



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## VÝPOČTOVÉ MODELOVÁNÍ PROUDĚNÍ KRVE V KRČNÍ TEPNĚ S DVOJITOU STENÓZOU

COMPUTATIONAL MODELLING OF BLOOD FLOW IN THE CAROTID ARTERY WITH SERIAL STENOSIS

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Petr Lukáš

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Pavel Švancara, Ph.D.

BRNO 2021



## Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Petr Lukáš</b>
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	<b>Ing. Pavel Švancara, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Výpočtové modelování proudění krve v krční tepně s dvojitou stenózou**

#### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Zúžení krční tepny (stenóza) je nejčastěji zpříčiněna vznikem a růstem aterosklerotického plátu. Prasknutí tohoto plátu v krční tepně je jednou z obvyklých příčin mozkové mrtvice. Analýza chování tepny s atheromem tak má velký potenciál pro klinickou praxi. Cílem práce je provést rešerši literatury týkající se výpočtového modelování a experimentálního měření proudění krve v krční tepně s tandemovou stenózou. Dále pak vytvořit s využitím metody konečných prvků výpočtový model krční tepny s idealizovanou geometrií a dvěma stenózami umístěnými za sebou. Na tomto modelu pak analyzovat vliv velikosti stenóz a jejich vzdálenosti na průtok krve krční tepnou.

#### **Cíle bakalářské práce:**

- 1) Na základě literatury uveďte přehled současných přístupů při výpočtovém a experimentálním modelování proudění krve v krční tepně s dvojitou stenózou.
- 2) Vytvoření parametrického modelu geometrie idealizované krční tepny s dvěma stenózami umístěnými za sebou.
- 3) Vytvoření sítě pro výpočty metodou konečných prvků.
- 4) Analýza vlivu velikosti stenóz a jejich vzdálenosti na průtok krve.

**Seznam doporučené literatury:**

HOSKINS P. R., P. V. LAWFORD a B. J. DOYLE. Cardiovascular Biomechanics. Springer International Publishing AG, 2017. ISBN 3319464051.

BURŠA, J. Biomechanika srdečně-cévní soustavy. Elektronické studijní opory VUT v Brně

ZIENKIEWICZ, O.C. a R.L. TAYLOR. The Finite Element Method. Oxford: Butterworth-Heineman, 2011. ISBN 1856176304.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

.....  
prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

.....  
doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Abstrakt**

Cíl této bakalářské práce je analyzovat vliv dvojité stenózy na průtokové a napěťové charakteristiky v krční tepně. Nejprve je na základě uvedené literatury provedena rešerše ohledně proudění krve v arteriálním systému. Poté je popsán postup tvorby idealizovaných modelů tepny s dvojitou stenózou a postup tvorby sítě a numerického řešení. Modely mají různou velikost stenózy a různou vzdálenost mezi stenózami. V konečné fázi je provedena analýza výsledků nejprve pro stacionární proudění, poté je vybrán jeden model, na němž je provedena analýza pro pulsující proudění. Součástí této práce je i analytický výpočet tlakové ztráty a porovnání s numerickým výpočtem.

## **Klíčová slova**

proudění krve, krční tepna, stenóza, metoda konečných objemů

The aim of this bachelor's thesis is to analyse the effect of double stenosis on flow and stress characteristics in the carotid artery. First, based on the stated literature, a literature search is conducted regarding blood flow in the arterial system. Then, the procedure of creating idealized models of an artery with double stenosis and the procedure of mesh creation and numerical solution are described. The models have different size of the stenosis and different distance between stenosis. In the final stage, the results are analysed first for stationary flow, then one model is selected on which is performed the analysis for pulsating flow. Analytical calculation of pressure drop and comparison with numerical calculation is also part of this work.

## **Keywords**

blood flow, carotid artery, stenosis, finite volume method

### **Bibliografická citace**

LUKÁŠ, Petr. *Výpočtové modelování proudění krve v krční tepně s dvojitou stenózou*. Brno, 2021. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/129581>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Pavel Švancara.

### **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma *Výpočtové modelování proudění krve v krční tepně s dvojitou stenózou* zpracoval samostatně pod vedením pana Ing. Pavla Švancary, Ph.D. a uvedl veškeré zdroje, z nichž jsem čerpal.

V Brně dne 21. května 2021

.....

Petr Lukáš

### **Poděkování**

Tímto bych rád poděkoval panu Ing. Pavlu Švancarovi, Ph.D. za skvělé vedení při zpracování této bakalářské práce, za jeho cenné rady a připomínky.



# Obsah

1.	Úvod.....	10
2.	Kardiovaskulární systém.....	11
3.	Krev.....	12
3.1.	Složení krve.....	12
4.	Rozdělení neneutonských kapalin.....	14
5.	Tepny .....	16
5.1.	Rozdělení vrstev .....	16
5.2.	Rychlostní profil.....	17
5.2.1.	Vliv stenózy na rychlostní profil .....	18
5.3.	Vliv smykového napětí na růst aterosklerotického plátu.....	18
6.	Současné přístupy .....	20
7.	Praktická část .....	23
7.1.	Tvorba geometrie modelu .....	23
7.2.	Tvorba sítě.....	24
7.3.	Model materiálu a okrajové podmínky.....	25
7.4.	Analýza výsledků - stacionární proudění .....	27
7.4.1.	Rychlosti proudění .....	27
7.4.2.	Tlak .....	31
7.4.3.	Smykové napětí.....	34
7.5.	Analýza výsledků - pulsující proudění .....	35
7.5.1.	Rychlosti proudění v oblasti systoly a diastoly .....	35
7.5.2.	Tlak v oblasti systoly a diastoly .....	36
7.5.3.	Smykové napětí v oblasti systoly a diastoly .....	37
7.5.4.	TAWSS a OSI.....	38
7.6.	Analytické řešení.....	40
8.	Závěr .....	44
9.	Seznam použitých zdrojů .....	45
10.	Seznam zkratk .....	48

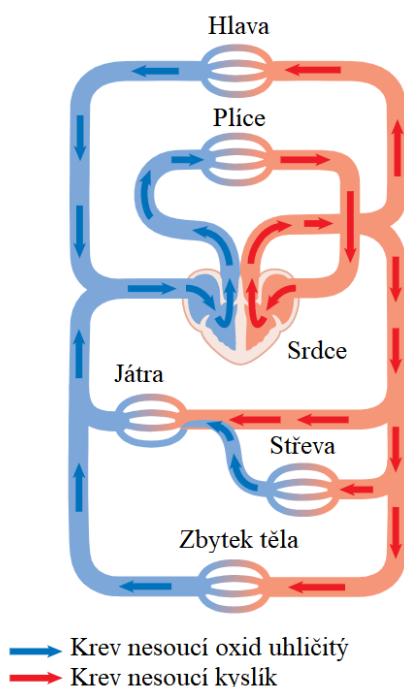
# 1. Úvod

Nemoc zvaná ateroskleróza omezuje průchod krve v cévách. Při příliš velkém zúžení nebo dokonce úplnému ucpaní cévy, například vlivem prasknutí aterosklerotického plátu, dochází k nedostatečnému prokrvování orgánů, což může vést k proděláním mrtvice či infarktu. S přibývajícím věkem se s největší pravděpodobností nikdo zúžení kdejaké cévy nevyhne, zejména při současném životním stylu, kdy lidé konzumují tabákové výrobky, zahrnují do své stravy tučné potraviny, mají nedostatek pohybu nebo se vystavují stresu.

Často zkoumaným a dosud ne úplně objasněným případem je výskyt více stenóz ve stromě krčních tepen. Stenózy ovlivňují jedna druhou, pokud nejsou od sebe příliš vzdáleny. Stenózy je možno chirurgicky odstranit, avšak poloha některých stenóz znemožňuje chirurgický zákrok provést. Otázkou tedy je, zda vůbec chirurgicky odstranitelnou stenózu vyjmout či ponechat, zda se při vyjmutí některé stenózy nezhorší podmínky proudění v daném cévním systému. Některé studie uvádějí výhody odstranění stenózy, jiné zase výhody ponechání stenózy.

## 2. Kardiovaskulární systém

Hlavním úkolem kardiovaskulárního systému, jenž je nastíněn na obrázku 2.1., je udržování koloběhu krve. To je realizováno pomocí uspořádání srdce a cév [2].



Obrázek 2.1 Znáornění krevního oběhu. Převzato a upraveno z [25]

Srdce je složeno ze specifické srdeční svaloviny umožňující provádět kontrakce, čímž funguje jako čerpadlo dodávající krvi potřebnou hnací sílu. Srdce se skládá z levé síně, pravé síně, levé komory a pravé komory. Do pravé síně vstupuje odkysličená krev, jež je následně vytlačena z pravé komory do plic, kde se krev okyslíčí. Okysličená krev se z plic přesune do levé síně a z levé komory je odvedena do okolních tkání. Regulace průtoku krve v srdci je umožněna chlopněmi [2] [3].

Cévy jsou trubkovité útvary sloužící k rozvádění krve. Dělí se na tepny, žíly a vlásenice [3]. Mezi největší cévy patří tepny, jež vedou krev směrem od srdce. Jejich průměr v lidském těle dosahuje až 30 mm a při větvení může nejmenší průměr dosáhnout až 1 mm. Žíly, jejichž průměr se pohybuje mezi 1-25mm, přivádějí krev do srdce. Oproti tepnám je jejich tloušťka stěny menší a jsou vystavovány menší hodnotou tlaku. Mezi nejmenší cévy patří vlásenice. Jejich průměr je v rozmezí 4-40  $\mu\text{m}$  a skládají se z tenké vrstvy endotelových buněk [1]. Jejich hlavním úkolem je dopravit krev do tkání pro dodání živin a odvedení odpadních látek [2].

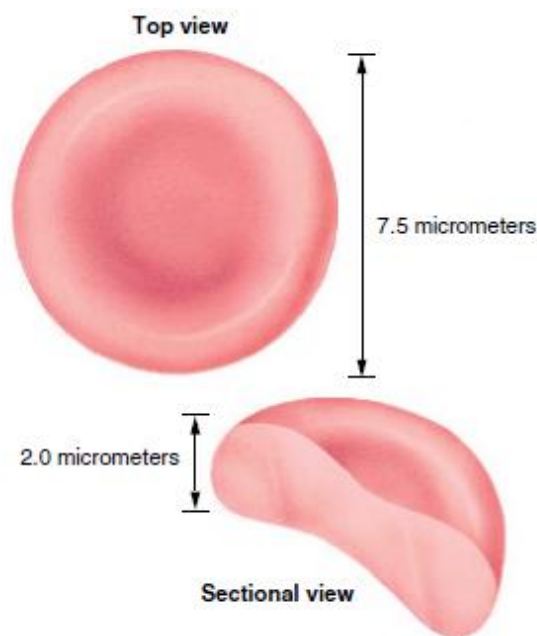
### 3. Krev

Krev se považuje za tekutý orgán, jenž koluje v lidském těle a uskutečňuje mnoho životně důležitých funkcí jako je vyživování tkání, odvádění odpadních látek, transport buněk či termoregulace. Skládá se jak z kapalných, tak z pevných složek, jež ovlivňují charakteristiky jejího proudění [3].

#### 3.1. Složení krve

Plazma - tvoří 50-60% objemu krve. Jedná se o kapalnou složku nažloutlé barvy. Převahou jejího složení je voda (90%), zbytek tvoří rozpuštěné látky jako jsou bílkoviny, elektrolyty a organické molekuly. Hlavním úkolem plazmy je transport pevných částic obsažených v krvi. Dále její rozpuštěné látky zachovávají běžné funkce organismu jako je například udržení osmotického tlaku, obrana proti infekcím a mnoho dalších [1] [2].

Červené krvinky - zaujímají 40-50% krve, z pevných složek mají tedy na proudění největší vliv. Jak je znázorněno na obrázku 3.1, jejich průměr je přibližně 7,5  $\mu\text{m}$  a výška 2  $\mu\text{m}$  a mají specifický bikonkávní tvar, jenž jim usnadňuje přenášet plyny [1].



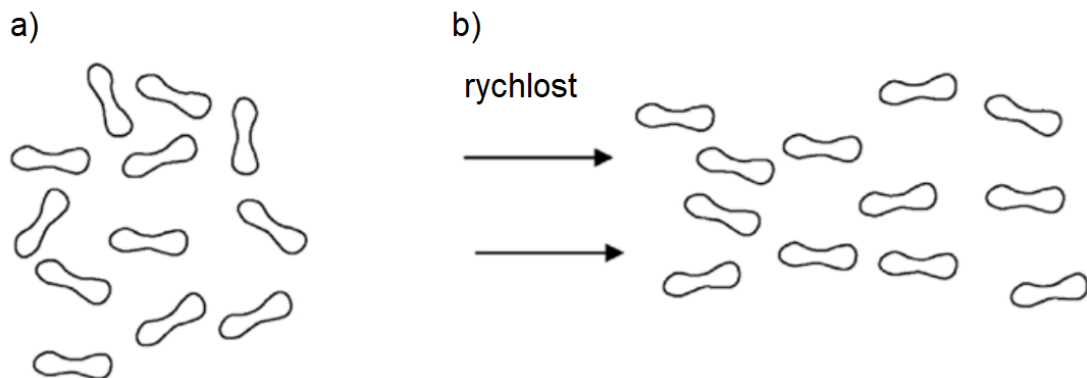
Obrázek 3.1. Geometrie a rozměry červených krvinek. Převzato z [8]

Červené krvinky mají tendenci se při malých smykových rychlostech shlukovat do většího celku. Jak je znázorněno na obrázku 3.2, vytvářejí vzájemně propojenou síť, čímž dochází k většímu odporu proudění [4].



Obrázek 3.2 Síť červených krvinek Převzato a upraveno z [5]

Další faktor související s odporem proudění je ten, že červené krvinky mají diskový tvar, je tedy podstatné jejich natočení vůči směru proudění. Natočení krvinek ovlivňují dva faktory. Prvním z nich je Brownův pohyb, jenž má za následek náhodný směr natočení, jak je zobrazeno na obrázku 3.3 a). Brownův pohyb se vyskytuje za každé situace. Druhým faktorem ovlivňující směr natočení je rychlost krve. Jak je znázorněno na obrázku 3.3 b), červené krvinky se při vyšších rychlostech usměrní ve směru proudu [4].



Obrázek 3.3. a) Náhodné uspořádání krvinek při klidovém režimu b) Usměrněné krvinky proudícím médiem Převzato a upraveno z [4]

Bílé krvinky - tvoří přibližně 0,7% objemu krve. Zbavují organismus škodlivých bakterií, virů a buněk.

Krevní destičky - Tvoří přibližně 0,3% objemu krve. Podílejí se na zástavě krvácení a regeneraci tkání [1].

## 4. Rozdělení neneutonských kapalin

Kapaliny jsou viskózní, při proudění neideální kapaliny v neideální nádobě, v níž kapalina proudí, dochází ke dvěma třecím účinkům. Prvním z nich je vzájemné vnitřní tření mezi atomy či molekulami kapaliny. U druhého dochází ke tření mezi kapalinou a nádobou. V důsledku toho rychlost kapaliny není na průřezu nádoby konstantní, u laminárního proudění na stěně nádoby je rychlost kapaliny nulová a se zvyšující se vzdáleností od nádoby rychlost kapaliny narůstá. Tento jev nazýváme smykovou rychlostí, na níž jsou závislé vizkozita a smykové napětí, a je dána vztahem:

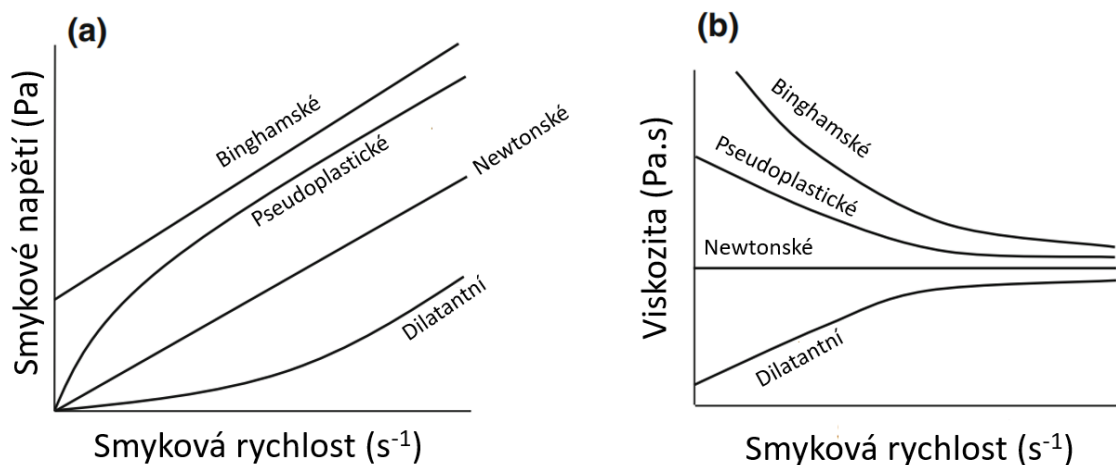
$$\dot{\gamma} = dv/dy \quad (4.1)$$

kde:

$dv$  je změna rychlosti

$dy$  je změna vzdálenosti ve směru kolmém na střednici nádoby

Na obrázku 4.1 je znázorněno chování newtonské kapaliny a neneutonských kapalin. U newtonské kapaliny smykové napětí lineárně roste s růstem smykové rychlosti a její viskozita není závislá na smykové rychlosti. U ostatních není v závislosti na smykové rychlosti konstantní viskozita a křivka smykového napětí může být oproti newtonskému chování posunutá či nelineární. [1].

