



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

DEFORMAČNÍ, NAPJATOSTNÍ A PEVNOSTNÍ ANALÝZA PŘÍHRADOVÉ NOSNÉ KONSTRUKCE.

STRAIN, STRESS AND STRENGTH ANALYSIS OF THE TRUSS CONSTRUCTION.

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

MAROŠ HLADKÝ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. RNDr. Ing. JAN VRBKA, DrSc.,dr.
h. c.

BRNO 2010

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Akademický rok: 2009/2010

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Maroš Hladký

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Deformační, napjatostní a pevnostní analýza příhradové nosné konstrukce.

v anglickém jazyce:

Strain, stress and strength analysis of the truss construction.

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Výpočtové stanovení deformace a napjatosti a pevnostní kontrola rovinné příhradové konstrukce použitím metod prosté pružnosti. Posouzení vlivu výrobních nepřesností na napjatost a bezpečnost konstrukce.

Cíle bakalářské práce:

Posouzení možností aplikace přístupů prosté pružnosti při pružnostně-pevnostní analýze konstrukce. Získání praktických zkušeností.

Seznam odborné literatury:

Janíček, Ondráček, Vrbka: Mechanika těles. Pružnost a pevnost I. VUT, 1992

Gere, Timoshenko: Mechanics of Materials. Chapman and Hall, 1991

Hoschl: Pružnost a pevnost ve strojnictví. SNTL Praha, 1971

Vedoucí bakalářské práce: prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2009/2010.

V Brně, dne 19.11.2009

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Bakalárska práca je zameraná na napät'ovú, pevnostnú, a deformačnú analýzu rovinnej priehradovej konštrukcie. Účelom práce je určenie zaťaženia v jednotlivých prútoch a stanovenie bezpečností voči mezným stavom. Po primárnom určení charakteristík bude konštrukcia upravená a budú znovu vypočítané zaťaženia a bezpečnosti. V závislosti na výsledku bude konštrukcia zmenená znovu. Ďalej bude stanovený vplyv vlastnej tiaže konštrukcie a vplyv výrobných nepresností konštrukcie. Vypočítaná bude aj vlastná deformácia konštrukcie.

ABSTRACT

The thesis is focused on strain, strength, and strain analysis of planar truss construction. The purpose of this work is to determine the load on each rod, and to assess the safety against limit states. After determining the primary characteristics, the structure will be modified and load and safety re-calculated. Depending on the outcome, the design will be changed again. Next, will be destined gravity affect on the design and impact of production inaccuracy. Deformation of structure will be calculated.

KLÚČOVÉ SLOVÁ

Napjatosť, Deformácia, Pevnostná kontrola, Statická určitosť, Silová rovnováha, Výstuha, Prút

KEYWORDS

Stress, Deformation, Strength check, Static definiteness, Power balance, Reinforcement, Rod

BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA

HLADKÝ, M. *Deformační, napjatostní a pevnostní analýza příhradové nosné konstrukce.*
. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 57 s. Vedoucí
bakalářské práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc.,dr. h. c.

PREHLÁSENIE

Prehlasujem, že som bakalársku prácu vypracoval samostatne, pod vedením vedúceho bakalárskej práce, s použitím odbornej literatúry a prameňov, uvedených v zozname použitých zdrojov.

25 . 5 . 2010

.....

Maroš Hladký

POĎAKOVANIE

Rád by som poďakoval pánovi prof. RNDr. Ing. Janu Vrbkovi, DrSc., dr. h. c. , za venovaný čas, vedomosti, cenné pripomienky a rady pri vypracovaní bakalárskej práce.

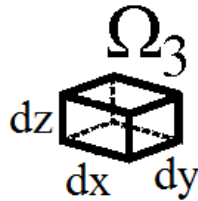
Obsah

1.0	Popis potrebných znalostí	2
1.1	Prvok telesa, napätie v reze a uvoľnenie prvku telesa.....	2
1.2	Prút a prútové sústavy	4
1.2.1	Prút.....	4
1.2.2	prútové predpoklady	4
1.2.3	Prútové sústavy	5
1.2.4	Statická určitosť sústavy	6
1.2.5	Metódy riešenia prútovej sústavy.....	7
1.3	Prostý ťah a tlak	7
1.3.1	Geometrické vzťahy	8
1.3.2	Súvislosť medzi VVU a napätím v priechom priereze	9
1.3.3	Energia napjatosti	9
1.4	Castiglianova veta	10
1.5	Mezné stavy	10
1.5.1	Mezný stav pružnosti	11
1.5.2	Mezný stav vzpernej stability	11
2.0	Napätiová, pevnostná a deformačná analýza konštrukcie	14
2.0.1	Definovanie problému	14
2.1	Analýza ideálnej konštrukcie.....	16
2.1.1	Prípád I. bez vnútorných výstuh.....	16
2.1.2	Prípád II. s použitím vnútorných výstuh.....	28
2.2	Návrh vhodného profilu a jeho overenie.....	38
2.3	Zohľadnenie vplyvu gravitácie na konštrukciu	40
2.4	Deformačná analýza.....	46
2.5	Analýza vplyvu výrobných nepresností.....	47
2.5.1	Chyba rozmeru výstuhy P_1 (P_4).....	47
2.5.2	Chyba rozmeru uloženia konštrukcie „D“, „E“	50
	Záver.....	54
	Zoznam použitých zdrojov	55
	Zoznam použitých veličín	56
	Zoznam príloh	57

1.0 Popis potrebných znalostí

1.1 Prvok telesa, napätie v reze a uvoľnenie prvku telesa

Základnou myšlienkou mechaniky telies je, že pri zaťažení vznikajú v telese vnútorné sily pôsobiace proti zaťaženiu a súvisiacej deformácii. Na základe poznatkov zo statiky a znalostí pojmu statická rovnováha prichádzame k záveru že ak má byť celé teleso v statickej rovnováhe, musí byť taktiež každá jeho časť v statickej rovnováhe. Touto časťou sa je myslený každý prvok telesa, oddelené z telesa jedným alebo viacerými myslennými rezi v ktorých pôsobia vnútorné sily. Prvok môže byť konečný alebo elementárny.



Obr. 1 Trojnásobne elementárny prvok

Prvým krokom vo vyšetrowaní telesa je uvoľnenie prvku telesa. Pod týmto pojmom sa rozumie operácia pozostávajúca z oddelenia prvku telesa jedným alebo viacerými rezi ω , na týchto rezoch sú zavedené účinky vzájomného pôsobenia. V mechanike telies sú tieto účinky silové. Sú spojité, prípadne spojité po častiach. Vzhľadom na skutočnosť že sú rozložené po ploche rezu sú to teda plošné sily.

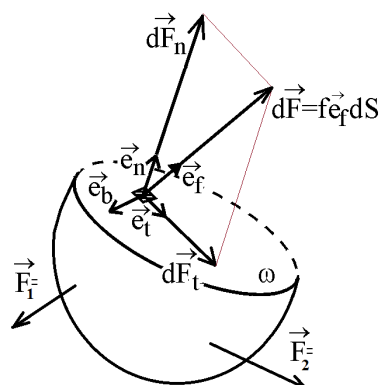
Na elementárnu plochu dS rezu ω pôsobí elementárna sila

$$d\vec{F} = \vec{f} \cdot dS,$$

\vec{f} značí mernú plošnú silu, označovanú ako obecné napätie v reze.

\vec{f} je vektor a rozkladá sa do smeru normálového a tečného k rezu

$$\vec{f} = \sigma \cdot \vec{e}_n + \tau \cdot \vec{e}_t$$



Obr. 2 Merná plošná sila

ak $\tau = 0$, napätie pôsobí len v normálovom smere - normálové napätie σ má teda veľkosť

$$\sigma = \frac{dF_n}{dS} \quad [\text{Pa}]$$

Znamienková konvencia orientácie napätia

$\sigma > 0$ - ťahové napätie, smeruje von z rezu

$\sigma < 0$ - tlakové napätie, smeruje do rezu

Riešenie deformačne napätých stavov telesa je analyticky možné len v prípade splnenia niektorých predpokladov. Tieto predpoklady sú vyčlenené niekoľkými typmi modelových telies:

- prút
- hrubostenné valcové alebo guľové teleso
- rotačne symetrická doska, stena, bez momentová škrupina
- valcová momentová škrupina.

V nasledujúcej kapitole sa vzhľadom k zadaniu budeme zaoberať prvým typom telesa - prút a prúťovou sústavou.

1.2 Prút a prútové sústavy

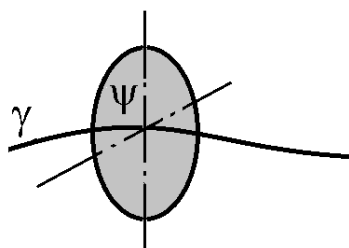
1.2.1 Prút

- teleso ktorého základný prvok je jednonásobne elementárny, jeho použitie je závislé na splnení prútových predpokladov.

1.2.2 prútové predpoklady [1]

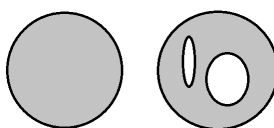
a) predpoklady geometrické

- prút je určený strednicou γ a priečnym prierezom ψ



Obr. 3 Strednica prútu

- strednica γ je spojitá hladká krivka konečnej dĺžky
- priečný prierez je jednoduchá, alebo viacnásobne súvislá plocha ohraničená obrysou krivkou.



Obr. 4 Prierez prútu

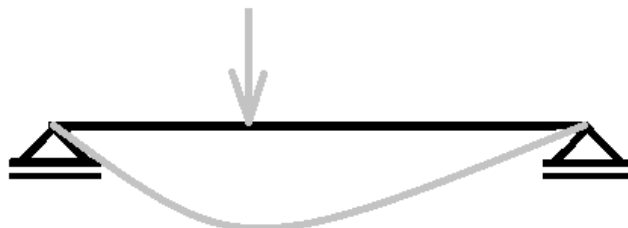
- dĺžka strednice je niekoľkokrát väčšia ako než najväčší rozmer prierezu.

b) Predpoklady väzbové a zaťažovacie

- Väzby obmedzujú len posuny a uhly natočenia strednice
- Zaťaženia sú sústredené na strednicu. osamelé a líniové sily alebo silové dvojice majú pôsobisko na strednici.

c) Predpoklady deformačné

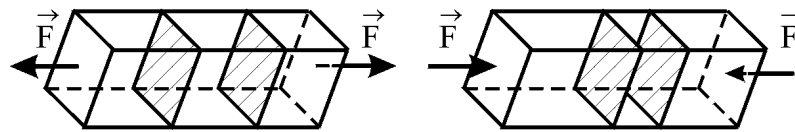
- spojnice zostáva počas zaťažovania spojitá a hladká.



Obr. 5 Deformácia strednice

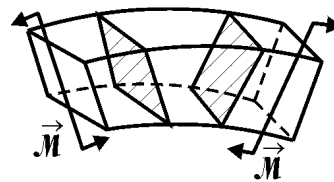
- Prierezy zostávajú počas deformácie rovinné a kolmé k strednici, a vzájomné sa len

a) približujú (ťah), vzdľahujú (tlak)



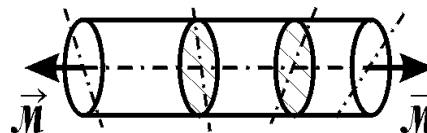
Obr. 6 Ťah tlak

b) natáčajú okolo osy a deformujú (ohyb)



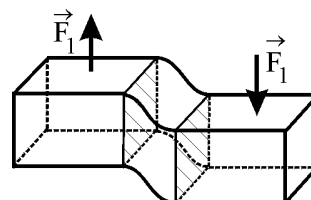
Obr. 7 Ohyb

c) otáčajú okolo osy kolmej k prierezu (krut)



Obr. 8 Krut

d) rovnobežne posúvajú (šmyk)



Obr. 9 Šmyk

d) predpoklady napät'ové

- napjatosť prútu je určená normálovým a šmykovým napätím k priečnemu prierezu prútu. Tenzor napätia vyzerá nasledovne

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ alebo } T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & \tau \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1.2.3 Prútové sústavy

Prútové sústavy sú telesá hojne používané pri navrhovaní konštrukcií vyznačujúcich sa vysokou pevnosťou a malou váhou, napríklad žeriavy, mosty, podporné systémy ako lešenie, strechy atď.

Používajú sa dlhé priame prúty rôznych priereзов, najčastejšie medzikruhové (trubky) alebo tvarové „T“, „L“, „H“

Sústavy sa realizujú spravidla s pevným nepohyblivým spojením prútov, nahradenie skutočných väzieb výpočtovým modelom rotačných väzieb môžeme vykonať len za predpokladu že prenášané ohybové momenty sú zanedbateľnej veľkosti. K tomu aby prúty sústavy boli namáhané len na ťah a tlak je potrebné aby :

- prúty sú priame a štíhle
- prúty sú zaťažené len silami v styčníkoch takým spôsobom aby nenastal ohyb prútu
- sústava zostane po zaťažení nepohyblivá.

1.2.4 Statická určitost' sústavy [1]

Pre správnu formu výpočtu a získanie adekvátnych výsledkov sa v sústave kontroluje statická určitost'.

Z hľadiska statiky sa delí na vnútornú, vonkajšiu a celkovú statickú určitost'.

a) vonkajšia statická určitost'

Určuje sa vzhľadom k sústave ako celku, pre úplné uvoľnenie vonkajších väzieb. Neuvažujú sa vnútorné sily.

vonkajšia statická určitost' je vyjadrená nasledovne

$$v = \mu_e$$

- „v“ je počet použiteľných podmienok statickej rovnováhy určený z typu sústavy.
 $v = 3$ pre rovinnú úlohu
 $v = 6$ pre priestorovú úlohu
- „ μ_e “ je počet vonkajších neznámych síl.

stupeň statickej neurčitosti „ s_{ext} “ je daný rozdielom „ μ_e “ a „v“

$$s_{ext} = \mu_e - v$$

b) vnútorná statická určitost'

jej použitie determinuje možnosť vypočítania osových síl z rovníc rovnováhy pre styčníky. Stupeň vnútornej určitosti je daný vzťahom

$$s_{int} = p - (2 \cdot k - 3) \quad \text{pre rovinnú úlohu}$$

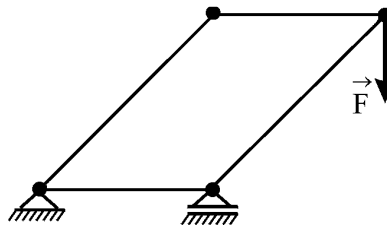
$$s_{int} = p - (3 \cdot k - 6) \quad \text{pre priestorovú úlohu}$$

- „k“ vyjadruje počet styčníc sústavy
- „p“ vyjadruje počet prútov sústavy

Inými slovami táto podmienka vyjadruje že počet neznámych musí byť totožný s počtom použiteľných podmienok statickej rovnováhy.

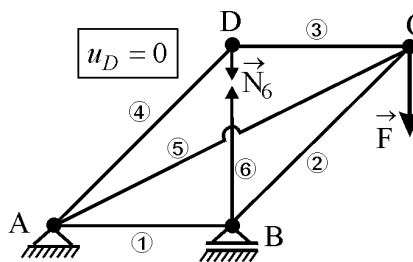
Ak táto podmienka nie je splnená nastávajú dve varianty

- $p > 2 \cdot k - 3$ sústava je staticky neurčitá, je možný pohyb a preto ju nie je možné riešiť ako prútovú sústavu.



Obr. 10 Neurčitá sústava

- $p < 2 \cdot k - 3$ sústava je staticky neurčitá, k riešeniu je potrebné dodať konkrétnu deformačnú podmienku.



Obr. 11 Preurčená sústava

1.2.5 Metódy riešenia prútovej sústavy

Pre určenie úlohy sa používa styčnicková metóda, vyjadrením podmienky silovej rovnováhy v styčníkoch. Ide o centrálnu silovú sústavu, sily v prútoch predpokladáme ťahové.

Na základe postupu uvoľnenia styčníc sa používajú dve metódy riešenia prútovej sústavy.

a) Obecná styčnicková metóda

Spočíva v súčasnom uvoľnení všetkých styčníc a zostavení všetkých rovníc rovnováhy. Z toho dostaneme sústavu lineárnych algebraických rovníc, ktorú riešime ako maticu neznámych buďto na počítači, alebo analyticky Gaussovou elimináciou. Táto metóda bude zvolená ako vhodná pre toto zadanie, z dôvodu univerzálnosti pre veľké konštrukcie a riešenie za použitia deformačných podmienok.

b) Postupná styčnicková metóda

Uvoľňovanie styčníc, zostavovanie a riešenie rovníc rovnováhy je postupné. Poradie riešených styčníc nie je ľubovoľné, metóda je viazaná podmienkou, že pre riešené styčnicky musíme poznať dostatok síl.

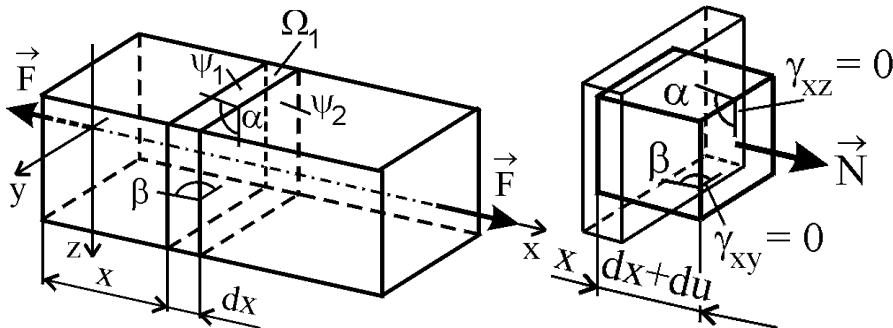
1.3 Prostý ťah a tlak

Prostý ťah a tlak je najjednoduchším prípadom zaťažovania prútovej sústavy. O prostý ťah a tlak je forma namáhania priameho prizmatického prútu ak

- sú splnené prútové predpoklady
- priečne prútové prierezy sa navzájom približujú a oddávajú a izotropne deformujú
- jedinou nenulovou zložkou VVU je normálová sila N
- deformácie nemajú vplyv na statickú rovnováhu.

