



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV STROJÍRENSKÉ TECHNOLOGIE

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF MANUFACTURING TECHNOLOGY

## TECHNOLOGIE TVÁŘENÍ TENKÝCH PLECHŮ TAŽENÍM

FORMING TECHNOLOGY OF THIN SHEETS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

ALEŠ VYMAZAL

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. MILAN DVOŘÁK, CSc.

BRNO 2009



Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav strojírenské technologie  
Akademický rok: 2008/2009

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

student(ka): Aleš Vymazal

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Technologie tváření tenkých plechů tažením**

v anglickém jazyce:

### **Forming Technology of Thin Sheets**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Tváření ocelových tenkých plechů pro rotační i nerotační dílce. Význam tažné mezery pro kvalitu budoucího výlisku.

Cíle bakalářské práce:

Transfěr nových poznatků ze zahraniční odborné literatury z oblasti plošného tváření a jejich aplikace v závěrečné práci studenta na konkrétní zadanou součástku.

Seznam odborné literatury:

1. BOLJANOVIC, V. Sheet Metal Forming Processes and Die Design. 1.st. ed. New York: Industrial Press. 2004. 219p. ISBN 0-8311-3182-9.
2. MARCINIAK, Z., DUNCAN, J. and HU, L. Mechanics of Sheet Metal Forming. 2.st ed. Oxford: ButterWorth-Heinemann 2002. 211p. ISBN 0-7506-5300-0.
3. ALTAN,T., NGAILE, G. and SHEEN, G. Cold and Hot Forging. 1.st. ed. Ohio: Internacional Materials Park 2004. 341 p. ISBN 0-87170-805-1.

Vedoucí bakalářské práce: doc. Ing. Milan Dvořák, CSc.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2008/2009.

V Brně, dne 19.11.2008

L.S.

---

doc. Ing. Miroslav Píška, CSc.  
Ředitel ústavu

---

doc. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.  
Děkan fakulty

## ABSTRAKT

VYMAZAL Aleš: Technologie tváření tenkých plechu tažením.

---

Předložená bakalářská práce se zabývá technologií tváření tenkých plechů pro rotační i nerotační součásti. Pozornost je zaměřena na transfer poznatků z tažení ze zahraniční literatury. Vybrané vzorce byly porovnány pro zadaný vzorek z oceli 17240.

Klíčová slova:, Tváření, tažení, klasické tažení, tažení se ztenčením stěny, tažník, tažnice, tažná mezera.

## ABSTRACT

VYMAZAL Aleš: Forming Technology of Think Sheets

---

The presentation of bachelor thesis deals with the thin metal sheet technology of forming for rotary and non rotary shapes. The focus is on knowledge transfer from the foreign literature. Selected formulas were compared for a given sample of steel 17240.

Keywords: Forming, drawing, pure drawing, ironing, punch, die, clearance.



## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

VYMAZAL Aleš: *Technologie tváření tenkých plechů tažením..* Brno, 2009. 34 s., CD. FSI VUT v Brně, Ústav strojírenské technologie, Odbor technologie tváření kovů a plastů. Vedoucí práce doc.Ing.Milan Dvořák, CSc.





## ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Tímto prohlašuji, že předkládanou bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně, s využitím uvedené literatury a podkladů, na základě konzultací a pod vedením vedoucího bakalářské práce.

V ..... dne 10.5.2000

.....

Podpis



## PODĚKOVÁNÍ

Tímto děkuji panu ..... za cenné připomínky a rady týkající se zpracování bakalářské práce.



## OBSAH

Zadání

Abstrakt

Bibliografická citace

Čestné prohlášení

Poděkování

Obsah

	Str.
ÚVOD .....	9
1. TECHNOLOGIE TAŽENÍ PLECHU .....	10
1.1. Vliv materiálu a tření na technologii tažení .....	10
1.1.1. Vliv zpevnění .....	12
1.1.2. Vliv tření na napětí při tažení .....	13
1.2. Deformace při tažení dle Boljanoviče .....	14
2. STANOVENÍ VÝŠKY VÝTAŽKU .....	15
3. SÍLY POTŘEBNÉ PRO TAŽENÍ .....	16
3.1. První operace tažení .....	16
3.2. Následující operace tažení .....	17
4. VÝPOČET PŘÍSTŘIHU PRO SYMETRICKÉ TVARY .....	17
5. TAŽENÍ SE ZTENČENÍM TLOUŠŤKY STĚNY .....	19
6. VÍCEOPERAČNÍ TAŽENÍ .....	21
7. VADY VZNIKAJÍCÍ PŘI TAŽENÍ TENKÝCH PLECHŮ .....	23
7.1. Význam tažné mezery .....	23
7.2. Velikost síly na přidržovač .....	23
7.3. Poloměr zaoblení tažníku a tažnice .....	23
8. MAZÁNÍ .....	23
9. PŘIDRŽOVAČ .....	25
9.1. Přidržovače .....	25
9.2. Tlak působící na přidržovač .....	25
10. URČENÍ ROZMĚRŮ PŘÍSTŘIHU PRO NESYMETRICKÉ TVARY.....	26
10.1. Obdélníkový tvar .....	26
10.2. Čtvercový tvar .....	29
11. POROVNÁNÍ VZORCŮ PRO VÝPOČET SÍLY POTŘEBNÉ PRO TECHNOLOGII TAŽENÍ .....	30
ZÁVĚR .....	31

Seznam použitých zdrojů

Seznam použitých symbolů a zkratk



## ÚVOD

Technologie tváření kovů a slitin představuje výrobní proces, při němž dostávají polotovary po zpracování konkrétní navržený tvar za působení vnějších sil bez porušení materiálu.

Tvářením se zhotovují polotovary určené k dalšímu zpracování tvářením, obráběním, atd., ale i hotové výrobky rozmanitých tvarů a rozměrů. Tváření má v hutním a zejména pak ve strojní výrobě velký význam. Jedná se o ekonomicky efektivní technologii, která se převážně uplatňuje v sériové a hromadné výrobě. [1]

Tažení je proces, kde je využito tažníku k vytvarování tenkého plechu tokem materiálu mezi povrchy tažníku a tažnice. Přístřih je formován do válcového, kuželovitého, obdélníkového tvaru. Touto technologií je možné produkovat konečné výtažky, s použitím minimálního počtu operací a tvorbou minimálního odpadu, které mohou být sestaveny bez dalších operací. Rozvoj specifických metod pro technologii hlubokého tažení je přímo spojen s obecným technologickým rozvojem, zejména v automobilovém a leteckém průmyslu. Nicméně tato technologie má široké uplatnění při výrobě dílů různých tvarů a rozměrů pro rozmanité výrobky v rozmezí od velmi malých dílů v elektronickém průmyslu až po rozměry několika metrů v jiných odvětvích průmyslu.

Hluboké tažení se uplatňuje s ohledem na rychlý výrobní cyklus. Složitá asymetrická geometrie může být vyrobena několika operacemi s využitím relativně technicky méně kvalifikovaného pracovníka.

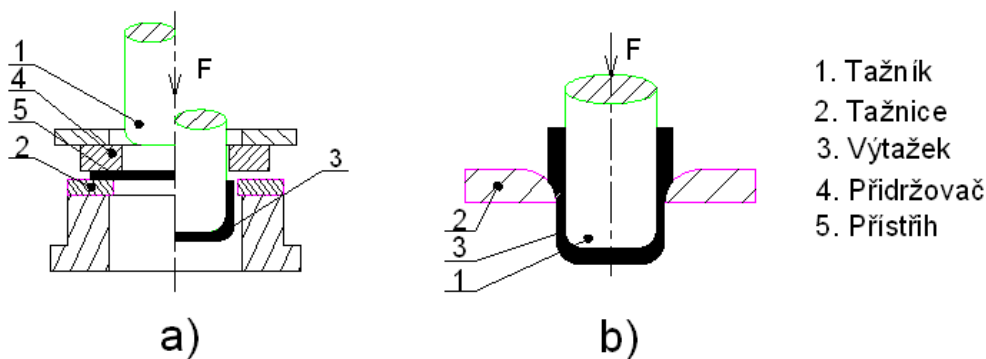
Z funkčního hlediska technologie hlubokého tažení kovů tvářením produkuje vysoce pevné a lehké díly, stejně jako nedosažitelnou geometrii ve srovnání s jinou výrobní technologií.

