elektrorevue
ISSN 1213 - 1539

Rok / Year:	Svazek / Volume:	Číslo / Number:	Jazyk / Language
2022	24	1	SK

Metódy výpočtu vírivých strát v permanentných magnetoch synchrónnych strojov

Harmonic loss calculation methods in rotor permanent magnets of synchronous machines

Daniel Pribulla, Ondřej Vítek

xpribu02@feec.vutbr.cz

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií VUT v Brně

DOI: -

Abstract: The paper deals with the permanent-magnet eddy-current losses evaluation in a surface mounted permanent magnet synchronous machines. The formation and behavior as well as the main sources of induction of the eddy currents are discussed. Four various eddy current loss calculation methods were tested. Except the traditional, analytic and finite element analysis (FEA) approaches, two combined methods were created. The results of all methods were compared using geometry of a real machine. It was shown that while the combined methods significantly improve the results, FEA model is necessary to obtain accurate values.

elektrorevue
ISSN 1213 - 1539

Metódy výpočtu vírivých strát v permanentných magnetoch synchrónnych strojov

Daniel Pribulla, Ondřej Vítek

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií VUT v Brně
Email: xpribu02@feec.vutbr.cz, viteko@feec.vutbr.cz

Abstrakt *– Článok sa zaoberá problematikou strát vírivými prúdmi v permanentných magnetoch synchrónnych strojov. Popisuje mechanizmus vzniku, chovanie a možné spôsoby indukcie vírivých prúdov. Boli použité štyri rôzne metódy výpočtu týchto strát. Okrem bežne používaných analytických a numerických prístupov boli vytvorené aj dva kombinované modely. Výsledky jednotlivých metód boli porovnané na geometrií reálneho motora. Ukázalo sa, že pomocou modelu kombinujúceho analytický a numerický prístup je možné dosiahnuť výrazné spresnenie odhadu strát. Na ich presné určenie je však nevyhnutné použiť numerický model.*

1 Úvod

Synchrónny stroj s permanentnými magnetmi sa stáva čoraz populárnejšou voľbou pri návrhu pohonov v špeciálnych ale aj priemyselných aplikáciách. Vďaka použitiu magnetov s kovmi vzácnych zemín (NdFeB, SmCo) s vysokým energetickým súčinom majú stroje nižšiu hmotnosť a výrazne vyššiu účinnosť ako iné typy. Vývoj v oblasti výkonovej elektroniky priniesol meniče umožňujúce dosiahnuť veľmi precíznu reguláciu momentu ale tiež čoraz vyššie pracovné frekvencie. V dôsledku toho majú širokú paletu použitia: od pomalobežných strojov s veľkým počtom pólov až po aplikácie vyžadujúce extrémne vysoké otáčky, napr. kompresory vývevy alebo pohony v leteckom priemysle. Odpadá nutnosť použiť prevodovku. Čoraz častejšie sa objavujú synchrónne generátory aj v alternatívnych zdrojoch elektrickej energie s menovitým výkonom aj niekoľko desiatok megawattov. S rozširovaním použitia týchto strojov vyvstávajú aj špecifické problémy a potreba vytvoriť efektívnu metodiku ich riešenia počas návrhu. Jedným z týchto problematických javov sú straty vírivými prúdmi v permanentných magnetoch.

2 Straty vírivými prúdmi

Aj napriek tomu, že magnety spolu s rotorom stroja rotujú synchróne s magnetickým poľom statora, v skutočnosti na povrchu magnetov vznikajú drobné časové a priestorové fluktuácie magnetickej indukcie. Z tohto dôvodu je aj magnetický obvod rotoru vyrobený z izolovaných vrstiev. Aj keď sa v poslednej dobe objavujú už aj komerčne dostupné laminované permanentné magnety [14], z dôvodu vysokej ceny sa v drtivej väčšine prípadov stále používajú magnety plné, alebo segmentované. Keďže sú magnety s kovmi vzácnych zemín charakteristické vysokou elektrickou vodivosťou, indukujú sa v ich objeme vírivé prúdy a vznikajú nadmerné Jouleove straty. Následkom toho dochádza k zníženiu účinnosti stroja a k prehrievaniu magnetov. Môže nastať ich teplotná demagnetizácia, zníženie výkonu stroja, v horších prípadoch k odlepovaniu magnetov z povrchu rotora alebo poškodeniu retenčnej bandáže a deštrukcií.