1.3.1 Geometrické vzťahy [1]

Vyjadrujú vzťah medzi posunmi a pretvorením. Pri ťahovom (tlakovom) zaťažení prútu sa susedné prierezy jednonásobne elementárneho prvku „ Ω_1 “ vzdialené o „ dx “ oddialia (priblížia) o hodnotu deformačného posunu „ du “, ktorá je totožná pre všetky body prierezu. Prvé uhly „ α “, „ β “ zostanú zachované.



Obr. 12 Posunutie a deformácia

Z tenzoru pretvorenia „ T_ε “ sa určujú len zložky s indexom v smere zaťaženia x . Nakoľko posun „ du “ je rovnaký pre všetky body rezu tak pretvorenie „ ε_x “ je konštantné po celom priereze.

$$\varepsilon_x(y, z) = \frac{du}{dx} = \text{konštanta} [-]$$

rezy zostávajú na strednicu kolmé

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xz} = 0 [-]$$

dĺžkové pretvorenie v smeroch „ y “ a „ z “ je funkciou pretvorenia v smere „ x “

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu \cdot \varepsilon_x [-]$$

Tenzor pretvorenia „ T_ε “ vyjadruje vzniknutý trojosý stav deformácie

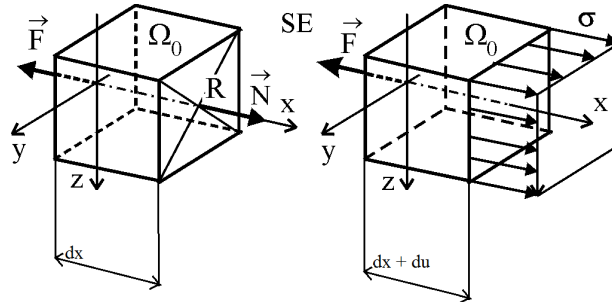
$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}$$

1.3.2 Súvislosť medzi VVU a napätím v priečnom priereze

Normálová sila „N“ je jediná sila pôsobiaca na prierez S. k jej určeniu sa používa podmienka statickej ekvivalencie medzi sústavou elementárnych síl

$$dN\vec{i} = \sigma_x \cdot dS \cdot \vec{i}$$

v priečnom priereze a ich silovou výslednicou „ $N\vec{i}$ “ pôsobiacou v ťažisku priečného prierezu.



Obr. 13 Normálová sila N

Zostavíme použiteľné podmienky statickej ekvivalencie

$$\sum_{\psi} F_x : \iint_{\psi} \sigma_x dS = N$$

$$\sigma_x = \text{konštanta} \Rightarrow \sigma_x \iint_{\psi} dS = N \Rightarrow \sigma_x = \frac{N}{S} [\text{Pa}]$$

1.3.3 Energia napjatosti [1]

V lineárnej pružnosti platí zákon podľa ktorého celá deformačná práca potrebná k deformácii odpovedá celkovej energii napjatosti $A = W$

Pri trojnásobne elementárnom prvku Ω_3 naň pôsobí elementárna sila $dF = \sigma dS$

Táto sila na posune „ du “ vyvoláva deformačnú prácu

$$A_{\sigma dS} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma dS) du$$

Po dosadení $du = \varepsilon \cdot dx$ a Hookeovho zákona $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ dostávame vzťah pre energiu napjatosti trojnásobne elementárneho prvku

$$W_{\Omega_3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{E} dS dx$$

pre prostý ťah platí $\sigma = \frac{N}{S}$ a energia napjatosti jednonásobne elementárneho prvku teda je

$$W_{\Omega_1} = \iint_{\psi} \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{E} dx dS = \iint_{\psi} \frac{N^2}{2ES^2} dx dS = \frac{N^2 dx}{2ES^2} \iint_{\psi} dS = \frac{N^2}{2ES} dx$$

1.4 Castiglianova veta

Castiglianova veta je jedným z najpodstatnejších vzťahov lineárnej pružnosti, je prakticky využiteľná na počítanie deformačnej charakteristiky akéhokoľvek lineárne pružného telesa, za predpokladu že vieme definovať vzťah pre jeho energiu napjatosti. Do výpočtu energie napjatosti sa zahrňuje celá sústava, ak deformácie okolitých telies nie sú zanedbateľné v porovnaní s deformáciou vyšetřovaného telesa.

Slovne je Castiglianova veta vyjadrená nasledovne :

„Posun pôsobiska sily \vec{F} po jej nositeľke je daný parciálnou deriváciou celkovej energie napjatosti telesa (sústavy) podľa tejto sily.“ [1]

$$u = \frac{\delta W}{\delta F}$$

analogicky to platí podobne pre uhol natočenia :

„Uhol natočenia v mieste pôsobenia silovej dvojice \vec{M} v rovine jej pôsobenia je daný parciálnou deriváciou celkovej energie napjatosti telesa (sústavy) podľa tejto silovej dvojice“ [1]

$$\varphi = \frac{\delta W}{\delta M}$$

1.5 Mezné stavy

Pojem Mezný stav sa dá laicky popísať ako stav, po ktorého prekročení sa vlastnosti telesa zásadne menia, často skokovo a nenávratne. V pružnosti je mezný stav definovaný nasledovne :

„Mezný stav je taký stav zo zaťažovacích stavov telesa, pri ktorom sa kvalitatívne mení schopnosť telesa plniť niektorú z požadovaných funkcií, prípadne teleso túto schopnosť úplne stráca“ [1]

Pri navrhovaní konštrukcií je kontrola voči vzniku mezného stavu zásadnou a neoddeliteľnou súčasťou konštrukčného návrhu. Ako z definície a názvu vyplýva, po jeho prekročení dochádza k zásadnej zmene vlastností, čo má spravidla nežiaduce následky vo forme poškodenia konštrukcie. Toto sa odzrkadľuje pri najlepšom finančnou stratou, pretože dôjde k spomaleniu alebo zastaveniu výroby, vynaloženiu nákladov na novú súčiastku atď. Väčším problémom sú hroziace fatálne následky, napríklad v prípade únavového lomu počas letu lietadla, alebo prekročenia mezného stavu vzpernej stability pri konštrukcii mostu.

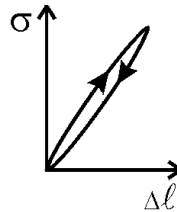
Riziko vzniku mezného stavu býva najčastejšie vyjadrené bezpečnostným koeficientom „k“ ktorý vyjadruje pomer dovolenej hodnoty voči maximálnej skutočnej hodnote. Z toho dôvodu musí vždy platiť $k > 1$. V závislosti na požiadavkách na konštrukciu, skúsenostiach a bezpečnostných predpisoch býva koeficient bezpečnosti vyšší, napríklad pre výťahové lano je $k > 9$.

Pre prúťovú sústavu pomaly zaťažovanú na ťah môže dôjsť k prekročeniu mezného stavu pružnosti a pre prúty zaťažované na tlak, mezného stavu vzpernej stability.

1.5.1 Mezný stav pružnosti [1]

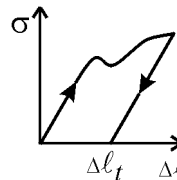
Pri zaťažovaní telesa z jedného stavu na určitú úroveň zaťaženia a následne odľahčíme, vykonáme zaťažovací cyklus. Pri jeho vykonaní môžu nastať dva prípady :

- a) deformácia po odľahčení je nulová alebo tak malá, že ju môžeme zanedbať, deformácia bola pružná.



Obr. 14 Pružná deformácia

- b) deformácia po odľahčení je zistiteľná, teleso sa nevrátilo do pôvodnej polohy. V priebehu zaťažovacieho cyklu teda vznikla okrem pružnej deformácie aj deformácia plastická (nevratná)



Obr. 15 Plastická deformácia

V prípade b) došlo k prekročeniu mezného stavu pružnosti. MS stav pružnosti je definovaný :

„Mezný stav pružnosti telesa je taký jeho stav, pri ktorého prekročení vznikajú v telese zistiteľné plastické deformácie“

Za referenčnú hodnotu sa pri deformácií berie mez klzu materiálu „ σ_k “. Určuje sa z ťahového diagramu konkrétneho húževnatého materiálu. Znamená napätie, po ktorého prekročení sa v zaťažovanej vzorke (spravidla kove) začnú nenávratne preskupovať dizlokácie.

Aby nedošlo k prekročeniu mezného stavu, nesmie napätie dosahovať v ťahu väčších hodnôt ako mez klzu v ťahu „ σ_{kt} “ a v tlaku mez klzu v tlaku „ σ_{kd} “. Pre húževnatý materiál sa tieto mezné hodnoty prakticky rovnajú, preto je možné písať $|\sigma| \leq \sigma_k$. Po zavedení súčiniteľa bezpečnosti „ k “ dostávame vzťah pre koeficient bezpečnosti mezného stavu pružnosti.

$$k_{msp} = \frac{\sigma_k}{\sigma}$$

1.5.2 Mezný stav vzpernej stability [1]

Mezný stav vzpernej stability je v pružnosti definovaný :

„Mezný stav vzpernej stability je stav, v ktorom sa mení charakter podstatnej deformácie“

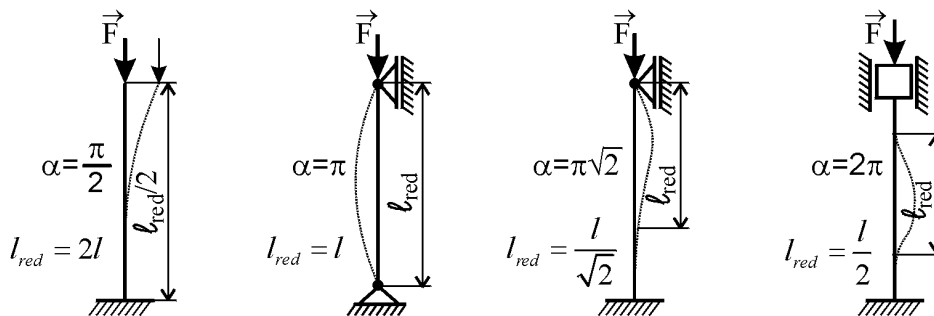
V realite sa to prejaví rovnako, ako na príklade dlhej tyče na obrázku (Obr. 16) zaťažovanej tlakovou silou „ F “. Tyč sa do určitej hodnoty sily stláča priamo, bez vybočenia strednice, po

prekročení istej sily sa začne vybočovať, a po prekročení kritickej sily „ F_{kr} “ dôjde k zmene charakteru deformácie z tlaku na ohyb. Toto rozhranie je označované ako spomínaný mezný stav vzpernej stability.

Kritická sila je pre viazaný prút odvodená v literatúre [2] v tvare

$$F_{kr} = \alpha^2 \cdot \frac{E \cdot J}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{l_{red}^2}$$

Veličiny „ α “ a „ l_{red} “ sú závislé na uložení prútu a volia sa podľa obrázku (Obr. 15)



Obr. 16 Uloženia prútov

Ovodené vzťahy platia pre ideálne zaťažený prút, bezpečnosť voči meznému stavu vzpernej stability sa určuje na základe vzťahu

$$k_V = \frac{F_{kr}}{F}$$

mezný stav vzpernej stability je závislý na viacerých faktoroch, pri zaťažovaní za konkrétnych podmienok môže nastať až po meznom stave pružnosti. Ktorý stav nastane skôr závisí na nasledujúcich vzťahoch.

Napätie v bode rozdvojenia rovnováhy

$$\sigma_{kr} = \frac{N}{S} = \frac{F_{kr}}{S} = \alpha^2 \frac{E \cdot J}{l^2 \cdot S} = \alpha^2 \frac{E}{\lambda^2}$$

kde veličina „ λ “

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{J}{S}}} = \frac{l}{i}$$

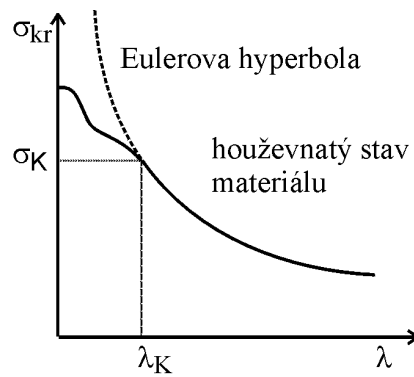
vyjadruje tzv šťihlosť prútu.

Premenná „ i “

$$i = \sqrt{\frac{J}{S}}$$

sa nazýva polomer osového kvadratického momentu. Na jej základe sa porovnávajú hrúbky prútov pri rôznych tvaroch ich prierezu.

Obrázok (Obr. 17) vyjadruje závislosť tlakového napätia „ σ_{kr} “ v bode rozdvojenia rovnováhy na štihlosti prútu „ λ “ pre húževnatý materiál.



Obr. 17 Závislosť napätia na štihlosti

vzťah pre kritickú štihlosť prútu „ λ_k “ bol definovaný nasledovne

$$\lambda_k = \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}}$$

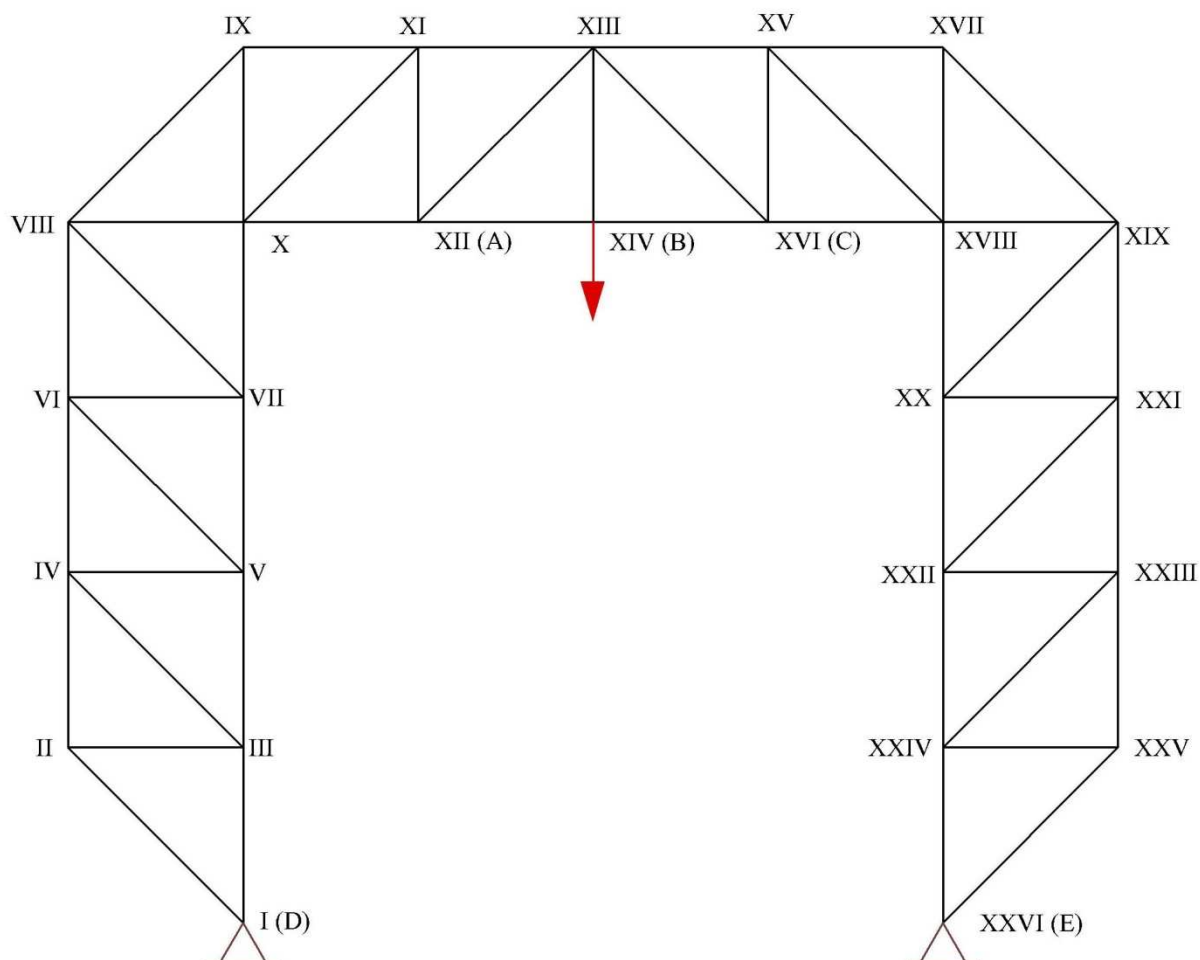
v prípade $\lambda > \lambda_k$ nastáva pružný vzper.

v prípade $\lambda < \lambda_k$ dochádza najskôr k meznému stavu pružnosti. Strata vzpernej stability hrozí aj naďalej, ale jednalo by sa o pružne plastické chovanie, pre ktoré už odvodené vzťahy neplatia.

2.0 Napät'ová, pevnostná a deformačná analýza konštrukcie

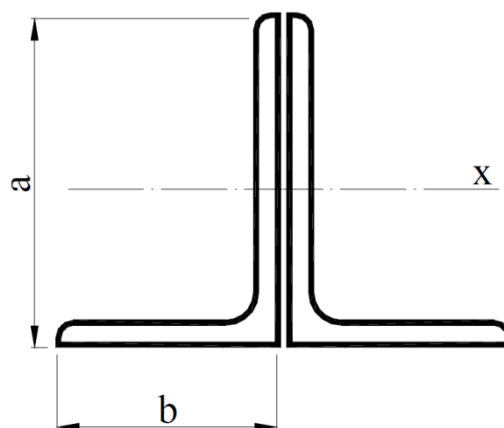
2.0.1 Definovanie problému

Obsahom nasledujúcej stati je postupná silová a napät'ová analýza pre konštrukciu podľa obrázku (Obr. 18). Podľa dosiahnutých výsledkov bude navrhnutá úprava konštrukcie, na ktorej bude znovu vykonaná silová a napät'ová analýza, zároveň bude zodpovedaná otázka deformácií a vplyvu výrobných nepresností na doplnených výstuhách.



