}} = \omega|\varepsilon|\underline{\mathbf{E}} \quad (7.1.6)$$

Z hlediska znamének permitivity a permeability můžeme materiály rozdělit do čtyř skupin teoreticky definovaných Victorem Veselagem [10]. Jednotlivé skupiny jsou uvedeny na obrázku 7.1.1.

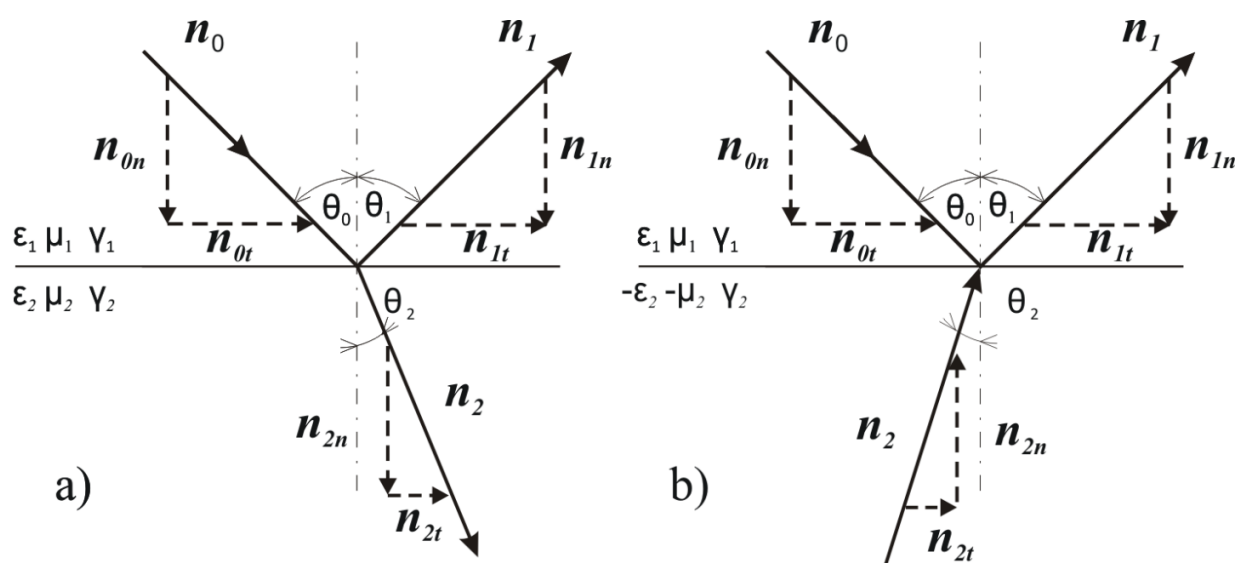


Obr. 7.1.1: Skupiny materiálů z hlediska znamének permitivity a permeability.

- I. Permitivita i permeabilita jsou kladné. Jde o izotropní dielektrika. Elektromagnetická vlna se na rozhraní těchto materiálů chová tak, jak je to popsáno v kapitole 3.
- II. Permitivita záporná, permeabilita kladná. kovy a polovodiče pro elektromagnetické vlny v optické a infračervené oblasti.
- III. Permitivita záporná, permeabilita záporná. Takzvané *left-handed* materiály. Při dopadu vlny z prostředí ze skupiny I. Do prostředí ze skupiny III. dochází otočení Poyntingova vektoru o 180°. Paprsek se lomí na druhou stranu od kolmice než je to v prostředí ze skupiny I.
- IV. Permitivita kladná, permeabilita záporná. Ferrimegnetické materiály.

7.2. Snellovy zákony pro záporný lom

Jednou z nejpozoruhodnějších vlastností, materiálů se zápornými parametry, je záporný lom. Rozumí se tím lom paprsku na druhou stranu od kolmice při průchodu rozhraním [10]. Zákony lomu pro materiály s kladnými parametry byly popsány v kapitole 3.1. Po použití (7.1.3) a (7.1.4) se vlna chová, jak je uvedeno na obrázku (7.2.1) a). Pro materiály se zápornými parametry jsou použity (7.1.5) a (7.1.6). Chování vlny je uvedeno na obrázku (7.2.1) b). Je patrné, že se otáčí směr normálové složky \mathbf{n}_{2n} , a proto směr šíření prostupné vlny.

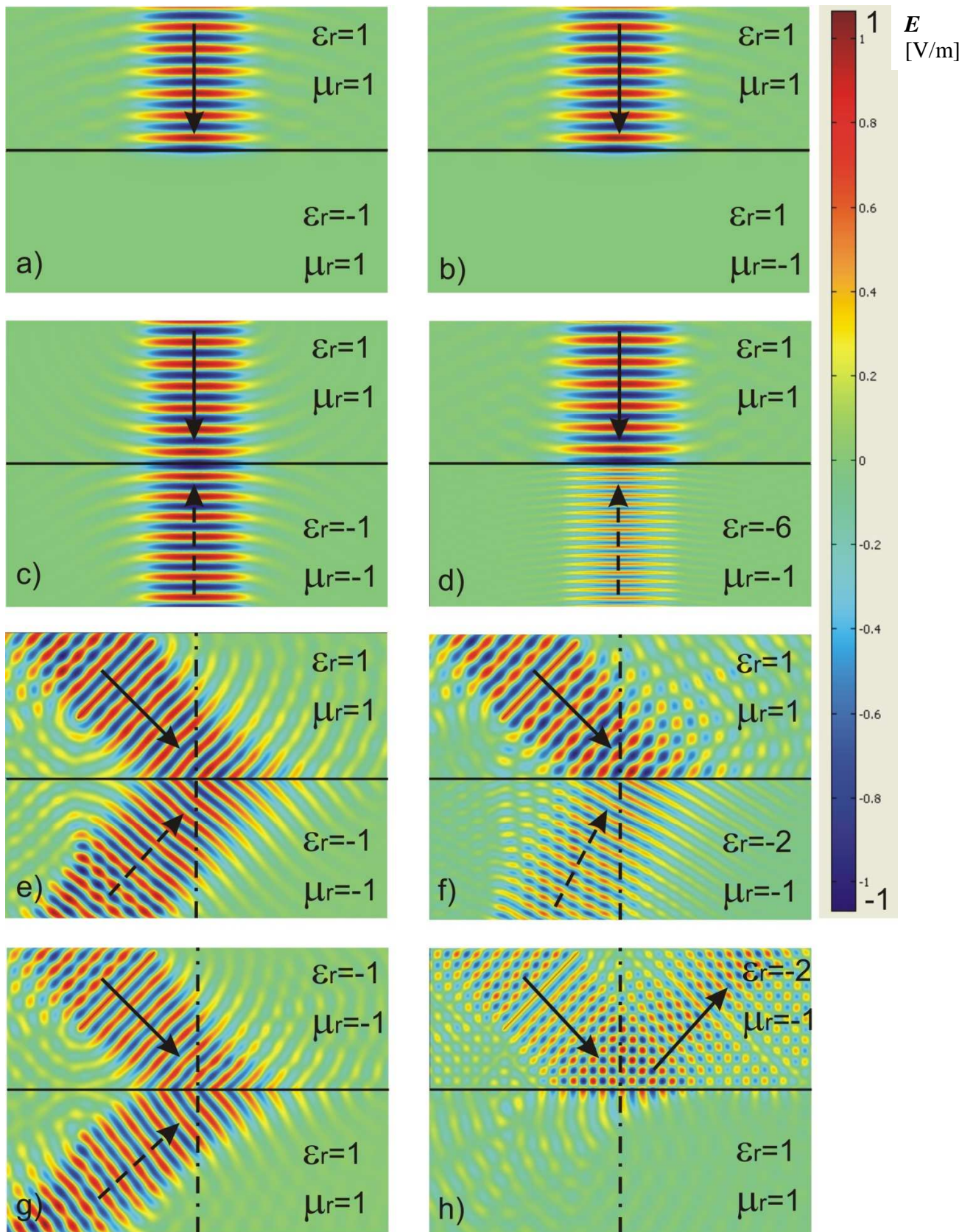


Obr. 7.2.1: Odraz a lom elektromagnetické vlny na rozhraní a) materiálů s kladnými parametry, b) materiálu s kladnými parametry a materiálu se zápornými parametry.

Numerické výpočty jsou uvedeny na obrázku (7.2.2):

- Vlna při průchodu z materiálu s parametry ($\epsilon_r=1$, $\mu_r=1$, $\gamma=0$) do materiálu s parametry ($\epsilon_r=-1$, $\mu_r=1$, $\gamma=0$), při kolmém dopadu vlny na rozhraní. Poyntingův vektor je imaginární, do prostředí se nešíří energie.
- Vlna při průchodu z materiálu s parametry ($\epsilon_r=1$, $\mu_r=1$, $\gamma=0$) do materiálu s parametry ($\epsilon_r=1$, $\mu_r=-1$, $\gamma=0$), při kolmém dopadu vlny na rozhraní. Poyntingův vektor je imaginární, do prostředí se nešíří energie.
- Vlna při průchodu z materiálu s parametry ($\epsilon_r=1$, $\mu_r=1$, $\gamma=0$) do materiálu s parametry ($\epsilon_r=-1$, $\mu_r=-1$, $\gamma=0$), při kolmém dopadu vlny na rozhraní. Prostupná vlna má stejnou rychlost. Otáčí se Poyntingův vektor, tudíž směr šíření vlny.

- d) Vlna při průchodu z materiálu s parametry ($\epsilon_i=1, \mu_i=1, \gamma=0$) do materiálu s parametry ($\epsilon_t=-6, \mu_t=-1, \gamma=0$), při kolmém dopadu vlny na rozhraní. Prostupná vlna má nižší rychlost. Otáčí se směr šíření.
- e) Vlna při průchodu z materiálu s parametry ($\epsilon_i=1, \mu_i=1, \gamma=0$) do materiálu s parametry ($\epsilon_t=-1, \mu_t=-1, \gamma=0$), při dopadu vlny na rozhraní pod úhlem 45° . Prostupná vlna se lomí na opačnou stranu od kolmice (do třetího kvadrantu). Nevzniká žádný odraz.
- f) Vlna při průchodu z materiálu s parametry ($\epsilon_i=1, \mu_i=1, \gamma=0$) do materiálu s parametry ($\epsilon_t=-2, \mu_t=-1, \gamma=0$), při dopadu vlny na rozhraní pod úhlem 45° . Prostupná vlna se lomí na opačnou stranu od kolmice (do třetího kvadrantu). Vzniká odražená vlna.
- g) Vlna při průchodu z materiálu s parametry ($\epsilon_i=-1, \mu_i=-1, \gamma=0$) do materiálu s parametry ($\epsilon_t=1, \mu_t=1, \gamma=0$), při dopadu vlny na rozhraní pod úhlem 45° . Prostupná vlna se lomí na opačnou stranu od kolmice (do třetího kvadrantu). Nevzniká žádný odraz.
- h) Vlna při průchodu z materiálu s parametry ($\epsilon_i=-1, \mu_i=-1, \gamma=0$) do materiálu s parametry ($\epsilon_t=1, \mu_t=1, \gamma=0$), při dopadu vlny na rozhraní pod úhlem 45° . Vzniká úplný odraz.



Obr. 7.1.2: Výpočty lomů a odrazů vln na rovinném rozhraní pro různé materiálové konstanty°.

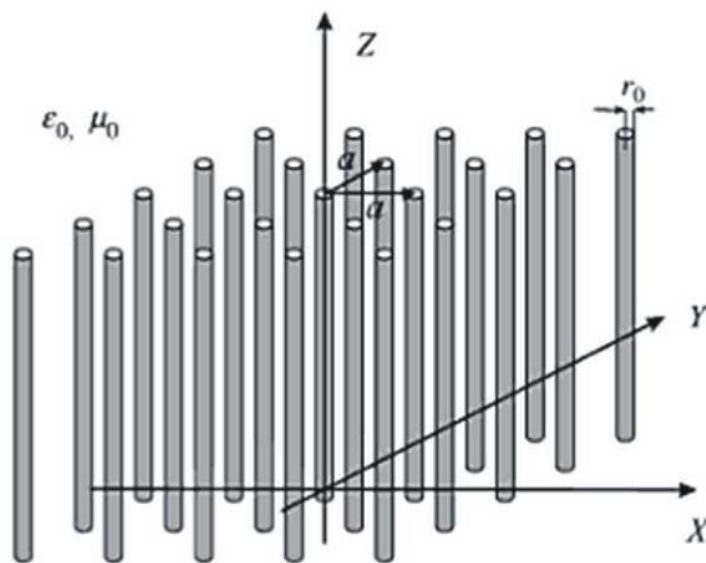
7.3. Drátová struktura, záporná permitivita

Záporná permitivita jde zkonstruovat na periodické struktuře válcových vodičů na kterou dopadá kolmo vlna. Tyto vodiče mají definovaný poloměr r a definovanou vzdálenost od sebe a . Tato struktura bývá označována jako *wire media* [7]. Struktura je na obrázku (7.3.1), náhradní obvodový model je na obrázku (7.3.2), kde $L_s = \mu_0 a$, $C = \epsilon_0 a$. Pro rovinnou vlnu dopadající ve směru osy y , s intenzitou elektrického pole ve směru osy z , se struktura chová jako magnetovaná plazma s průběhem s průběhem permitivity [8]:

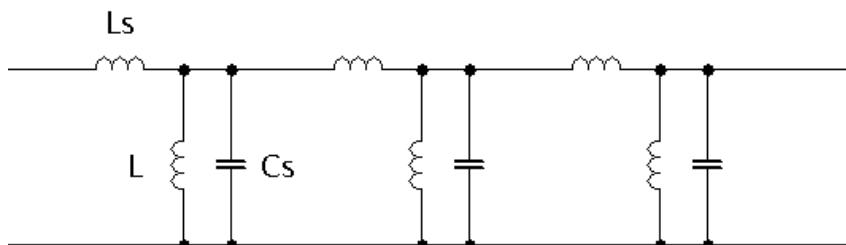
$$\epsilon_{\text{ef}} = 1 - \frac{f_p^2}{f^2 + 2j\gamma f} \quad (7.3.1)$$

kde f_p je plazmový kmitočet, který lze určit:

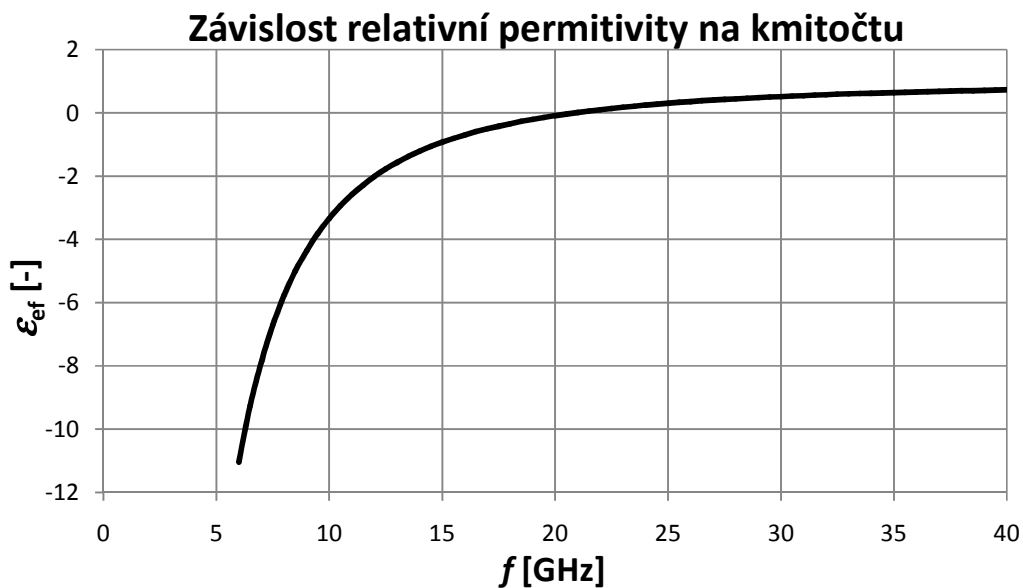
$$f_p^2 = \frac{c^2}{2\pi a^2 + \ln \left[\frac{a^2}{4r(d-r)} \right]} \quad (7.3.2)$$



Obr. 7.3.1: Obrázek vodičové struktury.

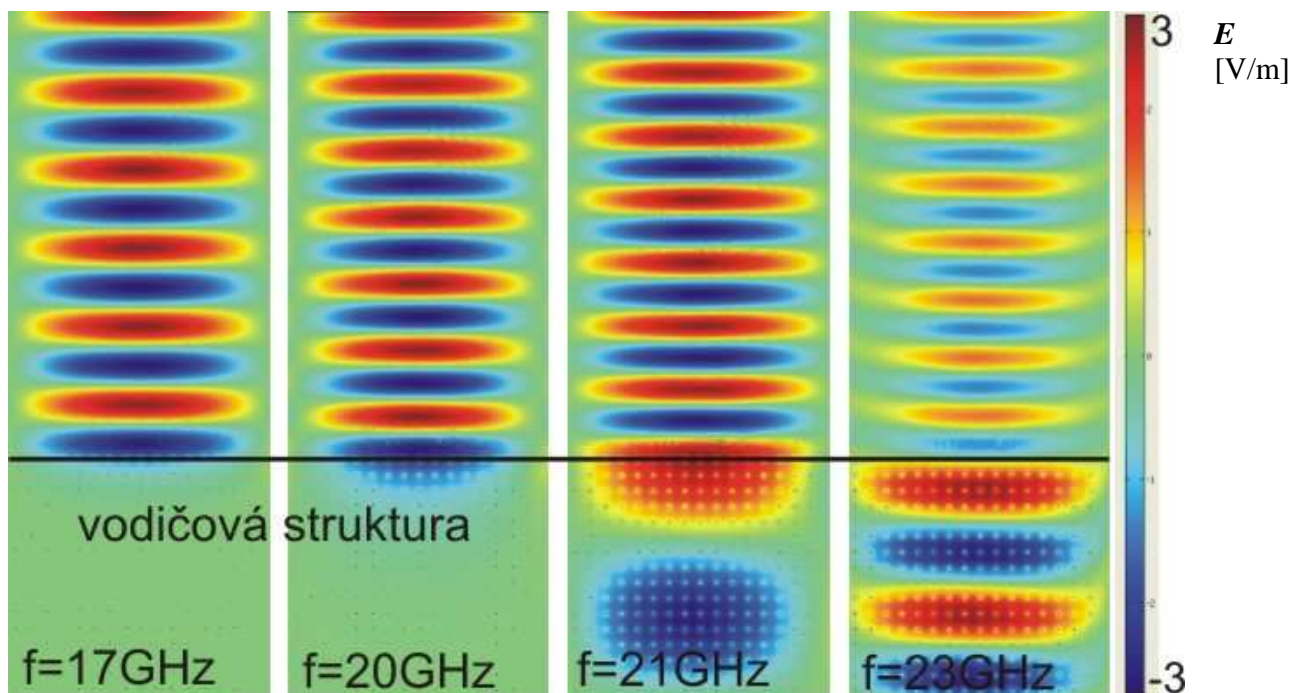


Obr. 7.3.2: Náhradní obvodový model vodičové struktury.



