

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV ELEKTROTECHNOLOGIE

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF ELECTRICAL AND TECHNOLOGY

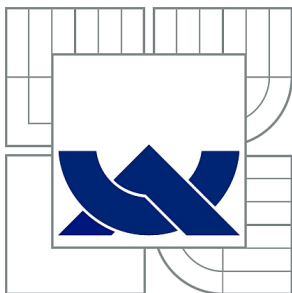
## MĚŘENÍ NÁHRADNÍHO OBVODU PIEZOELEKTRICKÉHO REZONÁTORU

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

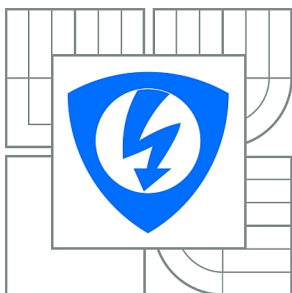
Bc. VOJTĚCH VOMOČIL

BRNO 2010



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ**

**ÚSTAV ELEKTROTECHNOLOGIE**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC  
TECHNOLOGY

## **MĚŘENÍ NÁHRADNÍHO OBVODU PIEZOELEKTRICKÉHO REZONÁTORU**

MEASUREMENT OF EQUIVALENT CIRCUIT OF PIEZOELECTRIC RESONATOR

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

MASTER'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Bc. VOJTĚCH VOMOČIL**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**prof. Ing. JIŘÍ KAZELLE, CSc.**

BRNO 2010



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav elektrotechnologie

# Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor  
**Elektrotechnická výroba a management**

**Student:** Bc. Vojtěch Vomočil

**ID:** 83140

**Ročník:** 2

**Akademický rok:** 2009/2010

## NÁZEV TÉMATU:

**Měření náhradního obvodu piezoelektrického rezonátoru**

## POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Prostudujte teoretické základy vztahující se k piezoelektrickým vlastnostem materiálů, k náhradnímu schématu piezoelektrického rezonátoru a k měření jeho prvků.

Navrhněte zařízení pro stanovení prvků náhradního obvodu rezonátoru.

Zařízení realizujte, ověřte jeho funkčnost a doplňte návodem s přihlédnutím k možnosti jeho použití v laboratorních cvičeních.

## DOPORUČENÁ LITERATURA:

Podle pokynů vedoucího práce.

**Termín zadání:** 8.2.2010

**Termín odevzdání:** 27.5.2010

**Vedoucí práce:** prof. Ing. Jiří Kazelle, CSc.

**prof. Ing. Jiří Kazelle, CSc.**

*Předseda oborové rady*

## UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

## **Abstrakt**

Diplomová práce pojednává o obecném přehledu teorie piezoelektřiny, zaměřeném jak na matematický popis, tak na popis vlastností piezoelektrických látek. Dále se zaměřuje na popis piezoelektrických rezonátorů s podrobnějším vysvětlením jejich náhradního schématu a metod měření jeho jednotlivých prvků. Praktická část práce spočívá v návrhu měřicího zařízení, které bude sloužit k měření prvků náhradního obvodu piezoelektrických rezonátorů.

Popsána je realizace zařízení a odzkoušení jeho funkce. V experimentální části práce jsou zpracovány naměřené hodnoty a stanoveny hodnoty prvků elektrického náhradního obvodu použitého piezoelektrického rezonátoru pro základní a následující dva nejbližší vyšší rezonanční kmitočty. Naměřené výsledky jsou zpracovány formou standardního protokolu o měření. Práce by měla položit základy ke vznikajícímu laboratornímu pracovišti, jemuž by měla být zdrojem nezbytných teoretických i praktických informací.

## **Abstract**

This thesis deals with the general overview of the piezoelectric theory, focused both on the mathematical description and on the attributes of piezoelectric materials. It further focuses on the description of piezoelectric resonators with a more detailed explanation of their equivalent scheme and measurement methods of its single elements. The practical part of the thesis rests on the proposal of a measurement apparatus which will serve to measuring the equivalent circuit piezoelectric resonator elements.

The realization of the apparatus and its functionality testing are described. In the experimental part of the thesis, the measured rates are processed and levels of the electric equivalent circuit elements of the used piezoelectric resonator for the basic and the two higher closest resonance frequency are set. The measured results are compiled into a standard measurement protocol. This thesis should place basics to the growing laboratory. It should also be a source of necessary theoretical and practical information for this lab.

## **Klíčová slova**

Piezoelektřina, piezoelektrický rezonátor, náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru, měření prvků náhradního obvodu piezoelektrického rezonátoru

## **Keywords**

Piezoelectricity, Piezoelectric Resonator, Equivalent Circuit of Piezoelectric Resonator, Measurement of Elements of Equivalent Circuit of Piezoelectric Resonator

## **Bibliografická citace mé práce**

VOMOČIL, V. *Měření náhradního obvodu piezoelektrického rezonátoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2010. 46 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Jiří Kazelle, CSc.

## **Prohlášení autora o původnosti díla**

Prohlašuji, že jsem tuto vysokoškolskou kvalifikační práci vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce, s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury. Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 19. 5. 2010

.....

## **Poděkování**

Děkuji vedoucímu diplomové práce prof. Ing. Jiřímu Kazellemu, CSc. za metodické a cíleně orientované vedení při plnění úkolů realizovaných v průběhu zpracovávání diplomové práce. Dále děkuji Ing. Petru Kahlemu za poskytnutou metodickou a praktickou pomoc při konstrukci navrhovaného zařízení.

# Obsah

Úvod .....	6
1 Teorie piezoelektřiny.....	7
1.1 Obecné vlastnosti piezoelektrických látek .....	7
1.2 Dielektrické vlastnosti izotropních a anizotropních látek .....	9
1.3 Elastické vlastnosti izotropních a anizotropních látek .....	10
1.3.1 Tenzor elastického napětí .....	11
1.3.2 Tenzor elastické deformace.....	12
1.3.3 Zobecněný Hookův zákon.....	13
1.4 Lineární piezoelektrické stavové rovnice.....	14
1.5 Koeficient elektromechanické vazby .....	16
1.6 Transformace souřadnic .....	17
1.7 Piezoelektrické materiály .....	19
2 Piezoelektrické rezonátory .....	20
2.1 Mechanické kmity .....	20
2.2 Náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru .....	21
2.3 Měření vlastností rezonátorů.....	23
2.3.2 Měření parametrů náhradního obvodu rezonátoru .....	24
2.3.3 Měření teplotní závislosti rezonančního kmitočtu rezonátoru .....	27
3 Návrh měřicího zařízení .....	29
3.1 Předpokládaná bloková struktura oscilátoru .....	29
3.2 Principiální schéma oscilátoru .....	29
3.2.1 Zapojení s diamantovým tranzistorem .....	30
3.2.2 Zapojení VF krystalového oscilátoru .....	31
3.2.3 Zapojení s dvoutranzistorovým LC oscilátorem .....	31
3.3 Detailní obvodové schéma měřicího oscilátoru .....	33
3.4 Desky plošných spojů a osazovací výkres .....	34
3.5 Mechanické uspořádání.....	34
3.5.1 Výkres čelního panelu skříně .....	34
3.5.2 Výkres zadního panelu skříně .....	34
3.6 Popis čelního panelu.....	34
4 Měření vlastností rezonátoru .....	35
4.1 Popis měřicí metody .....	35
4.2 Naměřené hodnoty .....	36
5 Závěr.....	40
6 Seznam použitých zkratk.....	41
7 Seznam obrázků a tabulek.....	44
8 Literární zdroje .....	45
9 Seznam příloh.....	46
10 Přílohy	

# Úvod

Vědecky byl piezoelektrický jev popsán koncem devatenáctého století, avšak pozorován byl již mnohem dříve. V Indii na Ceyloně byl znám jev, kdy krystaly turmalínu vhozené do horkého popela nejprve částičky horkého popela přitahovaly a poté odpuzovaly. Kolem roku 1703 byly krystaly turmalínu přivezeny do Holandska a byly nazvány Ceylonskými magnety.

Roku 1980 tomu bylo sto let, kdy bratři Pierre a Jacques Curieové zjistili u krystalů turmalínu povrchové náboje při stlačení krystalů v určitých směrech. Tyto směry nazvali polárními osami. Dále zjistili, že tento jev lze pozorovat i u jiných krystalů. O rok později objevili na základě úvah M. G. Lippmanna i druhou stránku piezoelektrického jevu, jak jej nazval Hankel, spočívající ve vyvolání mechanické deformace krystalu elektrickým polem.

Na základě termodynamických principů začal W. Thomson rozvíjet teorii piezoelektriny, jíž dokonale formuloval W. Voigt roku 1894. V praxi se využití piezoelektrického jevu datuje až od roku 1917, kdy A. Lagevin využil vynucených kmitů k ultrazvukovému měření hloubek v moři a stal se tak zakladatelem nového odvětví – ultrazvukové techniky. V následujících několika letech použili W. G. Cady a G. W. Pierce křemenného výbrusu ke stabilizaci kmitočtu vysokofrekvenčních oscilátorů. Brzy na to se staly „piezoelektrické rezonátory“ nejčastěji používaným prvkem využívajícím piezoelektrických vlastností krystalů.

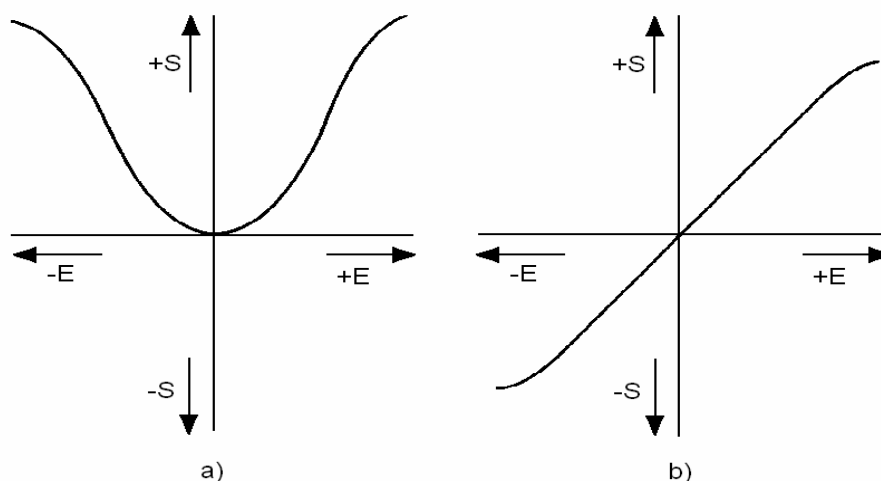
U nás byla piezoelektrina studována po první světové válce ve Fyzikálním ústavu na Karlově univerzitě v Praze pod vedením prof. Petržílky, dále na Českém vysokém učení technickém v Praze a později, koncem šedesátých let 19. století i na Vysokém učení technickém v Brně. Po druhé světové válce se začaly na různých výzkumných pracovištích vyrábět piezoelektrické výbrusy a rezonátory, největším výrobcem býval n. p. Tesla Hradec Králové.

# 1 Teorie piezoelektriny

Piezoelektrický jev existuje jako určitý druh polarizace v látkách tvořících zvláštní skupinu dielektrik. U těchto látek dochází k polarizaci působením mechanické deformace. Cady definoval piezoelektrinu následovně: „Piezoelektrina je elektrická polarizace vyvolaná mechanickou deformací krystalů, náležejících do určitých tříd, která je úměrná deformaci a mění s ní shodně znaménko.“ [1] Vyvolání elektrické polarizace mechanickou deformací krystalu nazýváme přímým piezoelektrickým jevem, reciproká vlastnost se nazývá převrácený piezoelektrický jev, jenž je charakterizován deformací krystalu působením přiloženého elektrického pole.

## 1.1 Obecné vlastnosti piezoelektrických látek

Polarizace jakéhokoliv tělesa je spojena s určitou deformací. Tento jev se nazývá elektrostriktce. Elektrostriktce je obecnou vlastností látek a není podmíněna žádnou zvláštní strukturou dielektrika. Převrácený jev k elektrostriktci neexistuje. Deformace při elektrostriktci souvisí s energií elektrického pole a je tedy s určitým přiblížením úměrná čtverci intenzity elektrického pole. Závislost deformace na intenzitě elektrického pole při elektrostriktci a při piezoelektrickém jevu je naznačena na obrázku Obr. 1.

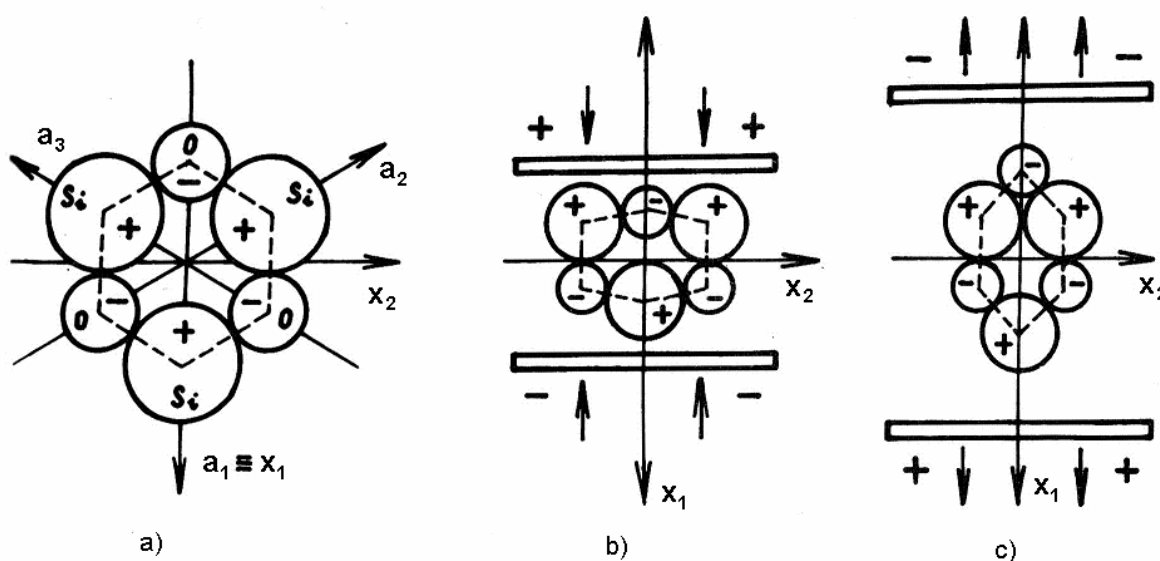


**Obr. 1:** Závislost deformace látky na intenzitě elektrického pole a) při elektrostriktci, b) u piezoelektrického jevu [3]

Jak je vidět z obrázku, závislost elastické deformace u piezoelektrického jevu je úměrná intenzitě elektrického pole a mění se s ní shodně znaménko. Na rozdíl od elektrostriktce lze

piezoelektrický jev pozorovat jen u některých látek, ale opačně současně s dějem piezoelektrickým se objevuje i jev elektrostriktce. Bylo prokázáno, že piezoelektrickými mohou být výhradně krystaly, které nemají střed symetrie. Z 32 krystalografických tříd, do nichž byly zařazeny krystalické látky dle symetrie, kterou vykazují, 20 tříd splňuje tuto podmínku. U mnohých krystalických látek byl piezoelektrický jev prokázán, ale prakticky je nepoužitelný.

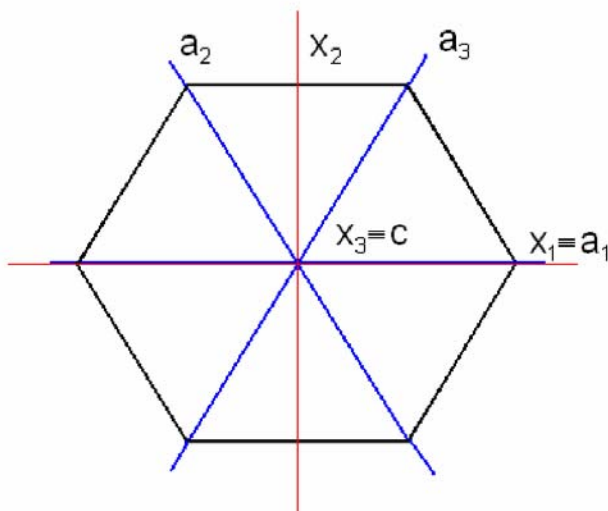
Krystalické látky patří mezi tzv. látky anizotropní – v různých směrech vykazují různé vlastnosti, lze u nich vyvolat piezoelektrickou polarizaci deformací (tlakem, tahem, ohybem, stříhem nebo jejich kombinací) jen ve vhodném směru. Naproti tomu, vystavíme-li krystal působení vnějšího elektrického pole, může dojít ke vzniku podélné nebo střížné elastické deformace, za jiných podmínek i k ohybu nebo kroucení krystalu. Mechanismus vzniku nábojů při deformaci elementární krystalové buňky a rozdíl ve velikosti výsledného vzniklého náboje při deformaci buňky v různých směrech naznačuje obrázek Obr. 2.



**Obr. 2:** a) Schematizovaná struktura křemene, b) vznik nábojů při stlačení elementární krystalové buňky křemene, c) vznik nábojů při roztažení elementární krystalové buňky křemene [1]

Vzhledem k anizotropním vlastnostem piezoelektrických látek je nutné jednoznačně popsat krystalovou strukturní mřížku a přiřadit k ní soustavu souřadnic. U prvotně zavedené soustavy souřadnic se krystalografické osy volí ve směru hran elementární buňky a značí se shodně s hranami buňky  $a$ ,  $b$ ,  $c$  a úhly, které osy svírají se značí  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Pro usnadnění matematických operací se k soustavě krystalografické přiřadí soustava ortogonální - viz. Obr. 3. Jako elementární buňka je zvolen nejjednodušší rovnoběžnostěn,

kteřý se jako základní stavební prvek periodicky opakuje ve třech vzájemně různých směrech. Uzlové body takto vzniklé mřížky lze seskupit do vzájemně rovnoběžných a ekvidistančních rovin, které nazýváme mřížkové roviny. Popis těchto rovin umožňují tzv. Millerovy indexy značené  $(h\ k\ l)$ .



**Obr. 3:** Schematizovaná elementární buňka s přiřazenými krystalografickými osami a ortogonálním systémem os

Různé vlastnosti anizotropních látek v různých směrech způsobí, že tyto látky nejsou charakterizovány jednou hodnotou určité fyzikální veličiny, ale celým souborem dílčích veličin. Proto je třeba použít jako popis vlastností anizotropních látek matematického aparátu využívajícího tenzorového počtu.

## 1.2 Dielektrické vlastnosti izotropních a anizotropních látek

Nachází-li se izotropní dielektrikum v elektrickém poli, nechť má vektor intenzity elektrického pole velikost  $E$ . Pro vektor elektrické indukce v daném místě dielektrika platí vztah:

$$D = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon' \cdot E = \varepsilon \cdot E \quad , \quad (1)$$

kde  $D$  je indukce elektrického pole,  $\varepsilon_0$  je permitivita vakua,  $\varepsilon_r$  je relativní permitivita,  $\varepsilon$  je absolutní permitivita látky a  $E$  je intenzita elektrického pole.

Jestliže v daném místě dielektrika zvolíme počátek souřadného systému, můžeme pro složky indukce elektrického pole  $D$  ve směru os  $x_1, x_2, x_3$  psát:

$$D_1 = \varepsilon \cdot E_1 \quad , \quad D_2 = \varepsilon \cdot E_2 \quad , \quad D_3 = \varepsilon \cdot E_3 \quad (2)$$

U anizotropní látky (krystalické) budou jednotlivé složky indukce elektrického pole  $D$  funkcí všech složek intenzity elektrického pole  $E$ . Můžeme tedy psát:

$$\begin{aligned} D_1 &= \varepsilon_{11} \cdot E_1 + \varepsilon_{12} \cdot E_2 + \varepsilon_{13} \cdot E_3 \\ D_2 &= \varepsilon_{21} \cdot E_1 + \varepsilon_{22} \cdot E_2 + \varepsilon_{23} \cdot E_3 \\ D_3 &= \varepsilon_{31} \cdot E_1 + \varepsilon_{32} \cdot E_2 + \varepsilon_{33} \cdot E_3 \end{aligned} \quad (3)$$

Vztahy můžeme přepsat obecně:

$$D_i = \sum_{j=1}^3 \varepsilon_{ij} \cdot E_j \quad (4)$$

kde  $\varepsilon_{ij}$  je tenzor permitivity.

Vztah (4) můžeme přepsat pomocí Einsteinova sumačního pravidla do tvaru:

$$D_i = \varepsilon_{ij} \cdot E_j \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (5)$$

kde sečítáme přes dvakrát se opakující index, tedy přes index  $j$ .

Tenzor permitivity  $\varepsilon_{ij}$  je tenzor 2. řádu a má obecně až 9 složek, které lze zapsat ve formě matice:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Zápis dle vztahu (6) popisuje nejobecnější případ anizotropní látky. U konkrétních látek se mohou důsledkem symetrie krystalu některé složky sobě rovnat  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$ , popř. mohou vymizet.

