



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA PODNIKATELSKÁ  
ÚSTAV FINANČÍ

FACULTY OF BUSINESS AND MANAGEMENT  
INSTITUT OF FINANCES

## DEMOGRAFICKÁ ANALÝZA MĚSTA TRUTNOV POMOCÍ ČASOVÝCH ŘAD

DEMOGRAPHIC ANALYSIS OF TOWN TRUTNOV USING TIME SERIES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR  
VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

ZUZANA KRAMÁREKOVÁ  
doc. RNDr. JIŘÍ KROPÁČ, Csc.

BRNO 2012

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Kramářeková Zuzana

---

Daňové poradenství (6202R006)

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách, Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně a Směrnicí děkana pro realizaci bakalářských a magisterských studijních programů zadává bakalářskou práci s názvem:

**Demografická analýza města Trutnov pomocí časových řad**

v anglickém jazyce:

**Demographic Analysis of Town Trutnov Using Time Series**

Pokyny pro vypracování:

Úvod  
Vymezení problému a cíle práce  
Teoretická východiska práce  
Analýza problému a současné situace  
Vlastní návrhy řešení, přínos návrhů řešení  
Závěr  
Seznam použité literatury  
Přílohy

Seznam odborné literatury:

HINDLS, R, aj. Statistika pro ekonomy. 6. vyd. Praha :

Professional Publishing, 2006. 415 s. ISBN 80-86419-99-1.

KOZÁK, J. aj. Úvod do analýzy ekonomických časových řad. 1. vyd. Praha : VŠE, 1994. 208 s.

ISBN 80-7079-760-6.

KROPÁČ, J. Statistika B. 2. vyd. Brno : FP VUT, 2009. 151 s. ISBN 978-80-214-3295-6.

KROPÁČ, J. Statistika C. 1. vyd. Brno : FP VUT, 2008. 103 s. ISBN 978-80-214-3591-9.

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. Jiří Kropáč, CSc.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2011/2012.

L.S.

---

Ing. Pavel Svirák, Dr.  
Ředitel ústavu

---

doc. RNDr. Anna Putnová, Ph.D., MBA  
Děkan fakulty

V Brně, dne 25.05.2012

## **Abstrakt**

Táto bakalárska práca sa zaoberá analýzou vybraných demografických údajov mesta Trutnov. Bola zistená závislosť medzi počtom narodených detí a počtom žiakov nastupujúcich do základných a materských škôl. V práci je skúmaný priebeh ukazovateľov pomocou metódy časových radov, ich charakteristík a sú popísané nezbytné teoretické východiská.

## **Kľúčové slová**

Časové rady, regresná analýza, demografia, trend, prognóza, obyvateľstvo, Trutnov.

## **Abstract**

This Baccalaureate work deals with the analysis of the selected demographic data of Trutnov. The relationship between the number of newborn children and that of enrolled students in nursery and primary schools is found. The indexes are investigated by means of the time series methods, their characteristics and the necessary theoretical background is described.

## **Key words**

Time series, regression analysis, demography, trend, prognosis, population, Trutnov.

## **Bibliografická citácia práce**

KRAMÁREKOVÁ, Z. *Demografická analýza mesta Trutnov pomocou časových radov*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta podnikatelská, 2011. 52 s.  
Vedoucí bakalářské práce doc. RNDr. Jiří Kropáč, CSc.

## **Čestné prehlásenie**

Prehlasujem, že táto bakalárska práca je dieľom pôvodným a spracovala som ju samostatne. Prehlasujem, že citácie všetkých použitých zdrojov sú úplné a že som v tejto práci neporušila autorské práva (v znení Zákona č. 121/2000 Sb. O právu autorském a o právech souvisejících s právem autorským).

V Brne dňa .....

.....

Zuzana Kramáreková

## **Pod'akovanie**

Týmto by som chcela poďakovať vedúcemu mojej bakalárskej práce, doc. RNDr. Jiřímu Kropáčovi, Csc., za všetok čas, pomoc a cenné rady ktoré mi pri jej písaní poskytol. Ďalej by som chcela poďakovať pánovi Mgr. Dušanovi Rejlovi, vedúcemu odd. Školstva a zdravotníctva OSVŠZ MěÚ Trutnov, za poskytnutie informácii o počte žiakov materských a základných škôl mesta Trutnov.

## **Obsah:**

<b>Úvod</b> .....	<b>10</b>
<b>1. Teoretické východiská práce</b> .....	<b>11</b>
<b>1.1. Časové rady</b> .....	<b>11</b>
1.1.1. Delenie časových radov.....	12
1.1.2. Základné charakteristiky časových radov.....	13
1.1.3. Dekompozícia časových radov .....	15
1.1.4. Konštantný trend.....	16
1.1.5. Lineárny trend.....	17
1.1.6. Exponenciálny trend.....	18
1.1.7. Špeciálne nelinearizovateľné funkcie.....	18
<b>1.2. Regresná analýza</b> .....	<b>20</b>
<b>1.3. Demografia</b> .....	<b>22</b>
1.3.1. Vedecké formy demografie.....	22
1.3.2. Veľkosť a štruktúra populácie.....	23
1.3.3. Triedenie populácie.....	24
1.3.4. Biologické kritérium.....	24
1.3.5. Socioekonomické kritérium.....	24
1.3.6. Kultúrne kritérium.....	25
1.3.7. Úmrtnosť.....	26
1.3.8. Pôrodnosť a plodnosť.....	27
1.3.9. Sobášnosť a rozvodovosť.....	27



1.3.10. Migrácia.....	27
<b>2. Praktická časť.....</b>	<b>28</b>
<b>2.1. Mesto Trutnov.....</b>	<b>28</b>
2.1.2. Veková štruktúra obyvateľstva.....	28
2.1.3. Počet obyvateľov.....	31
2.1.4. Počet živých narodených.....	32
2.1.5. Počet zomretých.....	34
2.1.6. Celkový prírastok.....	35
2.1.7. Prirodzená obmena obyvateľov.....	37
2.1.8. Prírastok sťahovaním.....	38
2.1.9. Prírastky.....	40
<b>2.2. Materské a základné školy.....</b>	<b>41</b>
2.2.1. Počet žiakov materských škôl.....	41
2.2.2. Zaplnenie materských škôl.....	42
2.2.3. Počet žiakov základných škôl.....	45
2.2.4. Zaplnenie 1. tried ZŠ.....	47
<b>Záver.....</b>	<b>51</b>
Zoznam použitých zdrojov a literatúry.....	52

## Úvod

Cieľom mojej bakalárskej práce je predovšetkým potvrdenie hypotézy závislosti medzi počtom narodených detí a počtom nastupujúcich žiakov do materských a základných škôl. Na základe tejto analýzy môžem odhadnúť počet nových žiakov v roku 2011 a teda zistiť koľko tried je nutné v tomto roku otvoriť. Počet nastupujúcich žiakov podľa môjho predpokladu súvisí priamo s počtom narodených v predchádzajúcom časovom období a teda celkovou demografickou analýzou.

Vo svojej bakalárskej práci sa teda zameriavam aj na prognózu základných demografických ukazovateľov mesta Trutnov. Jedná sa o demografické ukazovatele, ako je počet obyvateľov, úmrtnosť, pôrodnosť, prírastky a zaplnenosť škôl. Sledovanie týchto údajov je pre každú územnú jednotku dôležité z hľadiska predikcie ich budúceho vývoja a prijatia vhodných opatrení. Bez týchto údajov by napríklad nebolo možné predpokladať budúce potrebné zloženie personálu a taktiež kapacity jednotlivých zdravotníckych stredísk.

Najpoužívanejšia štatistická metóda k určovaniu budúcich hodnôt demografických dát je v súčasnosti metóda časových radov. Takto získané predikcie sú využiteľné vo viacerých sférach, súkromných aj verejných. Podnik napríklad sleduje svoje ekonomické ukazovatele, aby mohol ohodnotiť reálne svoju výkonnosť a bol schopný ju porovnať s konkurenciou. Verejnú sféru som bližšie popísala v predchádzajúcom odstavci. Pre správne použitie tejto metódy, je nutný popis teoretických východísk.

Teoretické východiská tejto metódy popisujem v prvej časti svojej práce. Na ich základe môžem túto metódu aplikovať nielen na všeobecnú demografickú analýzu mesta Trutnov, ale hlavne bližšie popísať mnou predpokladanú závislosť medzi počtom narodených detí a počtom nastupujúcich žiakov.

# 1. Teoretické východiská práce

## 1.1. Časové rady

Pri písaní tejto časti teórie mojej bakalárskej práci som čerpala a citovala skriptá KROPÁČ, J. Statistika.

Ekonomická veda je veda o rozhodovaní. Na zistenie určitého doporučenia môžeme použiť množstvo metód. Vhodnosť vybranej metódy závisí na sledovaných dátach. Keď chceme skúmať výkonnosť podniku jedna z vhodných metód pri chronologicky usporiadaných dátach sú časové rady. Časové rady sú uplatňované v rôznych odboroch, ktoré zdanlivo nemajú nič spoločné. Stretáme sa s nimi vo fyzike, biológii, meteorológii a taktiež demografii, politológii, sociológii a hlavne ekonómii. Význam nadobúdajú nielen v makroekonómii, sledovaní vývoja inflácie a nezamestnanosti, ale aj v mikroekonómii pri vyhodnocovaní tržieb podniku, vývoja aktív, pasív a dôležitých podnikových ukazovateľov. Na základe sledovania vývoju ekonomických ukazovateľov sa dá predvídať ich trend za stávajúcej ekonomickej situácie. Nemôžeme čakať zobrazenie skutočnosti v budúcnosti ale môžeme aspoň zistiť predpoklad akým smerom sa bude približne upierať a na základe toho prijať konkrétne opatrenia.

**„Časovým radom (niekedy chronologickým radom) rozumieme rad hodnôt určitého ukazovateľa, usporiadaného z hľadiska prirodzenej časovej postupnosti. Pritom je nutné, aby vecná náplň ukazovateľa a jeho priestorové vymedzenie boli zhodné v celom sledovanom období.“<sup>1</sup>**

V prípade, že nie sú splnené všetky predpoklady môže byť časový rad tiež použitý, musíme si však údaje vhodným spôsobom upraviť, aby pre nás bol účelný. Časové rady slúžia pre prezentáciu údajov v časovej postupnosti.

---

<sup>1</sup> KROPÁČ J. *Statistika B*, str 114 (preložené autorkou)

### 1.1.1. Delenie časových radov

- Z časového hľadiska poznáme časové rady *okamihové* a *intervalové*. *Okamihové* časové rady sa zostavujú z ukazovateľov vzťahujúcich sa k určitému okamžiku. Zaujíma nás stav veličiny k určitému dňu, napr. počet zamestnancov alebo jednotiek nedokončenej výroby začiatkom roka. *Intervalový* časový rad ukazuje počet vyskytujúcich sa ukazovateľov za časové obdobie, pričom množstvo práve závisí od dĺžky sledovaného obdobia. Preto, aby sme mohli tieto časové rady porovnávať, musia sa vzťahovať na rovnako dlhé sledované obdobia.
- Podľa hľadiska usporiadania ich delíme na *vzostupné* a *zostupné*. Častejšie sa stretávame s radmi *vzostupnými*, ktoré zachovávajú prirodzený časový tok. Na budúci vývoj sa zameriavame častejšie ako pomocou časových rád sledujeme minulosť.
- Podľa dĺžky obdobia sa delia na *krátkodobé* a *dlhodobé*. *Krátkodobé* sa vzťahujú na obdobie kratšie ako rok, napríklad polročné správy. *Dlhodobé* časové rady porovnávajú obdobia ročné, alebo dlhšie ako rok, napríklad výročné správy.
- Podľa možnosti predpovedi ich budúceho priebehu ich delíme na *deterministické* a *stochastické*. *Deterministické* rady sú rady, ktorých budúci priebeh môžeme presne určiť bez akýchkoľvek odchýlok. Narozdiel od nich, rady *stochastické* obsahujú prvok náhody. Takže môžeme iba približne určiť ich budúci priebeh, ale nemáme istotu.
- Podľa pôvodu vzniku porovnaných dát rozlišujeme rady *absolútnych ukazovateľov* a *odvodených charakteristík*. *Absolútne ukazovatele* sú pôvodné údaje sledované za časové obdobie bez akejkoľvek úpravy. Narozdiel od toho *odvodené charakteristiky* predstavujú odvodené pomerové čísla ako rôzne indexy a ukazovatele.