Obr. 18 Schéma konštrukcie Prípád I.

Jedná sa o rovinnú prútovú konštrukciu zloženú zo zdvojených profilov zobrazených na obrázku (Obr. 19). Zvarové spojenie jednotlivých prútov v styčníkoch sa bude uvažovať ako zidealizované kĺbové spojenie bez prenášaných ohybových momentov. Jednotlivé prúty budú preto namáhané len prostým ťahom/tlakom.



Obr. 19 Profil

Zaťaženie sústavy bude brané ako bremeno, ktoré sa môže pohybovať v rozmedzí bodov „A“ a „C“. Z dôvodu symetrie celej sústavy budú vyšetřované len prípady medzi bodmi „A“ a „B“ jeho hmotnosť bude uvažovaná 20 ton.

Materiál konštrukcie bol zadaný - konštrukčná oceľ ČSN 11373,

Mez pevnosti v ťahu $R_m = 370 \text{ MPa}$

Mez kluzu $R_e = 200 \text{ MPa}$

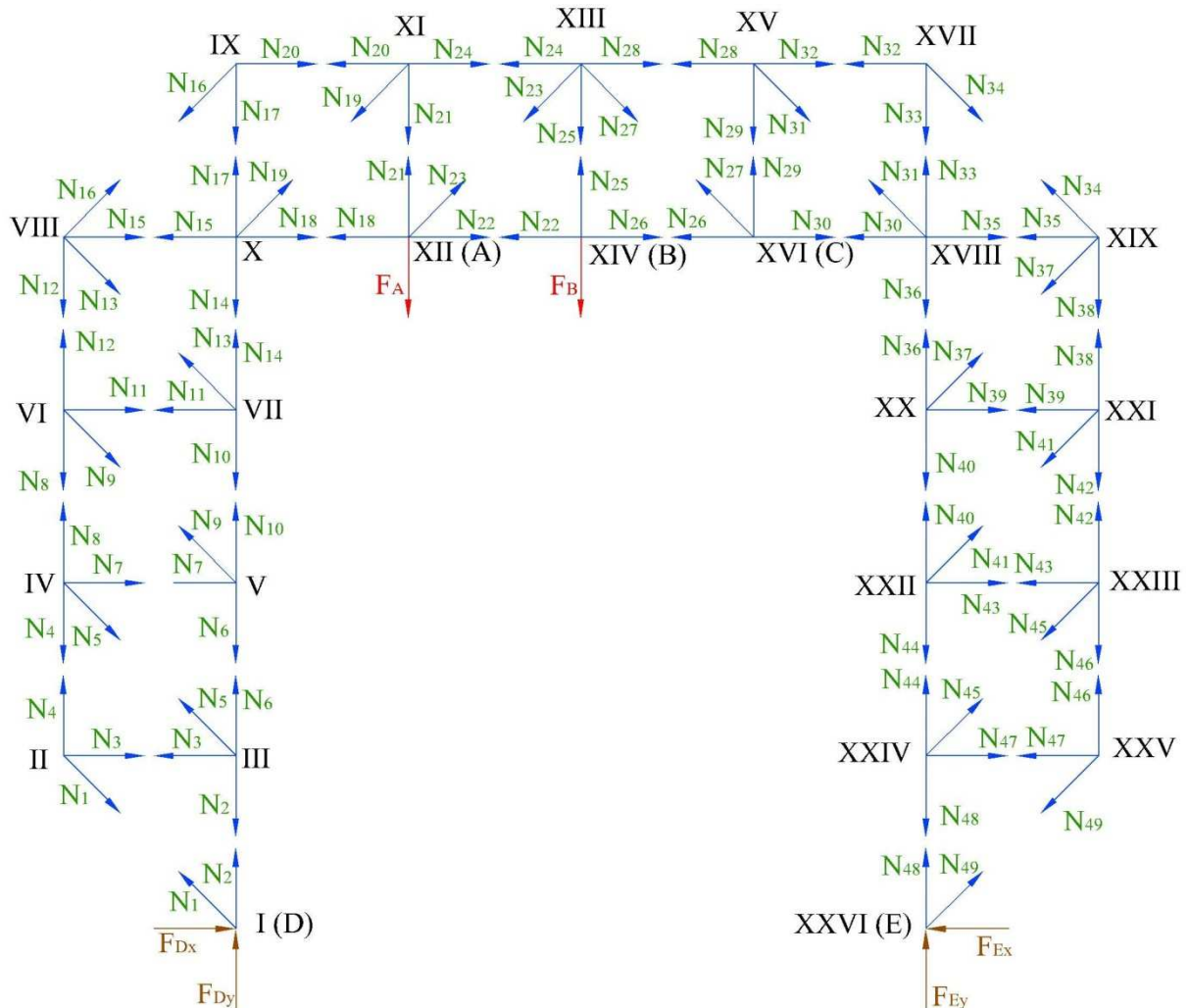
2.1 Analýza ideálnej konštrukcie

2.1.1 Prípád I. bez vnútorných výstuh

2.1.1.1 Uvoľnenie sústavy

Celá sústava spĺňa prútové predpoklady, preto je možné jednotlivé väzby medzi prútmi nahraďiť normálovými silami $N_1 - N_{49}$ smerujúcich do prútov s počiatkom v styčníkoch.

Rotačné podpory v styčníkoch „D“ a „E“ nahradíme ekvivalentnými silovými dvojicami F_{Dx} F_{Dy} a F_{Ex} F_{Ey} .



Obr. 20 Uvoľnenie

2.1.1.2 Statická určitosť

a) Vnútorná statická určitosť

Počet vnútorných neznámych „ μ_{int} “ je totožný s počtom prútov „ p “, teda

$$\mu_{int} = p = 49$$

Počet styčnícov „ k “

$$k = 26$$

Počet vnútorných použiteľných podmienok statickej rovnováhy „ v_{int} “

$$v_{int} = 2k - 3 = 49$$

stupeň vnútornej statickej určitosti/neurčitosti „ s_{int} “

$$s_{int} = \mu_{int} - v_{int} = 49 - 49 = 0$$

b) Vonkajšia statická určitosť

Počet vonkajších neznámych parametrov „ μ_{ext} “ je rovný počtu síl nahradzujúcich rotačné väzby, teda

$$\mu_{ext} = 4$$

Jedná sa o rovinnú úlohu so rôznobežným pôsobením síl, teda počet použiteľných parametrov „ v_{ext} “

$$v_{ext} = 3$$

stupeň vonkajšej statickej určitosti/neurčitosti „ s_{ext} “ je definovaný vzťahom

$$s_{ext} = \mu_{ext} - v_{ext} = 4 - 3 = 1$$

Z výpočtov vyplýva že sústava je jedenkrát externe staticky neurčitá, celkový stupeň statickej neurčitosti „ s “ je

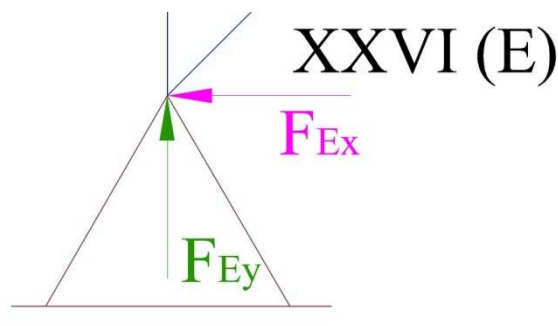
$$s = s_{ext} + s_{int} = 1 + 0 = 1$$

Sústava je jeden krát staticky neurčitá.

2.1.1.3 Čiastočné uvoľnenie sústavy a určenie deformačnej podmienky

Z dôvodu jednonásobnej statickej neurčitosti je nutné pozmeniť formu akou je vnímaná jedna z väzieb, spoločne aj so zmenou ekvivalentných síl.

Zmena je prevedená na väzbe v bode „E“, kde ako je vidieť na obrázku (Obr. 21) bola väzba zmenená na posuvnú väzbu, sila „ F_{Ex} “ zmenená na doplnkovú silu vyvolávajúcu nulový posun v horizontálnom smere.



Obr. 21 Čiastočné uvoľnenie

Tieto zmeny spôsobili predefinovanie jednej neznámej, sily „ F_{Ex} “. K jej určeniu a následnému určeniu všetkých neznámych bude použitá Maxwell-Mohrova forma Castiglianovej vety pre nulový posun v smere pôsobiacej sily.

$$\frac{\delta W}{\delta F_{Ex}} = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{ES} \cdot \frac{\delta N_i}{\delta F_{Ex}} = 0$$

2.1.1.4 Zostavenie sústavy rovníc

Pre dosadenie do rovnice pre nulový posun je nutné zostaviť sústavu rovníc pozostávajúcu z rovníc silovej rovnováhy v smere X a Y pre každý styčník.

Styčník I.

$$x: \sum F_x = 0: F_{Dx} - N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: F_{Dy} + N_2 + N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník II.

$$x: \sum F_x = 0: N_3 + N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_4 - N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník III.

$$x: \sum F_x = 0: -N_3 - N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_6 - N_2 + N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník IV.

$$x: \sum F_x = 0: N_7 + N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_8 - N_4 - N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník V.

$$x: \sum F_x = 0: -N_7 - N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{10} + N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_6 = 0$$

Styčník VI.

$$x: \sum F_x = 0: N_{11} + N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{12} - N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_8 = 0$$

Styčník XIV (B).

$$x: \sum F_x = 0: N_{26} - N_{22} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{25} - F_B = 0$$

Styčník XV.

$$x: \sum F_x = 0: N_{32} + N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{28} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: -N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{29} = 0$$

Styčník XVI (C).

$$x: \sum F_x = 0: N_{30} - N_{27} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{26} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{29} + N_{27} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník XVII.

$$x: \sum F_x = 0: N_{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{32} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: -N_{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{33} = 0$$

Styčník XVIII.

$$x: \sum F_x = 0: N_{35} - N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{30} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{33} + N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{36} = 0$$

Styčník XIX.

$$x: \sum F_x = 0: -N_{35} - N_{37} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{37} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{38} = 0$$

Styčnick VII.

$$x: \sum F_x = 0: -N_{11} - N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{14} + N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{10} = 0$$

Styčnick VIII.

$$x: \sum F_x = 0: N_{15} + N_{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{12} = 0$$

Styčnick IX.

$$x: \sum F_x = 0: N_{20} - N_{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: -N_{17} - N_{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick X.

$$x: \sum F_x = 0: N_{18} + N_{19} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{15} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{17} + N_{19} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{14} = 0$$

Styčnick XI.

$$x: \sum F_x = 0: N_{24} - N_{20} - N_{19} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: -N_{21} - N_{19} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick XII (A).

$$x: \sum F_x = 0: N_{22} + N_{23} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{18} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{21} + N_{23} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - F_A = 0$$

Styčnick XIII.

$$x: \sum F_x = 0: N_{28} + N_{27} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{24} - N_{23} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: -N_{25} - N_{27} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{23} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick XX.

$$x: \sum F_x = 0: N_{39} + N_{37} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{36} + N_{37} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{40} = 0$$

Styčnick XXI.

$$x: \sum F_x = 0: -N_{39} - N_{41} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{38} - N_{42} - N_{41} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick XXII.

$$x: \sum F_x = 0: N_{43} + N_{41} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{40} + N_{41} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{44} = 0$$

Styčnick XXIII.

$$x: \sum F_x = 0: -N_{43} - N_{45} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{42} - N_{46} - N_{45} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick XXIV.

$$x: \sum F_x = 0: N_{47} + N_{45} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{44} + N_{45} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{48} = 0$$

Styčnick XXV.

$$x: \sum F_x = 0: -N_{47} - N_{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{46} - N_{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick XXVI (E).

$$x: \sum F_x = 0: N_{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - F_{Ex} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{48} + N_{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + F_{Ey} = 0$$

|

2.1.1.5 Riešenie sústav rovníc

Vyššie spomenuté rovnice je v prípade analytického riešenia nutné zoradiť do zápisu

$$[K] \cdot [N] = [p]$$

kde

[K] je štvorcová matica koeficientov násobiacich neznáme veličiny v každej rovnici,

[N] je stĺpcová matica neznámych veličín pozostávajúca z veličín N_1 až N_{49} a F_{Dx} , F_{Dy} , F_{Ey} ,

[p] je stĺpcová matica pravých strán, obsahujúca známe premenné F_A , F_B , F_{Ex}

a pomocou Gaussovej eliminácie vyjadriť všetky neznáme ako funkciu známych veličín

$$N_i = f(F_A, F_B, F_{Ex})$$

Pre tento prípad ale bolo zvolené riešenie za pomoci programu Maple 12, kde z hore uvedených rovníc priradených do funkcií $f1$ až $f52$ toto vyjadrenie sprostredkuje príkaz „solve“ (Obr.22)

```
s := solve({f1, f2, f3, f4, f5, f6, f7, f8, f9, f10, f11, f12, f13, f14, f15,
f16, f17, f18, f19, f20, f21, f22, f23, f24, f25, f26, f27, f28, f29,
f30, f31, f32, f33, f34, f35, f36, f37, f38, f39, f40, f41, f42, f43,
f44, f45, f46, f47, f48, f49, f50, f51, f52}, [N1, N2, N3, N4, N5, N6,
N7, N8, N9, N10, N11, N12, N13, N14, N15, N16, N17, N18, N19, N20,
N21, N22, N23, N24, N25, N26, N27, N28, N29, N30, N31, N32, N33,
N34, N35, N36, N37, N38, N39, N40, N41, N42, N43, N44, N45, N46,
N47, N48, N49, FDx, FDy, FEy])
```

Obr. 22 Príkaz solve

Následne teda :

$$N_1 = F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_2 = -F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{3}{4} F_A$$

$$N_3 = -F_{Ex}$$

$$N_4 = F_{Ex}$$

$$N_5 = F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_6 = -2 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{3}{4} F_A$$

$$N_7 = -F_{Ex}$$

$$N_8 = 2 F_{Ex}$$

$$N_9 = F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_{10} = -3 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{3}{4} F_A$$

$$N_{11} = -F_{Ex}$$

$$N_{12} = 3 F_{Ex}$$

$$N_{13} = F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_{14} = -4 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{3}{4} F_A$$

$$N_{15} = -5 F_{Ex}$$

$$N_{16} = 4 F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_{17} = -4 F_{Ex}$$

$$N_{18} = \frac{1}{2} F_B + \frac{3}{4} F_A - 5 F_{Ex}$$

$$N_{27} = -\frac{1}{4} \sqrt{2} (2 F_B + F_A)$$

$$N_{28} = 4 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{1}{4} F_A$$

$$N_{29} = \frac{1}{2} F_B + \frac{1}{4} F_A$$

$$N_{30} = -5 F_{Ex} + \frac{1}{2} F_B + \frac{1}{4} F_A$$

$$N_{31} = -\frac{1}{4} \sqrt{2} (2 F_B + F_A)$$

$$N_{32} = 4 F_{Ex}$$

$$N_{33} = -4 F_{Ex}$$

$$N_{34} = 4 F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_{35} = -5 F_{Ex}$$

$$N_{36} = -4 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{1}{4} F_A$$

$$N_{37} = F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_{38} = 3 F_{Ex}$$

$$N_{39} = -F_{Ex}$$

$$N_{40} = -3 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{1}{4} F_A$$

$$N_{41} = F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_{42} = 2 F_{Ex}$$

$$N_{43} = -F_{Ex}$$

$$N_{44} = -2 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{1}{4} F_A$$

$$N_{19} = -\frac{1}{4}\sqrt{2}(2F_B + 3F_A)$$

$$N_{20} = 4F_{Ex}$$

$$N_{21} = \frac{1}{2}F_B + \frac{3}{4}F_A$$

$$N_{22} = -5F_{Ex} + F_B + \frac{1}{2}F_A$$

$$N_{23} = -\frac{1}{4}\sqrt{2}(2F_B - F_A)$$

$$N_{24} = 4F_{Ex} - \frac{1}{2}F_B - \frac{3}{4}F_A$$

$$N_{25} = F_B$$

$$N_{26} = -5F_{Ex} + F_B + \frac{1}{2}F_A$$

$$N_{45} = F_{Ex}\sqrt{2}$$

$$N_{46} = F_{Ex}$$

$$N_{47} = -F_{Ex}$$

$$N_{48} = -F_{Ex} - \frac{1}{2}F_B - \frac{1}{4}F_A$$

$$N_{49} = F_{Ex}\sqrt{2}$$

$$F_{Dx} = F_{Ex}$$

$$F_{Dy} = \frac{1}{2}F_B + \frac{3}{4}F_A$$

$$F_{Dy} = \frac{1}{2}F_B + \frac{3}{4}F_A$$

Pre použitie deformačnej podmienky nulovej deformácie, teda dosadenia do rovnice Castiglianovej vety, je nutné všetky sily v prútoch zderivovať podľa „ F_{Ex} “. Z dôvodu použitia programu Maple 12 je forma zápisu zderivovaných funkcií nasledovná

$$N_{d1} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_1)$$

$$\sqrt{2}$$

$$N_{d2} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_2)$$

$$-1$$

$$N_{d3} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_3)$$

$$-1$$

$$N_{d4} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_4)$$

$$1$$

$$N_{d5} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_5)$$

$$\sqrt{2}$$

$$N_{d6} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_6)$$

$$-2$$

$$N_{d7} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_7)$$

$$-1$$

$$N_{d26} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{26})$$

$$-5$$

$$N_{d27} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{27})$$

$$0$$

$$N_{d28} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{28})$$

$$4$$

$$N_{d29} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{29})$$

$$0$$

$$N_{d30} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{30})$$

$$-5$$

$$N_{d31} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{31})$$

$$0$$

$$N_{d32} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{32})$$

$$4$$

$$N_{d8} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_8) \quad 2$$

$$N_{d9} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_9) \quad \sqrt{2}$$

$$N_{d10} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{10}) \quad -3$$

$$N_{d11} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{11}) \quad -1$$

$$N_{d12} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{12}) \quad 3$$

$$N_{d13} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{13}) \quad \sqrt{2}$$

$$N_{d14} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{14}) \quad -4$$

$$N_{d15} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{15}) \quad -5$$

$$N_{d16} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{16}) \quad 4\sqrt{2}$$

$$N_{d17} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{17}) \quad -4$$

$$N_{d18} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{18}) \quad -5$$

$$N_{d19} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{19}) \quad 0$$

$$N_{d20} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{20}) \quad 4$$

$$N_{d21} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{21}) \quad 0$$

$$N_{d22} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{22})$$

$$N_{d33} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{33}) \quad -4$$

$$N_{d34} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{34}) \quad 4\sqrt{2}$$

$$N_{d35} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{35}) \quad -5$$

$$N_{d36} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{36}) \quad -4$$

$$N_{d37} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{37}) \quad \sqrt{2}$$

$$N_{d38} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{38}) \quad 3$$

$$N_{d39} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{39}) \quad -1$$

$$N_{d40} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{40}) \quad -3$$

$$N_{d41} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{41}) \quad \sqrt{2}$$

$$N_{d42} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{42}) \quad 2$$

$$N_{d43} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{43}) \quad -1$$

$$N_{d44} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{44}) \quad -2$$

$$N_{d45} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{45}) \quad \sqrt{2}$$

$$N_{d46} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{46}) \quad 1$$

$$N_{d47} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{47})$$

$$\begin{array}{l}
 N_{d23} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{23}) \quad -5 \\
 N_{d24} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{24}) \quad 0 \\
 N_{d25} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{25}) \quad 4 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}
 \quad \left| \quad
 \begin{array}{l}
 N_{d48} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{48}) \quad -1 \\
 N_{d49} := \frac{\partial}{\partial F_{Ex}} (N_{49}) \quad -1 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \sqrt{2}
 \end{array}$$

Po dosadení konkrétnych výrazov do rovnice Castiglianovej vety

$$\sum_{i=1}^{49} \frac{N_i l_i}{ES} \cdot N_{di} = 0$$

a vyjadrení je sila „ F_{Ex} “ definovaná ako funkcia známych parametrov F_A , F_B , l_1 , l_2

$$F_{Ex} = \frac{1}{20} \frac{l_1 (9 F_B + 4 F_A)}{4 l_2 + 17 l_1}$$

2.1.1.6 Vyčíslenie jednotlivých neznámych

Pre určenie číselných hodnôt je nutné vyčísliť nasledujúce premenné

dĺžka vodorovných a zvislých, kratších profilov $l_1 = 1 [m]$

dĺžka šikmých, dlhších profilov $l_2 = \sqrt{2} [m]$

gravitačné zrýchlenie $g = 9.81 [m^2/s]$

Sily F_A a F_B sú vzhľadom k možnosti pohybu bremena volené v troch rôznych polohách.