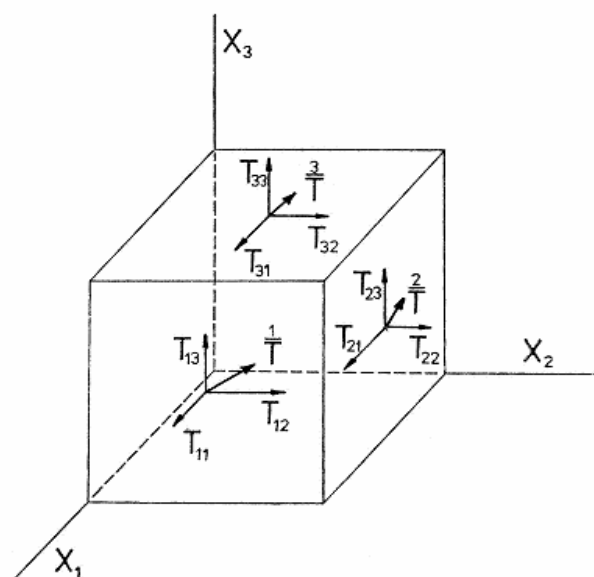
### 1.3 Elastické vlastnosti izotropních a anizotropních látek

Zanedbáme-li objemové síly a momenty působící společně na objemový element deformovaného tělesa se silami plošnými homogenními, jež jsou úměrné povrchu tělesa,

budeme uvažovat pouze tyto plošné síly jako síly, které působí v každém bodě uvažovaného tělesa, ale nepůsobí v každém směru.

### 1.3.1 Tenzor elastického napětí

Předpokladem je působení jisté, směrově libovolné síly na uvažované těleso, kdy můžeme tuto sílu přepočítat na jednotku plochy, na kterou působí. Vyjádříme ji pomocí vektoru napětí, resp. pomocí složek tohoto vektoru.



**Obr. 4:** Složky elastického napětí působící na elementární krychli [2]

Umístíme-li objemový element uvažovaného tělesa tvaru krychle do ortogonálního systému souřadnic, viz Obr. 4, můžeme na stěnách krychle popsat jednotlivé složky elastického napětí pomocí matice:

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

kde první index jednotlivých složek znamená směr, ve kterém složka napětí působí, druhý index označuje rovinu, která protíná osu, ve které napětí působí. Existuje celkem 9 složek, obecně můžeme pro jednotlivé složky elastického napětí psát:

$$T_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (8)$$

$T_{ij}$  ( $i = j$ ) jsou normálové složky

$T_{ij}$  ( $i \neq j$ ) jsou tečné složky

Pro udržení statické rovnováhy platí rovnost  $T_{ij} = T_{ji}$ . Jedná se tedy o symetrický tenzor, kde můžeme nahradit zápis jednoindexovým značením dle tabulky Tab.1.

Dvojindexové značení	$ij$	11	22	33	23	13	12
Jednoindexové značení	$\lambda$	1	2	3	4	5	6

**Tab 1:** Tabulka přepočtu z dvojindexového na jednoindexové značení

Můžeme tedy psát:

$$\begin{bmatrix} T_1 & T_6 & T_5 \\ T_6 & T_2 & T_4 \\ T_5 & T_4 & T_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

### 1.3.2 Tenzor elastické deformace

Podobně jako u elastického napětí uvažujeme elastickou deformaci jako tenzor se symetrickými složkami. Principiálně uvažujeme prodloužení o hodnotu  $\Delta u$  způsobené působením síly ve směru jednotlivých os. Prodloužení v jednom směru by potom bylo dáno vztahem:

$$e = \frac{du}{dx} \quad (10)$$

kde  $dx$  je elementární úsek úsečky osy  $x$  a  $du$  je prodloužení o hodnotu posunutí. Podobně je tomu u dvourozměrné deformace:

$$e_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (i, j = 1, 2) \quad (11)$$

Tenzor elastické deformace lze zapsat jako součet symetrického a antisymetrického tenzoru:

$$e_{ij} = S_{ij} + A_{ij} \quad , \quad (12)$$

kde symetrická část  $S_{ij}$  popisuje deformaci uvažovaného elementu a antisymetrická část  $A_{ij}$  popisuje pootočení, jež vzniká při deformaci;

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (e_{ij} + e_{ji}) = \frac{1}{2} \cdot (e_{ji} + e_{ij}) = S_{ji} \quad (13)$$

$$A_{ij} = \frac{1}{2} \cdot (e_{ij} - e_{ji}) = -\frac{1}{2} \cdot (e_{ji} - e_{ij}) = -A_{ji} \quad (14)$$

V dalších výpočtech budeme uvažovat jen symetrickou část  $S_{ij}$ . S pomocí vztahu (13) definujeme trojrozměrný tenzor elastické deformace:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (15)$$

Složky tenzoru elastické deformace lze zapsat rovněž v maticovém tvaru a lze jej převést na jednoindexový tvar. Ze vztahu (15) je vidět, že nutností bude uvažovat složky mimo hlavní diagonálu s poloviční hodnotou příslušné zkrácené složky:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} S_1 & \frac{1}{2}S_6 & \frac{1}{2}S_5 \\ \frac{1}{2}S_6 & S_2 & \frac{1}{2}S_4 \\ \frac{1}{2}S_5 & \frac{1}{2}S_4 & S_3 \end{bmatrix} \quad (16)$$

### 1.3.3 Zobecněný Hookův zákon

Deformace tělesa u izotropních látek je přímo úměrná působícímu elastickému napětí. Toto definuje Hookův zákon pro izotropní látku:

$$S = s \cdot T \quad \text{resp.} \quad T = c \cdot S \quad , \quad (17)$$

$$\text{kde} \quad s = \frac{1}{c} \quad , \quad (18)$$

kde  $s$  je elastický koeficient a  $c$  je elastický modul.

U anizotropních (krystalických) látek je chování popsáno zobecněným Hookeovým zákonem, každá složka elastické deformace je přímo úměrná každé složce působícího elastického napětí:

$$S_{ij} = \sum_{k,l=1}^3 s_{ijkl} \cdot T_{kl} \quad (19)$$

resp.

$$T_{ij} = \sum_{k,l=1}^3 c_{ijkl} \cdot S_{kl} \quad , \quad (20)$$

kde  $S_{ij}$  je tenzor elastické deformace (tenzor 2. řádu),  $s_{ijkl}$  je složky tenzoru elastického koeficientu (tenzor 4. řádu),  $T_{kl}$  je tenzor elastického napětí (tenzor 2. řádu),  $c_{ijkl}$  jsou složky tenzoru elastického modulu (tenzor 4. řádu).

Elastický koeficient  $s_{ijkl}$  resp. elastický modul  $c_{ijkl}$  může mít obecně až 81 složek, jak plyne z vlastností tenzoru 4. řádu. Vzhledem k symetrii tenzorů  $T_{ij} = T_{ji}$  a  $S_{ij} = S_{ji}$  se snižuje počet složek na 36. Dále platí, že  $c_{ijkl} = c_{klij}$  a  $s_{ijkl} = s_{klij}$  a počet koeficientů, resp. modulů se snižuje na 21. Výše uvedené vlastnosti umožňují použití zkráceného zápisu:

$$S_{\lambda} = \sum_{\mu=1}^6 s_{\lambda\mu} \cdot T_{\mu} \quad (21)$$

resp.

$$T_{\lambda} = \sum_{\mu=1}^6 c_{\lambda\mu} \cdot S_{\mu} \quad (22)$$

kde proměnné  $\lambda$  resp.  $\mu$  nabývají hodnot od 0 do 6. Takový přístup výrazně zjednoduší zápis příslušných vztahů popisujících elastické vlastnosti anizotropních látek.

## 1.4 Lineární piezoelektrické stavové rovnice

Piezoelektrické stavové rovnice popisují dielektrické, elastické a piezoelektrické vlastnosti anizotropních látek. Při odvozování příslušných rovnic se za nezávisle proměnné volí obvykle jedna z dvojic sestavených z  $T_{\lambda}$ ,  $S_{\lambda}$ ,  $E_i$ ,  $D_i$ .

Stavové rovnice, které popisují převrácený piezoelektrický jev, píšeme ve tvaru:

$$dS_\lambda = \sum_{\mu=1}^6 s_{\lambda\mu}^E \cdot dT_\mu + \sum_{j=1}^3 d_{j\lambda}^T \cdot dE_j \quad (23)$$

$$dS_\lambda = \sum_{\mu=1}^6 s_{\lambda\mu}^D \cdot dT_\mu + \sum_{j=1}^3 g_{j\lambda}^T \cdot dD_j \quad (24)$$

$$dT_\lambda = \sum_{\mu=1}^6 c_{\lambda\mu}^E \cdot dS_\mu + \sum_{j=1}^3 e_{j\lambda}^S \cdot dE_j \quad (25)$$

$$dT_\lambda = \sum_{\mu=1}^6 c_{\lambda\mu}^D \cdot dS_\mu + \sum_{j=1}^3 h_{j\lambda}^S \cdot dD_j \quad (26)$$

kde  $s_{\lambda\mu}$  je elastický koeficient,  $c_{\lambda\mu}$  je elastický modul,  $d_{j\lambda}$ ,  $g_{j\lambda}$  jsou piezoelektrické koeficienty a  $e_{j\lambda}$ ,  $h_{j\lambda}$  jsou piezoelektrické moduly.

Obdobně lze psát i stavové rovnice, které popisují přímý piezoelektrický jev:

$$dD_j = \sum_{\lambda=1}^6 d_{j\lambda}^E \cdot dT_\lambda + \sum_{i=1}^3 \varepsilon_{ji}^T \cdot dE_i \quad (27)$$

$$dE_j = -\sum_{\lambda=1}^6 g_{j\lambda}^D \cdot dT_\lambda + \sum_{i=1}^3 \beta_{ji}^T \cdot dD_i \quad (28)$$

$$dD_j = \sum_{\lambda=1}^6 e_{j\lambda}^E \cdot dS_\lambda + \sum_{i=1}^3 \varepsilon_{ji}^S \cdot dE_i \quad (29)$$

$$dE_j = -\sum_{\lambda=1}^6 h_{j\lambda}^D \cdot dS_\lambda + \sum_{i=1}^3 \beta_{ji}^S \cdot dD_i \quad (30)$$

kde  $\varepsilon_{ji}$  je permitivita a  $\beta_{ji}$  je impermeabilita;  $\beta_{ji} = (-1)^{j+i} \cdot \frac{\Delta_{ji}^\varepsilon}{\Delta^\varepsilon}$ .

Indexy  $T$ ,  $S$ ,  $E$ ,  $D$  označují veličinu, která byla při měření konstantní. Při označování indexů piezoelektrického modulu nebo koeficientu určuje první index směr elektrického pole a druhý index směr nebo rovinu deformace (nepřímý piezoelektrický jev), případně směr elastického napětí nebo rovinu, v níž působí (přímý piezoelektrický jev).

Vztahy mezi jednotlivými piezoelektrickými koeficienty nebo moduly zapisujeme takto:

$$d_{i\mu} = \sum_{j=1}^3 \varepsilon_{ji} \cdot g_{j\mu} = \sum_{\lambda=1}^6 e_{i\lambda} \cdot s_{\lambda\mu} \quad (31)$$

$$g_{i\mu} = \sum_{j=1}^3 \beta_{ji} \cdot d_{j\mu} = \sum_{\lambda=1}^6 h_{i\lambda} \cdot s_{\lambda\mu} \quad (32)$$

$$e_{i\mu} = \sum_{j=1}^3 \varepsilon_{ji} \cdot h_{j\mu} = \sum_{\lambda=1}^6 d_{i\lambda} \cdot c_{\lambda\mu} \quad (33)$$

$$h_{i\mu} = \sum_{j=1}^3 \beta_{ji} \cdot e_{j\mu} = \sum_{\lambda=1}^6 g_{i\lambda} \cdot c_{\lambda\mu} \quad (34)$$

Piezelektrické stavové rovnice popisují část týkající se elastického tělesa, část popisující piezelektrický jev a část popisující dielektrické vlastnosti látky. Všechny konstanty, jež se v daných rovnicích vyskytují, se zapisují do tvaru udaného v tabulce Tab 2. U různých materiálů se počet konstant může redukovat v důsledku symetrie krystalové mřížky, některé konstanty se sobě rovnají nebo mohou být rovny nule.

$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{13}$	$c_{14}$	$c_{15}$	$c_{16}$	$e_{11}$	$e_{21}$	$e_{31}$
$c_{21}$	$c_{22}$	$c_{23}$	$c_{24}$	$c_{25}$	$c_{26}$	$e_{12}$	$e_{22}$	$e_{32}$
$c_{31}$	$c_{32}$	$c_{33}$	$c_{34}$	$c_{35}$	$c_{36}$	$e_{13}$	$e_{23}$	$e_{33}$
$c_{41}$	$c_{42}$	$c_{43}$	$c_{44}$	$c_{45}$	$c_{46}$	$e_{14}$	$e_{24}$	$e_{34}$
$c_{51}$	$c_{52}$	$c_{53}$	$c_{54}$	$c_{55}$	$c_{56}$	$e_{15}$	$e_{25}$	$e_{35}$
$c_{61}$	$c_{62}$	$c_{63}$	$c_{64}$	$c_{65}$	$c_{66}$	$e_{16}$	$e_{26}$	$e_{36}$
$\varepsilon_{11}$	$\varepsilon_{12}$	$\varepsilon_{13}$	$\varepsilon_{14}$	$\varepsilon_{15}$	$\varepsilon_{16}$	$\varepsilon_{11}$	$\varepsilon_{12}$	$\varepsilon_{13}$
$\varepsilon_{21}$	$\varepsilon_{22}$	$\varepsilon_{23}$	$\varepsilon_{24}$	$\varepsilon_{25}$	$\varepsilon_{26}$	$\varepsilon_{21}$	$\varepsilon_{22}$	$\varepsilon_{23}$
$\varepsilon_{31}$	$\varepsilon_{32}$	$\varepsilon_{33}$	$\varepsilon_{34}$	$\varepsilon_{35}$	$\varepsilon_{36}$	$\varepsilon_{31}$	$\varepsilon_{32}$	$\varepsilon_{33}$

**Tab 2:** Obecný zápis materiálových konstant anizotropní látky [1]

## 1.5 Koeficient elektromechanické vazby

Koeficient elektromechanické vazby je velmi důležitou veličinou, která kvantitativně charakterizuje piezelektrický jev. Při kmitočtech nižších, než je mechanický rezonanční kmitočet elementu, je čtverec koeficientu elektromechanické vazby  $k^2$  definován jako poměr části energie  $W_1$ , jež se mění z mechanické na elektrickou a naopak, k celkové přijaté energii  $W_2$ :

$$k^2 = \frac{W_1}{W_2} \quad (35)$$

Někdy se jeho definice uvádí jako:

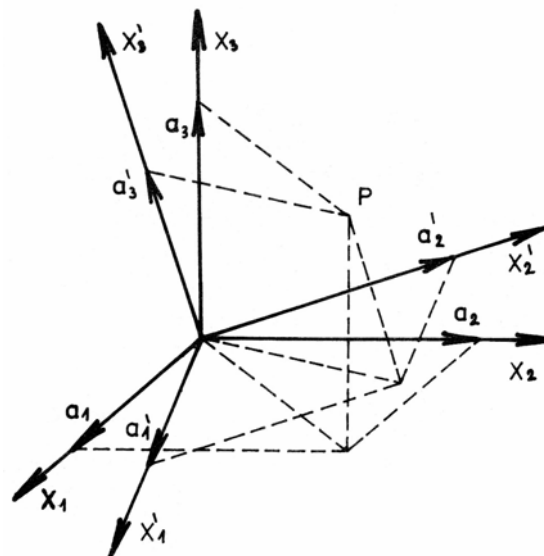
$$k^2 = \frac{W_p^2}{W_e \cdot W_m}, \quad (36)$$

kde  $W_p$  je energie piezoelektrická,  $W_e$  je energie elektrická a  $W_m$  je energie mechanická.

## 1.6 Transformace souřadnic

Číselné hodnoty dielektrických, piezoelektrických a elastických vlastností jakékoliv anizotropní látky závisí na tom, k jaké souřadné soustavě je vztahujeme. Budeme-li uvažovat vlastnosti dané látky v jiné souřadné soustavě, musíme veličiny přepočítat – transformovat. Je tedy nutné sestavit transformační rovnice pro transformaci vektoru a tenzoru prvního až čtvrtého řádu.

Uvažované veličiny se z původní ortogonální soustavy  $X_1, X_2, X_3$  transformují do obecně pootočené ortogonální soustavy os  $X'_1, X'_2, X'_3$ , kde dojde ke změně jejich hodnot. Na obrázku Obr. 5 je naznačeno pootočení souřadnic.



Obr. 5: Pootočení ortogonální soustavy os [1]

Předpokládejme, že bod  $P$  měl v původní nečárkované soustavě souřadnice  $(a_1, a_2, a_3)$  a v nové čárkované soustavě má souřadnice  $(a'_1, a'_2, a'_3)$ . Zavedme dále označení

$$\cos \angle |X'_1 X_1| = \alpha_{11} \quad , \quad \cos \angle |X'_1 X_2| = \alpha_{12} \quad , \quad \dots \quad (37)$$

Souřadnice bodu  $P$  v nové soustavě tedy jsou:

$$\begin{aligned} a'_1 &= \alpha_{11}a_1 + \alpha_{12}a_2 + \alpha_{13}a_3 \\ a'_2 &= \alpha_{21}a_1 + \alpha_{22}a_2 + \alpha_{23}a_3 \\ a'_3 &= \alpha_{31}a_1 + \alpha_{32}a_2 + \alpha_{33}a_3 \end{aligned} \quad (38)$$

Tyto rovnice přepíšeme do tvaru:

$$a'_i = \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} \cdot a_j \quad (39)$$

kde  $\alpha_{ij}$  je příslušný směrový kosinus.

Vztah (39) je transformační rovnice pro přepočet souřadnic vektoru do jiné souřadné soustavy. Obdobně můžeme stanovit transformační rovnice pro tenzory. Transformační rovnice pro tenzor druhého řádu má tvar:

$$\varepsilon'_{ij} = \sum_{k,l=1}^3 \alpha_{ik} \cdot \alpha_{jl} \cdot \varepsilon_{kl} \quad (40)$$

Transformační rovnice pro tenzor třetího řádu:

$$d'_{ijk} = \sum_{l,m,n=1}^3 \alpha_{il} \cdot \alpha_{jm} \cdot \alpha_{kn} \cdot d_{lmn} \quad (41)$$

Transformační rovnice pro tenzor čtvrtého řádu:

$$c'_{ijkl} = \sum_{m,n,p,q=1}^3 \alpha_{im} \cdot \alpha_{jn} \cdot \alpha_{kp} \cdot \alpha_{lq} \cdot c_{mnpq} \quad (42)$$

Výsledné transformační rovnice se značně zjednoduší, když budeme otáčet systém jen podle jedné osy, což je v praxi nejčastější případ, a kdy některé konstanty u konkrétních látek jsou rovny nule.

## 1.7 Piezoelektrické materiály

Mezi přírodní piezoelektrické materiály patří např. turmalín, vínany, síran lithný, fosforečnany, lithium niobát, lithium tantalát, germanium bismut a další. Nejpoužívanějším přírodním materiálem však je křemen, chemicky označován jako oxid křemičitý  $\text{SiO}_2$ . V praxi se používá nízkoteplotní křemen  $\alpha$ , který krystaluje v trigonální soustavě, oddělení trigonálně trapezodrickém, využívá se pouze jedné jeho varianty – křišťálu. Při teplotě  $573\text{ }^\circ\text{C}$  přechází modifikace křemene  $\alpha$  do modifikace  $\beta$ , která krystaluje v soustavě šesterečné, oddělení hexagonálně trapezodrickém. Tato modifikace již nevykazuje piezoelektrické vlastnosti. Dnes jsou křemenné krystaly vyráběny synteticky, hydrotermální metodou. Stejně tak se uměle připravují i lithium niobát, lithium tantalát a germanium bismut, které se pěstují Czochralskiho metodou tažením z taveniny.

Piezoelektrické keramické materiály na základě  $\text{BaTiO}_3$  byly pro své negativní vlastnosti vřazeny z výrobního sortimentu, nicméně druhá skupina piezoelektrických keramických materiálů, tzv. niobičnanová keramika se stala předmětem dalšího vývoje syntetických materiálů. Základními elementy jsou niobičnan sodný  $\text{NaNbO}_3$  a niobičnan olovnatý  $\text{PbNb}_2\text{O}_6$ . Byly prováděny rozsáhlé výzkumy se snahou zlepšit výsledné vlastnosti keramiky, v pevných roztocích obou složek se zkoumaly možnosti substituce  $\text{NaNbO}_3$  sloučeninami obecného typu  $\text{ABO}_3$ ,  $\text{AB}_2\text{O}_6$  a  $\text{A}_2\text{B}_2\text{O}_7$ . Lepších vlastností však bylo dosaženo u materiálů odvozených od  $\text{PbNb}_2\text{O}_6$ . Nejvýznamnějším pokrokem byl však objev roztoků typu  $\text{PbZrO}_3 - \text{PbTiO}_3$  (zirkoničitanu titaničitanu olovnatého) označovaných zkratkou PZT.

Piezokeramika má velmi výhodné vlastnosti zpracovatelské, kde se běžnými technologiemi dá vyrobit měnič libovolného tvaru a rozměru, ale i vlastnosti elektrické, kdy díky vysoké hodnotě relativní permitivity se dosahuje podstatně menší impedance a potřebné budicí napětí tak bylo sníženo až o dva řády (na hodnotu desítek až stovek voltů) oproti měničům křemenným. Nevýhodou keramických měničů oproti měničům křemenným jsou vyšší dielektrické i mechanické ztráty, což spolu s nižšími hodnotami Curieovy teploty (při této teplotě zanikají piezoelektrické vlastnosti) omezuje pracovní teplotu a vyzářený výkon měniče. Měniče, které pracují s trvalým výkonem nad  $3\text{ W cm}^{-2}$ , musí být intenzívně chlazeny. Maximální výkon vyzářený měničem je omezen hodnotou  $10\text{ W cm}^{-2}$ .