### 1.1.2. Základné charakteristiky časových radov

Pri analýze ekonomických ukazovateľov nás ako prvé zaujíma výpočet elementárnych charakteristík. Pomocou týchto vypočítaných charakteristík určujeme vlastnosti danej časovej rady. Na ich základe môžeme zvoliť vhodnú funkciu na vyrovnanie. Medzi základné charakteristiky patria priemery hodnôt časového radu, diferenciacia prvého rádu, priemerná diferenciacia, koeficient rastu a priemerný koeficient rastu.

- **Výberový priemer intervalového radu** je aritmetický priemer hodnôt v jednotlivých intervaloch. Jeho vzorec je

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i. \quad (1)$$

- **Výberový priemer okamihového radu** používame pokiaľ v skúmanej časovej rade sú sledované obdobia rovnako dlhé. Jeho vzorec je

$$\bar{y} = \frac{1}{n-1} \left[ \frac{y_1}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i + \frac{y_n}{2} \right]. \quad (2)$$

- **Prvá diferenciacia** je hodnota o ktorú sa zmenila súčasná hodnota oproti hodnote minulého sledovaného obdobia. Vyjadruje dynamiku rastu časovej rady. Vypočítame ju ako rozdiel dvoch po sebe idúcich časových období. Ak vypočítané hodnoty kolísajú okolo konštanty môžeme predpokladať, že dáta majú lineárny charakter a vyrovnať ich priamkou. Vzorec pre výpočet prvej diferencie je

$${}_1d_i(y) = y_i - y_{i-1}, \text{ kde } i = 2, 3, \dots, n. \quad (3)$$

- **Priemer prvých diferencií** udáva priemerný prírastok hodnoty oproti minulému časovému obdobiu. Jeho vzorec je

$$\overline{{}_1d(y)} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}. \quad (4)$$

- **Koeficient rastu (poklesu)** je jedna z najčastejších charakteristík. Udáva tempo zmeny hodnoty premenných v čase. Používa sa na posúdenie dynamiky. Keďže sa jedná o pomernú charakteristiku, neudáva sa v pôvodných jednotkách ale formou percent alebo desatinných čísiel. Je to pomer dvoch po sebe sledovaných časových období, pričom v menovateli je hodnota minulá. Pomáha nám vhodne zvoliť funkciu na vyrovnanie dát. Pokiaľ napríklad koeficienty rastu kolísajú okolo konštanty je vhodné použitie exponenciálnej funkcie. Vzorec koeficientu rastu je

$$k_i(y) = \frac{y_i}{y_{i-1}}, \text{ kde } i = 2, 3, \dots, n. \quad (5)$$

- **Priemerný koeficient rastu** je geometrický priemer ktorý vyjadruje priemernú zmenu koeficientu rastu za jednotku času. Jeho vzorec je

$$\overline{k(y)} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}. \quad (6)$$

Spomenuté priemery závisia vždy iba na prvej a poslednej hodnote, ako vidíme vo vzorci 4. a 6. Ak dáta nevykazujú monotónnosť majú tieto pomerové čísla len informatívnu hodnotu.

### 1.1.3. Dekompozícia časových radov

Na rozloženie časových radov je viacero spôsobov. Dekompozícia je vlastne rozklad časového radu na zložky, ktoré môžeme jednotlivo a po častiach skúmať.

Dekompozícia časových radov vychádza z predpokladu, že náhodný proces, ktorý generuje časový rad, je závislý iba na čase. Ďalej sa predpokladá, že časový rad je možné rozdeliť na niekoľko nezávislých zložiek. Tento rozklad sa uskutočňuje preto, lebo je jednoduchšie identifikovať postupne chovanie jednotlivých zložiek, ako chovanie celej rady. Trend časovej rady určujeme na základe grafického znázornenia. To nám pomáha zvoliť vhodnú funkciu.

**Klasický prístup** ju dekomponuje na štyri zložky:

- trendovú zložku  $T_i$
- sezónnu zložku  $S_i$
- cyklickú zložku  $C_i$
- náhodnú zložku  $\epsilon_i$

Pokiaľ je tvar aditívny, môžeme časový rad vyjadriť súčtom jednotlivých zložiek. Jeho tvar je nasledujúci

$$y_i = T_i + S_i + C_i + \epsilon_i, \text{ kde } i = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

Multiplikačný tvar sa dá logaritmovaním previesť na aditívny preto sa s ním v praxi častejšie stretávame. Pri určitých časových radoch môžu v ich dekompozícii niektoré zložky chýbať.

- **Trendová zložka** je najdôležitejšia. Je to tendencia vývoja hodnôt ovplyvnená rôznymi faktormi, ktoré závisia na skúmaných informáciach. Môže vykazovať tendenciu rastúcu, klesajúcu alebo konštantnú. Ako príklady môžeme uviesť sociálnu politiku štátu, reguláciu trhu štátom či vnútorné predpisy firmy.

- **Sezónna zložka** vyjadruje pravidelne opakujúce sa vplyvy závisiace na období roku. Z tohoto dôvodu skúma obdobia kratšie ako jeden rok. Zmeny týchto cyklov vyžadujú adekvátnu reakciu. Jedná sa napríklad o vplyv ročného obdobia.

- **Cyklická zložka** pre ktorú platia podobné vlastnosti ak pre sezónnu, má rozdiel v dĺžke sledovaného cyklu. Jedná sa o kolísanie v dôsledku dlhodobého trendu. Ako najčastejší príklad môžeme uviesť hospodársky cyklus.

- **Náhodná zložka** sa taktiež nazýva nesystematická, úbytková alebo reziduálna. Obsahuje nepredvídateľne javy, chyby v meraní, náhodu a zaokrúhľovanie.

#### 1.1.4. Konštantný trend

Tento trend môžeme vyjadriť pomocou vzorca

$$\eta(i) = b_1, \text{ kde } i = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

Je to najjednoduchší trend. Časová rada kolísava okolo konštanty. Odhad parametru  $b_1$  vypočítame jako aritmetický priemer sledovaných hodnôt.

$$b_1 = \bar{y} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n}, \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (9)$$



### 1.1.5. Lineárny trend

Lineárny trend vykazujú hodnoty pravidelne vzostupné alebo klesajúce. Vyvíjajú sa pravidelným konštantným tempom. Klasický príklad je regresná priamka. Môžeme ho vyjadriť pomocou vzorca

$$\eta(i) = b_1 + b_2 i, \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (10)$$

Koeficient  $b_1$  je priesečník osy  $y$  s regresnou priamkou. Jej sklon ku ose  $x$  vyjadruje koeficient  $b_2$ . Je to odhad prírastku strednej hodnoty závislej premennej pri jednotkovej zmene nezávislej premennej.

$$b_1 = \bar{y} - b_2 \bar{i}, \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (11)$$

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^n i y_i - \bar{i} \sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n i^2 - n \bar{i}^2}, \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (12)$$

kde výberový priemer  $i$  vypočítame pomocou vzorca

$$\bar{i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n i_i. \quad (13)$$

### 1.1.6. Exponenciálny trend

Model exponenciálneho trendu je

$$\eta(i) = b_1 b_2^i, \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (14)$$

Vzorce pre výpočet odhadov sú ( $m$  je počet hodnôt)

$$b_1 = \sqrt[m]{\frac{y_i + m}{y_i}}, \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (15)$$

$$b_2 = \frac{y_i}{b_1^i}, \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (16)$$

### 1.1.7. Špeciálne nelinearizovateľné funkcie

V ekonomickej praxi sa môžeme stretnúť s tromi základnými nelinearizovateľnými funkciami.

*Modifikovaný exponenciálny trend*- jedná sa o funkciu ktorá je zhora alebo zdola ohraničená. Vzorec funkcie je

$$\eta(i) = b_1 + b_2 b_3^i, \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (17)$$

Pri výpočte modifikovaného exponenciálneho trendu musí byť počet pôvodných dát deliteľný tromi. Rozdelíme tak dáta do skupín, napr. tri skupiny po tri hodnoty, pokiaľ pôvodný počet hodnôt bol deväť.

Odhady jeho parametrov vypočítame ( $h$  je rozdiel medzi nezávislými hodnotami, teda dĺžka kroku;  $m$  je počet prvkov v jednej skupine)

$$b_3 = \left[ \frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} \right]^{1/mh}, \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (18)$$

$$b_2 = (S_2 - S_1) \frac{b_3^h - 1}{b_3^{x_1} (b_3^{mh} - 1)^2}, \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (19)$$

$$b_1 = \frac{1}{m} \left[ S_1 - b_2 b_3^{x_1} \frac{1 - b_3^{mh}}{1 - b_3^h} \right], \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (20)$$

$S_1, S_2$  a  $S_3$  sú súčty, ktoré určíme

$$S_1 = \sum_{i=1}^m y_i \quad S_2 = \sum_{i=m+1}^{2m} y_i \quad S_3 = \sum_{i=2m+1}^{3m} y_i. \quad (21)$$

*Logistický trend* má inflexný bod. Táto funkcia je ohraničená aj zdola aj zhora. Jej vzorec je

$$\eta(i) = \frac{1}{b_1 + b_2 b_3^i}, \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (22)$$

Vzorce odhadov sú rovnaké ako v modifikovanom exponenciálnom trende, iba predpisy súčtov sú rozdielne.

$$S_1 = \sum_{i=1}^m \frac{1}{y_i} \quad S_2 = \sum_{i=m+1}^{2m} \frac{1}{y_i} \quad S_3 = \sum_{i=2m+1}^{3m} \frac{1}{y_i}. \quad (23)$$

*Gompertzova krivka* má inflexiu a je ohraničená zhora aj zdola. Krivka je nesymetrická okolo inflexného bodu, kde väčšina bodov leží za týmto bodom. Jej vzorec je

$$\eta(i) = e^{b_1 + b_2 b_3^i}, \text{ kde } i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (24)$$

U tejto krivky je tiež predpis parametrov rovnaký jako u modifikovaného exponenciálneho trendu a opäť sa líšia súčty.

$$S_1 = \sum_{i=1}^m \ln y_i \quad S_2 = \sum_{i=m+1}^{2m} \ln y_i \quad S_3 = \sum_{i=2m+1}^{3m} \ln y_i \quad (25)$$

## 1.2. Regresná analýza

Regresná analýza je označenie rodiny štatistických metód, ktoré sa zameriavajú na popis dátových súborov, získaných pozorovaním, pomocou funkcií. Dátovými súbormi v tejto bakalárskej práci pre jednoduchosť myslíme dvojice  $x, y$ , kde  $x$  je nezávislá skalárna veličina a  $y$  meraná skalárna premenná závislá na hodnotách  $x$ . Cieľom regresnej analýzy je eliminovať vplyv náhody v pozorovaných hodnotách  $y$  a získať funkciu vďaka ktorej je možné predpovedať hodnoty  $y$  pre iné  $x$  ako sú tie, ktoré sú uvedené v súbore. Závislosť  $y$  na  $x$  očakávame v tvare funkcie  $y = f(x)$ . Regresná analýza pomáha vybrať vhodnú funkciu  $f(x)$  a optimalizovať jej parametre.

Predpokladajme, že máme  $n$ -ticu dvojíc  $x_i, y_i$ , kde  $i=1, \dots, n, n > 2$ . Očakávame, že sa dá závislosť  $y_i$  na  $x_i$  popísať pomocou funkcií  $f(x; b_1, \dots, b_p; e)$ , kde  $b_1, b_2, \dots, b_p$  sú parametre, ktoré pomocou regresnej analýzy určujeme tak, aby funkcia  $f()$  popisovala dátový súbor čo možno najpresnejšie. Vplyv náhody je potom vyjadrený náhodnou veličinou  $e$ , ktorej strednú hodnotu považujeme za nulovú. Postupujeme pri regresnej analýze tak, že zvolíme rôzne funkcie  $f()$  a optimalizujeme ich parametre tak, aby sa dosiahlo najlepšej zhody každej funkcie s meraným súborom dát. Ako najvhodnejšiu potom vyberieme tu

funkciu, ktorá popisuje dátový súbor najlepšie. Týmto spôsobom sa pomocou regresnej analýzy nepriamo odhaduje funkcia, vhodná k popisu dát.

Regresná analýza sa často využíva pri skúmaní časových radov, kedy nezávislou premennou  $x$  sú hodnoty časového intervalu (najčastejšie rok alebo mesiac). Cieľom je obvykle predpovedať hodnoty závislej premennej (počet obyvateľov, žiakov atď.) v budúcnosti. V ďalšej časti popíšeme niektoré metódy k nájdeniu vhodných funkcií popisujúcich časový vývoj zkúmaných veličín.