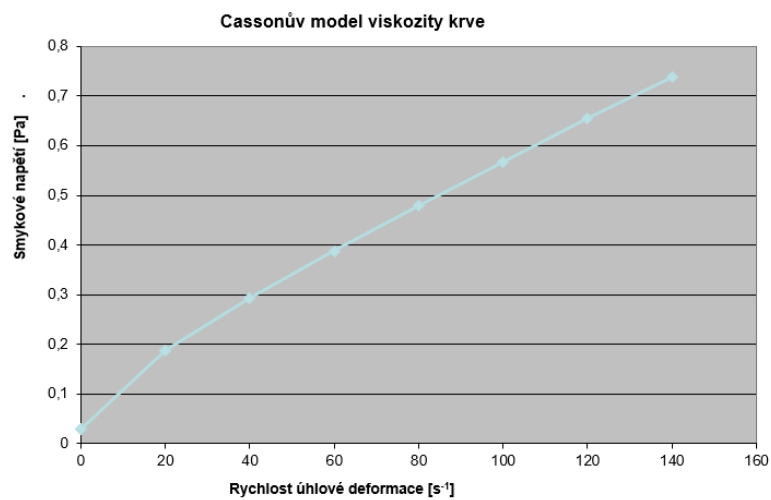


Obrázek 4.1 Grafy rozdělení neneutonských kapalin v závislosti a) smykového napětí na smykové rychlosti b) viskozity na smykové rychlosti Převzato a upraveno z [1]

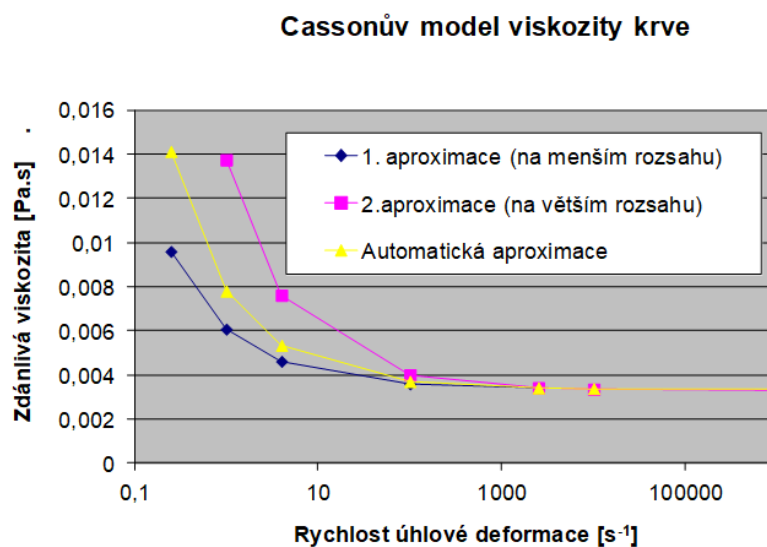
Krev se řadí mezi neneutonské kapaliny a charakter jejího chování je kombinací binghamského a pseudoplastického. U binghamského chování je třeba nejprve kapalinu vystavit určité hodnotě smykového napětí, aby kapalina proudila v nádobě. U pseudoplastického chování smykové napětí v závislosti na smykové rychlosti nejprve

roste nelineárně, poté lineárně. U obou těchto neneutonských chování klesá viskozita se zvyšující se smykovou rychlostí.

V určitých oblastech cévního systému je možno s malou odchylkou nahradit neneutonské chování krve newtonským. Krev ve velkých tepnách dosahuje vysokých smykových rychlostí, se zvyšující se smykovou rychlostí se také snižuje viskozita krve, jež konverguje ke konstantní hodnotě pohybující se mezi 3-4 mPa.s [1]. Někdy však určité faktory mají za následek příliš velkou chybu při uvažování krve jako newtonské kapaliny. Tyto faktory byly zahrnuty do různých modelů krve [9]. Na obrázku 4.2 je graf představující závislost smykového napětí na smykové rychlosti a na obrázku 4.3 je graf představující závislost viskozity na smykové rychlosti. Oba grafy byly vytvořeny z dat vypočítaných s využitím Cassonova modelu krve [3].



Obrázek 4.2 Závislost smykového napětí na smykové rychlosti krve Převzato z [3]



Obrázek 4.3 Závislost viskozity na smykové rychlosti krve Převzato z [3]

## 5. Tepny

Tepny můžeme rozdělit na 2 druhy. Prvním z nich jsou elastické, jež dosahují vyšších průměrů a nacházejí se blíže u srdce. Patří mezi ně krční tepna. Dalším druhem jsou svalové tepny [7].

Tepny jsou třívrstvé, jak je znázorněno na obrázku 5.1. Každá vrstva je charakterizována svými mechanickými vlastnostmi a tloušťkou stěny. Charakteristiku mechanických vlastností jednotlivých vrstev tvoří především množství elastinu a kolagenu. Elastin dodává dané vrstvě pružnost, kolagen pevnost [1].

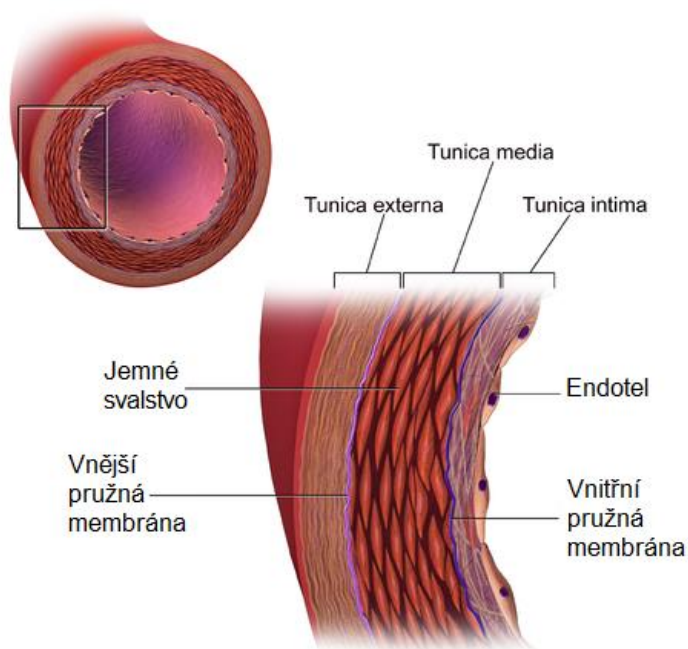
### 5.1. Rozdělení vrstev

Tunica intima - vnitřní pružná část tepny, jejíž tloušťka je u zdravého jedince několik mikrometrů [4]. Skládá se z endotelových buněk, jež jsou přímo v kontaktu s krví, a bazální membrány, na níž endotel usedá. S přibývajícím věkem vzniká pod endotelem subendoteliální vrstva, jež znehodnocuje vlastnosti intimy, její tloušťka se zvětšuje a klesá její pružnost. Tento jev má za následek nemoc zvanou ateroskleróza, v čemž spočívá ukládání různých látek uvnitř vrstvy jako jsou tukové látky, vápník, odpadní látky, kolagenová vlákna nebo fibrin. Hromaděním těchto látek vzniká tzv. aterosklerotický plát, jenž může výrazně pronikat do dutiny tepny.

Tunica media - střední část tepny, jež je z vnitřní a z vnější strany obklopena pružnou membránou. Skládá se z buněk jemného svalstva a z vláken elastinu a kolagenu. Uspořádání vláken dodává vrstvě vysokou pevnost, vlákna složek tvoří šroubovici s malým stoupáním, což umožňuje odolávat vysokým zatížením jak ve směru podélném, tak i v obvodovém.

Tunica externa - vnější vrstva tepny, jež je volně uložena v okolní pojivové tkáni. Její tloušťka závisí na typu tepny, u elastických je poměr tloušťky medie ku externě větší než u svalových tepen. Skládá se z fibroblastů produkující kolagen, fibrocytů produkující elastin a ze silnějších kolagenových vláken [7], jež mají velký význam při ochraně svalových vláken v medii, neboť při zvyšujícím se zatížení mají kolagenová vlákna tendenci se narovnávat, čímž externa dosahuje vysoké pevnosti [1].

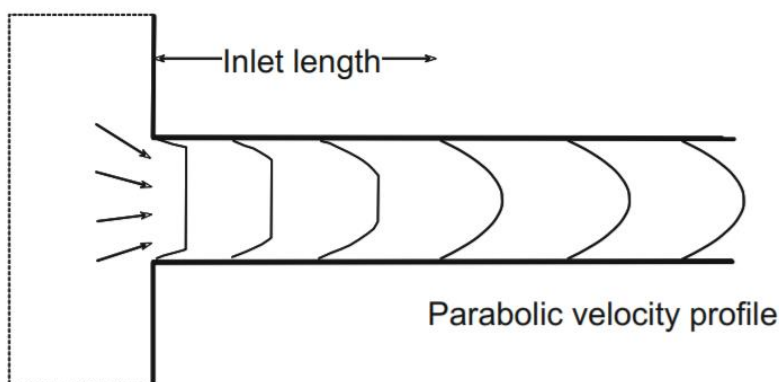




Obrázek 5.1 Struktura tepny převzato a upraveno z [6]

## 5.2. Rychlostní profil

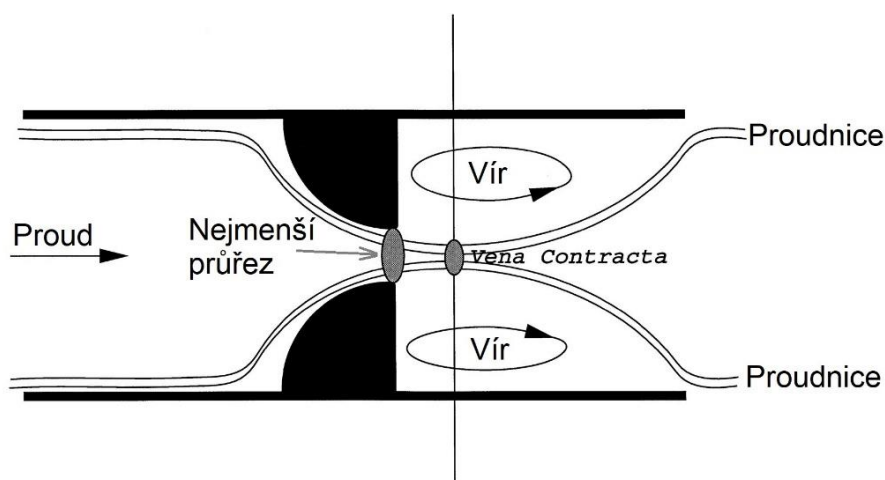
Když kapalina určitou dobu proudí v ideální trubce, křivka jejího rychlostního profilu je parabolická. Cévy však nejsou ideálně rovné, průtok krve může být ovlivněn stenózou či aneurysmatem. Při vstupu kapaliny do odlišující se geometrie trubky se deformuje její rychlostní profil. Na obrázku 5.2 je znázornění rychlostního profilu kapaliny vstupující do rovné dlouhé trubky, kde se rychlostní profil na vstupu podobá obdélníkovému tvaru a po dosažení určité vzdálenosti se proud ustálí a křivka rychlostního profilu má tvar paraboly [1].



Obrázek 5.2 Průběh rychlostního profilu kapaliny při vstupu do rovné dlouhé trubky. Převzato z [1]

### 5.2.1. Vliv stenózy na rychlostní profil

Ze zachování průtoku vychází, že kapalina vstupující do geometrie o menším průřezu zvyšuje svou rychlost, tudíž největší rychlost by měla být v místě nejmenšího průřezu. Vlivem zakřivující se geometrie se však zakřivuje i směr proudnic, jež si při výstupu z nejmenšího průřezu zachovávají svůj směr. Největší rychlost tedy není v místě nejmenšího průřezu, nýbrž kousek před nejmenším průřezem v místě, kde směr proudnic dosáhne směru osy tepny. Obrázek 5.3 znázorňuje proudění skrz tepnu se stenózou. Před výstupem z nejmenšího průřezu tepny je o určitou délku vzdálen nejmenší průřez proudu známý jako Vena Contracta. I po dosažení tohoto bodu se směr proudnic dále zakřivuje a před stenózou vzniká vír [1].



Obrázek 5.3 Znáornění proudu uvnitř tepny se stenózou. Převzato z [10]

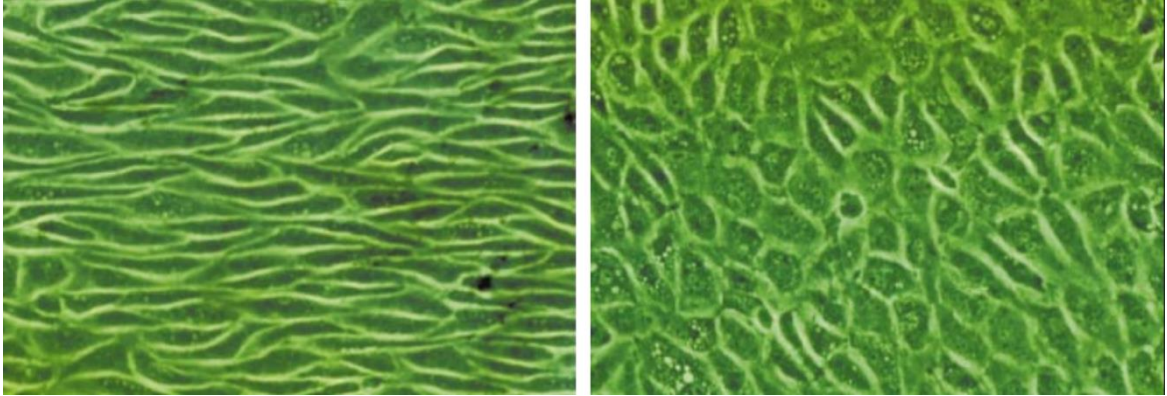
### 5.3. Vliv smykového napětí na růst aterosklerotického plátu

Tepny jsou pod neustálým zatížením. Jsou předepjaté, tudíž i kdyby na ně nepůsobil vliv proudění krve, stále by napětím byly vystavovány. Uvnitř těla jsou natažené, při vyjmutí tepny z těla se tepna zkrátí, navíc po následném podélném rozříznutí se otevře. Tepny jsou vlivem krve vystavovány tlakem a smykovým napětím. Hodnota smykového napětí hraje důležitou roli pro růst aterosklerotického plátu. Lidské tělo má tendenci zachovávat konstantní hodnotu smykového napětí. Pokud by se např. vlivem fyzické zátěže náhle zvýšil průtok krve, zvýšilo by se i smykové napětí, cévy jsou však pružné a smykové napětí jsou schopny regulovat změnou průtokového průřezu, tudíž při zvýšení průtoku krve se pro zachování hodnoty smykového napětí zvýší průměr cévy. Platí to i v případě snížení průtoku, kdy se průměr cévy naopak zmenší [1]. Na obrázku 5.4 jsou znázorněny endotelové buňky při různých podmínkách. Fyziologická hodnota smykového napětí ve zdravých tepnách je 1,5 – 2 Pa. Při takových podmínkách jsou endotelové buňky uspořádané ve směru proudu krve. Kritická hodnota smykového napětí je 0,4 Pa, pod touto hodnotou jsou endotelové buňky náhodně orientované a špatně plní

svou funkci těsnit, což napomáhá k růstu aterosklerotického plátu [11]. Každopádně i při dokonalých fyziologických podmínkách a při dokonalé orientaci může docházet k prosakování kvůli kruhovému tvaru endotelových buněk [12].