## 2 Piezoelektrické rezonátory

Pro praktické využití se zhotovují z piezoelektrických látek výbrusy určitých geometrických tvarů. Nejčastěji to bývají tyčinky nebo destičky kruhového nebo pravouhého tvaru. Na takové výbrusy se vhodným způsobem nanasou elektrody, na které se přivádí elektrické napětí.

### 2.1 Mechanické kmity

Následkem převráceného piezoelektrického jevu se bude daný výbrus deformovat. Příslušnou složku elastického napětí, která vyvolá deformaci krystalu, stanovíme z vhodné piezoelektrické rovnice:

$$T_{\lambda} = -\sum_{i=1}^3 e_{i\lambda} \cdot E_i \quad (43)$$

Bude-li se přiložené elektrické napětí periodicky měnit, bude se tedy měnit i intenzita elektrického pole  $E_i$ , dojde k periodické změně deformace výbrusu a ten se rozkmitá vynucenými kmity. Amplituda těchto kmitů bude největší, bude-li se kmitočet budícího elektrického pole rovnat vlastnímu mechanickému rezonančnímu kmitočtu výbrusu. Takový rezonátor se potom uplatňuje jako oscilační systém s význačnými elastickými a elektrickými vlastnostmi.

Vlny, které mohou ve výbrusech vznikat, jsou podélné - longitudinální a příčné - transversální. V elastických tělesech konečných rozměrů jsou však poměry složitější. V reálných piezoelektrických krystalech existují tyto typické druhy kmitů:

- Kmity tyčinek

1. Podélné kmity (nejjednodušší způsob kmitů tyčinky, jež se deformuje ve směru délky)
2. Ohybové kmity
3. Torzní kmity (natáčení příčných průřezů tyčinek)

- Kmity destiček

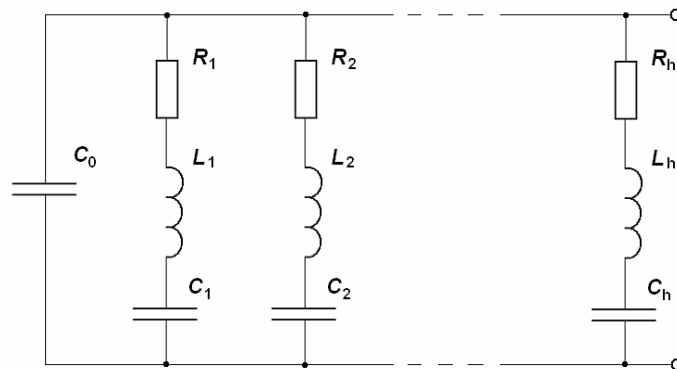
1. Plošně – podélné kmity (kmity ve směru převládajícího geometrického rozměru)
2. Tloušťkově – podélné kmity (kmity ve směru tloušťky)
3. Plošně – střižné kmity (dochází ke střižné deformaci v ploše destičky)

4. Tloušťkově – střižné kmity (dochází k vzájemnému posuvu ploch destičky)
5. Ohybové kmity

Výbrusy konečných rozměrů mohou kmitat současně několika typy kmitů a může též docházet k vzájemné vazbě těchto kmitů. Matematicky se takový systém popisuje velmi obtížně.

## 2.2 Náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru

Rezonátor buzený na kmitočtu odpovídajícím vlastnímu mechanickému rezonančnímu kmitočtu je uplatňován jako oscilační systém s význačnými elektrickými vlastnostmi. Tyto vlastnosti a konkrétní obvod, jež rezonátor představuje, je třeba znát pro vlastní aplikace. Náhradní schéma obvodu představující rezonátor je sestaveno z kapacitátorů, indukčností a odporů, v blízkém okolí rezonančního kmitočtu má stejné vlastnosti jako reálný piezoelektrický rezonátor. Řešením obvodu piezoelektrického rezonátoru zapojeného ke zdroji harmonického signálu obdržíme výraz pro velikost proudu tekoucího obvodem rezonátoru. Porovnáním s proudem tekoucím elektrickým obvodem složeným z dekretních součástí obdržíme zapojení náhradního obvodu rezonátoru. Celkový elektrický náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru v širokém kmitočtovém rozsahu je naznačen na obrázku Obr 6.



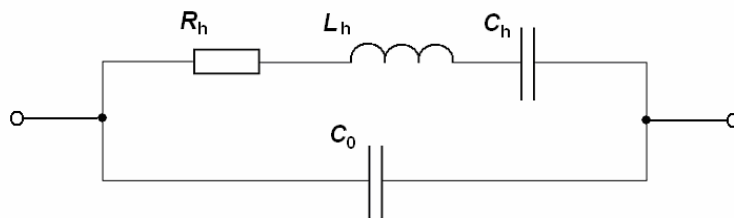
**Obr. 6:** Elektrický náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru [4]

Jednotlivé elementy náhradního obvodu představují:

- |                                                               |              |
|---------------------------------------------------------------|--------------|
| $C_0$ - tzv. statickou kapacitu rezonátoru                    | (F)          |
| $R_h$ - dynamický odpor pro $h$ -tý harmonický kmitočet       | ( $\Omega$ ) |
| $L_h$ - dynamickou indukčnost pro $h$ -tý harmonický kmitočet | (H)          |
| $C_h$ - dynamickou kapacitu pro $h$ -tý harmonický kmitočet   | (F)          |
| $(h$ je přirozené číslo; $h = 1, 2, 3, \dots)$                |              |

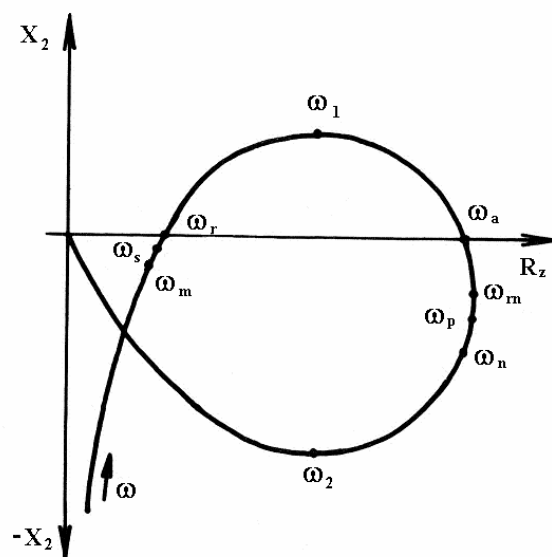
Statická kapacita  $C_0$  je určena jednoznačně geometrickými rozměry výbrusu a dielektrickými vlastnostmi použitého piezoelektrického materiálu. Vybuzený kmitočet závisí na konstrukci rezonátoru, upevnění přívodů a na typu vybuzených kmitů. U některých rezonátorů můžeme vybudit jen liché harmonické kmitočty, u některých jen sudé. Je možno vybudit i kmity, které nejsou celistvým násobkem základního rezonančního kmitočtu, ale násobek je kořenem tzv. kmitočtové rovnice. Při vyšších harmonických kmitočtech klesá u reálných rezonátorů amplituda kmitů a z toho důvodu se v praxi nevyužívá vyšší než asi sedmé harmonické.

Z náhradního obvodu pro jeden určitý harmonický kmitočet  $f_h$  zakresleného na Obr. 7 je vidět, že se jedná o dvojbran, který má určité charakteristické vlastnosti.



**Obr. 7:** Elektrický náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru pro  $h$ -tou harmonickou [1]

Impedance tohoto obvodu se znázorní v komplexní rovině, viz Obr. 8, kde můžeme určit některé typické kmitočty charakterizující daný rezonátor. Kmitočet, pro který je absolutní hodnota impedance minimální, je  $\omega_m$ ,  $\omega_r$  je rezonanční kmitočet, pro který je reaktance rovna nule. Kmitočet  $\omega_l$  je takový, kdy reaktance nabývá maximální hodnoty induktivního charakteru,  $\omega_a$  je tzv. antirezonanční kmitočet, pro který je reaktance podruhé rovna nule. Maximální rezistence odpovídá kmitočtu  $\omega_m$ . Absolutní hodnota impedance je minimální pro kmitočet  $\omega_n$  a  $\omega_2$  je kmitočet, pro který nabývá reaktance maximální hodnoty kapacitního charakteru.



**Obr. 8:** Impedanční charakteristika náhradního obvodu piezoelektrického rezonátoru [1]

Při zanedbání tlumení – vzhledem k vysokému  $Q$  je možné si to dovolit – zavedeme tzv. sériový rezonanční kmitočet  $\omega_s$  a paralelní rezonanční kmitočet  $\omega_p$ , pro které platí vztahy:

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L_h \cdot C_h}} \quad (44)$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{C_h + C_0}{L_h \cdot C_h \cdot C_0}} \quad (45)$$

### 2.3 Měření vlastností rezonátorů

Pro určení jednotlivých prvků náhradního obvodu piezoelektrického rezonátoru musíme nejdříve znát jeho sériový a paralelní rezonanční kmitočet. Měření užívané k určení těchto kmitočtů jsou buď aktivní, nebo pasivní.

U aktivních měření se rezonátor zpravidla zapojuje přímo do obvodu vhodného oscilátoru, jehož kmitočet rezonátor určuje. Kmitočet se pak vyhodnocuje pomocí čítače. Sériový rezonanční kmitočet se určuje pomocí Heegnerova oscilátoru, kde je rezonátor zapojen v kladné zpětné vazbě mezi dvěma zesilovacími stupni. Heegnerův oscilátor se tak rozkmitá na kmitočtu, který odpovídá sériovému rezonančnímu kmitočtu rezonátoru, kdy je impedance rezonátoru minimální.

Pasivní měření využívají vlastností náhradního obvodu rezonátoru, kdy rezonátor budíme generátorem, kde postupně nastavujeme takový kmitočet, při kterém je maximální výchylka selektivního voltmetru zapojeného na výstupních svorkách rezonátoru.

### 2.3.2 Měření parametrů náhradního obvodu rezonátoru

Jednotlivé prvky náhradního obvodu rezonátoru lze určit různými metodami. Uvedeme si nejběžnější z nich.

Statickou kapacitu  $C_0$  je možné měřit na běžném kapacitním můstku při libovolném měřicím kmitočtu, avšak vzdáleném od rezonančního kmitočtu. Jednodušší je ale změřit  $C_0$  přístrojem pro měření kapacit řádu pikofaradů až desítek pikofaradů.

K určení dynamického odporu  $R_h$  lze využít některého ze způsobů:

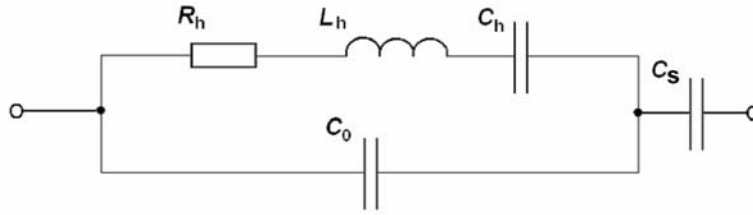
- měření za použití můstkové metody
- stanovení  $R_h$  z rezonanční křivky
- výpočtem naměřeného činitele jakosti  $Q_h$
- měřením za použití substituční metody

Nejčastěji se používá poslední způsob. Lze při tom použít jak aktivní, tak pasivní metodu určení sériového rezonančního kmitočtu. V obou případech se rezonátor nahradí proměnným reálným odporem, jenž se nastaví na hodnotu, kdy jsou zachovány tytéž podmínky, jako při zapojeném rezonátoru. Potom hodnota proměnného odporu odpovídá dynamickému odporu  $R_h$  rezonátoru.

Dynamická indukčnost  $L_h$  a dynamická kapacita  $C_h$  se u elektrického náhradního obvodu měří nejobtížněji. Obvykle se stanovuje jedním ze čtyř způsobů:

- ze závislosti impedance na kmitočtu v oblasti mezi rezonančním a antirezonančním kmitočtem
- z měření útlumu piezoelektrického rezonátoru
- výpočtem z naměřeného činitele jakosti  $Q$  a dynamického odporu  $R_h$
- ze změny rezonančního kmitočtu, způsobené připojením známé reaktance

V dalším je rozveden poslední způsob. Princip měření a výpočtu vyplývá z Obr 9.



**Obr. 9:** Elektrický náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru se sériovou kapacitou [4]

Zvolíme-li kapacitu  $C_s$  větší než  $C_0$  a předpokládáme-li malé tlumení výbrusu, obdržíme řešením daného obvodu vztah pro rozladění vůči sériovému rezonančnímu kmitočtu vlastního rezonátoru ve tvaru:

$$\Delta\omega = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L_h \cdot (C_0 + C_s)} \quad (46)$$

z něhož pro  $L_h$  vyplývá:

$$L_h = \frac{1}{2 \cdot \omega_s \cdot \Delta\omega \cdot (C_0 + C_s)} \quad (47)$$

Pro dynamickou kapacitu  $C_h$  lze z Thomsonova vztahu odvodit výraz:

$$C_h = \frac{2 \cdot \Delta\omega \cdot (C_0 + C_s)}{\omega_s} \quad (48)$$

K vyloučení statické kapacity  $C_0$ , zahrnující parazitní kapacity přívodů a celého zařízení, provedeme měření se dvěma postupně připojenými kondenzátory o kapacitách  $C_{s1}$  a  $C_{s2}$ . Matematickou úpravou přechází v tomto případě (48) ve vztah:

$$C_h = \frac{2 \cdot \Delta f_1}{f_{sh}} \cdot \frac{C_{s1} - C_{s2}}{1 - \frac{\Delta f_1}{\Delta f_2}} \quad (49)$$

kde

$$\begin{aligned} \Delta f_1 &= f_{sC_1} - f_{sh} \\ \Delta f_2 &= f_{sC_2} - f_{sh} \end{aligned} ,$$

$f_{sh}$  - sériový rezonanční kmitočet vlastního rezonátoru pro daný harmonický rezonanční kmitočet

$f_{sC1}, f_{sC2}$  - sériové rezonanční kmitočty rezonátoru s postupně připojenými kondenzátory  $C_{s1}$  a  $C_{s2}$

Z Thomsonova vztahu vyplývá pro dynamickou indukčnost  $L_h$ :

$$L_h = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_{sh}^2 \cdot C_h} \quad (50)$$

Paralelní rezonanční kmitočet je dán výrazem:

$$f_{ph} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{C_h + C_0}{L_h \cdot C_h \cdot C_0}} = f_{sh} \cdot \sqrt{1 + \frac{C_h}{C_0}} \quad (51)$$

Činitel jakosti vypočítáme buď z rovnice:

$$Q_h = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_{sh} \cdot L_h}{R_h} \quad , \quad (52)$$

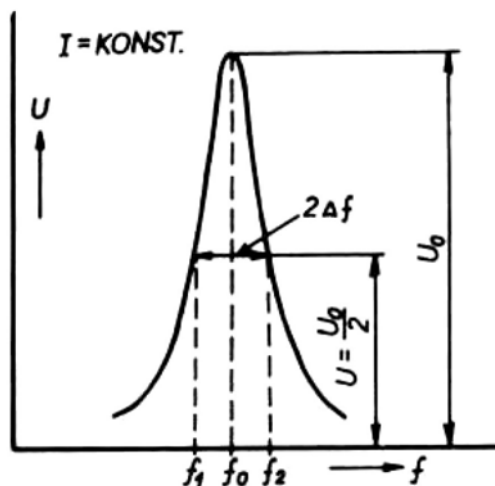
nebo jej určíme z rezonanční křivky. Pro toto určení využijeme pasivní metodu měření, kdy rezonátor budíme generátorem a naladíme jeho paralelní rezonanční kmitočet, jenž je dán vztahem (51), resp. (53):

$$\omega_{ph} = \sqrt{\frac{C_h + C_0}{L_h \cdot C_h \cdot C_0}} \quad (53)$$

Činitel jakosti je pak dán vztahem:

$$Q_h = \frac{f_{ph} \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \Delta f} \quad (54)$$

kde  $\Delta f$  je rozdíl frekvence při napětí na rezonátoru v maximální hodnotě výchylky napětí  $U = U_0$ , tzn. v rezonanci a frekvence při napětí na rezonátoru v poloviční hodnotě výchylky napětí  $U = U_0 / 2$ , viz. Obr. 10.



**Obr. 10:** Určení  $Q$  z rezonanční křivky [6]

Pro závislost  $U$  na činiteli jakosti  $Q$  platí vztah:

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{1 + 4 \cdot Q^2 \cdot d^2}} \quad (55)$$

kde  $U_0$  je napětí na rezonátoru v rezonanci a  $d = \Delta f / f_{ph}$  je poměrné rozladění.

### 2.3.3 Měření teplotní závislosti rezonančního kmitočtu rezonátoru

Rezonanční kmitočet rezonátoru je obecně závislý na hustotě piezoelektrické látky, jejich elastických vlastnostech a na rozměrech výbrusu. Vzhledem k závislosti těchto veličin na teplotě se bude s teplotou měnit i rezonanční kmitočet. Z naměřeného průběhu závislosti rezonančního kmitočtu na teplotě lze stanovit lokální extrémy této křivky, kde je poměrná změna rezonančního kmitočtu minimálně závislá na teplotě. Tato teplota se volí jako pracovní teplota rezonátoru, kdy se dosahuje největší stability kmitočtu rezonátoru.

Měření se provádí buď kontinuálně nebo přetržitě. U kontinuální metody se volí rychlost ohřevu cca 5 °C za minutu, kdy se zároveň vyhodnocuje i rezonanční kmitočet. Naměřené výsledky se zpracovávají graficky jako teplotní závislost rezonančního kmitočtu, kdy se matematicky vyjadřuje zpravidla prvními třemi členy mocninné řady:

$$\frac{\Delta f_r}{f_{r0}} = \frac{f_r - f_{r0}}{f_{r0}} = \alpha_{f_r}^{(1)} \cdot (\vartheta - \vartheta_0) + \alpha_{f_r}^{(2)} \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2 + \alpha_{f_r}^{(3)} \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^3 + \dots \quad (53)$$

v níž  $\alpha_{f_r}^{(n)}$  je teplotní součinitel kmitočtu  $n$ -tého řádu, definovaný vztahem:

$$\alpha_{f_r}^{(n)} = \frac{1}{n! \cdot f_{r0}} \cdot \left( \frac{\partial^n f_r}{\partial \mathcal{G}^n} \right)_{\mathcal{G}=\mathcal{G}_0} \quad (54)$$

kde  $f_r$  je rezonanční kmitočet při teplotě  $\mathcal{G}$  a  $f_{r0}$  je rezonanční kmitočet při vztažné teplotě  $\mathcal{G}_0$ .

Vztažná teplota  $\mathcal{G}_0$  se většinou volí 25 °C. Kontinuální metoda je relativně rychlá, ale její přesnost je malá. Zkreslení výsledků bývá ovlivněno nevhodnou rychlostí ohřevu, kdy se rezonátor dostatečně neprohřeje, nebo vlivem tzv. teplotního šoku.

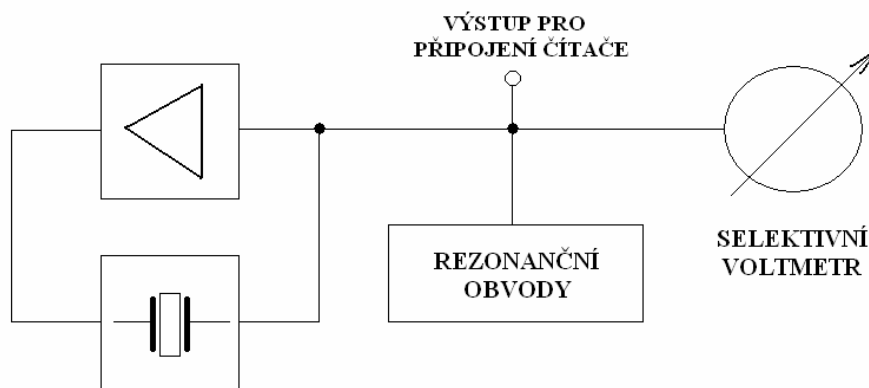
Druhá metoda, přetržitá, uvedené nevýhody nemá, ale je časově náročnější. Používá se pro přesná měření. Při této metodě je rezonátor umístěn v termostatu, který umožňuje nastavit libovolnou teplotu a tuto přesně udržuje. Rezonátor je dokonale vyhřátý na nastavenou teplotu a po určité době výdrže vymizí i pnutí mezi elektrodami a výbrusem. Po odečtení rezonančního kmitočtu je nastavena další hodnota teploty a postup měření se opakuje. Takto lze stanovit celou teplotní závislost rezonančního kmitočtu.

### 3 Návrh měřícího zařízení

Pomocí navrhovaného měřícího zařízení by se měly dát určit hodnoty náhradního obvodu konkrétního piezoelektrického rezonátoru pro základní a následující vyšší rezonanční kmitočty aktivní metodou měření. Funkce zařízení je odvozena od Heegnerova oscilátoru.