## 1.3. Demografia

V nasledujúcej časti teórie som čerpala a citovala knihu KLUFOVÁ, R., POLÁKOVÁ Z. *Demografické metódy a analýzy*

„Demografia ako veda o ľudskej populácii (obyvateľstve) objasňuje teóriu a pojmy, ktoré používa, k popisu demografickej skutočnosti. Pomocou demografickej štatistiky analyzuje demografickú situáciu. Umožňuje bližšie pochopiť správanie človeka ako jednotlivca, ako aj skupiny tých byvatel'ov, ktorí pracujú s ľudským potenciálom.,“<sup>2</sup>

Pojem demografia sa používa od konca 19. storočia vo všetkých svetových jazykoch. Preložiť sa dá pojmom „národopis“. Vychádza z gréckych pojmov démos- národ a graphein- písať. Demografia je vedecké štúdium ľudských populácií, zaoberajúce sa ich veľkosťou, štruktúrou, vývojom a ďalšími znakmi predovšetkým z kvantitatívneho hľadiska. V demografii sa termín populácie často zamieňa pojmom obyvateľstvo. *Obyvateľstvo* je súbor osôb vymedzených územne. Medzi ich charakteristiky patrí veková alebo národnostná štruktúra. *Populácia* je súbor určitého živočíšneho druhu, na vymedzenom území medzi ktorými prebieha reprodukcia, ktoré majú spoločný jazyk, kultúru, mentalitu a psychologické založenie.

### 1.3.1 Vedecké formy demografie

*Teoretická demografia*- Predstavuje teoretické východisko ostatných disciplín. Zaoberá sa štúdiom demografických procesov zo všeobecného a abstraktného hľadiska, výkladom pojmov a skúmaním základných metodologických princípov a demografických javov a procesov.

*Popisná demografia*- Jej predmetom je veľkosť, územné rozloženie, štruktúra a vývoj obyvateľstva. Jej zistenia sú nesmierne dôležité pre štátne, regionálne a hospodárske útvary ako aj pre viaceré vedné disciplíny ktoré sa tiež zaoberajú obyvateľstvom.

---

2 KLUFOVÁ, R., POLÁKOVÁ Z. *Demografické metódy a analýzy*, Str 11

*Matematická a štatistická demografia (demografická štatistika)*- Zhromažďuje údaje o obyvateľstve pre ich správne posúdenie a spracovanie. Používa matematické a štatistické metódy pri analýzach demografických procesov.

*Ekonomická demografia (sociodemografia, spoločenská demografia)*- Zaoberá sa ekonomickými aspektmi reprodukcie obyvateľstva, mechanizmom vzájomných vzťahov ekonomických a demografických procesov. Analyzuje demografické javy ako následok ekonomickej situácie a v obrátenom vzťahu vplyv demografickej situácie na ekonomickú oblasť.

*Regionálna demografia*- Zaoberá sa regionálnymi rozbormi. Je to ekonomická demografia v regionálnom použití. Používa analýzu demografickej situácie obyvateľstva v regióne a berie ohľad na ekonomickú aktivitu jej obyvateľov. Medzi skúmané oblasti patrí mortalita, sobášne, rozvodovosť, pôrodnosť, migrácia, atď.

*Historická demografia*- Zaoberá sa historickými podmienkami a zákonitosťami rozvoja obyvateľstva a histórie ľudskej civilizácie.

*Paleodemografia*- Študuje demografický vývoj prehistorickej populácie. Čerpá z archeologických poznatkov.

*Sociálna demografia*- Zaoberá sa sociálnymi a populačnými javmi spoločnosti a vzájomnými vplyvmi medzi rôznymi populáciami.

### **1.3.2. Veľkosť a štruktúra populácie**

Veľkosť populácie je zaujímavá z dvoch hľadísk. Jedným je presný údaj k časovému okamžiku, vyjadrujúci veľkosť a štruktúru sledovanej populácie. Druhý je zmena (pohyb), ktorá nastala v sledovanej populácii za časovú jednotku, kedy najčastejšie používaná časová jednotka býva obdobie kalendárneho roku. Zmena je uskutočňovaná z viacerých príčin. Jedná sa o počet narodených detí, rozvodovosť, sobášne, potraty ale hlavne migrácia.

### **1.3.3. Triedenie populácie**

Populáciu triedime podľa troch najpoužívanejších kritérií. Hovoríme o biologických, socioekonomických a kultúrnych kritériách.

### **1.3.4. Biologické kritérium**

Analyzuje populáciu podľa biologických kritérií ako vek, pohlavie, zdravotný stav a pod. Tieto skúmania sú dôležité nielen pre samotnú demografiu ale aj pre ostatné vedy ako je sociológia a ekonómia. Dopad týchto prieskumov na ekonomickú aktivitu je obrovský. Ktorá populácia by chcela disponovať neproduktívnymi jedincami? Produktívny vek je obdobie v ktorom je väčšina obyvateľov ekonomicky aktívna, jedná sa o rozmedzie 15 až 62 rokov. V tomto období väčšina populácie prispieva hlavne do verejného rozpočtu, ktorý sa snaží podporovať nie tak trhovo výhodné odvetvia. Medzi tieto odvetvia patrí školstvo, zdravotníctvo, kultúra ale aj prerozdelenie dôchodku medzi sociálne slabé vrstvy a vyplácanie starobných dôchodkov. Zároveň každú vyspelú ekonomiku, a hlavne jej obyvateľov zaujíma zdravotný stav a starostlivosť, ktorá tento zdravotný stav pomáha zlepšovať. Súčasným trendom je snaha o znižovanie úmrtnosti a chorobnosti. Bohužiaľ, nie každá choroba sa dá vyliečiť. Sledovanie týchto ukazovateľov je dôležité pre možné predchádzanie negatívnych následkov. Rozdelenie podľa pohlavia je smerodajné kvôli (vo vyspelých štátoch) udržiavaniu populácie a zamedzovaniu jej vymieraniu.

### **1.3.5. Socioekonomické kritérium**

„Socioekonomické kritérium analyzuje obyvateľstvo podľa triednej a sociálnej príslušnosti, podľa stupňa economickej aktivity, podľa príslušnosti k hospodárskym odvetviam, podľa povolania (baníci, zdravotníci, učitelia, atď.), kvalifikácie, funkčného zaradenia atď.“



Podľa ekonomickej aktivity rozlišujeme ekonomicky aktívne obyvateľstvo a ekonomicky neaktívne obyvateľstvo.

Medzi ekonomicky aktívne obyvateľstvo radíme:

- zárobkovo činné osoby (zamestnanci, podnikatelia),
- pomáhajúci členovia rodiny,
- nezamestnané osoby (produktívny vek bez práce)
- osoby zdržané od výkonu zamestnania (odsúdení v produktívnom veku).

Medzi ekonomicky neaktívne obyvateľstvo radíme:

- osoby pripravujúce sa na povolanie
- ženy v domácnosti a rodinný príslušníci (deti do 15 rokov a ďalší vyživovaní členovia rodiny bez dôchodku)
- dôchodcovia s vlastným dôchodkom
- rentieri (renta je majetkový výnos)
- osoby vo verejnej starostlivosti (prist'ahovalci, bezdomovci)

Podľa rodinného stavu sa obyvatelia delia na slobodných, ženatých (vydatých), rozvedených a ovdovených.

### **1.3.6. Kultúrne kritérium**

„*Kultúrne kritérium* analyzuje obyvateľstvo podľa vzdelania, národnosti, materinského jazyka, náboženstva, štátnej príslušnosti atď.“<sup>3</sup>

Vzdelanie rozlišujeme bez vzdelania, základné, odborné, stredoškolské a vysokoškolské, ktoré môže byť až tretieho stupňa.

Dôležitá je tiež rasová a národná príslušnosť. Medzi týmito dvoma pojmami je pri tom veľký rozdiel.

---

3 KLUFOVÁ, R., POLÁKOVÁ Z. *Demografické metódy a analýzy*, Str. 68, (preložené autorkou)

*Rasová diferenciácia* predstavuje dedičné vlastnosti a genetické vybavenie vytvorené u určitej populácie v dôsledku dlhodobého pôsobenia rozdielnych geografických podmienok. Jedná sa o dlhodobý proces. Rozlišujeme tri základné rasy: europoidnú, mongoloidnú a ekvatoriálnu. V dôsledku historického a geografického vzájomného územného pôsobenia rozlišujeme aj zmiešané a prechodné typy. Nové rozdelenia zahrňujú oceánskou, australoidnou a amerikoidnou rasou (Indiáni).

*Národná diferenciácia* znamená historickú príslušnosť k určitému národu.

„Národ predstavuje historickú formu ľudskej spoločnosti, ktorá vznikla na základe pevného spoločenstva, hospodárskeho života, spoločného územia, kultúry, spôsobu života, tradícii a hlavne jazyka.“<sup>4</sup>

Práve jazyk býva najčastejšie najdôležitejší faktor pri ich určení.

*Náboženstvo* v súčasnosti ovplyvňuje správanie ľudí vo vysokej miere. Morálne zásady vštepované ľuďom od narodenia ich nútia dodržiavať tzv. „morálne zásady“ daného vierovyznania.

### **1.3.7. Úmrtnosť**

Úmrtnosť je podiel zomretých z určitej skupiny za dané časové obdobie. Je to historicky prvý demografický ukazovateľ, ktorý sa začal sledovať, keďže u určitých populácií sa už nejedná o úmrtnosť ale vymieranie. V súčasnosti sa nejedná len o sledovanie množstva zomretých, ale snaží sa postihnúť aj konkrétne dôvody a trendy jednotlivých úmrtí.

---

4 KLUFOVÁ, R., POLÁKOVÁ Z. *Demografické metódy a analýzy*, Str 69, (preložené autorkou)

### **1.3.8. Pôrodnosť a plodnosť**

Pôrodnosť udáva pomer narodených z určitej populácie za dané časové obdobie. Pôrodnosť danej populácie ovplyvňuje nielen plodnosť, ale aj potratovosť, či už chcená alebo nechcená. U ženy sa sleduje reprodukčné obdobie, ktoré určuje obdobie počas ktorého je žena plodná a zároveň schopná porodiť potomka. Potratovosť je špecifická, keďže neexistuje všeobecne používaná definícia potratu.

### **1.3.9. Sobášnosť a rozvodovosť**

Sobášnosť sleduje množstvo svadieb ako hromadný jav. V súčasnej situácii neovplyvňuje vývoj populácie v tej miere ako v minulosti, keďže v našej kultúre je možné mať rodinu aj bez svadby. Rozvodovosť je sledovanie množstva rozvodov ako hromadný jav.

### **1.3.10. Migrácia**

„Pod pojmom migrácia rozumieme mechanický pohyb obyvateľstva. Ide o pohyb v rámci územnej jednotky (štátu) v horizontálnom smere (vidiek - mesto) a vertikálnom smere (mesto - mesto, resp. vidiek - vidiek), ale aj pohyb cez hranicu štátu, t.j. medzištátny pohyb. Môžeme tiež hovoriť o fyzickej alebo zemepisnej mobilite.“<sup>5</sup>

---

5 KLUFOVÁ, R., POLÁKOVÁ Z. *Demografické metódy a analýzy*, Str 214, (preložené autorkou)

## 2. Praktická časť

### 2.1. Mesto Trutnov

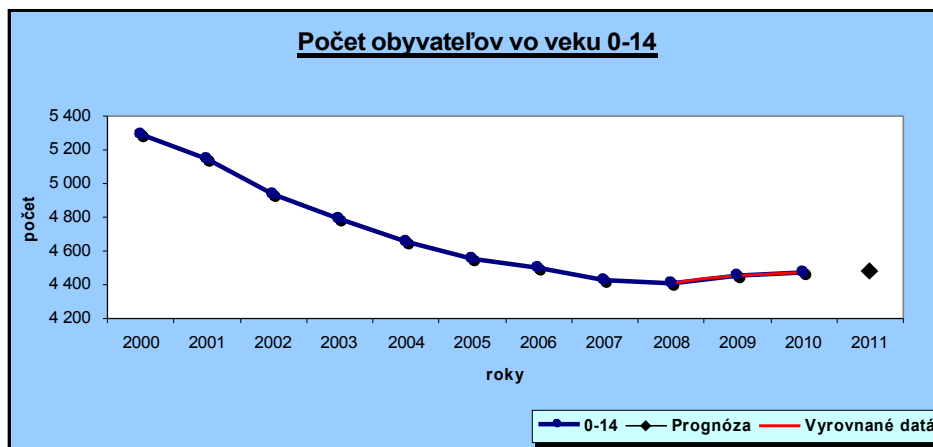
Mesto Trutnov je okresné mesto, nachádzajúce sa v Královohradeckom kraji v severovýchodných Čechách. Má približne 34 000 obyvateľov aj s okolitými obcami a rozlohu 10 336 ha. Zastúpenie tu má elektrotechnický, potravinársky (pivovar Krakonoš), energetický, kožušnícky a textilný priemysel. Je významným železničným uzlom.