Tažení je rozděleno na dvě základní metody:

tažení beze změny tloušťky stěny výtažku - klasické tažení

tažení se změnou tloušťky stěny výtažku - tažení se ztenčením stěny

[2]



Obr. 1.1 Schématická ilustrace tažení plechu: a) jednoduché tažení b) tažení se ztenčením stěny.

## 1. TECHNOLOGIE TAŽENÍ PLECHU [2]

Tažení je technologie tváření, kterou je pás plechu tvarován za studena, nebo je využito mechanického, hydraulického tlaku k vytvoření požadovaného tvaru. Poté co je polotovár vtažen do tažnice, je vytvarován do trojrozměrného tvaru. Polotovár je přidržován na místě přidržovačem, který využívá určité síly. Tlakové napětí vytvořené v plechu by mohlo bez správného vlivu přidržovače vést ke zvýšení vlnitosti povrchu.

Vlnitost je jednou z hlavních vad vyskytujících se u technologie tažení. Může poškodit tažnici, nepříznivě ovlivnit část montážní a funkčnost součásti. Predikce a prevence před vlnitostí je velice důležitá. Existuje celá řada různých analytických a experimentálních přístupů, které mohou pomoci predikovat a zabránit vlnitosti. Jednou z nich je metoda využívající konečných prvků v simulaci tažení.

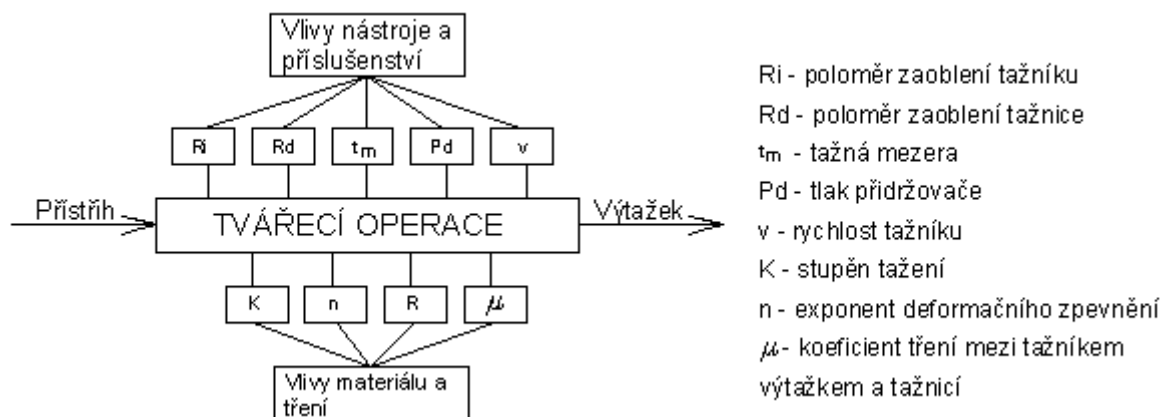
Existuje mnoho důležitých proměnných a mohou být klasifikovány jako:

- vlivy materiálové a třecí
- vlivy tvářecího nástroje a příslušenství

### 1.1 VLIV MATERIÁLU A TŘENÍ NA TECHNOLOGII TAŽENÍ [2]

Důležité vlastnosti materiálu, jako je exponent deformačního zpevnění ( $n$ ) a anizotropie ovlivňují účinek tažení. Tření a mazání rozhraní u tažníku, tažnice a výtažku jsou velmi důležité pro úspěšné zhotovení výtažku. Na rozdíl od technologie ohýbání, při nichž je kov plasticky deformován v relativně malém prostoru, jsou u technologie tažení vystaveny plastické deformaci podstatně rozsáhlejší oblasti. Nejen že jsou velké oblasti plastické deformace u konečného výtažku, ale napěťové stavy jsou rozdílné v různých místech konečného výtažku. Byly zavedeny tři oblasti ve kterých jsou různé deformace:

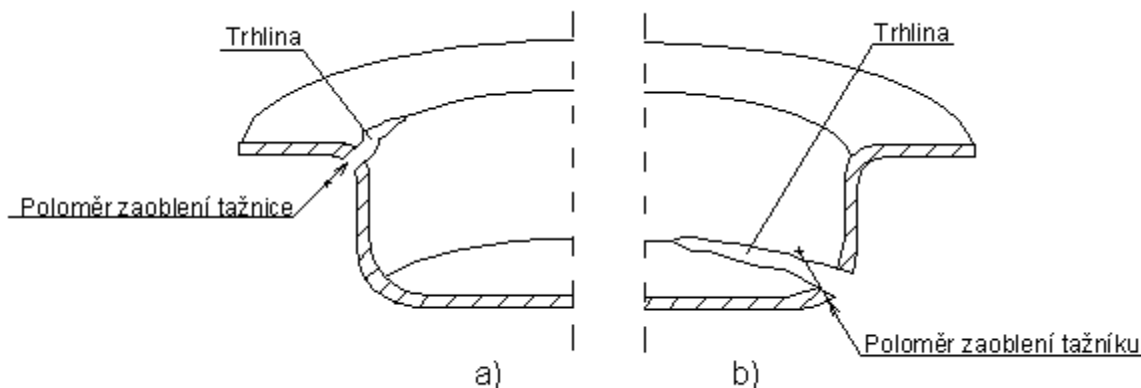
- část plochy, která se nenachází v tažné dutině (příruba)
- část, která byla vtažena do tažné dutiny (stěna)
- oblast kontaktu mezi tažníkem a tažnicí (dno)



Obr. 1.2 Významné proměnné pro technologii tažení plechů.



Radiální tahové napětí je způsobeno vtahováním přístřihu do tažnice a tlakové napětí, běžné v polotovaru (přístřihu), je způsobeno přidržovačem. Tažník přenáší sílu  $F$  na dno výtažku, čímž je oblast přístřihu, z které bylo vytvarováno dno nádoby, vystavena radiálnímu a tangenciálnímu tahovému napětí. Při návratu do výchozí polohy tažník přenáší sílu přes stěny nádoby do příruby. V této napěťové oblasti, jsou stěny prodlouženy v podélném směru. Protahování vyvolává ztenčení stěny, což může způsobit roztržení výtažku, pokud je tedy nadměrné.



Obr. 1.3 Trhliny vzniklé při tažení a) způsobené malým poloměrem zaoblení tažnice b) způsobené malým poloměrem zaoblení tažníku.

Tahové obvodové napětí ve stěnách je příčinou smrštění výtažku, což vede k sevření výtažku na obvodu tažníku. Pokud je tažení prováděno bez přidržovače, radiální tahové napětí může vést k tlakovému obvodovému napětí na přírubě. Toto obvodové napětí má tendenci způsobovat vlnitost během operace tažení. Součásti vyrobené technologií tažení obvykle vyžadují několik navazujících operací. Počet následujících potřebných operací je funkcí poměru výšky součásti a průměru součásti a je dán tímto vzorcem:

$$n = \frac{h}{d} \quad (1.1)$$

Kde:

- $n$  = počet operací,
- $h$  = výška součásti,
- $d$  = průměr součásti

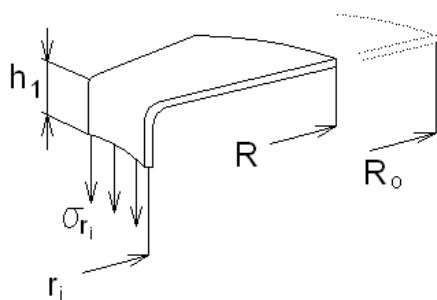
Tab. 1.1 Počet operací ( $n$ ) pro rotační tažení.