#### 3.1 Předpokládaná bloková struktura oscilátoru

Uvažujme zapojení oscilátoru, kde se bude měřený rezonátor zapojovat do obvodu zpětné vazby jednostupňového, příp. dvoustupňového zesilovače. K výběru rezonančního kmitočtu bude stejně jako u Heegnerova oscilátoru sloužit laděný obvod naladěný na patřičný rezonanční kmitočet rezonátoru a zapojený na výstupu oscilátoru. Obecné blokové schéma je znázorněné na Obr. 11.



Obr. 11: Obecné blokové schéma měřícího oscilátoru

#### 3.2 Principiální schéma oscilátoru

Při výběru vhodného zapojení pro navrhovaný oscilátor bylo nejdříve nutné znát princip zapojení Heegnerova oscilátoru, ze kterého se při návrhu nového zařízení vychází. V přílohách č. 1 a č. 2 jsou obsaženy patenty Dr. Kurta Heegnera, které principiálně popisují základní zapojení krystalových oscilátorů. Tyto patenty jsou v původním znění, jejich zápis byl proveden ještě před druhou světovou válkou.

Zapojení Heegnerova oscilátoru je v principu dvoustupňový elektronkový zesilovač, kde je využíváno mezimřížkových kapacit k vytvoření kladné zpětné vazby, do jejíž smyčky

je zařazený piezoelektrický rezonátor, přičemž jednotlivé stupně zesilovače otáčejí fázi o  $180^\circ$ . Takové zapojení je ale schopno kmitat jen na nízkých kmitočtech, řádově stovky kHz.

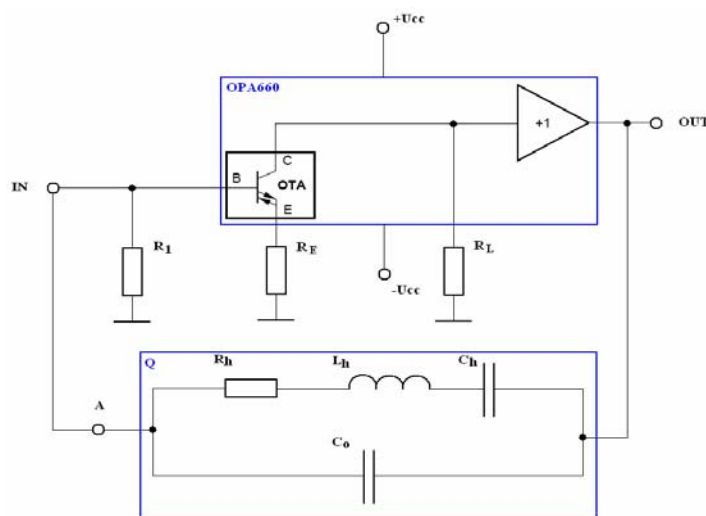
S použitím moderních součástek není možné aplikovat tento způsob zapojení. Princip funkce celého zařízení je však možné realizovat nemálo způsoby. Při návrhu bylo uvažováno několik možností. Tyto možnosti byly teoreticky i prakticky ověřeny.

### 3.2.1 Zapojení s diamantovým tranzistorem

V uvažovaném zapojení oscilátoru můžeme s výhodou využít bázevého zapojení „diamantového tranzistoru“ firmy Burr-Brown, označeném OPA660. Jedná se v principu o zapojení transadmitančního zesilovače s velkou vstupní impedancí, resp. zdroje proudu řízeného napětím.

Tranzistor OPA660 je v podstatě integrovaný obvod s vysoce kvalitním tranzistorem a napěťovým sledovačem. Mezi jeho základní vlastnosti např. patří široká šířka pásma – až 850 MHz, velmi nízká chybovost zisk/fáze –  $0,06\% / 0,02^\circ$ , všestranný okruh využití [5].

Principiální schéma zapojení oscilátoru je zakresleno na Obr. 12. V horní části vidíme zapojení integrovaného obvodu OPA660, hned pod ním je rozkresleno náhradní obvodové schéma rezonátoru. Toto zapojení bylo simulováno v programu ORCAD PSpice. Simulaci se nepovedlo uvést do provozu, proto bylo zapojení realizováno a otestováno prakticky, ale ani v tomto případě se zapojení nepodařilo uvést do provozu, neboť integrovaný obvod OPA660 je vybavený ochranným zapojením proti rozkmitání, s čímž při prvotních úvahách nebylo počítáno.

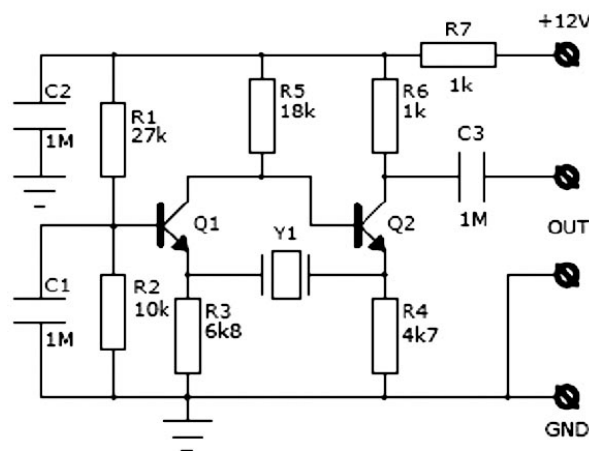


Obr. 12: Principiální schéma s obvodem OPA660

### 3.2.2 Zapojení VF krystalového oscilátoru

V jednoduchém zapojení oscilátoru znázorněném na obrázku Obr. 13 je využíváno dvoustupňového tranzistorového zesilovače s tranzistory zapojenými se společným emitorem. Mezi editory je vložen rezonátor, na jehož frekvenci celý obvod kmitá. Zapojení je koncipováno ke zkoušení rezonátorů v širokém rozmezí kmitočtů.

Při realizaci a následném testování zapojení se zapojeným laděným obvodem se nepodařilo oscilátor rozkmitat na vyšším rezonančním kmitočtu rezonátoru, zařízení kmitalo stabilně pouze na základním.



Obr. 13: Zapojení krystalového oscilátoru [7]

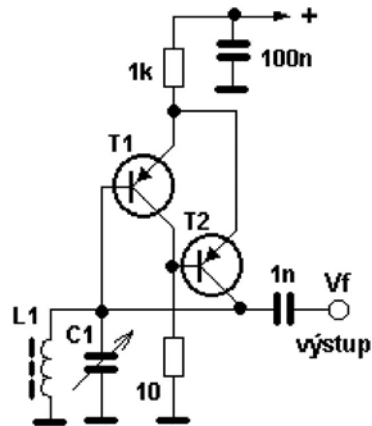
Podobné výsledky byly zjištěny i při zapojení dvou operačních zesilovačů v invertujícím zapojení, kde oba operační zesilovače otáčely fází o 180° a vzájemná zpětná vazba nebyla dostatečně silná k tomu, aby se signál dokonale navázal. Zapojení se nepodařilo rozkmitat jak na základním tak i na vyšších rezonančních kmitočtech rezonátoru.

### 3.2.3 Zapojení s dvoutranzistorovým LC oscilátorem

Jedná se o jednoduchý tranzistorový oscilátor uvedený na Obr. 14, mezi jehož dobré vlastnosti patří schopnost rozkmitat se při libovolném vzájemném poměru indukčnosti a kapacity ladícího obvodu, čehož bylo s výhodou využito.

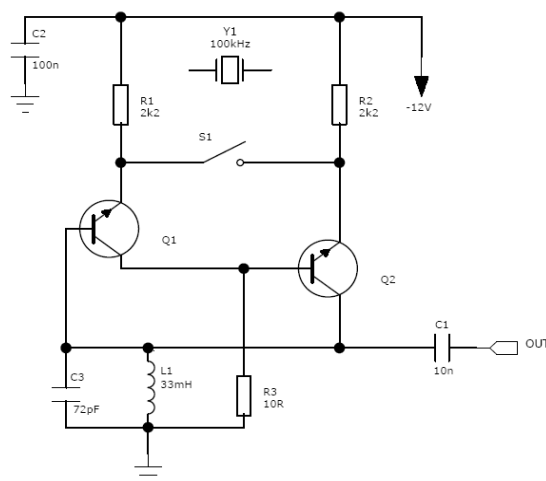
Zapojení obsahuje dva tranzistory, které jsou navzájem přímo propojené. První tranzistor pracuje v zapojení se společným kolektorem, takže má velkou vstupní impedanci, která nezatěžuje laděný obvod, a nízkou výstupní impedanci v emitoru přizpůsobenou ke

vstupu do emitoru druhého tranzistoru, který pracuje v zapojení se společnou bází s velkou vstupní impedancí. Laděný obvod, zapojený ve větvi kladné zpětné vazby zavedené z výstupu na vstup, má tak velmi dobré pracovní podmínky a hlavně nedochází ke zhoršení činitele jakosti  $Q$  obvodu. Druhou větev kladné zpětné vazby tvoří propojení výstupu druhého tranzistoru s emitorem prvního tranzistoru a rezistor napájecího uzlu. Výhodou zapojení též je, že vysokofrekvenční napětí je odebíráno přímo z laděného obvodu, kde není zkresleno a má dokonale sinusový průběh.



**Obr. 14:** VF dvoutranzistorový oscilátor LC [8]

Modifikací tohoto schéma do podoby popsané v části 3.2.2 bylo získáno zapojení, které umožňovalo rozkmitání obvodu se zapojeným rezonátorem. Zde došlo k zavedení zpětné vazby rozpojením zkratu emitorových rezistorů a rozkmitáním oscilátoru na frekvenci rezonátoru vloženém mezi emitory obou tranzistorů. Testováno bylo s tranzistory typu NPN, jak je uvedeno na Obr. 15.



**Obr. 15:** LC oscilátor s piezoelektrickým rezonátorem

Takto sestavené zapojení umožňovalo rozkmitání rezonátoru na základním i následujícím vyšším rezonančním kmitočtu zcela bez problémů a vysoce stabilně. Úpravou zapojení s použitím tranzistorů typu PNP a použitím cívky s křížovým – nízkokapacitním vinutím bylo dosaženo lepší jakosti obvodu a možnosti rozkmitání rezonátoru i na třetím rezonančním kmitočtu.

### 3.3 Detailní obvodové schéma měřicího oscilátoru

Postupnými praktickými úpravami a testováním zapojení LC oscilátoru se zařazeným piezoelektrickým rezonátorem uvedeném v části 3.2.3 a obohacením o výstupní obvody bylo sestaveno a odzkoušeno kompletní obvodové schéma navrhovaného měřicího oscilátoru. Toto detailní obvodové schéma je uvedeno v příloze č. 3.

V levé části schéma se nachází obvod samotného oscilátoru. Mezi emitory tranzistoru je zakreslen spínač S4, který umožňuje volit sériové kapacity, jež jsou využity k určení dynamické kapacity a indukčnosti daného rezonátoru, nebo zkrat. Do série se spínačem a sériovými kapacitami se zařazuje pomocí přístrojových svorek rezonátor. V jednom uzlu kolektor – báze obou tranzistorů je vložen pouze napájecí dělič, ve druhém uzlu kolektor - báze je paralelní kombinace cívky  $L$  a proměnného kondenzátoru, ke kterému se pomocí spínače S2 připojují paralelní kapacity potřebné ke změně celkové kapacity laděného obvodu na daném harmonickém kmitočtu. Spínač S2 je mechanicky spojen zároveň se spínačem S3, kterým se volí nastavení pracovních bodů tranzistorů pro nastavení pracovní oblasti oscilátoru při daném rezonančním kmitočtu, dále se spínačem S5, jenž upravuje rozsah indikátoru, neboť s každým následujícím vyšším rezonančním kmitočtem klesá amplituda kmitů. Tato kombinace spínačů je řešena otočným třípolohovým přepínačem, kterým se volí měření na jednotlivých rezonančních kmitočtech rezonátoru.

V pravé části schéma jsou znázorněny výstupní obvody upravující úroveň výstupního signálu pro jednotlivé indikační přístroje. Zde se nachází dva operační zesilovače, kde operační zesilovač U1-A, zapojený v invertujícím zapojení, upravuje úroveň signálu pro připojení čítače. Obdobně zapojený operační zesilovač U1-B upravuje signál pro osciloskop a zároveň pro obvod s ručičkovým indikátorem. Tento signál odebíraný z výstupu operačního zesilovače je dále přes potenciometr, zapojený jako napěťový dělič, přiveden na diodový usměrňující můstek. Usměrněný a filtrovaný signál je přiveden na spínač S5, který – jak již bylo uvedeno – upravuje rozsah indikačního přístroje, přes sériové rezistory je signál přiveden na indikátor – mikroampérmetr. Dioda D5 slouží k ochraně mikroampérmetru proti přetížení.

### **3.4 Desky plošných spojů a osazovací výkres**

Celkové schéma je rozloženo na dvou jednostranných deskách plošných spojů s využitím vzdušných propojek. Další součástky jsou osazeny přímo na otočných přepínačích. V příloze č. 4 jsou vykresleny desky plošných spojů, v příloze č. 5 je obsažen osazovací výkres. Menší deska nese zapojení samotného oscilátoru, je umístěna přímo na vývodech přístrojových zdířek sloužících k připojení rezonátoru. Deska se zapojením výstupních obvodů je namontována na distančních sloupcích zároveň s nosnou konstrukcí ladícího kondenzátoru.

### **3.5 Mechanické uspořádání**

#### **3.5.1 Výkres čelního panelu skříně**

Výkres čelního panelu určený k vyvrtání otvorů nalezneme v příloze č. 6.

#### **3.5.2 Výkres zadního panelu skříně**

Výkres zadního panelu určený k vyvrtání otvorů nalezneme v příloze č. 7.

### **3.6 Popis čelního panelu**

Popis čelního panelu byl vytisknut na samolepící fólii a byl nalepený na čelní stranu neosazené skříně. Výkres potisku čelního panelu je obsažen v příloze č. 8.

*Poznámka:* V označení přístroje *PH OSCILLATOR 01.1* zkratka *PH* znamená slova *PSEUDO HEEGNER*, typové značení *01.1* určuje první vyrobený model typové řady *01*.

# 4 Měření vlastností rezonátoru

## 4.1 Popis měřící metody

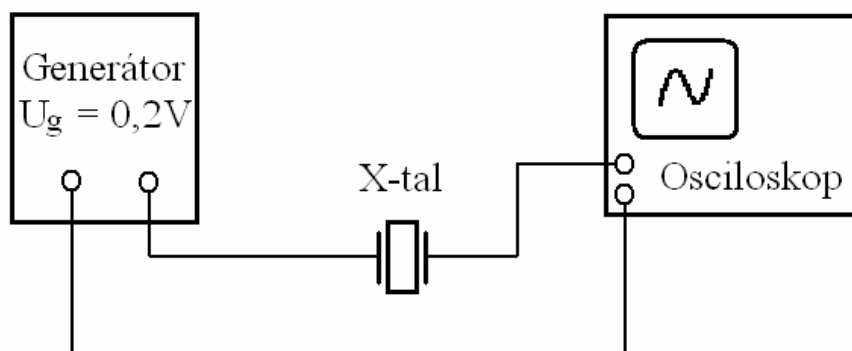
Při měření vlastností prvků náhradního schématu se vychází z předpokladu, že při rezonanci se rezonátor chová jako elektrický obvod naznačený na Obr. 6. Můžeme proto použít ke změření jednotlivých prvků postupů zmiňovaných v kapitole 2.3. Dynamický odpor  $R_d$  určíme pasivní metodou z rezonanční křivky.

Postup měřící metody je následující:

1. Piezoelektrický rezonátor upevníme do vhodného přípravku, který umožňuje připojení rezonátoru k měřicímu oscilátoru i k použitému měřicí kapacit.
2. Změříme statickou kapacitu  $C_0$  pomocí automatického RLCG-metru.
3. Při stanovení  $C_h$ ,  $L_h$  náhradního obvodu připojíme rezonátor k oscilátoru, k jeho výstupu napojíme čítač. Změříme rezonanční kmitočet  $f_{s1}$  vlastního rezonátoru na základním rezonančním kmitočtu – spínač  $F$  přepnut do polohy „1“ odpovídající základnímu rezonančnímu kmitočtu rezonátoru, spínač  $C_s$  v poloze „0“ - zkrat. Poté připojíme do série s rezonátorem kondenzátor o kapacitě  $C_{s1}$  – přepnutím spínače  $C_s$  do polohy „1“, doladíme maximální výchylku a stanovíme odpovídající rezonanční kmitočet  $f_{sC1}$ . Totéž provedeme při připojeném sériovém kondenzátoru o kapacitě  $C_{s2}$  – přepnutím spínače  $C_s$  do polohy „2“. Poloha  $C-ext$  je určena pro připojení vnějšího sériového kondenzátoru. Použitím vztahu (49) stanovíme dynamickou kapacitu  $C_h$ . Dynamickou indukčnost  $L_h$  určíme pomocí (50).
4. V dalším měření nastavíme měřicí oscilátor na měření následujícího vyššího (druhého) rezonančního kmitočtu rezonátoru přepnutím spínače  $F$  do polohy „2“ a celé měření zopakujeme. Totéž zopakujeme i pro měření třetího rezonančního kmitočtu.
5. K určení dynamického odporu  $R_d$  zapojíme přípravek s rezonátorem dle schéma na Obr. 16 pro měření rezonanční křivky. Generátor nastavíme na režim se sinusovým průběhem napětí s amplitudou 0,2 V. Dále nastavíme přibližně hodnotu kmitočtu odpovídající základnímu rezonančnímu kmitočtu rezonátoru a pozorováním na osciloskopu a doladěním frekvence generátoru nalezneme rezonanci a odčteme hodnotu maximální hodnoty napětí na rezonátoru. Poté zvýšíme kmitočet generátoru tak, až poklesne napětí na rezonátoru na poloviční hodnotu a zaznameneáme hodnotu

kmitočtu. Totéž provedeme při snížení kmitočtu. S využitím vztahu (54) určíme jakost  $Q$  pomocí vztahu (52) vypočteme dynamický odpor rezonátoru  $R_d$ . Toto provedeme i pro následující dva vyšší rezonanční kmitočty.

- Na základě změřených a vypočtených hodnot sestavíme náhradní zapojení rezonátoru.



**Obr. 16:** Měření rezonanční křivky piezoelektrického rezonátoru

## 4.2 Naměřené hodnoty

### 4.2.1 Naměřené hodnoty pro sériový rezonanční kmitočet (aktivní metoda):

Pomocí RLC-metru TESLA BM 509 byla změřena statická kapacita  $C_0$ :

$$C_0 = 35 \text{ pF}$$

Čítačem HUNG CHANG 9100 bylo provedeno měření rezonančních kmitočtů rezonátoru, hodnoty udává tabulka Tab. 3.

Hodnoty sériových kapacit jsou  $C_{S1} = 202 \text{ pF}$ ,  $C_{S2} = 89,8 \text{ pF}$ .

Rezonanční kmitočty	$f_{sh}$ (kHz)	$f_{sC1}$ (kHz)	$f_{sC2}$ (kHz)	$\Delta f_1$ (Hz)	$\Delta f_2$ (Hz)
základní	99,995	100,013	100,029	18	34
první vyšší	228,250	228,260	228,269	10	19
druhý vyšší	380,682	380,686	380,689	4	7

**Tab. 3:** Aktivní metoda měření

Základní rezonanční kmitočet:

Dynamická kapacita

$$C_h = \frac{2\Delta f_1}{f_{sh}} \cdot \frac{C_{S1} - C_{S2}}{1 - \frac{\Delta f_1}{\Delta f_2}} = \frac{2 \cdot 18}{99995} \cdot \frac{202 \cdot 10^{-12} - 89,8 \cdot 10^{-12}}{1 - \frac{18}{34}} = \underline{\underline{8,58 \cdot 10^{-14} \text{ F}}}$$

Dynamická indukčnost

$$L_h = \frac{1}{4\pi^2 \cdot f_{sh}^2 \cdot C_h} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 99995^2 \cdot 8,58 \cdot 10^{-14}} = \underline{\underline{29,25 \text{ H}}}$$

Paralelní rezonanční kmitočet

$$f_{ph} = f_{sh} \cdot \sqrt{1 + \frac{C_h}{C_0}} = 99995 \cdot \sqrt{1 + \frac{8,58 \cdot 10^{-14}}{35 \cdot 10^{-12}}} = \underline{\underline{100117 \text{ Hz}}}$$

První vyšší rezonanční kmitočet:

Dynamická kapacita

$$C_h = \frac{2\Delta f_1}{f_{sh}} \cdot \frac{C_{S1} - C_{S2}}{1 - \frac{\Delta f_1}{\Delta f_2}} = \frac{2 \cdot 10}{228250} \cdot \frac{202 \cdot 10^{-12} - 89,8 \cdot 10^{-12}}{1 - \frac{10}{19}} = \underline{\underline{2,076 \cdot 10^{-14} \text{ F}}}$$

Dynamická indukčnost

$$L_h = \frac{1}{4\pi^2 \cdot f_{sh}^2 \cdot C_h} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 228250^2 \cdot 2,076 \cdot 10^{-14}} = \underline{\underline{23,42 \text{ H}}}$$

Paralelní rezonanční kmitočet

$$f_{ph} = f_{sh} \cdot \sqrt{1 + \frac{C_h}{C_0}} = 228250 \cdot \sqrt{1 + \frac{2,076 \cdot 10^{-14}}{35 \cdot 10^{-12}}} = \underline{\underline{228318 \text{ Hz}}}$$

Druhý vyšší rezonanční kmitočet:

Dynamická kapacita

$$C_h = \frac{2\Delta f_1}{f_{sh}} \cdot \frac{C_{S1} - C_{S2}}{1 - \frac{\Delta f_1}{\Delta f_2}} = \frac{2 \cdot 4}{380682} \cdot \frac{202 \cdot 10^{-12} - 89,8 \cdot 10^{-12}}{1 - \frac{4}{7}} = \underline{\underline{5,06^{-15} \text{ F}}}$$

Dynamická indukčnost

$$L_h = \frac{1}{4\pi^2 \cdot f_{sh}^2 \cdot C_h} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 380682^2 \cdot 5,06^{-15}} = \underline{\underline{34,54 \text{ H}}}$$

Paralelní rezonanční kmitočet

$$f_{ph} = f_{sh} \cdot \sqrt{1 + \frac{C_h}{C_0}} = 380682 \cdot \sqrt{1 + \frac{5,06 \cdot 10^{-15}}{35 \cdot 10^{-12}}} = \underline{\underline{380710 \text{ Hz}}}$$

#### 4.2.2 Naměřené hodnoty pro paralelní rezonanční kmitočet (pasivní metoda):

Měření bylo provedeno pomocí generátoru Agilent 33220A a průběhy byly zobrazovány na osciloskopu Hewlett Packard 54603B. Naměřené hodnoty jsou zapsány v tabulce Tab. 4.