a) Smykové napětí  $\tau > 1,5$  Pa

b) Smykové napětí  $\tau < 0,4$  Pa



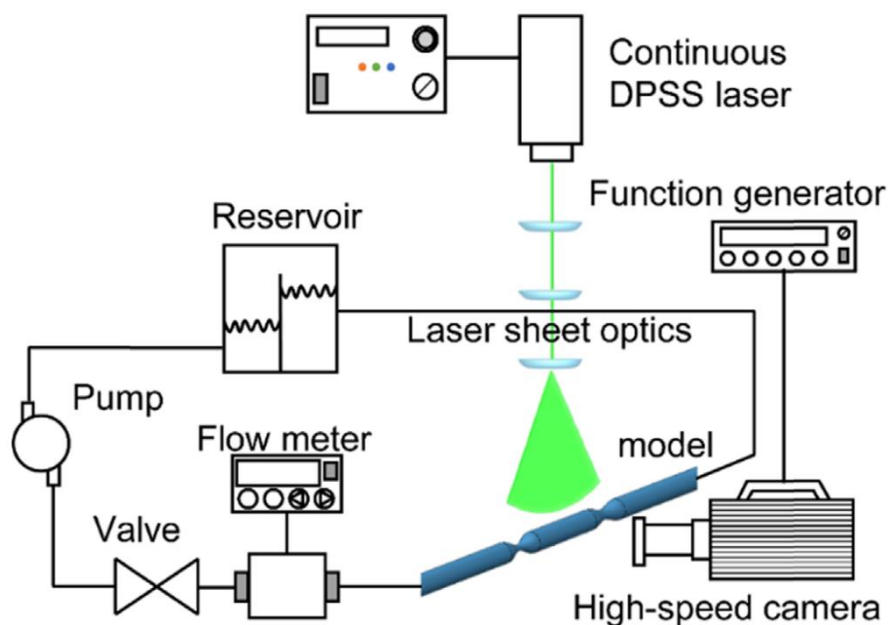
Obrázek 5.4 Znárodnění orientace endotelových buněk na aortě krávy při různých hodnotách smykového napětí. Převezato a upraveno z [11]

## 6. Současné přístupy

Tato kapitola obsahuje vybrané články, jež se zabývají prouděním krve skrz tepnu s dvojitou stenózou.

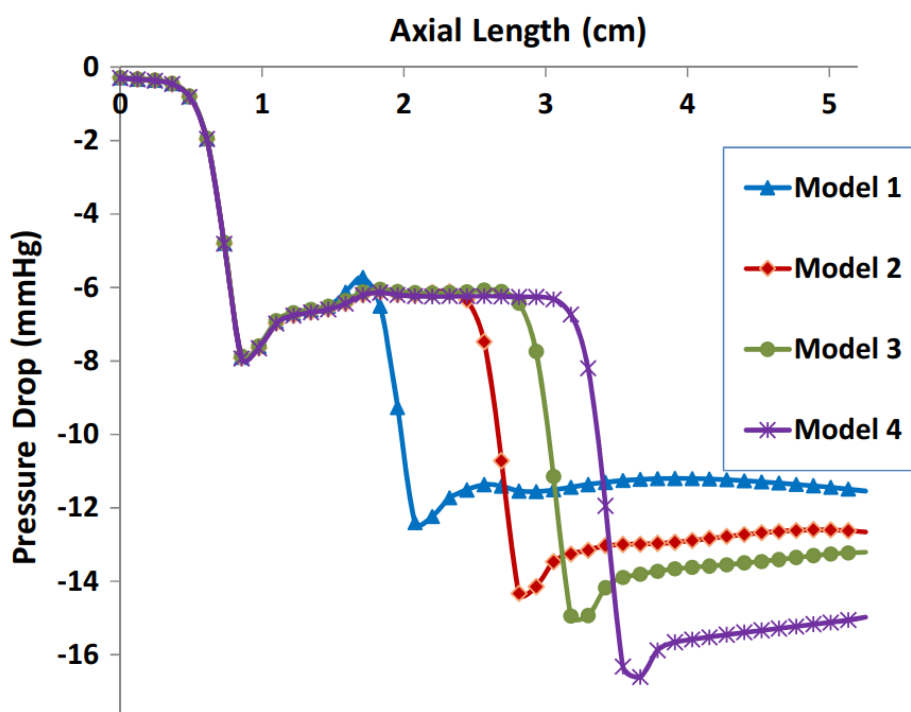
V článku [13] z roku 2016 zkoumali proudění krve na modelu arteriálního stromu s několika stenózami. Dva pacienti byli podrobena CTA skenováním, v němž spočívá aplikování jodové substance dovnitř cévy. Po následném vystavení rentgenového záření se vytvoří 3D model dané cévní soustavy. Metodou konečných objemů poté v programu ANSYS Fluent počítali průběhy průměrného smykového napětí TAWSS a oscilační smykový index OSI. Uvedli, že se zvyšující se vzdáleností mezi dvěma stenózami roste maximální hodnota tlaku v oblasti mezi stenózami.

V článku [14] z roku 2016 provedli experiment na reálném modelu z umělé hmoty. Analyzovali proudové charakteristiky v cévě s dvěma stenózami umístěnými za sebou. Vytvořili několik variant modelu, kde kombinovali vzdálenost mezi stenózami, objemový průtok a velikost stenózy z hlediska škrcení průtočné plochy. Jako proudící médium použili směs různých látek, jejíž vlastnosti se podobají vlastnostem krve, a přidali malé částice polymethylmethakrylátu, jež umožňují pomocí laseru snímat rychlost kapaliny. Při provedení experimentu zjistili, že při zmenšující se délce mezi stenózami se zvyšuje pravděpodobnost vzniku turbulentního proudění mezi stenózami. Obrázek 6.1 byl zkopírován z článku a je v něm znázorněno schéma nastavení experimentu.



Obrázek 6.1 Schéma nastavení experimentu. Převzato z [14]

V článku [15] z roku 2018 zkoumali vliv distální stenózy při průchodu krve v koronární tepně s dvojitou stenózou. Pro získání modelu tepny provedli u pacienta intravaskulární ultrazvuk společně s angiografií, byly vytvořeny 4 modely s odlišnou vzdáleností mezi stenózami. Metodou konečných prvků byl následně proveden numerický výpočet v programu COMSOL 5.2a. Zjistili, že distální stenóza má vůči proudění zanedbatelný vliv v oblasti mezi vstupem a poststenotickou oblastí proximální stenózy. Obrázek 6.2, jenž byl zkopírován z článku, znázorňuje průběhy tlaků pro jednotlivé varianty modelů. U modelu 1 je vzdálenost mezi stenózami přibližně  $3,9xD$ , u modelu 2 je vzdálenost  $6,3xD$ , u modelu 3 je vzdálenost  $7,5xD$ , u modelu 4 je vzdálenost  $8,7xD$ . D vyjadřuje střední hodnotu průměru vypočítanou z průměrů na vstupu a na výstupu.

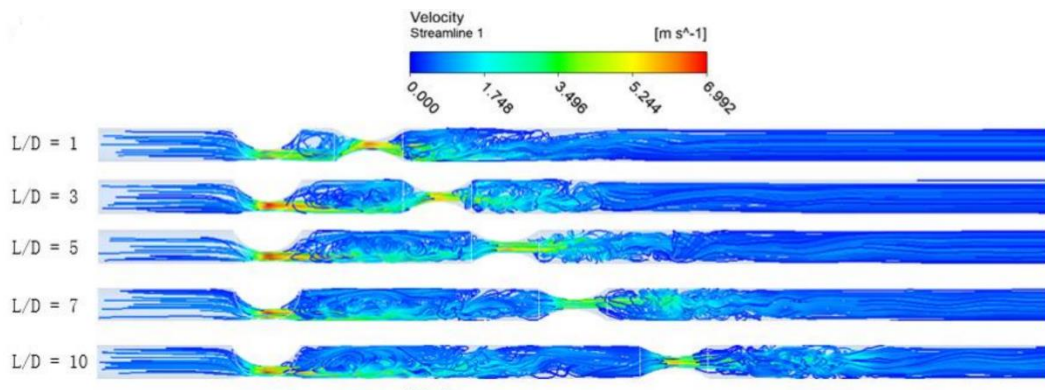


Obrázek 6.2 Graf zobrazující průběhy tlaků pro různé varianty vzdáleností mezi stenózami. Převzato z [15]

V článku [16] z roku 2019 použili magnetickou rezonanci pro zobrazení rozvětvení krkavice, jež se větví na vnitřní a vnější krční tepnu. U pacienta se objevila dvojitá stenóza na vnitřní krční tepně a samostatná stenóza na krkavici. Autoři vytvořili další 3 modely, z nichž odstranili stenózy. Z jednoho modelu byla odstraněna stenóza na krkavici, z druhého dvojitá stenóza na vnitřní krční tepně a z třetího byly odstraněny obě. Výpočet proběhl v programu ANSYS Fluent. V porovnání mezi dvojitou stenózou a samostatnou stenózou výpočet prokázal vyšší hrozbu dvojité stenózy z hlediska hodnot smykových napětí. Je však předpokládáno, že stenóza v krkavici má významný podíl pro vznik

stenózy ve vnitřní krční tepně. Součástí tohoto článku je také odebrání vzorku z aterosklerotického plátu. U obou stenóz se objevilo množství vápníku a lipidů.

V článku [17] z roku 2019 vytvořili model cévy s excentrickou a koncentrickou stenózou umístěné za sebou. Zkoumali, jak vzdálenost mezi stenózami ovlivňuje FFR a iFR měření a jak se změní hemodynamické vlastnosti krve. Pro jednotlivé modely byly vypočteny výsledky pomocí programu ANSYS Fluent. Výsledky prokázaly, že se zmenšující se vzdáleností mezi stenózami roste chyba při měření FFR a vzdálenost mezi stenózami nemá na chybu vliv, pokud je aspoň sedmkrát vyšší než průměr tepny. Při měření iFR má vzdálenost mezi stenózami zanedbatelný vliv. Obrázek 6.3 byl zkopírován z článku a jsou v něm znázorněny proudnice pro různé varianty vzdáleností mezi stenózami.



Obrázek 6.3 Znárodnění proudnic pro modely s různými vzdálenostmi mezi stenózami. Převzato z [17]

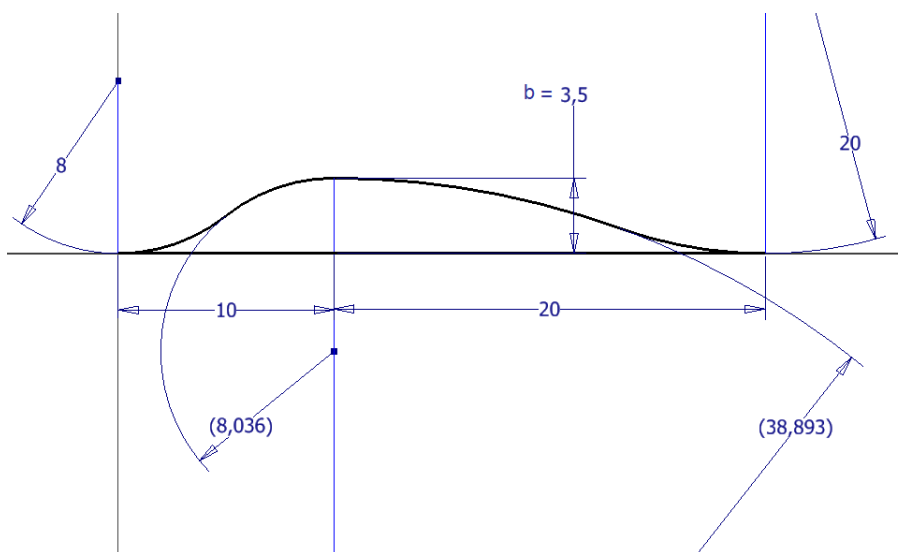
V článku [22] z roku 2016 provedli experiment ke zjištění tlakového poklesu v závislosti na vzdálenosti mezi dvěma stenózami při laminárním a turbulentním proudění. Experiment byl proveden na speciálním stole pomocí čerpadla řízeného počítačem umožňující určovat podmínky proudění. Stenózy byly vyrobeny z plexiskla a vymodelovány do tvaru trubky s vnitřním zkosením na obou koncích. V experimentu bylo možné měnit vzdálenost mezi stenózami a na určitých místech měřit tlakovou změnu. Jako proudící médium byla použita destilovaná voda a experiment probíhal při teplotách 25,1 - 25,3 °C. Uvedli, že tlaková ztráta skrz dvojitou stenózu je menší než dvojnásobek tlakové ztráty skrz jednu stenózu a se zvyšující se vzdáleností mezi stenózami se tlaková ztráta skrz dvojitou stenózu blíží hodnotě dvojnásobku tlakové ztráty skrz jednu stenózu.

## 7. Praktická část

Úkolem této kapitoly je vytvořit několik variant idealizovaných modelů krční tepny s dvojitou stenózou. Modely se budou lišit velikostí stenózy a vzdáleností mezi stenózami a následně analyzovat proudové a napěťové charakteristiky. U jednoho modelu bude stenóza zasahovat do dutiny tepny ve výšce 25% průměru tepny, druhá 50% a třetí 75%. Vzdálenosti mezi stenózami budou 1xD (1x průměr tepny), 3xD, 6xD a 10xD.

### 7.1. Tvorba geometrie modelu

V článku [18] provedli měření vnitřní krční tepny u 500 pacientů. Výsledky ukázaly u žen vnitřní průměr vnitřní krční tepny  $4,66 \pm 0,78$  mm a u mužů  $5,11 \pm 0,87$  mm. Pro tuto bakalářskou práci byl volen vnitřní průměr modelu tepny 4,6 mm. Tvar aterosklerotického plátu byl převzat z článku [21]. Model krční tepny byl vymodelován jako ideální válcové těleso a byl vytvořen v programu Autodesk Inventor Professional. U náčrtu, jenž je zobrazen na obrázku 7.1, byl proveden příkaz „Vysunutí“ ve směru kolmém na střednici tepny. Hodnota  $b$  je volena tak, aby se výška stenózy rovnala 50% průměru tepny. Stejně tak je to i u 25% a 75% stenózy. Při změně hodnoty  $b$  se pro zachování vazeb změnila hodnota v kulatých závorkách. Při tvorbě modelu do konečné fáze se délka stenózy změnila na 19 mm.



Obrázek 7.1 Náčrt znázorňující rozměry v mm a tvar 50% stenózy

Po délce stenózy byla vysunuta trubka s vnitřním průměrem 4,6 mm tak, aby stenóza zasahovala do 50% vnitřního průměru. Odstraněním přebytečného materiálu vznikl model stěny tepny. Bylo však třeba vytvořit model vnitřního prostoru tepny, v němž proudí krev. Do tepny se tedy vysunul válec. Po příkazu „Kombinovat“ se vytvořil model reprezentující vnitřní objem tepny se stenózou, v němž proudí krev. Model byl zkopírován u umístěn za druhým modelem, byl tedy vytvořen model tepny s dvěma stenózami umístěnými za sebou s příslušnou vzdáleností mezi stenózami. Model byl dále

pro usměrnění toku při numerickém výpočtu prodloužen na obou koncích o  $5 \cdot D = 5 \cdot 4,6 = 23$  mm. Celkový model geometrie je zobrazen na obrázku 7.2.



Obrázek 7.2 Geometrie idealizované tepny s dvěma stenózami umístěnými za sebou, 50 % stenóza

## 7.2. Tvorba sítě

Síť je tvořena tetra prvky a prizmatickými vrstvami u stěny modelu tepny. Pro analýzu vlivu velikosti prvku na výsledky byla vybrána geometrie modelu s 50% stenózami a se vzdáleností 1D mezi stenózami. Z důvodu časové náročnosti výpočtu a úspory místa na disku je síť tvořena 3 530 460 prvky a je zobrazena na obrázku 7.3. Celkový počet prvků je různý pro jednotlivé varianty zúžení tepny a vzdálenosti mezi stenózami a pohybuje se v rozmezí od 3 146 566 do 5 084 248. Základní velikost prvku je 0,105 mm. Na stěně modelu bylo použito 7 prizmatických vrstev, 1. vrstva má výšku prvku  $D/200$ , tedy  $4,6/200 = 0,0023$  mm, další vrstvy se zvětšují s násobkem 1,2.