I. poloha v bode A $F_A = 2 \cdot 10^4 \cdot g = 1.962 \cdot 10^5 [N]$

$$F_B = 0$$

II. poloha v bode B $F_A = 0$

$$F_B = 2 \cdot 10^4 \cdot g = 1.962 \cdot 10^5 [N]$$

III. poloha v strede medzi bodom A a B $F_A = 10^4 \cdot g = 9.81 \cdot 10^4 [N]$

$$F_B = 10^4 \cdot g = 9.81 \cdot 10^4 [N]$$

Definovanie plochy prierezu „ S “ a Youngovho modulu pružnosti z matematického hľadiska nie je zatiaľ potrebné a pre ďalšie výpočty budú definované neskôr.

Po dosadení zvolených veličín do rovníc a zaokrúhlení dostaneme jednotlivé hodnoty síl sústavy v závislosti na mieste pôsobenia zaťaženia.

Prúty zaťažené ťahom vykazujú kladné hodnoty, prúty zaťažené tlakom záporné. Maximálne hodnoty sú zvýraznené červenou farbou.

FB		stred FA FB		FA	
silá	hodnota v [N]	silá	hodnota v [N]	silá	hodnota v [N]
N1	5511	N1	3980	N1	2449
N2	-101997	N2	-125439	N2	-148882
N3	-3897	N3	-2814	N3	-1732
N4	3897	N4	2814	N4	1732
N5	5511	N5	3980	N5	2449
N6	-105894	N6	-128254	N6	-150614
N7	-3897	N7	-2814	N7	-1732
N8	7794	N8	5629	N8	3464
N9	5511	N9	3980	N9	2449
N10	-109791	N10	-131068	N10	-152346
N11	-3897	N11	-2814	N11	-1732
N12	11691	N12	8443	N12	5196
N13	5511	N13	3980	N13	2449
N14	-113687	N14	-133883	N14	-154078
N15	-19484	N15	-14072	N15	-8660
N16	22044	N16	15921	N16	9797
N17	-15587	N17	-11258	N17	-6928
N18	78616	N18	108553	N18	138490
N19	-138734	<u>N19</u>	<u>-173418</u>	<u>N19</u>	<u>-208102</u>
N20	15587	N20	11258	N20	6928
N21	98100	N21	122625	<u>N21</u>	<u>147150</u>
N22	176716	<u>N22</u>	<u>133078</u>	N22	89440
N23	-138734	N23	-34684	N23	69367
N24	-82513	N24	-111367	N24	-140222
<u>N25</u>	<u>196200</u>	N25	98100	N25	0
N26	176716	N26	133078	N26	89440
N27	-138734	N27	-104051	N27	-69367
N28	-82513	N28	-62317	N28	-42122
N29	98100	N29	73575	N29	49050
N30	78616	N30	59503	N30	40390
<u>N31</u>	<u>-138734</u>	N31	-104051	N31	-69367
N32	15587	N32	11258	N32	6928
N33	-15587	N33	-11258	N33	-6928
N34	22044	N34	15921	N34	9797
N35	-19484	N35	-14072	N35	-8660
N36	-113687	N36	-84833	N36	-55978
N37	5511	N37	3980	N37	2449
N38	11691	N38	8443	N38	5196
N39	-3897	N39	-2814	N39	-1732
N40	-109791	N40	-82018	N40	-54246
N41	5511	N41	3980	N41	2449
N42	7794	N42	5629	N42	3464
N43	-3897	N43	-2814	N43	-1732
N44	-105894	N44	-79204	N44	-52514
N45	5511	N45	3980	N45	2449
N46	3897	N46	2814	N46	1732
N47	-3897	N47	-2814	N47	-1732
N48	-101997	N48	-76389	N48	-50782
N49	5511	N49	3980	N49	2449
FDx	3897	FDx	2814	FDx	1732
FDy	98100	FDy	122625	FDy	147150
FEy	98100	FEy	73575	FEy	49050

2.1.1.7 Výpočet bezpečnosti na základe zvoleného profilu

Pre určenie bezpečnosti je nevyhnutné zvoliť vhodný profil, zo zadania je nutné zvoliť profil tvaru „L“. Samotné rozmery profilu sú závislé čisto na konštrukčných požiadavkách, v prípade voľby profilu s malými rozmermi hrozí prekročenie mezného stavu pružnosti ako aj mezného stavu vzpernej stability. Naopak profil s príliš veľkými rozmermi by znamenal prívysoké náklady na konštrukciu ako aj vysoké nároky na motor, ktorý by ťažkú konštrukciu musel rozpohybovať.

Za vhodný bol zvolený profil z katalógu (Príloha V.) firmy Foinia steel s.r.o Plzeň s nasledujúcimi rozmermi a vlastnosťami :

rozmery podľa obrázku (Obr. 19)	$a = 80$ [mm]
	$b = 60$ [mm]
hrúbka profilu	$t = 8$ [mm]
plocha profilu	$S = 1060$ [mm ²]
hmotnosť	$m = 8.34$ [kg/m]

kvadratický moment voči ose rotácie v prípade straty vzpernej stability

$$J = 66.3 \text{ [cm}^4\text{]}$$

Jednou zo základných podmienok aby bolo možné uvažovať prút za namáhaný prostým ťahom a tlakom je pôsobenie dvoch rovnovážnych osamelých síl pôsobiacich v ťažiskách plochy čela prútu ktorých nositeľky ležia na strednici prútu v nezaťaženom stave. V reálnom prípade takejto konštrukcie nie je tento predpoklad splnený, v našom zidealizovanom prípade ale budeme túto podmienku považovať za splnenú.

Bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti „ k_k “ definovanú vzťahom

$$k_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_{max}}$$

budeme považovať za dostatočnú s jej hodnotou $k_k = 4$.

„ σ_k “ je mez klzu materiálu R_e .

Napätie „ σ_{max} “ je definované vzťahom zodpovedajúcim výpočtu napätia v prúte zaťažovanom na ťah.

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{S}$$

V prípade prútov zaťažovaných tlakom je nutné preveriť či nenastane skôr mezný stav pružnosti alebo vzpernej stability. Táto kontrola závisí na pomere štíhlostného pomeru „ λ “ definovaného vzťahom

$$\lambda = \frac{l}{i}$$

a mezného štíhlostného pomeru „ λ_k “

$$\lambda_k = \alpha \sqrt{\frac{E}{R_e}}$$

Na základe najväčšieho zaťaženia prútu na ťah bude preverená bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti II. poloha v bode B

$$\sigma_{max} = \frac{N_{21}}{S} = \frac{196200}{2 \cdot 0.00106} = 92547170 \text{ [Pa]}$$

bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{max}} = \frac{200 \cdot 10^6}{9254717} = 2.16$$

a najväčšieho zaťaženia na tlak v polohe „I. zaťaženie v bode A“ bude preverený prút č. 19 na riziko vzniku mezného stavu vzpernej stability alebo mezného stavu pružnosti.

polomer osového kvadratického momentu „ i “

$$i = \sqrt{\frac{J}{S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.000000663}{2 \cdot 0.00106}} = 0.025 \text{ [m]}$$

štíhlosť prútu „ λ “

$$\lambda = \frac{l_2}{i} = \frac{\sqrt{2}}{0.025} = 56.55$$

kritická štíhlosť prútu „ λ_k “

$$\lambda_k = \alpha \sqrt{\frac{E}{R_e}} = \pi \sqrt{\frac{2.11 \cdot 10^{11}}{200 \cdot 10^6}} = 102.04$$

naoľko platí „ $\lambda < \lambda_k$ “ tak ako prvý nastáva mezný stav pružnosti.

maximálne napätie v tlaku „ σ_{max} “

$$\sigma_{max} = \frac{|N_{19}|}{S} = \frac{208102}{2 \cdot 0.00106} = 98161321 \text{ [Pa]}$$

bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti

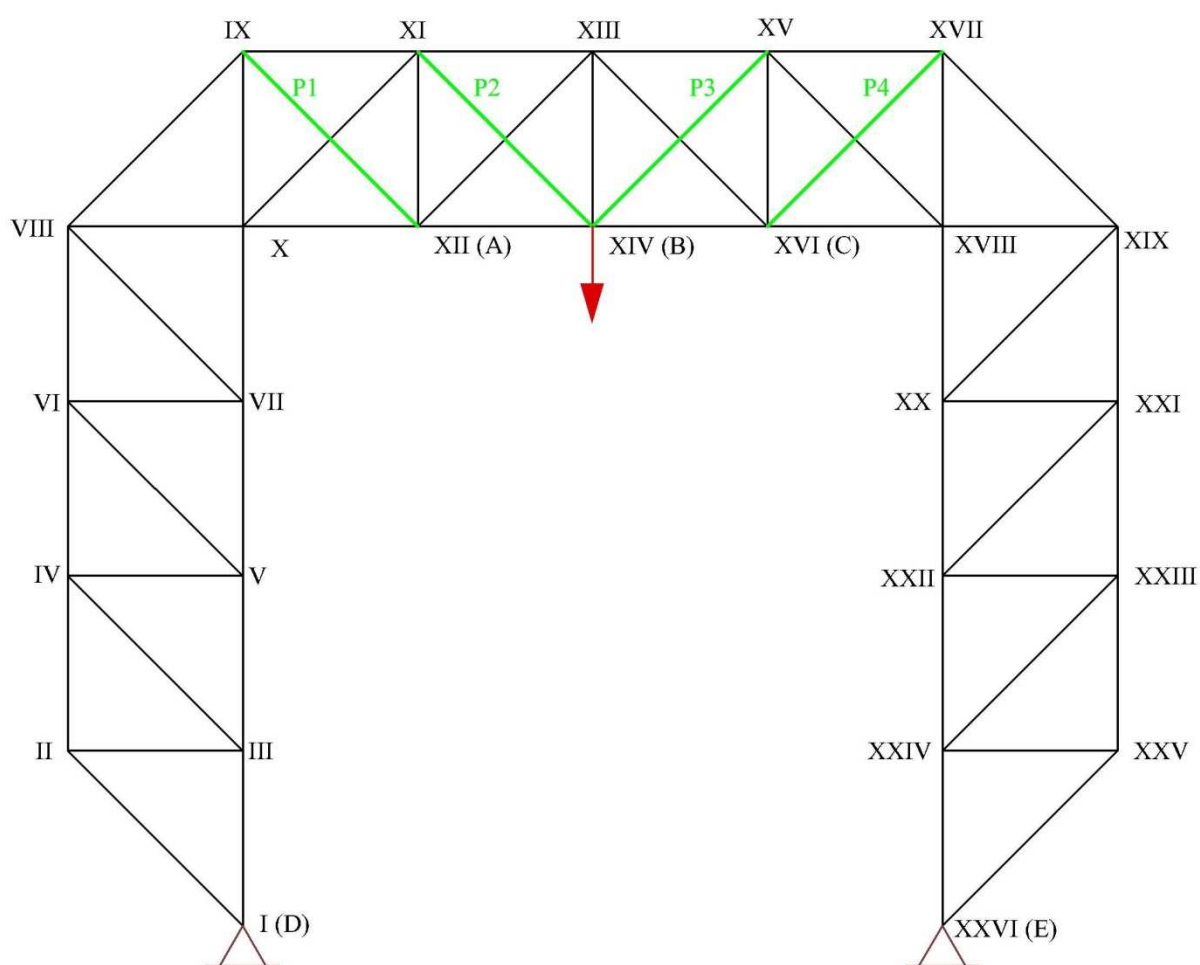
$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{max}} = \frac{200 \cdot 10^6}{98161321} = 2.04$$

Zo získaných hodnôt bezpečností je jasné, že konštrukcia maximálne zaťaženie vydrží, ale nespĺňa požadovanú bezpečnosť. Ako najvhodnejšie riešenie v praxi sa dá uvažovať použitie vnútorných výstuh v kritických miestach.

2.1.2 Prípád II. s použitím vnútorných výstuh

Vnútorné výstuhy P_1, P_2, P_3, P_4 sú zdvojené prúty totožného prierezu ako prúty konštrukcie. Zvolené boli na základe nedostatočnej bezpečnosti v horizontálnej časti konštrukcie, ich umiestnenie a počet je znázornený na obrázku (Obr. 23). Napriek predpokladanej výhodnosti iného uloženia profilov iných rozmerov z pevnostných dôvodov, bolo toto riešenie zvolené ako konštrukčne najvhodnejšie. Dôvodom k tomu v reálnom prípade sú nižšie náklady na unifikované profily použiteľné z náhradných častí, naproti použitiu nových profilov iných rozmerov.

Ich použitie by malo značne znížiť maximálne zaťaženie prútov v konštrukcii, a teda zvýšiť bezpečnosť.

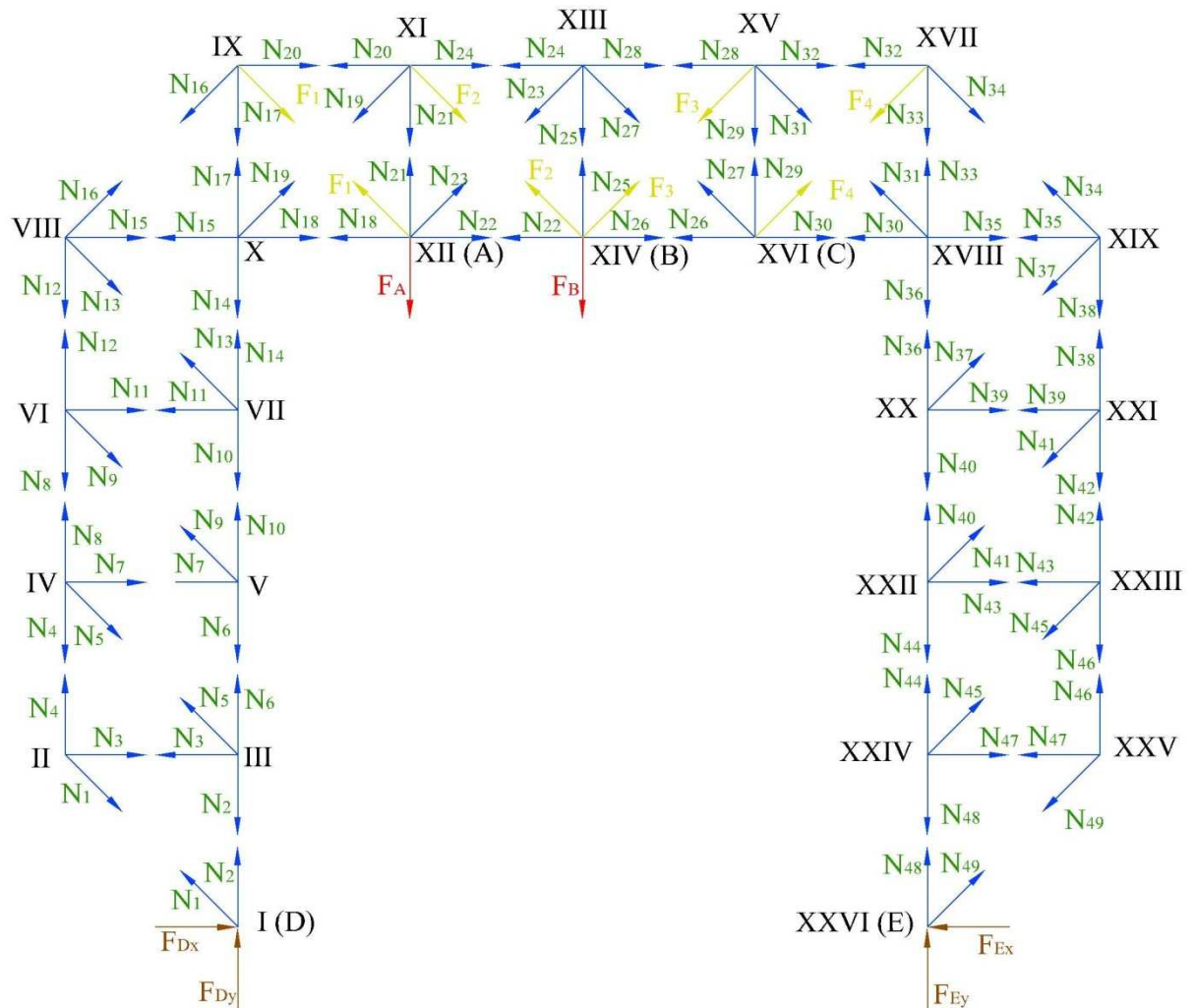


Obr. 23 Schéma s výstuhami

2.1.2.1 Uvoľnenie sústavy

Celá sústava rovnako ako v prípade bez výstuh splňuje prútové predpoklady, preto je možné jednotlivé väzby medzi prútmi nahradit' normálovými silami $N_1 - N_{49}$ a silami vo výstuhách F_1, F_2, F_3, F_4 smerujúcich do prútov s počiatkom v styčníkoch.