$h/d$	<0.6	0.6 do 1.4	1.4 do 2.5	2.5 do 4.0	4.0 do 7.0	7.0 do 12.0
$n$	1	2	3	4	5	6

### 1.1.1 VLIV ZPEVNĚNÍ [3]

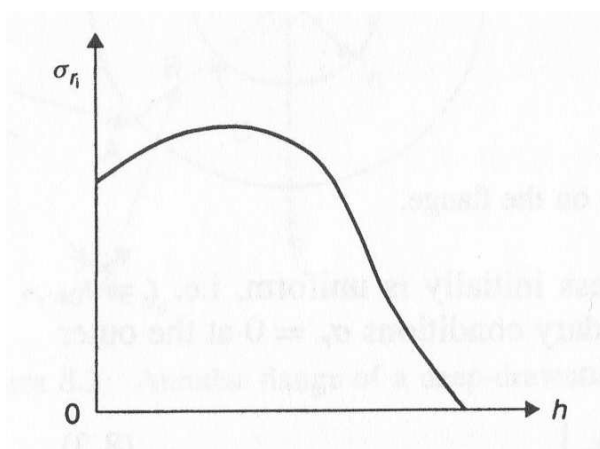
S ohledem na zpevnění, napětí potřebné k tažení příruby může být zvýšeno, i když se vnější poloměr snižuje. Jakmile je příruba vtažena do tažnice, vnější poloměr se snižuje a v každém okamžiku bude poloměr  $R$  jiný, jak je ukázáno na obrázku 1.4. V důsledku zpevnění se průběh napětí zvyšuje a je nerovnoměrný napříč přírubou. Za předpokladu, že průměrná hodnota napětí  $(\sigma_f)_{av}$  působí na celou přírubu a při zanedbání rozdílné tloušťky je možno vycházet z této rovnice:

$$\sigma_{ri} = (\sigma_f)_{av} \cdot \ln \frac{R}{r_i} \quad (1.2)$$



Obr. 1.4 Část příruby během tažení, ve které se napětí ve stěně rovná radiálnímu napětí na vnitřním poloměru při zanedbání tření.

Existují tedy dva protichůdné vlivy určující napětí při tažení. Jeden zvyšuje napětí vzhledem ke zpevnění materiálu a druhý jej snižuje se zmenšujícím se poloměrem. Obvykle napětí při tažení zpočátku roste, dosáhne maxima a poté postupně klesá až k nule.



Obr. 1.5 Typická charakteristika napětí při tažení v závislosti na pohybu tažníku pro zpevněný materiál [2]

### 1.1.2 VLIV TŘENÍ NA NAPĚTÍ PŘI TAŽENÍ [3]

Existují dva různé způsoby, jak může tření ovlivnit napětí při tažení. Jednou z příčin, kdy je napětí ovlivněno třením, je poloměr tažnice. Pokud je zanedbána změna hodnoty tloušťky, může být z hlediska napětí napsána tato rovnice:

$$\frac{d \sigma_{\phi}}{\sigma_{\phi}} = \mu d \phi \quad (1.3)$$

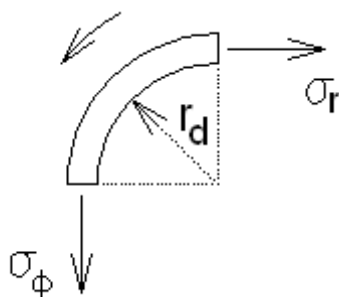
Na poloměru tažnice získáme integrací tak jak je ukázáno na obrázku 1.6 tuto rovnici:

$$\sigma_{\phi} = \sigma_{ri} \mu^{\frac{\pi}{2}} \quad (1.4)$$

Tření mezi přidržovačem a přírubou také zvyšuje napětí při tažení. Lze předpokládat, že síla  $B$  působící na přidržovač bude rozložena podél hrany příruby jako liniové zatížení o rozsahu  $B/2\pi R_o$  na jednotku délky. Třecí síla na přírubě na jednotku délky podél hrany je tedy  $2\mu B/2\pi R_o$ , což může být vyjádřeno jako napětí působící na hraně příruby:

$$(\sigma_r)_{r=R_o} = \frac{\mu B}{\pi R_o t} \quad (1.5)$$

kde  $t$  je tloušťka přístřihu.



Obr. 1.6 Pohyb příruby po poloměru zaoblení tažnice.

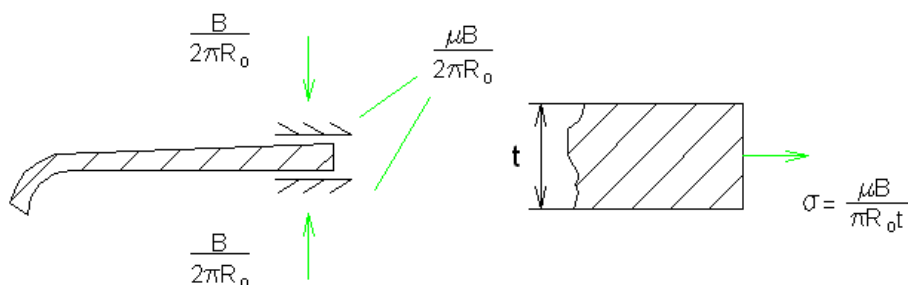
Oba tyto faktory zvyšují napětí potřebné k vytažení výtažku. Toto napětí může být určeno mnoha různými numerickými metodami nebo aproximováno modely, což zjednoduší vliv zpevnění a změny tloušťky příruby. Integrací rovnice (1.2) pro nové počáteční podmínky je rovnice ve tvaru:

$$\sigma_{ri} = (\sigma_f)_{av} \cdot \ln \frac{R_o}{r_i} + \frac{\mu B}{\pi R_o t} \quad (1.6)$$

Po úpravě této rovnice na tvar (1.4) je napětí ve stěnách vyjádřeno v tomto tvaru:

$$\sigma_{\phi} = \frac{1}{\eta} \left\{ (\sigma_f)_{av} \ln \frac{R}{r_i} + \frac{\mu B}{\pi R t} \right\}^{\frac{\mu \pi}{2}} \quad (1.7)$$

Tato rovnice je aproximace, která mimo jiné zanedbává energii potřebnou k ohybu příruby přes poloměr zaoblení tažnice. Z tohoto důvodu byla přidána účinnost  $\eta$ .



Obr. 1.7 Tření způsobené vlivem síly přidržovače za předpokladu, že působí na vnější hraně.

## 1. 2. DEFORMACE PŘI TAŽENÍ DLE BOLJANOVIČE [2]

Deformace vzniklé při tažení mohou být vyjádřeny čtyřmi způsoby:

$$\varepsilon = \frac{D - d_s}{D}; \quad m = \frac{d_s}{D}; \quad K = \frac{D}{d_s}; \quad \varphi = \ln \frac{D}{d_s} \quad (1.8); (1.9); (1.10); (1.11)$$

Vztah mezi těmito rovnicemi je následující:

$$\varepsilon = \frac{D - d_s}{D} = 1 - m = \frac{K - 1}{K} = \frac{\varepsilon^{\varphi-1}}{\varepsilon^{\varphi}} \quad (1.12); (1.13); (1.14)$$

Poměr mezi průměrem  $d_s$  výtažku a přístříhu  $D$  je znám jako součinitel tažení a je dán tímto vztahem:

$$m = \frac{d_s}{D} = 1 - \varepsilon = \frac{1}{K} = \frac{1}{e^{\varphi}} \quad (1.16); (1.17)$$

Tvárnost je velice často vyjádřena pomocí hodnoty  $K$  stupně tažení.

$$K = \frac{D}{d} = \frac{1}{m} = e^{\varphi} \quad (1.18)$$

Hodnoty tažného poměru pro první a následující operace jsou dány takto:

$$m_1 = \frac{d_{s1}}{D}; \quad m_2 = \frac{d_{s2}}{d_{s1}}; \quad m_3 = \frac{d_{s3}}{d_{s2}}; \quad \dots \quad m_n = \frac{d_{sn}}{d_{sn-1}} \quad (1.19)$$

Velikost těchto poměrů určuje následující parametry:

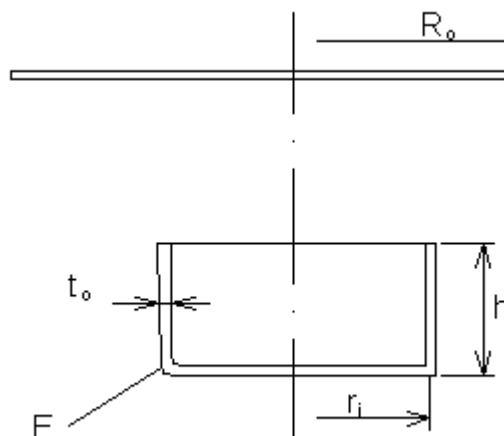
- napětí a síly potřebné k tažení
- počet následujících tažení
- velikost síly přidržovače
- jakost konečného výtažku

## 2. STANOVENÍ VÝŠKY VÝTAŽKU [3]

Při tažení přístříhu do válcového tvaru, je výška pláště výtažku ovlivněna hlavně velikostí průměru přístříhu. Během tažení má vnější oblast stěn sklon ke zvětšení objemu s narůstající výškou tak, jak je ukázáno na obr. 2.1.