$U_g = 0,2 \text{ V}$		$U \text{ (V)}$	$f \text{ (kHz)}$
základní rez. kmit.	$U_0$	12,84	100,07274
	$U_0/2$	6,92	100,06820
první vyšší rez. kmit.	$U_0$	12,92	228,29788
	$U_0/2$	6,96	228,29504
druhý vyšší rez. kmit.	$U_0$	1,924	380,70045
	$U_0/2$	0,69	380,68800

**Tab. 4:** Pasivní metoda měření

#### Výpočet dynamického odporu $R_h$ :

Základní rezonanční kmitočet:

$$\Delta f = f_{U_0} - f_{U_0/2} = 100072,74 - 100068,20 = 4,54 \text{ Hz}$$

$$Q = \frac{f_0 \cdot \sqrt{3}}{2\Delta f} = \frac{100072,74 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 4,54} = \underline{19089}$$

$$R = \frac{2\pi f_0 \cdot L}{Q} = \frac{2\pi \cdot 100072,74 \cdot 29,25}{19089} = \underline{\underline{963 \Omega}}$$

První vyšší rezonanční kmitočet:

$$\Delta f = f_{U_0} - f_{U_0/2} = 228297,88 - 228295,04 = 2,84 \text{ Hz}$$

$$Q = \frac{f_0 \cdot \sqrt{3}}{2\Delta f} = \frac{228297,88 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2,84} = \underline{69617}$$

$$R = \frac{2\pi f_0 \cdot L}{Q} = \frac{2\pi \cdot 228297,88 \cdot 23,42}{69617} = \underline{\underline{483 \Omega}}$$

Druhý vyšší rezonanční kmitočet:

$$\Delta f = f_{U_0} - f_{U_0/2} = 380700,45 - 380688,00 = 12,45 \text{ Hz}$$

$$Q = \frac{f_0 \cdot \sqrt{3}}{2\Delta f} = \frac{380700,45 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 12,45} = \underline{26482}$$

$$R = \frac{2\pi f_0 \cdot L}{Q} = \frac{2\pi \cdot 380700,45 \cdot 34,54}{26482} = \underline{\underline{3120 \Omega}}$$

## 5 Závěr

Cílem této práce bylo prostudovat teoretické základy vztahující se k piezoelektrickým vlastnostem materiálů a k náhradnímu schématu piezoelektrického rezonátoru, dále pak seznámení se s principy měření prvků náhradního obvodu piezoelektrického rezonátoru, návrhu a realizaci zařízení k jeho měření a doplněním návodu k použití v laboratoři.

V první části práce je obsažen obecný přehled teorie piezoelektřiny zaměřený jak na matematický popis, tak na technologický popis vlastností piezoelektrických látek. Další část je zaměřena na popis piezoelektrických rezonátorů s podrobnějším vysvětlením jejich náhradního schéma a metod k jeho měření. Třetí část se zabývá návrhem měřicího zařízení, které bude sloužit k měření náhradního obvodu piezoelektrických rezonátorů.

Praktickou náplní práce bylo zrealizování zařízení odzkoušení jeho funkce. Práce obsahuje stručnou výrobní dokumentaci realizovaného zařízení. Dále jsou zde zpracovány naměřené hodnoty a stanoveny hodnoty prvků elektrického náhradního obvodu použitého piezoelektrického rezonátoru pro základní a následující dva nejbližší vyšší rezonanční kmitočty. Tyto hodnoty budou sloužit jako výchozí při využití zařízení v laboratořích.

Součástí práce je podrobný návod laboratorní úlohy pro stanovení prvků náhradního elektrického obvodu piezoelektrického rezonátoru a návod laboratorní úlohy pro stanovení teplotní závislosti rezonančního kmitočtu piezoelektrického rezonátoru s využitím zrealizovaného zařízení.

Přínosem práce je hlubší poznání teorie piezoelektřiny a popis vlastností piezoelektrických látek se zaměřením na popis piezoelektrických rezonátorů s podrobnějším vysvětlením jejich náhradního schéma a metod k jeho měření. Práce by měla položit základy ke vznikajícímu laboratornímu pracovišti, jemuž by měla být zdrojem nezbytných teoretických i praktických informací. Toto pracoviště vzniká v rámci inovace zastaralého pracoviště. Do budoucna se dále zvažuje jeho zautomatizování pro on-line laboratorní provoz.

## 6 Seznam použitých zkratek

$a, b, c$	krystalografické osy souřadné soustavy krystalové strukturní mřížky
$\alpha, \beta, \gamma$	úhly svírané krystalografickými osami soustavy krystalové strukturní mřížky
$D$	indukce elektrického pole
$\varepsilon_0$	permitivita vakua
$\varepsilon_r$	relativní permitivita
$\varepsilon$	absolutní permitivita látky
$E$	intenzita elektrického pole
$\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ji}$	tenzor permitivity
$T$	elastické napětí
$T_{ij}, T_{ji}$	složky elastického napětí
$i, j$	indexy dvojjindexového značení
$\lambda$	index jednoindexového značení
$e$	elastická deformace
$e_{ij}$	dvourozměrná elastická deformace, tenzor elastické deformace
$dx$	elementární úsek úsečky osy x
$du$	prodloužení o hodnotu posunutí
$S_{ij}$	symetrická část tenzoru elastické deformace, deformace
$A_{ij}$	antisymetrická část tenzoru elastické deformace, pootočení
$S$	deformace tělesa
$s$	elastický koeficient
$c$	elastický modul
$S_{ij}$	tenzor elastické deformace (tenzor 2. řádu)
$s_{ijkl}$	složky tenzoru elastického koeficientu (tenzor 4. řádu)
$T_{kl}$	tenzor elastického napětí (tenzor 2. řádu)
$c_{ijkl}$	složky tenzoru elastického modulu (tenzor 4. řádu)
$\lambda, \mu$	proměnné označující zkrácené verze indexových značení
$T_\lambda, S_\lambda, E_i, D_i$	nezávisle proměnné ze stavových piezoelektrických rovnic
$s_{\lambda\mu}$	elastický koeficient
$c_{\lambda\mu}$	elastický modul
$d_{j\lambda}, g_{j\lambda}$	piezoelektrický koeficient
$e_{j\lambda}, h_{j\lambda}$	piezoelektrický modul
$\beta_{ji}$	složky tenzoru impermeability

$k^2$	kvadrát koeficientu elektromechanické vazby
$W_1$	energie, jež se mění z mechanické na elektrickou a naopak
$W_2$	celková energie
$W_p$	energie piezoelektrická
$W_e$	energie elektrická
$W_m$	energie mechanická
$X_1, X_2, X_3$	netransformovaná ortogonální soustava os souřadnic
$X'_1, X'_2, X'_3$	pootočená ortogonální soustava os souřadnic
$P$	obecný bod v ortogonální soustavě os souřadnic
$a_1, a_2, a_3$	souřadnice v původní soustavě
$a'_1, a'_2, a'_3$	souřadnice v nové pootočené (čárkované) soustavě
$\alpha_{ij}$	směrový kosinus
$C_0$	tzv. statickou kapacitu rezonátoru
$R_h$	dynamický odpor pro $h$ -tý rezonanční kmitočet
$L_h$	dynamickou indukčnost pro $h$ -tý rezonanční kmitočet
$C_h$	dynamickou kapacitu pro $h$ -tý rezonanční kmitočet
$h$	přirozené číslo značící $h$ -tý rezonanční kmitočet
$\omega_m$	kmitočet, pro který je absolutní hodnota impedance minimální
$\omega_r$	rezonanční kmitočet
$\omega_l$	kmitočet, při němž reaktance nabývá max. hodnoty induktivního charakteru
$\omega_a$	tzv. antirezonanční kmitočet
$\omega_n$	kmitočet, kdy absolutní hodnota impedance je minimální
$\omega_2$	kmitočet, pro který nabývá reaktance max. hodnoty kapacitního charakteru
$\omega_s, \omega_{sh}$	sériový rezonanční kmitočet, sér. rez. kmitočet pro $h$ -tý rezonanční kmitočet
$\omega_p, \omega_{ph}$	paralelní rezonanční kmitočet, par. rez. kmitočet pro $h$ -tý rezonanční kmitočet
$Q, Q_h$	činitel jakosti, činitel jakosti pro $h$ -tý rezonanční kmitočet
$C_s, C_{s1}, C_{s2}$	sériové kapacity
$f_{sh}$	sériový rezonanční kmitočet vlastního rezonátoru pro $h$ -tý rezonanční kmitočet
$f_{sC1}, f_{sC2}$	sériové rez. kmitočty rezonátoru s postupně připojenými kondenzátory $C_{s1}$ a $C_{s2}$
$\Delta f_1, \Delta f_2$	rozdílové frekvence
$U$	napětí
$U_0$	amplituda
$U_g$	napětí generátoru
$d$	poměrné rozladění

$\alpha_{f_n}^{(n)}$	teplotní součinitel kmitočtu $n$ -tého řádu
$f_r$	rezonanční kmitočet při teplotě $\vartheta$
$f_{r0}$	rezonanční kmitočet při vztažné teplotě $\vartheta_0$
$\vartheta, \vartheta_0$	teplota
<i>OPA660</i>	„diamantový tranzistor“ firmy Burr-Brown
<i>S1, S2, ..., S5</i>	spínač č. 1, 2, ..., 5
<i>D5</i>	dioda č. 5

## 7 Seznam obrázků a tabulek

- Obr. 1:** Závislost deformace látky na intenzitě elektrického pole a) při elektrostripci, b) u piezoelektrického jevu [3]
- Obr. 2:** a) Schematizovaná struktura křemene, b) vznik nábojů při stlačení elementární krystalové buňky křemene, c) vznik nábojů při roztážení elementární krystalové buňky křemene [1]
- Obr. 3:** Schematizovaná elementární buňka s přiřazenými krystalografickými osami a ortogonálním systémem os
- Obr. 4:** Složky elastického napětí působící na elementární krychli [2]
- Obr. 5:** Pootočení ortogonální soustavy os [1]
- Obr. 6:** Elektrický náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru [4]
- Obr. 7:** Elektrický náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru pro  $h$ -tou harmonickou [1]
- Obr. 8:** Impedanční charakteristika náhradního obvodu piezoelektrického rezonátoru [1]
- Obr. 9:** Elektrický náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru se sériovou kapacitou [4]
- Obr. 10:** Určení  $Q$  z rezonanční křivky [6]
- Obr. 11:** Obecné blokové schéma měřícího oscilátoru
- Obr. 12:** Principiální schéma s obvodem OPA660
- Obr. 13:** Zapojení krystalového oscilátoru [7]
- Obr. 14:** VF dvoutranzistorový oscilátor LC [8]
- Obr. 15:** LC oscilátor s piezoelektrickým rezonátorem
- Obr. 16:** Měření rezonanční křivky piezoelektrického rezonátoru
- Tab. 1:** Tabulka přepočtu z dvojindexového na jednoindexové značení
- Tab. 2:** Obecný zápis materiálových konstant anizotropní látky [1]
- Tab. 3:** Aktivní metoda měření
- Tab. 4:** Pasivní metoda měření

## 8 Literární zdroje

- [1] KAZELLE J.: Fyzika a technologie piezoelektrických materiálů, V. Piezoelektrina. Ediční středisko VUT Brno, Brno 1978
- [2] ZELENKA J.: Piezoelektrické rezonátory a jejich použití. ACADEMIA, Praha 1983
- [3] KAZELLE J., KALÁB P., MAXA J., SEDLAŘÍKOVÁ M., VANĚK J., ZATLOUKAL M.: Výrobní procesy. Brno, FEKT VUT 2006
- [4] ROZSÍVALOVÁ Z., FRK M.: Struktura a vlastnosti materiálů – Laboratorní cvičení. Brno, FEKT VUT 2007
- [5] Katalogový list BURR-BROWN OPA660, Wide Bandwidth OPERATIONAL TRANSCONDUCTANCE AMPLIFIER AND BUFFER, 1990. [cit. 24. března 2009]. Dostupné na WWW: <http://www.datasheetcatalog.org/datasheet/texasinstruments/opa660.pdf>
- [6] SKOUPIL D.: Měření rezonanční křivky paralelního a vázaného obvodu, 2009. [cit. 24. dubna 2010]. Dostupné na WWW: <http://files.daliborskoupil.webnode.cz/200001310-5acbe5cbfe/Protokol%203.pdf>
- [7] XTAL-OSCILATOR, Xtal-oscilator.pdf, archiv P. Kahle, 2010
- [8] OSCILÁTOR, 2006, [cit. 16. června 2006]. Dostupné na WWW: <http://radioamater.xf.cz/soubory/oscilator.html>, archiv P. Kahle, 2010
- [9] REICHSPATENTAMT PATENTSCHRIFT Nr. 603006, [cit. 24. dubna 2010]. Dostupné na www: [http://www.cdvandt.org/kurt\\_heegner.htm](http://www.cdvandt.org/kurt_heegner.htm)
- [10] PATENT SPECIFICATION 431,068, [cit. 24. dubna 2010]. Dostupné na WWW: [http://www.cdvandt.org/kurt\\_heegner.htm](http://www.cdvandt.org/kurt_heegner.htm)

## 9 Seznam příloh

1. Dr. Kurt Heegner: Patent ze dne 5. ledna 1933 [9]
2. Dr. Kurt Heegner: Patent ze dne 4. ledna 1933 [10]
3. Kompletní obvodové schéma
4. Desky plošných spojů
5. Osazovací výkres
6. Vrtací výkres čelního panelu
7. Vrtací výkres zadního panelu
8. Potisk čelního panelu
9. Fotodokumentace
10. Návod k měřené úloze

# 10 Přílohy

1. Dr. Kurt Heegner: Patent ze dne 5. ledna 1933 [10]

DEUTSCHES REICH

Bibliothek  
Br. Ind. Eigendom  
17 OCT. 1934



AUSGEBEN AM  
20. SEPTEMBER 1934

REICHSPATENTAMT  
PATENTSCHRIFT

№ 603 006

KLASSE 21 a<sup>4</sup> GRUPPE 802

H 134700 VIII a/21 a<sup>4</sup>

Tag der Bekanntmachung über die Erteilung des Patents: 6. September 1934

Dr. Kurt Heegner in Berlin-Steglitz

Durch piezoelektrischen Kristallresonator erregter Oszillator

Patentiert im Deutschen Reiche vom 5. Januar 1933 ab

Bekannt ist die Erregung von piezoelektrischen Kristallresonatoren durch Elektronenröhren zwecks Konstanthaltung der Frequenz eines Oszillators. Bei den üblichen Schaltungen hängt aber die Frequenz von den Elektrodenkapazitäten der Röhre und anderen elektrischen Schaltgrößen ab. Es besteht daher die Aufgabe, den piezoelektrischen Resonator in einer definierten Eigenfrequenz anzuregen. Eine solche bietet sich dar, wenn die Elektroden des Kristallresonators kurzgeschlossen werden. Verschiedene Näherungslösungen der Aufgabe, die Kurzschlußfrequenz anzuregen, sind bereits bekannt. Eine solche ist nach Abb. 1 dadurch gegeben, daß der Kristall  $Kr$  in die Anodenleitung einer Röhre gelegt wird und durch eine vorgeschaltete Spule  $L_a$  mit einem in der Gitterleitung der Röhre gelegenen elektrischen Kreis  $L_g, C_g$  gekoppelt wird, der auf die Kurzschlußfrequenz des Kristalls abgestimmt wird. Der Kristallkreis ist über einen dem inneren Widerstand des Kristalles angepaßten Ohmschen Widerstand  $R_0$  zu schließen. Bedeutet  $\delta_k$  die Dämpfung des Kristallkreises  $Kr, L_0, R_0$ , ferner  $\delta_e$  die Dämpfung des elektrischen Kreises und  $\Delta\omega_e$  die Abweichung der Eigenfrequenz desselben von der Kristallfrequenz, so berechnet sich die Abweichung  $\Delta\omega$  von der Kristallfrequenz  $\omega_0$  aus der Gleichung

$$\Delta\omega : \Delta\omega_e = \delta_k : \delta_e.$$

Ist  $\delta_k : \delta_e = 10^{-2}$  und soll  $\Delta\omega : \omega_0$  den Wert  $10^{-6}$  erreichen, so ist der elektrische Kreis

mit einer Genauigkeit  $\Delta\omega_e : \omega_0 = 10^{-4}$  einzustellen. Dies ist mit einem guten Anodeninstrument  $A$  auch ausführbar, aber der mit dem Gitter der Röhre festgekoppelte Kreis hält über längere Zeit mit dieser Genauigkeit die Eigenfrequenz nicht aufrecht. Erteilt man dem elektrischen Kreis eine größere Dämpfung, so wird zwar die erforderliche Einstellgenauigkeit für den elektrischen Kreis geringer, aber die Rückkopplung nimmt entsprechend ab, so daß zur Aufrechterhaltung der Schwingungen Röhren entsprechend größerer Steilheit benötigt werden.

Erfindungsgemäß wird die Schwierigkeit dadurch behoben, daß der elektrische Kreis durch dasjenige Schaltelement gedämpft wird, welches die Kopplung mit dem Kristallkreis vermittelt. Sodann hat eine Vermehrung der Dämpfung ein Anwachsen der Rückkopplung zur Folge. Um bei solchen Kopplungen die richtige Phase zu erhalten, sind jedoch im allgemeinen zwei abstimmfähige elektrische Kreise erforderlich, die mit dem Kristallkreis unmittelbar oder durch Röhren gekoppelt werden können. Die abstimmfähigen Kreise werden entweder aus Schaltelementen nach Abb. 2 gebildet, die vom zugeführten Strom  $i$  aus gesehen einen Parallelkreis  $L, C$  mit einer in den Kreis gelegten Koppelimpedanz  $Z$  darstellen, oder auch aus Schaltelementen nach Abb. 3, die einen Serienkreis  $C, L$  mit paralleler Koppelimpedanz  $Z$  darstellen. In diesen Elementen kann auch  $L$  und  $C$  miteinander vertauscht werden. Auch läßt sich  $L$

durch einen Transformator ersetzen. Die Theorie der Schaltelemente ist folgende. In beiden Schaltungen ist der zugeführte Strom  $i$  mit der Spannung  $e$  durch die Gleichung verbunden

$$iL\omega\sqrt{-1} = e \left( 1 + \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\sqrt{-1}}{Z} \right)$$

10 Wird nunmehr der Kreis  $L, C$  auf die Frequenz  $\omega$  abgestimmt, so vereinfacht sich die Beziehung zu

$$iL\omega\sqrt{-1} = e,$$

15 so daß zwischen  $i$  und  $e$  eine von  $Z$  unabhängige Beziehung besteht. Insbesondere eilt die Spannung  $e$  dem Strom  $i$  um einen Phasenwinkel von  $90^\circ$  voraus. Diese Beziehung setzt voraus, daß  $L\omega$  und  $Z$  groß gegen den Spulenwiderstand sind. Ist  $Z$  rein ohmsch, so wird indessen auch bei kleinem  $Z$  der Phasenwinkel  $90^\circ$  erhalten.

Mit diesen Elementen wird der Kristallkreis nach Abb. 4, der aus einem Kristall  $Kr$  und zwei in Serie gelegten Koppelimpedanzen  $Z_1'$  und  $Z_2'$  besteht, unmittelbar oder über Elektronenröhren in geschlossener Folge gekoppelt. Ausführungsbeispiele zeigen Abb. 5, 6, 7. In Abb. 5 ist in die Anodenleitung einer Elektronenröhre ein Parallelkreis  $L_1, C_1$  nach Abb. 2 geschaltet. Durch die in den Kreis gelegte Koppelimpedanz  $Z_1$  ist der Kristallkreis  $Z_1, Kr, Z_2$  angekoppelt und durch die Koppelimpedanz  $Z_2$  der Serienkreis  $L_2, C_2$  nach Abb. 3. Die Spannung an der Spule  $L_2$  wird auf das Gitter der Röhre gegeben. In Abb. 6 ist in die Anodenleitung der oberen Röhre der Ohmsche Widerstand  $R_2$  gelegt (welcher einem der beiden Impedanzen in Abb. 4 gleichzusetzen ist) und an diesen der Kristallkreis  $R_2, Kr, Z_1$  gekoppelt, an  $Z_1$  der Serienkreis  $L_1, C_1$ . Die Spannung an  $C_1$  ist auf das Gitter der unteren Röhre gegeben. Diese enthält in der Anodenleitung den Parallelkreis  $L_2, C_2$ , und die Spannung an der in den Kreis geschalteten Impedanz  $Z_2$  ist auf das Gitter der oberen Röhre gegeben. Die Zweiröhrenanordnung läßt bereits wesentlich verschiedene Lösungen zu. So kann an Stelle des Parallelkreises  $L_2, C_2$  ein Serienkreis nach Abb. 3 treten. Abb. 7 zeigt noch eine Dreiröhrenanordnung, in der jeder Kreis mit dem folgenden durch eine Röhre gekoppelt ist.