Rotačné podpory v styčníkoch „D“ a „E“ sú taktiež rovnako nahradené ekvivalentnými silami F_{Dx}, F_{Dy} a F_{Ex}, F_{Ey} .



Obr. 24 Uvoľnenie

2.1.2.2 Statická určitosť sústavy

a) Vnútrotná statická určitosť

Počet vnútorných neznámych „ μ_{int} “ je totožný s počtom prútov „ p “, teda

$$\mu_{\text{int}} = p = 53$$

počet styčníc „ k “

$$k = 26$$

počet vnútorných použiteľných podmienok statickej rovnováhy „ v_{int} “

$$v_{\text{int}} = 2k - 3 = 49$$

stupeň vnútornej statickej určitosť/neurčitosti „ s_{int} “

$$s_{\text{int}} = \mu_{\text{int}} - v_{\text{int}} = 53 - 49 = 4$$

Z výpočtu stupňa vnútornej statickej určítosti/neurčítosti „ s_{int} “ vyplýva že sústava je vnútorne staticky neurčitá, stupeň vnútornej statickej neurčítosti je $s_{int} = 4$.

b) Vonkajšia statická určítosť

Počet vonkajších neznámych parametrov „ μ_{ext} “ je rovný počtu síl nahrádzujúcich rotačné väzby, teda

$$\mu_{ext} = 4$$

Jedná sa o rovinnú úlohu so rôznobežným pôsobením síl, teda počet použiteľných použiteľných parametrov „ v_{ext} “

$$v_{ext} = 3$$

stupeň vonkajšej statickej určítosti/neurčítosti „ s_{ext} “ je definovaný vzťahom

$$s_{ext} = \mu_{ext} - v_{ext} = 4 - 3 = 1$$

Z výpočtov vyplýva, že sústava je jedenkrát externe staticky neurčitá, celkový stupeň statickej neurčítosti „ s “ je

$$s = s_{ext} + s_{int} = 1 + 4 = 5$$

Sústava je päťkrát staticky neurčitá.

2.1.2.3 Čiastočné uvoľnenie sústavy a určenie deformačnej podmienky

V prípade staticky určitej sústavy by kapitola „čiastočné uvoľnenie“ bola bezvýznamná a zbytočná. V našom konkrétnom prípade je ale nevyhnutná k riešeniu danej úlohy. Na základe stupňa statickej neurčítosti je nutné definovať 5 deformačných podmienok.

Pre externú statickú neurčitosť je vhodné definovať totožnú podmienku ako v predošlom prípade bez vnútorných výstuh, a teda nahradiť rotačnú väzbu v styčníku „E“ posuvnou väzbou a predefinovať silu „ F_{Ex} “ na silu doplnkovú neznámej veľkosti, vyvolávajúcu nulový posun v horizontálnom smere v danom styčníku. K jej určeniu bude rovnako ako v predošlom prípade použitá podmienka nulového posunu v smere pôsobiacej sily, vyjadrená pomocou Castiglianovej vety.

$$\frac{\delta W}{\delta F_{Ex}} = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{ES} \cdot \frac{\delta N_i}{\delta F_{Ex}} = 0$$

Táto zmena je zobrazená na obrázku (Obr. 21)

Z dôvodu štvornásobnej vnútornej statickej neurčítosti je rovnako nutné definovať štyri deformačné podmienky vo vnútri samotnej sústavy. Jedná sa o podmienky o spojitosti deformácie pre štyri prúty, v tomto prípade výstuhy. Každou z výstuh P_1, P_2, P_3, P_4 bude vedený myslenný rez, rozdeľujúci prút na dve časti, teda vzniknú pre každý prút dve ďalšie sily totožné na základe princípu akcie a reakcie so silami F_1, F_2, F_3, F_4 na reálnych koncoch výstuh. Nakoľko rez je uvažovaný ako len myslenný, je vzájomné posunutie koncov „u“ rovné nule. Podmienka nulového posunu bude znovu vyjadrená pomocou Castiglianovej vety a jej Maxwell-

Mohrovej varianty. Teda že parciálna derivácia energie napjatosti „W“ podľa sily pôsobiacej v pomyslenom reze je nulová.

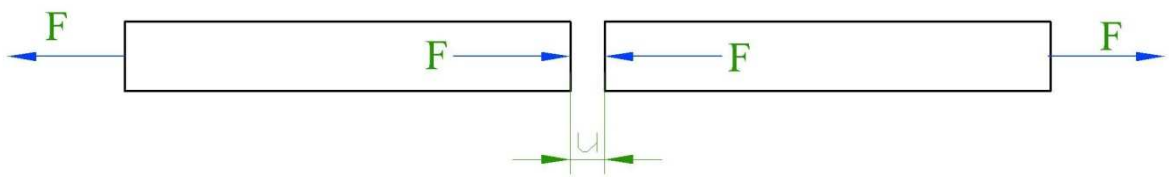
$$\frac{\delta W}{\delta F_1} = \sum_{i=1}^{53} \frac{N_i l_i}{ES} \cdot \frac{\delta N_i}{\delta F_1} = 0$$

$$\frac{\delta W}{\delta F_2} = \sum_{i=1}^{53} \frac{N_i l_i}{ES} \cdot \frac{\delta N_i}{\delta F_2} = 0$$

$$\frac{\delta W}{\delta F_3} = \sum_{i=1}^{53} \frac{N_i l_i}{ES} \cdot \frac{\delta N_i}{\delta F_3} = 0$$

$$\frac{\delta W}{\delta F_4} = \sum_{i=1}^{53} \frac{N_i l_i}{ES} \cdot \frac{\delta N_i}{\delta F_4} = 0$$

Podmienkou pre použitie Castiglianovej vety je nutnosť vyjadriť energiu napjatosti a teda aj jednotlivé neznáme sily pre každý prút P_1, P_2, P_3, P_4 ako funkciu známych zaťažení F_A, F_B , a k prútom prislúchajúcich síl F_1, F_2, F_3, F_4 . Sily v pomyslenom reze a princíp podmienky nulového posunu je na obrázku (Obr. 25)



Obr. 25 Myslený rez

2.1.2.4 Zostavenie sústavy rovníc

Rovnice zostavené pre túto variantu budú totožné s rovnicami predošlej varianty, rozdiel bude jedine v rovniach vyjadrujúcich silové pôsobenie v styčníkoch IX, XI, XII XIV, XV, XVI, XVII, kde boli pridané výstupy.

Styčník I.

$$x: \sum F_x = 0: F_{Dx} - N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: F_{Dy} + N_2 + N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník II.

$$x: \sum F_x = 0: N_3 + N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_4 - N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník XIV (B).

$$x: \sum F_x = 0: N_{26} - N_{22} + F_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - F_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{25} - F_B + F_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + F_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník XV.

$$x: \sum F_x = 0: N_{32} + N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{28} - F_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: -N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{29} - F_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick III.

$$x: \sum F_x = 0: -N_3 - N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_6 - N_2 + N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick IV.

$$x: \sum F_x = 0: N_7 + N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_8 - N_4 - N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick V.

$$x: \sum F_x = 0: -N_7 - N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{10} + N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_6 = 0$$

Styčnick VI.

$$x: \sum F_x = 0: N_{11} + N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{12} - N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_8 = 0$$

Styčnick VII.

$$x: \sum F_x = 0: -N_{11} - N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{14} + N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{10} = 0$$

Styčnick VIII.

$$x: \sum F_x = 0: N_{15} + N_{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{12} = 0$$

Styčnick IX.

$$x: \sum F_x = 0: N_{20} - N_{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + F_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: -N_{17} - N_{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - F_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick XVI (C).

$$x: \sum F_x = 0: N_{30} - N_{27} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{26} + F_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{29} + N_{27} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + F_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick XVII.

$$x: \sum F_x = 0: N_{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{32} - F_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: -N_{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{33} - F_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick XVIII.

$$x: \sum F_x = 0: N_{35} - N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{30} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{33} + N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{36} = 0$$

Styčnick XIX.

$$x: \sum F_x = 0: -N_{35} - N_{37} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{37} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{38} = 0$$

Styčnick XX.

$$x: \sum F_x = 0: N_{39} + N_{37} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{36} + N_{37} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{40} = 0$$

Styčnick XXI.

$$x: \sum F_x = 0: -N_{39} - N_{41} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{38} - N_{42} - N_{41} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčnick XXII.

$$x: \sum F_x = 0: N_{43} + N_{41} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{40} + N_{41} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{44} = 0$$

Styčník X.

$$x: \sum F_x = 0: N_{18} + N_{19} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{15} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{17} + N_{19} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{14} = 0$$

Styčník XI.

$$x: \sum F_x = 0: N_{24} - N_{20} - N_{19} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + F_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: -N_{21} - N_{19} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - F_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník XII (A).

$$x: \sum F_x = 0: N_{22} + N_{23} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{18} - F_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{21} + N_{23} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - F_A + F_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník XIII.

$$x: \sum F_x = 0: N_{28} + N_{27} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{24} - N_{23} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: -N_{25} - N_{27} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{23} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník XXIII.

$$x: \sum F_x = 0: -N_{43} - N_{45} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{42} - N_{46} - N_{45} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník XXIV.

$$x: \sum F_x = 0: N_{47} + N_{45} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{44} + N_{45} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{48} = 0$$

Styčník XXV.

$$x: \sum F_x = 0: -N_{47} - N_{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{46} - N_{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Styčník XXVI (E).

$$x: \sum F_x = 0: N_{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - F_{Ex} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0: N_{48} + N_{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + F_{Ey} = 0$$

2.1.2.5 Riešenie sústav rovníc

Rovnako ako v predošlom prípade je vyššie spomenuté rovnice v prípade analytického riešenia nutné zoradiť do zápisu

$$[K] \cdot [N] = [p]$$

kde

[K] je štvorcová matica koeficientov násobiacich neznáme veličiny v každej rovnici,
[N] je stĺpcová matica neznámych veličín pozostávajúca z veličín N_1 až N_{49} a F_{Dx} , F_{Dy} , F_{Ey}

[p] je stĺpcová matica pravých strán, obsahujúca známe premenné F_A , F_B , F_{Ex} , F_1 , F_2 , F_3 , F_4 .

a pomocou Gaussovej eliminácie vyjadriť všetky neznáme ako funkciu známych veličín

$$N_i = f(F_A, F_B, F_{Ex}, F_1, F_2, F_3, F_4)$$

K vyjadreniu neznámych bol použitý totožný postup ako v prípade bez podpôr a teda program Maple 12 príkaz „solve“ (Obr. 22)

Dostávame teda 52 rovníc vyjadrujúcich neznáme N_1 až N_{49} a F_{Dx} , F_{Dy} , F_{Ey} ako funkciu premenných F_A , F_B , F_{Ex} , F_1 , F_2 , F_3 , F_4 .

$$N_1 = F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_2 = -\frac{1}{2} F_B - \frac{3}{4} F_A - F_{Ex}$$

$$N_3 = -F_{Ex}$$

$$N_4 = F_{Ex}$$

$$N_5 = F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_6 = -\frac{1}{2} F_B - \frac{3}{4} F_A - 2 F_{Ex}$$

$$N_7 = -F_{Ex}$$

$$N_8 = 2 F_{Ex}$$

$$N_9 = F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_{10} = -3 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{3}{4} F_A$$

$$N_{11} = -F_{Ex}$$

$$N_{12} = 3 F_{Ex}$$

$$N_{13} = F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_{14} = -4 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{3}{4} F_A$$

$$N_{15} = -5 F_{Ex}$$

$$N_{16} = 4 F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_{17} = -\frac{1}{2} F_1 \sqrt{2} - 4 F_{Ex}$$

$$N_{27} = -\frac{1}{2} \sqrt{2} F_B - \frac{1}{4} \sqrt{2} F_A + F_3$$

$$N_{28} = 4 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{1}{4} F_A - \frac{1}{2} F_3 \sqrt{2}$$

$$N_{29} = \frac{1}{8} \sqrt{2} (2\sqrt{2} F_B + \sqrt{2} F_A - 4 F_3 - 4 F_4)$$

$$N_{30} = -5 F_{Ex} + \frac{1}{2} F_B - \frac{1}{2} F_4 \sqrt{2} + \frac{1}{4} F_A$$

$$N_{31} = \frac{1}{4} \sqrt{2} (-2 F_B + 2 F_4 \sqrt{2} - F_A)$$

$$N_{32} = 4 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_4 \sqrt{2}$$

$$N_{33} = -4 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_4 \sqrt{2}$$

$$N_{34} = 4 F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_{35} = -5 F_{Ex}$$

$$N_{36} = -4 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{1}{4} F_A$$

$$N_{37} = F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_{38} = 3 F_{Ex}$$

$$N_{39} = -F_{Ex}$$

$$N_{40} = -3 F_{Ex} - \frac{1}{2} F_B - \frac{1}{4} F_A$$

$$N_{41} = F_{Ex} \sqrt{2}$$

$$N_{42} = 2 F_{Ex}$$

$$N_{43} = -F_{Ex}$$

$$\begin{array}{l|l}
 N_{18} = -\frac{1}{8}\sqrt{2}\left(-2\sqrt{2}F_B - 3\sqrt{2}F_A + 4F_1 + 20F_{Ex}\sqrt{2}\right) & N_{44} = -2F_{Ex} - \frac{1}{2}F_B - \frac{1}{4}F_A \\
 N_{19} = \frac{1}{4}\sqrt{2}\left(-2F_B - 3F_A + 2F_1\sqrt{2}\right) & N_{45} = F_{Ex}\sqrt{2} \\
 N_{20} = 4F_{Ex} - \frac{1}{2}F_1\sqrt{2} & N_{46} = F_{Ex} \\
 N_{21} = \frac{1}{8}\sqrt{2}\left(2\sqrt{2}F_B + 3\sqrt{2}F_A - 4F_1 - 4F_2\right) & N_{47} = -F_{Ex} \\
 N_{22} = -5F_{Ex} + F_B + \frac{1}{2}F_A - \frac{1}{2}F_2\sqrt{2} & N_{48} = -F_{Ex} - \frac{1}{2}F_B - \frac{1}{4}F_A \\
 N_{23} = \frac{1}{4}\sqrt{2}\left(-2F_B + F_A + 2F_2\sqrt{2}\right) & N_{49} = F_{Ex}\sqrt{2} \\
 N_{24} = 4F_{Ex} - \frac{1}{2}F_B - \frac{3}{4}F_A - \frac{1}{2}F_2\sqrt{2} & F_{Dx} = F_{Ex} \\
 N_{25} = F_B - \frac{1}{2}F_3\sqrt{2} - \frac{1}{2}F_2\sqrt{2} & F_{Dy} = \frac{1}{2}F_B + \frac{3}{4}F_A \\
 N_{26} = -5F_{Ex} + F_B + \frac{1}{2}F_A - \frac{1}{2}F_3\sqrt{2} & F_{Ey} = \frac{1}{2}F_B + \frac{1}{4}F_A
 \end{array}$$

Parciálna derivácia energie napjatosti podľa jednotlivých síl F_{Ex} , F_1 , F_2 , F_3 , F_4 je v mieste pôsobenia tejto sily nulová. Pre dosadenie do rovníc deformačných podmienok je každá z vyjadrených neznámych derivovaná podľa príslušnej sily F_{Ex} , F_1 , F_2 , F_3 , F_4 . Na základe piatich podmienok nulovej deformácie dostávame sústavu piatich rovníc o piatich neznámych F_{Ex} , F_1 , F_2 , F_3 , F_4 , ktorá je riešená pomocou programu Maple 12 príkazom „solve“

$$\text{rovnica} := \text{solve}(\{dF_{Ex}, dF_1, dF_2, dF_3, dF_4\}, [F_{Ex}, F_1, F_2, F_3, F_4])$$

Následne dostávame parametrické vyjadrenie síl F_{Ex} , F_1 , F_2 , F_3 , F_4 závislé len na známych definovateľných parametroch F_A , F_B , 11, 12. Veľkosť všetkých neznámych síl je znovu počítaná pre tri polohy bremena v bodoch „A“, „B“ a v strede medzi „A“ a „B“

Derivácia, dosadenie do rovníc deformačných podmienok, riešenie sústavy piatich rovníc o piatich neznámych a parametrické vyjadrenie síl F_{Ex} , F_1 , F_2 , F_3 , F_4 , ako aj celkový parametrizovaný prepočet je vykonaný v prílohe (Príloha II.) a z dôvodu svojej rozsiahlosti tu nie je uvedený.

Pre tri polohy bremena boli získané nasledujúce hodnoty osových síl a síl v podperách.