Oblast nejmenší hodnoty tloušťky bude blízko dna výtažku v bodě E, kde dochází k ohybu přes poloměr zaoblení tažníku. Přibližně v polovině výšky stěny bude mít tloušťka stejnou hodnotu jako tloušťka počáteční (tloušťka přístříhu). Přibližný odhad konečné výšky získáme za předpokladu, že se výtažek skládá z kruhové základny a válcových stěn, což je ukázáno na pravé straně obrázku, kde má tloušťka na všech místech stejnou hodnotu a je rovna tloušťce počáteční.

$$\pi R_0^2 t_0 = \pi r_i t_0 + 2\pi r_i t_0 h \quad (2.1)$$



Obr. 2.1. Přístřih o počátečním poloměru  $R_0$ , tloušťce  $t_0$  a výšce  $h$ .

Po sečtení objemů a po úpravě získáme rovnici pro výpočet výšky  $h$ :

$$h \approx \frac{r_i}{2} \left\{ \left( \frac{R_0}{r_i} \right)^2 - 1 \right\} \quad (2.2)$$

### 3. SÍLY POTŘEBNÉ PRO TAŽENÍ [2]

Síla vyvozená na tažníku musí poskytovat různé druhy práce potřebné k tažení plechu, jako je ideální práce potřebná pro deformaci, přebytečná práce, práce vykonaná při tření, když je třeba, tak i práci potřebnou ke ztenčení tloušťky stěny.

#### 3.1 PRVNÍ OPERACE TAŽENÍ [2]

Ve výpočtu síly působící na tažníku pro první operaci tažení, je radiální napětí pro plastickou deformaci dostatečné (při zanedbání vlivu tření) a je dáno touto rovnicí:

$$\sigma_{ri} = 1.1 \sigma_s \ln \frac{D}{d_{s1}} \quad (3.1)$$

Teoretickou sílu pro plastickou deformaci vyjadřuje následující rovnice:

$$F_p = \sigma_{ri} \quad (3.2)$$

Protože je v této operaci zahrnuto mnoho proměnných, jako je tření, síla vyvozená přidržovačem a další, které je třeba zahrnout, bude vypadat konečný tvar rovnice takto:

$$F_1 = S_1 \sigma_1 = \pi d_{s1} t \sigma_1 \quad (3.3)$$

Kde  $\sigma_1$  je vyjádřena touto rovnicí:

$$\sigma_1 = e^{\frac{\mu}{2}} \left( 1.1 \sigma_s \ln \frac{D}{d_{s1}} + \frac{2\mu F_{d1}}{\pi d_{s1} t} \right) + \sigma_s \frac{t}{2R_d + t} \quad (3.4)$$

Kde skutečné napětí  $\sigma_s$  je dáno takto:

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{s0} + \sigma_{s1}}{2}; \quad \sigma_{s0} = \sigma_s(0) \quad \text{pro } \varepsilon = 0 \quad (3.5)$$

$$\sigma_{s1} = \sigma_s(\varepsilon_1) \quad \text{pro } \varepsilon_1 = \frac{D - d_{s1}}{D} \quad \text{nebo } \sigma_{s1} = \sigma_s(\varphi_1) \quad \text{pro } \varphi_1 = \ln \frac{D}{d_{s1}}$$

### 3.2 NÁSLEDUJÍCÍ OPERACE TAŽENÍ [2]

Následující tažné operace jsou odlišné od první tažné operace. S každou další tažnou operací se průměr příruby snižuje, nicméně oblast plastických deformací se nemění. Sílu působící na tažník pro další tažnou operaci lze vypočítat z napětí, které je dáno touto rovnicí:

$$\sigma_i = 1.1 \left( 1 + \frac{\mu \pi \alpha}{180} \right) \cdot (1.21 \div 1.44) \sigma_s \left( 1 + \frac{tg \alpha}{\mu} \right) \cdot \left[ 1 - \left( \frac{d_{si}}{d_{s(i-1)}} \right)^{\frac{\mu}{tg \alpha}} \right] \quad (3.6)$$

Síla působící na tažník je dána tímto vztahem:

$$F_i = S_i \sigma = \pi d_i t \sigma_i \quad (3.7)$$

Ačkoliv takto vyjádřené rovnice pro výpočet potřebné síly působící na tažníku vykazují po výpočtu daleko přesnější výsledky, tak se také k výpočtu síly působící na tažník používá jednoduchého následujícího vzorce:

$$F_i = \pi d_i t (R_m) \left( \frac{D}{d_i} - 0.7 \right) \quad (3.8)$$

V této rovnici není uváženo vliv tření, poloměr zaoblení tažníku i tažnice a síla přidržovače. Nicméně bylo zjištěno, že pokud je poloměr tažníku a tažnice desetkrát větší než tloušťka materiálu, tak tyto činitele neovlivní významně sílu působící na tažník.

### 4. VÝPOČET PŘÍSTŘIHU PRO SYMETRICKÉ TVARY [2]

Objem rozvinutého přístřihu před tažením by měl být stejný jako objem výtažku po tažení.

$$V = V_V$$

Za předpokladu, že tloušťka materiálu zůstává nezměněna a plocha výtažku bude také nezměněna, může být průměr přístřihu stanoven z plochy přístřihu před tažením a plochy konečného výtažku:

$$S = S_V$$

Tvar na obrázku 4.1a) může být rozdělen na několik částí, což je ukázáno na obrázku 4.1b) a poté mohou být spočítány jednotlivé plochy  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$ . Celková plocha je suma ploch jednotlivých částí.

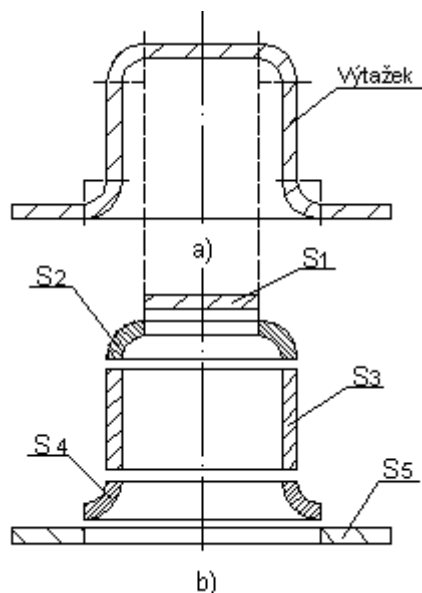
$$S_V = \sum_{i=1}^{i=n} S_i = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n \quad (4.1)$$

Průměr přístřihu je:

$$D = 1.13 \cdot \sqrt{S_V} \quad (4.2)$$

Pokud je tažná mezera dostatečně veliká, bude mít výtažek tlustší stěny ve spodní části než v horní. Pokud je tloušťka materiálu větší než tažná mezera mezi tažníkem a tažnicí, bude tloušťka snížena procesem známým jako tažení se ztenčením tloušťky stěny.

Průměr přístřihu, jehož tloušťka stěn bude snížena, může být určen z objemové konstanty před tažením a objemu výtažku po tažení po započtení přídatku na odstřížení.



Obr. 4.1 Výpočet přístřihu pro symetrické tvary a) výtažek b) plochy jednotlivých částí

$$V = V_V + h^* V_V = \pi \frac{D^2}{4} t \quad (4.3)$$



Průměr přístřihu je dán:

$$D = \sqrt{\frac{4V}{\pi t}} = 1.13 \left( \sqrt{\frac{V}{t}} \right) \quad (4.4)$$

Tab. 4.1 Procentuelní hodnota přídavku na odstřížení ( $h^*$ ).