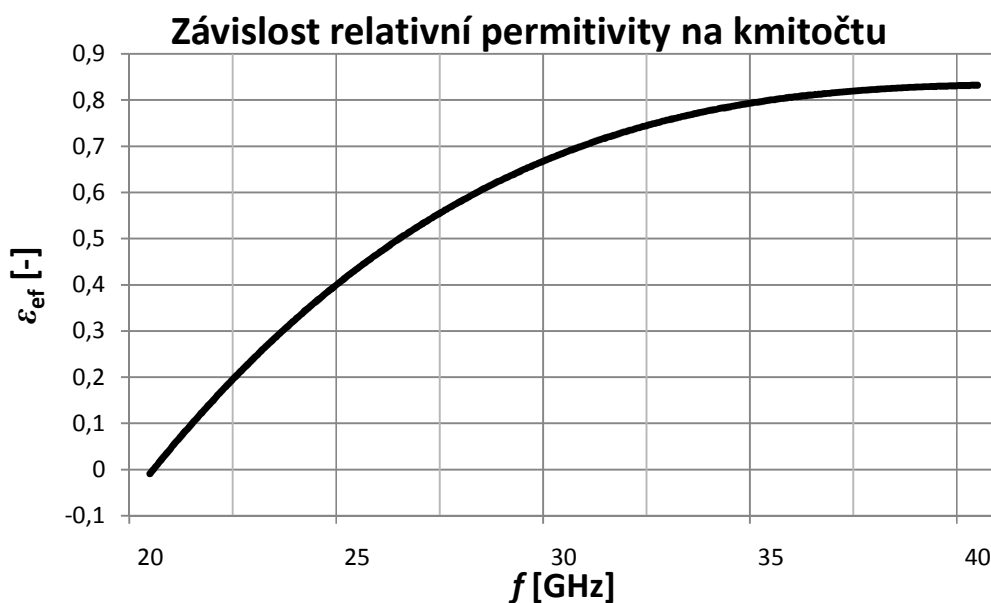
Graf. 7.3.1: Závislost relativní permitivity na kmitočtu u vodičové struktury. Analytické řešení.

Průběh relativní permitivity pro rozměry ($a=7\text{mm}$, $r=60\mu\text{m}$) je uveden v grafu (7.3.1). Z grafu (7.3.1) je patrné, že relativní permitivita je na této struktuře vždy menší než jedna. Pro kmitočet, který je menší než plazmový, $f_p < 20\text{GHz}$, nabývá permitivita záporných hodnot. Numerické výpočty v programu Comsol pro výše uvedené rozměry jsou na obrázku (7.3.2): a). Z obrázku je vidět, jak se pro zápornou permitivitu energie do prostředí nešíří. Pro permeabilitu menší než jedna dochází ke zrychlení vlny.

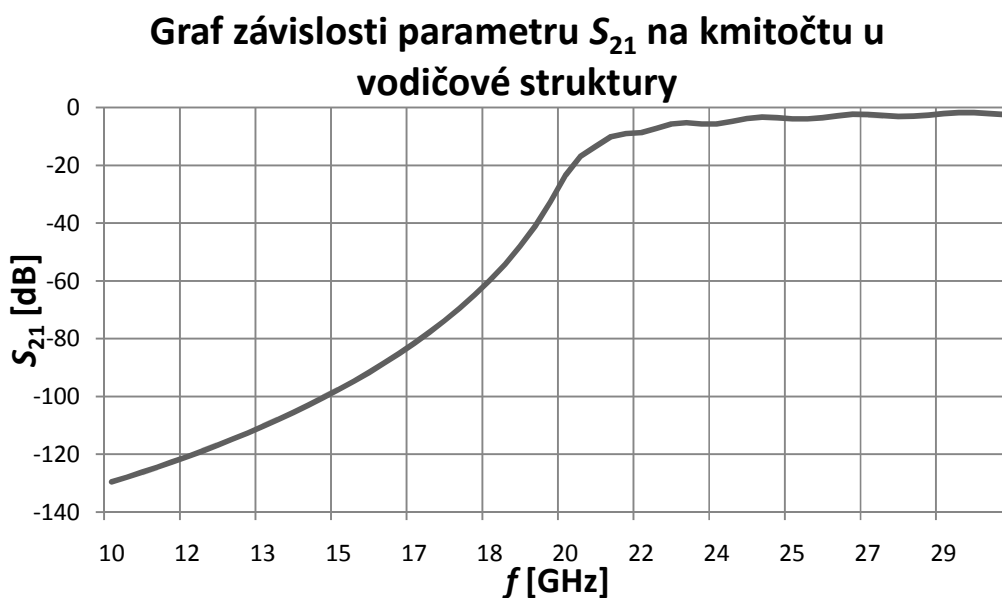


Obr. 7.3.2: Chování vlny na vodičové struktuře pro různé kmitočty.

Efektivní permitivita ϵ_{ef} byla z numerického řešení počítána pomocí rychlosti vlny. Byla změřena vlnová délka a následně podle vztahu (2.10) určena efektivní permitivita ϵ_r . Nevýhoda této metody je pouze, že je možné určit permitivitu větší než nula, protože do prostředí se zápornou permitivitou a kladnou permeabilitou se vlna nešíří. Průběh permitivity je uveden v grafu 7.3.3. Numerický výpočet přibližně odpovídá analytickému.



Graf. 7.3.3: Závislost relativní permitivity na kmitočtu u drátové struktury. Numerické řešení.

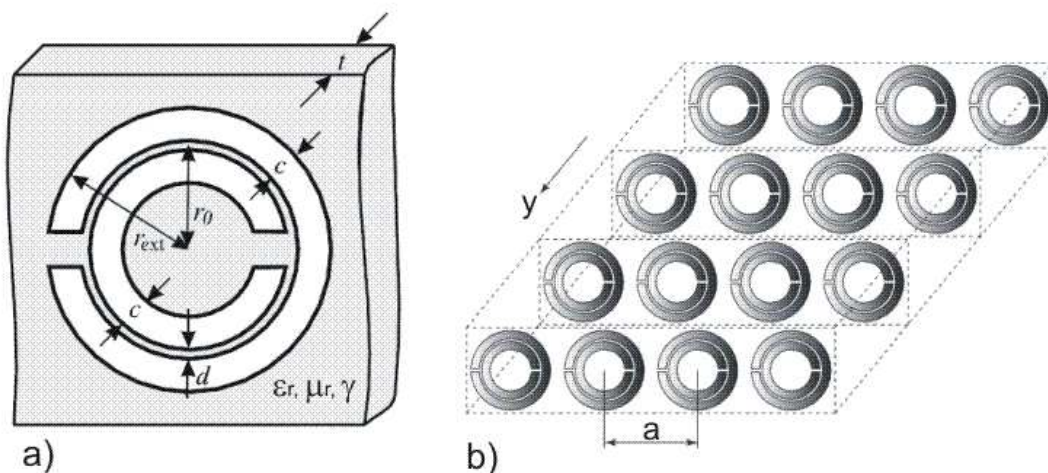


Graf. 7.3.4: Graf závislosti parametru S_{21} u vodičové struktury.

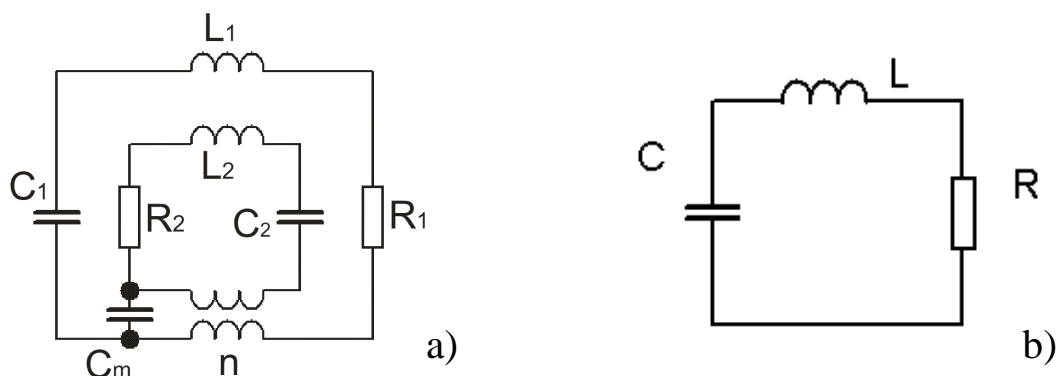
7.4. Přerušené prstencové rezonátory, záporná permeabilita

Záporná permeabilita jde zkonstruovat pomocí přerušných prstencových rezonátorů, označovaných jako SRR (*Split Ring Resonator*) [7]. Rezonátor je složen ze soustředných kovových přerušných kruhů nanesených na substrátu pro mikrovlnné aplikace, jak je ukázána na obrázku 7.4.1.a). Jednotlivé rezonátory se skládají do periodické struktury v definovaná vzdálenosti, na které dopadá kolmo rovinná vlna, jak ukazuje obrázek 7.4.1. b) [10]. Náhradní obvodový model je na obrázku 7.4.2 a).

Kapacitní a induktivní vazba mezi velkým a malým prstencem je zavedena v náhradním modelu pomocí kapacity C_m a induktivní vazby n . Na obrázku 7.4.2 b) je náhradní obvodový model pro jeden prstenc. Je to klasický RLC rezonátor s rezonančním kmitočtem $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Za předpokladu, že je vzájemná indukčnost L a kapacita C malá. Tedy pokud je malá mezera mezi prstenci, pak je dvojitý prstenc v podstatě stejný jako jednoduchý, protože: $L_1 \approx L_2 \approx L$ a $C_1 \approx C_2 \approx C$. Rezonanční kmitočty jsou tedy stejné, ale u dvojitého prstence je vyšší magnetický moment a tudíž větší proudová hustota.



Obr. 7.4.1: Přerušené prstencové rezonátory [7].

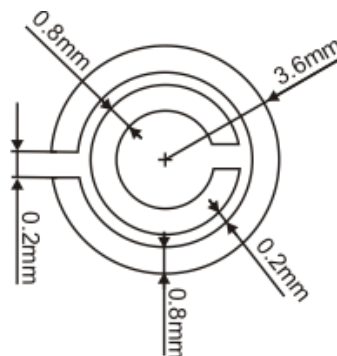


Obr. 7.4.2: Náhradní obvodový model a) přerušných prstencových rezonátorů, b) jednoho prstence [10].

Při dopadu elektromagnetické vlny na rezonátor se vytvoří rezonanční proudy ve smyčce a ty vygenerují magnetický dipólový moment [12]. Tím vzniká magnetoinдукtivní povrchová vlna a vytvoří se relativní efektivní permeabilita. Relativní permeabilita μ_r lze pak vypočítat podle vztahu [10]:

$$\mu_r = \frac{\pi \left(\frac{r}{a}\right) \omega^2 \left(\omega^2 - \frac{c^2 \cdot 3a}{\pi \ln(2sr^3/d)}\right)}{\left(\omega^2 - \frac{c^2 \cdot 3a}{\pi \ln(2sr^3/d)}\right)^2 + \left(\omega \frac{2a\rho}{r\mu_0}\right)^2} + j \frac{\pi \left(\frac{r}{a}\right) \omega^2 \frac{2a\rho}{r\mu_0}}{\left(\omega^2 - \frac{c^2 \cdot 3a}{\pi \ln(2sr^3/d)}\right)^2 + \left(\omega \frac{2a\rho}{r\mu_0}\right)^2} \quad (6.4.1)$$

Pro numerický výpočet byl použit program Comsol. Rozměry prstenců jsou uvedeny na obrázku 6.4.3. Prstence jsou vyrobeny z Cu tloušťky $35\mu\text{m}$ o parametrech: $\epsilon_r=1$, $\mu_r=1$, $\gamma=56\text{ MS/m}$. Prstence jsou umístěny na substrátu FR4 tloušťky 2mm a parametrech: $\epsilon_r=4$, $\mu_r=1$, $\gamma=10^{-12}\text{ S/m}$. Struktura byla ozařována rovinnou vlnou o intenzitě 1V/m , která na ni dopadala kolmo a pod úhlem 45° . Záporná permeabilita vzniká právě v místě rezonance [15]. V grafu 7.4.1 je uvedena závislost parametrů S_{21} na kmitočtu.



Obr. 7.4.3: Rozměry prstenců pro numerický výpočet.

Z grafu 7.4.1 je patrné, že rezonance nastává na kmitočtu $3,1\text{GHz}$. Křivky parametru S_{21} pro kolmý dopad a dopad pod úhlem 45° se téměř překrývají.



Graf. 7.4.1 Závislost parametru S_{21} u SRR struktury pro vlnu dopadající kolmo a pod úhlem 45° .

IV. REALIZACE ZÁPORNÉ PERMEABILITY

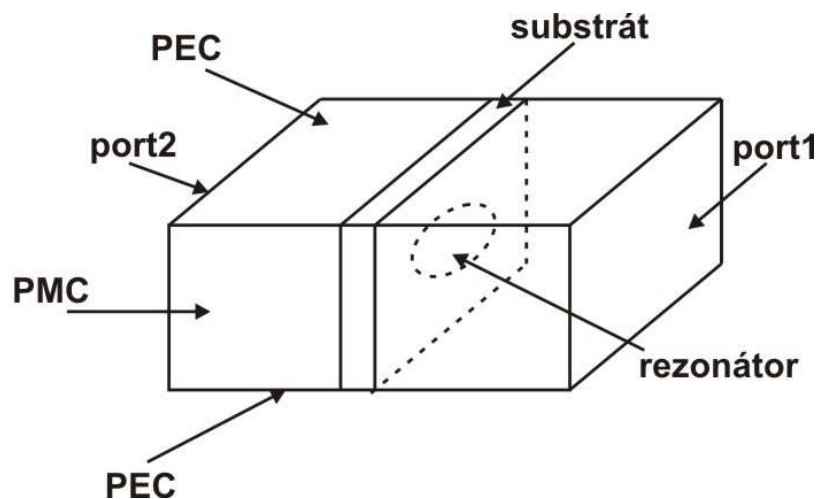
8. Úvod

V této části jsou definovány různé struktury pro konstrukci záporné permeability. Vychází se z kapitoly 7.4. o přerušovaných prstencových rezonátorech

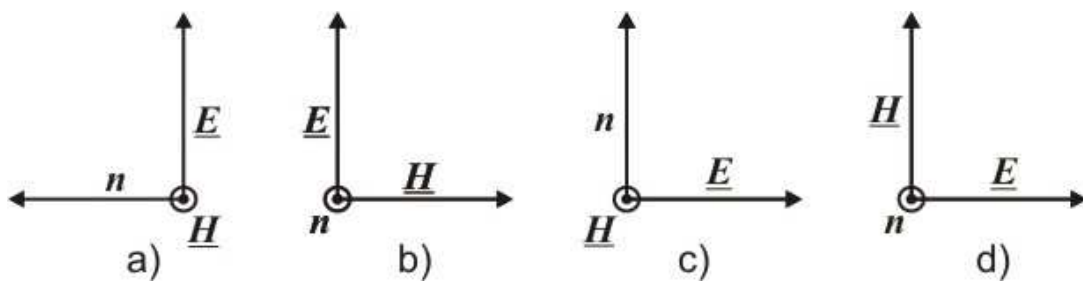
8.1. Numerické výpočty různých typů rezonátorů

Výpočty jsou provedeny v programu Comsol. . Struktura modelu je uvedena na obrázku. Rovinná vlna je buzena portem 1 a šíří se mezi dvěma dokonale vodivými plochami PEC (Perfect Electric Conductor). Na bocích jsou dokonale magneticky vodivé plochy PMC (Perfect Magnetic Conductor). Uprostřed je na substrátu rezonátor. Šířka a výška stěn jsou voleny tak, že přes pole rezonátorů byl vytvořen rovnoměrný čtvercový rastr. Jeden čtverec pak odpovídá jednomu rezonátoru. Délka modelu odpovídá nejméně dvěma vlnovým délkám. Rezonátory jsou vyrobeny z Cu s parametry: relativní permitivita $\mu_r = 0,999990$ a elektrická vodivost $\gamma = 59,6 \text{ Sm}^{-1}$. Substrát odpovídá standardu FR4, tloušťka $t=2\text{mm}$ a relativní permitivita $\mu_r = 4,5$.