FB		stred FA FB		FA	
sila	hodnota v [N]	sila	hodnota v [N]	sila	hodnota v [N]
N1	1595	N1	-16	N1	-1627
N2	-99228	N2	-122614	<u>N2</u>	<u>-146000</u>
N3	-1128	N3	11	N3	1150
N4	1128	N4	-11	N4	-1150
N5	1595	N5	-16	N5	-1627
N6	-100356	N6	-122603	N6	-144849
N7	-1128	N7	11	N7	1150
N8	2256	N8	-22	N8	-2301
N9	1595	N9	-16	N9	-1627
N10	-101484	N10	-122591	N10	-143699
N11	-1128	N11	11	N11	1150
N12	3384	N12	-34	N12	-3451
N13	1595	N13	-16	N13	-1627
N14	-102612	N14	-122580	N14	-142549
N15	-5640	N15	56	N15	5752
N16	6381	N16	-63	N16	-6507
N17	-61611	N17	-82909	N17	-104208
N18	35361	N18	39727	N18	44093
N19	-57984	N19	-56103	N19	-54222
N20	-52587	N20	-82999	N20	-113410
N21	-37130	N21	13976	N21	65081
<u>N22</u>	<u>112429</u>	<u>N22</u>	<u>121511</u>	N22	130592
N23	-28241	N23	1655	N23	31551
N24	-171719	<u>N24</u>	<u>-148365</u>	N24	-125011
N25	39938	N25	16189	N25	-7561
N26	112429	N26	90990	N26	69551
N27	-28241	N27	-24549	N27	-20858
<u>N28</u>	<u>-171719</u>	N28	-129836	N28	-87952
N29	-37130	N29	-26442	N29	-15754
N30	35361	N30	29830	N30	24299
N31	-57984	N31	-42107	N31	-26230
N32	-52587	N32	-43846	N32	-35104
N33	-61611	N33	-43756	N33	-25901
N34	6381	N34	-63	N34	-6507
N35	-5640	N35	56	N35	5752
N36	-102612	N36	-73530	N36	-44449
N37	1595	N37	-16	N37	-1627
N38	3384	N38	-34	N38	-3451
N39	-1128	N39	11	N39	1150
N40	-101484	N40	-73541	N40	-45599
N41	1595	N41	-16	N41	-1627
N42	2256	N42	-22	N42	-2301
N43	-1128	N43	11	N43	1150
N44	-100356	N44	-73553	N44	-46749
N45	1595	N45	-16	N45	-1627
N46	1128	N46	-11	N46	-1150
N47	-1128	N47	11	N47	1150
N48	-99228	N48	-73564	N48	-47900
N49	1595	N49	-16	N49	-1627
FDx	1128	FDx	-11	FDx	-1150

FDy	98100		FDy	122625		FDy	147150
FEy	98100		FEy	73575		FEy	49050
FEx	1128		FEx	-11		FEx	-1150
F1	80751		F1	117315		F1	153879
F2	110494		F2	36339		F2	-37816
F3	110494		F3	79501		F3	48509
F4	80751		F4	61944		F4	43137

2.1.2.6 Výpočet bezpečností

Postup a charakter výpočtu je absolútne zhodný s výpočtom bezpečností v predchádzajúcom prípade v kapitole „2.1.1.7 Výpočet bezpečností na základe zvoleného profilu“ z tohto dôvodu bude nasledujúci text obmedzený len na text týkajúci sa konkrétnych hodnôt a výpočtov.

Na základe najväčšieho zaťaženia prútu na ťah bude preverená bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti I. poloha v bode A

$$\sigma_{max} = \frac{F_1}{S} = \frac{153879}{2 \cdot 0.00106} = 72584434 [N]$$

bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{max}} = \frac{200 \cdot 10^6}{72584434} = 2.76$$

a najväčšieho zaťaženia na tlak v polohe III. zaťaženie v bode B bude preverený prút č. 28 na riziko vzniku mezného stavu vzpernej stability alebo mezného stavu pružnosti.

polomer osového kvadratického momentu „i“

$$i = \sqrt{\frac{J}{S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.000000663}{2 \cdot 0.00106}} = 0.025 [m]$$

šťhlosť prútu „λ“

$$\lambda = \frac{l_2}{i} = \frac{\sqrt{2}}{0.025} = 56.55$$

kritická šťhlosť prútu „λ_k“

$$\lambda_k = \alpha \sqrt{\frac{E}{R_e}} = \pi \sqrt{\frac{2.11 \cdot 10^{11}}{200 \cdot 10^6}} = 102.04$$

naoľko platí „λ“ < „λ_k“ tak ako prvý nastáva mezný stav pružnosti.

maximálne napätie v tlaku „σ_{max}“

$$\sigma_{max} = \frac{|N_{28}|}{S} = \frac{171719}{2 \cdot 0.00106} = 80999528 [Pa]$$

bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{max}} = \frac{200 \cdot 10^6}{80999528} = 2.47$$

Zo získaných hodnôt je zrejmé, že výstuhy splnili svoj účel len čiastočne, maximálne napätia sa podarilo znížiť, nie však z ďaleka na požadovanú hodnotu. Ako prijateľné riešenia sa dajú v praxi považovať: 1. zásadná zmena konštrukcie, 2. zmena použitého materiálu, alebo 3. zväčšenie plošných rozmerov použitých profilov. Zaoberať sa budeme treťou možnosťou.

2.2 Návrh vhodného profilu a jeho overenie

Na základe kontroly bezpečnosti sa ukázali predošlé riešenia ako nedostatočné, bezpečnosť nedosahovala požadovanú hodnotu $k_k = 4$.

Ako riešenie bola zvolená možnosť zväčšenia plochy prierezu prútov. Najvhodnejšou možnosťou je na základe požadovanej bezpečnosti vypočítanie maximálneho dovoleného napätie v prútoch, a z toho určenie minimálnej plochy prierezu. Podmienkou na použitie takejto metódy na je zachovanie štíhlostného pomeru $\lambda/\lambda_k < 1$, v opačnom prípade bude potrebné minimálnu plochu prierezu určiť buď na základe bezpečnosti voči meznému stavu vzpernej stability, alebo samostatne z bezpečnosti voči meznému stavu pružnosti pre prúty namáhané ťahom a bezpečnosti voči meznému stavu vzpernej stability pre prúty namáhané tlakom. Táto podmienka bude preverená.

Bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti $k_k = 4$

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{max}} \Rightarrow \sigma_{max} = \frac{R_e}{k_k}$$

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{S_{min}} \Rightarrow$$

$$S_{min} = \frac{N_{max}}{\sigma_{max}} = \frac{N_{max}}{\frac{R_e}{k_k}} = \frac{N_{max} \cdot k_k}{R_e}$$

Ako najväčšia sila bola zistená sila $N_{28} = -171719$ [N], teda $N_{max} = |N_{28}|$

$$S_{min} = \frac{|N_{28}| \cdot k_k}{R_e} = \frac{171719 \cdot 4}{200 \cdot 10^6} = 3.434 \cdot 10^{-3} \text{ [m]}$$

Nakoľko počítame plochu prierezu zdvojeného prútu, z etalónu prútov (Príloha V.) budeme vyberať na základe polovičnej hodnoty $S_{min} = 1.717 \cdot 10^{-3}$ [m]

Za vhodný prút bol zvolený prút o rozmeroch

rozmary podľa obrázku (Obr. 19) $a = 100$ [mm]

$b = 65$ [mm]

hrúbka profilu $t = 12$ [mm]

Plocha profilu $S = 1850$ [mm²]

hmotnosť $m = 14.5 \text{ [kg/m]}$

kvadratický moment voči ose rotácie v prípade straty vzpernej stability

$$J = 179.6 \text{ [cm}^4\text{]}$$

Maximálna sila v sústave je sila tlaková, preto bude overená podmienka na použitie takejto metódy, tzn zachovanie štíhlostného pomeru $\lambda/\lambda_k < 1$

polomer osového kvadratického momentu „ i “

$$i = \sqrt{\frac{J}{S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.000001796}{2 \cdot 0.00185}} = 0.031 \text{ [m]}$$

štíhlosť prútu „ λ “

$$\lambda = \frac{l_1}{i} = \frac{1}{0.031} = 32.09$$

kritická štíhlosť prútu „ λ_k “

$$\lambda_k = \alpha \sqrt{\frac{E}{R_e}} = \pi \sqrt{\frac{2.11 \cdot 10^{11}}{200 \cdot 10^6}} = 102.04$$

nakoľko platí „ $\lambda < \lambda_k$ “ tak ako prvý nastáva mezný stav pružnosti, teda nie je potrebné určovať minimálnu plochu prierezu z bezpečnosti voči meznému stavu vzpernej stability.

maximálne napätie v sústave v tlaku „ σ_{max} “

$$\sigma_{max} = \frac{|N_{28}|}{S} = \frac{171719}{2 \cdot 0.00185} = 46410541 \text{ [Pa]}$$

bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{max}} = \frac{200 \cdot 10^6}{46410541} = 4.31$$

Spätnou kontrolou bola zistená značná rezerva voči kritickej bezpečnosti.

2.3 Zohľadnenie vplyvu gravitácie na konštrukciu

Konštrukcia takýchto rozmerov je v reálnom prostredí pod vplyvom gravitačného zrýchlenia, vzhľadom k rozmerom a hmotnosti jednotlivých prútov sa dá očakávať vplyv na napät'ové charakteristiky v prútoch. Hodnoty osových síl a síl v podporách sú počítané v prílohe (Príloha III.) totožným spôsobom, ako v prípade konštrukcie nezaťaženej účinkami gravitačného poľa, obsahujúcim uvoľnenie sústavy, čiastočné uvoľnenie a definovanie deformačných podmienok, zostavenie rovníc silovej rovnováhy pre jednotlivé styčníky, riešenie sústavy rovníc, riešenie sústavy rovníc piatich neznámych pre päť deformačných podmienok. Zásadný rozdiel bude jedine v uvoľnení, rovniciach silovej rovnováhy pre styčníky a následne v samotných numerických výsledkoch.

V každom styčníku pôsobí sila „ F_g “ ktorej veľkosť sa rovná polovici súčtu hmotností prútov, ktoré z daného styčníku vychádzajú.

V konštrukcii sa nachádzajú prúty dvoch dĺžok, ich hmotnosť je $m = 14.5$ [kg/m] ,

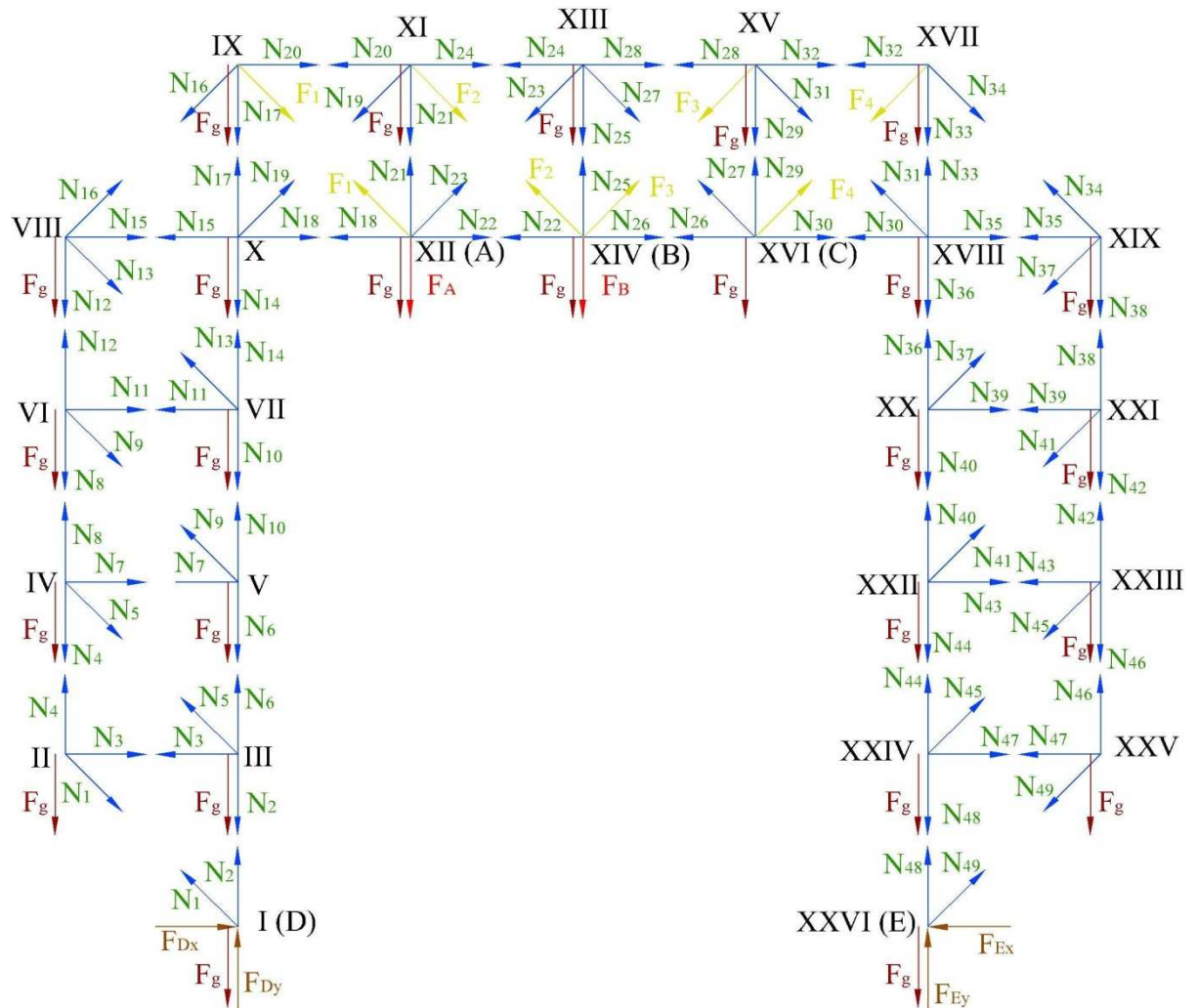
pre dĺžku prútu $l_1 = 1$ [m] je $m_1 = 14.5$ [kg] a sila pôsobiaca na styčník

$$G_1 = m_1 \cdot g = 2 \cdot 14.5 \cdot 9.81 / 2 = 142.25$$
 [N]

pre dĺžku prútu $l_2 = \sqrt{2}$ [m] je $m_2 = 14.5 \cdot \sqrt{2}$ [kg] a sila pôsobiaca na styčník

$$G_2 = m_2 \cdot g = 2 \cdot 14.5 \cdot \sqrt{2} \cdot 9.81 / 2 = 201.27$$
 [N]

2.3.1 Úplné uvoľnenie



Obr. 26 Uvoľnenie

2.3.2 Zostavenie sústavy rovníc

Pre konštrukciu s výstuhami zostavíme rovnice silovej rovnováhy s uvažovaním tiažovej sily vyvolanej váhou nosníkov. Rovnice pre horizontálny smer x zostanú totožné, v rovniciach pre zvislý smer y pribudne pôsobenie síl G_1 a G_2 . Rozbor statickej určitosti nie je potrebné robiť, nakoľko tiažové sily tvoria len vonkajšie zaťaženie.

Styčník I.

$$x : \sum F_x = 0 : F_{Dx} - N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$F_{Dy} + N_2 + N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G_1 - G_2 = 0$$

Styčník II.

Styčník XIV (B).

$$x : \sum F_x = 0 : N_{26} - N_{22} + F_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - F_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$N_{25} - F_B + F_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + F_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G_2 - G_1 - G_1 - G_1 - G_2 = 0$$

Styčník XV.

$$x : \sum F_x = 0 : N_3 + N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$N_4 - N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick III.

$$x : \sum F_x = 0 : -N_3 - N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$N_6 - N_2 + N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick IV.

$$x : \sum F_x = 0 : N_7 + N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$N_8 - N_4 - N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick V.

$$x : \sum F_x = 0 : -N_7 - N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$N_{10} + N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_6 - G2 - G1 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick VI.

$$x : \sum F_x = 0 : N_{11} + N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$N_{12} - N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_8 - G2 - G1 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick VII.

$$x : \sum F_x = 0 : -N_{11} - N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$N_{14} + N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{10} - G2 - G1 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick VIII.

$$x : \sum F_x = 0 : N_{32} + N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{28} - F_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$-N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{29} - F_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 - G1 - G2 = 0$$

Styčnick XVI (C).

$$x : \sum F_x = 0 : N_{30} - N_{27} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{26} + F_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$-N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{29} - F_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 - G1 - G2 = 0$$

Styčnick XVII.

$$x : \sum F_x = 0 : N_{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{32} - F_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$-N_{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{33} - F_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 - G2 = 0$$

Styčnick XVIII.

$$x : \sum F_x = 0 : N_{35} - N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{30} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$N_{33} + N_{31} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{36} - G2 - G1 - G1 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick XIX.

$$x : \sum F_x = 0 : -N_{35} - N_{37} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$N_{34} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{37} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{38} - G2 - G1 - G1 - G2 = 0$$

Styčnick XX.

$$x : \sum F_x = 0 : N_{39} + N_{37} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y : \sum F_y = 0 :$$

$$N_{36} + N_{37} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{40} - G2 - G1 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick XXI.

$$x: \sum F_x = 0: N_{15} + N_{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0:$$

$$N_{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{13} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{12} - G2 - G1 - G1 - G2 = 0$$

Styčnick IX.

$$x: \sum F_x = 0: N_{20} - N_{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + F_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0:$$

$$-N_{17} - N_{16} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - F_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 - G2 = 0$$

Styčnick X.

$$x: \sum F_x = 0: N_{18} + N_{19} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{15} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0:$$

$$N_{17} + N_{19} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{14} - G2 - G1 - G1 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick XI.

$$x: \sum F_x = 0: N_{24} - N_{20} - N_{19} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + F_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0:$$

$$-N_{21} - N_{19} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - F_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 - G1 - G2 = 0$$

Styčnick XII (A).

$$x: \sum F_x = 0: N_{22} + N_{23} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{18} - F_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0:$$

$$N_{21} + N_{23} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - F_A + F_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 - G1 - G2 = 0$$

Styčnick XIII.

$$x: \sum F_x = 0: N_{28} + N_{27} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{24} - N_{23} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0:$$

$$-N_{25} - N_{27} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{23} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 - G1 - G2 = 0$$

$$x: \sum F_x = 0: -N_{39} - N_{41} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0:$$

$$N_{38} - N_{42} - N_{41} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick XXII.

$$x: \sum F_x = 0: N_{43} + N_{41} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0:$$

$$N_{40} + N_{41} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{44} - G2 - G1 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick XXIII.

$$x: \sum F_x = 0: -N_{43} - N_{45} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0:$$

$$N_{42} - N_{46} - N_{45} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick XXIV.

$$x: \sum F_x = 0: N_{47} + N_{45} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0:$$

$$N_{44} + N_{45} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_{48} - G2 - G1 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick XXV.

$$x: \sum F_x = 0: -N_{47} - N_{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0:$$

$$N_{46} - N_{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - G2 - G1 - G1 = 0$$

Styčnick XXVI (E).

$$x: \sum F_x = 0: N_{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - F_{Ex} = 0$$

$$y: \sum F_y = 0:$$

$$N_{48} + N_{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + F_{Ey} - G2 - G1 = 0$$

Výpočet bol urobený totožným spôsobom ako v prípade bez vplyvu gravitačného zrýchlenia (Príloha II.). Vypočítané sily sa nachádzajú v nasledujúcej tabuľke.