Existujú tri hlavné zdroje zvlnenia magnetického poľa v rotore synchrónneho stroja. Prvým z nich je zvlnenie prúdu statorového vinutia spôsobené použitím napájacích meničov s pulznou šírkovou moduláciou. Výsledkom je rad vyšších harmonických frekvencií prítomných v priebehu napájacieho prúdu. Konkrétne zastúpenie týchto frekvencií je závislé od modulačnej stratégie, odstupu nosnej a modulačnej frekvencie a ďalších faktorov. Modulačné zvlnenie dosahuje zvyčajne relatívne vysoké frekvencie, v dôsledku čoho vnikajú len do veľmi malej hĺbky magnetu a nemajú významnú priestorovú zmenu [9].

Druhým zdrojom zvlnenia je rozloženie statorového vinutia do konečného počtu drážok. Ideálne sínusové rozloženie magnetického poľa vo vzduchovej medzere je aproximované stupňovitým priebehom. Vznikajú tzv. stupňové vyššie harmonické frekvencie. Tie majú formu priestorových vĺn rotujúcich kladnými a zápornými násobkami synchrónnej rýchlosti stroja. Ich zastúpenie je možné ovplyvniť voľbou vhodného kroku, počtu vrstiev vinutia a počtu drážok statora [3].

Posledným významným zdrojom zvlnenia je premenlivá permeancia magnetického obvodu spôsobená drážkovaním statora. Podobne ako v predchádzajúcom prípade, dochádza k vzniku priestorových vĺn rotujúcich násobkami počtu drážok statora [2].

Každý z uvedených zdrojov zvlnenia má odlišný charakter a umožňuje zavedenie odlišných zjednodušujúcich predpokladov. Ďalej sa obmedzíme len na vznik vírivých prúdov od drážkových harmonických frekvencií u strojov s magnetmi na povrchu rotora.

3 Mechanizmus vzniku vírivých prúdov

Uvažujme situáciu, kedy drážkovaný stator rotuje synchrónnou uhlovou rýchlosťou ω_s okolo hladkého rotora s ho-

elektrorevue
ISSN 1213 - 1539

mogénnou vrstvou permanentného magnetu na povrchu. Za predpokladu sínusového priebehu zvlnenia magnetickej vodivosti statora môžme priebeh zvlnenia magnetickej indukcie na povrchu vrstvy magnetov ($y = 0$) napísať v tvare priestorovej vlny:

$$B(x,t) = B_0 \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{\tau_u} x\right), \tag{1}$$

kde x je vzdialenosť po obvode rotora t je čas a τ_u je drážková rozteč statora:

$$\tau_u = \frac{\pi D_s}{Q_s}, \tag{2}$$

kde D_s a Q_s je priemer a počet drážok statora. Frekvencia prvej drážkovej harmonickej ω_1 je:

$$\omega_1 = \omega_s Q_s \tag{3}$$

Využitím Maxwellovych rovníc a vektorových identít je možné odvodiť rozloženie magnetického poľa v axiálnom reze nekonečne dlhého rotora. Postup odvodenia je popísaný v [2]. Intenzita magnetického poľa má zložky v radiálnom H_y a tangenciálnom smere H_x:

$$H_y(x,y,t) = H_0 e^{ay} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau_p} x + yb\right) \tag{4}$$

$$H_x(x,y,t) = H_0 \frac{\tau_p}{\pi} e^{ay} \left[a \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau_p} x + by\right) + b \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau_p} x + by\right) \right], \tag{5}$$

kde a a b v prípade splnenia podmienky:

$$\left(\frac{\pi}{\tau_p}\right)^2 << \frac{\mu\omega}{\rho}, \tag{6}$$

je možné zjednodušiť do tvaru:

$$a = b = \frac{1}{\delta} = \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\rho}}, \tag{7}$$