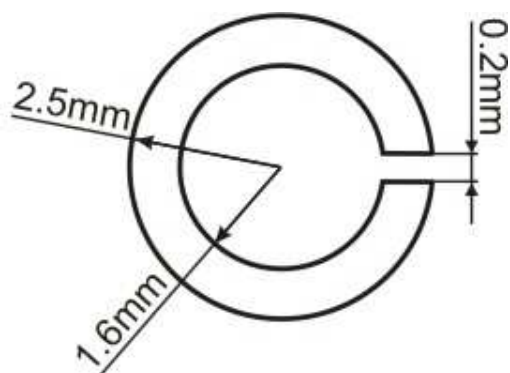
Na prvním obrázku je vždy uvedena geometrie struktury. Poté jsou uvedeny grafy průběhů parametrů S_{21} a rozložení magnetického a elektrického pole v rezonanci. Pro každou strukturu byly vypočítány čtyři dopady elektromagnetických vln podle obrázku 8.1.2. Písmenné označení dopadů vln odpovídá označení grafů a rozložení polí.



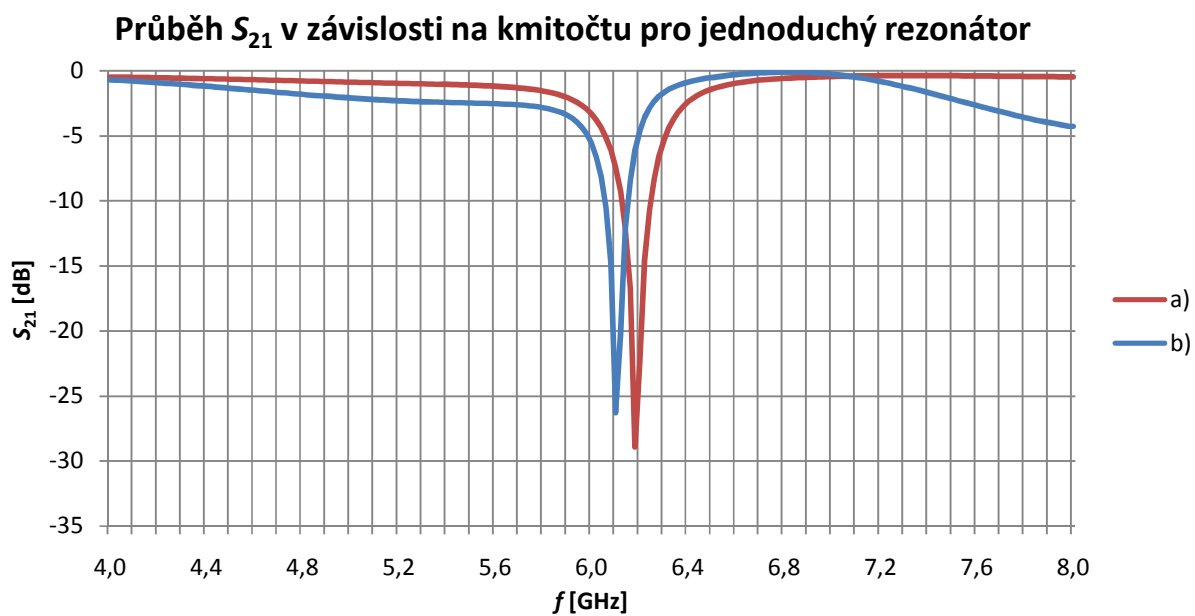
Obr. 8.1.1: Struktura modelu pro výpočty rezonátorů.



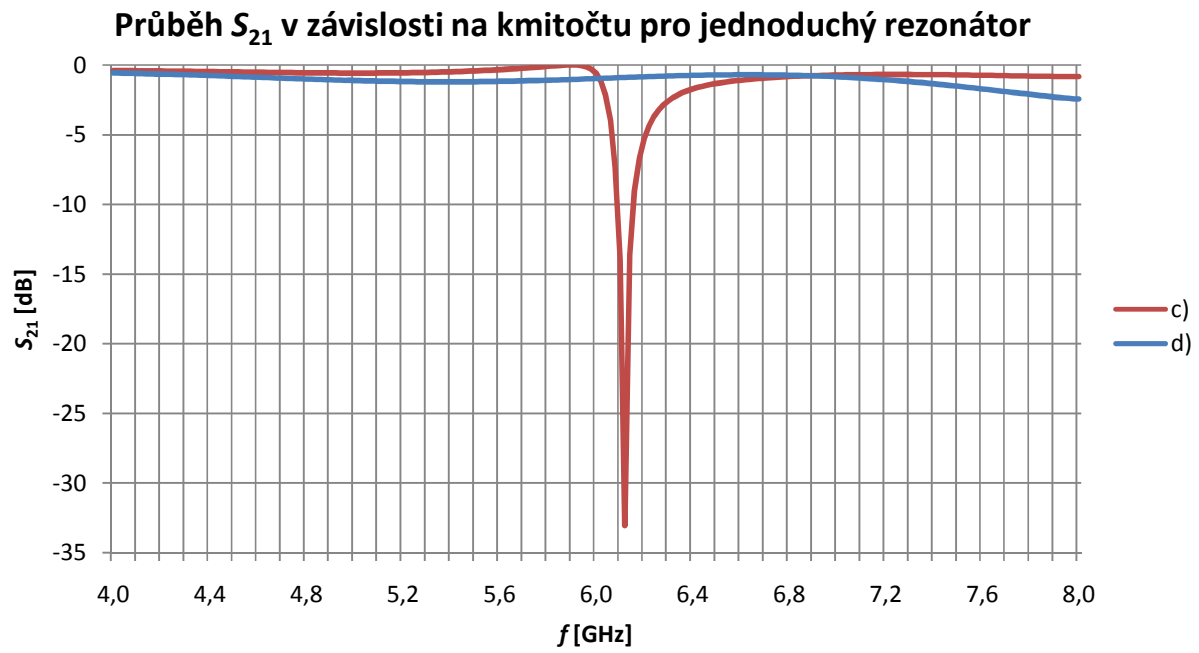
Obr. 8.1.2: Směry dopadů elektromagnetických vln na rezonátory.



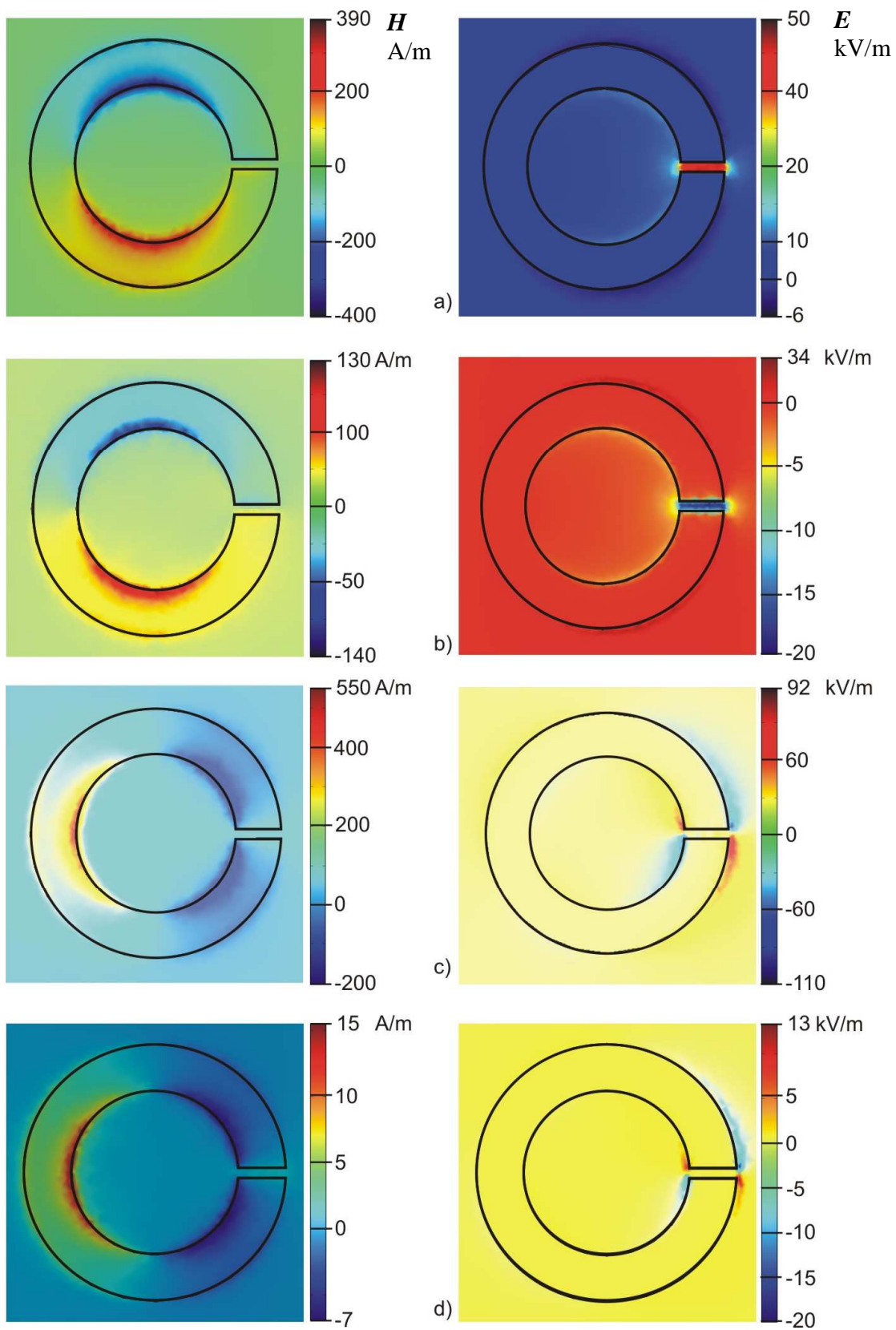
Obr. 8.1.3: Geometrie jednoduchého rezonátoru.



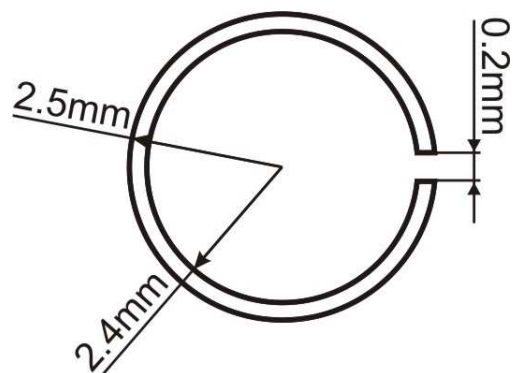
Graf. 8.1.1: Závislost parametru S_{21} pro jednoduchý rezonátor.



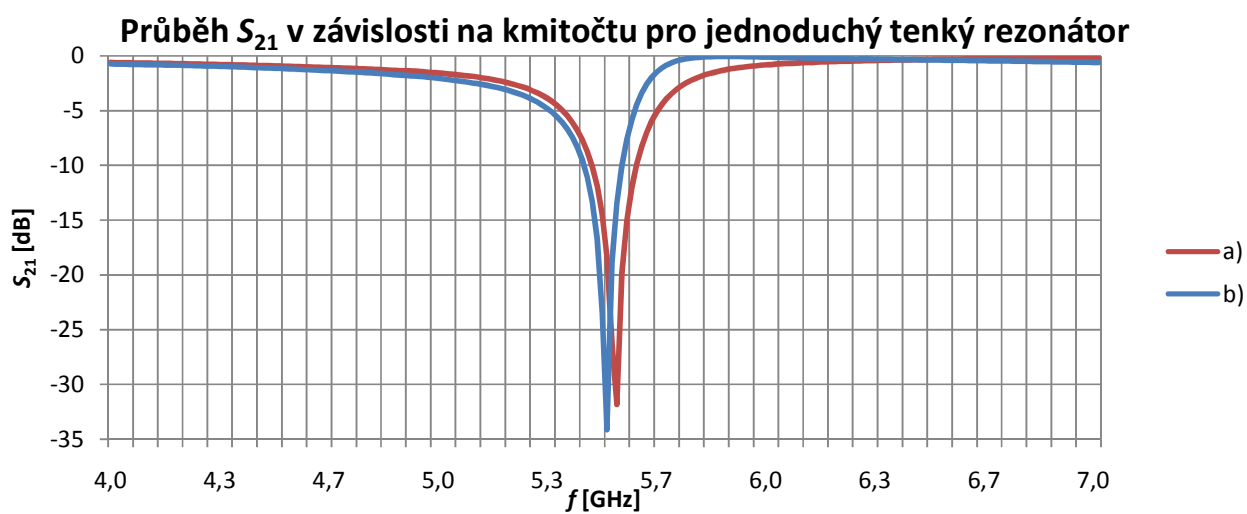
Graf. 8.1.2: Závislost parametru S_{21} pro jednoduchý rezonátor.



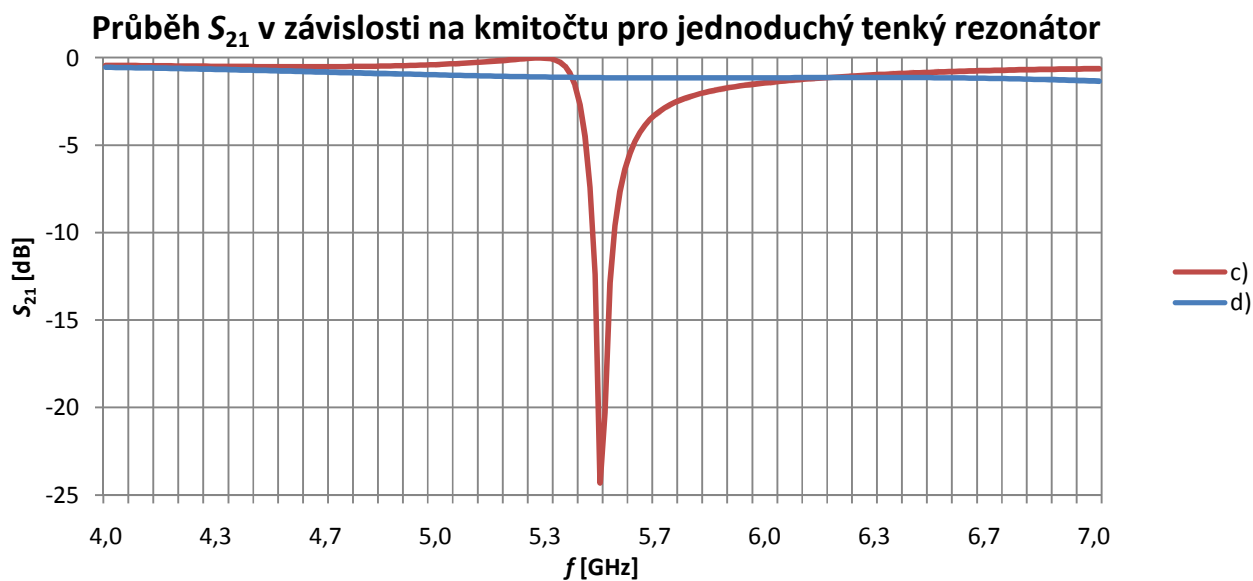
Obr. 8.1.4: Rozložení intenzity magnetického a elektrického pole na jednoduchém rezonátoru.



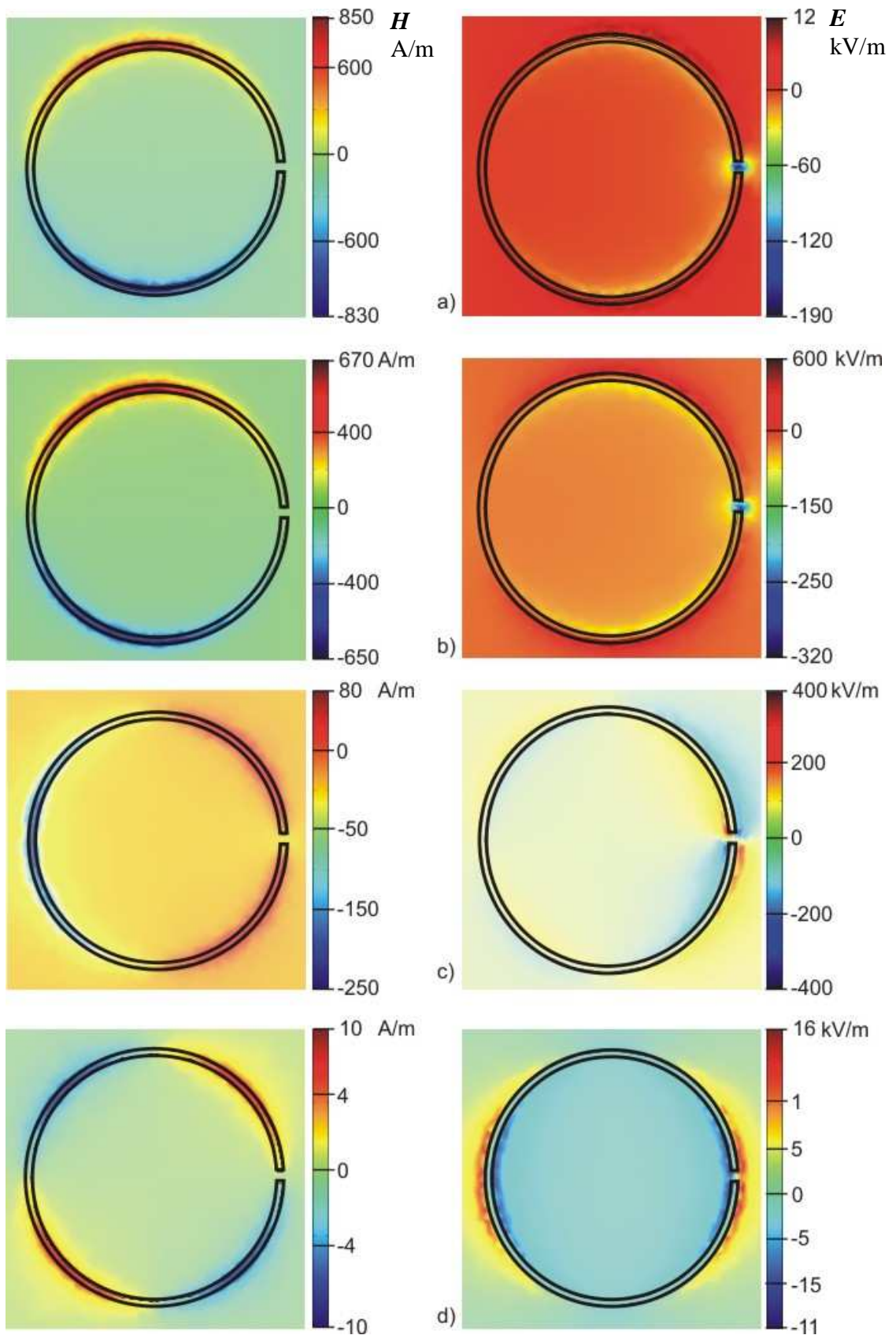
Obr. 8.1.5: Geometrie jednoduchého tenkého rezonátoru.