#### 2.1.2. Veková štruktúra obyvateľstva

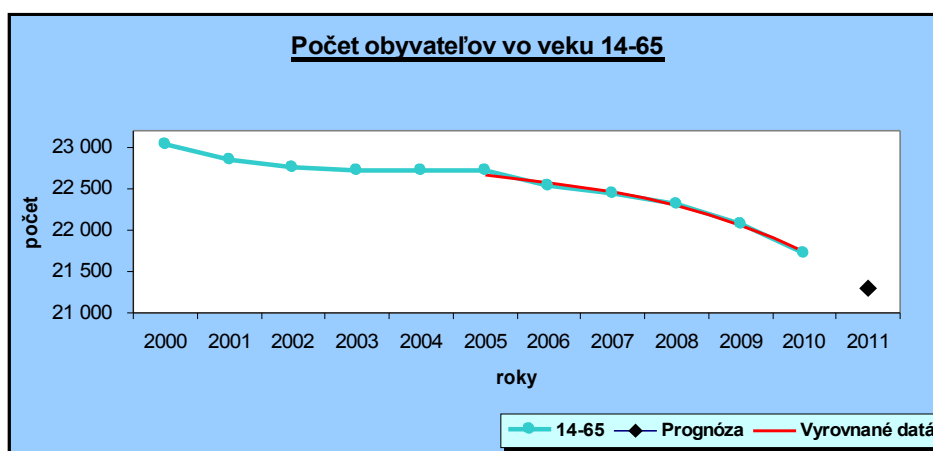
Rok	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
0-14	5 294	5 147	4 932	4 792	4 651	4 554	4 502	4 428	4 412	4 457	4 473
15-64	23 039	22 854	22 762	22 725	22 714	22 714	22 532	22 440	22 304	22 076	21 721
65+	3 809	3 858	3 894	3 881	3 874	3 927	4 075	4 125	4 323	4 472	4 625

*Tabuľka č. 1: Vývoj počtu obyvateľov podľa vekových skupín v rokoch 2000-2010,  
Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie*

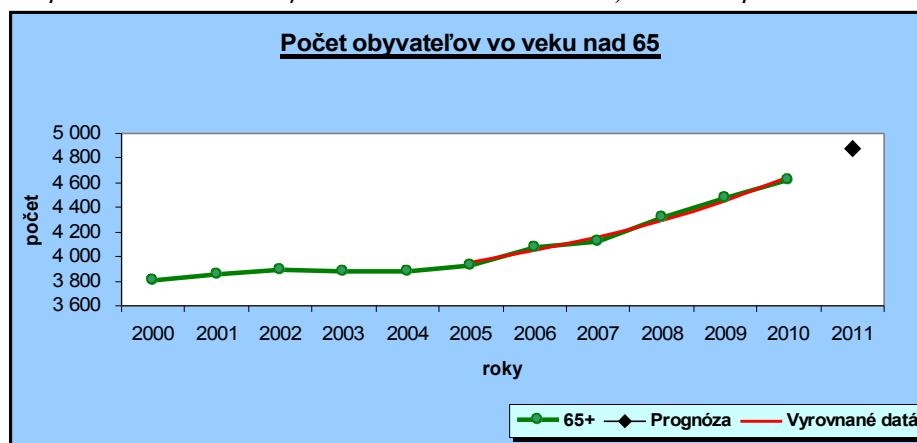
Počet obyvateľov je jeden z najsledovanejších demografických ukazovateľov. Je závislý od viacerých faktorov, ktorými sa budeme neskôr zaoberať. Okrem demografických je závislý aj na kvalite života v meste, kvalite vzdelania alebo množstva pracovných príležitostí. Počet obyvateľov mesta Trutnov vykazuje klesajúci trend. K 31.12.2010 bol počet jeho obyvateľov 30 819. Počet žien prevažuje, je ich 15 993, pričom mužov bolo 15 012. Počet žien aj počet mužov vykazuje rovnakú znižujúca sa tendenciu. Veková štruktúra sa však nevyvíja rovnakým tempom. Počet obyvateľov do 14 rokov klesal ale v posledných troch rokoch vykazuje mierne rastúci trend. Naopak počet obyvateľov vo veku 15-64 stále klesá. Počet ľudí nad 65 rokov vykazuje rastúcu tendenciu, tieto osoby nie sú ekonomicky aktívne, a preto je tento záver síce predpokladaný ale znepokojujúci. Na nasledujúcich grafoch zobrazujem časový vývoj všetkých spomínaných vekových skupín spolu aj s prognózou pre rok 2011. Jedná sa o vývoj trendu vekového rozloženia obyvateľvo mesta Trutnov od roku 2000.



Graf č. 1: Vývoj vekovej skupiny 0-14r. v rokoch 2000-2010 a prognóza pre rok 2011: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie



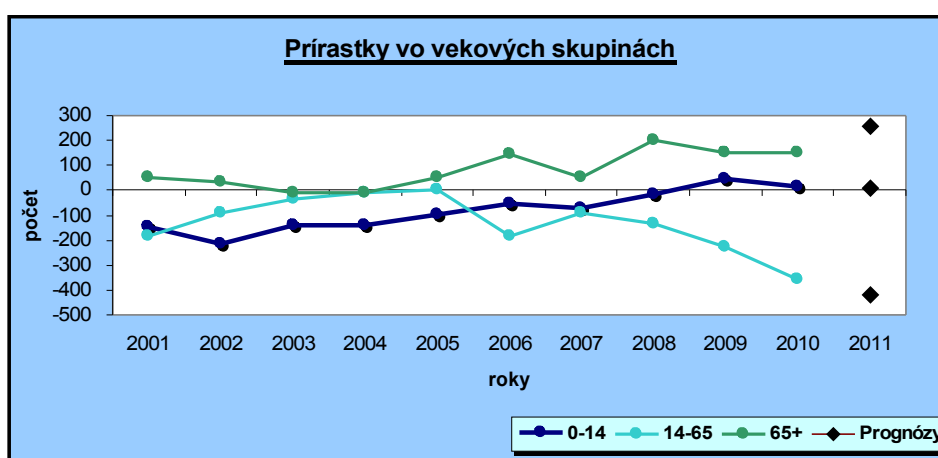
Graf č. 2: Vývoj vekovej skupiny 14-65r. v rokoch 2000-2010 a prognóza pre rok 2011: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie



Graf č. 3: Vývoj vekovej skupiny 65+r. v rokoch 2000-2010 a prognóza pre rok 2011: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie

Údaje som vyrovnávala modifikovaným exponenciálnym trendom. V grafe číslo 1. som použila posledné tri hodnoty a v grafoch 2. a 3. posledných šesť hodnôt. Zvolená metóda preloženia zjavne popisuje z týchto dát budúci trend realistickejšie než takto urobená prognóza z dát za všetky sledované obdobia. Preto som zvolila tento postup pri výpočtoch. Predpisy a vypočítané hodnoty uvádzam nižšie.

$$\begin{aligned}\eta_1(i) &= 4481,83 - 273380,34 \cdot 0,36^i. \\ \eta_2(i) &= 22906,15 - 48,81 \cdot 1,37^i. \\ \eta_3(i) &= 3511,06 + 173,87 \cdot 1,20^i.\end{aligned}$$



Graf č. 4: Prírastky vo vekových skupinách v rokoch 2000-2010 a prognóza pre rok 2011: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie

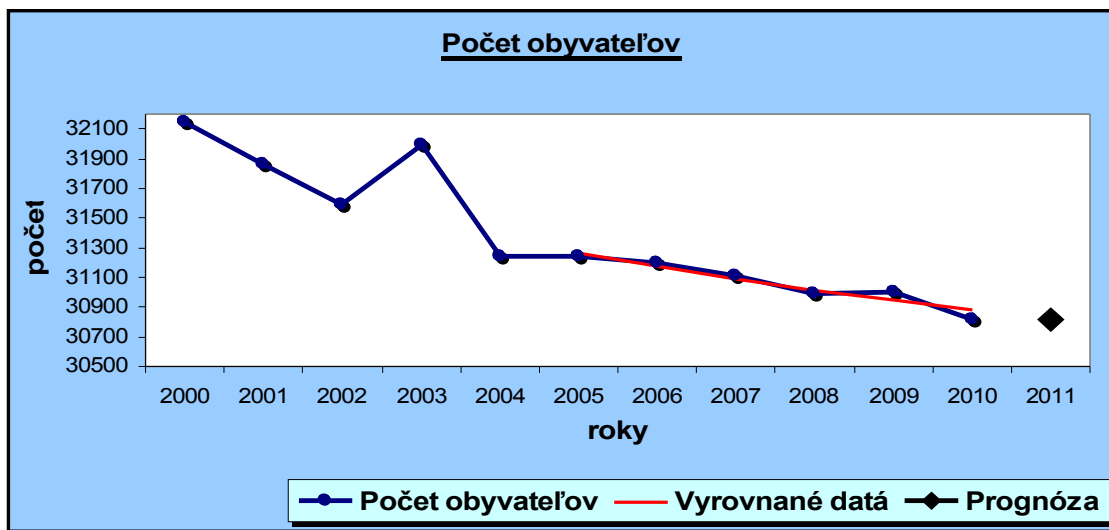
V predchádzajúcom grafe sú celkové prírastky každej vekovej skupiny oproti minulému časovému obdobiu. Súčasťou grafu sú aj predpokladané hodnoty pre rok 2011. Z grafu vyplýva, že počet detí do 14 rokov pomaly rastie ale iba za posledné tri roky. Počet ľudí nad 65 rokov má celý čas rastúcu tendenciu. Produktívnych jedincov je však stále menej. Napriek rastúcej tendencii počtu detí, je ich ročný prírastok menší ako ročný prírastok osôb nad 65 rokov.

**Z týchto údajov jasne vyplýva prognóza, že počet obyvateľov mesta Trutnov nad 65 rokov sa bude zvyšovať a počet ekonomicky aktívneho obyvateľstva rapídne klesať.**

### 2.1.3 Počet obyvateľov

Roky	yi	1di(y)	ki(y)
2000	32142	xxx	xxx
2001	31859	-283	0,99
2002	31588	-271	0,99
2003	31998	410	1,01
2004	31239	-759	0,98
2005	31239	0	1
2006	31195	-44	1
2007	31109	-86	1
2008	30993	-116	1
2009	31005	12	1
2010	30819	-186	0,99

Tabuľka č. 2: Počet obyvateľov v rokoch 2000-2010: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie



Graf č. 5: Vývoj počtu obyvateľov v rokoch 2000-2010 a prognóza pre rok 2011: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie

Sledovanie počtu obyvateľov je pre každé mesto dôležité. Mestu Trutnov síce mierne, ale stále klesá počet obyvateľov. Táto tendencia môže mať veľký dopad na jeho budúcnosť. Avšak je to iba aktuálny vývoj, ktorý sa môže zmeniť.