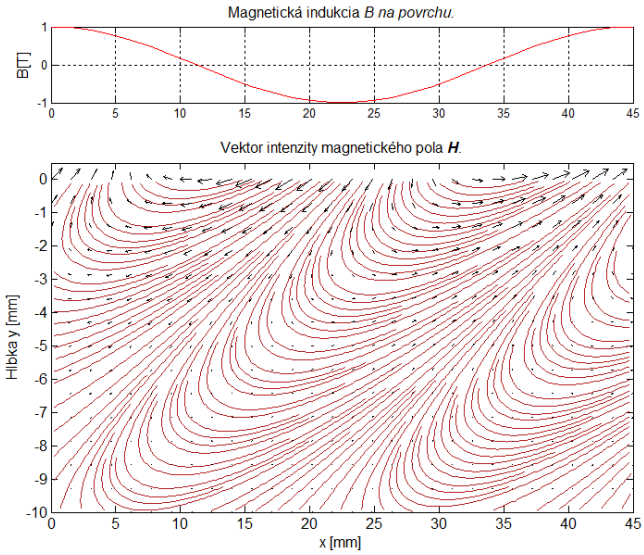
kde ρ je rezistivita materiálu a δ sa zvyčajne označuje ako hĺbka vniku.

Z uvedených rovníc vyplýva, že intenzita magnetického poľa s rastúcou hĺbkou y od povrchu exponenciálne slabne a zároveň sa posúva fáza voči fáze vlny na povrchy rotora. V dôsledku toho sa vektor H stáča a siločiary magnetického poľa sa postupne uzatvárajú. Použitím vektorovej podoby Ampérovho zákona (8) možno z rovníc (5) a (4) odvodiť rozloženie prúdovej hustoty $\mathbf{J}$ rezom magnetu (9).

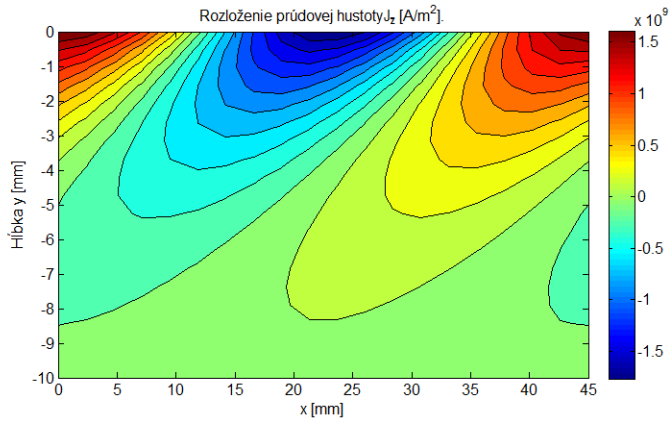
$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \tag{8}$$

$$J_z(x,y,t) = -H_0 \frac{\tau_p}{\pi_p} e^{ya} \left[(-2ab) \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau_p} x + by\right) - (1 + a^2 - b^2) \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau_p} x + by\right) \right] \tag{9}$$

Keďže vektor intenzity magnetického poľa nemá v tomto modeli axiálnu zložku (v smere osi z), vektor prúdovej hustoty má naopak zložku len v tomto smere. Príklad rozloženia vektoru intenzity magnetického poľa podľa rovníc (5) a (4) pre vrstvu samárium-kobaltového magnetu pri uhlovej rýchlosti 16755 rad/s a 12 drážok na statore s roztečou $\tau_p = 22.5$ mm je na obr. 1. Tomu zodpovedajúce rozloženie prúdovej hustoty J_z je na obr. 2.



Obr. 1: Rozloženie vektoru intenzity magnetického poľa v reze magnetickej vrstvy a zodpovedajúci priebeh normálovej magnetickej indukcie na povrchu.



Obr. 2: Rozloženie prúdovej hustoty axiálnom reze vrstvy permanentného magnetu.