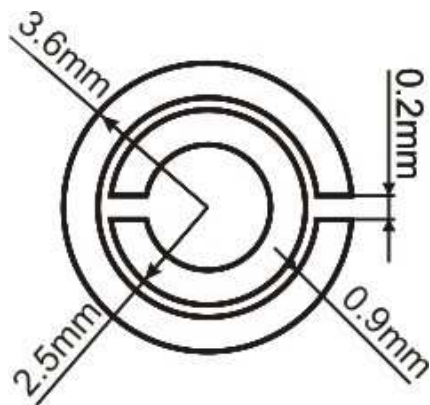
Graf. 8.1.3: Závislost parametru S_{21} pro jednoduchý tenký rezonátor.



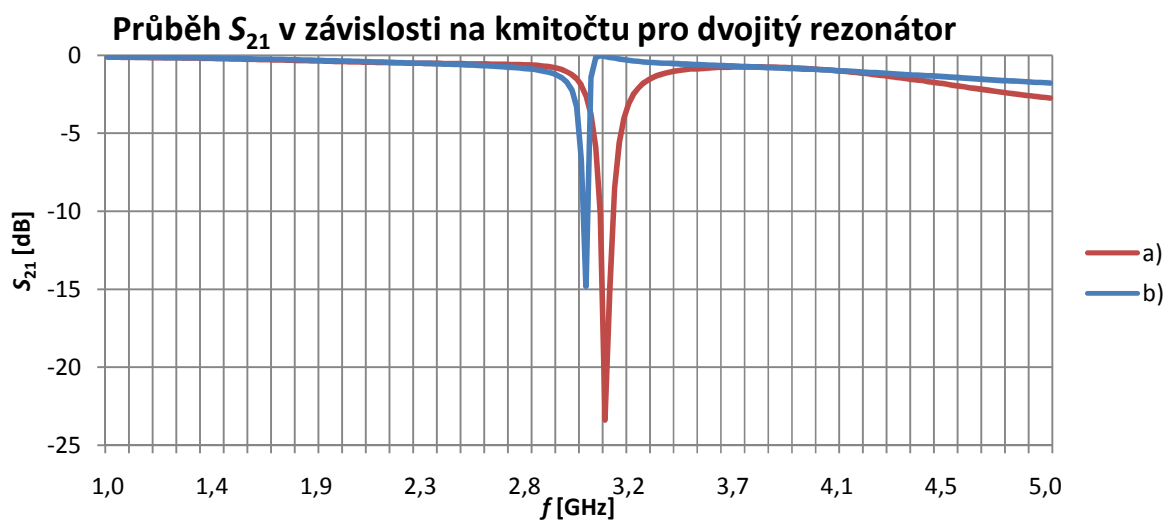
Graf. 8.1.4: Závislost parametru S_{21} pro jednoduchý tenký rezonátor.



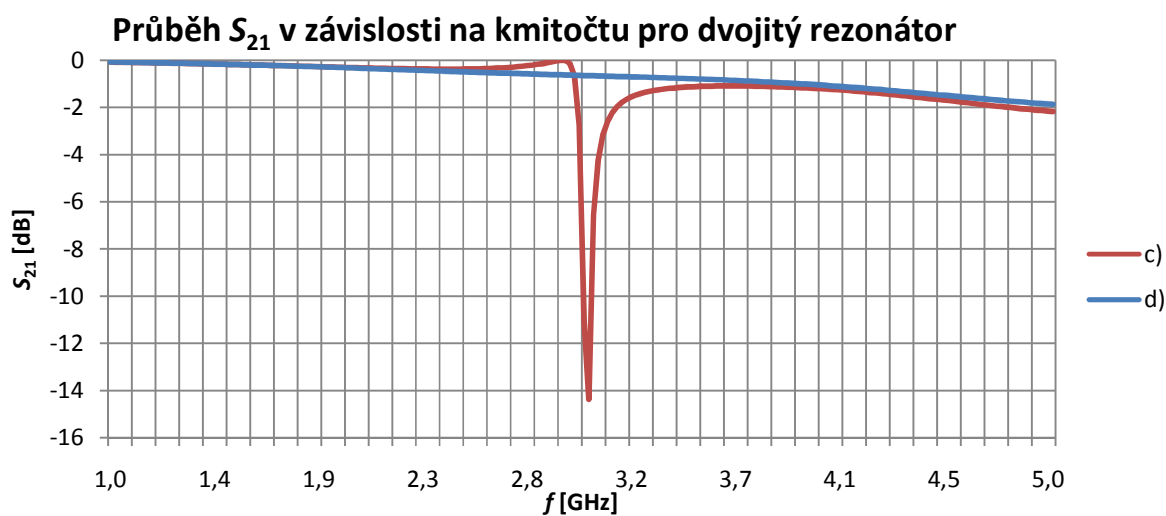
Obr. 8.1.6: Rozložení intenzity magnetického a elektrického pole na jednoduchém rezonátoru.



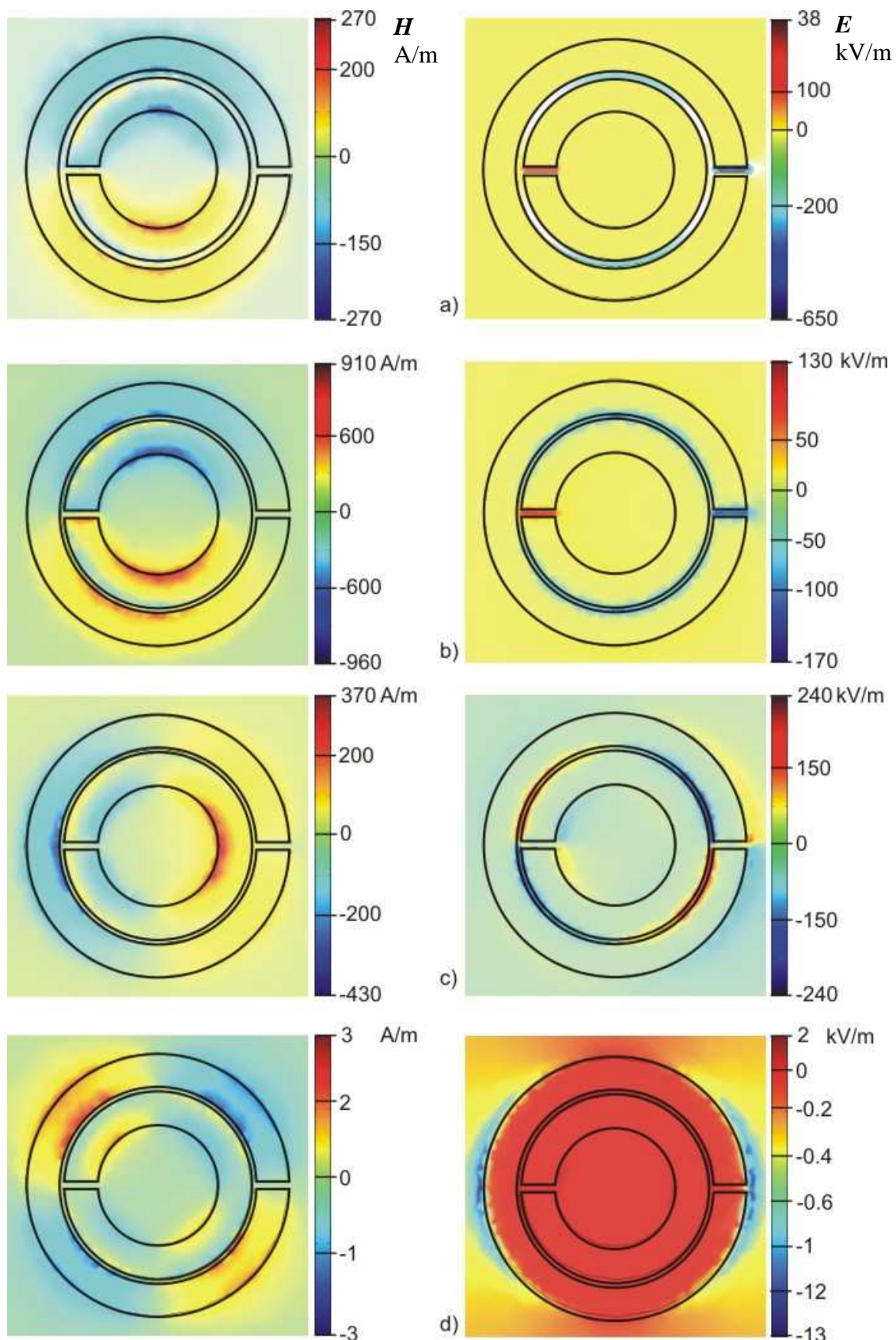
Obr. 8.1.7: Geometrie dvojitého rezonátoru.



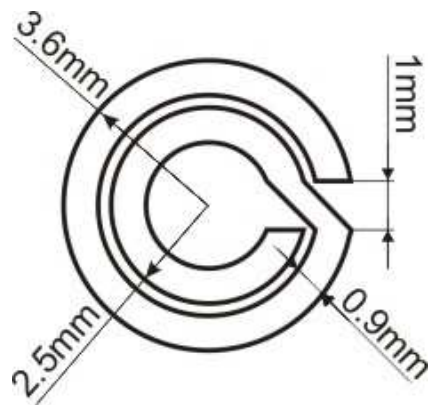
Graf. 8.1.7: Závislost parametru S_{21} pro dvojité rezonátor.



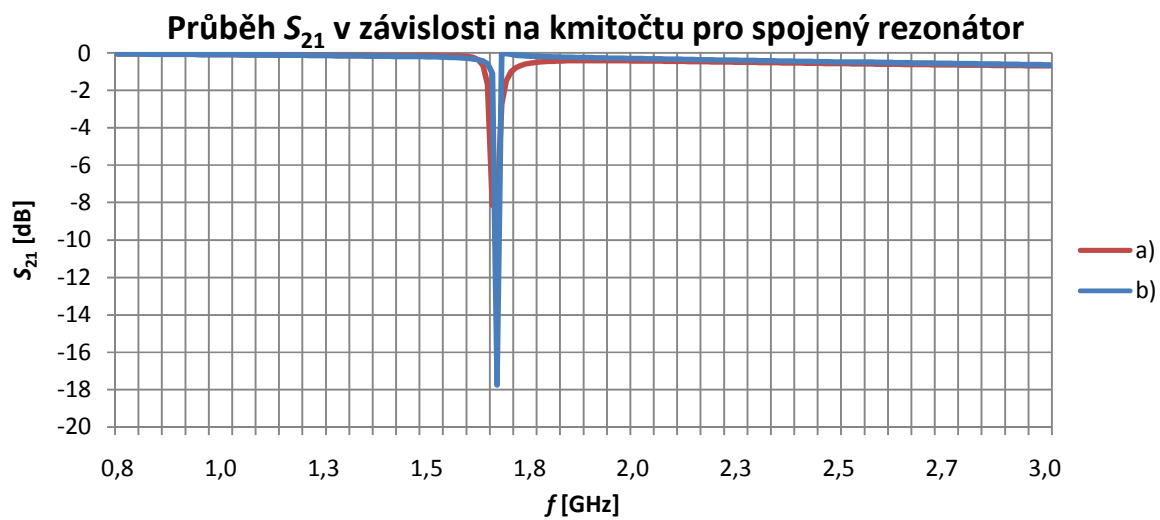
Graf. 8.1.8: Závislost parametru S_{21} pro dvojité rezonátor.



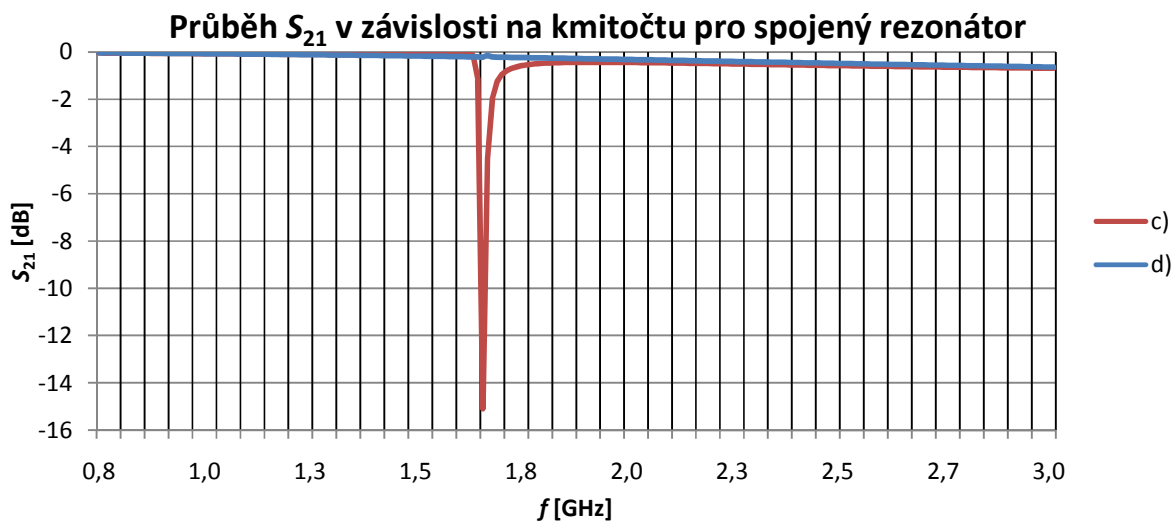
Obr. 8.1.8: Rozložení intenzity magnetického a elektrického pole na dvojitém rezonátoru.



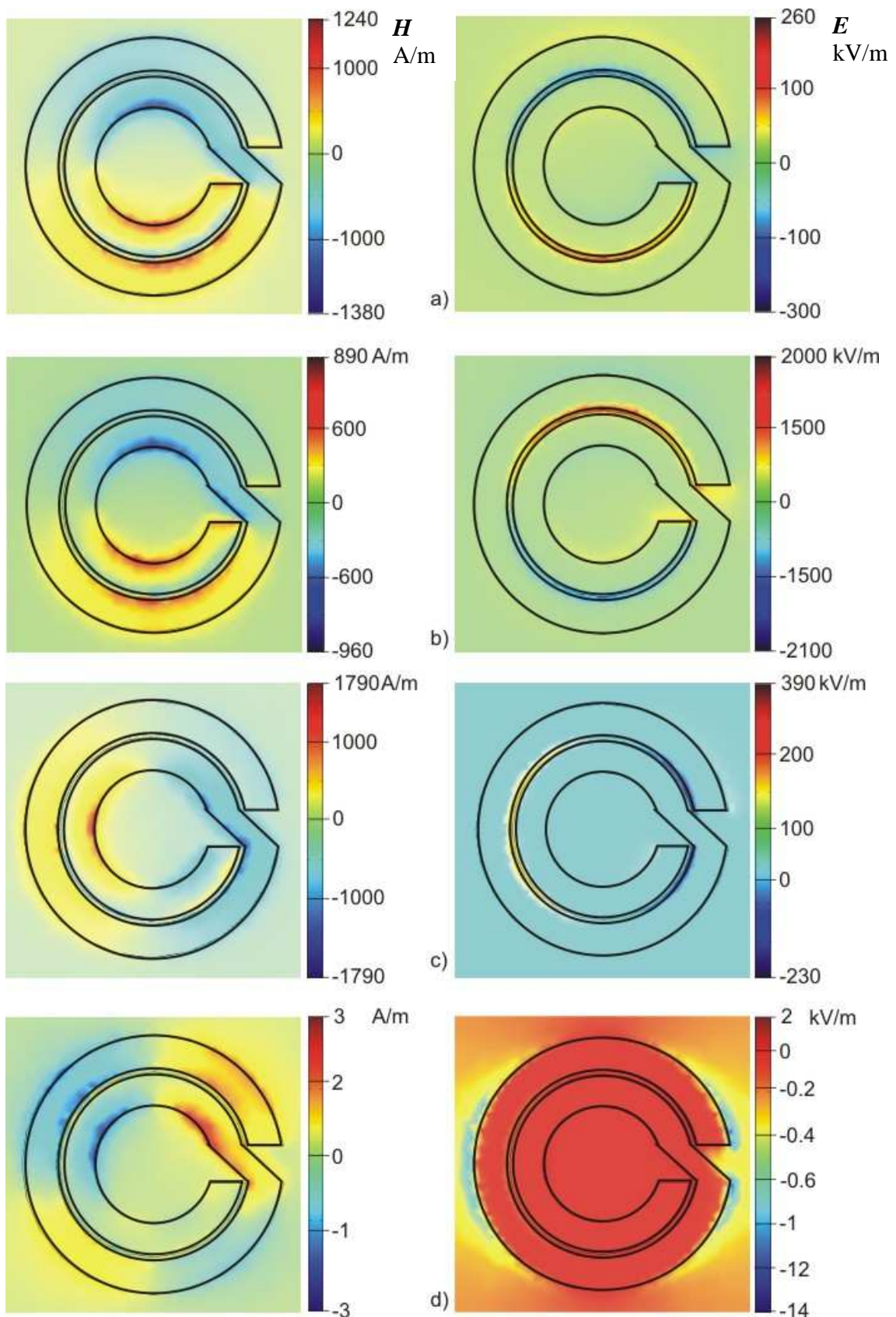
Obr. 8.1.9: Geometrie spojeného rezonátoru.