Vnější výška / vnější průměr výtažku (h/d)	< 3	3 až 10	> 10
$h^*(\%)$	8 až 10	10 až 12	12 až 13

### 5. TAŽENÍ SE ZTENČENÍM TLOUŠŤKY STĚNY [3]

Ke snížení tloušťky stěny výtažku dochází při průchodu výtažku tažnicí, jak je ukázáno na obrázku 5.1. Tažná mezera mezi tažníkem a tažnicí je menší než je počáteční tloušťka stěny. Jelikož tažník musí zůstat v kontaktu se dnem výtažku, je rychlost  $v_p$  při průchodu tažnicí stejná jako rychlost tažníku. Během tažení se ztenčením stěny nedochází k žádné změně ve velikosti objemu, ani v poměru materiálu vstupujícího do tažnice a vycházejícího z tažnice.

$$2\pi r_i t_1 v_1 = 2\pi r_i t_2 v_p$$

nebo

$$v_1 = v_p \frac{t_2}{t_1} \quad (5.1)$$

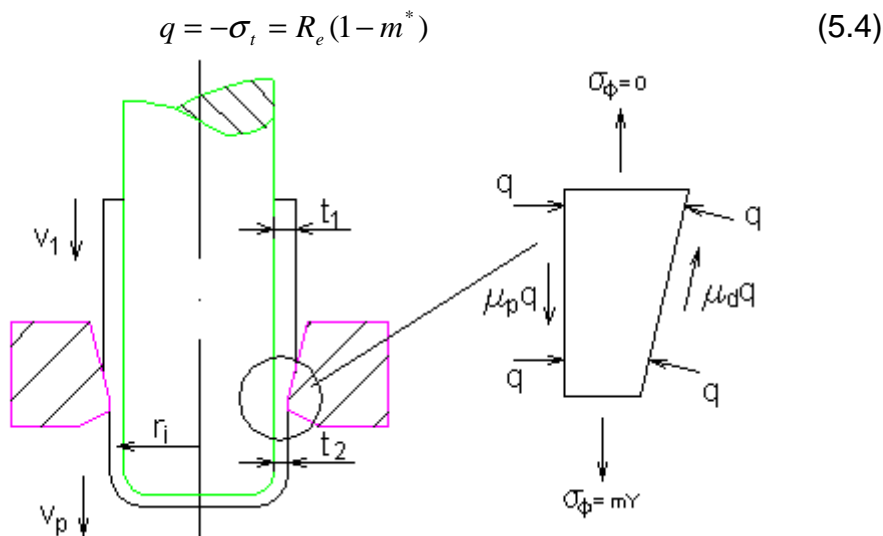
Tažník se tedy pohybuje rychleji (viz obr 5.1) než vcházející materiál a třecí síla mezi tažníkem a plechem působí dolů. Třecí síla mezi tažnicí a plechem působí opačně a částečně zamezuje ztenčení stěn. Je vhodné mít vysoké tření na čele tažníku a z tohoto důvodu se tažník většinou zhotovuje zdrsněný. Naproti tomu by boční tření na tažnici mělo být co nejmenší a proto je vnější strana výtažku obvykle nanesena mazivem.

Přibližný model pro tažení se ztenčením stěny může být vytvořen pro materiál, který je tuhý, dokonale plastický s tahovým napětím  $\sigma_f = R_e = \text{konstanta}$ . Za předpokladu Trescovy podmínky pro plasticitu na vstupu, kde axiální napětí je nulové, je  $-R_e$  a

$$q = -\sigma_t = R_e \quad (5.2)$$

na výstupu musí být axiální napětí menší než mez kluzu k zajištění deformace docházející pouze uvnitř tažnice. Jak je ukázáno na obrázku 5.1, toto napětí je  $m^* R_e$ , kde  $m^* < 1$ . Průřezové napětí je

$$\sigma_t = -(R_e - m^* R_e) \quad (5.3)$$



Obr. 5.1 Tažení se ztenčením stěny válcového výtažku.

Průměrný dosedací tlak se vypočte takto:

$$\bar{q} = R_e \frac{1 + (1 - m^*)}{2} = R_e \left(1 - \frac{m^*}{2}\right) \quad (5.5)$$

Síly v deformační oblasti jsou ukázány na obrázku 5.2. Výpočet pro rovnováhu sil ve svislém směru je:

$$mYt_2 + \mu_p \bar{q} \frac{\Delta t}{\tan \gamma} = \mu_d \bar{q} \frac{\Delta t}{\sin \gamma} \cos \lambda + \bar{q} \frac{\Delta t}{\sin \lambda} \sin \lambda \quad (5.6)$$

Rovnice 5.6 upravena do následujícího tvaru:

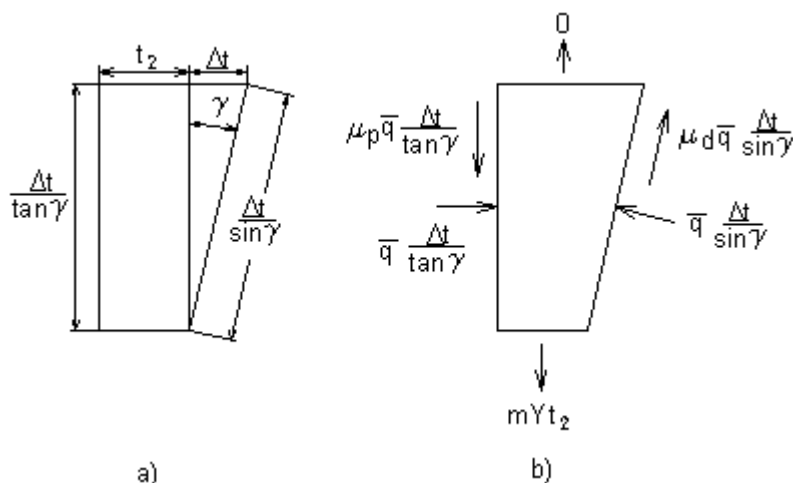
$$\frac{|\Delta t|}{t_2} = \frac{2m^*}{2 - m^*} \cdot \frac{1}{\left\{1 - \frac{\mu_p - \mu_d}{\tan \gamma}\right\}} \quad (5.7)$$

pro okrajovou podmínku, kde  $m=1$  má rovnice tento tvar:

$$\left(\frac{|\Delta t|}{t_2}\right)_{\max.} = \frac{1}{\left\{1 - \frac{\mu_p - \mu_d}{\tan \gamma}\right\}} \quad (5.8)$$

Tyto rovnice vyjadřují velikost rozsahu snížení tloušťky stěny, což je vyjádřeno jako kladné číslo. Je vidět, že maximálního snížení stěny dosáhneme, když  $\mu_p > \mu_d$  a zároveň je tažník lehce zdrsněn, jak už bylo zmíněno. Tímto tažením lze provést poměrně velké snížení tloušťky stěny, protože může být v řadě pod

sebou několik tažnic. V takovém případě mohou být tažnice umístěny daleko od sebe, aby bylo zajištěno opuštění výtažku z první tažnice, než-li vstoupí do následující. Tímto způsobem umístění je zajištěno, že vstupní napětí bude nulové a nedojde k nadměrnému napětí ve stěnách. Při tažení nápojových plechovek je využito tří tažnic a tloušťka stěny je zmenšena přibližně třikrát, což významně zvětší výšku výtažku.

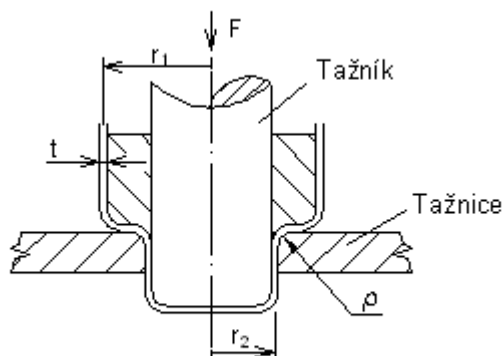


Obr. 5.2 (a) Geometrie deformované oblasti. (b) Síly působící v deformované oblasti při tažení se ztenčením stěny.

## 6. VÍCEOPERAČNÍ TAŽENÍ [3]

Na obr. 6.1, je výtažek o poloměru  $r_1$  a tloušťce stěny  $t$ , který je tažen ve více operacích na menší poloměr  $r_2$  beze změny tloušťky stěny. Pokud napětí ve stěnách mezi spodní částí tažníku a tažnicí je  $\tau_\phi$ , pak síla vyvinutá tažníkem je:

$$F = 2\pi r_2 \tau_\phi \quad (6.1)$$



Obr.6.1 Víceoperační tažení.