Počet obyvateľov vykazuje mierne klesajúcu tendenciu. Na vyrovnanie som použila modifikovaný exponenciálny trend. Do výpočtu som dosadila iba hodnoty od roku 2004 ktoré sú ustálené a trend je ľahko poznateľný.

$$\eta(i) = 30196,41 + 1661,24 \cdot 0,92^i$$

Roky	$\eta_i$
2011	30818

Tabuľka č. 3: Prognóza počtu obyvateľov pre rok 2011, vlastné spracovanie

**Prognóza pre rok 2011 predpokladá znovu nižšiu hodnotu. Počet obyvateľov by mal byť približne 30 818. Podľa doterajšieho priebehu sa ale v nasledujúcich rokoch ich počet zrejme ustáli.**

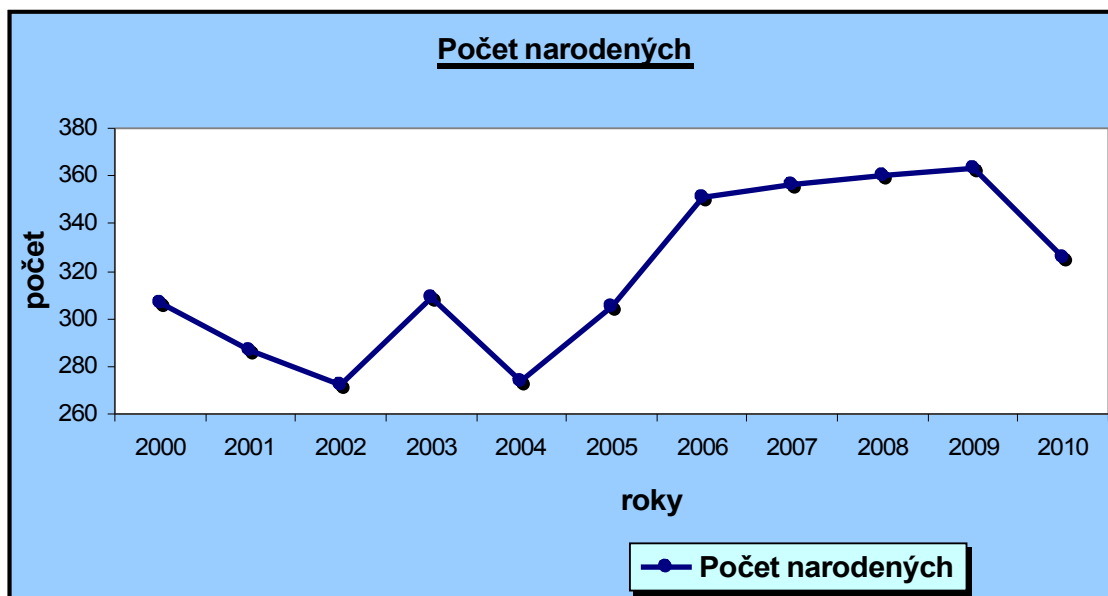
#### 2.1.4. Počet živých narodených

Roky	$y_i$	$1di(y)$	$ki(y)$
2000	307	xxx	xxx
2001	287	-20	0,93
2002	272	-15	0,95
2003	309	37	1,14
2004	274	-35	0,89
2005	305	31	1,11
2006	351	46	1,15
2007	356	5	1,01
2008	360	4	1,01
2009	363	3	1,01
2010	326	-37	0,9

Tabuľka č. 4: Počet živých narodených v rokoch 2000-2010:

Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie





Graf č. 6: Vývoj počtu živých narodených v rokoch 2000-2010: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie

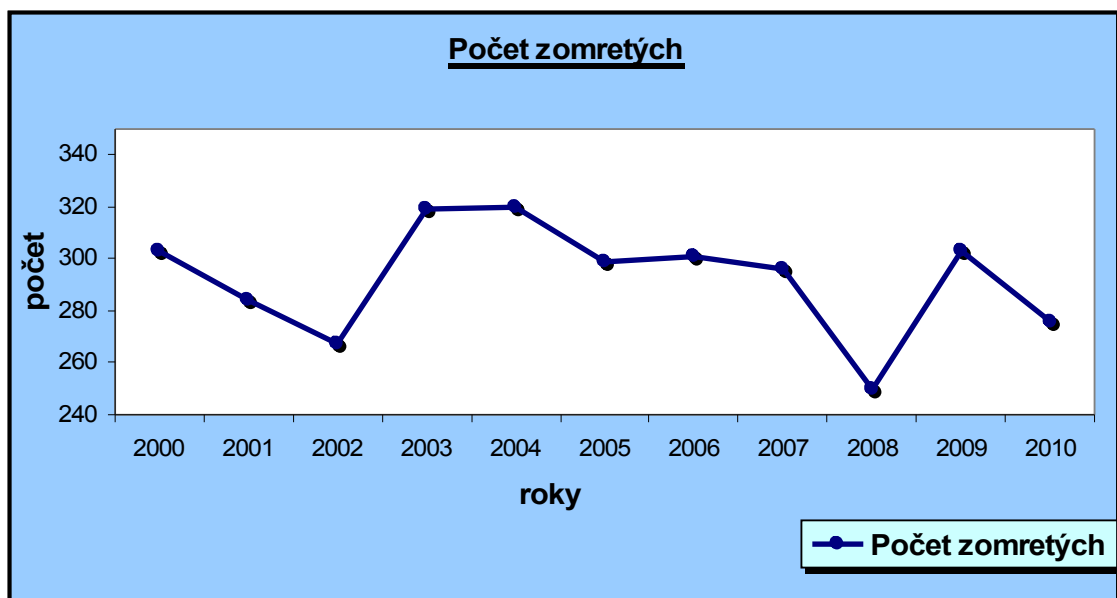
Demografický vývoj vybranej oblasti vždy ovplyvňuje prírastok živo narodených. Plod považujeme za živo narodený, pokiaľ vykazuje aspoň jednu zo známok života. Medzi známky života radíme srdcový tep, dýchanie, pulzácia pupočníku alebo aktívny pohyb kosteného svalstva. I keď plod čoskoro po pôrode prestane vykazovať známky života, pokiaľ pri pôrode vykazoval iba jednu, stále sa považoval za živo narodený. Z grafu je vidieť, že tzv. „babyboom“ z rokov 2004 až 2009 už pominul. Z dôvodu krízy si stále viac ľudí rozmyslí finčné dôsledky založenia rodiny.

**Z predchádzajúceho grafu vyplýva, že počet živo narodených v meste Trutnov narastal, ale v roku 2010 nastal pokles. Dáta bohužiaľ nevykazujú zjavný trend preto som ich nevyrovnávala pre rok 2011. Predpokladám kelasajúcu hodnotu.**

## 2.1.5. Počet zomretých

Roky	yi	1di(y)	ki(y)
2000	303	xxx	xxx
2001	284	-19	0,94
2002	267	-17	0,94
2003	319	52	1,19
2004	320	1	1
2005	299	-21	0,93
2006	301	2	1,01
2007	296	-5	0,98
2008	250	-46	0,84
2009	303	53	1,21
2010	276	-27	xxx

Tabuľka č. 5: Počet zomretých v rokoch 2000-2010: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie



Graf č. 7: Vývoj počtu zomretých 2000-2010: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie

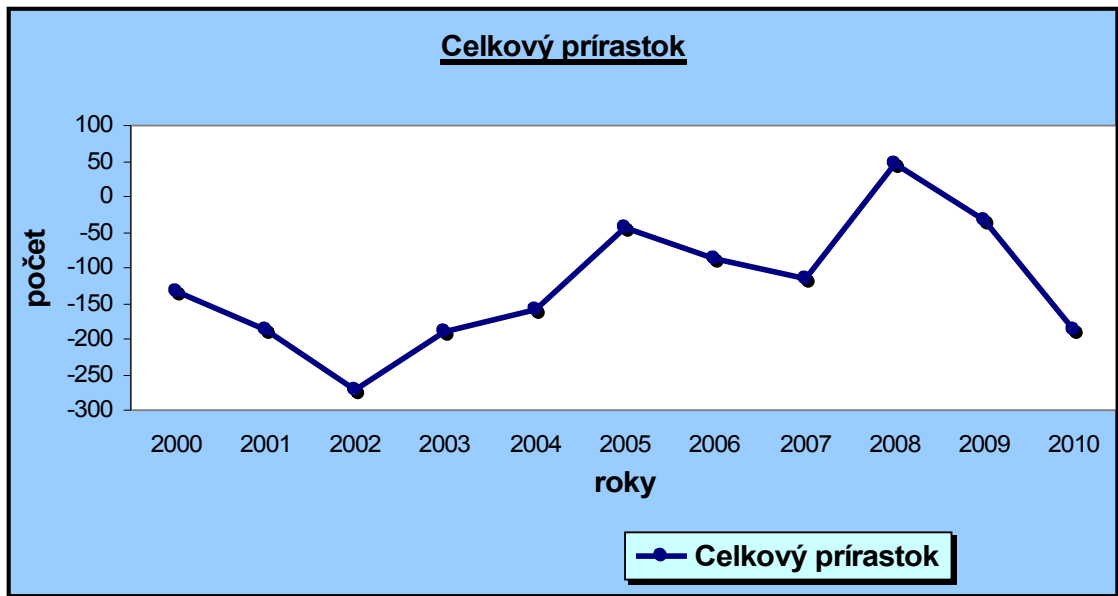
Zhruba do konca 18. storočia bola svetová miera úmrtnosti jednotná, približne 30-35 %. Počas nasledujúcich rokov vo vyspelých zemiach klesla iba na 10%. Dôvodom tohoto zníženia je menší rozsah epidémii, zvýšenie produkcie potravín, technologický pokrok, zlepšenie dopravy ale hlavne pokroky v medicíne. Počet zomretých v nadchádzajúcej tabuľke v meste Trutnov kolísá okolo konštanty. Hrubá miera úmrtnosti sa vypočíta pomerom počtu zomretých ku strednému stavu obyvateľstva a vynásobeným 1000. Počet obyvateľov mesta klesá a počet zomretých kolísá okolo konštanty. Môžeme konštatovať, že hrubá miera úmrtnosti sa postupne blíži k hodnote 10 ‰. V roku 2000 bola jej hodnota 9,43‰ zatiaľ čo v roku 2009 je 9,78‰.

**Počet zomretých vykazuje dlhodobu konštantný trend. Hodnoty sú zobrazené v predchádzajúcom grafe. Nepredpokladám väčší výkyv okolo konštanty.**

### 2.1.6. Celkový prírastok

Roky	y <sub>i</sub>	1di(y)	ki(y)
2000	-134	xxx	xxx
2001	-188	-54	1,4
2002	-271	-83	1,44
2003	-190	81	0,7
2004	-159	31	0,84
2005	-44	115	0,28
2006	-86	-42	1,95
2007	-116	-30	1,35
2008	46	162	-0,4
2009	-34	-80	-0,74
2010	-186	-152	5,47

*Tabuľka č. 6: Celkový prírastok v rokoch 2000-2011: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie*



*Graf č. 8: Vývoj celkového prírastku v rokoch 2000-2010: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie*

Celkový prírastok berie v úvahu nielen počet narodených a umretých, ale aj prírastok vzniknutý sťahovaním. Jedná sa o veličinu, ktorá presne zobrazuje zmenu počtu obyvateľov vzhľadom za predchádzajúce časové obdobie, ktoré trvá jeden kalendárny rok. Táto zmena môže byť záporná alebo kladná.

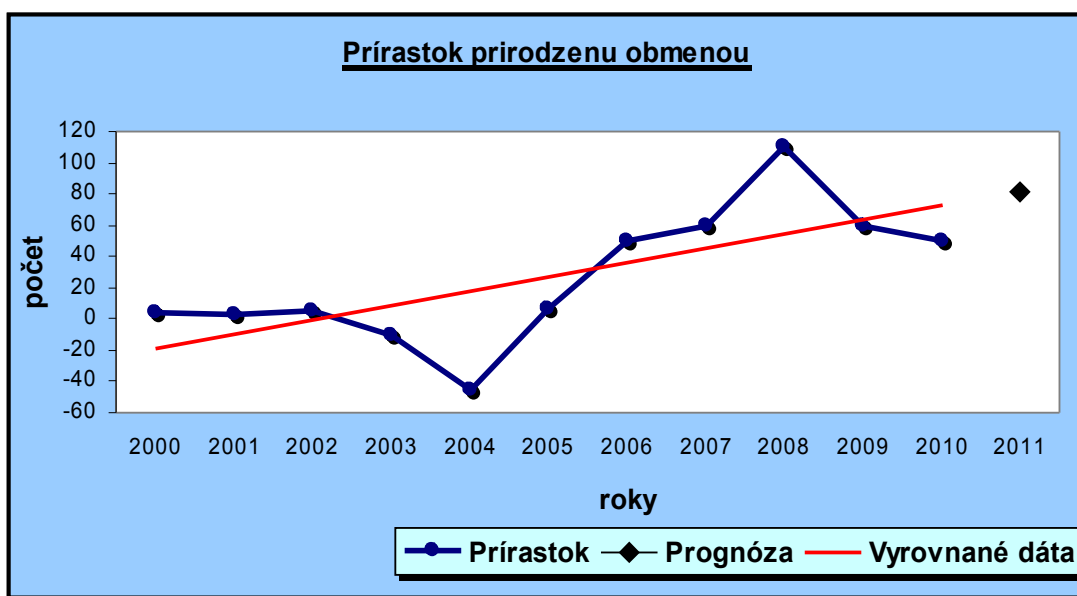
Z tabuľky č. 6. vyplýva, že za uplynulé roky bol tento celkový prírastok väčšinou záporný, ale postupne sa miera poklesu znižuje, až na posledný rok. Prírastok sa mierne zvyšoval ale bohužiaľ v roku 2010 nastal obrovský pokles, aj z tohto dôvodu som dáta nevyrovnávala. Príliš kolísajú. Dôvodom tohto obrovského poklesu je finančná kríza.