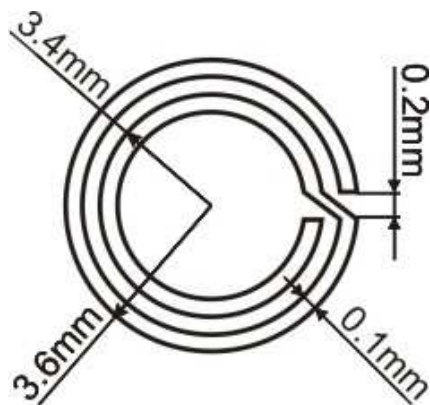
Graf. 8.1.9: Závislost parametru S_{21} pro spojený rezonátor.



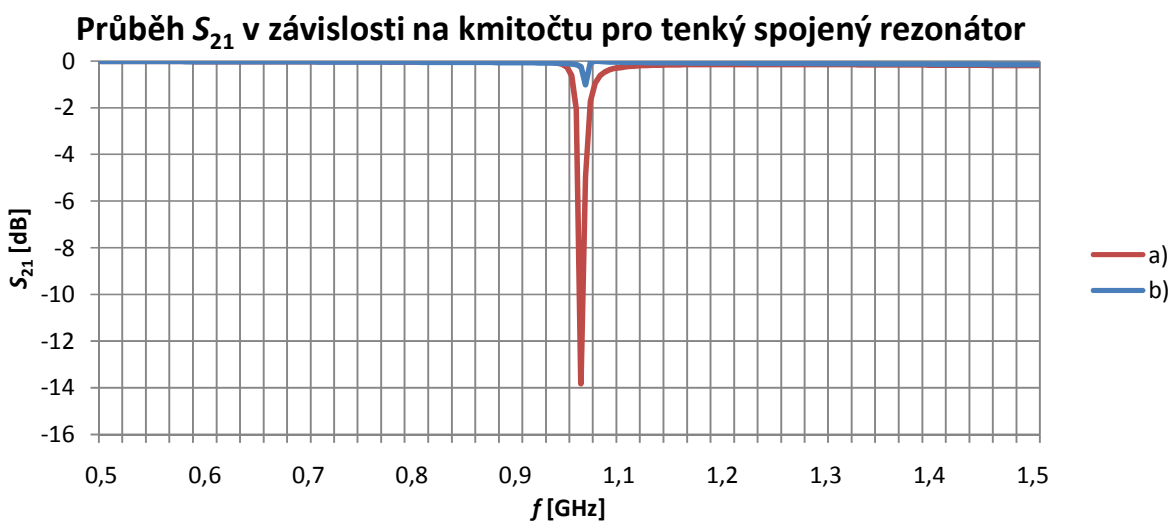
Graf. 8.1.10: Závislost parametru S_{21} pro spojený rezonátor.



Obr. 8.1.10: Rozložení intenzity magnetického a elektrického pole na spojeném rezonátoru.



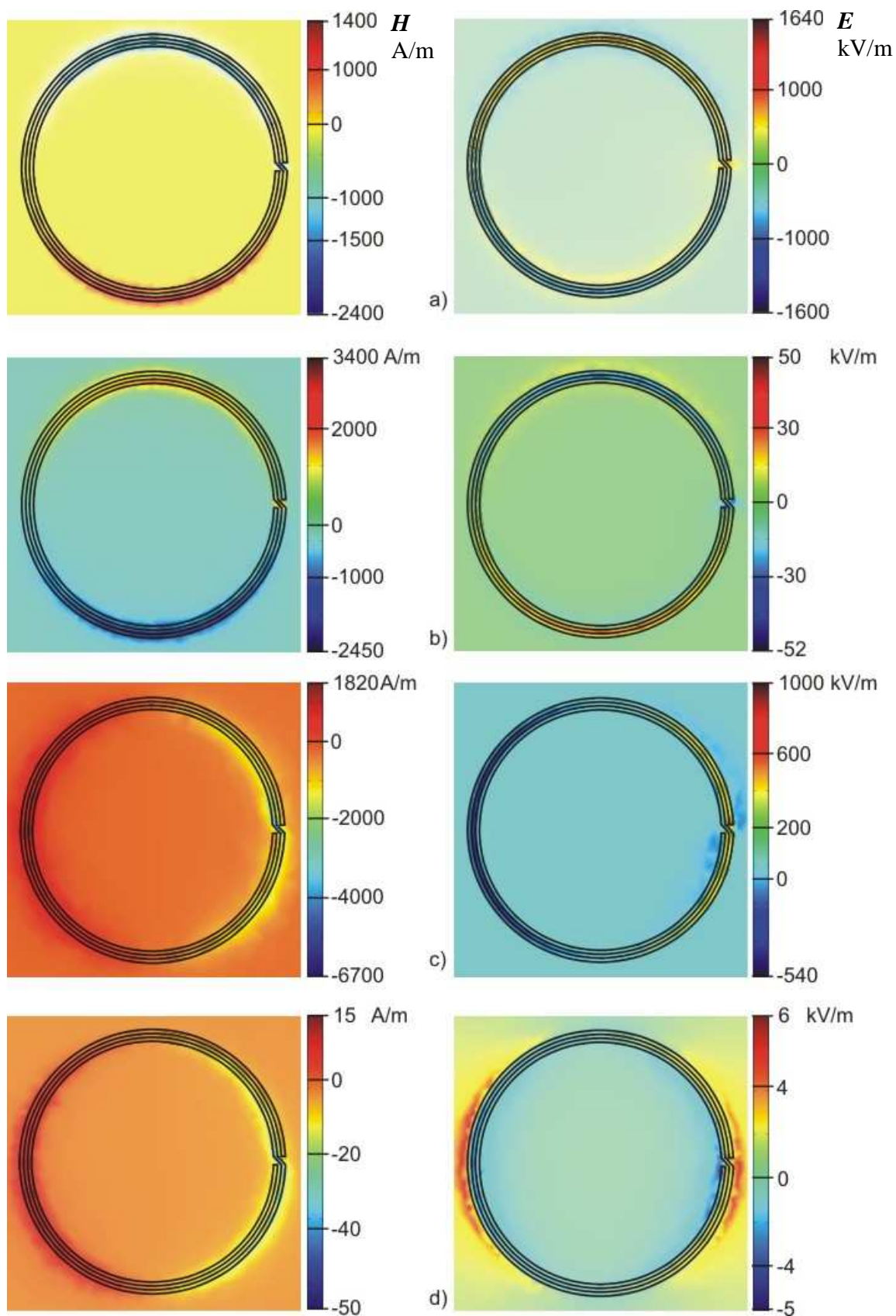
Obr. 8.1.11: Geometrie spojeného tenkého rezonátoru.



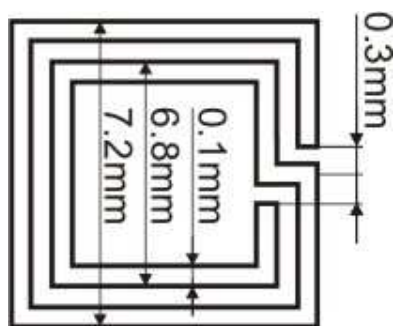
Graf. 8.1.11: Závislost parametru S_{21} pro spojený tenký rezonátor.



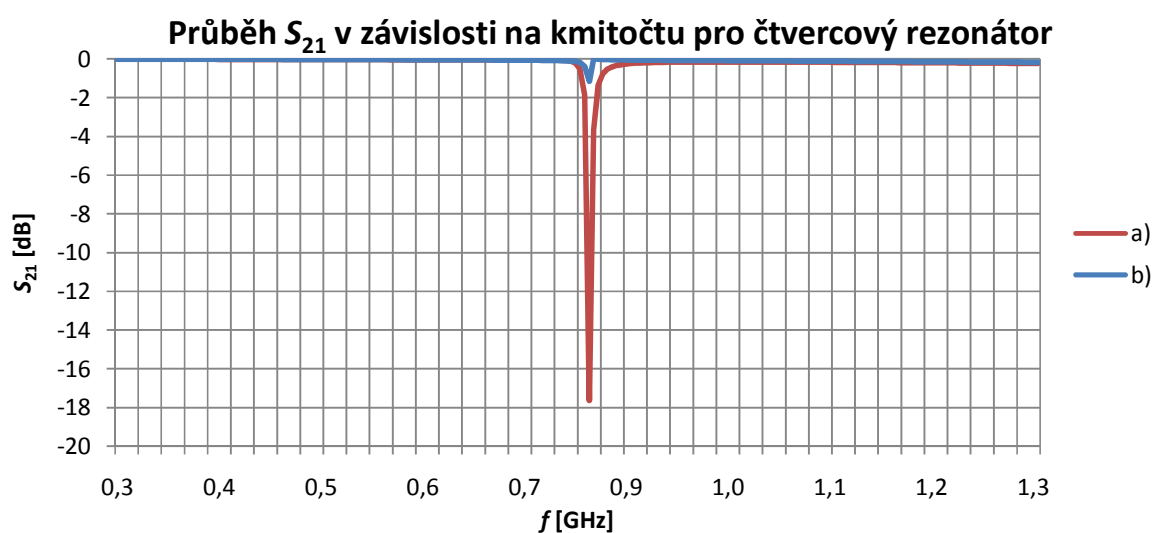
Graf. 8.1.12: Závislost parametru S_{21} pro spojený tenký rezonátor.



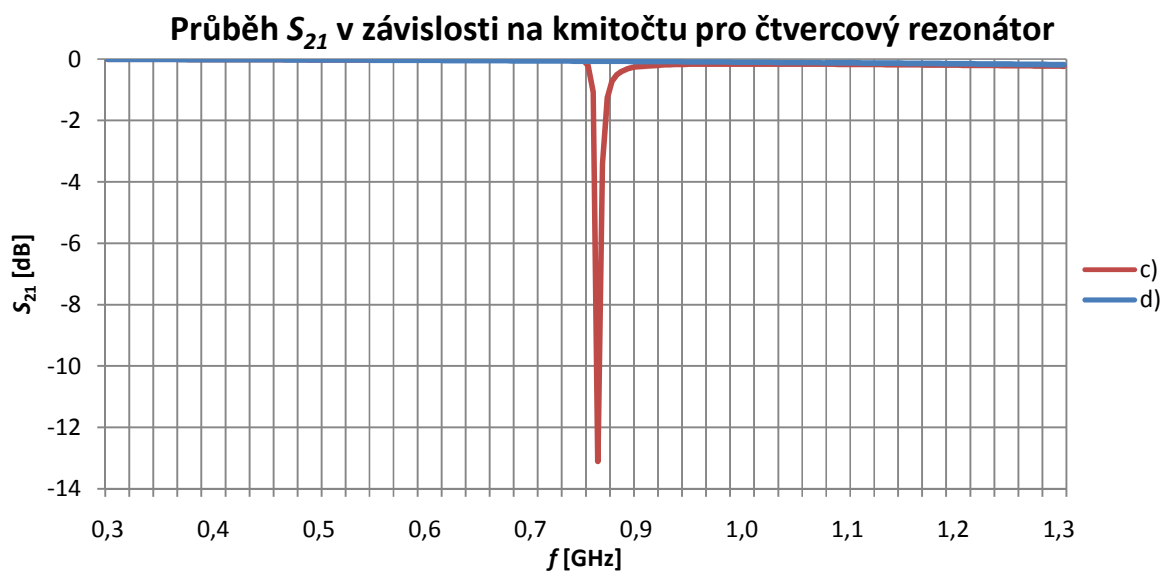
Obr. 8.1.12: Rozložení intenzity magnetického a elektrického pole na spojeném tenkém rezonátoru.



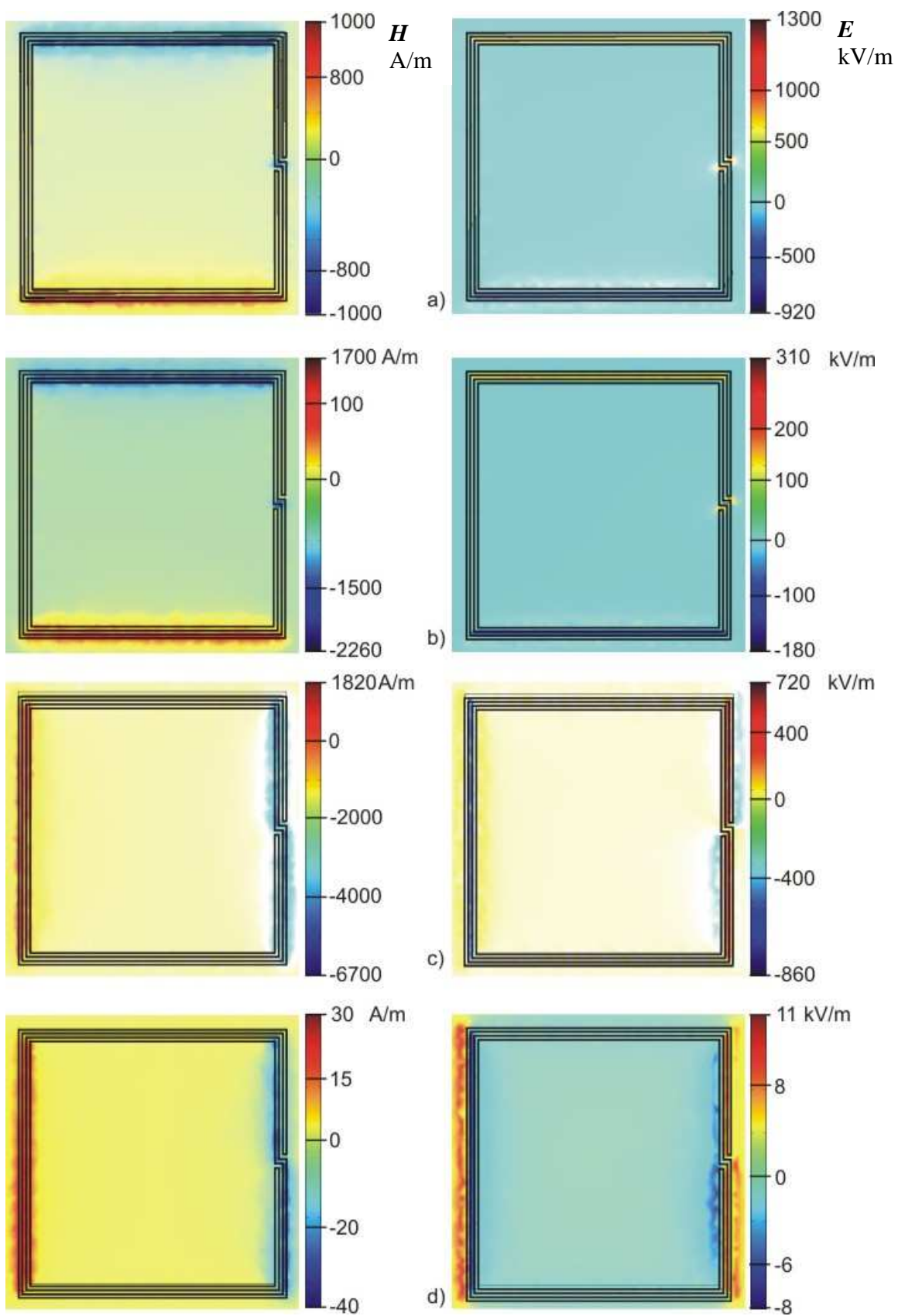
Obr. 8.1.13: Geometrie spojeného čtvercového rezonátoru.



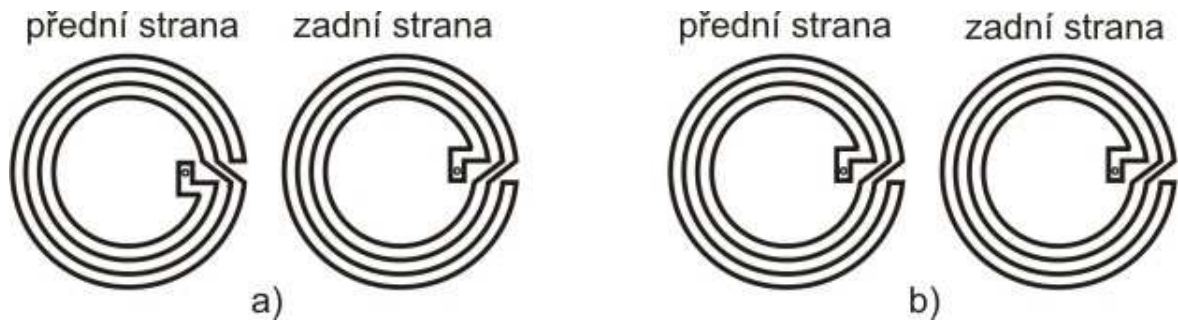
Graf. 8.1.13: Závislost parametru S_{21} pro čtvercový rezonátor.



Graf. 8.1.14: Závislost parametru S_{21} pro čtvercový rezonátor.