FB		stred FA FB		FA	
sila	hodnota v [N]	sila	hodnota v [N]	sila	hodnota v [N]
N1	669	N1	-942	N1	-2553
N2	-106829	N2	-130215	<u>N2</u>	<u>-153601</u>
N3	-473	N3	666	N3	1805
N4	959	N4	-180	N4	-1320
N5	669	N5	-942	N5	-2553
N6	-106674	N6	-128921	N6	-151168
N7	-473	N7	666	N7	1805
N8	2060	N8	-219	N8	-2497
N9	669	N9	-942	N9	-2553
N10	-106520	N10	-127627	N10	-148735
N11	-473	N11	666	N11	1805
N12	3161	N12	-257	N12	-3674
N13	669	N13	-942	N13	-2553
N14	-106365	N14	-126333	N14	-146302
N15	-4794	N15	902	N15	6598
N16	6110	N16	-334	N16	-6778
N17	-63679	N17	-84977	N17	-106275
N18	37122	N18	41488	N18	45854
N19	-59278	N19	-57398	N19	-55517
N20	-54350	N20	-84762	N20	-115173
N21	-37650	N21	13456	N21	64561
<u>N22</u>	<u>115986</u>	<u>N22</u>	<u>125067</u>	N22	134148
N23	-28556	N23	1340	N23	31235
<u>N24</u>	<u>-175003</u>	<u>N24</u>	<u>-151649</u>	N24	-128295
N25	39555	N25	15806	N25	-7944
N26	115986	N26	94546	N26	73107
N27	-28556	N27	-24865	N27	-21174
N28	-175003	N28	-133120	N28	-91237
N29	-37650	N29	-26962	N29	-16273
N30	37122	N30	31591	N30	26060
N31	-59278	N31	-43401	N31	-27524
N32	-54350	N32	-45609	N32	-36867
N33	-63679	N33	-45824	N33	-27969
N34	6110	N34	-334	N34	-6778
N35	-4794	N35	902	N35	6598
N36	-106365	N36	-77283	N36	-48202
N37	669	N37	-942	N37	-2553
N38	3161	N38	-257	N38	-3674
N39	-473	N39	666	N39	1805
N40	-106520	N40	-78577	N40	-50635
N41	669	N41	-942	N41	-2553
N42	2060	N42	-219	N42	-2497
N43	-473	N43	666	N43	1805
N44	-106674	N44	-79871	N44	-53068
N45	669	N45	-942	N45	-2553
N46	959	N46	-180	N46	-1320
N47	-473	N47	666	N47	1805
N48	-106829	N48	-81165	N48	-55501
N49	669	N49	-942	N49	-2553

FDx	473		FDx	-666		FDx	-1805
FDy	106700		FDy	131225		FDy	155750
FEy	106700		FEy	82175		FEy	57650
FE _x	473		FE _x	-666		FE _x	-1805
F1	82973		F1	119538		F1	156102
F2	111351		F2	37196		F2	-36959
F3	111351		F3	80358		F3	49366
F4	82973		F4	64167		F4	45360

2.3.4 Výpočet bezpečnosti

Konštrukcia a jej rozmery bola navrhnutá bez zohľadnenia tiažového poľa zeme. Pre posúdenie, či v prípade takejto konštrukcie je potrebné uvažovať s tiažovým poľom zeme vypočítame bezpečnosti voči meznému stavu pružnosti.

Na základe najväčšieho zaťaženia prútu na ťah bude preverená bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti I. poloha v bode A

$$\sigma_{max} = \frac{F_1}{S} = \frac{156102}{2 \cdot 0.00185} = 42189729 [Pa]$$

bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{max}} = \frac{200 \cdot 10^6}{42189729} = 4.74$$

a najväčšieho zaťaženia na tlak v polohe III. zaťaženie v bode B bude preverený prút č. 24 na riziko vzniku mezného stavu vzpernej stability alebo mezného stavu pružnosti.

polomer osového kvadratického momentu „i“

$$i = \sqrt{\frac{J}{S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.000001796}{2 \cdot 0.00185}} = 0.031 [m]$$

šťíhlosť prútu „λ“

$$\lambda = \frac{l_1}{i} = \frac{1}{0.031} = 32.09$$

kritická šťíhlosť prútu „λ_k“ sa nemení,

$$\lambda_k = \alpha \sqrt{\frac{E}{R_e}} = \pi \sqrt{\frac{2.11 \cdot 10^{11}}{200 \cdot 10^6}} = 102.04$$

nakoľko platí „λ“ < „λ_k“ tak ako prvý nastáva mezný stav pružnosti, prút bude overený na bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti

maximálne napätie v sústave v tlaku „σ_{max}“

$$\sigma_{max} = \frac{|N_{28}|}{S} = \frac{175003}{2 \cdot 0.00185} = 47298108 [Pa]$$

bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{max}} = \frac{200 \cdot 10^6}{47298108} = 4.23$$

Bezpečnosť je aj napriek zohľadneniu tiažového poľa zeme dostačujúca, rozdiel oproti výpočtom tiažové pole nezohľadňujúcich, je minimálny rádovo 2%, čo sa dá považovať za rozdiel neohrozujúci konštrukciu, a teda pre konštrukciu tohto charakteru nie je potrebné toto pole uvažovať.

2.4 Deformačná analýza

V mieste zaťaženia dochádza k posunutiu spôsobenému deformáciou samotných prútov. K výpočtu hodnoty posunutia použijeme opäť Castiglianovu vetu. K posunutiu dochádza v horizontálnom aj vertikálnom smere. Jediný prípad kedy dôjde v mieste pôsobenia sily od zaťaženia len k vertikálnemu posunutiu je v strede konštrukcie. Vzhľadom na charakter konštrukcie je vertikálne posunutie kľúčové, a najväčších hodnôt dosahuje práve v prípade pôsobenia zaťaženia v strede v bode „B“. Horizontálne posunutie môžeme považovať za zanedbateľné, a nebudeme ho počítať.

Posunutie je definované Castiglianovou vetou ako parciálna derivácia energie napjatosti podľa sily posunutie spôsobujúcej.

$$u_F = \frac{\delta W}{\delta F}$$

energia napjatosti celej sústavy je rovná súčtu energií v každom prúte

$$W = \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 l_i}{2 \cdot E \cdot S}$$

Po dosadení do rovnice pre posun, dostávame finálny vzťah pre výpočet posunutia v mieste pôsobenia sily posunutie spôsobujúcej.

$$u_F = \frac{\delta W}{\delta F} = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\delta N_i}{\delta F}$$

Použitím predošlého vzťahu sme schopní vypočítať vertikálny posun v bode „B“. V záujme snahy čo najviac sa priblížiť reálnej konštrukcii budeme počítať s uvažovaním tiažového poľa zeme. Podrobný výpočet je uvedený v prílohe (Príloha IV.)

$$\begin{aligned} u_{F_B} &= \frac{\delta W}{\delta F_B} = \sum_{i=1}^{49} \frac{N_i \cdot l_i}{E \cdot S} \cdot \frac{\delta N_i}{\delta F_B} = \frac{1}{E \cdot S} \cdot \left[\left(N_1 \cdot l_1 \cdot \frac{\delta N_1}{\delta F_B} \right) + \dots + \left(N_{49} \cdot l_{49} \cdot \frac{\delta N_{49}}{\delta F_B} \right) \right] \\ &= 0.00169[m] \end{aligned}$$

2.5 Analýza vplyvu výrobných nepresností

V tejto stati sa budeme zaoberať potenciálnou možnosťou nepresnej výroby použitých prútov. Konkrétne prútov použitých ako výstuhy, prípadne nepresnej rozteče uloženia medzi väzbami „D“ a „E“

Chybu z výroby budeme simulovať kladnou a zápornou hodnotou veľkosti 0.1% základného rozmeru. Takáto chyba sa dá ešte považovať za pravdepodobnú. Počítať budeme s faktom, že je nepravdepodobné aby sa vyskytla v konštrukcií viac ako jedenkrát, preto nebudeme skúmať vzájomné následky viacerých výrobných chýb, ale iba jednej pre prípad zápornej a kladnej hodnoty.

Riešenie je rovnako ako v predošlých prípadoch principiálne totožné, nelíši sa uvoľnenie sústavy, čiastočné uvoľnenie, sústava rovníc, deformačné podmienky s výnimkou podmienky týkajúcej sa výskytu chyby, ani nasledujúce riešenie.

Jediný rozdiel v riešení je zmena konkrétnej deformačnej podmienky z nulového posunu na posun rovný 0.1% rozmeru, pre výstuhu P_1 alebo teda na základe symetrie aj výstuhu P_4 je teda posun

$$u_p = 0.001 \cdot 12 = 0.001 \cdot \sqrt{2} = 1.414 \cdot 10^{-3} \text{ [m]}$$

a pre uloženie konštrukcie „D“, „E“

$$u_{DE} = 0.001 \cdot 4 \cdot 11 = 0.001 \cdot 4 \cdot 1 = 0.004 \text{ [m]}$$

2.5.1 Chyba rozmeru výstuhy P_1 (P_4)

Výstuha môže byť vyrobená s kladnou alebo zápornou chybou, pre kladnú chybu boli vypočítané nasledujúce hodnoty osových síl a síl v uložení

sila	FB			stred FA FB			FA		
	hodn. v [N]	chyba	rozdiel	hodn. v [N]	chyba	rozdiel	hodn. v [N]	chyba	rozdiel
N1	669	6438	-5769	-942	4827	-5769	-2553	3216	-5769
N2	-106829	-110908	4079	-130215	-134294	4079	-153601	-157680	4079
N3	-473	-4552	4079	666	-3413	4079	1805	-2274	4079
N4	959	5038	-4079	-180	3899	-4079	-1320	2759	-4079
N5	669	6438	-5769	-942	4827	-5769	-2553	3216	-5769
N6	-106674	-114832	8158	-128921	-137079	8158	-151168	-159326	8158
N7	-473	-4552	4079	666	-3413	4079	1805	-2274	4079
N8	2060	10218	-8158	-219	7939	-8158	-2497	5661	-8158
N9	669	6438	-5769	-942	4827	-5769	-2553	3216	-5769
N10	-106520	-118757	12237	-127627	-139864	12237	-148735	-160972	12237
N11	-473	-4552	4079	666	-3413	4079	1805	-2274	4079
N12	3161	15398	-12237	-257	11980	-12237	-3674	8563	-12237
N13	669	6438	-5769	-942	4827	-5769	-2553	3216	-5769
N14	-106365	-122681	16316	-126333	-142649	16316	-146302	-162618	16316
N15	-4794	-25189	20395	902	-19493	20395	6598	-13797	20395
N16	6110	29185	-23074	-334	22741	-23074	-6778	16297	-23074

N17	-63679	156759	-220438	-84977	135461	-220438	-106275	114163	-220438
N18	37122	253481	-216359	41488	<u>257847</u>	-216359	45854	262213	-216359
N19	-59278	<u>-394099</u>	334821	-57398	<u>-392218</u>	334821	-55517	<u>-390337</u>	334821
N20	-54350	<u>198720</u>	-253070	-84762	168308	-253070	-115173	137897	-253070
N21	-37650	164242	-201892	13456	215347	-201892	64561	<u>266453</u>	-201892
N22	<u>115986</u>	60728	55257	<u>125067</u>	69809	55257	134148	78891	55257
N23	-28556	20747	-49303	1340	50643	-49303	31235	80538	-49303
N24	<u>-175003</u>	-193550	18546	<u>-151649</u>	-170196	18546	-128295	-146842	18546
N25	39555	10074	29482	15806	-13676	29482	-7944	-37425	29482
N26	115986	100971	15014	94546	79532	15014	73107	58093	15014
N27	-28556	-36166	7610	-24865	-32474	7610	-21174	-28783	7610
N28	-175003	-153306	-21697	-133120	-111423	-21697	-91237	-69540	-21697
N29	-37650	-30070	-7580	-26962	-19382	-7580	-16273	-8694	-7580
N30	37122	18926	18196	31591	13395	18196	26060	7864	18196
N31	-59278	-62388	3110	-43401	-46511	3110	-27524	-30634	3110
N32	-54350	-35836	-18515	-45609	-27094	-18515	-36867	-18352	-18515
N33	-63679	-77796	14117	-45824	-59941	14117	-27969	-42086	14117
N34	6110	29185	-23074	-334	22741	-23074	-6778	16297	-23074
N35	-4794	-25189	20395	902	-19493	20395	6598	-13797	20395
N36	-106365	-122681	16316	-77283	-93599	16316	-48202	-64518	16316
N37	669	6438	-5769	-942	4827	-5769	-2553	3216	-5769
N38	3161	15398	-12237	-257	11980	-12237	-3674	8563	-12237
N39	-473	-4552	4079	666	-3413	4079	1805	-2274	4079
N40	-106520	-118757	12237	-78577	-90814	12237	-50635	-62872	12237
N41	669	6438	-5769	-942	4827	-5769	-2553	3216	-5769
N42	2060	10218	-8158	-219	7939	-8158	-2497	5661	-8158
N43	-473	-4552	4079	666	-3413	4079	1805	-2274	4079
N44	-106674	-114832	8158	-79871	-88029	8158	-53068	-61226	8158
N45	669	6438	-5769	-942	4827	-5769	-2553	3216	-5769
N46	959	5038	-4079	-180	3899	-4079	-1320	2759	-4079
N47	-473	-4552	4079	666	-3413	4079	1805	-2274	4079
N48	-106829	-110908	4079	-81165	-85244	4079	-55501	-59580	4079
N49	669	6438	-5769	-942	4827	-5769	-2553	3216	-5769
FDx	473	4552	-4079	-666	3413	-4079	-1805	2274	-4079
FDy	106700	106700	0	131225	131225	0	155750	155750	0
FEy	106700	106700	0	82175	82175	0	57650	57650	0
FEx	473	4552	-4079	-666	3413	-4079	-1805	2274	-4079
F1	82973	-251847	334821	119538	-215283	334821	<u>156102</u>	-178718	334821
F2	111351	160654	-49303	37196	86499	-49303	-36959	12344	-49303
F3	111351	103741	7610	80358	72749	7610	49366	41756	7610
F4	82973	79864	3110	64167	61057	3110	45360	42251	3110

Záporná chyba (kratšia výstuha)

FB				stred FA FB			FA		
сила	hodn. v [N]	chyba	rozdiel	hodn. v [N]	chyba	rozdiel	hodn. v [N]	chyba	rozdiel
N1	669	-5099	5769	-942	-6710	5769	-2553	-8321	5769
N2	-106829	-102750	-4079	-130215	-126136	-4079	-153601	-149522	-4079
N3	-473	3606	-4079	666	4745	-4079	1805	5884	-4079
N4	959	-3120	4079	-180	-4259	4079	-1320	-5399	4079
N5	669	-5099	5769	-942	-6710	5769	-2553	-8321	5769
N6	-106674	-98516	-8158	-128921	-120763	-8158	-151168	-143010	-8158
N7	-473	3606	-4079	666	4745	-4079	1805	5884	-4079
N8	2060	-6098	8158	-219	-8377	8158	-2497	-10655	8158
N9	669	-5099	5769	-942	-6710	5769	-2553	-8321	5769
N10	-106520	-94283	-12237	-127627	-115390	-12237	-148735	-136498	-12237
N11	-473	3606	-4079	666	4745	-4079	1805	5884	-4079
N12	3161	-9076	12237	-257	-12494	12237	-3674	-15911	12237
N13	669	-5099	5769	-942	-6710	5769	-2553	-8321	5769
N14	-106365	-90049	-16316	-126333	-110017	-16316	-146302	-129986	-16316
N15	-4794	15601	-20395	902	21297	-20395	6598	26993	-20395
N16	6110	-16964	23074	-334	-23408	23074	-6778	-29852	23074
N17	-63679	-284117	220438	-84977	-305415	220438	-106275	-326713	220438
N18	37122	-179237	216359	41488	-174871	216359	45854	-170505	216359
N19	-59278	275542	-334821	-57398	277423	-334821	-55517	279304	-334821
N20	-54350	-307420	253070	-84762	-337832	253070	-115173	-368243	253070
N21	-37650	-239541	201892	13456	-188436	201892	64561	-137330	201892
N22	115986	171243	-55257	125067	180324	-55257	134148	189406	-55257
N23	-28556	-77859	49303	1340	-47963	49303	31235	-18068	49303
N24	-175003	-156457	-18546	-151649	-133103	-18546	-128295	-109749	-18546
N25	39555	69037	-29482	15806	45287	-29482	-7944	21538	-29482
N26	115986	131000	-15014	94546	109560	-15014	73107	88121	-15014
N27	-28556	-20946	-7610	-24865	-17255	-7610	-21174	-13564	-7610
N28	-175003	-196700	21697	-133120	-154817	21697	-91237	-112934	21697
N29	-37650	-45229	7580	-26962	-34541	7580	-16273	-23853	7580
N30	37122	55318	-18196	31591	49788	-18196	26060	44257	-18196
N31	-59278	-56169	-3110	-43401	-40292	-3110	-27524	-24415	-3110
N32	-54350	-72865	18515	-45609	-64123	18515	-36867	-55382	18515
N33	-63679	-49561	-14117	-45824	-31707	-14117	-27969	-13852	-14117
N34	6110	-16964	23074	-334	-23408	23074	-6778	-29852	23074
N35	-4794	15601	-20395	902	21297	-20395	6598	26993	-20395
N36	-106365	-90049	-16316	-77283	-60967	-16316	-48202	-31886	-16316
N37	669	-5099	5769	-942	-6710	5769	-2553	-8321	5769
N38	3161	-9076	12237	-257	-12494	12237	-3674	-15911	12237
N39	-473	3606	-4079	666	4745	-4079	1805	5884	-4079
N40	-106520	-94283	-12237	-78577	-66340	-12237	-50635	-38398	-12237
N41	669	-5099	5769	-942	-6710	5769	-2553	-8321	5769
N42	2060	-6098	8158	-219	-8377	8158	-2497	-10655	8158