**Napriek faktu, že sa narodilo viac ľudí ako umrelo, narodilo sa ich menej ako predchádzajúci rok. Tento trend som popísala v predchádzajúcej kapitole. Okrem menšieho počtu narodených sa zmenšil aj počet prisťahovaných. Preto predpokladám do budúcnosti znižovanie celkového prírastku.**

## 2.1.7. Prirodzená obmena obyvateľov

Rok	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Počet živo narodených	307	287	272	309	274	305	351	356	360	363	326
Počet zomretých	303	284	267	319	320	299	301	296	250	303	276
Prírastok prirodzenou obmenou	4	3	5	-10	-46	6	50	60	110	60	50

Tabuľka č. 7: Prirodzený prírastok v rokoch 2000-2010: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie



Graf č. 9: Vývoj prirodzeného prírastku v rokoch 2000-2010 a prognóza pre rok 2011: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie

Prirodzený úbytok vyjadruje zmenu medzi počtom zomretých a narodených. Nezahrňuje vplyv migrácie a ostatných javov. Dáta nevykazujú v posledných rokoch lepšie popísateľný trend, preto chyba výpočtu môže byť vysoká. Podľa môjho odhadu vykazujú rastúcu lineárnu tendenciu, zobrazenú červene v predchádzajúcom grafe.

$$\eta(i) = 9,17 \cdot i - 28,491$$

<i>Roky</i>	$\eta i$
<b>2011</b>	81,58

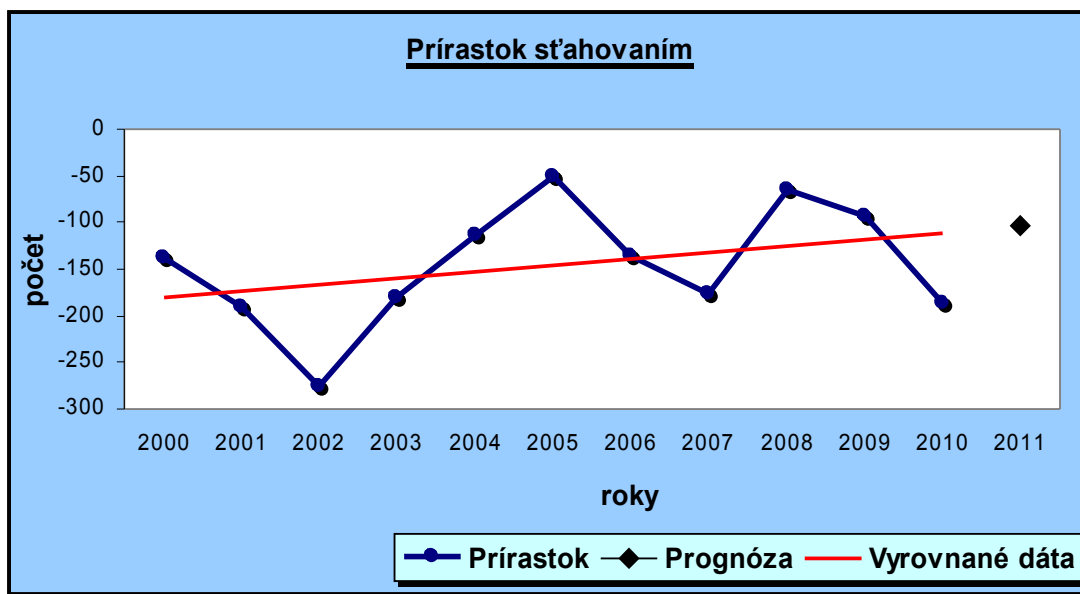
Tabuľka č. 8: Prognóza počtu obyvateľov pre rok 2011, vlastné spracovanie

Prírastok prirodzenou obmenou zjavne vykazuje mierne rastúcu tendenciu kolísajúcu okolo priamky. Na základe tohto predpokladu je hodnota pre rok 2011 vypočítaná podľa vzorca číslo 27. vo výške 82.

### 2.1.8 Prírastok sťahovaním

<b>Rok</b>	<b>2000</b>	<b>2001</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>
<b>Prisťahovaní</b>	335	354	445	483	490	584	508	487	601	548	511
<b>Vysťahovaní</b>	473	545	721	663	603	634	644	663	665	642	747
<b>Prírastok sťahovaním</b>	-138	-191	-276	-180	-113	-50	-136	-176	-64	-94	-186

Tabuľka č. 9: Prírastok sťahovaním v rokoch 2000-2010: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie



Graf č. 10: Vývoj prírastku sťahovaním v rokoch 2001-2010 a prognóza pre rok 2011: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie

Migrácia je presun, spravidla značného množstva jedincov určitej skupiny z jedného miesta na iné, kde sa usídlia. Prírastok sťahovaním sleduje prírastok alebo úbytok obyvateľstva z dôvodov odsťahovania a prisťahovania obyvateľov.

$$\eta(i) = 6,99 \cdot i - 187,76$$

Roky	$\eta i$
2011	-104

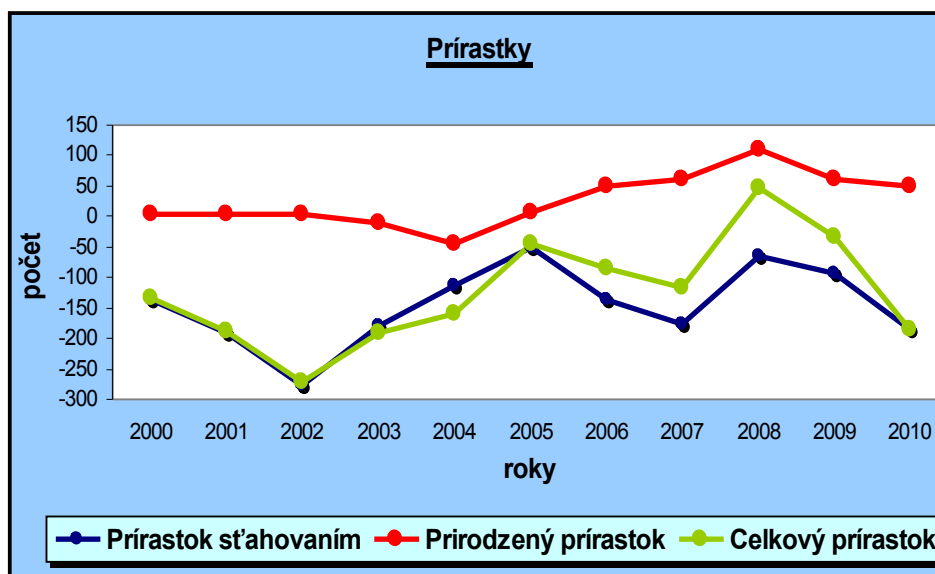
Tabuľka č. 10: Prognóza prírastku sťahovaním pre rok 2011, vlastné spracovanie

Dáta znovu kolísajú okolo priamky. Použila som na výpočet regresnú priamku ktorej predpis je vo vzorci číslo 28. Na základe tejto regresie predpokladám hodnotu -104 pre rok 2011. Jedná sa síce o zápornú hodnotu, samotný trend ale vykazuje celkovo rastúcu tendenciu, keďže postupne sa bude odsťahovávať stále menej obyvateľov.

## 2.1.9 Prírastky

Rok	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
celkový prírastok	-134	-188	-271	-190	-159	-44	-86	-116	46	-34	-186
prírodný prírastok	4	3	5	-10	-46	6	50	60	110	60	50
prírastok sťahovaním	-138	-191	-276	-180	-113	-50	-136	-176	-64	-94	-186

Tabuľka č. 11: Prírastky v rokoch 2000-2010: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie



Graf č. 11: Vývoj prírastkov v rokoch 2001-2010: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie

V tejto kapitole porovnávam celkový prírastok s ostatnými prírastkami, z ktorých sa hlavne skladá. Z grafu č. 11 vyplýva, že celkový prírastok a prírastok sťahovaním až do roku 2005 boli približne rovnaké. Do tohoto roku bol prírodný prírastok blízko pri nulovej hodnote. Od roku 2006 celkový prírastok síce kopíruje krivku prírastku sťahovaním, ale výrazne viac sa uplatňuje aj prírastok prírodný, ktorý má od tohto roku prevážne rastúcu tendenciu. Od roku 2006 majú teda krivky celkového prírastku a prírastku sťahovaním podobný tvar, sú ale voči sebe posunuté. Okrem celkového prírastku vykazujú ostatné prírastky dlhodobu mierne rastúcu tendenciu. Celkový prírastok však vykazuje v posledných dvoch rokoch výrazný pokles, daný predovšetkým migráciou obyvateľov z mesta a teda tiež poklesom prírastku sťahovaním.



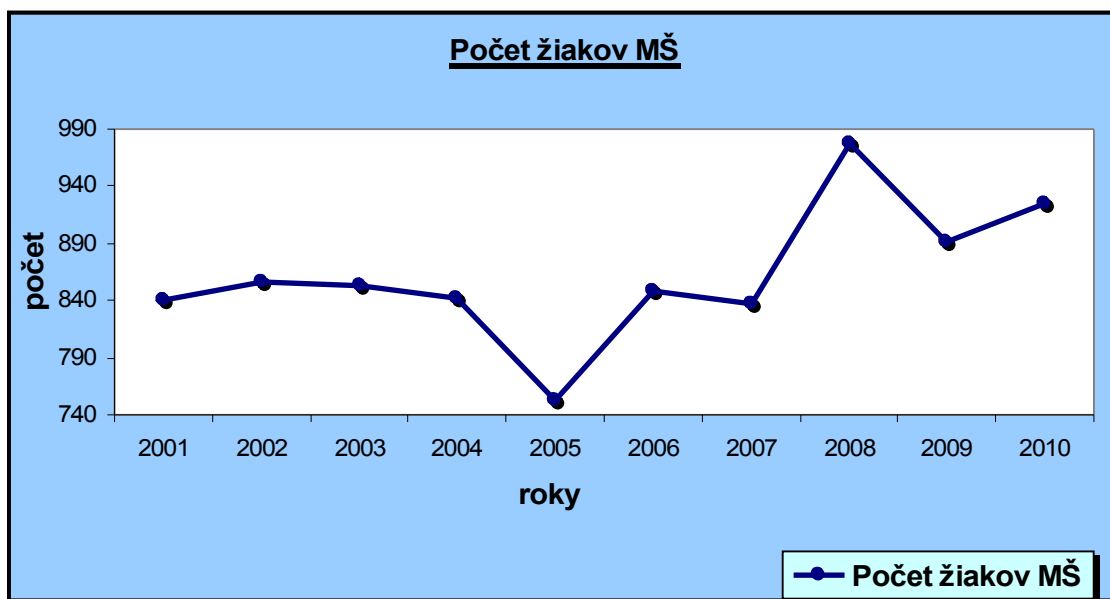
## 2.2. Materské a základné školy

### 2.2.1. Počet žiakov materských škôl

Roky	yi	1di(y)	ki(y)
2001	840	xxx	xxx
2002	857	17	1,02
2003	853	-4	1
2004	842	-11	0,99
2005	833	-9	0,99
2006	848	15	1,02
2007	837	-11	0,99
2008	866	29	1,03
2009	892	26	1,03
2010	924	32	1,04

Tabuľka č. 12: Počet žiakov MŠ v rokoch 2001-2010: Zdroj:

Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie



Graf č. 12: Vývoj počtu žiakov MŠ v rokoch 2001-2010: Zdroj: Školství a zdravotníctví

OSVŠZ MěÚ Trutnov, vlastné spracovanie

V nasledujúcich kapitolách sa zameriam na potvrdenie hypotézy vplyvu medzi počtom narodených detí a časovo posunutou radou žiakov materských škôl. Predpokladám, že výsledkom pomeru týchto časových radov budú koeficienty kolisajúci okolo konštanty. Výpočet tohto koeficientu zaisťuje možnosť spočítať predpokladané počty žiakov a následne vypočítať množstvo otvorených tried. Počty žiakov je možno vďaka dostupným údajom prognózovať pre rok 2011. Počet žiakov materských škôl za sledované obdobie vykazuje podobné kolísavé trendy ako počet narodených. Počty žiakov 1. tried materských škôl sa bohužiaľ nesledujú.