Obrázek 7.3 Znáornění sítě modelu 50% stenózy v příčném řezu a) na výstupu modelu b) v oblasti stenózy



### 7.3. Model materiálu a okrajové podmínky

Proudění bylo řešeno přes metodu konečných objemů a pro numerický výpočet byl použit program ANSYS Fluent. Proudění bylo uvažováno nejdříve jako stacionární, poté bylo pro jeden model použito pulsující proudění. V článku [19] jsou použity různé modely krve ke zkoumání smykových napětí v pravé koronární tepně. Z tohoto článku jsou v numerickém výpočtu této bakalářské práce použity hodnoty pro Carreau model, jehož viskozita je popsána rovnicí:

$$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty})[1 + (\lambda\dot{\gamma})^2]^{\frac{n-1}{2}} \quad (7.1)$$

kde:

$\mu$  je skutečná viskozita při daných podmínkách proudění [Pa.s]

$\mu_{\infty}$  je viskozita při nekonečném smykovém napětí a její hodnota je 0,00345 Pa.s

$\mu_0$  je viskozita při nulovém smykovém napětí a její hodnota je 0,056 Pa.s

$\lambda$  je relaxační index a jeho hodnota je 3,313 s

$\dot{\gamma}$  je smyková rychlost [ $s^{-1}$ ]

$n$  je reologický index [-]

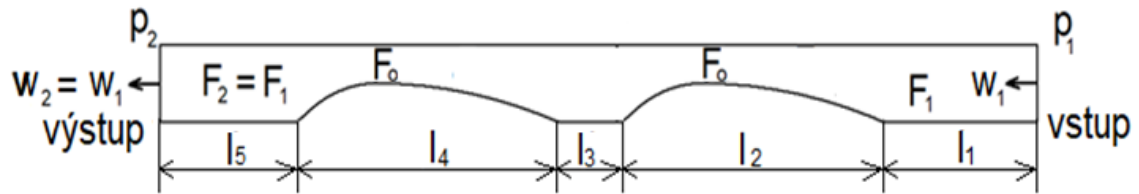
Pro doplnění jsou na obrázku 7.4 další modely neneutonské krve.

Model	Equation	Non-Newtonian Properties
Carreau-Yasuda	$\mu = \mu_{\infty} + \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{[1 + (\lambda\dot{\gamma})^a]^{\frac{1-n}{a}}}$	shear thinning
Casson	$\tau^{1/2} = (k\dot{\gamma})^{1/2} + \tau_o^{1/2}$	yield stress
Power law	$\tau = k\dot{\gamma}^n$	shear thinning
Cross	$\mu = \mu_{\infty} + \frac{\mu_0 - \mu_{\infty}}{1 + \lambda\dot{\gamma}^m}$	shear thinning
Herschel-Bulkley	$\tau = k\dot{\gamma}^n + \tau_o$	shear thinning, yield stress
Oldroyd-B	$\boldsymbol{\tau} + \lambda_1 \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} = \mu_0 \left( \dot{\boldsymbol{\gamma}} + \lambda_2 \overset{\nabla}{\dot{\boldsymbol{\gamma}}} \right)$	viscoelasticity
Quemada	$\mu = \mu_p \left( 1 - \frac{k_0 + k_{\infty} \sqrt{\dot{\gamma}/\dot{\gamma}_c}}{2(1 + \sqrt{\dot{\gamma}/\dot{\gamma}_c})} \phi \right)^{-2}$	shear thinning
Yeleswarapu	$\mu = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \frac{1 + \ln(1 + \lambda\dot{\gamma})}{1 + \lambda\dot{\gamma}}$	shear thinning
Bingham	$\tau = k\dot{\gamma} + \tau_o$	yield stress
Eyring-Powell	$\mu = \mu_{\infty} + \frac{(\mu_0 - \mu_{\infty}) \sinh^{-1}(\lambda\dot{\gamma})}{\lambda\dot{\gamma}}$	shear thinning
Ree-Eyring	$\tau = \tau_c \sinh^{-1} \left( \frac{\mu_0 \dot{\gamma}}{\tau_c} \right)$	shear thinning

Obrázek 7.4 Neneutonské modely krve

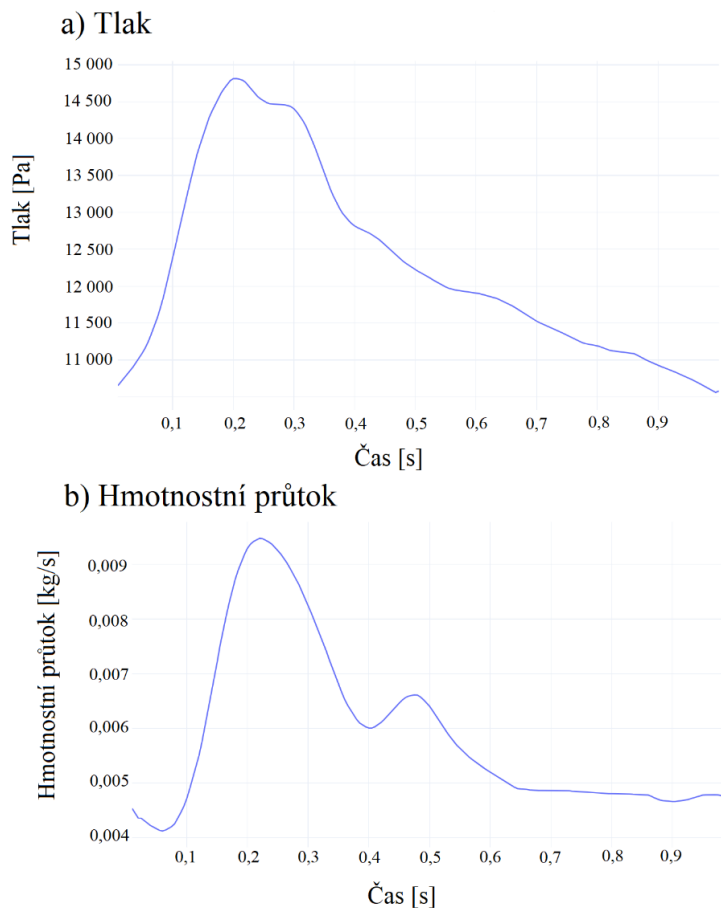
Na obrázku 7.5 je znázorněna geometrie tepny s dvojitou 50% stenózou s příslušnými veličinami:  $p_1$ ,  $p_2$  jsou tlaky na vstupu a výstupu,  $F_1$  je průtočná plocha, jež není ovlivněna stenózou,  $F_o$  je nejmenší průtočná plocha,  $w_1$ ,  $w_2$  jsou průtočné rychlosti na vstupu a

výstupu,  $l_{1-5}$  jsou délky na jednotlivých úsecích,  $l_1 = l_5 = 0,023$  m,  $l_2 = l_4 = 0,019$  m,  $l_3 = 0,0046$  m.



Obrázek 7.5 Znárodnění geometrie tepny s dvojitou 50% stenózou při pohledu z boku

Hmotnostní průtok a tlak byly voleny podle článku [20], kde byly při pulsujícím cyklu obě veličiny počítačovou simulací měřeny a vykresleny do grafů. Časové průběhy těchto veličin byly digitalizovány pomocí programu WebPlotDigitizer. Program vytvořil hodnoty hmotnostního průtoku a tlaku v čase 0-1 sekund s časovým krokem 0,005 s. Na obrázku 7.6 jsou znázorněny grafy pro průběh tlaku a hmotnostního průtoku v čase 0-1 s.



Obrázek 7.6 Graf pro a) tlak b) hmotnostní průtok pro pulsující cyklus v čase 0-1 s

Pro stacionární proudění byl tlak  $p$  volen 13 000 Pa a hmotnostní průtok  $Q_m$  byl volen 0,009 kg/s, což jsou fyziologické podmínky odpovídající systole. Z hmotnostního průtoku se vypočítá průměrná rychlost rychlostního profilu  $w_1$  na vstupu, jež je dána vztahem:

$$w_1 = \frac{Q_m * 4}{\rho * \pi * D^2} \quad (7.2)$$

kde  $\rho$  je hustota krve, jejíž hodnota je 1060 kg/m<sup>3</sup> [1]

$$w_1 = w_2 = \frac{0,009 * 4}{1060 * \pi * 0,0046^2} = 0,5109 \text{ m/s}$$

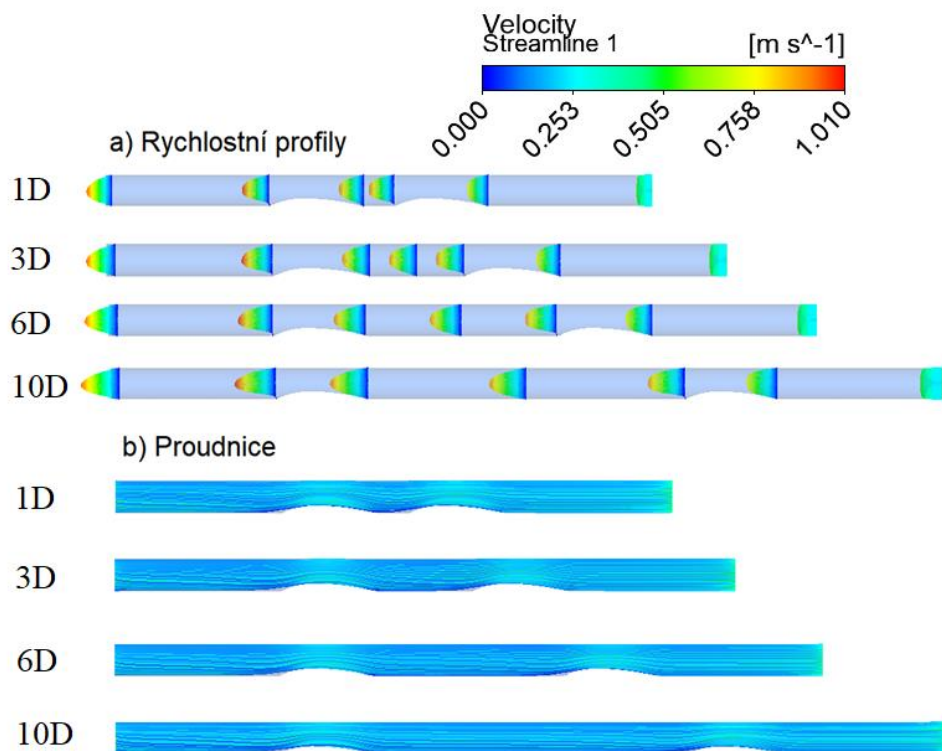
Jako další krok bylo proudění uvažováno jako pulsující a počítáno pomocí přechodové analýzy.

Po zadání hodnot do programu byl spuštěn výpočet, jenž probíhal na počítači s 64bitovým operačním systémem, pamětí 8GB RAM (použitelné 7,9GB) a 4jádrovým procesorem. Pro 50% stenózu výpočet stacionárního proudění trval 51 minut a bylo provedeno 248 iterací.

## **7.4. Analýza výsledků - stacionární proudění**

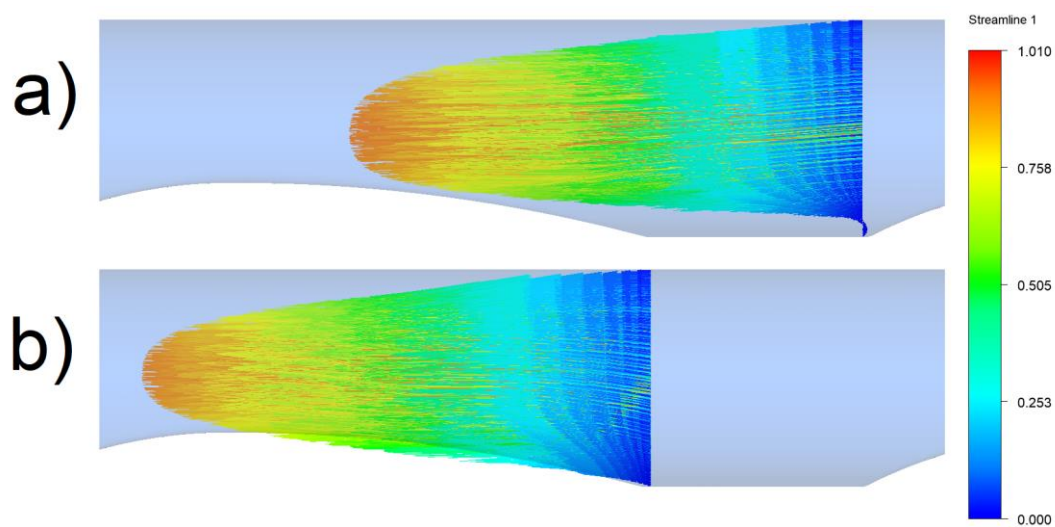
### **7.4.1. Rychlosti proudění**

Na obrázku 7.7 jsou pro všechny varianty 25% stenózy zobrazeny rychlostní profily ve vybraných řezech modelu a proudnice po celé délce modelu. Při pohledu na obrázek je na vstupu zploštělý rychlostní profil. Ten vzniká kvůli zadávání okrajových podmínek do numerického výpočtu, rychlostní profil na vstupu modelu se podobá obdélníkovému tvaru.



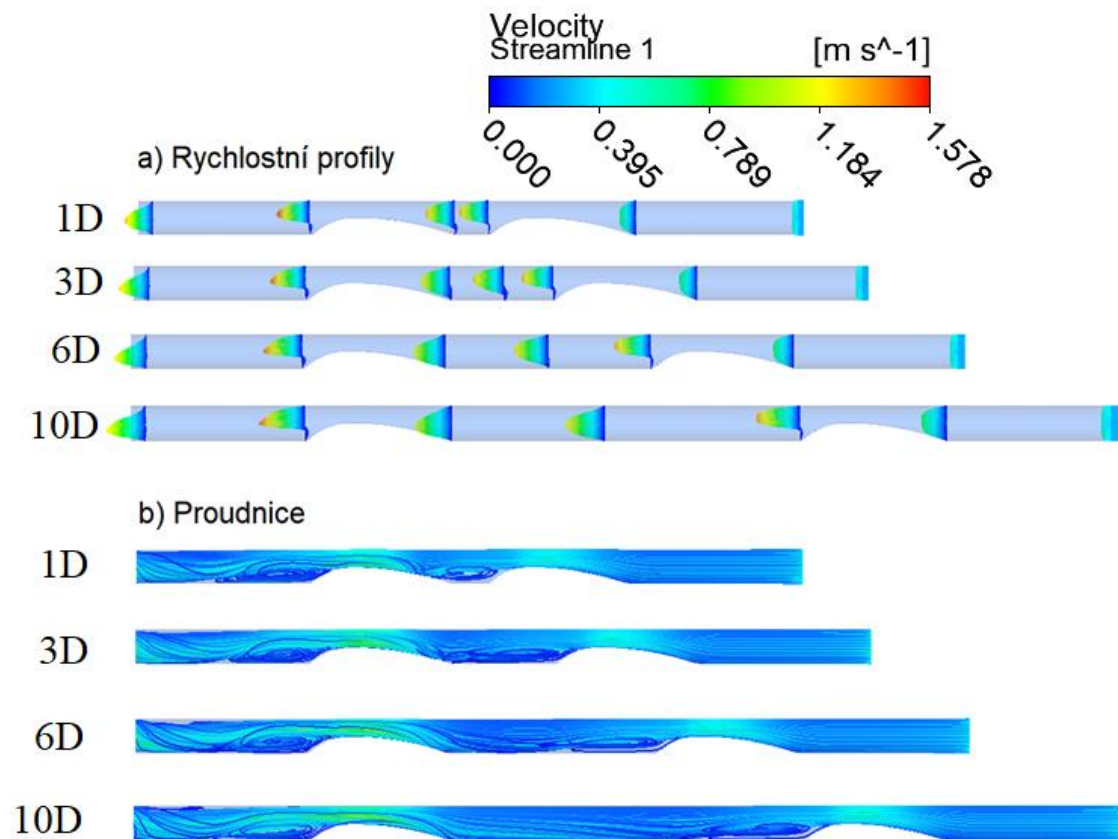
Obrázek 7.7 Znáornění a) rychlostních profilů ve vybraných řezech b) proudnic pro všechny varianty modelů s 25% stenózami

Po výstupu z 1. a 2. stenózy vzniklo slabé zavíření. Na obrázku 7.8 jsou znázorněny rychlostní profily na výstupu z 1. stenózy a na vstupu z 2. stenózy pro variantu 1D. Z vypočtených výsledků je vidět, že v oblasti na výstupu 1. stenózy dochází ve spodní části ke vzniku recirkulačního proudění.