Za předpokladu, že napětové pole  $\bar{\tau}$  je konstantou, pak je napětí ve stěnách vyjádřeno tímto vzorcem:

$$\tau_{\Phi} = \bar{\tau} \ln \frac{r_1}{r_2} = \sigma_f t \ln \frac{r_1}{r_2} \quad (6.2)$$

Hodnota napětí vzroste o napětí vyvozené ohýbacím a rovnacím procesem. Průběh napětí bude nahrazen v rovině namáhání napětového pole, účinností  $\eta$  a výrazem  $\tau / \tau_y$  zanedbaným o napětí více-operačního tažení, které nebývá obvykle vysoké. S ohledem na ohyb je vzorec rozšířen takto o  $\Delta \tau_{\Phi}$ :

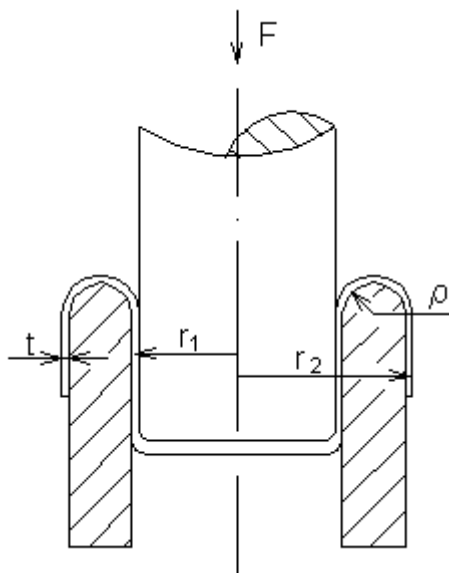
$$\Delta \tau_{\Phi} \approx \frac{\sigma_f t^2}{4\rho} \quad (6.3)$$

Z obrázku 6.1 jsou patrné dvě ohybové a dvě rovnací operace více-operačního tažení. Po kombinaci rovnic 6.1 až 6.3, je vyjádřena rovnice síly v tomto tvaru:

$$F = 2\pi t (\tau_{\Phi} + 4\Delta \tau) = 2\pi r_2 t \sigma_f \left( \ln \frac{r_1}{r_2} + \frac{t}{\rho} \right) \quad (6.4)$$

Další způsob více-operačního tažení je ukázán na obr. 6.2. Tento způsob se nazývá zpětné tažení. Výhodou je, že je zde pouze jedna ohýbací operace a jedna rovnací operace, a proto je velikost síly v tomto tvaru:

$$F = 2\pi r_2 t \sigma_f \left( \ln \frac{r_1}{r_2} + \frac{t}{2\rho} \right) \quad (6.5)$$



Obr. 6.2 Zpětné tažení válcového výtazku.

Pro zpětné tažení mohou být dostačující menší síly působící na tažník, pokud rozdíl mezi počátečním poloměrem a konečným poloměrem je velký ve

srovnání s tloušťkou stěny. Pokud je malý poměr poloměrů tažnice k tloušťce stěny  $\rho / t$ , bude také menší zvýšení napětí vyvozené ohybem.

## 7. VADY VZNIKAJÍCÍ PŘI TAŽENÍ TENKÝCH PLECHŮ [2]

Na tažení má vliv celá řada činitelů, které určují zda, tažením vznikne funkční či nefunkční výtazek.

### 7.1 VÝZNAM TAŽNÉ MEZERY [2]

Pokud vzniknou trhliny při tažení, může být problém v nevhodně zvolené velikosti tažné mezery.

Tažná mezera mezi tažníkem a tažnicí je velice důležitým parametrem v technologii tažení tenkých plechů. Při jednoduchém tažení (beze změny tloušťky stěny) by velikost tažné mezery měla být větší než tloušťka stěny pláště. Pokud je tažná mezera malá, může dojít k porušení přístřihu tažníkem. Hodnota tažné mezery může být definována jednak jako navýšená hodnota tloušťky materiálu, nebo také empirickým vztahem závislým na druhu materiálu a jeho tloušťce.

$$t_m = t + k\sqrt{10t} \quad (7.1)$$

kde  $k$  je koeficient určený dle tabulky 7.1

Tab. 7.1 Hodnoty koeficientu  $k$  pro různé materiály

materiál	koeficient $k$
ocelový plech	0.07
hliníkový plech	0.02
ostatní materiály	0.04

### 7.2 VELIKOST SÍLY NA PŘIDRŽOVAČI [2]

Pokud je příliš vysoká síla na přidržovač a tím i na přístřih, zatížení tažníku vzroste a tento nárůst síly povede k následnému vzniku trhlin ve výtazku.

### 7.3 POLOMĚR ZAObLENÍ TAŽNÍKU A TAŽNICE [2]

Tyto poloměry jsou důležité pro vlastní operaci tažení. Pokud jsou tyto poloměry malé, může dojít k trhlinám vzhledem ke zvýšené síle na poloměru zaoblení výtazku. Nečistota nebo různé další vady povrchu tažníku nebo tažnice mohou vést k poškození výtazku.

## 8. MAZÁNÍ [2]

Při tažení existují různé podmínky pro mazání od hydrodynamického mazání u přidržovače po mazání poloměru zaoblení, kde nastává velice často porušení povrchu filmu maziva. Mazání pro operaci tažení je velice důležité, protože vede ke snížení potřebných sil, zvýšení hloubky tažení, snížení opotřebení nástroje a vadách na výtazku. Výběr maziva závisí na složitosti operace tažení, druhu tažné operace a materiálových vlastností plechu.

Doporučené údaje jsou uvedeny v tabulce 8.1. Obvykle se používají pro tažení nízkouhlíkové oceli.

Tab. 8.1 Vybrané maziva používané pro tažení plechů.

TAŽENÝ MATERIÁL	MAZIVO
uhlíkové oceli a jejich slitiny	Lehké operace: Minerální olej o středně vysoké až vysoké viskozitě roztok mýdla Mastné oleje + minerální oleje, emulze, lanoliny Střední operace: Mastný olej v emulzi na bázi mýdla, mastný olej + minerální olej, mýdlo + vosk, vysušený mýdlový film Těžké operace: Vysušený mýdlový nebo voskový film, sulfidový nebo fosfátový povlak
nerezová ocel	Lehké operace: Kukuřičný olej nebo ricinový olej, ricinový olej + emulgované mýdlo, navoskovaný nebo naolejovaný papír Střední operace: suspenze práškového grafitu na výtažku před samotnou operací, tuhý vosk Těžké operace: Minerální olej, mastné oleje ve směsi minerálních olejů, běloba a lněný olej v těžké konzistenci
hliník a hliníkové slitiny	Lehké operace: Minerální olej, mastné oleje ve směsi minerálních olejů (10 až 20 % mastných olejů), lůj a parafín Těžké operace: Vysušený mýdlový, nebo voskový film, minerální olej, mastný olej
titan	Chlorovaný parafín, mýdlo, polymer, vosk
měď	Mastný olej + mýdlová emulze, mastný olej + minerální olej, směs sádlového oleje (25 až 50 %) v minerálním oleji, řádně aplikované vysušené mýdlo

## 9. PŘIDRŽOVAČ [2]

Funkcí přidržovače je zamezení tvorby zvlnění na přírubě výtažku. Nejvíce důležitým parametrem je tlak působící na přidržovač. Pokud přidržovač působí příliš nízkým tlakem, nebo je průměr tažníku moc velký dojde k vytvoření zvlnění. Vlivem malé tažné mezery mezi tažníkem a tažnicí může také dojít ke zvlnění výtažku.

### 9.1 PŘIDRŽOVAČE [2]

K určení, zda je nutno přidržovač použít, se vychází:

- z relativní tloušťky plechu ( $t_r$ ) a
- součinitele tažení ( $m$ )

Výtažek může být tažen bez přidržovače, pokud jsou splněny následující podmínky:

a) Válcový plášť

- Po první operaci tažení:

$$t_r = \frac{t}{D} 100 \geq 2\% \quad \text{a} \quad m_1 = \frac{d_1}{D} \geq 0.6 \quad (9.1)$$

- pro následující operace tažení:

$$t_r = \frac{t}{d_{i-1}} 100 \geq 1.5\% \quad \text{a} \quad m_1 = \frac{d_i}{d_{i-1}} \geq 0.8 \quad (9.2)$$

b) Polokoule

- pro všechny operace:

$$t_r = \frac{t}{D} 100 \geq 3\% \quad (9.3)$$

### 9.2 TLAK PŮSOBÍCÍ NA PŘIDRŽOVAČ [2]

Potřebný tlak působící na přidržovač se dá vypočítat následujícími vztahy:

- pro první tažnou operaci:

$$p_{d1} = (0.2 \div 0.3) \left[ \left( \frac{D}{d_1} - 1 \right)^3 + \frac{d_1}{200t} \right] \cdot R_m \quad (9.4)$$

- pro následující operace:

$$p_{di} = (0.2 \div 0.3) \left[ \left( \frac{d_{i-1}}{d_1} - 1 \right)^3 + \frac{d_i}{200t} \right] \cdot R_m \quad (9.5)$$

### 9.3 SÍLA PŮSOBÍCÍ NA PŘIDRŽOVAČ [2]

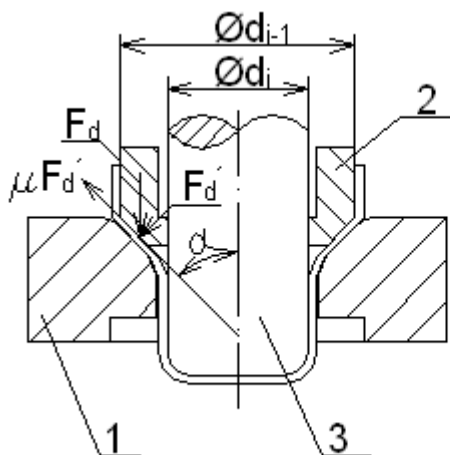
Síla působící na přidržovač může být vypočtena tímto vztahem:

- pro první tažnou operaci

$$B = \frac{\pi}{4} [D^2 - (d_{p1} + 2R_{p1})^2] \cdot p_{d1} \quad (9.6)$$

- pro následující tažné operace

$$B = \frac{\pi}{4} [d_{d-i}^2 - (d_1 + 2t)^2] \cdot (1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha) p_{di} \quad (9.7)$$



- 1 - tažnice
- 2 - přidržovač
- 3 - tažník

Obr. 9.1 Schématické znázornění přidržovače pro následující operace tažení.