Z predošlých rovníc je zrejmé, že rozloženie vektorov $\mathbf{H}$ a $\mathbf{J}$ je v prípade homogénneho materiálu definované periódou priestorovej vlny na povrchu magnetu. V praxi je však magnetická vrstva na rotore tvorená zvyčajne z viacerých izolovaných segmentov. Dôvodom je okrem zníženia výrobných nákladov práve snaha o zníženie vírivých strát. Zo známeho vzťahu (10) vyplýva, že merný stratový výkon vírivými prúdmi p_{dV} rastie s druhou mocninou šírky ma-

elektrorevue ISSN 1213 - 1539

teriálu w, frekvencie f a amplitúdy magnetickej indukcie B_m.

$$p_{dV} = \frac{(\pi f B_m w)^2}{6\rho} \tag{10}$$

Tento vzťah však platí len za predpokladov, že dĺžka segmentu je oveľa väčšia ako jeho šírka (tenké plechy) magnetická indukcia je v priereze konštantná a povrchový jav je zanedbateľný. V tomto prípade je práve šírka jednotlivých segmentov tým čo definuje geometriu vírivých slučiek a súvisiace vírivé straty.

V skutočnosti sa vírivé prúdy chovajú na rozhraní oboch spomínaných modelov. Priebeh zvlnenia magnetického poľa nie je sínusový, ale je možné ho rozložiť do rady viacerých priestorových vĺn so zmenšujúcou sa vlnovou dĺžkou. V závislosti na pomere medzi šírkou magnetu a vlnovou dĺžkou je nutné voliť medzi spomínanými dvoma modelmi. Axiálna dĺžka magnetu v skutočnosti nie je nekonečná a pomer medzi dĺžkou a šírkou magnetu významne ovplyvňuje skutočný tvar vírivých slučiek a im zodpovedajúci odpor. Povrchový jav (skinefekt) zvyčajne takisto nie je zanedbateľný. Pokiaľ je hĺbka vniku menšia ako polovica šírky magnetu je nutné zohľadniť to, že prúd je z vírivej slučky vytlačený do prstenca popri okraji magnetu. V prípade ešte vyšších frekvencií, keď je hĺbka vniku menšia aj ako hrúbka magnetu sa začne významne prejavovať aj magnetický skinefekt. Odporová dráha sa vytlačí len na hrany na vonkajšom povrchu magnetu. Pomocou konečno-prvkových modelov bolo ukázané, že v prípadne nevhodne zvoleného segmentovania magnetov môžu byť z dôvodu skinefektu straty dokonca vyššie ako pri použití spojitej vrstvy magnetov [11], [10].

4 Modelovanie vírivých strát

V súčasnosti najspoľahlivejším a najpresnejším nástrojom na modelovanie je komerčný softvérový balík umožňujúci 3-D prechodnú analýzu [8] s využitím metódy konečných prvkov (MKP) ako napríklad Ansys Maxwell, COMSOL Multiphysics alebo EMWorks EMS. Nevýhodou takéhoto riešenia je, odhliadnuc od vysokej ceny, predovšetkým vysoká časová náročnosť výpočtu. Doba výpočtu 3-D modelu sa v súčasnosti aj pri použití výkonného hardvéru pohybuje v rozsahu niekoľkých dní až týždňov. Preto sa 3-D simulácia používa väčšinou až na konci vývojového procesu. Preto bol v posledných rokoch kladený veľký dôraz na vývoj rýchlejších, lacnejších a spoľahlivejších metód. Jedným z riešení je návrat k analytickému modelu, ktorý je zvyčajne nutné odvodiť individuálne pre daný typ stroja a overiť pomocou MKP analýzy [7]. Analytické modely väčšinou neuvažujú dynamické efekty, napr. vplyv reakčného poľa vírivých prúdov.

Ďalšou možnosťou je použitie 2-D modelu, s následným zakomponovaním end-effect korekcií. Ich spoľahlivé určenie môže byť problematické. Výhodou je rýchlosť výpočtu a dostupnosť open-source programov,ako napríklad FEMM. Je možné naimplementovať aj špecializovaný MKP algoritmus na výpočet strát. Napríklad v [6] bol navrhnutý postup využívajúci kombináciu dvoch 2-D numerických modelov v radiálnom a axiálnom smere na zachytenie trojrozmernej podstaty problému. Tento postup však vyžaduje značné matematické a programátorské znalosti. Poslednou skupinou sú hybridné modely, ktoré kombinujú rozličné metódy s cieľom dosiahnuť rýchlejší a presnejší výpočet.