N43	-473	3606	-4079	666	4745	-4079	1805	5884	-4079
N44	-106674	-98516	-8158	-79871	-71713	-8158	-53068	-44910	-8158
N45	669	-5099	5769	-942	-6710	5769	-2553	-8321	5769
N46	959	-3120	4079	-180	-4259	4079	-1320	-5399	4079
N47	-473	3606	-4079	666	4745	-4079	1805	5884	-4079
N48	-106829	-102750	-4079	-81165	-77086	-4079	-55501	-51422	-4079
N49	669	-5099	5769	-942	-6710	5769	-2553	-8321	5769
FDx	473	-3606	4079	-666	-4745	4079	-1805	-5884	4079
FDy	106700	106700	0	131225	131225	0	155750	155750	0
FEy	106700	106700	0	82175	82175	0	57650	57650	0
FE _x	473	-3606	4079	-666	-4745	4079	-1805	-5884	4079
F1	82973	417794	-334821	119538	454359	-334821	156102	490923	-334821
F2	111351	62048	49303	37196	-12107	49303	-36959	-86262	49303
F3	111351	118960	-7610	80358	87968	-7610	49366	56976	-7610
F4	82973	86083	-3110	64167	67276	-3110	45360	48470	-3110

Z vypočítaných hodnôt je jasné, že výrobná nepresnosť sa prejaví zásadne v blízkom okolí nepresnej výstupy. Nezávisle od kladnej či zápornej chyby spôsobuje enormné zväčšenie osových síl a jednoznačné prekročenie bezpečnosti konštrukcie

2.5.2 Chyba rozmeru uloženia konštrukcie „D“, „E“

Uloženie ekvivalentnej konštrukcie sa najčastejšie realizuje formou koľají. Vplyv ich nepresného uloženia si vypočítame na prípade kladnej a zápornej chyby.

Kladná chyba (väčší rozmer)

FB				stred FA FB			FA		
sil	hodn. v [N]	chyba	rozdiel	hodn. v [N]	chyba	rozdiel	hodn. v [N]	chyba	rozdiel
N1	669	-14723	15392	-942	-16334	15392	-2553	-17945	15392
N2	-106829	-95945	-10884	-130215	-119331	-10884	-153601	-142717	-10884
N3	-473	10411	-10884	666	11550	-10884	1805	12689	-10884
N4	959	-9925	10884	-180	-11064	10884	-1320	-12203	10884
N5	669	-14723	15392	-942	-16334	15392	-2553	-17945	15392
N6	-106674	-84907	-21768	-128921	-107153	-21768	-151168	-129400	-21768
N7	-473	10411	-10884	666	11550	-10884	1805	12689	-10884
N8	2060	-19708	21768	-219	-21986	21768	-2497	-24265	21768
N9	669	-14723	15392	-942	-16334	15392	-2553	-17945	15392
N10	-106520	-73868	-32652	-127627	-94976	-32652	-148735	-116083	-32652
N11	-473	10411	-10884	666	11550	-10884	1805	12689	-10884
N12	3161	-29491	32652	-257	-32908	32652	-3674	-36326	32652
N13	669	-14723	15392	-942	-16334	15392	-2553	-17945	15392
N14	-106365	-62829	-43536	-126333	-82798	-43536	-146302	-102766	-43536
N15	-4794	49626	-54419	902	55321	-54419	6598	61017	-54419
N16	6110	-55458	61569	-334	-61902	61569	-6778	-68346	61569
N17	-63679	-28057	-35622	-84977	-49355	-35622	-106275	-70654	-35622
N18	37122	83628	-46505	41488	87994	-46505	45854	92359	-46505

N19	-59278	-48086	-11192	-	-57398	-46205	-11192	-	-55517	-44325	-11192
N20	-54350	-105800	51450		-84762	-136211	51450		-115173	-166623	51450
N21	-37650	-45943	8293		13456	5162	8293		64561	56268	8293
N22	115986	170026	-54040	-	125067	179107	-54040	-	134148	188188	-54040
N23	-28556	-28020	-537		1340	1876	-537		31235	31772	-537
N24	-175003	-218918	43915	-	-151649	-195564	43915	-	-128295	-172210	43915
N25	39555	38797	759		15806	15047	759		-7944	-8702	759
N26	115986	170026	-54040		94546	148586	-54040		73107	127147	-54040
N27	-28556	-28020	-537		-24865	-24328	-537		-21174	-20637	-537
N28	-175003	-218918	43915		-133120	-177035	43915		-91237	-135152	43915
N29	-37650	-45943	8293		-26962	-35255	8293		-16273	-24567	8293
N30	37122	83628	-46505		31591	78097	-46505		26060	72566	-46505
N31	-59278	-48086	-11192		-43401	-32209	-11192		-27524	-16332	-11192
N32	-54350	-105800	51450		-45609	-97058	51450		-36867	-88317	51450
N33	-63679	-28057	-35622		-45824	-10202	-35622		-27969	7653	-35622
N34	6110	-55458	61569		-334	-61902	61569		-6778	-68346	61569
N35	-4794	49626	-54419		902	55321	-54419		6598	61017	-54419
N36	-106365	-62829	-43536		-77283	-33748	-43536		-48202	-4666	-43536
N37	669	-14723	15392		-942	-16334	15392		-2553	-17945	15392
N38	3161	-29491	32652		-257	-32908	32652		-3674	-36326	32652
N39	-473	10411	-10884		666	11550	-10884		1805	12689	-10884
N40	-106520	-73868	-32652		-78577	-45926	-32652		-50635	-17983	-32652
N41	669	-14723	15392		-942	-16334	15392		-2553	-17945	15392
N42	2060	-19708	21768		-219	-21986	21768		-2497	-24265	21768
N43	-473	10411	-10884		666	11550	-10884		1805	12689	-10884
N44	-106674	-84907	-21768		-79871	-58103	-21768		-53068	-31300	-21768
N45	669	-14723	15392		-942	-16334	15392		-2553	-17945	15392
N46	959	-9925	10884		-180	-11064	10884		-1320	-12203	10884
N47	-473	10411	-10884		666	11550	-10884		1805	12689	-10884
N48	-106829	-95945	-10884		-81165	-70281	-10884		-55501	-44617	-10884
N49	669	-14723	15392		-942	-16334	15392		-2553	-17945	15392
FDx	473	-10411	10884		-666	-11550	10884		-1805	-12689	10884
FDy	106700	106700	0		131225	131225	0		155750	155750	0
FEy	106700	106700	0		82175	82175	0		57650	57650	0
FEx	473	-10411	10884		-666	-11550	10884		-1805	-12689	10884
F1	82973	94166	-11192	-	119538	130730	-11192	-	156102	167294	-11192
F2	111351	111887	-537		37196	37732	-537		-36959	-36423	-537
F3	111351	111887	-537		80358	80895	-537		49366	49903	-537
F4	82973	94166	-11192		64167	75359	-11192		45360	56552	-11192

Záporná chyba (menší rozmer)

FB				stred FA FB			FA		
сила	hodn. v [N]	chyba	rozdiel	hodn. v [N]	chyba	rozdiel	hodn. v [N]	chyba	rozdiel
N1	669	16061	-15392	-942	14450	-15392	-2553	12839	-15392
N2	-106829	-117713	10884	-130215	-141099	10884	-153601	-164485	10884
N3	-473	-11357	10884	666	-10218	10884	1805	-9079	10884
N4	959	11843	-10884	-180	10704	-10884	-1320	9564	-10884
N5	669	16061	-15392	-942	14450	-15392	-2553	12839	-15392
N6	-106674	-128442	21768	-128921	-150689	21768	-151168	-172936	21768
N7	-473	-11357	10884	666	-10218	10884	1805	-9079	10884
N8	2060	23828	-21768	-219	21549	-21768	-2497	19271	-21768
N9	669	16061	-15392	-942	14450	-15392	-2553	12839	-15392
N10	-106520	-139171	32652	-127627	-160279	32652	-148735	-181386	32652
N11	-473	-11357	10884	666	-10218	10884	1805	-9079	10884
N12	3161	35813	-32652	-257	32395	-32652	-3674	28978	-32652
N13	669	16061	-15392	-942	14450	-15392	-2553	12839	-15392
N14	-106365	-149901	43536	-126333	-169869	43536	-146302	-189837	43536
N15	-4794	-59213	54419	902	-53518	54419	6598	-47822	54419
N16	6110	67679	-61569	-334	61235	-61569	-6778	54791	-61569
N17	-63679	-99300	35622	-84977	-120599	35622	-106275	-141897	35622
N18	37122	-9383	46505	41488	-5017	46505	45854	-652	46505
N19	-59278	-70470	11192	-57398	-68590	11192	-55517	-66709	11192
N20	-54350	-2901	-51450	-84762	-33312	-51450	-115173	-63724	-51450
N21	-37650	-29356	-8293	13456	21749	-8293	64561	72855	-8293
N22	115986	61945	54040	125067	71027	54040	134148	80108	54040
N23	-28556	-29093	537	1340	803	537	31235	30699	537
N24	-175003	-131088	-43915	-151649	-107734	-43915	-128295	-84380	-43915
N25	39555	40314	-759	15806	16565	-759	-7944	-7185	-759
N26	115986	61945	54040	94546	40506	54040	73107	19067	54040
N27	-28556	-29093	537	-24865	-25401	537	-21174	-21710	537
N28	-175003	-131088	-43915	-133120	-89205	-43915	-91237	-47322	-43915
N29	-37650	-29356	-8293	-26962	-18668	-8293	-16273	-7980	-8293
N30	37122	-9383	46505	31591	-14914	46505	26060	-20445	46505
N31	-59278	-70470	11192	-43401	-54593	11192	-27524	-38717	11192
N32	-54350	-2901	-51450	-45609	5841	-51450	-36867	14583	-51450
N33	-63679	-99300	35622	-45824	-81445	35622	-27969	-63590	35622
N34	6110	67679	-61569	-334	61235	-61569	-6778	54791	-61569
N35	-4794	-59213	54419	902	-53518	54419	6598	-47822	54419
N36	-106365	-149901	43536	-77283	-120819	43536	-48202	-91737	43536
N37	669	16061	-15392	-942	14450	-15392	-2553	12839	-15392
N38	3161	35813	-32652	-257	32395	-32652	-3674	28978	-32652
N39	-473	-11357	10884	666	-10218	10884	1805	-9079	10884
N40	-106520	-139171	32652	-78577	-111229	32652	-50635	-83286	32652
N41	669	16061	-15392	-942	14450	-15392	-2553	12839	-15392
N42	2060	23828	-21768	-219	21549	-21768	-2497	19271	-21768

N43	-473	-11357	10884	666	-10218	10884	1805	-9079	10884
N44	-106674	-128442	21768	-79871	-101639	21768	-53068	-74836	21768
N45	669	16061	-15392	-942	14450	-15392	-2553	12839	-15392
N46	959	11843	-10884	-180	10704	-10884	-1320	9564	-10884
N47	-473	-11357	10884	666	-10218	10884	1805	-9079	10884
N48	-106829	-117713	10884	-81165	-92049	10884	-55501	-66385	10884
N49	669	16061	-15392	-942	14450	-15392	-2553	12839	-15392
FDx	473	11357	-10884	-666	10218	-10884	-1805	9079	-10884
FDy	106700	106700	0	131225	131225	0	155750	155750	0
FEy	106700	106700	0	82175	82175	0	57650	57650	0
FE _x	473	11357	-10884	-666	10218	-10884	-1805	9079	-10884
F1	82973	71781	11192	119538	108346	11192	156102	144910	11192
F2	111351	110814	537	37196	36659	537	-36959	-37496	537
F3	111351	110814	537	80358	79822	537	49366	48830	537
F4	82973	71781	11192	64167	52975	11192	45360	34168	11192

V porovnaní s nepresným rozmerom výstupy je rozdiel síl rozložený po konštrukciách rovnomernejšie, v závislosti na polohe bremena je dokonca záporná nepresnosť výhodou, znižujúcou maximálne osovú silu, čo však neplatí pre krajné polohy „A“ a „C“. Táto skutočnosť je rozhodujúca a jasne kategorizuje rozmerovú chybu vo výrobe ako problém.

Záver

Výpočet zadania bol rozdelený na viaceré prípady. Pre každý prípad boli spočítané všetky normálové sily a sily vo väzbách. Následne bola vykonaná kontrola na bezpečnosť voči mezným stavom. V prvom prípade bola riešená základná zadaná úloha. Po dopočítaní sa k jednotlivým silám bol z katalógu zvolený profil ktorý bol považovaný za dostatočný. Tento predpoklad sa ukázal ako mylný, pretože bezpečnosť voči meznému stavu pružnosti nedosahovala stanovené hodnoty. Bezpečnosť voči meznému stavu vzpernej stability nebolo nutné počítať, pretože na základe štíhlostného pomeru bolo zistené, že ako prvý nastane mezný stav pružnosti. Bezpečnosť voči nemu v tlaku rovnako nebola dostatočná.

Ako riešenie boli zvolené štyri výstupy v miestach najväčších normálových síl. Pre tento prípad II. boli rovnako vypočítané všetky neznáme sily a bezpečnosti. Ako sa ukázalo, minimálna bezpečnosť v ťahu stúpla z $k_k = 2.16$ na $k_k = 2.76$ a bezpečnosť v tlaku z $k_k = 2.04$ na $k_k = 2.47$. Nakoľko požadovaná bezpečnosť nebola dosiahnutá, ukázalo sa riešenie s výstupami ako nedostatočné. Vzhľadom ale k skutočnosti že toto riešenie čiastočne bezpečnosti zvyšovalo, bolo zahrnuté do finálneho riešenia zadanej úlohy, a to opätovnej voľby profilu. Tentokrát na základe vypočítanej minimálnej plochy prierezu. V nasledujúcom riešení bol zohľadnený vplyv gravitačného poľa zeme na konštrukciu, ako sa ukázalo je v akceptovateľnej miere.

Pre konštrukciu bola prevedená deformačná analýza, v rámci snahy priblížiť sa reálnym podmienkam bolo počítané aj s gravitačným poľom zeme. Maximálny vertikálny posun dosahoval hodnotu $u_{FB} = 0.00169 [m]$.

Konštrukcia bola posúdená na vplyv výrobných nepresností. Ukázalo sa, že aj veľmi malé zmeny v dĺžke prútov a nutnosť ich prispôsobenia konštrukcií vyvoláva niekoľko násobné zvýšenie zaťaženia a v niektorých prípadoch zmenu charakteru zaťaženia z tlaku na ťah alebo naopak. Na základe týchto zistení bola výrobná chyba 0.1% dĺžky prútu označená za nežiaducu v konštrukciách.

Zoznam použitých zdrojov

- [1] Horníková, Jana Pružnost a pevnost : Interaktivní učebný text / 1. vyd. Brno : CERM, 2003. ISBN 80-7204-268-8
- [2] Janíček, P., Ondráček, E., Vrbka, J., Burša, J.: Mechanika teles - pružnosť a pevnosť I skripta FSI – VUT Brno 2004, ISBN 80-214-2592-X
- [3] Höschl, Cyril, Pružnosť a pevnosť ve strojnictví :[učebnica pre vys. školy] / 1. vyd. Praha : SNTL, 1971. 375 s.
- [4] Mičkal, Karel, Technická mechanika I / 3. nezmenené vyd. Praha : Informatorium, 1997. 213 s., ISBN 80-86073-06-8
- [5] Gere, James M., Timoshenko, Stephen P. Mechanics of Materials. 3rd edition. London : Chapman & Hall, 1991. 806 s. ISBN 0-412-36880-3.
- [6] Foinia steel s.r.o. - obchodní společnost s hutním materiálem [online], c2010, Dostupné z <<http://www.foiniasteel.cz/docs/katalog/12-13.pdf>>

Zoznam použitých veličín

Veličina	Symbol	Jednotka
Normálová sila	$N_1 - N_{49}$	N
Sila	$F_1, F_2, F_3, F_4, F_{Dx}, F_{Dy}, F_{Ex}, F_{Ey}, F_A, F_B, G_1, G_2,$	N
Dĺžka	11, 12	m
Plocha	S	m ²
Kvadratický moment plochy	J	m ⁴
Polomer zotrvačnosti	i	m
Štíhlostný pomer	λ, λ_k	-
Napätie	$\sigma, \sigma_{min}, \sigma_{max},$	Pa
Energia napjatosti	W	J
Posunutie	u, u_{F_B}, u_p, u_{DE}	m
Stupeň stat. určítosti	s_{ext}, s_{int}, s	-
Počet použiteľných podmienok	v	-
Počet neznámich parametrov	μ_e, μ_i, μ	-
Youngov modul pružnosti	E	Pa
Mez klzu	R_c	Pa
Koeficient bezpečnosti	k_k, k	-

Zoznam príloh

Príloha I.

Príloha II.

Príloha III.

Príloha IV.

Príloha V.