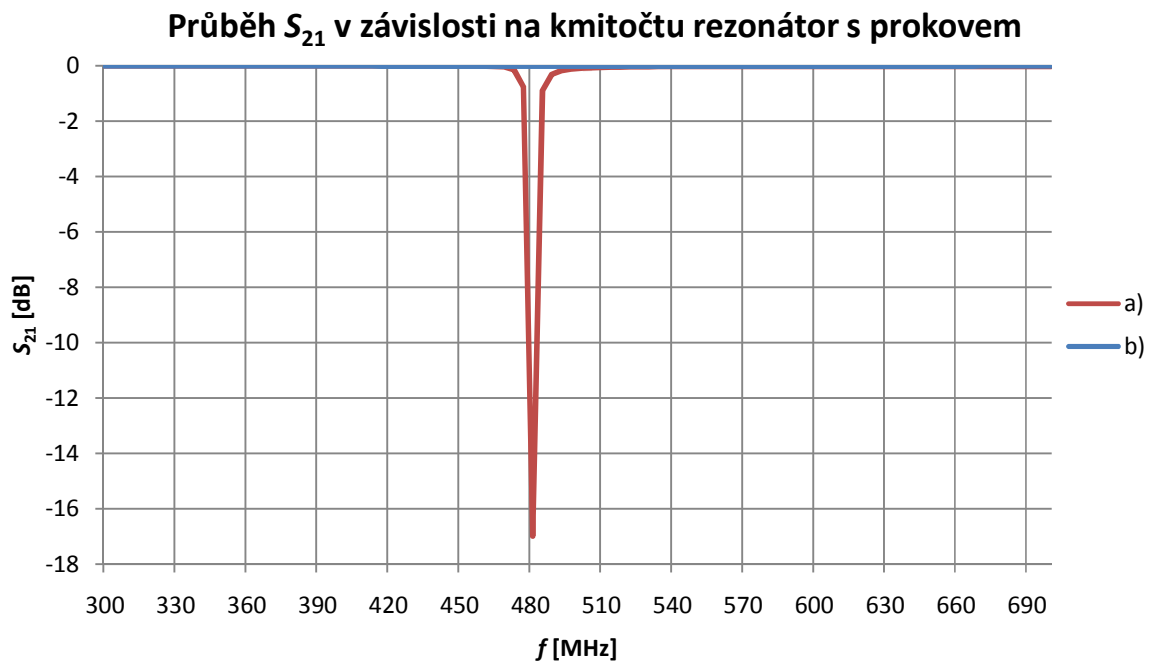


Obr. 8.1.12: Rozložení intenzity magnetického a elektrického pole na čtvercovém rezonátoru.



Obr. 8.1.13: Geometrie rezonátoru s prokovem.

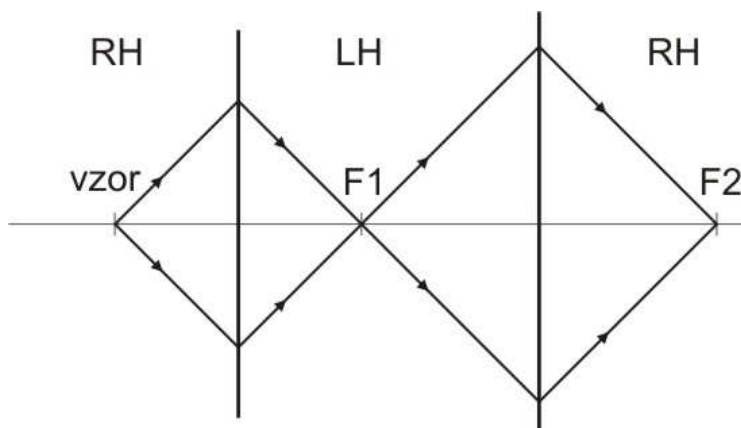
Rozměry rezonátoru jsou stejné jako u spojeného tenkého rezonátoru. Výpočet byl proveden jen pro vlnu šířící se ve směru a).



Graf. 8.1.15: Závislost parametru S_{21} pro spirálový rezonátor.

8.2. Konstrukce elektromagnetické čočky

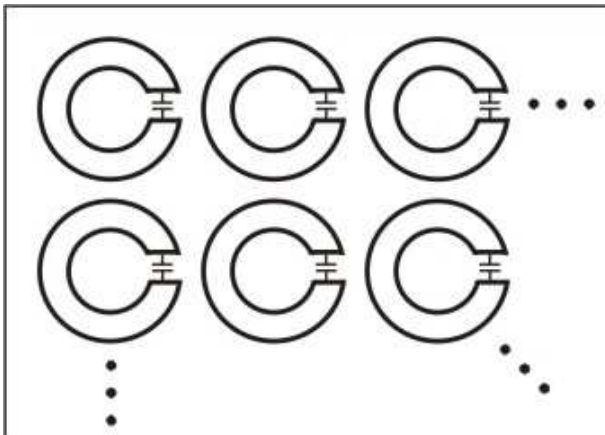
Vytvořením struktury LH materiálu mezi dvěma RH [10], nastává efekt, jako by LH struktura fungovala jako elektromagnetická čočka. Navíc dochází k vytvoření dvou ohnisek, jak ukazuje obrázek 8.1.2. Důsledkem tohoto jevu je, že detektor “vidí” zdroj elektromagnetické vlny blíže, než ve skutečnosti je, tím že detekuje vyšší úroveň signálu [17]. Jedno z možných využití tohoto jevu je pro zvýšení citlivost MR tomografu.



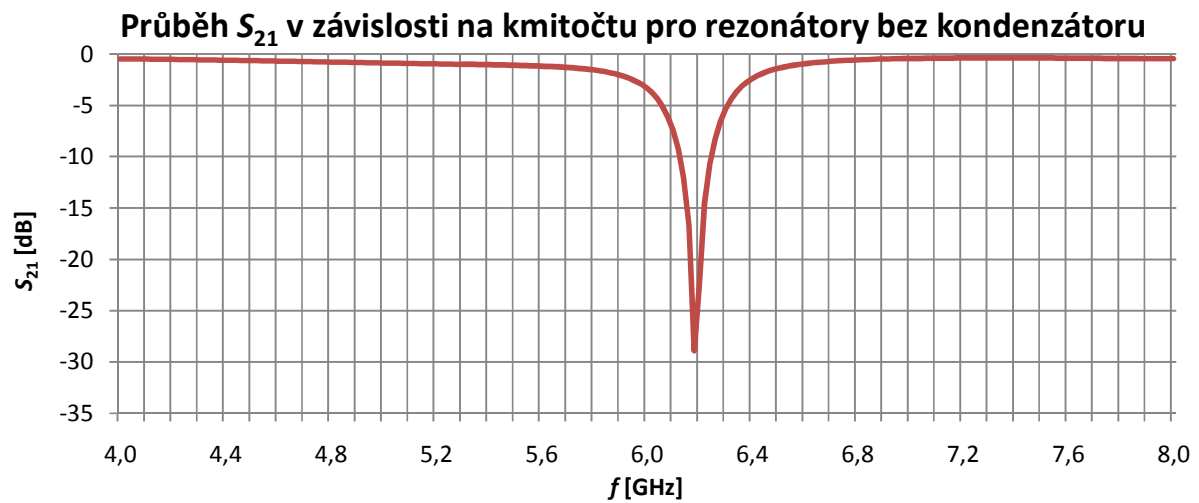
Obr. 8.2.1: Šíření paprsků u LH elektromagnetické čočky [10].

Pro konstrukci záporné permeability je využit jednoduchý prstencový rezonátor s vnějším průměrem 5mm a vnitřním průměrem 3mm [16]. Tento rezonátor je poskládán do periodické struktury, jak ukazuje obrázek 8.2.2 a). Použit je substrát FR4 o tloušťce $t=2\text{mm}$ a relativní permitivitě $\epsilon_r=4,5$. Na substrátu je pět krát pět rezonátorů s mezerami mezi sebou 3,3mm. Chování při ozařování elektromagnetickou vlnou bylo modelováno v programu Comsol. Při dopadu elektromagnetické vlny vzniká rezonance kolem 6 GHz, průběh parametru parametru S_{21} ukazuje graf 8.2.1. Cívky MR tomographu jsou ovšem naladěny na kmitočet 198,75MHz. Rezonanční kmitočet je možné snížit zvýšením indukčnosti nebo kapacity. V tomto případě, je na rezonátor zavedena kapacita pomocí diskretního kondenzátoru. Výpočet rezonančního kmitočtu byl proveden analyticky v příloze 10.3. a poté namodelován v programu Comsol. Průběh namodelovaného parametru S_{21} je uveden v grafu 8.2.2.

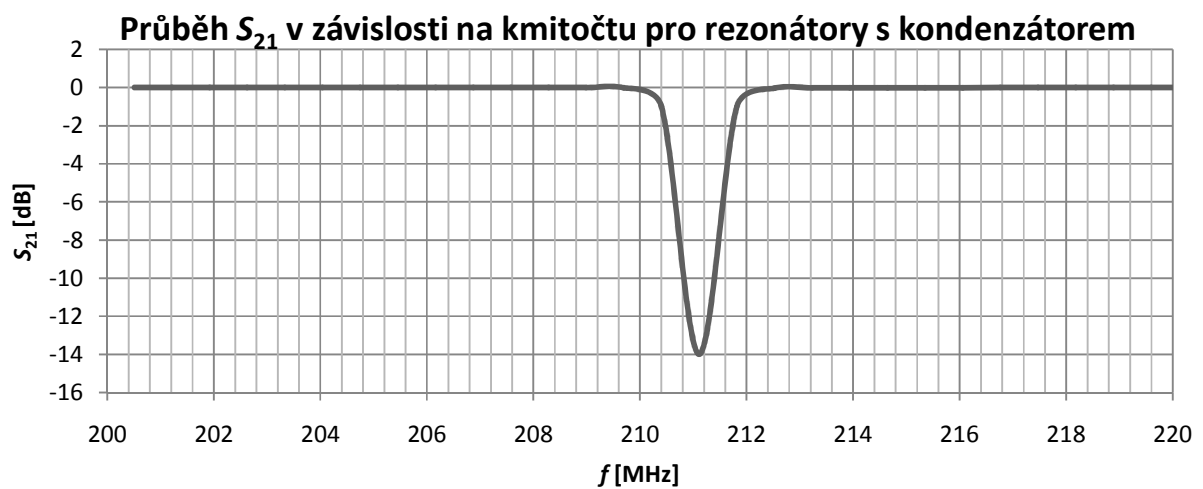
Pro konstrukci byla použita analyticky vypočtená kapacita $C=112\text{pF}$. Rezonátory byly osazeny paralelní kombinací kondenzátorů $C_1=100\text{pF}$, $C_2=10\text{pF}$, $C_3=1,2\text{pF}$. Realizace čočky je uvedena na obrázku 8.2.2 b). Rezonanční kmitočet zkonstruované čočky je $f_r=199\text{MHz}$ [16]. Naměřené spektrum parametru odrazu S_{11} je na obrázku 8.2.3.



Obr. 8.2.2: a) Návrh struktury čočky. b) Realizace čočky [16].

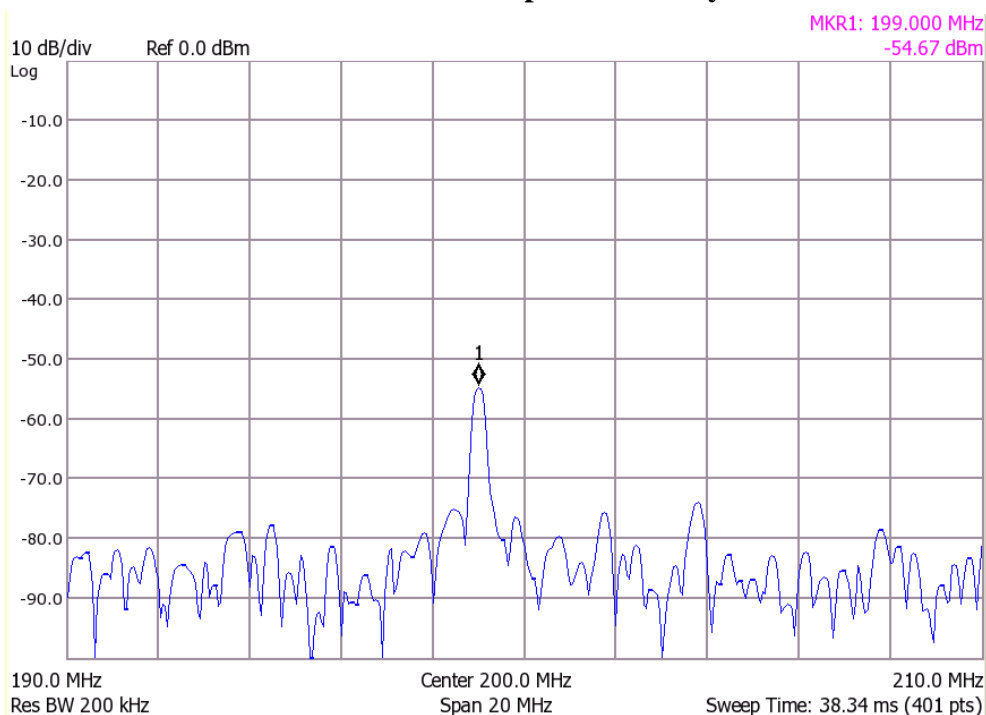


Graf. 8.2.1: Závislost parametru S_{21} pro rezonátory bez kondenzátoru.



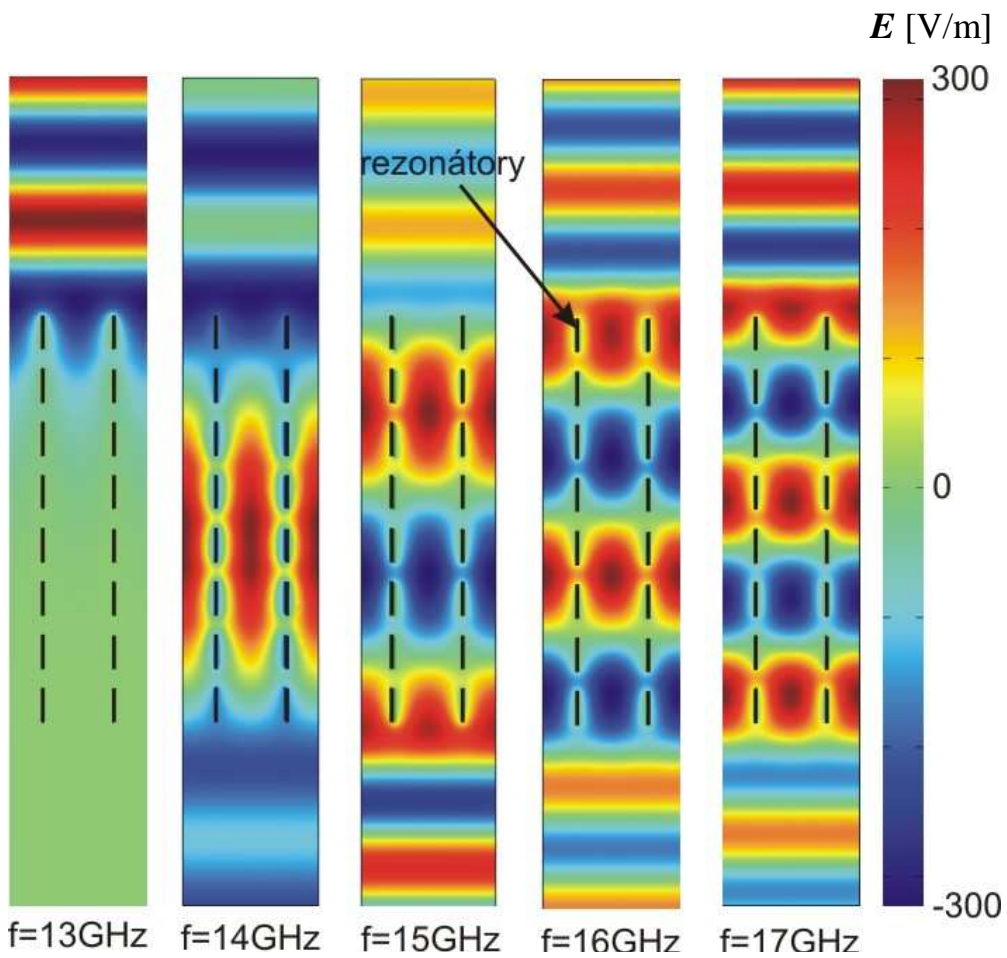
Graf. 8.2.2: Závislost parametru S_{21} pro rezonátory s kondenzátorem.

Průběh S_{11} v závislosti na kmitočtu pro rezonátory s kondenzátorem

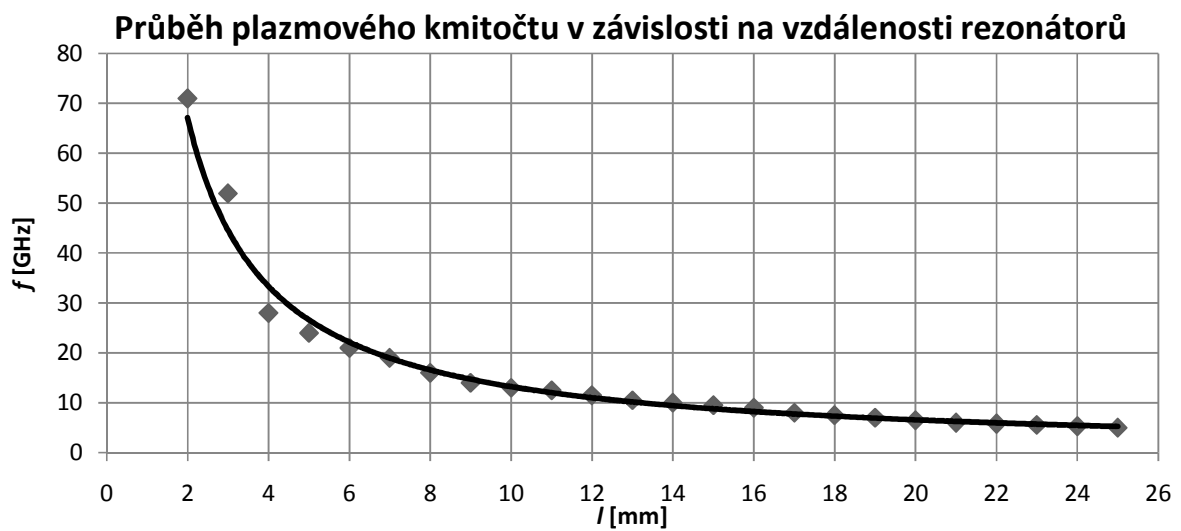


Graf. 8.2.3: Závislost parametru S_{11} pro rezonátory s kondenzátorem [16].