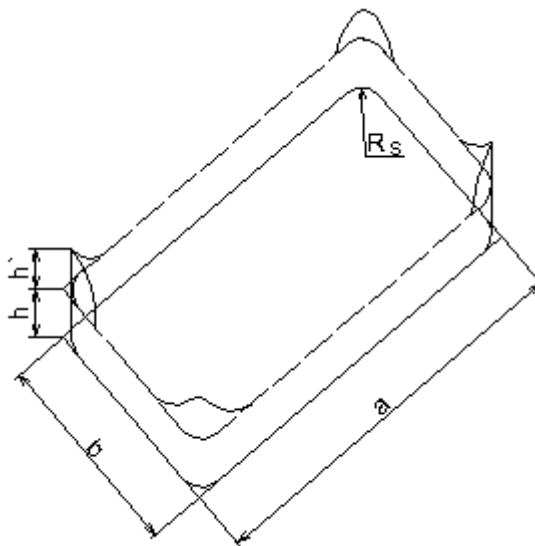
## 10. URČENÍ ROZMĚRŮ PŘÍSTŘIHU PRO NESYMETRICKÉ TVARY [2]

### 10.1 OBDELNÍKOVÝ TVAR [2]

Poloměr  $R_s$  obdelníkového nebo čtvercového tvaru s rozměry  $a$ ,  $b$ ,  $c$  v Obr. 10.1 jsou hlavními limitujícími faktory největší hodnoty hloubky tažení na jednu operaci. Existují i další faktory, které mají rovněž vliv na maximální hloubku tažení, jako je závislost mezi poloměrem dna  $R_b$  a rohovým poloměrem  $R_s$ , minimální vzdálenost mezi poloměry a rychlost tažení atd.



Neexistuje vzorec pro určení rozměrů přístřihu pro obdélníkový tvar, který by byl schopen určit konečný tvar pouze tažením. Všechny poloměry rohů musí být navrženy.



Obr. 10.1 Přebytek materiálu po tažení obdélníkového tvaru.

Existují tři možnosti návrhu rohových zaoblení a všechny jsou závislé na vztahu mezi  $R_b$  a  $R_s$ .

1. Pokud  $R_b < R_s$  poloměr rohových zaoblení přístřihu  $R_w$  z Obr. 10.2a je vyjádřen následujícím vzorcem:

$$R_w = \sqrt{R_s^2 + 2R_s(h - 0.47R_b)} \quad (10.1)$$

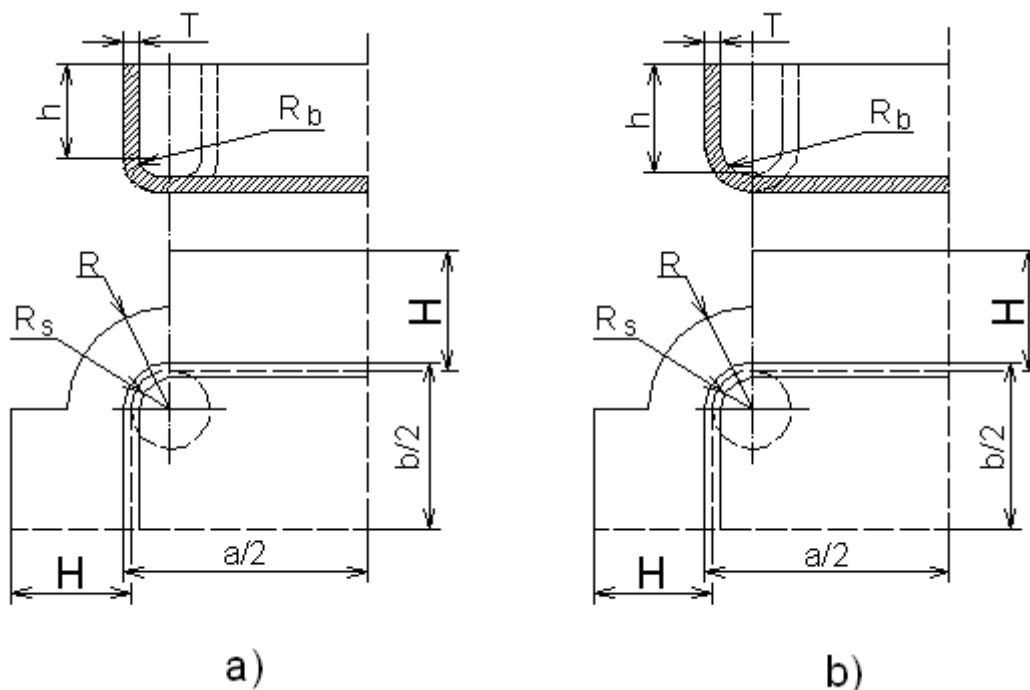
kde:

$h = h_0 + \Delta h$	výška výtažku
$\Delta h$	materiál přidaný na odstřižení
$h_0$	konečná výška

některé hodnoty  $\Delta h$  udává tab. 10.1

2. Pokud  $R_b = R_s$  poloměr rohových zaoblení přístřihu  $R_w$  z obr. 10.2b je dán tímto vztahem:

$$R_w = \sqrt{2R_s h} \quad (10.2)$$



Obr. 10.2 a) Návrh rohového zaoblení pro  $R_b < R_s$ . b) Návrh rohové kontury pro  $R_b = R_s$ .

Kde:

$R_s$  - vnitřní poloměr zaoblení u dna obdélníkového výtažku.

Tab. 10.1 Hodnoty přídávku na odstřížení ( $\Delta h$ ).

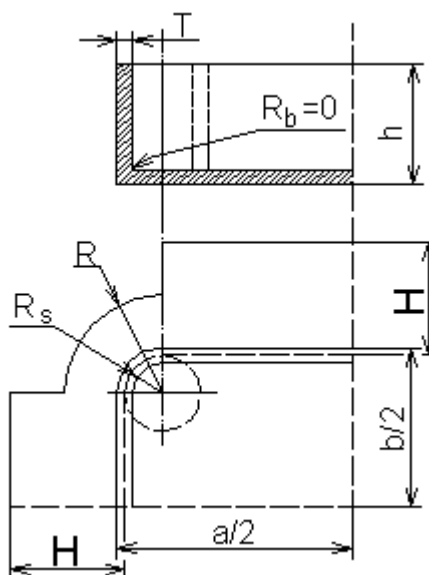
$h_0/R_s$	počet tažení	$\Delta h$ (mm)
2,5 až 7,0	1	(0.03 až 0.05) $h_0$
7,0 až 18,0	2	(0.04 až 0.06) $h_0$
18,0 až 45,0	3	(0.05 až 0.08) $h_0$
45,0 až 100	4	(0.06 až 0.10) $h_0$