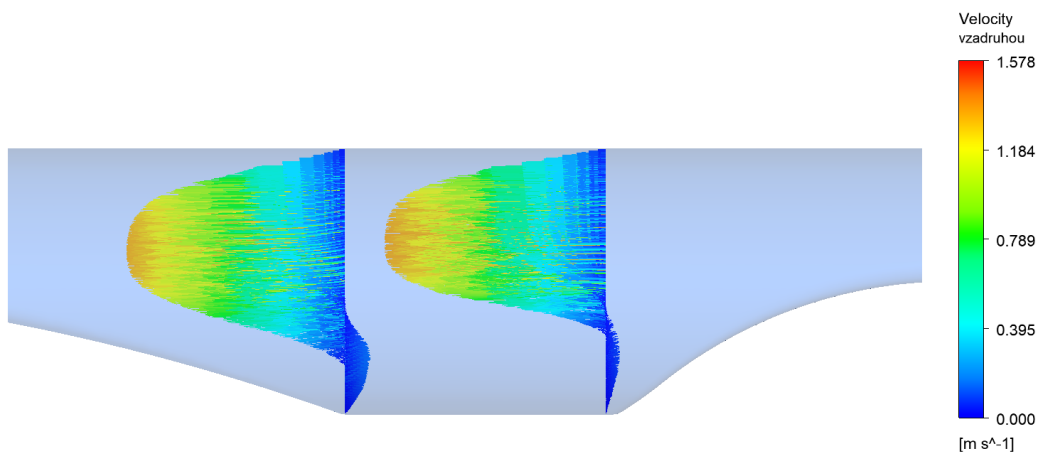


Obrázek 7.8 Znáornění rychlostních profilů 25% stenózy s délkou mezi stenózami 1D a) na výstupu z 1. stenózy b) na vstupu do 2 stenózy

Na obrázku 7.9 jsou pro všechny varianty 50% stenózy zobrazeny rychlostní profily ve vybraných řezech modelu a proudnice po celé délce modelu. Z obrázku je patrné, že v porovnání s 25% stenózou vznikají u 50% stenózy silnější víry. Rychlostní profil na vstupu do 1. stenózy se výrazně liší od vstupu do 2. stenózy. Z obrázku 7.9 je patrné, že po výstupu z 2. stenózy je zavíření mohutnější než z 1. stenózy. Pro varianty 6D a 10D dochází k uklidnění víření před vstupem do druhé stenózy. U variant 1D a 3D se zavíření neuklidnilo a na obrázku 7.10 jsou znázorněny rychlostní profily na výstupu 1. stenózy a na vstupu 2. stenózy pro variantu 1D.

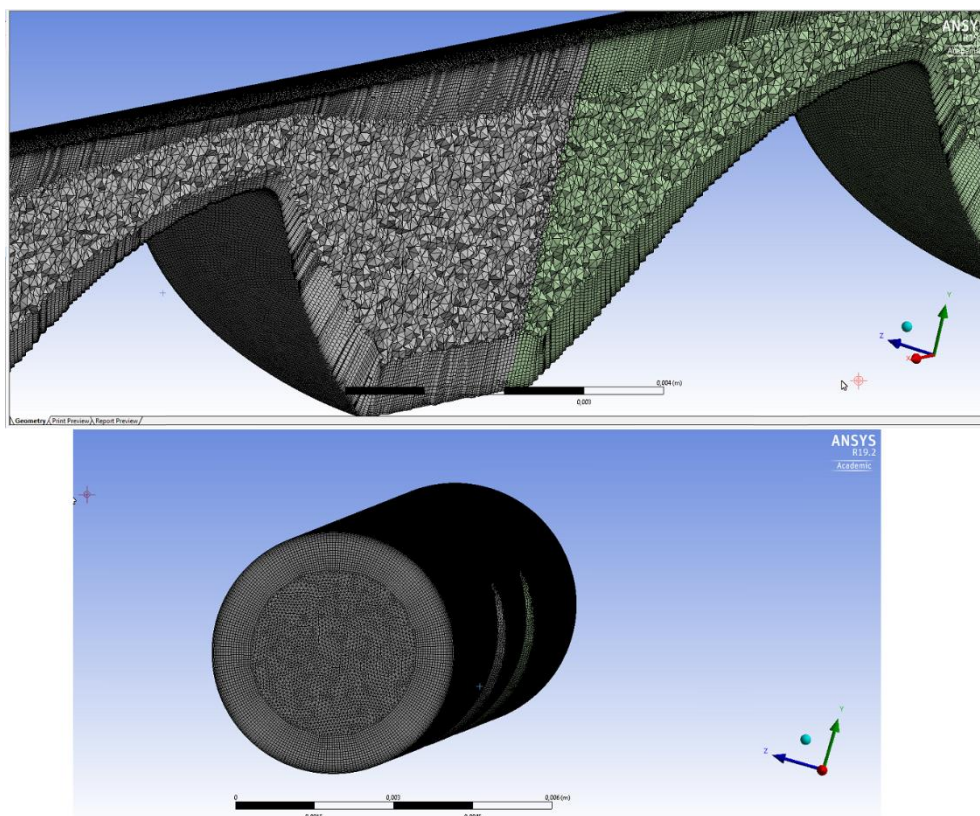


Obrázek 7.9 Znázornění proudu pro všechny varianty 50% stenózy a) rychlostními profily na vybraných řezech b) proudnicemi po celé délce modelu. Vykresleno 500 proudnic



Obrázek 7.10 Znáornění rychlostních profilů v oblasti mezi stenózami na modelu s 50% stenózou s délkou mezi stenózami 1D. Vpravo je rychlostní profil na výstupu z 1. stenózy, nalevo je rychlostní profil na vstupu do 2. stenózy

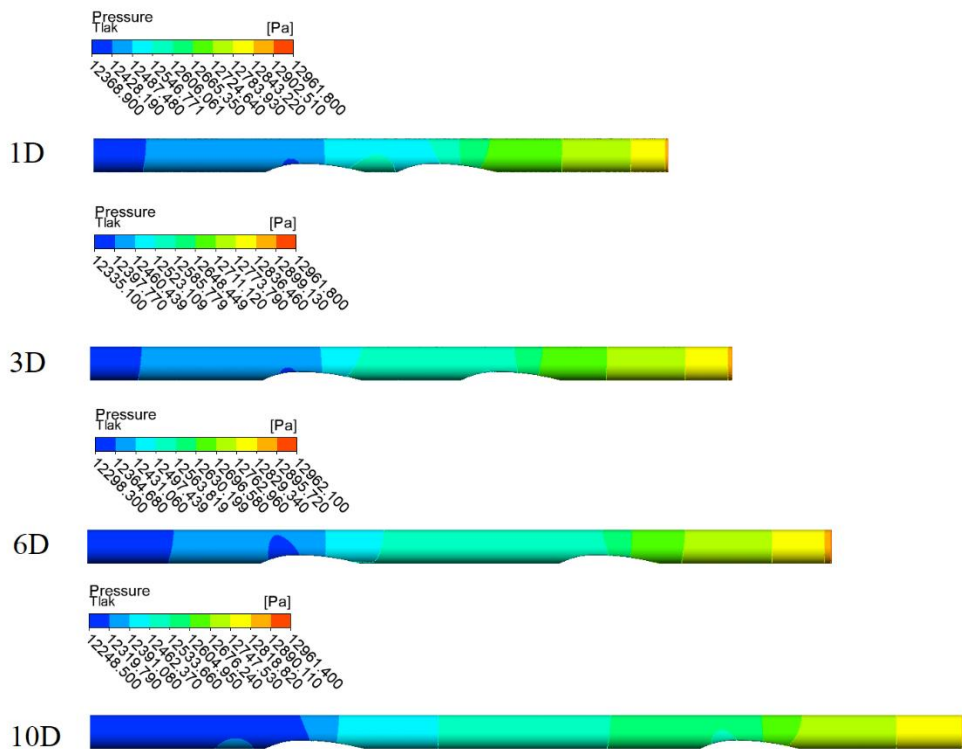
V rámci této bakalářské práce byly ještě vytvořeny modely se 75% stenózou. Výpočet však s použitím příslušné sítě nekonvergoval. Na obrázku 7.11 je síť modelu 75% stenózy s délkou mezi stenózami 1D s počtem prvků 18 miliónů. I při použití této sítě výsledky nekonvergovaly.



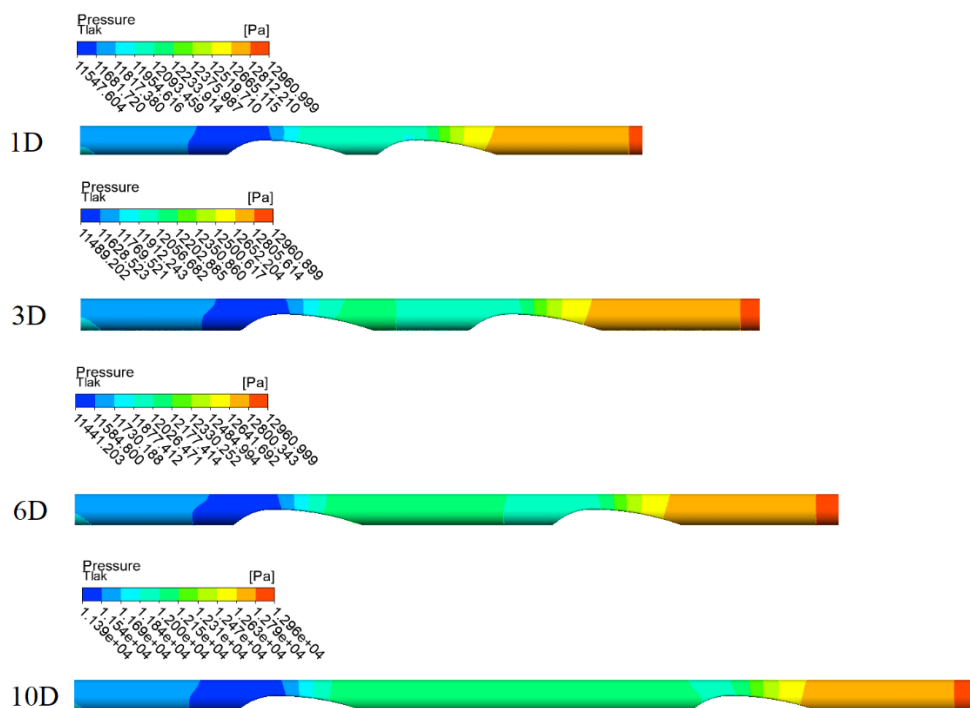
Obrázek 7.11 Síť s 18 miliony prvků vytvořená na modelu tepny se 75% stenózou a délkou mezi stenózami 1D

## 7.4.2. Tlak

Na obrázku 7.12 jsou průběhy tlaků 25% stenózy pro jednotlivé varianty, na obrázku 7.13 jsou průběhy pro 50% stenózu. Z obrázků je patrné, že při průchodu krve v některých oblastech tepny dochází k navýšení tlaku. U 50% stenózy je nejnižší tlak v oblasti za a před výstupem z 2. stenózy.

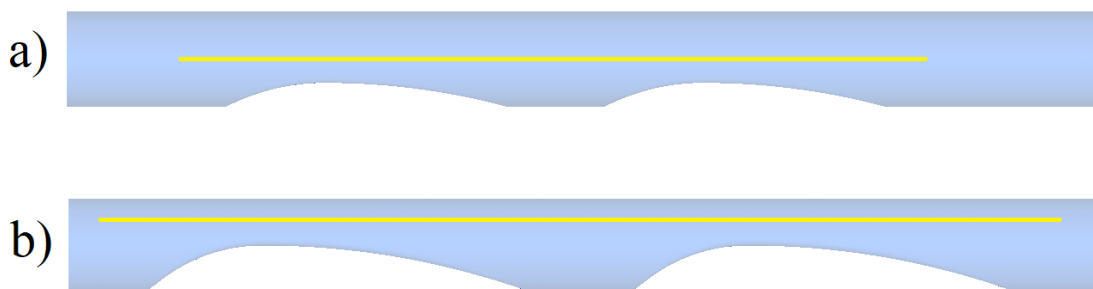


Obrázek 7.12 Průběh tlaku na celém intervalu tepny pro všechny varianty 50% stenózy



Obrázek 7.13 Průběh tlaku na celém intervalu tepny pro všechny varianty 50% stenózy.

Na obrázku 7.14 jsou znázorněny úseky, na nichž se vyhodnotily tlakové ztráty při průchodu dvojitou stenózou. U 25% stenózy úsek leží na střednici tepny, u 50% stenózy je úsek posunut o 1 mm od stěny modelu.

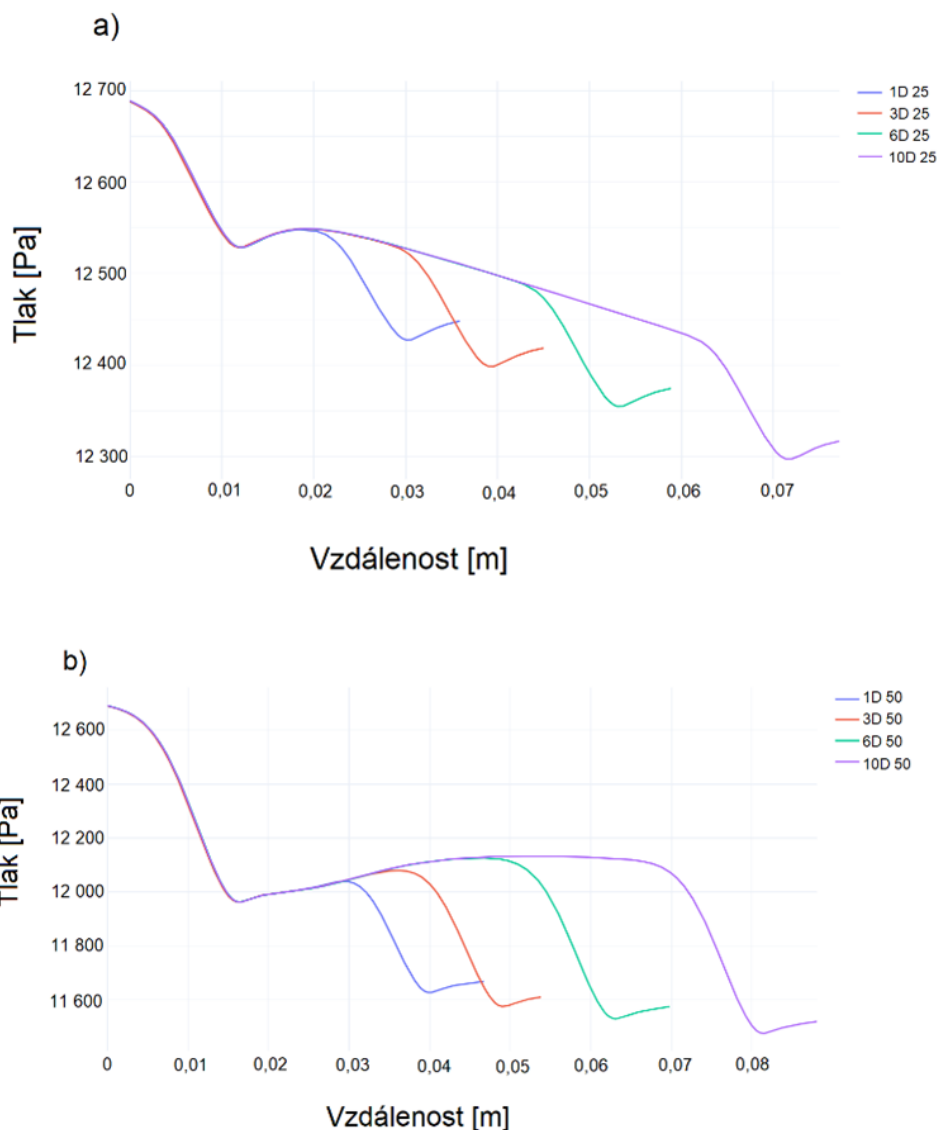


Obrázek 7.14 Znázornění úseků pro a) 25% stenózu s délkou mezi stenózami 1D b) 50% stenózu s délkou mezi stenózami 1D