Die Koppelimpedanzen  $Z_1$  und  $Z_2$  sind möglichst groß zu wählen und sollen eine vorwiegend Ohmsche Komponente besitzen, damit diese in der beabsichtigten Weise die elektrischen Kreise dämpfen. Die Impedanzen sind überdies in der Weise zu bemessen, daß Störwellen, die durch die Elektrodenkapazität des Kristalls verursacht werden können,

unterdrückt werden. In der Einröhrenanordnung von Abb. 5 läßt sich eine der Impedanzen entbehren, wenn die andere kleiner bemessen wird. Auch können beide Impedanzen in Fortfall kommen, wenn dem Kristall ein Widerstand parallel geschaltet wird. Dergleichen ist in der Zweiröhrenanordnung von Abb. 6 die Impedanz  $Z_1$  zu entbehren, wenn  $Z_2$  klein gewählt wird oder dem Kristall ein Widerstand parallel gelegt wird. Andererseits sind die Koppelimpedanzen, da sie auch Blindkomponenten besitzen dürfen, zur Ankopplung an höhere Energiestufen geeignet. So kann in Abb. 5 die Impedanz  $Z_1$  und in Abb. 6 die Impedanz  $Z_2$  in den Gitterkreis der nachfolgenden Verstärkerstufe des Senders gelegt werden.

Die genauere Abstimmung der elektrischen Kreise auf die Kristallfrequenz läßt sich bei der Einröhrenanordnung in Abb. 5 etwa folgendermaßen ausführen. Die Impedanz  $Z_2$  wird durch einen Ohmschen Widerstand ersetzt, der in der Größenordnung des Spulenwiderstandes von  $L_2$  liegt. Wenn die Schwingungen hierbei aussetzen, ist dem Kristall ein geeigneter Widerstand parallel zu schalten. Die Abstimmung des Seriengliedes  $C_2, L_2$  läßt sich sodann an dem Anodenstrom der Röhre erkennen. Sodann wird der Kristallkreis  $Z_1, Kr, Z_2$  durch einen niederohmigen Koppelwiderstand ersetzt und der Kreis  $L_1, C_1$  auf den Kreis  $L_2, C_2$  abgestimmt. In ähnlicher Weise ist bei anderen Schaltungen zu verfahren.

In der Einröhrenanordnung von Abb. 5 ist die Verwendung einer Schirmgitterröhre zweckmäßig, damit der innere Widerstand der Röhre groß ist gegen den Scheinwiderstand  $L_1\omega$ . Dasselbe gilt für die untere Röhre in Abb. 6. Bei hohen Frequenzen werden allgemein Schirmgitterröhren notwendig, damit durch Abschütungen die Gitter-Anoden-Kapazität der Röhren auf ein Minimum reduziert wird. Eine besondere Abschützung wird für die Einröhrenanordnung notwendig, die in Abb. 8 angegeben ist. Das von der Impedanz  $Z_2$  zum Kristall oder zum Kondensator  $C_2$  führende Leitungsstück hat nach Abstimmung des Kreises  $L_2, C_2$  auf die Kristallfrequenz eine geringe Spannung gegen Kathode. Daher ist es zweckmäßig, dieses Leitungsstück durch die abschützende Wand zu führen.

Eine besondere Eigenschaft der Zweiröhrenanordnung in Abb. 6 ist die, daß die Phasenfehler, welche einerseits durch den Ohmschen Widerstand der Spule  $L_2$  und andererseits durch die Ableitung der Kapazität  $C_1$  verursacht werden, sich subtrahieren und bei geeigneter Bemessung der Ohmschen Komponenten sich aufheben. Die Rückkopplung ist durch den Anodenwiderstand  $R_2$  leicht regu-

hierbar. Die diesem Widerstand parallele Elektroden- und Leitungskapazität bewirkt ebenfalls einen Phasenfehler. Der Widerstand ist daher klein zu halten, oder diesem ist eine kleine geeignet bemessene Spule vorzuschalten. Zu der Anordnung in Abb. 8 ist noch zu bemerken, daß die Blockkondensatoren sich in der Weise bemessen lassen, daß die Induktivitäten im Gitter- und Anodenkreis kompensiert werden.

#### PATENTANSPRÜCHE:

1. Durch piezoelektrischen Kristallresonator erregter Oszillator, dadurch gekennzeichnet, daß zwecks Erregung der Kurzschlußfrequenz des Kristalls zwei abstimmfähige elektrische Kreise, die entweder aus einem Parallelkreis mit einer in den Kreis geschalteten Koppelimpedanz oder aus einem Serienkreis mit einer dem Kreise parallel geschalteten Koppelimpedanz bestehen, unmittelbar oder durch Elektronenröhren in einer in sich geschlossenen Folge mit einem Kristallkreis gekoppelt sind, der aus einem Kristall und zwei in Serie gelegten Koppelimpedanzen besteht.

2. Einröhrenanordnung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß mit dem Anodenkreis der Röhre ein Parallelkreis gekoppelt ist, mit dem Parallelkreis der Kristallkreis und mit diesem ein Serienkreis gekoppelt ist, dessen Spannung auf das Gitter der Röhre gegeben wird.

3. Zweiröhrenanordnung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß in den Anodenkreis der einen Röhre ein Widerstand geschaltet ist, mit diesem der Kristallkreis gekoppelt ist und mit diesem ein Serienkreis, dessen Spannung an das Gitter der zweiten Röhre gelegt ist und bei welcher die zweite Röhre mit der ersten entweder durch einen Parallelkreis oder durch einen Serienkreis gekoppelt ist.

4. Dreiröhrenanordnung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß jeder Kreis mit dem folgenden durch eine Röhre gekoppelt ist.

5. Einröhrenanordnung nach Anspruch 2, dadurch gekennzeichnet, daß eine der Koppelimpedanzen in Fortfall kommt oder daß eine oder beide Impedanzen durch einen dem Kristall parallel geschalteten Widerstand ersetzt sind.

6. Zweiröhrenanordnung nach Anspruch 3, dadurch gekennzeichnet, daß die Impedanz, welche den Kristallkreis mit dem Serienkreis koppelt, durch einen dem Kristall parallel geschalteten Widerstand ersetzt ist.

7. Anordnung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß eine der Koppelimpedanzen in den Gitterkreis der nachfolgenden Verstärkerstufe des Senders gelegt ist.

8. Anordnung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß dem Kristall ein Widerstand parallel geschaltet ist.

9. Anordnung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die elektrischen Kreise mittels eines Anodenstrominstrumentes, welches in dem Anodenkreis der amplitudenbegrenzenden Röhre liegt, auf die Kristallfrequenz abgestimmt werden.

10. Anordnung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß Schirmgitterröhren Verwendung finden.

11. Anordnung nach Anspruch 1 und 10, dadurch gekennzeichnet, daß Abschätzungen in der Weise vorgenommen werden, daß die Gitter-Anoden-Kapazitäten auf ein Minimum reduziert sind.

12. Anordnung nach Anspruch 3, dadurch gekennzeichnet, daß die Phasenfehler, die die Ohmschen Komponenten der in den Gitterkreisen gelegenen Spulen und Kapazitäten verursachen, durch Wahl der Werte dieser Komponenten sich gegenseitig aufheben.

13. Anordnung nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Koppelimpedanzen veränderlich ausgebildet sind.

14. Anordnung nach Anspruch 3 oder 4, dadurch gekennzeichnet, daß den Koppelimpedanzen passend gewählte Spulen vorgeschaltet sind, so daß die durch Leitungskapazität bedingten Phasenfehler kompensiert sind.

Hierzu 1 Blatt Zeichnungen

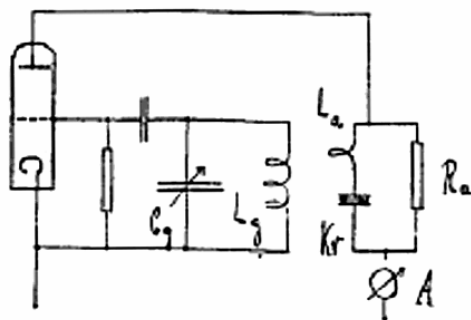


Abb. 1

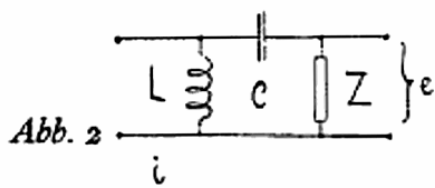


Abb. 2

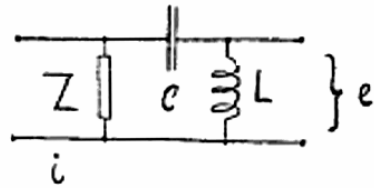


Abb. 3

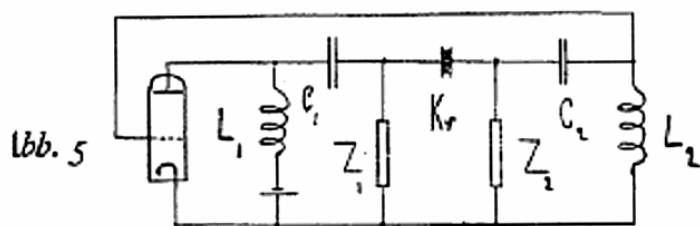


Abb. 5

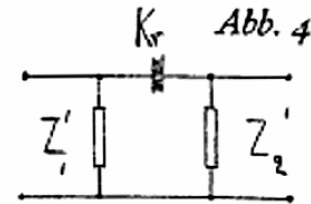


Abb. 4

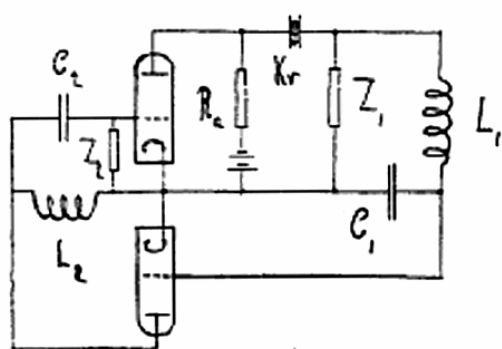


Abb. 6

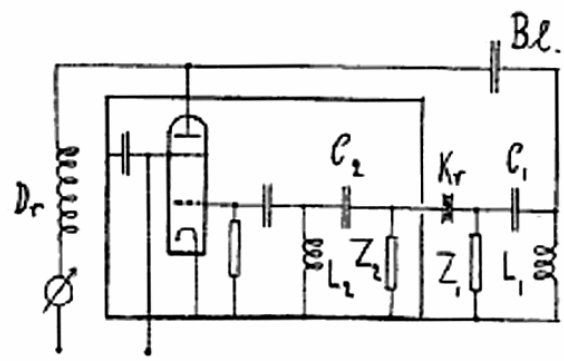


Abb. 8

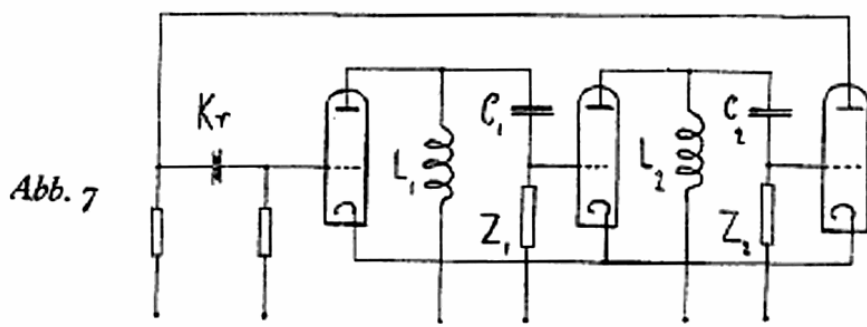


Abb. 7

RESERVE COPY  
**PATENT SPECIFICATION**



Convention Date (Germany): Jan. 4, 1933.

**431,068**

Application Date (in United Kingdom): Jan. 1, 1934.

No. 17/34.

Complete Specification Accepted: July 1, 1935.

COMPLETE SPECIFICATION

**Crystal-controlled Thermionic Valve Oscillator**

I, Dr. KURT HEEGNER, of 7, Elisabethstrasse, Berlin-Steglitz, Germany, a Citizen of Germany, do hereby declare the nature of this invention and in what manner the same is to be performed, to be particularly described and ascertained in and by the following statement:—

It is well known to use a piezo-electric crystal for the purpose of maintaining constant the frequency of an thermionic valve oscillator. In the usual schemes, however, the frequency depends on the electrode capacities of the valve and other electrical values so that the problem to excite the piezo-electric resonator in a defined constant natural frequency is not solved. This natural frequency is arrived at if the electrodes of the crystal resonator are short-circuited. Different approximate solutions of the problem of exciting the short-circuit frequency have already been proposed. One of these is obtained according to Fig. 1 by inserting in the anode lead of the valve V a closed circuit consisting of the crystal Kr, a coil L<sub>1</sub> and a suitable resistance Ra, and inductively coupling the coil with the grid circuit C<sub>1</sub> L<sub>2</sub> tuned to the short-circuit frequency of the crystal. If d<sub>r</sub> is the decrement of the grid circuit, d<sub>v</sub> is the decrement of the crystal, f<sub>r</sub> is the natural frequency of the grid circuit, f<sub>0</sub> is the short-circuit frequency of the crystal and f is the actual oscillation frequency.

The departure of f from the desired value f<sub>0</sub> is equal to

$$f - f_0 = (f_r - f_0) \frac{d_v}{d_r}$$

If  $\frac{d_v}{d_r} = 10^{-3}$  and if  $\frac{f - f_0}{f_0}$  is desired not to surpass  $10^{-4}$ , the electric circuit requires to be adjusted with an exactitude

$\frac{f_r - f_0}{f_0} = 10^{-4}$ . It is practically impossible

to maintain this exactitude over an appreciable length of time.

When a higher damping is imparted to the oscillatory circuit, the requisite accuracy of its frequency becomes less, but the back-coupling effect decreases accordingly,

[Price 1/-]

so that for maintaining the oscillations tubes are required with correspondingly greater steepness.

According to the invention the difficulty is overcome by coupling crystal and oscillatory circuits in such a manner that by an increase in the damping an increase in the back-coupling is effective. In order, however, with a coupling of this kind to obtain the correct phase, there are required, two tunable electric circuits, which may be coupled with the crystal circuit either in direct fashion or through the medium of a valve.

This may be accomplished, according to the invention, by connecting each pole of the crystal to the cathode of the valve via an oscillatory circuit, consisting of a coil and a condenser in series and by connecting the point between coil and condenser of one oscillatory circuit to the anode of the valve and the corresponding point of the other oscillatory circuit for the purpose of back-coupling the crystal to the grid of the valve.

An embodiment of the invention is illustrated in Fig. 2. One pole of the crystal Kr is connected to the cathode of the valve V via an impedance Z<sub>1</sub> and, in parallel to it, via condenser C<sub>1</sub> and L<sub>1</sub>, the other pole of the crystal via Z<sub>2</sub>, C<sub>2</sub> and L<sub>2</sub>. The point between L<sub>1</sub> and C<sub>1</sub> is connected to the anode of the valve, the point between L<sub>2</sub> and C<sub>2</sub> to the grid. The anode battery E is laying in series with coil L<sub>1</sub>.

It is possible to permute L<sub>1</sub> and C<sub>1</sub> against each other and to permute correspondingly L<sub>2</sub> and C<sub>2</sub>.

The coupling impedances Z<sub>1</sub> and Z<sub>2</sub> should possess a preponderant ohmic component in order to damp the electric circuits in the desired fashion. The impedance should be selected in such fashion that disturbing waves, which may be caused by the electrode capacity of the crystal, are suppressed. One of the impedances may be dispensed with if the other is made smaller. It is also possible to dispense with both impedances if a resistance is put in parallel to the crystal.

The exact tuning of the electric circuits to the crystal frequency may be performed

as follows: The impedance  $Z_2$  is replaced by an ohmic resistance, which is of the order of the ohmic resistance of coil  $L_2$ . When in this connection the oscillations cease, a suitable resistance should be put in parallel to the crystal. The tuning of the series element ( $C_2, L_2$ ) may then be recognised on the minimum of the anode current of the valve. The crystal circuit ( $Z_1, K_r, Z_2$ ) is then replaced by a low ohmic coupling resistance, and the circuit ( $L_1, C_1$ ) tuned to the circuit ( $L_2, C_2$ ).

It is advantageous to replace the single grid valve  $V$  by a screening grid valve  $V_s$  (Fig. 3) in order to make the inner resistance of the valve large in comparison with the reactance of  $L_1$ . Further screening means are essential at higher frequencies. An arrangement of this kind, is shown in Fig. 3. The earthed screen  $S$  embraces the screen-grid valve  $V_s$  and the elements connected to the grid up to but excluding the crystal  $K_r$  which possess nearly earth potential. In order to show possible variations of the scheme coil  $L_2$  is connected to the grid via a condenser  $B_2$  and also coil  $L_1$  to the anode via a condenser  $B_1$ , grid leak resistance  $R_g$  and anode choke  $D_r$  being provided.

A two-valve arrangement is shown in Fig. 4. The circuit  $L_2, C_1, Z_1$  is transferred to the grid of valve  $V_1$ , and replaced by the anode resistance  $R_a$ . The junction point of circuit  $L_2, C_1$  is connected, instead of to the grid of valve  $V_1$ , to the grid of a second valve  $V_2$ , the anode of which is connected to the junction point of circuit  $L_1, C_1$ . Also here the impedance  $Z_2$  may be dispensed with when  $Z_1$  is made small or the crystal is shunted by a resistance. Tube  $V$ , may be advantageously replaced by a screen grid valve.

A subsequent amplifying stage of the transmitter may be coupled with the oscillator described above by connecting the impedance  $Z_1$  to the input grid of the amplifier.

Having now particularly described and ascertained the nature of my said invention, and in what manner the same is to be performed, I declare that what I claim is:

(1). An electronic valve oscillator controlled by a piezo-electric crystal, characterised in that each pole of the crystal is connected to the cathode of the valve via

an oscillatory circuit consisting of a coil and a condenser in series and that the point between coil and condenser of one oscillatory circuit is connected to the anode of the valve, the corresponding point of the other oscillatory circuit being connected to the grid for the purpose of back-coupling the crystal to the grid of the valve.

(2). An electronic valve oscillator according to claim 1, characterised in that each pole of the crystal is more-over connected to the cathode of the valve directly via a damping resistance.

(3). A modification of the valve oscillator controlled by a piezo-electric crystal according to claim 1, characterised in that one pole of the crystal is connected to the cathode of the valve via an oscillatory circuit consisting of a coil and a condenser in series and that the point between coil and condenser of this oscillatory circuit is connected to the grid of a second valve and in that a second oscillatory circuit consisting of a coil and a condenser in series, the point between coil and condenser of which is connected to the anode of said second valve, is connected between the grid and the cathode of the first valve, the anode of which is connected to an anode resistance and to the second pole of the crystal.

(4). An electronic valve oscillator according to claim 3, characterised in that the two oscillatory circuits are shunted each by damping resistance.

(5). An electronic valve oscillator according to claims 1 and 2, characterised in that a screen grid valve is used.

(6). An electronic valve oscillator according to claim 3, characterised in that the second valve is a screen grid valve.

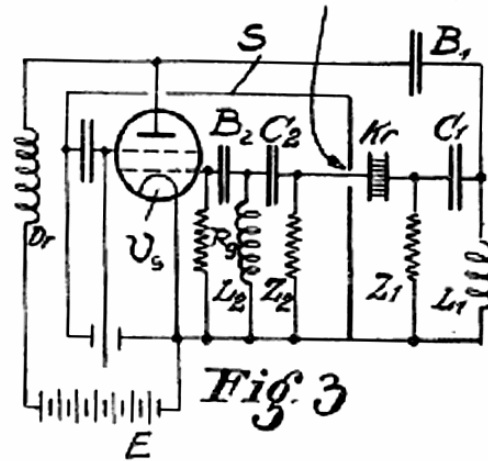
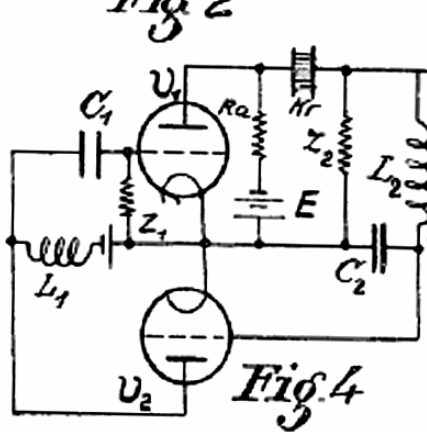
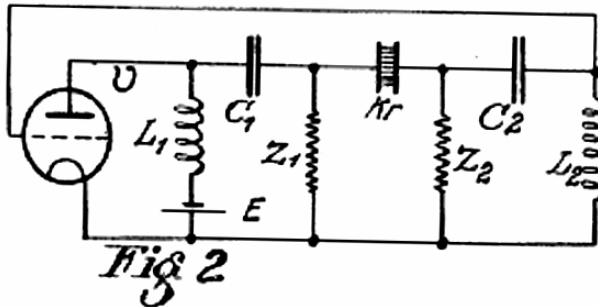
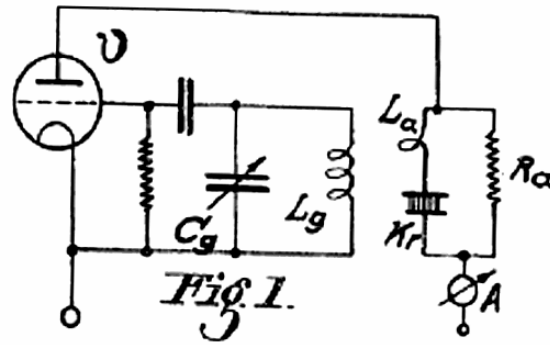
(7). An electronic valve oscillator, characterised in that an earthed screen shields the valve and the circuits connected to the grid of the valve.