3. Pokud  $R_b = 0$  poloměr rohových zaoblení přístřihu  $R_w$  z obr. 10.3 je dán tímto vzorcem:

$$R_w = \sqrt{R_s^2 + 2R_s h} \quad (10.3)$$

Všechny tři případy mají stejný střed poloměrů  $R_w$  a  $R_s$ . S ohledem na to, že plocha pláště je ohnuta, může být použit pro výpočet výšky  $H$  z obr 10.2 a 10.3 tento vzorec:

$$H = h + 0.57R_b \quad (10.4)$$



Obr. 10.3 Návrh zaoblení přechodu stěny do dna pro  $R_b = 0$

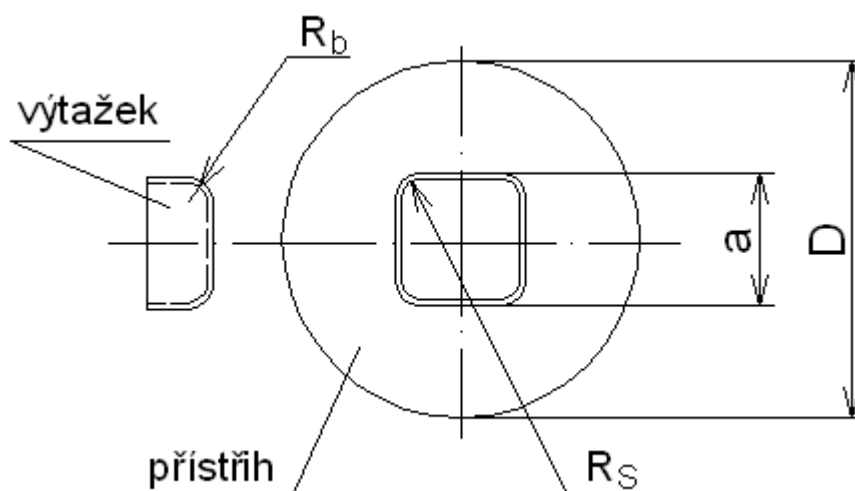
## 10.2 ČTVERCOVÝ TVAR [2]

Plocha přístřihu bez přírub obr. 10.4 má kruhový tvar, jehož průměr lze stanovit dle následujícího vzorce:

$$D = 1.13\sqrt{a^2 + 4a(h - R_b) + 2.28R_s^2 - R_s(1.72h - 5.3R_b)} \quad (10.5)$$

Výška výtažku je  $h = h_0 + \Delta h$  hodnotu  $\Delta h$  je možno najít v Tab. 10.1 nebo stanovit ze vzorce:

$$\Delta h = (0.7 \div 0.8)\sqrt{h} \quad (10.6)$$



Obr. 10.4 Přístřih pro čtvercové tvary.

## 11. POROVNÁNÍ VZORCŮ PRO VÝPOČET SÍLY POTŘEBNÉ PRO TECHNOLOGII TAŽENÍ [2, 4]

Jde o porovnání vztahů (3.8) a následujícího vztahu:

$$F = \pi dt R_m \quad (11.1)$$

Jsou dány tyto hodnoty:

$$R_m = 650 \text{ MPa}$$

$$d = 100 \text{ mm}$$

$$t = 1,5 \text{ mm}$$

$$R_s = 5 \text{ mm}$$

$$h = 55 \text{ mm}$$

$$\mu = 0,15 \quad - \text{ pro nedokonalé mazání při tažení}$$

Počet tažných operací je spočítán dle následujícího vzorce:

$$n = \frac{h}{d} = \frac{0,055}{0,1} = 0,55$$

Dle tab. 1.1 bude na tažení výtažku potřebná jedna operace tažení.

Výpočet průměru přístřihu:

$$D = \sqrt{d^2 + 4hd} = \sqrt{0,1^2 + 4 \cdot 0,055 \cdot 0,1} = 0,179 \text{ m}$$

Výpočet síly dle [2], rovnice 3.8

$$F = \pi dt R_m \left( \frac{D}{d} - 0,7 \right) = \pi \cdot 0,1 \cdot 0,0015 \cdot 650000000 \cdot \left( \frac{0,179}{0,1} - 0,7 \right) = 333873 \text{ N}$$

Výpočet síly dle [4], rovnice 12.1

$$F = \pi dt R_m = \pi \cdot 0,1 \cdot 0,0015 \cdot 650000000 = 306305 \text{ N}$$

Porovnání:

$$x = \frac{333873 - 306305}{333873} \cdot 100 = 8,26\%$$

Hodnoty vypočtené porovnanými vzorci se liší o 8,26%. Síla potřebná pro tažení je nižší, než síla na protržení dna.

## ZÁVĚR

Byla provedena studie výpočtových vztahů, procesních parametrů tažení pro rotační i nerotační výtažky s přihlédnutím k zadané odborné literatuře. Dále bylo provedeno srovnání velikosti tažné síly pro zadaný výtažek rotačního tvaru bez příruby. Cílem bylo získat hodnotu tažné síly při, které byl zhotoven konkrétní válcovitý výtažek. Výpočtem bylo zjištěno že velikost tažné síly byla odlišná dle vybraných autorů o 8,26%.

## Seznam použitých zdrojů

- [1] DVOŘÁK, M., a kol. Technologie II, 2vyd. CERM Brno, 7/2004, 237s. ISBN 80-214-2683-7.
- [2] BOLJANOVIC, V. Sheet Metal Forming Processes and Die Design. 1.st. ed. New York: Industrial Press. 2004. 219p. ISBN 0-8311-3182-9.
- [3] MARCINIAK, Z., DUNCAN, J. and HU, L. Mechanics of Sheet Metal Forming. 2.st ed. Oxford: ButterWorth-Heinemann 2002. 211p. ISBN 0-7506-5300-0.
- [4] KŘÍŽ, R., VÁVRA, P., Strojírenská příručka svazek 8. 1. vydání. Praha : SCIENTIA, 1998. 251 s. ISBN 80-7183-054-2.
- [5] ALTAN,T., NGAILE, G. and SHEEN, G. Cold and Hot Forging. 1.st. ed. Ohio: Internacional Materials Park 2004. 341 p. ISBN 0-87170-805-1.

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

Zkratka/Symbol	Jednotka	Popis
B	N	síla působící na přidržovač
d	mm	průměr výtažku
$d_{si}$	mm	průměr výtažku pro určitou operaci
D	mm	průměr přístříhu
F	N	síla působící na tažník
$F_d$	N	síla od přidržovače
$F_p$	N	teoretická síla potřebná pro plastickou deformaci
h	mm	výška výtažku
$h_o$	mm	výška konečného výtažku
$\Delta h$	mm	výška materiálu určeného na odstřížení
$h^*$	%	procentuelní hodnota přídatku na odstřížení
K		stupeň tažení
m		součinitel tažení
$m^*$		součinitel citlivosti deformace
n		počet operací
$\bar{q}$	Pa	průměrný kontaktní tlak
q	Pa	kontaktní tlak
$p_d$	Pa	tlak působící na přidržovač
$r_i$	mm	středový poloměr pláště výtažku
R	mm	poloměr příruby
$R_b$	mm	poloměr zaoblení dna
$R_d$	mm	poloměr zaoblení tažnice
$R_i$	mm	poloměr zaoblení tažníku
$R_m$	MPa	mez pevnosti v tahu
$R_o$	mm	poloměr přístříhu
$R_s$	mm	poloměr zaoblení rohu
S	$mm^2$	plocha přístříhu
$S_v$	$mm^2$	plocha výtažku
t	mm	tloušťka přístříhu
$t_m$	mm	tažná mezera
$t_r$	mm	relativní tloušťka
v	m/s	rychlost tažníku
V	$mm^3$	objem přístříhu
$V_v$	$mm^3$	objem výtažku
$R_e$	MPa	mez kluzu
$\alpha$	°	úhel kužele tažníku
$\varepsilon$		poměrné prodloužení
$d\phi$	°	element úhlu zakřivení poloměru zaoblení tažnice

Zkratka/Symbol	Jednotka	Popis
$R_w$	mm	poloměr rohových zaoblení přístřihu
$\mu$		koeficient tření
$\sigma_f$	MPa	tahové napětí
$\sigma_{f(av)}$	MPa	průměrná hodnota tahového napětí
$\sigma_i$	MPa	napětí potřebné pro následující tažné operace
$\sigma_{ri}$	MPa	radiální napětí
$\sigma_{(r)_{r=R_0}}$	MPa	napětí působící na hraně příruby
$\sigma_t$	MPa	průřezové napětí
$\sigma_s$	MPa	skutečné napětí
$\sigma_\phi$	MPa	napětí ve stěně
$\sigma_1$	MPa	napětí potřebné pro první tažnou operaci
$\sigma_\theta$	MPa	tangenciální napětí
$\eta$		koeficient účinnosti
$\varphi$		logaritmická deformace
$\tau$	MPa	napětí mezi spodní částí tažníku a tažnicí
$\bar{\tau}$	MPa	napětíové pole
$\tau_\phi$	MPa	smykové napětí
$\rho$	mm	poloměr zaoblení tažnice u víceoperačního tažení