Pro konstrukci záporné permitivity byl využit podobný princip elektrické rezonance, jako u vodičové struky v kapitole 7.3. Pokud přiblížíme vodiče k sobě na vzdálenost menší, než je vlnová délka dopadající elektromagnetické vlny, vytvoří se na této struktuře záporná efektivní permitivita. Záporná permitivita je tedy vytvořena tak, že je umístěno víc desek s rezonátory nad sebe. To jak daleko od sebe jsou desky umístěny, ovlivňuje hodnotu plazmového kmitočtu f_p (kmitočtet, kdy je efektivní permitivita nulová). Chování vlny na této struktuře pro vzdálenost rezonátorů 10mm a pro různé kmitočty je uvedeno na obrázku 8.2.4. Struktura je zobrazena ve vodorovném řezu. Z obrázku je patrné prodloužení vlny, to znamená vznik efektivní permitivity menší než 1. Pro kmitočtet 13GHz už nedochází k šíření vlny, kvůli poklesu efektivní permitivity na nulu. Pro kmitočty menší než 13GHz už je efektivní permitivita záporná. V grafu 8.2.3 je uvedena závislost plazmového kmitočtu f_p na vzdálenosti rezonátorů od sebe mezi deskami.



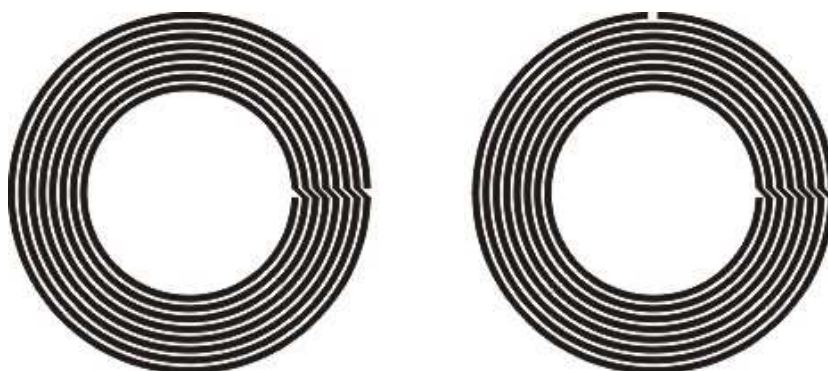
Obr. 8.2.4: Chování elektromagnetické vlny na struktuře rezonátorů ve vzdálenosti 1mm pro různé kmitočty.



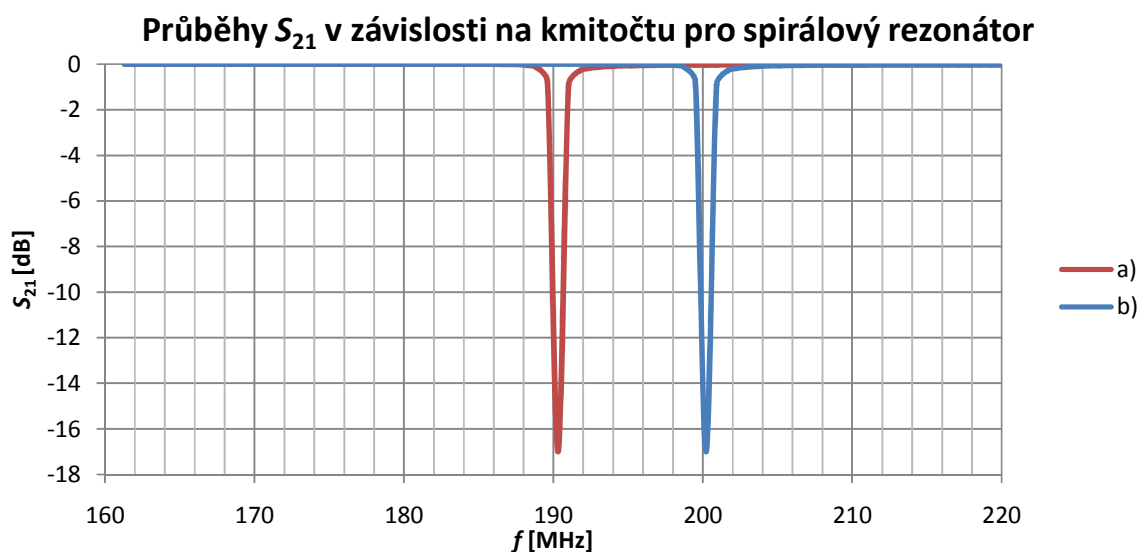
Graf. 8.2.4: Průběh plazmového kmitočtu v závislosti na vzdálenosti rezonátorů.

8.3. Optimalizace elektromagnetické čočky

Konstrukce čočky s kondenzátory je velmi nevýhodná. Kapacita diskretních kondenzátorů se pohybuje v určitých tolerancích, je teplotně závislá a může se s časem měnit. Rezonanční kmitočet může tedy být u každého rezonátoru jiný. Navíc po vyrobení už nejde rezonance nijak naladit. V neposlední řadě jsou s pájením kondenzátorů také konstrukční problémy. Pomocí programu Comsol, byl navržen spirálový rezonátor, který rezonuje na kmitočet nižším, než 200MHz a je realizován pouze planární technologií. Průměr rezonátoru je 7mm, tloušťka jedné spirály 0,1mm, tloušťka mezery mezi spirálami 0,1mm a počet spirál je osm. Rezonátor je zrealizován na substrátu s relativní permitivitou 10 a tloušťce 1mm. Kvůli snížení rezonančního kmitočtu je substrát přiložen ještě z druhé strany. Rezonátory jsou tedy uprostřed dvou substrátových desek. Postup při výrobě je takový, že se vyrobí rezonátory s nižším rezonančním kmitočtem, než je požadováno a budou se doladovat postupným odřezáváním částí vnějšího závitu pomocí laseru. Spirálový rezonátor je na obrázku 8.3.1 a), průběh parametru S_{21} je v grafu 8.3.1 a). Spirálový rezonátor je na obrázku 8.3.1 a), průběh parametru S_{21} je v grafu 8.3.1 a). Spirálový rezonátor s odříznutou čtvrtinou vnějšího závitu je na obrázku 8.3.1 b), průběh parametru S_{21} je v grafu 8.3.1 b).

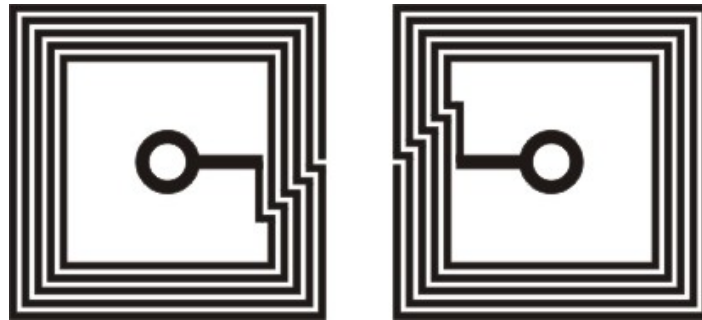


Obr. 8.3.1: a) Spirálový rezonátor, b) Spirálový rezonátor s odříznutou čtvrtinou závitu.



Graf. 8.3.1: Průběhy parametru S_{21} pro spirálový rezonátor.

Další možností konstrukce rovinných rezonátorů je uvedena na obrázku 8.3.2. Je to čtvercový rezonátor s prokovem. Výška i šířka rezonátoru je 5mm, tloušťka jedné spirály 0,1mm, tloušťka mezery mezi spirálami 0,1mm a počet spirál je pět. Uprostřed spirál je prokov. Rezonátor je zrealizován na substrátu s relativní permitivitou 10 a tloušťce 1mm.



Obr. 8.3.2: Geometrie čtvercového rezonátoru s prokovem.



Graf. 8.3.2: Průběhy parametru S_{21} pro čtvercový rezonátor s prokovem.

9. Závěr

V první části jsou odvozeny zákony pro šíření vlny ve ztrátovém prostředí, pro odraz a lom vln na rozhraní prostředí a je definován mezní úhel pro úplný odraz.

Ve druhé části jsou uvedeny numerické výpočty chování vlny na rovinném rozhraní dvou prostředí pro různé materiálové konstanty a různé úhly dopadu. Výpočty odpovídají teoretickým předpokladům. Numerické výpočty jsou analiticky ověřeny spočítáním úhlů lomu a velikostí elektrických intenzit. Analitická i numerická řešení se shodují s drobnými odchylkami způsobenými použitím konečných prvků. Dále jsou uvedeny numerické výpočty na složitějších strukturách a to na válci a trubičce. Výpočty byly provedeny jak v programu Comsol, tak v programu ANSYS. Výsledky z obou programů byly stejné.

Z práce v obou programech vyplynulo následující: Comsol je uživatelsky přívětivější a celkově mnohem jednodušší. Poměrně snadno a rychle se v něm dají vytvořit jednoduché modely. S narůstající složitostí, ale ztrácí program na efektivitě. Oproti tomu ANSYS je uživatelsky mnohem méně schůdný. Vytvoření, i jednoduchého modelu, trvá poměrně dlouho. Hodí se ale i na velmi složité modely. Při vytvoření modelů jde pak velmi rychle měnit parametry modelu a dělat například jejich rozmítání.

Ve třetí části je definován pojem metamateriály a jsou uvedeny základní principy pro šíření vlny v prostředí se zápornými parametry. V programu Comsol byly provedeny výpočty šíření vlny na rozhraní rovinných prostředí pro různé materiálové konstanty a různé úhly dopadu. Výpočty odpovídají teoretickým předpokladům. Dále je definováno, jak vytvořit zápornou permitivitu pomocí drátové struktury. Numerický výpočet přibližně odpovídá analytickému výpočtu permitivity. Jako poslední je uvedeno, jak vytvořit zápornou permeabilitu pomocí přerušovaných prstencových rezonátorů. Je uvedeno rozložení intenzity elektrického pole na rezonátoru a průběh parametru S_{21} .

Ve čtvrté části je uvedeno chování elektromagnetické vlny na přerušovaných prstencových rezonátorech a princip a konstrukce elektromagnetické čočky. Je uveden numerický a analytický výpočet pro definovanou strukturu. Dále je navržena optimalizace dané struktury.

Lietratura

- [1] DĚDEK, L, DĚDKOVÁ, J. *Elektromagnetismus*. Vysoké učení technické v Brně. Nakladatelství VUTIUM, Kounicova 67a. Rok 1996. ISBN 80-214-1106-6.
- [2] STRATTON, J. A. *Teorie elektromagnetického pole*. Státní nakladatelství technické literatury v Praze. Rok 1961. Typové číslo L25a-D-5III/5397.
- [3] NOVÁČEK, Z. *Elektromagnetické vlny, antény a vedení*. Skriptum FEKT VUT v Brně.
- [4] ZHANG, J, HUABGFU, J, LUO, Y, CHEN, H1, KONG, J, A. *Cloak Changing with Background*. The Electromagnetics Academy at Zhejiang University Zhejiang University, Hangzhou 310058, China.
- [5] HALLIDAY, R, RESNIC, R, WALKER, J. *Fyzika, část 4, Elektromagnetické vlny-Optika-Relativita*. Vysoké učení technické v Brně. Nakladatelství VUTIUM. Rok 2000. ISBN 80- 214-1868-0.
- [6] RAIDA, Z. *Počítačové řešení komunikačních systémů*. Skriptum FEKT VUT v Brně.
- [7] MARQUÉS, R, MARTÍN, F, SOROLLA, M. *Metamaterials with Negative Parameters*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. Rok 2007. ISBN 2007017343.
- [8] MARKOŠ, P, SOUKOLIS, C, M. *Absorption losses in periodic arrays of thin metallic wires*. Optics Letters, vol. 28, No. 10, May 15, 2003.
- [9] NOVOTNÝ, M. *ANSYS příručka*. Skriptum FEKT VUT v Brně.
- [10] CALOZ, C, ITOH, T. *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. Rok 2006. ISBN 2005048976.
- [11] FALCONE, F, LAPETEGI, T, LASO, M, BAENA, J, BONACHE, J, BERUETE, M, MARQUÉS, R, MARTÍN, F, SOROLLA. *Babinet Principle Applied to the Design of Metasurfaces and Metamaterials*. Physical Review Letters, vol 93, num 19. 5 November 2004.
- [12] SHELBY, R, SMITH, D, SCHULTZ, S. *Experimental verification of a negative index of refraction*. Science, vol. 292, pp. 77–79, April 2001.
- [13] SMITH, D, SCHULZ, S, MARKOŠ, P, SOUKOLIS, C. *Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials*. Physical Review B, vol. 65, April 2002.
- [14] PENDRY, J, Holden, A, Robbins, D, Stewart, W. *Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena*. IEEE Trans. Micr. Theory. Tech., vol. 47, February 1999.
- [15] PROTIVA, P. *Kompozitní materiál se zápornou permitivitou*. Diplomová práce ČVUT v Praze. Rok 2007.
- [16] BARTUSEK, K, DREXLER, P, FIALA, P, KADLEC, R, KUBASEK, R. *Magnetoinduktive Lens for Experimental Mid-field MR Tomograph, to be published on 2010 Progress in Electromagnetics International Conference PIERS 2010, Cambridge: MIT, 2010*. Department of Theoretical and Experimental Electrical Engineering. Brno University of Technology, Kolejní 2906/4, 61200 Brno, Czech Republic.

- [17] FREIRE, J, JELINEK, L, MARQUES, R. *On the applications of $\mu=-1$ metamaterial lenses for magnetic resonance imaging*. Departamento de Electronica y Electromagnetismo. Universidad de Sevilla. Facultad de Fisica, Avda. Reina Mercedes s/n. 41012 Sevilla, SPAIN.
- [18] FREIRE, J, JELINEK, L, MARQUES, R. *Experimental demonstration of a $\mu=-1$ metamaterial lens for magnetic resonance imaging*. Departamento de Electronica y Electromagnetismo, Facultad de Fisica, Universidad de Sevilla, Avda. Reina Mercedes s/n, E 41012 Sevilla, Spain Received 30 August 2008; accepted 18 November 2008; published online 9 December 2008.
- [19] FREIRE, J, MARQUES, R. *Optimizing the magnetoinductive lens: Improvement, limits, and possible applications*. Departamento de Electronica y Electromagnetismo, Facultad de Fisica, Universidad de Sevilla, Avda. Reina Mercedes s/n, E 41012. Received 26 September 2007; accepted 2 November 2007; published online 15 January 2008.
- [20] FREIRE, J, MARQUES, R. *Magnetoinduktive lenses: basic principles and future trends*. Departamento de Electronica y Electromagnetismo, Facultad de Fisica, Universidad de Sevilla, Avda. Reina Mercedes s/n, E 41012. October 2007.
- [21] MANUEL, J, JELINEK, L, MARQUES, R, DELGADO, V. *Potential applications of $\mu=-1$ metamaterial superlenses for magnetic resonance imaging*. Departamento de Electronica y Electromagnetismo, Facultad de Fisica, Universidad de Sevilla, Avda. Reina Mercedes s/n, E 41012. August 2009.
- [22] DĚDKOVÁ, J. *Modelování elektromagnetických polí*. Skriptum FEKT VUT v Brně. Rok 2008.
- [23] MOHAN,S, HERSHENSON, M, BOYD S, LEE, T. *Simpla Accurate Expression for Planar Spiral Inductances*. IEEE Journal of Solid-State Circuit, vol. 34, no. 10, October 1999.