Obrázek 7.15 znázorňuje tlakové poklesy při průchodu krve oběma stenózami na úsecích znázorněných na obrázku 7.14. Graf pro 25% stenózy ukazuje v oblasti mezi stenózami, kde tepna není postižena stenózou, u variant 3D, 6D a 10D převážně lineární tlakový pokles. Pro zjištění tlakové ztráty mezi stenózami u varianty 1D se úseky pro vykreslení grafů zkrátili tak, aby procházely pouze jednotlivými stenózami, byly tedy



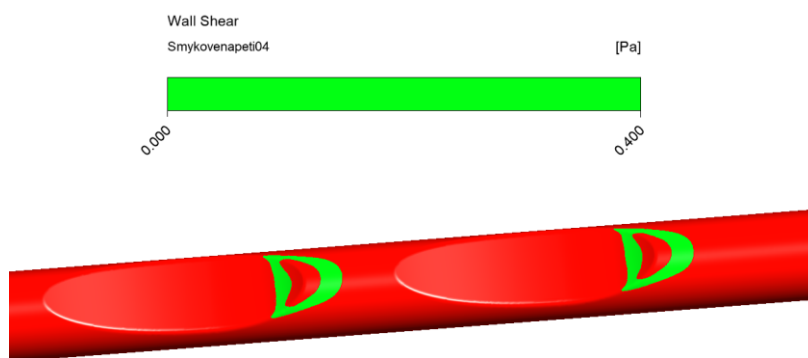
vytvořeny 2 grafy znázorňující tlakovou ztrátu na 1. a na 2. stenóze. Z grafů se vyexportovala číselná data, z nichž se u varianty 1D zjistilo, že se jedná o nárůst, jehož hodnota je 4 Pa. Stejným způsobem se zjišťovaly následující hodnoty. U varianty 1D je tlaková ztráta na 2. stenóze 105 Pa, u 3D 115 Pa, u 6D 135 Pa, u 10D 135 Pa. V grafu pro 50% stenózy je zřetelné, že se tlak mezi stenózami navýšil ve všech čtyřech případech. Graf navíc jasně ukazuje, že čím větší je vzdálenost mezi stenózami, tím je i větší tlaková ztráta na 2. stenóze. U varianty 1D je tlaková ztráta na 2. stenóze 356 Pa, u 3D 467 Pa, u 6D 557 Pa a u 10D 598 Pa. Z grafů je zřetelné, že délka mezi stenózami neovlivňuje tlakovou ztrátu na 1. stenóze. Tlaková ztráta na 1. stenóze je u všech variant 25% stenózy 135 Pa a u 50% stenózy 676 Pa.



Obrázek 7.15 Znázornění tlaků pro jednotlivé varianty a) 25% stenóz b) 50% stenóz

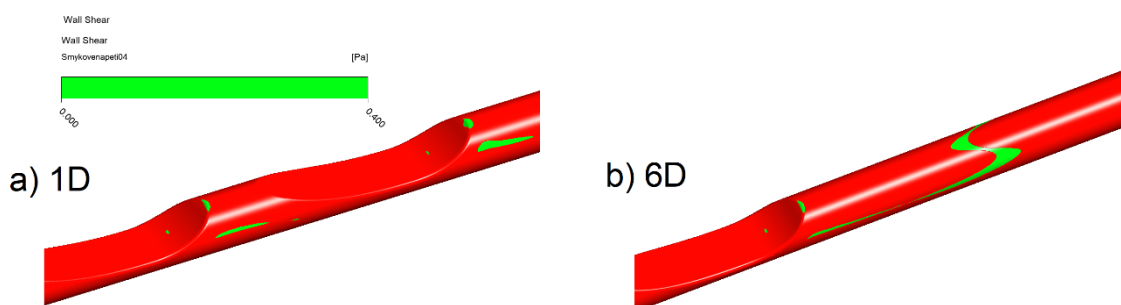
### 7.4.3. Smykové napětí na stěně

Kritická hodnota smykového napětí na stěně tepny 0,4 Pa se objevila u všech variant 25% a 50% stenózy. Na obrázku 7.16 jsou znázorněny oblasti výskytu hodnot pod 0,4 Pa pro variantu 1D, kritické oblasti jsou na výstupu obou stenóz. U ostatních variant pro 25% stenózu se výsledky příliš neliší, kritické hodnoty jsou na stejných oblastech.



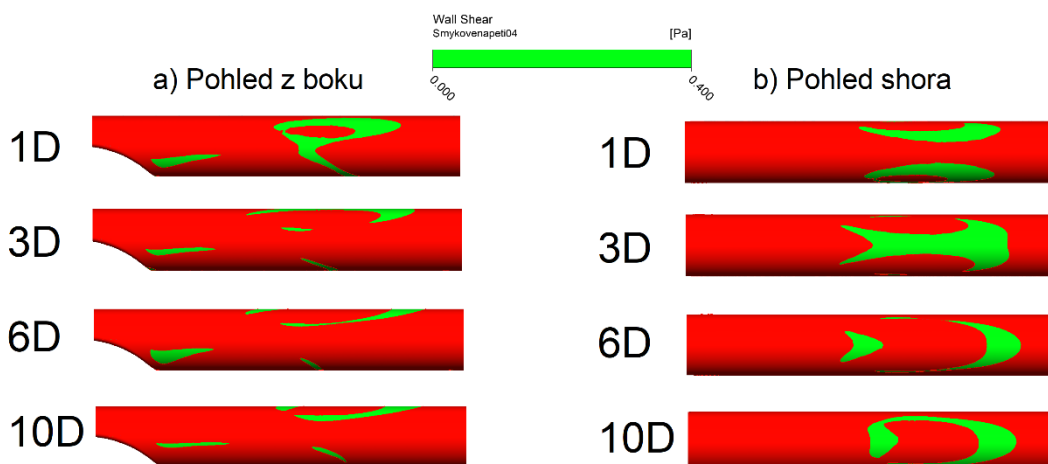
Obrázek 7.16 Smykové napětí v oblasti stenóz pro 25% stenózu a variantu 1D. Zelená barva znázorňuje hodnotu smykového napětí v intervalu 0-0,4 Pa, červená znázorňuje hodnotu vyšší než 0,4 Pa

U 50% stenózy jsou u všech variant na výstupu obou stenóz malé oblasti kritických hodnot. Na obrázku 7.17 jsou znázorněny oblasti kritických hodnot smykového napětí u variant 1D a 6D. Po výstupu ze stenózy vznikly podélné oblasti kritických hodnot na bočních stranách modelu, jež u variant 1D a 3D jsou na celé délce v oblasti mezi stenózami a u variant 6D a 10D se spojily v jednu oblast a do dosažení vstupu 2. stenózy se kritické oblasti neobjevily.



Obrázek 7.17 Smyková napětí 50% stenózy na a) 1. a 2. stenóze pro variantu 1D b) 1. stenóze a po výstupu 1. stenózy pro variantu 6D. Zelená barva znázorňuje hodnotu smykového napětí v intervalu 0-0,4 Pa, červená znázorňuje hodnotu vyšší než 0,4 Pa

Po výstupu z 2. stenózy se kritické oblasti, znázorněné na obrázku 7.17 a), polohou a velikostí podobají oblastem po výstupu z 1. stenózy. Kritické oblasti se dále objevily mezi výstupem z 2. stenózy a výstupem modelu. Obrázek 7.18 znázorňuje odlišnosti mezi jednotlivými variantami.



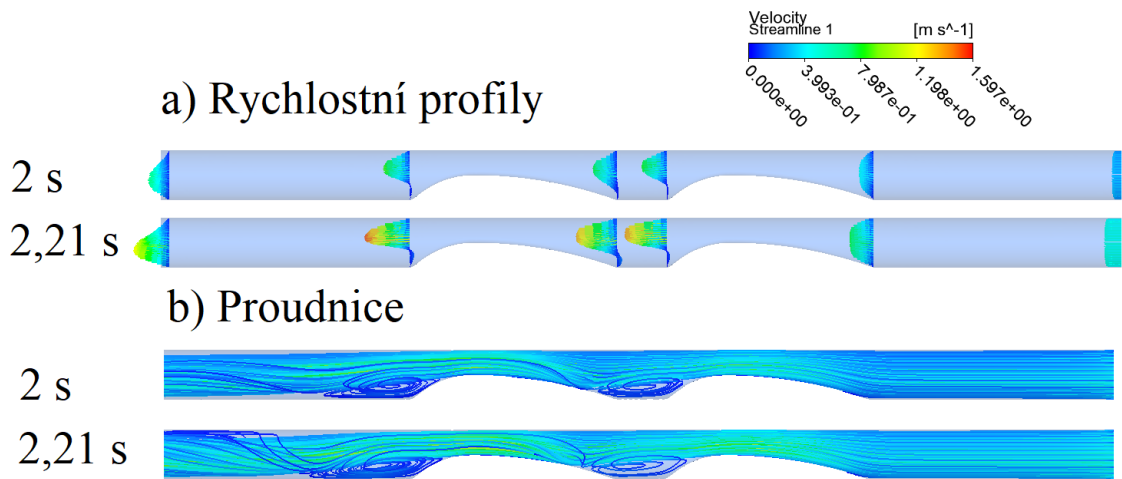
Obrázek 7.18 Kritické oblasti znázorněné mezi výstupem z 2. stenózy a výstupem modelu pro všechny varianty 50% stenózy

## 7.5 Analýza výsledků - pulsující proudění

V této podkapitole budou analyzovány výsledky pro pulsující proudění pouze pro jeden model, 50% stenózu se vzdáleností 1D. Z důvodu časové náročnosti výpočtu a úspory místa na disku je síť tvořena 376 326 prvky. Numerický výpočet byl proveden stejně jako v předešlých výpočtech v programu ANSY Fluent, kde byla nastavena přechodová analýza. Jako okrajové podmínky byly zadány časové průběhy tlaku a hmotnostního průtoku, tlak byl zadán na vstupu modelu tepny, hmotnostní průtok na výstupu modelu tepny. Získání obou veličin je popsáno v podkapitole 6.2. Dále byl nastaven časový krok 0,005 s a maximální počet iterací 50 za časový krok. Pro ustálení toku bylo nastaveno 600 časových kroků, 1 puls trvá 1 sekundu, tedy 200 kroků, výpočet tedy vytvoří 3 pulsační cykly a při následující analýze se budou zpracovávat data z posledních 200 časových kroků.

### 7.5.1. Rychlosti proudění v oblasti systoly a diastoly

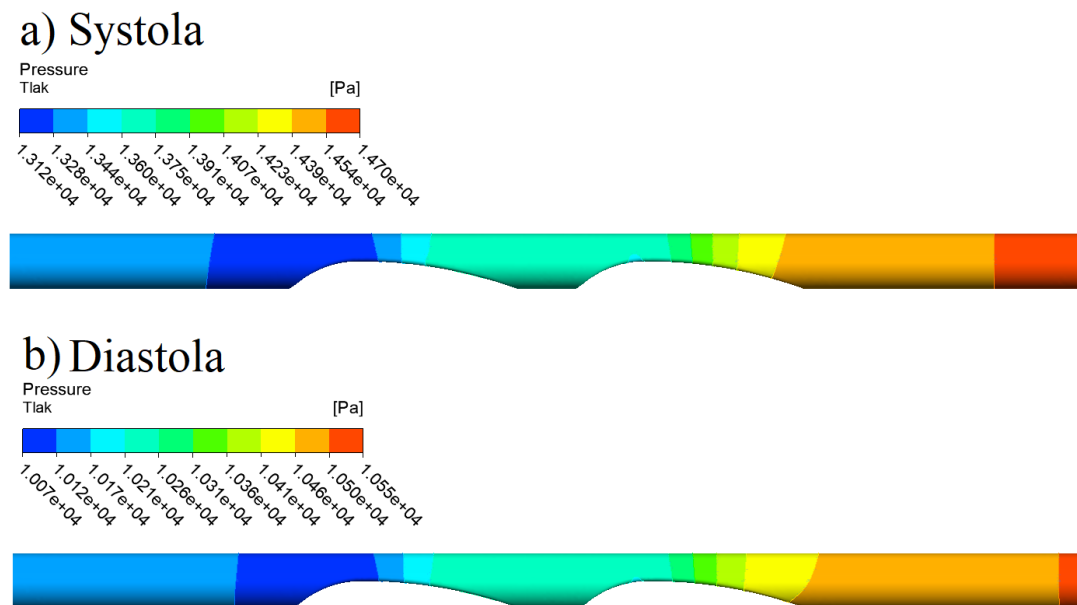
Na obrázku 7.19 jsou znázorněny rychlostní profily a proudnice v různých časových krocích pulsujícího cyklu. V čase 2 s je pulsující cyklus v oblasti diastoly, v čase 2,21 s v oblasti systoly. V oblasti systoly vznikají po výstupech z obou stenóz silnější víry a vyšší rychlosti proudu.



Obrázek 7.19 Znáornění a) rychlostních profilů b) proudnic v oblasti systoly a diastoly.

### 7.5.2. Tlak v oblasti systoly a diastoly

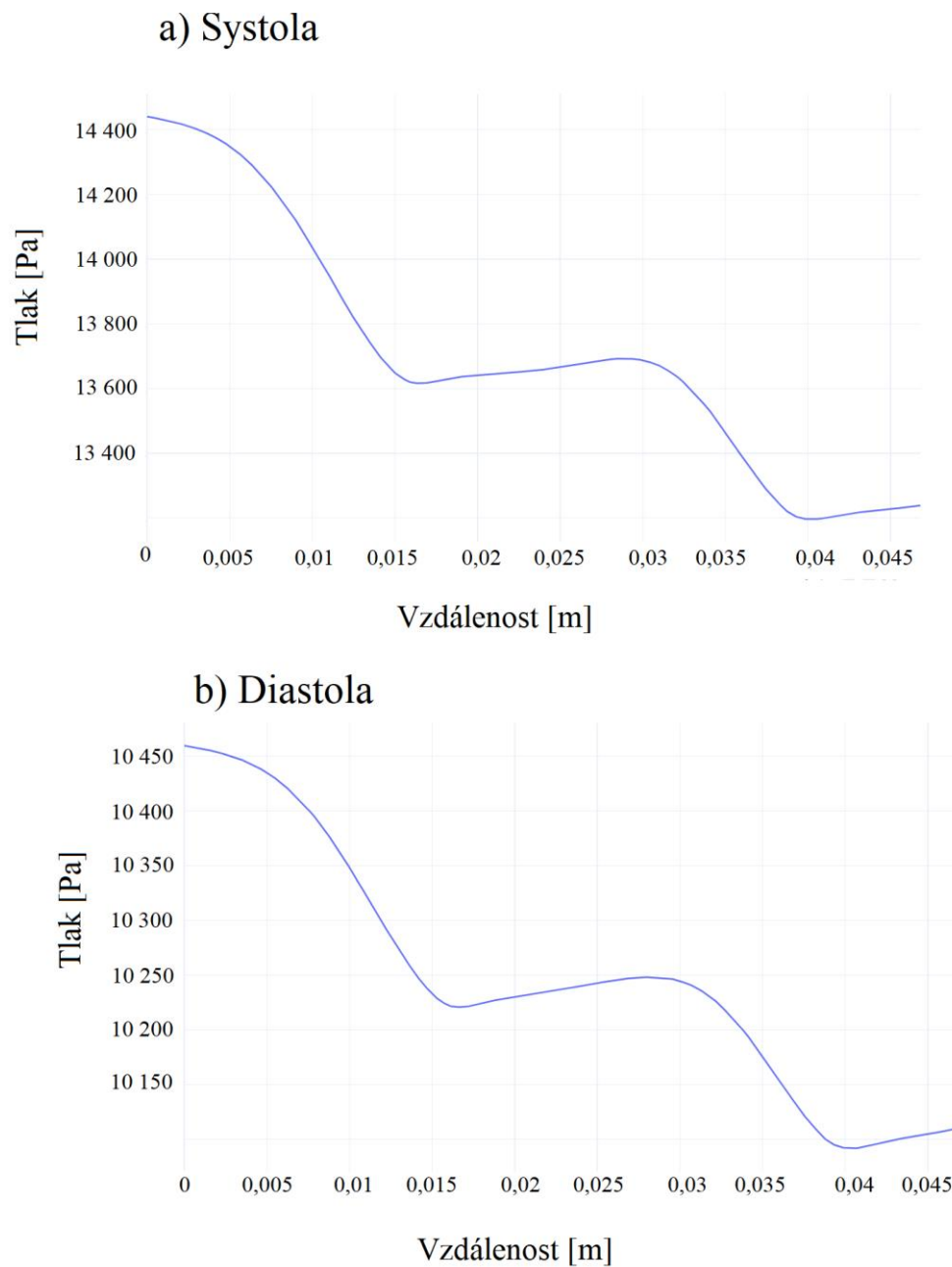
Na obrázku 7.20 je znázorněn průběh tlaků pro vybrané časové kroky pulsujícího cyklu. Nejnižší tlak vznikl v oblasti za a před výstupem z 2. stenózy.