5 Porovnanie modelov

Za účelom porovnania vlastností boli vybrané štyri metódy výpočtu vírivých prúdov v stroji s uložením magnetov na povrchu:

- analytický model, zložený z modelu zvlnenia magnetického poľa vo vzduchovej medzere a modelu vírivých strát
- hybridný model, kombinujúci 2-D statický model stroja v programe FEMM a analytický výpočet strát
- hybridný model, kombinujúci 2-D tranzientný model stroja v programe Ansys Maxwell a analytický výpočet strát
- 2-D tranzientný model stroja v programe Ansys Maxwell s použitím korekčného faktoru

Vinutie stroja bolo vo všetkých modeloch uvažované bez napájania, aby sa vylúčil vplyv stupňových harmonických. Výsledky jednotlivých modelov boli porovnané na geometrií komerčne vyrábaného synchrónneho motora. Prehľad parametrov tohto stroja je uvedený v tabuľke 1.

Tabuľka 1: Prehľad parametrov použitého synchrónneho stroja.

Výkon	[kW]	50
Menovité otáčky n_s	[min^{-1}]	350
Vnútorný priemer statora D_s	[mm]	365
Počet drážok statora Q_s		72
Otvorenie drážky b_1	[mm]	3
Vzduchová medzera δ	[mm]	1,5
Počet pólov $2p$		16
Šírka magnetov na póle w_p	[mm]	54
Rozmer magnetu	[mm]	50x4,5x6
Magnetov na pól - tan. N_{lam}		12
Magnetov na pól - ax. N_{ax}		5
Materiál magnetu		NdFeB - 40SH
Koercivita magnetu H_c	[kA/m]	850
Rezistivita magnetu ρ	[$\mu\Omega$.cm]	150

5.1 Analytický model

Na výpočet bola použitá metóda [4] zložená z dvoch krokov. V prvom kroku je vypočítané rozloženie magnetického

elektrorevue
ISSN 1213 - 1539

poľa na povrchu magnetov na základe Carterovej teórie. Priebeh je rozložený do Fourierovej rady, čím sa získajú amplitúdy a frekvencie jednotlivých priestorových vĺn prítomných vo vzduchovej medzere. V druhom kroku sa na základe amplitúd určí veľkosť vírivého prúdu a odpor cesty, ktorou sa uzatvára vírivá slučka, z čoho je možné určiť dielčí stratový výkon danej harmonickej.

Primárnou motiváciou Carterovej teórie bolo určenie strednej hodnoty magnetickej indukcie B_{av} pozdĺž vzduchovej medzery v závislosti od jej hrúbky δ, otvorenia drážky b_1 a drážkovej rozteče τ_u. Carterov činiteľ k_C je definovaný ako podiel medzi maximálnou indukciou pod zubom B_{max} a jej strednou hodnotou [1]:

$$k_C = \frac{B_{max}}{B_{av}} \,. \tag{11}$$

Je možné ho určiť ako:

$$k_C = \frac{\tau_u}{\tau_u - b_e} = \frac{\tau_u}{\tau_u - \kappa b_1} \,, \tag{12}$$

kde b_e je ekvivalentná šírka drážky a κ korekčný činiteľ:

$$\kappa = \frac{2}{\pi}\left(\arctan\frac{b_1}{2\delta} - \frac{2\delta}{b_1}\ln\sqrt{1+\left(\frac{b1}{2\delta}\right)^2}\right) \,. \tag{13}$$

Odvodenie Carterovho činiteľa vychádza z určitej definície zvlnenia poľa, ktoré je možné rozložiť do nasledujúceho radu:

$$B_\delta = B_{av}\left[1 - \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \beta k_C a_k \cos(kQ\alpha)\right] \,, \tag{14}$$

kde β a a_k je:

$$\beta = \frac{B_0}{B_{max}} = \frac{1+u^2-2u}{2(1+u^2)}, \tag{15}$$

$$u = \frac{b_1}{2\delta}\sqrt{1+\left(\frac{b_1}{2\delta}\right)^2}, \tag{16}$$

$$a_k = \frac{2\sin(k\pi\frac{b_1'}{\tau_p})}{k\pi\left[1-\left(k\frac{b_1'}{\tau_p}\right)^2\right]} \,, b_1' = \frac{\delta}{\beta}\frac{\left(\frac{b_1'}{\delta}\right)^2}{5+\frac{b_1'}{\delta}}. \tag{17}$$