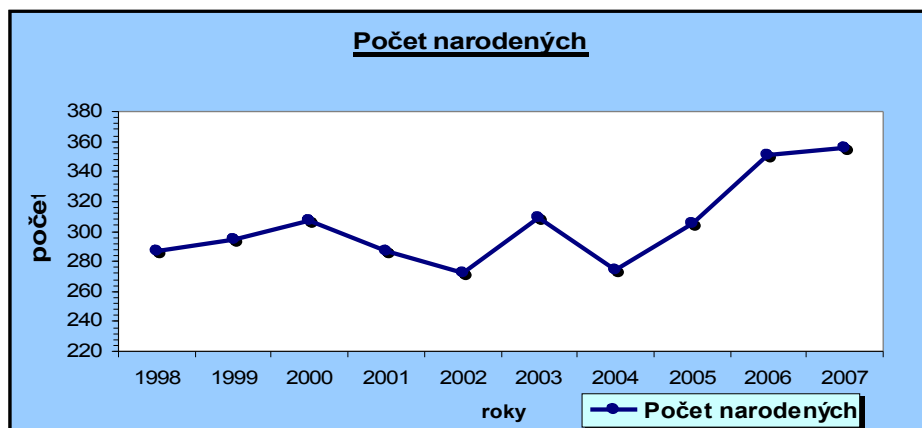
**Celkový počet žiakov materských škôl nevykazuje trend, ako je vidieť v predchádzajúcom grafe.**

Práve pre výpočet počtu žiakov materských škôl je možné použiť závislosť medzi počtom narodených a počtom žiakov materských škôl.

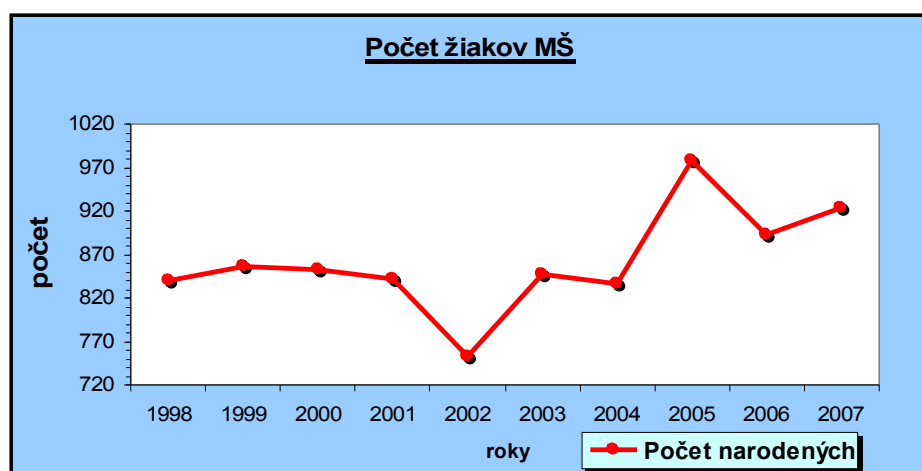
### 2.2.2 Zaplnenie materských škôl

Roky	98/01	99/02	00/03	01/04	02/05	03/06	04/07	05/08	06/09	07/10
Počet narodených	287	295	307	287	272	309	274	305	351	356
Počet žiakov MŠ	840	857	853	842	833	848	837	866	892	924
Počet narodených / Počet žiakov MŠ	0,34	0,34	0,36	0,34	0,33	0,36	0,33	0,35	0,39	0,39

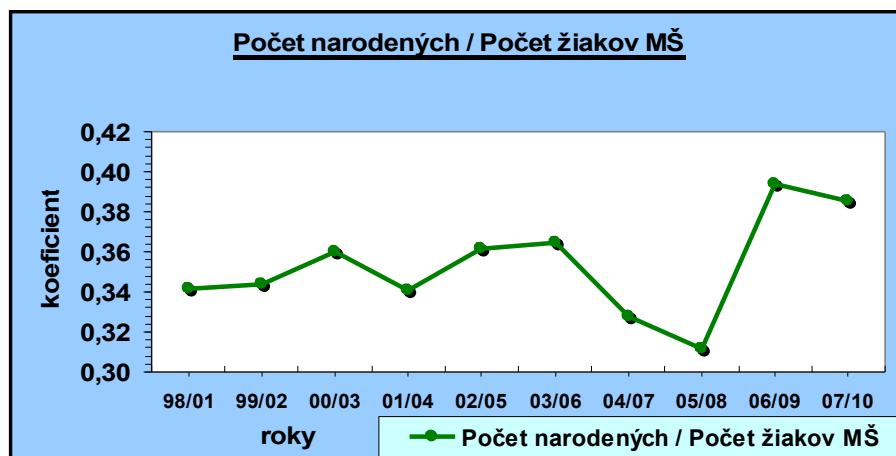
*Tabuľka č. 13: Koeficienty zaplnenia v rokoch 1998/2001-2007/2010: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, Školství a zdravotnictví OSVŠZ MěÚ Trutnov, vlastné spracovanie*



Graf č. 13: Vývoj počtu narodených v rokoch 1998-2007: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie



Graf č. 14: Vývoj počtu žiakov MŠ v rokoch 2001-2010 : Zdroj: Školství a zdravotníctví OSVŠZ MěÚ Trutnov, vlastné spracovanie



Graf č. 15: časový vývoj koeficientu zaplnenia MŠ: Zdroj: Školství a zdravotníctví OSVŠZ MěÚ Trutnova, Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie

V prechádzajúcich grafoch je zjavná závislosť. V druhom grafe je časový rad počtu žiakov materských škôl posunutý o tri roky. Vďaka tomuto posunutiu som dokázala vypočítať koeficienty zaplnenia  $Z_{i/j}$ . Výpočet tohoto koeficientu som si odvodila nižšie. Jedná sa o pomer v každom roku medzi počtom narodených a počtom žiakov materských škôl posunutých o tri roky. Z týchto pomerov sa určí priemer, ktorého výsledná hodnota je 0,35. Pomocou tohto koeficientu je možné prognózovať budúci vývoj a množstvo žiakov materských škôl.

$$\frac{x_i}{y_j} = Z_{i/j} \Rightarrow \bar{Z} = 0,35 \Rightarrow y_j = x_i / \bar{Z}$$

Množstvo nastupujúcich žiakov do prvých tried materských škôl sa nesleduje. Je to dané viacerými faktormi, predovšetkým ale táto dochádzka nie je povinná. Matky majú aj rôzne dlhé materské dovolenky a mnohé sú ženami v domácnosti, ktoré majú deti doma do doby než nastúpia do školy. Častokrát pred ukončením materskej dovolenky majú druhé dieťa a radšej si nechávajú obidve doma. Táto závislosť teda nemá priamu vypovedajúcu hodnotu. Nemohla som porovnať počty narodených a nastupujúcich detí do prvých tried materských škôl. Dá sa vypočítať koeficient zaplnenosti materských škôl porovnaním počtu všetkých žiakov materských škôl v určitom roku a počtu detí narodených o tri roky skôr.

Vyťaženosť materských škôl je pritom v posledných rokoch maximálna. Keby sme porovnali škôlky v Trutnove a v okolitých obciach, tak za posledné roky bol v Trutnove počet žiakov na triedu vždy maximálny, teda 28. Iba výnimočne objavíme v meste 26 alebo 27 žiakov na triedu. Naopak v okolitých obciach toto nie je pravidlom. Materské školy v meste sú teda zjavne považované za viac exkluzívne.

Dáta vykazujú podobné trendy, a navzájom sa ovplyvňujú. Na ich základe, môžeme prognózovať počet žiakov materských škôl o tri roky neskôr, keďže koeficienty kolísajú okolo konštanty. Jeho priemerná hodnota je 0,35 po zaokrúhlení. Koeficient je priemer pomerov medzi počtom narodených detí a počtom žiakov materských škôl časovo posunutý. Na základe tohto koeficientu dokážeme prognózovať počet žiakov

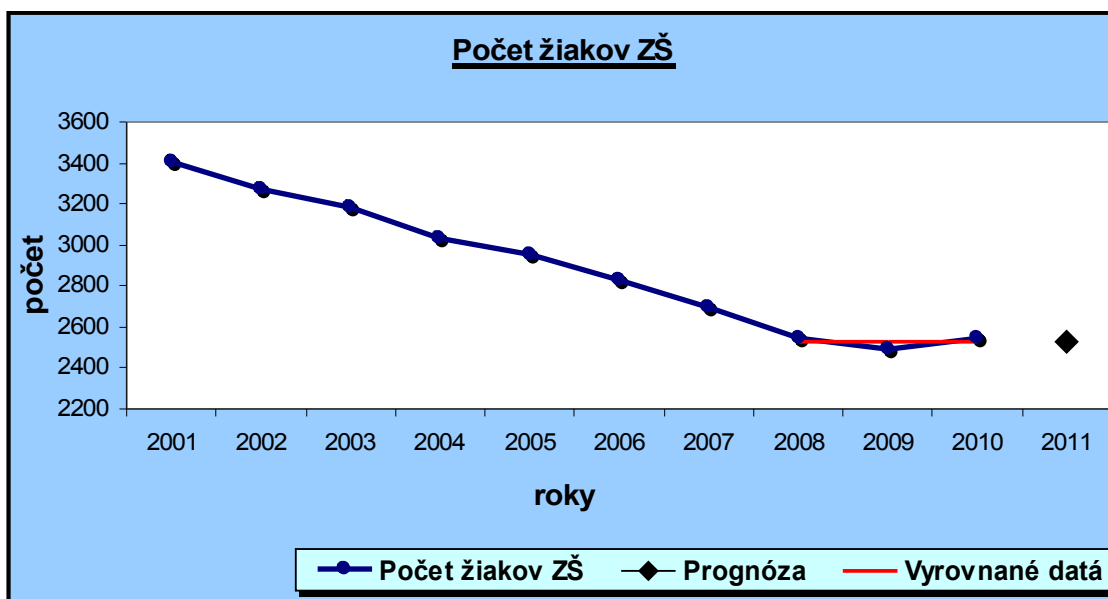
materských škôl pre rok 2011. Táto hodnota je iba hrubý odhad. Výpočet neurčuje počet novo nastúpených detí. Jedná sa o celkový počet žiakov materských škôl. Podľa mojich výpočtov však vieme vypočítať zmenu žiakov v materských školách, a to tak, že od predpokladanej hodnoty odpočítame hodnotu pre predchádzajúci rok. Vplyv prestupov pritom zanedbávam, čo veľmi dobre zodpovedá skutočnosti. Zmena oproti roku 2010 bude kladná a to vo výške 94, podľa mojej prognózy.

**Podľa vypočítaného koeficientu predpokladáme, že počet žiakov materských škôl bude 1018. Maximálny počet žiakov v triede je 28, doporučujem preto pre rok 2011 otvoriť tri triedy pre najmladšie deti. Otvárať štvrtú je zbytočné. Keďže sa podobný počet detí narodil v rokoch 2006 a 2007, zdá sa rozumné uplatniť odhad pre rok 2011 aj pre ďalšie roky.**

### 2.2.3. Počet žiakov základných škôl

Roky	yi	1di(y)	ki(y)
2000	3528	xxx	xxx
2001	3401	-127	0,96
2002	3276	-125	0,96
2003	3186	-90	0,97
2004	3034	-152	0,95
2005	2949	-85	0,97
2006	2833	-116	0,96
2007	2692	-141	0,95
2008	2547	-145	0,95
2009	2496	-51	0,98
2010	2546	50	1,02

*Tabuľka č. 14: Vývoj počtu žiakov ZŠ v rokoch 2000-2010 :Zdroj: Školství a zdravotnictví OSVŠZ MěÚ Trutnov, vlastné spracovanie*



Graf č. 16: Vývoj počtu žiakov ZŠ v rokoch 2001-2010 a prognóza 2011: Zdroj: Školství a zdravotníctví OSVŠZ MěÚ Trutnov, vlastné spracovanie

Povinnosť školskej dochádzky je daná zákonom. Nejedná sa iba o povinnosť, ale hlavne o právo. Každému dieťaťu v školskom veku musí byť umožnené navštevovať základnú školu.