Obrázek 7.20 Průběh tlaku pro časový krok pulsujícího cyklu v oblasti a) Systoly b) Diastoly

Na obrázku 7.21 jsou pomocí grafů znázorněny tlakové poklesy při průchodu dvojitou stenózou pro časové kroky v oblasti systoly a diastoly. U obou grafů je zřetelný tlakový nárůst v oblasti mezi stenózami. Z obrázku je patrné, že tlaková ztráta při průchodu oběma stenózami je vyšší v oblasti systoly. Při průchodu oběma stenózami je tlaková ztráta v oblasti systoly 1201 Pa, v oblasti diastoly je tlaková ztráta 349 Pa. U

systoly je tlaková ztráta na 1. stenóze 772 Pa, na 2. stenóze 445 Pa. U diastoly je tlaková ztráta na 1. stenóze 221 Pa, na 2. stenóze 140 Pa.

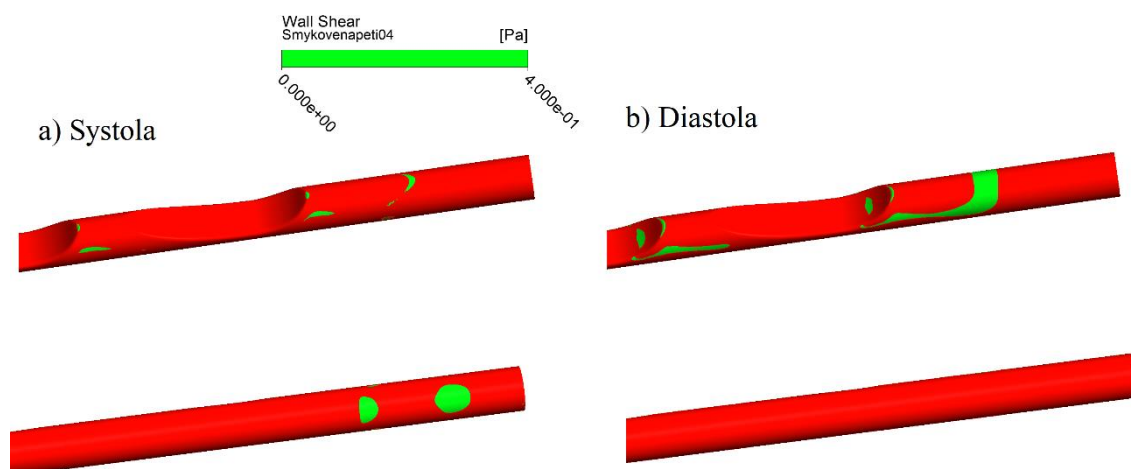


Obrázek 7.21 Grafy průběhu tlaků pro a) časový krok v oblasti systoly b) časový krok v oblasti diastoly

### 7.5.3. Smykové napětí na stěně v oblasti systoly a diastoly

Na obrázku 7.22 jsou znázorněné oblasti smykového napětí hodnoty pod 0,4 Pa pro vybrané časové kroky pulsujícího cyklu. V časovém kroku diastoly jsou na spodní stěně tepny mnohem větší kritické oblasti než na spodní stěně v časovém kroku systoly. Na

horní stěně tepny je to naopak, v časovém kroku pro diastolu není žádná kritická oblast a v časovém kroku pro systolu jsou viditelné kritické oblasti.



Obrázek 7.22 Kritické oblasti smykového napětí v oblasti mezi výstupem z 1. stenózy a výstupem modelu v časovém kroku pro a) systolu b) diastolu. Obrázky nahoře znázorňují spodní stěnu tepny, obrázky dole horní stěnu tepny. Zelená barva znázorňuje oblasti smykového napětí pod 0,4 Pa, červená barva nad 0,4 Pa

#### 7.5.4. TAWSS a OSI

Ze zdroje [24] byly převzaty vztahy pro výpočet průměrného smykového napětí pulsačního cyklu TAWSS [Pa] a pro výpočet OSI [-], což je hodnota v rozmezí 0-0,5, kde 0 znázorňuje jednosměrný tok a při 0,5 je tok kolísavý. Velikost smykového napětí na stěně je dáno vztahem:

$$|\text{WSS}| = |\mathbf{n}_i \cdot \boldsymbol{\tau}_{ij}| \quad (7.3)$$

kde  $\mathbf{n}_i$  normálový vektor a  $\boldsymbol{\tau}_{ij}$  je tenzor smykového napětí. Časově průměrovaná velikost smykového napětí na stěně tepny TAWSS se spočítá integrací podle času a má tvar:

$$\text{TAWSS} = \frac{1}{T} \int_0^T |\text{WSS}| dt \quad (7.4)$$

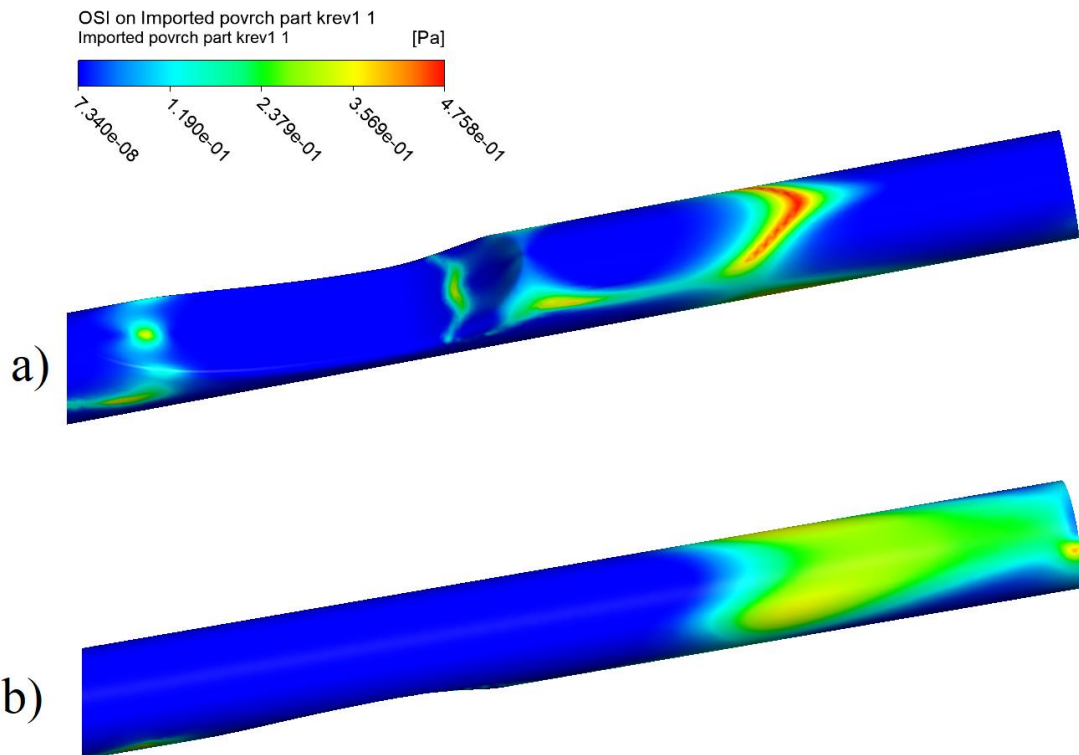
kde T je perioda cyklu.

Pro oscilační smykový index OSI platí:

$$\text{OSI} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\left| \int_0^T \text{WSS} dt \right|}{\int_0^T |\text{WSS}| dt} \right) \quad (7.5)$$

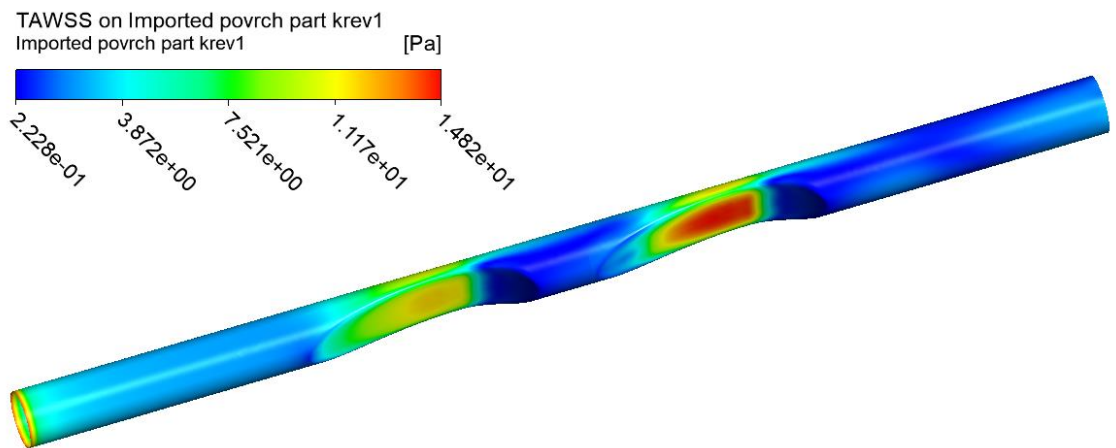
V programu ANSYS není umožněno vyhodnotit hodnoty TAWSS a OSI, pro jejich získání byl využit program MATLAB. Z programu CFD Post byly pomocí skriptu vyexportovány hodnoty WSS pro posledních 200 časových kroků, což odpovídá jedné periodě srdečního cyklu. V MATLABu byly vytvořeny skripty schopné spočítat TAWSS a OSI podle rovnic 6.6, 6.7 a 6.8. Takto vypočtené hodnoty v bodech na povrchu tepny byly potom načteny zpět do programu CFD Post a zobrazeny pomocí barevných map

Na obrázku 7.23 je znázorněn průběh OSI. Nejkritičtější oblast, znázorněná na obrázku 7.23 a), vznikla na spodní stěně tepny mezi výstupem z 2. stenózy a výstupem modelu, kde maximální hodnota OSI dosáhla 0,4758. Na opačné stěně tepny, jak je znázorněno na obrázku 7.23 b), vznikla velká oblast hodnot OSI, jež se pohybují v rozmezí přibližně 0,24-0,36.



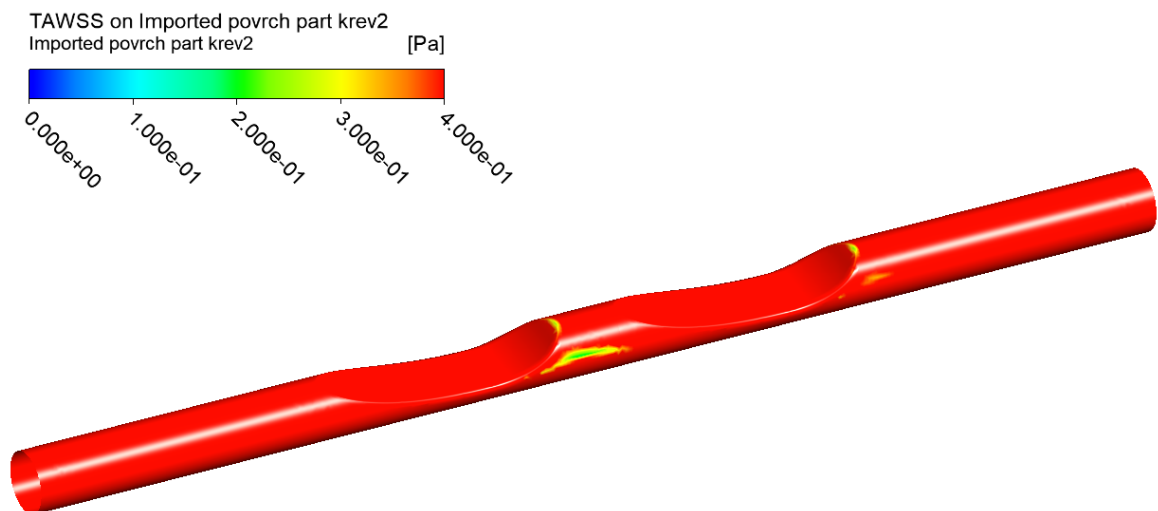
Obrázek 7.23 Průběh OSI na oblasti mezi vstupem 2. stenózy a výstupem modelu a) na spodní stěně tepny b) na horní stěně tepny

Na obrázku 7.24 je průběh hodnoty TAWSS. Z obrázku je patrné, že nejvyšší hodnota smykového napětí vznikla na 2. stenóze. Vysoká hodnota smykového napětí vznikla také na vstupu modelu. To je způsobeno okrajovými podmínkami. Kvůli zploštělému rychlostnímu profilu na vstupu modelu vzniká na stěně tepny vysoká hodnota smykové rychlosti, tudíž i vysoká hodnota smykového napětí.



Obrázek 7.24 Průběh průměrného smykového napětí pulsačního cyklu TAWSS

Obrázek 7.25 zobrazuje hodnoty kritických oblastí TAWSS. Nejrizikovější oblast je v místě mezi stenózami. Další kritické oblasti smykového napětí vznikly na výstupu obou stenóz, ty jsou v porovnání s nejrizikovější oblastí malé.



Obrázek 7.25 Časově průměrovaná velikost smykového napětí na stěně tepny TAWSS. Červená barva znázorňuje hodnoty vyšší než 0,4 Pa, ostatní nižší než 0,4 Pa

## 7.6 Analytické řešení

Tato podkapitola se bude zabývat analytickým výpočtem tlakové ztráty při průchodu dvojitou stenózou. Stenóza bude uvažována jako clona s nezanedbatelnou tloušťkou. Pro výpočet byl využit model s 50% zúžením a se vzdáleností mezi stenózami 10D. Pokud není uveden zdroj u některé rovnice, je převzata z učebnice [23].



Z diplomové práce [26] byl převzat vztah pro tlakovou ztrátu  $\Delta p$ :

$$\Delta p = \rho \cdot \zeta \cdot w^2 / 2 \quad (7.6)$$

kde  $\zeta$  je ztrátový součinitel [-]

$\zeta$  se skládá ze součinitele místních ztrát  $\zeta_m$  a součinitele délkových ztrát  $\zeta_l$  a platí:

$$\zeta = \zeta_m + \zeta_l \quad (7.7)$$

Pro výpočet délkových ztrát platí:

$$\zeta_l = \lambda \cdot L / D \quad (7.8)$$

kde:

$\lambda$  je součinitel ztráty třením [-]

$L$  je délka tepny [m]

$D$  je průměr tepny [m]

Pro laminární proudění platí:

$$\lambda = 64 / Re \quad (7.9)$$

kde  $Re$  je Reynoldsovo číslo a platí pro něj:

$$Re = \frac{w_1 \cdot D}{\vartheta} \quad (7.10)$$

kde  $\vartheta$  je kinematická viskozita, pro níž platí:

$$\vartheta = \mu / \rho \quad (7.11)$$

$$Re = \frac{0,5109 \cdot 0,0046 \cdot 1060}{0,00345} = 711,8$$

$$\lambda = 64 / 711,8 = 0,08991$$

Délkové ztráty jsou na oblastech  $l_1$ ,  $l_3$  a  $l_5$ . Z rovnice 5.4 bude tedy  $L = l_1 + l_3 + l_5$ . Pro variantu 10D je  $l_5$  rovno 0,046 m.

$$\zeta_l = 0,08991 * (0,023 + 0,046 + 0,023) / 0,0046 = 1,798$$

V diplomové práci [26] je uveden vztah pro výpočet součinitele místních ztrát tlustostěnné clony:

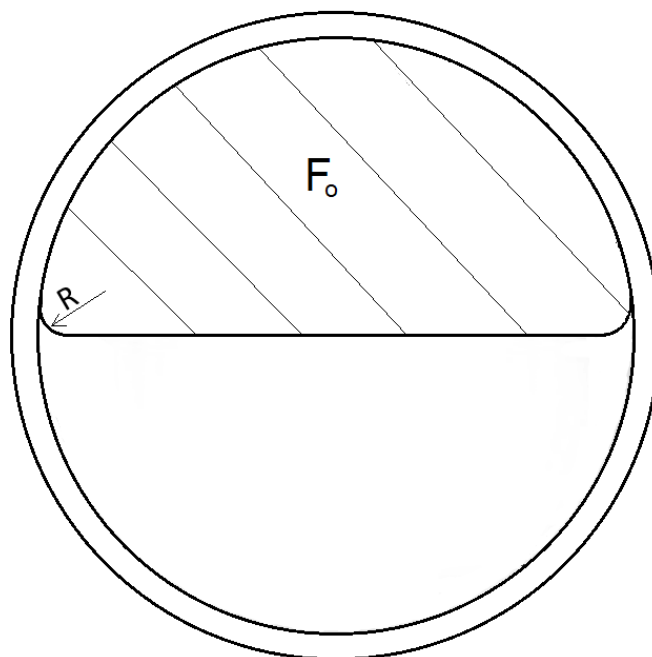
$$\zeta_{m1} = \left( \frac{1}{\sigma * \sigma_c} \right)^2 - 1 - \frac{2}{\sigma^2} * \left( \frac{1}{\sigma_c} - 1 \right) - 2 * \left( \frac{1}{\sigma} - 1 \right) \quad (7.12)$$

kde:

$\sigma$  je poměr průtočných ploch

$\sigma_c$  je koeficient kontrakce

Podmínka pro použití vztahu (7.12) je  $l_2/D_h$ , kde  $D_h$  je hydraulický průměr [m]. Na obrázku 7.26 je znázornění průtočné plochy v místě nejmenšího průřezu tepny.