(8). An electronic valve oscillator substantially as hereinbefore described and as illustrated according to the accompanying drawings.

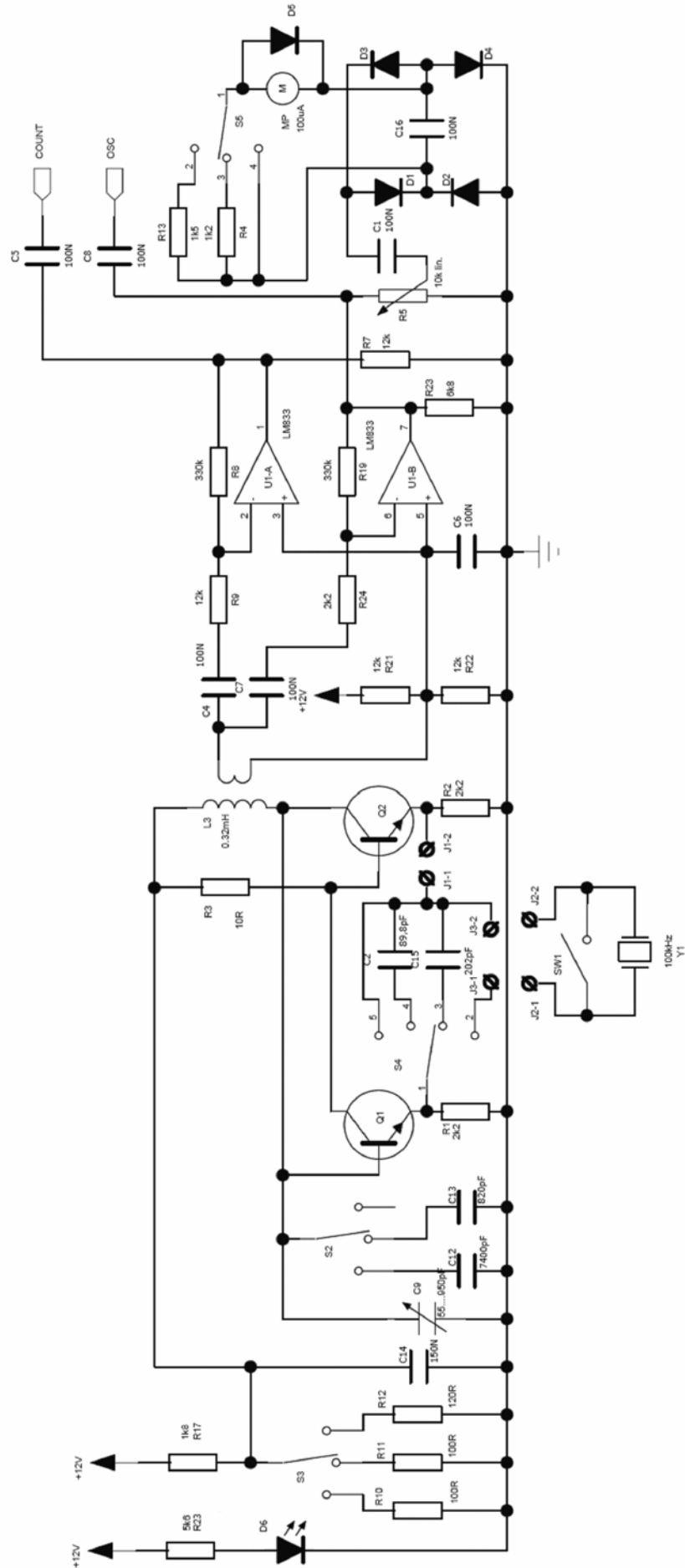
Dated this the 29th day of December, 1933.

DR. KURT HEEGNER.

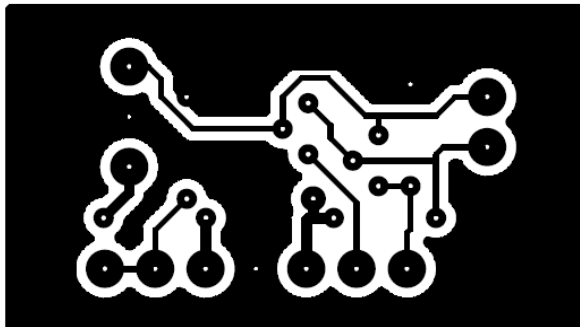
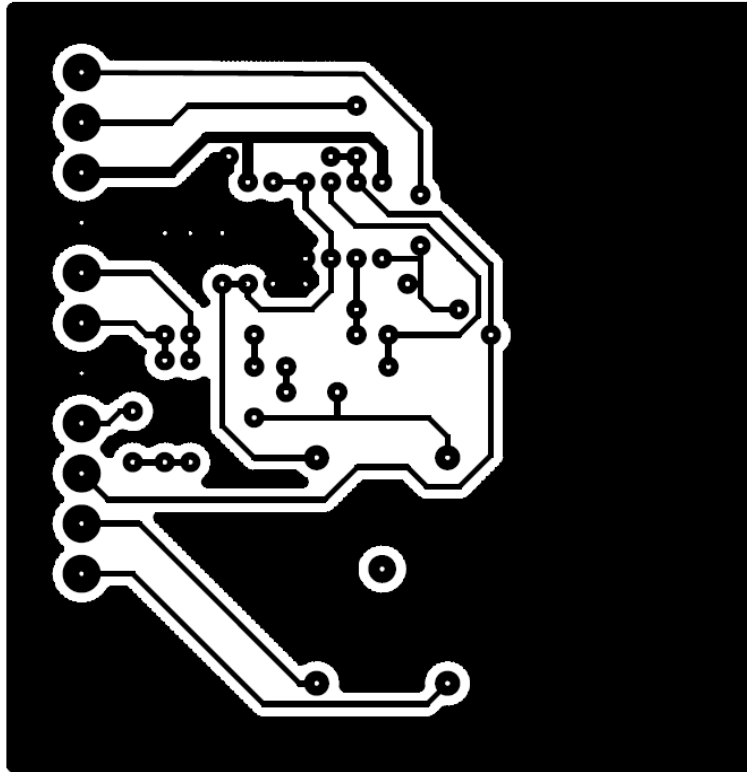
[This Drawing is a reproduction of the Original on a reduced scale.]



### 3. Kompletní obvodové schéma

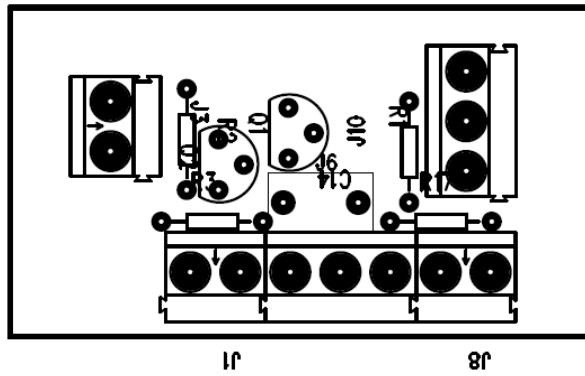
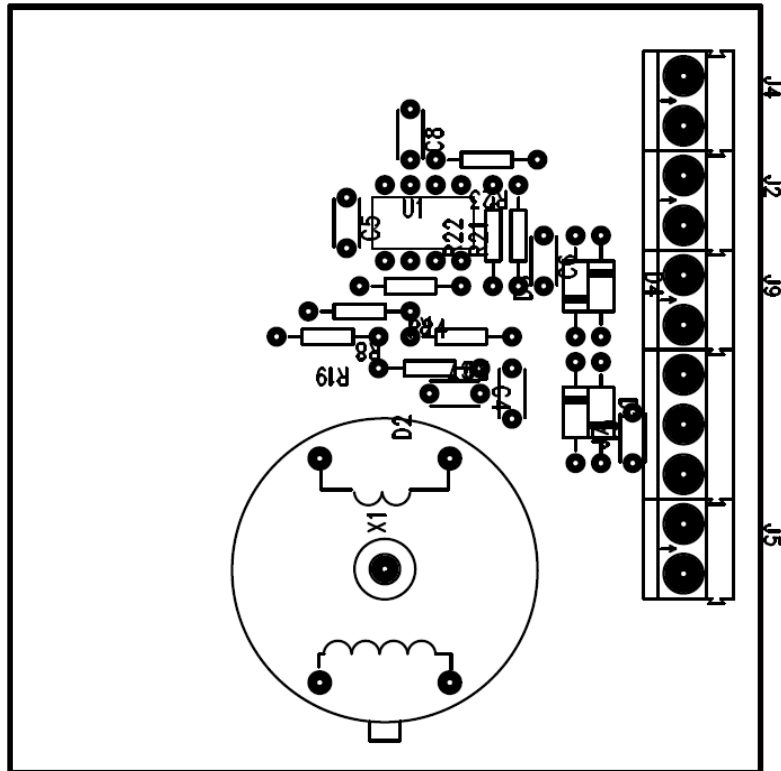


4. Desky plošných spojů

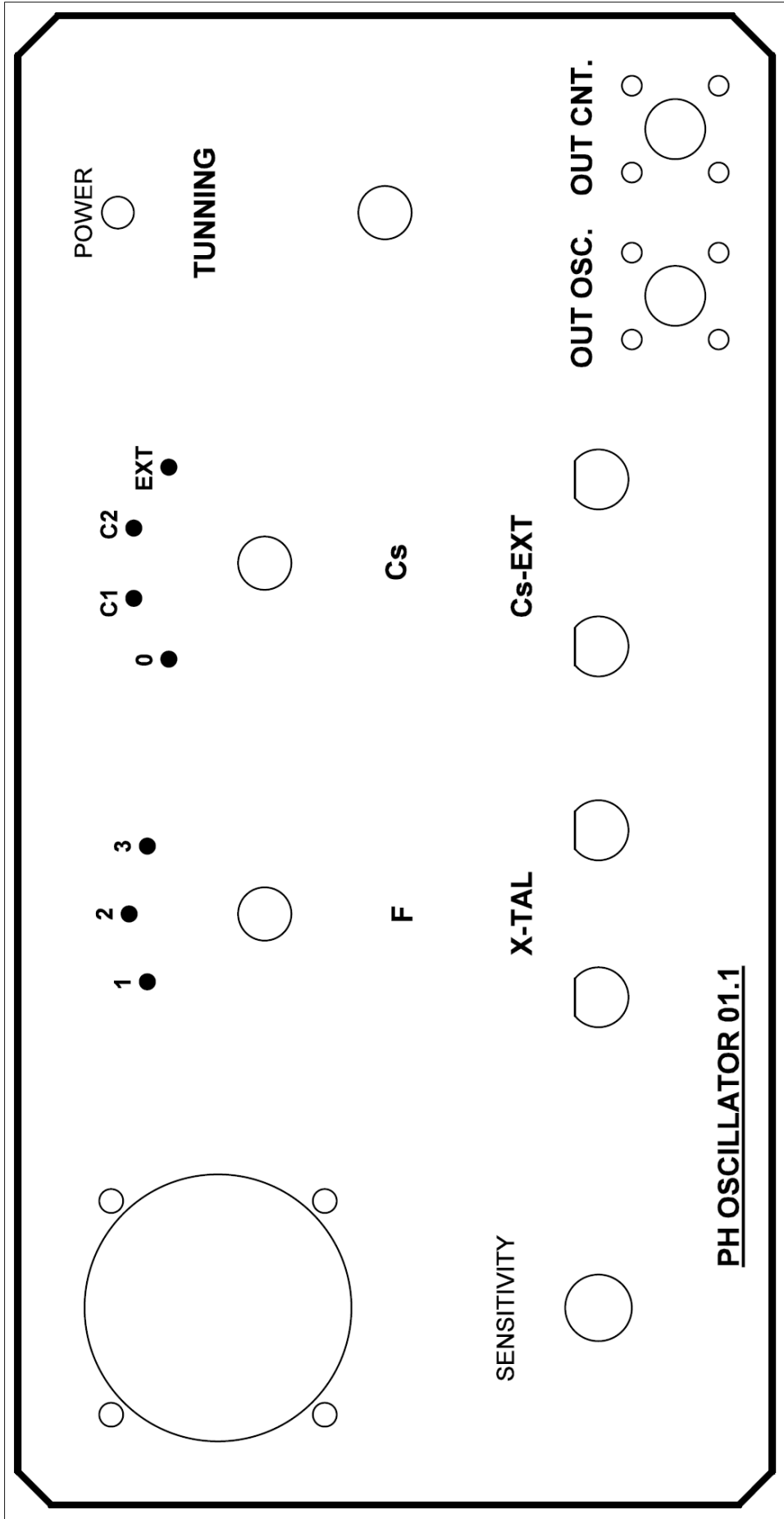


Xtal OSCILLATOR

5. Osazovací výkres

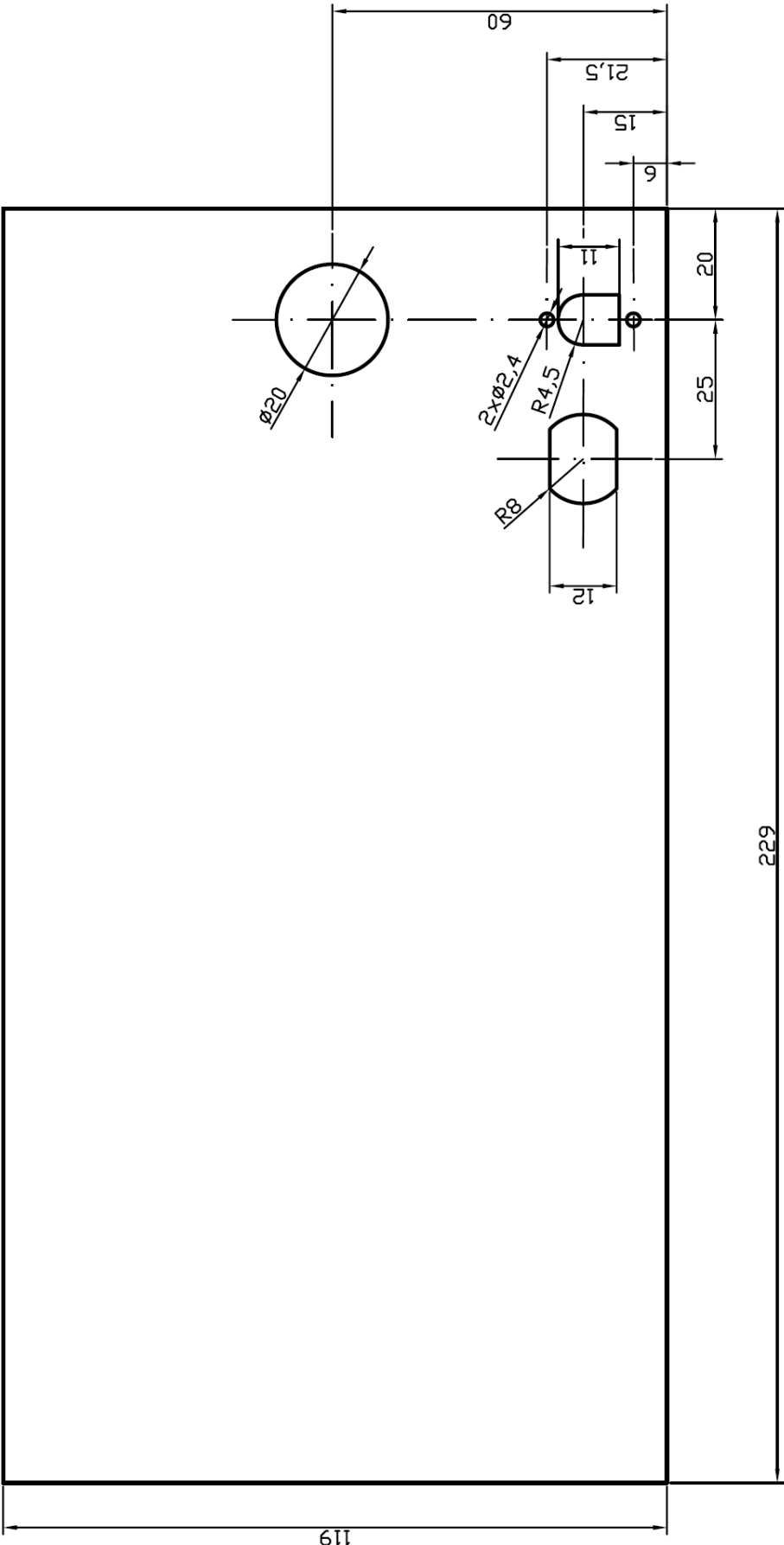


6. Potisk čelního panelu





8. Vrtací výkres zadního panelu



9. Fotodokumentace



## 10. Návod k měřené úloze

### Stanovení prvků elektrického náhradního obvodu piezoelektrického rezonátoru

#### Cíl úlohy

Cílem úlohy je seznámit se s prvky náhradního elektrického obvodu piezoelektrického rezonátoru pro základní a nejbližší vyšší rezonanční kmitočty rezonátoru a proměření těchto prvků na konkrétním rezonátoru.

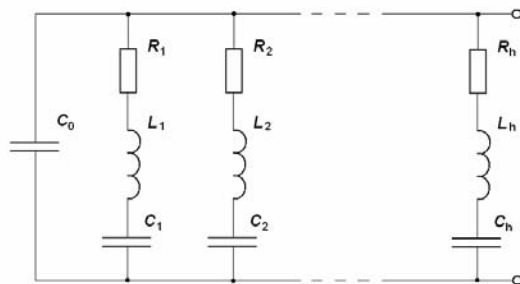
#### Zadání úlohy

U předložených vzorků piezoelektrických rezonátorů stanovte při teplotě okolí hodnoty prvků elektrického náhradního obvodu. Statickou kapacitu  $C_0$  změřte automatickým RLCG-metrem. Pro stanovení dynamické kapacity  $C_h$  změřte sériové rezonanční kmitočty vlastního rezonátoru a rezonátoru se dvěma postupně připojenými sériovými kondenzátory. Dynamickou indukčnost  $L_h$  vypočtete z Thompsonova vzorce. Dynamický odpor  $R_h$  určete z rezonanční křivky rezonátoru. Rezananční křivku vykreslete. Měřte při základním rezonančním kmitočtu (100 kHz), prvním nejbližším vyšším (228 kHz) a druhým vyšším rezonančním kmitočtu rezonátoru (380 kHz) a ověřte, že velikost dynamické kapacity je nepřímo úměrná druhé mocnině řádu rezonančního kmitočtu; velikost dynamické indukčnosti i dynamický odpor jsou na rezonančním kmitočtu nezávislé. Z vypočtených a změřených hodnot prvků sestavte elektrický náhradní obvod, vypočtete paralelní rezonanční kmitočet  $f_{ph}$  a činitel jakosti  $Q_h$  při sériové rezonanci. Výpočet proveďte pro základní a dva nejbližší vyšší rezonanční kmitočty.

**Poznámka:**  $C_{S1} = 202$  pF,  $C_{S2} = 89,8$  pF

#### Teoretický úvod

Pro praktické použití se zhotovují z piezoelektrických materiálů výbrusy určitých geometrických tvarů. Na tyto výbrusy se vhodným způsobem nanese elektrody, na něž se přikládá elektrické napětí. Následkem převráceného piezoelektrického jevu se výbrus bude deformovat. Jestliže se přiložené elektrické napětí bude periodicky měnit, bude se měnit i deformace výbrusu a výbrus se rozkmitá vynucenými kmity. Jejich amplituda bude největší, bude-li kmitočet budícího elektrického pole totožný s vlastním mechanickým rezonančním kmitočtem výbrusu. Takový rezonátor se potom uplatňuje jako oscilační systém s význačnými elastickými a elektrickými vlastnostmi. Řešením obvodu piezoelektrického rezonátoru zapojeného ke zdroji harmonického signálu obdržíme výraz pro velikost proudu tekoucího obvodem rezonátoru. Porovnáním s proudem tekoucím elektrickým obvodem složeným z dekretních součástí obdržíme zapojení náhradního obvodu rezonátoru.