Najprv som sa zamerala na celkový počet žiakov základných škôl. Žiaci nastupujú na základnú školu priemerne v šiestom roku života, a táto charakteristika zahrňuje súčasne 9 rôznych ročníkov. Preto nemusí mať podobný priebeh ako počet živých narodených v predchádzajúcich časových obdobiach. Tento trend je vidieť v tabuľke č. 14 a grafe č. 16, kedy sa klesajúci počet žiakov postupne vyrovnáva vďaka rastúcej tendencii počtu živo narodených

Počet žiakov ZŠ som vyrovnávala lineárnou funkciou, ktorá tento trend najlepšie popisovala. Vzhľadom na to, že dáta vykazujú zjavne klesajúcu tendenciu až na posledné roky, použila som pre vyrovnávanie práve iba posledných 3 rokov. Počet narodených detí v posledných rokoch stúpa, predpokladáme preto do budúcnosti rastúci trend. Jedná sa ale až o otázku dlhodobšieho výhľadu.

Predpis lineárneho trendu, použitého pre regresiu, je:

$$\eta(i) = -0,5 \cdot i + 2530,7.$$

Pomocou tohto predpisu sa dá vypočítať prognóza pre rok 2010. Predpokladáme hodnotu celkového počtu žiakov základných škôl vo výške 2529.

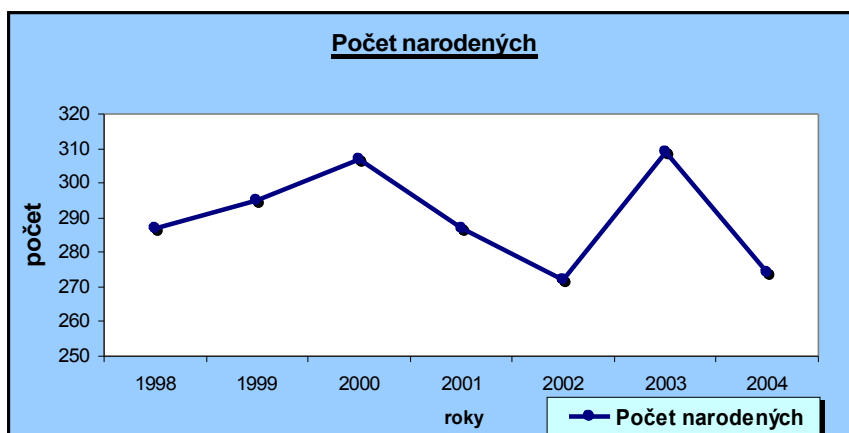
Roky	ñi
2011	2529

Tabuľka č. 15: Prognóza počtu žiakov ZŠ pre rok 2011, vlastné spracovanie

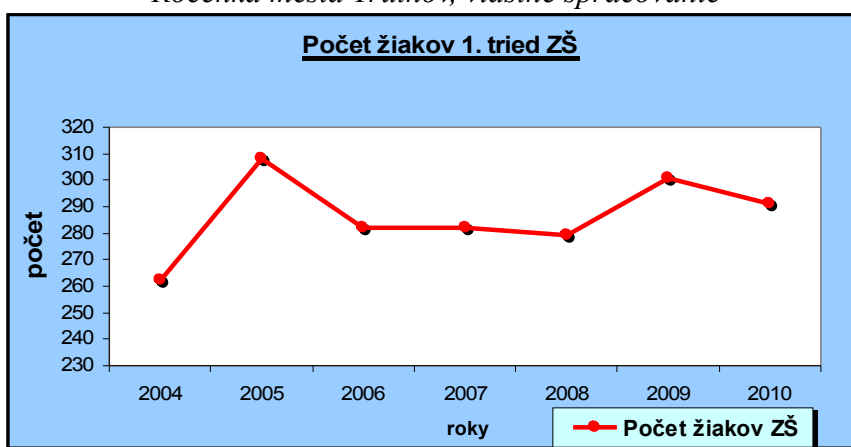
#### 2.2.4. Zaplnenie 1. tried ZŠ

Roky	98/04	99/05	00/06	01/07	02/08	03/09	04/10
Počet narodených	287	295	307	287	272	309	274
Počet žiakov 1. tried ZŠ	262	308	282	282	279	301	291
Podiel počtu narodených / počet žiakov 1. tried ZŠ	1,1	0,96	1,09	1,02	0,97	1,03	0,94

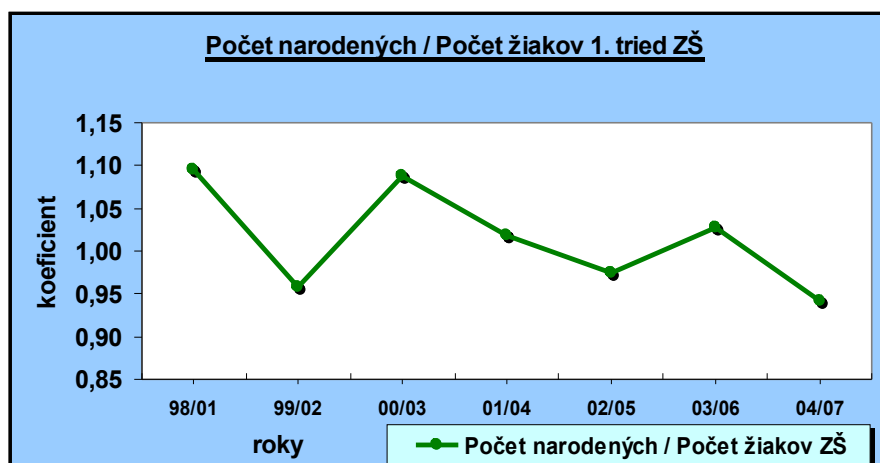
Tabuľka č. 16: Koeficienty zaplnenia v rokoch 1998/2004-2004/2010: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, Školství a zdravotníctví OSVŠZ MěÚ Trutnov, vlastné spracovanie



Graf č. 17: Vývoj počtu narodených v rokoch 1998-2004: Zdroj: Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie



Graf č. 18: Vývoj počtu žiakov 1. tried ZŠ v rokoch 2004-2010: Zdroj: Školství a zdravotníctví OSVŠZ MěÚ Trutnov, vlastné spracovanie



Graf č. 19: Časový vývoj koeficientu zaplnenia 1. tried ZŠ: Zdroj: Školství a zdravotníctví OSVŠZ MěÚ Trutnova, Ročenka mesta Trutnov, vlastné spracovanie



V každej územnej jednotke je potrebné dopredu premyslieť počet otvorených tried. Najväčší problém je prirodzene s predikciou počtu prvých tried, ktoré je treba otvoriť. Na základe počtu žiakov v prvej triede sa dá potom už skoro presne zistiť koľko žiakov bude v nasledujúcich triedach. Malý rozdiel oproti skutočným hodnotám vzniká iba prestupmi na inú školu, na ktoré rodičia obvykle včas upozornia, alebo prepadnutím niektorých žiakov. Z tohto dôvodu je najpresnejšia možnosť ako predpokladať počet nastupujúcich detí do prvých tried základných škôl porovnanie s počtom narodených v predchádzajúcich časových obdobiach.

V grafoch č. 17 a 18 a tabuľke sú vynesené počty živo narodených a šesť rokov posunuté počty žiakov nastupujúcich do prvých tried. Dáta o počte žiakov vykazujú v súlade s očakávaním zjavnú súvislosť s počtom narodených za predchádzajúce časové obdobie. Rozdiely medzi týmito údajmi zapríčiňuje hlavne migrácia, taktiež ale dochádzanie niektorých žiakov z okolitých obcí.

$$\frac{x_i}{y_j} = Z_{i/j} \Rightarrow \bar{Z} = 1,02 \Rightarrow y_j = x_i / \bar{Z}$$

Pomerom počtu narodených a počtu žiakov 1. tried základných škôl vznikne koeficient ich vzájomnej závislosti. Ako je vidieť z grafu č. 19, je tento koeficient približne konštantný a jeho priemerná hodnota je 1,01. Nastávajú len mierne výkyvy spôsobené migráciou. Po zaokrúhlení môžeme konstatovať, že počet žiakov, ktorí nasupili do prvých tried je rovný počtu detí narodených o šesť rokov skôr. V roku 2005 sa v Trutnove narodilo 305 detí. Vzhľadom k rastu počtu novorodencov po roku 2005 (viz. graf č. 6.), očakávám, že sa táto hodnota bude každým rokom mierne zvyšovať aspoň po štyri roky bez väčších výkyvov.

**Pre rok 2011 teda predpokladám približne rovnaký počet žiakov 1. tried základných škôl ako v minulých rokoch. Počty žiakov v jednej triede sú v uplynulých rokoch v rozmedzí 20 až 27, pričom 20 žiakov na triedu je považované za malú hodnotu a 27 za veľkú. Priemernú hodnotú 24 vydélieme počet nastupujúcich žiakov a získame odhad počtu tried, ktoré by sa mali otvoriť. Výsledná hodnota je 12,79. Mesto sa teda môže rozhodnúť otvoriť 12 alebo 13 tried. Moje doporučenie je otvoriť 13 tried, ak to bude možné z kapacitných dôvodov.**

## **Záver**

Cieľom mojej bakalárskej práce bola prognóza počtu žiakov v materských a základných školách v meste Trutnov. Moje výsledky poukazujú na malú kapacitu materských škôl priamo v meste Trutnov. Napriek tomu môžeme konštatovať závislosť medzi časovým radom narodených detí a posunutým časovým radom žiakov materských škôl. Množstvo nastupujúcich detí je obmedzené počtom voľných miest, preto má táto závislosť iba informačný charakter.

Z mojej analýzy vyplýva, že predpokladaný počet žiakov 1. tried základných škôl v roku 2011 bude 305 a mesto Trutnov má pre tento počet kapacity. Najvyšší počet živých narodených bol v roku 2003, čo sa premietlo v roku 2009 v počte žiakov 1. tried ZŠ. Pre rok 2011 doporučujem otvoriť 3 triedy materských škôl a 13 prvých tried základných škôl.

Počet obyvateľov mesta Trutnov klesá. Celkový prírastok má ale mierne rastúcu tendenciu. Jedná sa hlavne o prirodzený prírastok. Pokiaľ trend prírastku bude pokračovať, časom sa nielen zmierni ale aj pozastaví klesajúci počet obyvateľstva. Mesto Trutnov sa ako ostatné mestá potýka s problémom klesajúceho množstva ekonomicky aktívnych obyvateľov. Veková skupiny nad 65 rokov naopak narastá.

**Podarilo sa mi potvrdiť moju hypotézu o závislosti medzi počtom narodených detí a množstvom nových žiakov v materských a základných školách. Vplyv migrácie je teda zanedbateľný. Overila som, že je skoro priama závislosť medzi počtom nastupujúcich detí do prvých tried základných škôl a počtom narodených detí. Práve táto závislosť zistená v mojej bakalárskej práci a odhad minimálneho počtu tried, ktoré by sa mali otvoriť, môže napomôcť v plánovaní množstva otvorených tried ministerstvom školstva v meste Trutnov do budúcnosti.**

## Zoznam použitých zdrojov a literatúry

- [1] HINDLS R., HRONOVÁ S., NOVÁK I. *Analýza dat v manažérskom rozhodovaní*. 1. vydání. Praha: Grada, 1999. 358s. ISBN 80-7169-255-7.
- [2] KROPÁČ, J. *Statistika B*. 1. vydání. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2007. 115s. ISBN 80-214-3295-0.
- [3] KLUFOVÁ, R., POLÁKOVÁ Z. *Demografické metody a analýzy* 1. vyd. Praha: Wolters Kulver ČR 2010, 308 s. ISBN 978-80-7357-546
- [4] RAMÍK, J., ČEMERKOVÁ, Š. *Statistika B*. Karviná: Kartis, 1998. 147 s. ISBN 80-7248-001-4.
- [5] SEGER, J., HINDLS, R. *Statistické metody v tržním hospodářství*. Praha: Victoria Publishing, 1995. 435 s. ISBN 80-7187-058-7.
- [6] VESELÁ, J. *Základy demografie*. 1997. 90 s. ISBN 80-7194-101-8-
- [7] stránky města Trutnov [online]. 2011  
citované [2011-15-4] dostupné na  
<<http://www.trutnov.cz/>>