Seznam symbolů, veličin a zkratk

H	Intenzita magnetického pole
E	Intenzita elektrického pole
t	Čas
l	Délka
ψ	Elektrický indukční tok
U	Elektrické napětí
I	Elektrický proud
L	Indukčnost
C	Kapacita
v	Rychlost
γ	Konduktivita
c	Rychlost světla ve vakuu
ε	Permitivita
ε_r	Relativní permitivita
ε_0	Permitivita vakua
μ	Permeabilita
μ_r	Relativní permeabilita
μ_0	Permeabilita vakua
k	Vlnové číslo
A	Vektorový potenciál
D	Elektrická indukce
B	Magnetická indukce
ω	Úhlový kmitočet
Z_v	Vlnová impedance
ω	Úhlový kmitočet
v_f	Fázová rychlost
Π	Poyntingův vektor
φ_v	Fázový posun
λ	Vlnová délka
n	Normálový vektor
r	Polohový vektor
ρ	Koeficient odrazu
τ	Koeficient prostupu
Γ	Krajní bodu úsečky
u_n	Jednotková vnější normála
f	Kmitočet
f_p	Plazmový kmitočet
r	Poloměr
d	Průměr
a	Vzdálenost
t	Tloušťka
S_{11}	Odraz
S_{21}	Přenos

TE	Příčně elektrická vlna
TM	Příčně magnetická vlna
MKP	Metoda konečných prvků
PML	Dokonale přizpůsobené vrstvy
PEC	Dokonalý elektrický vodič
PMC	Dokonalý magnetický vodič
RH	Right-handed materiál
LH	Left-handed materiál
SSR	Přerušovaný prstencový rezonátor
MR	Magnetická rezonance

10. Příloha

10.1. Výpočet mezního úhlu

vzduch ($\varepsilon_r=1, \mu_r=1, \gamma=0$)
sklo ($\varepsilon_r=6, \mu_r=1, \gamma=10^{-11}$).

$$f = 550 \cdot 10^{12} \text{Hz}$$

podle (3.3.2):

$$\begin{aligned}\theta_{0M} &= \arcsin \left(\sqrt{\frac{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)}{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}} \right) \\ &= \arcsin \left(\sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-7}\pi(0 + j2\pi \cdot 550 \cdot 10^{12} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12})}{4 \cdot 10^{-7}\pi(1 \cdot 10^{-11} + j2\pi \cdot 550 \cdot 10^{12} \cdot 6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12})}} \right) \\ &= \underline{\underline{24,09^\circ}}\end{aligned}$$

10.2. Výpočet elektrických intenzit rovinné vlny

vzduch ($\varepsilon_r=1, \mu_r=1, \gamma=0$)
materiál2 ($\varepsilon_r=2, \mu_r=1, \gamma=10^{-11}$)

$$\theta_0=0^\circ$$
$$f = 1 \cdot 10^{10} \text{Hz}$$

podle (3.2.1.8):

odražená vlna

$$\underline{\underline{E_1}} = \underline{\underline{E_0}} \frac{\mu_2\sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}\cos\theta_0 - \mu_1\sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)} - \mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)\sin^2\theta_0}{\mu_2\sqrt{\mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)}\cos\theta_0 + \mu_1\sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)} - \mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)\sin^2\theta_0} = \underline{\underline{0.1716V/m}}$$

podle (3.2.1.9):

prostupná vlna

$$\underline{\underline{E_1}} = \underline{\underline{E_0}} \frac{2\mu_1\sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)}\cos\theta_0}{\mu_1\sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)}\cos\theta_0 + \mu_2\sqrt{\mu_2(\gamma_2 + j\omega\varepsilon_2)} - \mu_1(\gamma_1 + j\omega\varepsilon_1)\sin^2\theta_0} = \underline{\underline{0.8284V/m}}$$

10.3. Výpočet rezonančního kmitočtu pro elektromagnetickou čočku

Výpočet indukčnosti rezonátoru je proveden podle: [23]

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r n^2 d_{avg} c_1}{2} \left(\ln \left(\frac{c_1}{\rho} \right) + c_3 \rho + c_3 \rho^2 \right) \quad (10.3.1)$$

kde

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{Hm}^{-1}$$

$$\mu_r = 0,999\,990$$

$$c_1 = 1.00$$

$$c_2 = 2.46$$

$$c_3 = 0.00$$

$$c_4 = 0.20$$

$$c_4 = 0.20$$

$$d_{avg} = 0.5(\text{vnější průměr} + \text{vnitřní průměr}) = \underline{4\text{mm}}$$

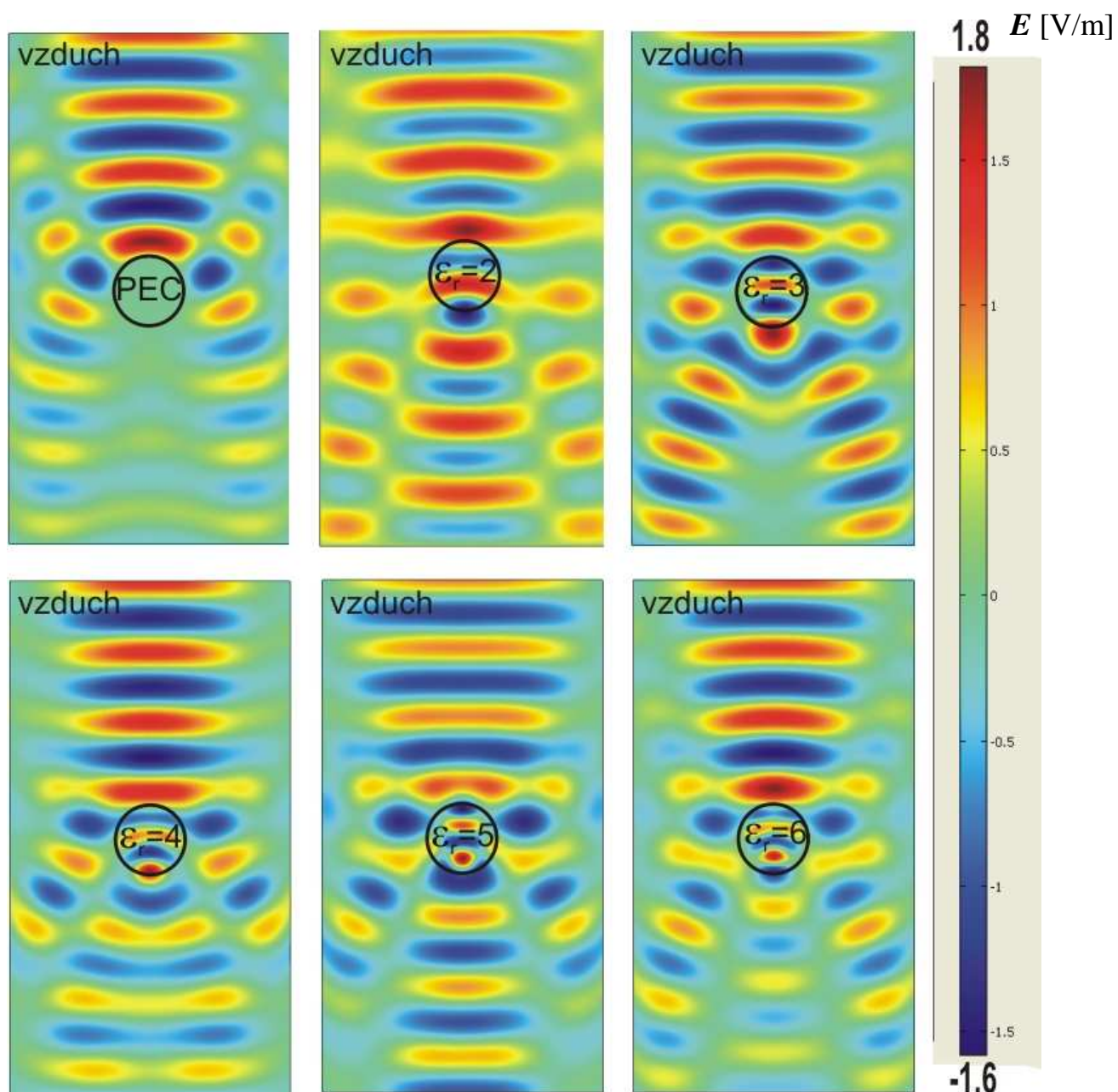
$$\rho = (\text{vnější průměr} - \text{vnitřní průměr}) / (\text{vnější průměr} + \text{vnitřní průměr}) = \underline{0.25}$$

indukčnost potom je

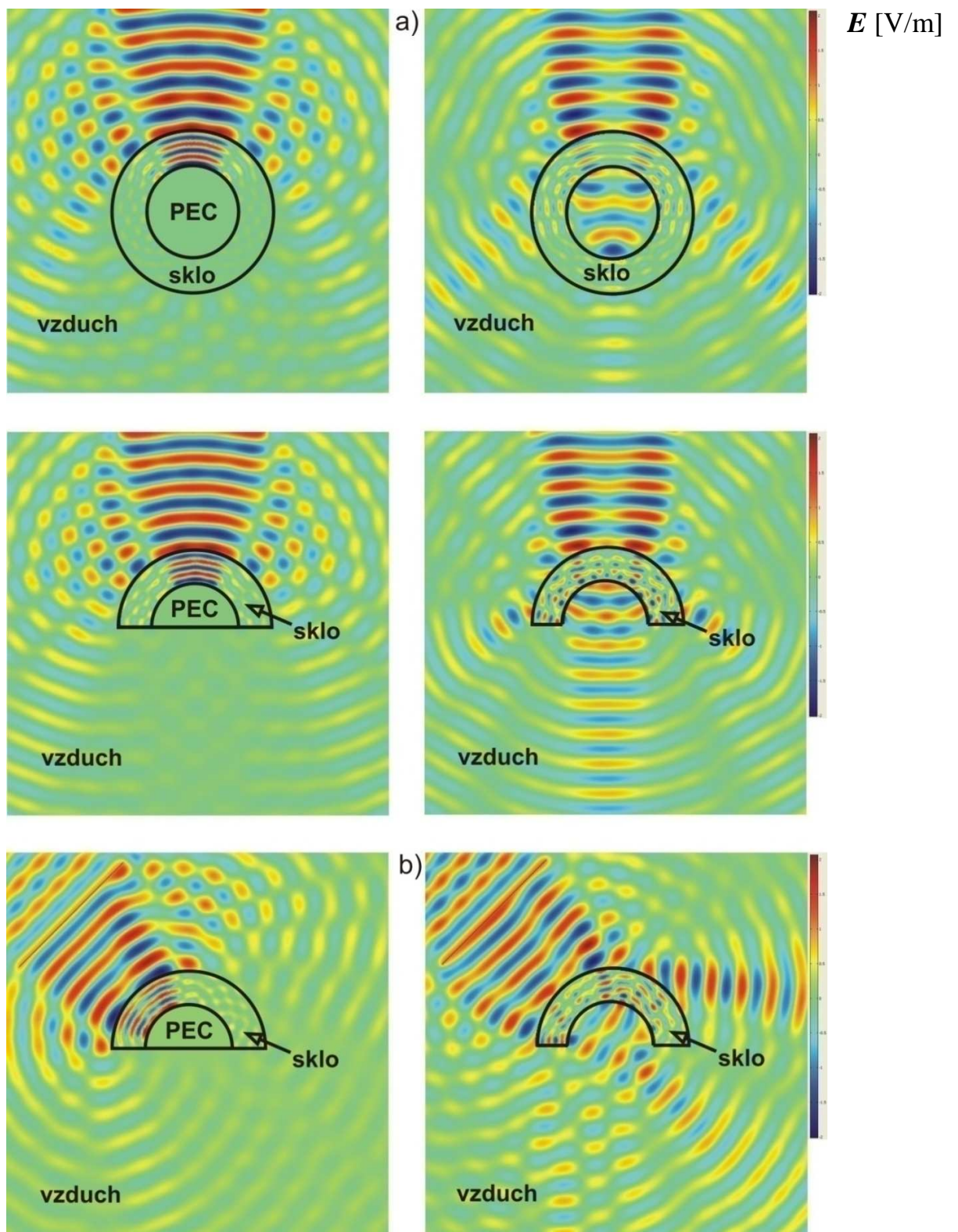
$$L = \underline{\underline{5.7779 \cdot 10^{-7} \text{H}}}$$

Kapacitu spočítáme dosazením L a $f=198,75\text{MHz}$ do:

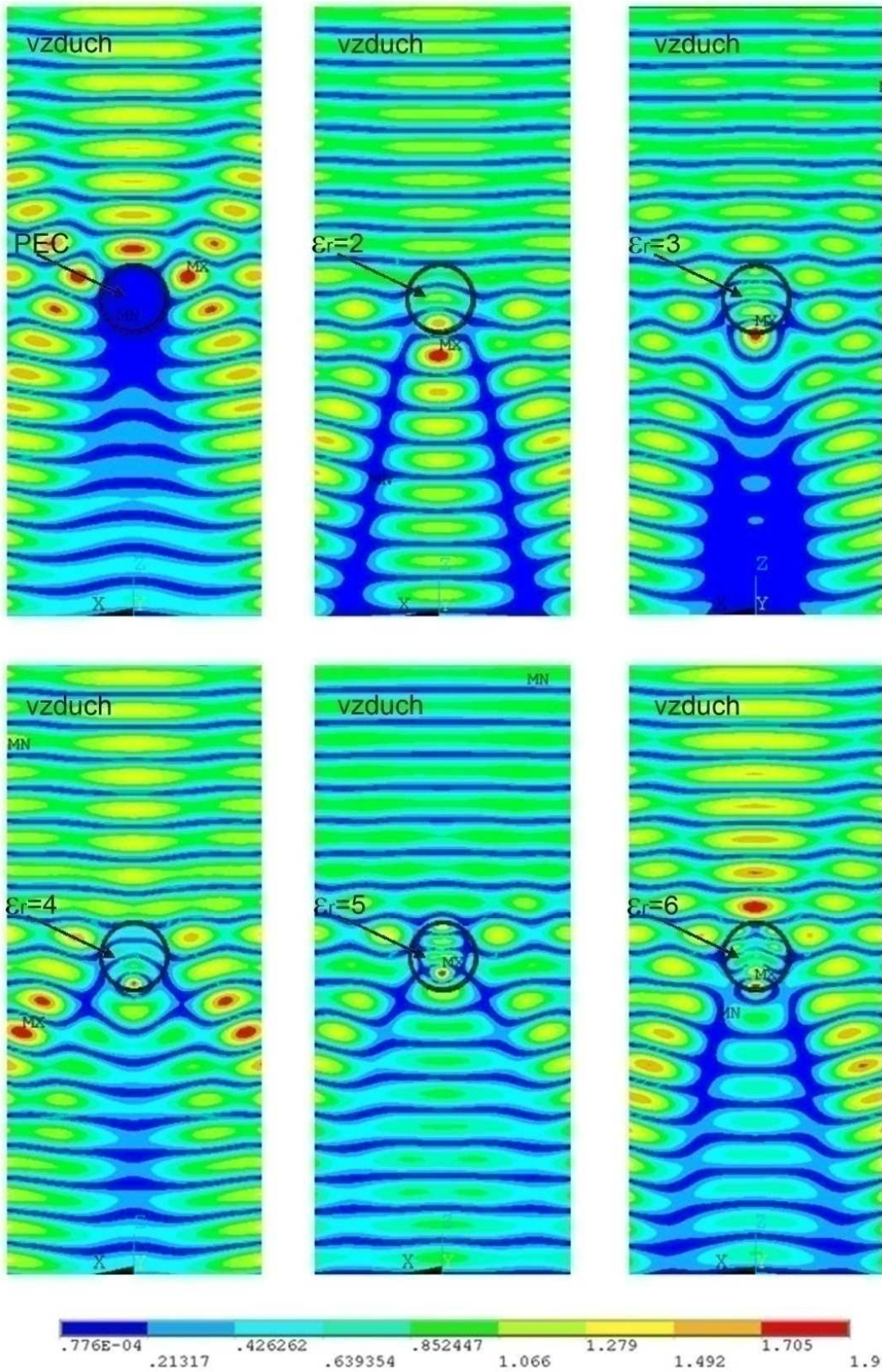
$$C = \frac{1}{L(2\pi f)^2} = \underline{\underline{1.1098 \cdot 10^{-7} \text{F}}} \quad (10.3.2)$$



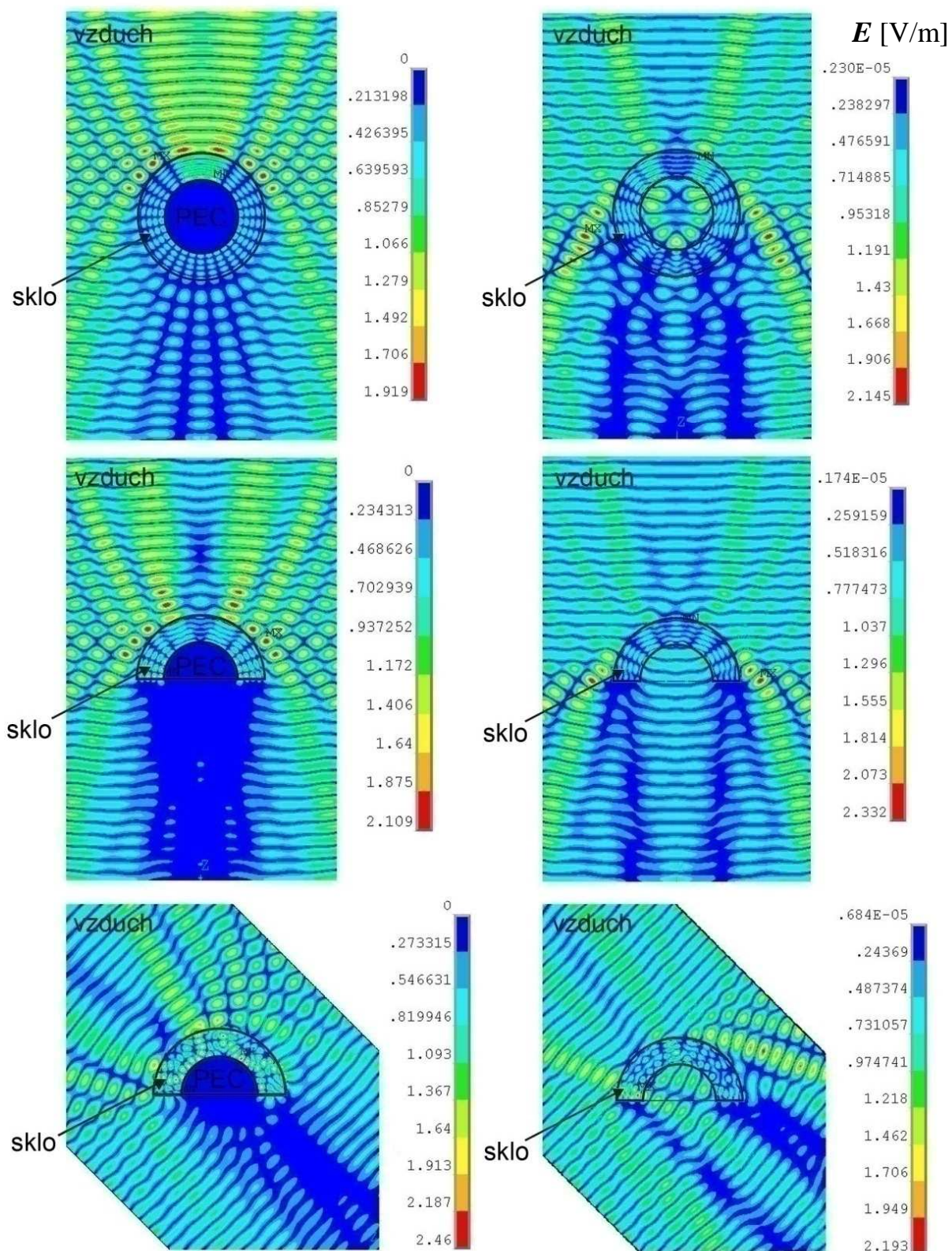
Obr. 10.3.1: Chování rovinné vlny na válcové struktuře pro různé materiálové konstanty, Comsol.



Obr. 10.3.2: Chování rovinné vlny na trubičkové struktuře pro různé materiálové konstanty, Comsol.



Obr. 10.3.1: Chování rovinné vlny na válcové struktuře pro různé materiálové konstanty, Comsol.



Obr. 10.3.4: Chování rovinné vlny na trubičkové struktuře pro různé materiálové konstanty, Ansys.