Obr. 1: Elektrický náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru

Elektrický náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru pro široký kmitočtový rozsah je uveden na Obr. 1, kde představuje:

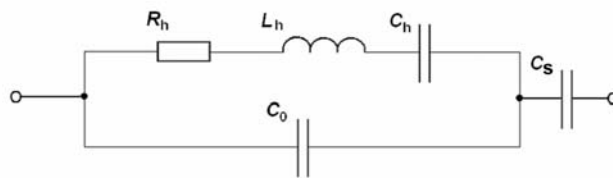
$C_0$ - tzv. statickou kapacitu rezonátoru	(F)
$R_h$ - dynamický odpor pro $h$ -tý harmonický kmitočet	( $\Omega$ )
$L_h$ - dynamickou indukčnost pro $h$ -tý harmonický kmitočet	(H)
$C_h$ - dynamickou kapacitu pro $h$ -tý harmonický kmitočet	(F)
( $h$ je přirozené číslo; $h = 1, 2, 3, \dots$ )	

Statická kapacita  $C_0$  je určena jednoznačně geometrickými rozměry výbrusu a dielektrickými vlastnostmi použitého piezoelektrického materiálu. Vybuzení kmitočet závisí na konstrukci rezonátoru, upevnění přívodů a na typu vybuzených kmitů.

Při vyšších rezonančních kmitočtech klesá u reálných rezonátorů amplituda kmitů a z toho důvodu se v praxi nevyužívá vyšší než asi sedmé harmonické.

### Měřicí metoda

Při měření vlastností prvků náhradního schématu se vychází z předpokladu, že při rezonanci se rezonátor chová jako elektrický obvod naznačený na Obr. 2. Můžeme proto použít ke změření jednotlivých prvků všech metod, vhodných pro obvody sestavené z diskrétních součástek.



**Obr. 2:** Elektrický náhradní obvod piezoelektrického rezonátoru se sériovou kapacitou

Statickou kapacitu  $C_0$  můžeme změřit přístrojem pro měření kapacit řádu pikofaradů až desítek pikofaradů.

K určení dynamického odporu  $R_h$  lze využít některého ze způsobů:

- měření za použití mostové metody
- stanovení  $R_h$  z rezonanční křivky
- výpočtem naměřeného činitele jakosti  $Q_h$
- měřením za použití substituční metody

Nejčastěji se používá poslední způsob. Lze při tom použít jak aktivní, tak pasivní metodu určení sériového rezonančního kmitočtu. V obou případech se rezonátor nahradí proměnným reálným odporem, jenž se nastaví na hodnotu, kdy jsou zachovány tytéž podmínky, jako při zapojeném rezonátoru. Potom hodnota proměnného odporu odpovídá dynamickému odporu  $R_h$  rezonátoru.

Dynamická indukčnost  $L_h$  dynamická kapacita  $C_h$  se u elektrického náhradního obvodu měří nejobtížněji. Obvykle se stanovuje jedním ze čtyř způsobů:

- ze závislosti impedance na kmitočtu v oblasti mezi rezonančním a antirezonančním kmitočtem,
- z měření útlumu piezoelektrického rezonátoru,
- výpočtem z naměřeného činitele jakosti  $Q$  a dynamického odporu  $R_h$ ,
- ze změny rezonančního kmitočtu, způsobené připojením známé reaktance.

V dalším je rozveden poslední způsob. Princip měření a výpočtu vyplývá z obr. 2.

Zvolíme-li kapacitu  $C_s$  větší než  $C_0$  a předpokládáme-li malé tlumení výbrusu, obdržíme řešením daného obvodu vztah pro rozladění vůči sériovému rezonančnímu kmitočtu vlastního rezonátoru ve tvaru

$$\Delta\omega = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L_h \cdot (C_0 + C_s)} \quad (1)$$

z něhož pro  $L_h$  vyplývá:

$$L_h = \frac{1}{2 \cdot \omega_s \cdot \Delta\omega \cdot (C_0 + C_s)} \quad (2)$$

Pro dynamickou kapacitu  $C_h$  lze z Thomsonova vztahu odvodit výraz:

$$C_h = \frac{2 \cdot \Delta\omega \cdot (C_0 + C_s)}{\omega_s} \quad (3)$$

K vyloučení statické kapacity  $C_0$ , zahrnující parazitní kapacity přívodů a celého zařízení, provedeme měření se dvěma postupně připojenými kondenzátory o kapacitách  $C_{s1}$  a  $C_{s2}$ . Matematickou úpravou přechází v tomto případě (3) ve vztah:

$$C_h = \frac{2 \cdot \Delta f_1}{f_{sh}} \cdot \frac{C_{s1} - C_{s2}}{1 - \frac{\Delta f_1}{\Delta f_2}}, \quad (4)$$

kde

$$\begin{aligned} \Delta f_1 &= f_{sC_1} - f_{sh} \\ \Delta f_2 &= f_{sC_2} - f_{sh} \end{aligned} ,$$

$f_{sh}$  - sériový rezonanční kmitočet vlastního rezonátoru pro daný rezonanční kmitočet  
 $f_{sC_1}$ ,  $f_{sC_2}$  - sériové rezonanční kmitočty rezonátoru s postupně připojenými kondenzátory  $C_{s1}$  a  $C_{s2}$

Z Thomsonova vztahu vyplývá pro dynamickou indukčnost  $L_h$  :

$$L_h = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_{sh}^2 \cdot C_h} \quad (5)$$

Paralelní rezonanční kmitočet je dán výrazem:

$$f_{ph} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{C_h + C_0}{L_h \cdot C_h \cdot C_0}} = f_{sh} \cdot \sqrt{1 + \frac{C_h}{C_0}} \quad (6)$$

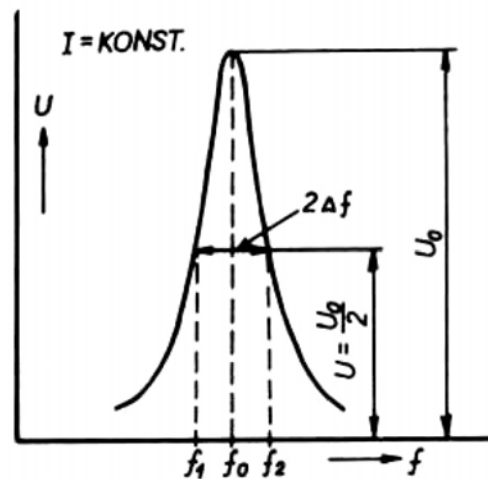
Činitel jakosti určíme z rezonanční křivky. Pro toto určení využijeme pasivní metodu měření, kdy rezonátor budíme generátorem a naladíme jeho paralelní rezonanční kmitočet, jenž je dán vztahem (6), resp. (7):

$$\omega_{ph} = \sqrt{\frac{C_h + C_0}{L_h \cdot C_h \cdot C_0}} \quad (7)$$

Činitel jakosti je pak dán vztahem:

$$Q_h = \frac{f_{ph} \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \Delta f} \quad (8)$$

kde  $\Delta f$  je rozdíl kmitočtů při napětí na rezonátoru v maximální hodnotě výchylky napětí  $U = U_0$ , tzn. v rezonanci a kmitočtu při napětí na rezonátoru v poloviční hodnotě výchylky napětí  $U = U_0 / 2$ , viz. Obr. 3.



**Obr. 3:** Určení  $Q$  z rezonanční křivky

Napětí na rezonátoru  $U$  je závislé na činiteli jakosti  $Q$  a na velikosti rozladění dle vztahu:

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{1 + 4 \cdot Q^2 \cdot d^2}} \quad (9)$$

kde  $U_0$  je napětí na rezonátoru v rezonanci a  $d = \Delta f / f_{ph}$  je poměrné rozladění.

Dynamický odpor  $R_d$  určíme ze vztahu:

$$R_h = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_{sh} \cdot L_h}{Q_h} \quad (10)$$

Vycházíme-li ze zapojení na Obr. 2 a z konkrétního rezonančního kmitočtu, můžeme matematickým rozborem získat vztahy mezi vlastnostmi prvků náhradního zapojení a harmonickými rezonančními kmitočty:

Hodnota  $C_0$  je nezávislá na harmonickém rezonančním kmitočtu (F),  
Hodnota  $L_h$  je nezávislá na harmonickém rezonančním kmitočtu (H),  
Hodnota  $R_d$  je nezávislá na harmonickém rezonančním kmitočtu ( $\Omega$ ),

$$C_h = \frac{C_z}{h^2} \quad (11)$$

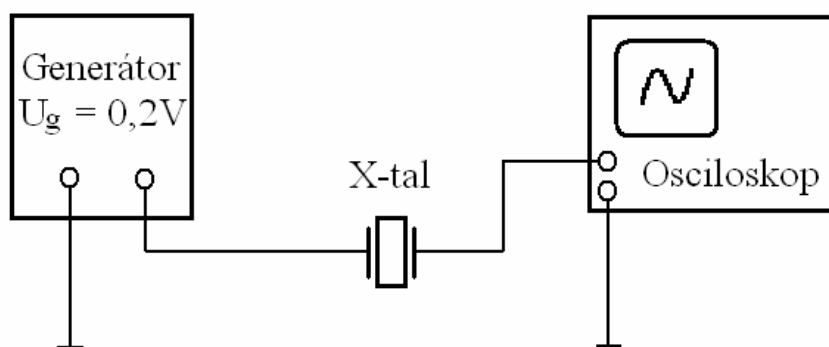
kde  $C_z$  je dynamická kapacita při základním rezonančním kmitočtu ( $F$ ).

### Popis měřicí metody

Při měření vlastností prvků náhradního schématu se vychází z předpokladu, že při rezonanci se rezonátor chová jako elektrický obvod naznačený na Obr. 1. Můžeme proto použít ke změření jednotlivých prvků výše zmiňovaných postupů. Dynamický odpor  $R_d$  určíme pasivní metodou z rezonanční křivky.

Postup měření je následující:

7. Piezoelektrický rezonátor upevníme do vhodného přípravku, který umožňuje připojení rezonátoru k měřicímu oscilátoru i k použitému měřicí kapacit.
8. Změříme statickou kapacitu  $C_0$  pomocí automatického RLCG-metru.
9. Při stanovení  $C_h$ ,  $L_h$  náhradního obvodu připojíme rezonátor k oscilátoru, k jeho výstupu napojíme čítač. Změříme rezonanční kmitočet  $f_{s1}$  vlastního rezonátoru na základním rezonančním kmitočtu – spínač  $F$  přepnut do polohy „1“ odpovídající základnímu rezonančnímu kmitočtu rezonátoru, spínač  $C_s$  v poloze „0“ - zkrat. Poté připojíme do série s rezonátorem kondenzátor o kapacitě  $C_{s1}$  – přepnutím spínače  $C_s$  do polohy „1“, doladíme maximální výchylku a stanovíme odpovídající rezonanční kmitočet  $f_{sC1}$ . Totéž provedeme při připojeném sériovém kondenzátoru o kapacitě  $C_{s2}$  – přepnutím spínače  $C_s$  do polohy „2“. Poloha  $C-ext$  je určena pro připojení vnějšího sériového kondenzátoru. Použitím vztahu (4) stanovíme dynamickou kapacitu  $C_h$ . Dynamickou indukčnost  $L_h$  určíme pomocí (5).
10. V dalším měření nastavíme měřicí oscilátor na měření následujícího vyššího (druhého) rezonančního kmitočtu rezonátoru přepnutím spínače  $F$  do polohy „2“ a celé měření zopakujeme. Totéž zopakujeme i pro měření třetího rezonančního kmitočtu.
11. K určení dynamického odporu  $R_d$  zapojíme přípravek s rezonátorem dle schéma na Obr. 16 pro měření rezonanční křivky. Generátor nastavíme na režim se sinusovým průběhem napětí s amplitudou 0,2 V. Dále nastavíme přibližně hodnotu kmitočtu odpovídající základnímu rezonančnímu kmitočtu rezonátoru a pozorováním na osciloskopu a doladěním frekvence generátoru nalezneme rezonanci a odčteme hodnotu maximální hodnoty napětí na rezonátoru. Poté zvýšíme kmitočet generátoru tak, až poklesne napětí na rezonátoru na poloviční hodnotu a zaznamenáme hodnotu kmitočtu. Totéž provedeme při snížení kmitočtu. Postupnými změnami kmitočtu generátoru a jim odpovídajícím hodnotám napětí (odečtené na osciloskopu), změříme rezonanční křivku rezonátoru od minimální hodnoty napětí až po maximální hodnotu v obou směrech. Zaznamenáme několik bodů a křivku vyneseme graficky. S využitím vztahu (9) určíme jakost  $Q$  pomocí vztahu (7) vypočteme dynamický odpor rezonátoru  $R_d$ . Toto provedeme i pro následující dva vyšší rezonanční kmitočty.
12. Na základě změřených a vypočtených hodnot sestavíme náhradní zapojení rezonátoru.



**Obr. 16:** Měření rezonanční křivky piezoelektrického rezonátoru

### **Shrnutí**

Absolvováním cvičení se student seznámí s elektrickým náhradním obvodem piezoelektrického rezonátoru, změří sériový a paralelní rezonanční kmitočet, změří rezonanční křivku a změří a vypočte prvky elektrického náhradního obvodu pro základní rezonanční kmitočet a několik vyšších rezonančních kmitočtů.

## Stanovení teplotní závislosti rezonančního kmitočtu piezoelektrického rezonátoru

### Cíl úlohy

Cílem úlohy je seznámit se s charakteristickým průběhem teplotní závislosti rezonančního kmitočtu piezoelektrického rezonátoru, změřit tuto teplotní závislost a stanovit náhradní matematickou funkci (stanovit teplotní součinitele prvního, druhého a třetího řádu) popisující průběh teplotní závislosti rezonančního kmitočtu a provést srovnání naměřených a vypočítaných průběhů.

### Zadání

U předloženého piezoelektrického rezonátoru stanovte teplotní závislost rezonančního kmitočtu. Měření provádějte přetržitou metodou. Z naměřených hodnot vypočtete relativní změny rezonančního kmitočtu a graficky vyjádřete průběh funkce

$$\frac{\Delta f_r}{f_{r0}} = \frac{f_r - f_{r0}}{f_{r0}} = F(\vartheta) \quad (1)$$

Vypočtete teplotní součinitele kmitočtu prvního, druhého a třetího řádu a stanovte náhradní matematickou funkci relativní změny rezonančního kmitočtu jako funkci teploty. Graficky srovnajte vypočtený a naměřený průběh funkce.

### Teoretický úvod

Rezonanční kmitočet rezonátoru je obecně závislý na hustotě a elastických vlastnostech piezoelektrické látky a na rozměrech výbrusu. Vzhledem k závislosti těchto veličin na teplotě se bude s teplotou měnit i rezonanční kmitočet.

U mnohých piezoelektrických materiálů existují elastické veličiny s kladnými i se zápornými teplotními součiniteli. Zvolíme-li určitou orientaci úhlu řezu, pod níž je výbrus vyříznut ze základního materiálu, může se po přepočítání podle transformačních rovnic pro daný řez vliv kladných, resp. záporných teplotních součinitelů jednotlivých elastických veličin a vliv teplotních součinitelů hustoty a rozměrů destičky vykompenzovat. V určitém rozsahu teplot je potom rezonanční kmitočet nezávislý na teplotě. Různá orientace úhlu řezu neslouží tedy pouze k vybuzení určitého typu kmitů, ale je pro ni charakteristický i průběh změn rezonančního kmitočtu v závislosti na teplotě.

Teplotní závislost rezonančního kmitočtu se matematicky vyjadřuje zpravidla prvními třemi členy mocninné řady

$$\frac{\Delta f_r}{f_{r0}} = \frac{f_r - f_{r0}}{f_{r0}} = \alpha_{f_r}^{(1)} \cdot (\vartheta - \vartheta_0) + \alpha_{f_r}^{(2)} \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^2 + \alpha_{f_r}^{(3)} \cdot (\vartheta - \vartheta_0)^3 + \dots \quad (2)$$

v níž  $\alpha_{f_r}^{(n)}$  je teplotní součinitel kmitočtu  $n$ -tého řádu, definovaný vztahem:

$$\alpha_{f_r}^{(n)} = \frac{1}{n! \cdot f_{r0}} \cdot \left( \frac{\partial^n f_r}{\partial \vartheta^n} \right)_{\vartheta=\vartheta_0} \quad (3)$$

kde  $f_r$  je rezonanční kmitočet při teplotě  $\vartheta$  a  $f_{r0}$  je rezonanční kmitočet při vztažené teplotě  $\vartheta_0$ .

Převládá-li v (2) teplotní součinitel prvního řádu  $\alpha_{fr}^{(1)}$ , je teplotní závislost rezonančního kmitočtu lineární funkcí teploty. Převládá-li teplotní činitel druhého řádu  $\alpha_{fr}^{(2)}$ , má teplotní závislost tvar kvadratické paraboly a při převažujícím vlivu součinitele  $\alpha_{fr}^{(3)}$  tvar kubické paraboly. Za vztažnou teplotu  $\vartheta_0$  se u rezonátorů, jejichž teplotní závislost rezonančního kmitočtu má tvar kvadratické paraboly, volí obvykle teplota, při níž je derivace změny kmitočtu na teplotě rovna nule, tzn. bod obratu křivky. U rezonátorů s teplotní závislostí tvaru kubické paraboly se vztažná teplota  $\vartheta_0$  volí v oblasti laboratorních teplot, kam spadá také inflexní bod křivky závislosti změny kmitočtu na teplotě.

## Měřicí metoda

Měření rezonančního kmitočtu v závislosti na teplotě lze provádět dvěma způsoby - metodou kontinuální a metodou přetržitou.

U kontinuální metody je teplota rezonátoru zvyšována lineárně s časem a je vyhodnocována změna rezonančního kmitočtu. Výhodou této metody je především její rychlost. Nevýhodou však je to, že nevhodná volba rychlosti ohřevu může způsobit značné nepřesnosti ve výsledcích, zvláště v důsledku nedokonalého prohřátí rezonátoru. Změřené rezonanční kmitočty tedy neodpovídá odečtené teplotě. Současně může docházet v průběhu rychlejšího ohřevu ke vzniku pnutí mezi nanesenými elektrodami a vlastním výbrusem a tím i ke změně rezonančního kmitočtu. Uplatňuje se zde tedy vliv tzv. teplotního šoku.

Druhá metoda, přetržitá uvedených nevýhod nemá, ale je časově náročnější. Používá se pro přesná měření. Při této metodě je rezonátor umístěn v termostatu, který umožňuje nastavit libovolnou teplotu a tuto přesně udržuje. Rezonátor je dokonale vyhřátý na nastavenou teplotu a po určité době výdrže vymizí i pnutí mezi elektrodami a výbrusem. Po odečtení rezonančního kmitočtu je nastavena další hodnota teploty a postup měření se opakuje. Takto lze stanovit celou teplotní závislost rezonančního kmitočtu.

K měření rezonančního kmitočtu je možno použít např. aktivní metodu za pomoci PH OSCILLATORU 01.1, jehož kmitočty určuje připojený rezonátor. Kmitočty je měřen vhodným čítačem.

Teplotní součinitele kmitočtu vypočítáme z údajů čtyř různých rezonančních kmitočtů změřených při čtyřech odpovídajících teplotách. Příslušné hodnoty odečteme z grafického znázornění teplotní závislosti rezonančního kmitočtu. Po dosazení do definiční rovnice (2) dostaneme tři rovnice pro tři neznámé teplotní součinitele kmitočtu. K vlastnímu výpočtu teplotních součinitelů s výhodou využijeme maticové metody řešení soustavy rovnic.

## Řešení tří rovnic

$$\begin{aligned} X &= A \cdot a_1 + B \cdot b_1 + C \cdot c_1 \\ X &= A \cdot a_2 + B \cdot b_2 + C \cdot c_2 \\ Z &= A \cdot a_3 + B \cdot b_3 + C \cdot c_3 \end{aligned} \quad , \quad (4)$$

v nichž A, B, C jsou hledané veličiny, je

$$A = \frac{D_1}{D} \quad , \quad B = \frac{D_2}{D} \quad , \quad C = \frac{D_3}{D} \quad ,$$

kde

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix},$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} X & b_1 & c_1 \\ Y & b_2 & c_2 \\ Z & b_3 & c_3 \end{vmatrix},$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_1 & X & c_1 \\ a_2 & Y & c_2 \\ a_3 & Z & c_3 \end{vmatrix},$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & X \\ a_2 & b_2 & Y \\ a_3 & b_3 & Z \end{vmatrix},$$

Budeme-li aplikovat na soustavu rovnic (4) definiční vztahy (2), jsou výsledkem výpočtu hodnoty příslušných teplotních součinitelů kmitočtu.

### Postup měření

- 1) Pro dané měření použijeme přetržitou metodu. Piezoelektrický rezonátor vložíme do teplovzdušného termostatu a připojíme k PH OSCILLATORU 01.1. Kmitočet oscilátoru měříme čítačem.
- 2) Na termostatu nastavujeme postupně teploty podle zadání. Po každém nastavení vyčkáme alespoň 15 minut na prohřátí rezonátoru a poté změříme rezonanční kmitočet.
- 3) Stanovíme vhodnou srovnávací teplotu  $\vartheta_0$  a odpovídající kmitočet  $f_{r0}$ . Vypočteme a vyneseme do grafu závislost relativní změny rezonančního kmitočtu na teplotě a po vhodné volbě bodů ze získané křivky vypočteme teplotní součinitele kmitočtu prvního, druhého a třetího řádu.
- 4) Dosazením do definiční rovnice (2) je stanovena náhradní matematická funkce relativní změny rezonančního kmitočtu piezoelektrického rezonátoru jako funkce teploty.

### Shrnutí

Absolvováním měření se student seznámí s typickým průběhem teplotní závislosti rezonančního kmitočtu piezoelektrického rezonátoru a se způsobem stanovení náhradní matematické funkce.