Obrázek 7.26 Průřez tepny v místě nejmenší průtočné plochy. Vyšrafovaná oblast  $F_0$  znázorňuje plochu průtoku

Vztah pro hydraulický průměr byl převzat z [26] a platí pro něj:

$$D_h = \frac{4 \cdot F_o}{o} \quad (7.13)$$

kde  $o$  je obvod průtočné plochy [m]

Při zanedbání zaoblení  $R$  platí pro výpočet plochy  $F_o$ :

$$F_o = F_1/2 \quad (7.14)$$

Při zanedbání zaoblení  $R$  platí pro výpočet obvodu  $o$ :

$$o = \pi \cdot D/2 + D \quad (7.15)$$

$$D_h = \frac{4 \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{8}}{\pi \cdot D/2 + D} = \frac{\pi \cdot 0,0046^2}{2 \cdot (\pi \cdot 0,0046/2 + 0,0046)} = 0,002811 \text{ m}$$

$$l_2/D_h = 0,019/0,002811 = 6,759 > 0,5$$

Jelikož je geometrie 1. stenózy stejná jako geometrie 2. stenózy,  $\zeta_{m1} = \zeta_{m2}$ . Celkový součinitel místních ztrát je  $\zeta_m = \zeta_{m1} + \zeta_{m2}$ . Ze zdroje [26] byla převzata hodnota  $\zeta_{m1} = \zeta_{m2} = 3,62$ . Celkový součinitel místních ztrát má tedy hodnotu  $\zeta_m = 3,62 + 3,62 = 7,24$ .

$$\Delta p = \rho \cdot (\zeta_m + \zeta_l) \cdot w_1^2/2 = 1060 \cdot (7,24 + 1,798) \cdot 0,5109^2/2 = 1250 \text{ Pa}$$

Po odečtení hodnot z numerického výpočtu je tlak na vstupu tepny 12 843 Pa a na výstupu 11 580, tlaková ztráta je tedy  $\Delta p = 12843 - 11580 = 1263 \text{ Pa}$ .

## 8. Závěr

V rešeršní části bakalářské práce je stručně popsáno chování krve v tepnách a jak jsou její proudové charakteristiky ovlivněny stenózou. Také jsou uvedeny vybrané články současných přístupů při výpočtovém a experimentálním modelování proudění krve v krční tepně s dvojitou či více početnou stenózou.

V praktické části byly vytvořeny modely s 25%, 50% a 75% dvojitou stenózou. Pro každou velikost stenózy byly vytvořeny varianty vzdálenosti mezi stenózami o hodnotě  $1xD$  ( $1 \times$  průměr tepny),  $3xD$ ,  $6xD$  a  $10xD$ . V programu ANSYS byly vytvořeny sítě modelů a následně byl proveden výpočet pro stacionární proudění. U 75% stenózy výpočet bohužel nekonvergoval. Dále byl proveden výpočet pulsujícího cyklu pro model 50% stenózy s délkou mezi stenózami  $1D$ .

Při analýze výsledků stacionárního proudění prokazuje velikost stenózy podstatné změny. U 25% stenózy je v oblasti mezi stenózami převážně lineární pokles. Tlaková ztráta na 2. stenóze je u všech variant přibližně 100 Pa, což se podobá hodnotě tlakové ztráty na 1. stenóze. U 50% stenózy se tlak při průchodu krve v oblasti mezi stenózami zvyšuje u všech variant. Čím vyšší je vzdálenost mezi stenózami, tím víc se hodnota tlakové ztráty na 2. stenóze podobá tlakové ztrátě na 1. stenóze. Při vyhodnocování smykového napětí není u 25% stenózy patrná změna kritických oblastí v závislosti na délce mezi stenózami. U 50% stenózy jsou nejkritičtější oblasti mezi výstupem z 2. stenózy a výstupem modelu. V těchto místech délka mezi stenózami prokazuje vliv na kritické oblasti

Při analýze výsledků pulsačního cyklu se vyhodnocovaly hodnoty pro 2 časové kroky, jeden v oblasti systoly, druhý v oblasti diastoly. Tlaková ztráta při průchodu oběma stenózami je u systoly téměř 3,5x větší než u diastoly. Velké oblasti kritických hodnot smykového napětí se objevily u obou časových kroků, avšak na jiných místech tepny. Poté byly pomocí programu Matlab vypočítány hodnoty oscilačního smykového indexu OSI a průměrného smykového napětí pulsačního cyklu TAWSS. V oblasti mezi výstupem z 2. stenózy a výstupem modelu vznikla oblast s vysokou hodnotou OSI, téměř 0,5, což je hodnota, kdy je tok kolísavý. Nejkritičtější oblast hodnoty TAWSS vznikla v oblasti mezi stenózami.

Na závěr byl proveden analytický výpočet tlakové ztráty po celé délce tepny. Při vyšší vzdálenosti mezi stenózami je proud krve na 2. stenóze méně ovlivněn přítomností 1. stenózy, jsou-li stenózy blíž u sebe, je tlaková ztráta na 2. stenóze nižší. Proto byla pro analytický výpočet vybrána tepna s 50% stenózou a vzdáleností mezi stenózami  $10D$ . Při porovnání mezi analytickým výpočtem a numerickým výpočtem se výsledky příliš neliší, tlaková ztráta při analytickém výpočtu vyšla 1 250 Pa, při numerickém výpočtu 1 263 Pa.

## 9. Seznam použitých zdrojů

- [1] Hoskins, P. R., Lawford, P. V. & Doyle, B. J. Cardiovascular biomechanics (Springer, 2017) ISBN 978-3-319-46407-7
- [2] TROJAN, Stanislav. *Lékařská fyziologie*. Vyd. 4., přeprac. a dopl. Praha: Grada, 2003. ISBN 80-247-0512-5.
- [3] BURŠA, Jiří. Studijní opory - biomechanika. In: Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky [online]. Brno: Ústavu mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky [cit. 2020-06-25]. Dostupné z: <http://www.old.umt.fme.vutbr.cz/~jbursa/>
- [4] Ethier, C. R. a Simmons, C. A. *Introductory Biomechanics*. Illustrated edition. Cambridge University Press - M.U.A, 2007. Cambridge texts in biomedical engineering. ISBN 0521841127
- [5] Heath M, Walker J, Barbeito A, Williams A, Welsby I, Maxwell C, Daneshmand M, Haney J, Hoffman M. Differentiating between cold agglutinins and rouleaux: a case series of seven patients. *Perfusion*. 2018 Mar;33(2):164-169. doi: 10.1177/0267659117727593. Epub 2017 Aug 21. PMID: 28823225.
- [6] Blausen.com staff (2014). "Medical gallery of Blausen Medical 2014". *WikiJournal of Medicine* 1 (2). DOI:10.15347/wjm/2014.010. ISSN 2002-4436., CC BY 3.0, prostřednictvím Wikimedia Commons: Dostupné z: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Blausen\\_0055\\_ArteryWallStructure.png?uselang=cs](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Blausen_0055_ArteryWallStructure.png?uselang=cs)
- [7] Holzapfel, Gerhard & Gasser, Thomas & Ogden, Ray. (2012). A New Constitutive Framework for Arterial Wall Mechanics and a Comparative Study of Material Models. *Journal of Elasticity*. 61. 1-48. doi: 10.1023/A:1010835316564.
- [8] David Shier, Ricki Lewis, Jackie Butler, Hole's Human Anatomy and Physiology, 1996. ISBN 0697209636
- [9] Sochi, Taha. (2013). Non-Newtonian Rheology in Blood Circulation. Dostupné z: <https://arxiv.org/abs/1306.2067> [physics.flu-dyn]
- [10] DeGroff CG, Shandas R, Valdes-Cruz L. Analysis of the effect of flow rate on the Doppler continuity equation for stenotic orifice area calculations: a numerical study. *Circulation*. 1998 Apr 28;97(16):1597-605. doi: 10.1161/01.cir.97.16.1597. PMID: 9593565.
- [11] Malek AM, Alper SL, Izumo S. Hemodynamic Shear Stress and Its Role in Atherosclerosis. *JAMA*. 1999;282(21):2035-2042. doi:10.1001/jama.282.21.2035
- [12] Liepsch D., Balasso A., Berger H., Ekstein H. (2012). How local hemodynamics at the carotid bifurcation influence the development of carotid plaques. <https://doi.org/10.1016/j.permed.2012.04.005>

- [13] Chen X, Gao Y, Lu B, Jia X, Zhong L, Kassab GS, et al. (2016) Hemodynamics in Coronary Arterial Tree of Serial Stenoses. PLoS ONE 11(9): e0163715. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0163715>
- [14] Huh HK, Choi WR, Ha H, Lee SJ. Flow characteristics around proximal and distal stenoses in a series of tandem stenosed vessels. J Biomech. 2016 Sep 6;49(13):2960-2967. doi: 10.1016/j.jbiomech.2016.07.014. Epub 2016 Jul 25. PMID: 27497502.
- [15] Liu, Biyue & Tang, Dalin. (2018). Influence of Distal Stenosis on Blood Flow Through Coronary Serial Stenoses: A Numerical Study. International Journal of Computational Methods. 16. 1842003. 10.1142/S0219876218420033.
- [16] Wang J, Paritala PK, Mendieta JB, Gu Y, Raffel OC, McGahan T, Lloyd T, Li Z. Carotid Bifurcation With Tandem Stenosis-A Patient-Specific Case Study Combined *in vivo* Imaging, *in vitro* Histology and *in silico* Simulation. Front Bioeng Biotechnol. 2019 Nov 20;7:349. doi: 10.3389/fbioe.2019.00349. PMID: 31824937; PMCID: PMC6879432.
- [17] Ju S, Gu L. Hemodynamic Interference of Serial Stenoses and Its Impact on FFR and iFR Measurements. *Applied Sciences*. 2019; 9(2):279. <https://doi.org/10.3390/app9020279>
- [18] Krejza J, Arkuszewski M, Kasner SE, Weigele J, Ustymowicz A, Hurst RW, Cucchiara BL, Messe SR. Carotid artery diameter in men and women and the relation to body and neck size. Stroke. 2006 Apr;37(4):1103-5. doi: 10.1161/01.STR.0000206440.48756.f7. Epub 2006 Feb 23. PMID: 16497983.
- [19] Johnston BM, Johnston PR, Corney S, Kilpatrick D. Non-Newtonian blood flow in human right coronary arteries: steady state simulations. J Biomech. 2004 May;37(5):709-20. doi: 10.1016/j.jbiomech.2003.09.016. PMID: 15047000.
- [20] Zhao SZ, Xu XY, Hughes AD, Thom SA, Stanton AV, Ariff B, Long Q. Blood flow and vessel mechanics in a physiologically realistic model of a human carotid arterial bifurcation. J Biomech. 2000 Aug;33(8):975-84. doi: 10.1016/s0021-9290(00)00043-9. PMID: 10828328.
- [21] Polzer, Stanislav & Poliřenská, Anna & Novak, Kamil & Bursa, Jiri. (2019). Moderate thickness of lipid core in shoulder region of atherosclerotic plaque determines vulnerable plaque A parametric study. Medical Engineering & Physics. 69. 10.1016/j.medengphy.2019.04.011.
- [22] Kolínský J., Nováková L., Adamec J. (2016). Pressure drop across a double stenosis AIP Conference Proceedings 1768, 020025 (2016); <https://doi.org/10.1063/1.4963047>
- [23] ŠOB, František. *Hydromechanika*. Vyd. 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2008. ISBN 978-80-214-3578-0.
- [24] Martin DM, et al. Computational fluid dynamics analysis of balloon-expandable coronary stents: Influence of stent and vessel deformation. Med Eng Phys (2014), <http://dx.doi.org/10.1016/j.medengphy.2014.05.011>

[25] Cancer Research UK, CC BY-SA 4.0 <<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>>, prostřednictvím Wikimedia Commons Dostupné z: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Diagram\\_showing\\_the\\_circulatory\\_system\\_of\\_the\\_body\\_CRUK\\_299.svg?uselang=cs](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Diagram_showing_the_circulatory_system_of_the_body_CRUK_299.svg?uselang=cs)

[26] NĚMEČEK, Jiří. *Tlaková ztráta ostrohranných otvorů*. Plzeň, 2016. Dostupné z: <https://dspace5.zcu.cz/handle/11025/25304>. Diplomová práce. Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta strojní,. Vedoucí práce Prof. Ing. Jiří LINHART, CSc.

## 10. Seznam použitých zkratek

TAWSS - časově průměrovaná hodnota smykového napětí pulsačního cyklu

OSI - oscilační smykový index ( v angličtině *oscillatory shear index*)

$\dot{\gamma}$  - smyková rychlost [ $s^{-1}$ ]

$\tau$  - smykové napětí [Pa]

D - průměr tepny [m]

$\mu$  - skutečná viskozita při daných podmínkách proudění [Pa.s]

$\mu_{\infty}$  - viskozita při nekonečném smykovém napětí a její hodnota je 0,00345 Pa.s

$\mu_0$  - viskozita při nulovém smykovém napětí a její hodnota je 0,056 Pa.s

$\lambda$  - relaxační index a jeho hodnota je 3,313 s

$\dot{\gamma}$  - smyková rychlost [ $s^{-1}$ ]

n - reologický index [-]

$p_1, p_2$  - hodnoty tlaku na vstupu a na výstupu [Pa]

$F_1$  - průtočná plocha na nezdeformované části tepny [Pa]

$F_0$  - průtočná plocha v místě nejmenšího průřezu tepny [ $m^2$ ]

$w_1, w_2$  - průtočné rychlosti na vstupu a výstupu [m/s]

$l_{1-5}$  - délky na jednotlivých úsecích tepny [m]

$Q_m$  - hmotností průtok [kg/s]

$\rho$  - hustota krve [ $kg/m^3$ ]

WSS - smykové napětí na stěně [Pa]

$n_i$  - normálový vektor

$\tau_{ij}$  - tenzor smykového napětí

T - perioda cyklu [s]

$\Delta p$  - tlaková ztráta [Pa]

$\zeta$  - celkový ztrátový součinitel [-]

$\zeta_m$  - místní ztrátový součinitel [-]

$\zeta_{m1}, \zeta_{m2}$  - místní ztrátové součinitele na 1. a 2. stenóze [-]



$\zeta_l$  - délkový ztrátový součinitel [-]

$\lambda$  - součinitel ztráty třením [-]

L - délka tepny [m]

Re - Reynoldsovo číslo [-]

$\vartheta$  - kinematická viskozita [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]

$\sigma$  - poměr průtočných ploch [-]

$\sigma_c$  - koeficient kontrakce [-]

$D_h$  - hydraulický průměr [m]