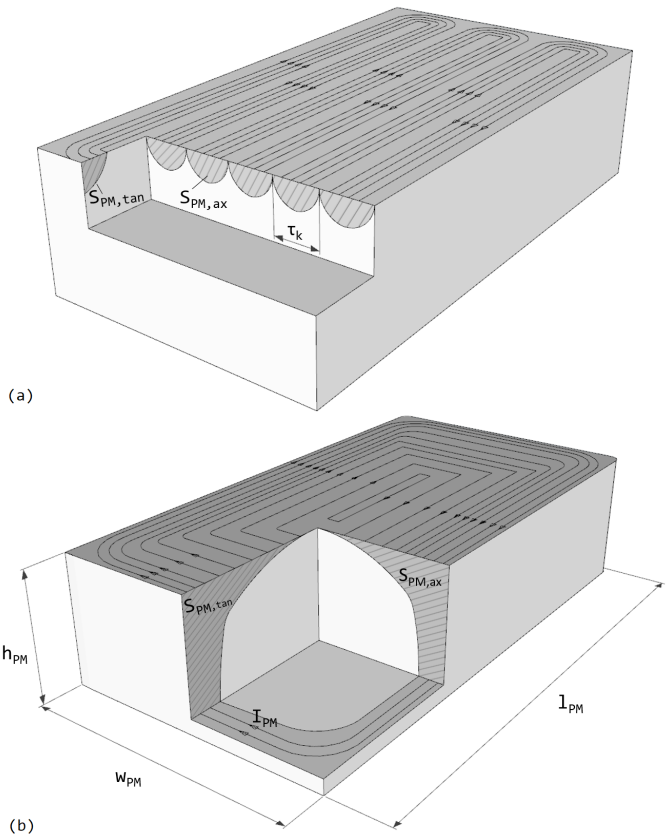
Dosadením uvedených koeficientov do (14) získame amplitúdy jednotlivých priestorových vĺn, pričom k-ta drážková harmonická má vlnovú dĺžku τ_k a uhlovú frekvenciu ω_k:

$$\tau_k = \tau_u/(2k); \;\; \omega_k = k\,\omega_s Q_s \,. \tag{18}$$

Na základe týchto hodnôt určíme nasledovné veličiny pre každú harmonickú zvlášť.

Indukované napätie $\hat{e}_{PM,k}$ vypočítame s magnetického toku plochou určenou vírivou slučkou k-tej drážkovej harmonickej.

$$\hat{e}_{PM,k} = \omega_k \Psi_{PM,k} = \omega_k \frac{2}{\pi}\hat{B}_k \tau_k l_{PM}. \tag{19}$$



Obr. 3: Vírivé prúdy rezom magnetického segmentu: (a) $\tau_k < w_{PM}$, (b) $\tau_k \geq w_{PM}$.

Odpor vírivej slučky $R_{PM,k}$ určíme ako súčet axiálnej a tangenciálnej časti odporovej cesty:

$$R_{PM,k} = \frac{\pi}{2}\left(\frac{2(l_{PM}-\delta_{PM,k})}{S_{PM,ax,k}} + \frac{2\tau_k}{S_{PM,tan,k}}\right)\rho_{PM}, \tag{20}$$

kde $S_{PM,ax,k}$ a $S_{PM,tan,k}$ sú efektívne axiálne a tangenciálne prierezy odporovej cesty v závislosti od hĺbky vniku danej drážkovej harmonickej:

$$S_{PM,ax,k} = \frac{\tau_k}{2}\frac{\delta_{PM,k}}{2}\left(1-e^{-2h_{PM}/\delta_{PM,k}}\right) \tag{21}$$

$$S_{PM,tan,k} = \delta_{PM,k}\frac{\delta_{PM,k}}{2}\left(1-e^{-2h_{PM}/\delta_{PM,k}}\right) \tag{22}$$

$$\delta_{PM,k} = \sqrt{\frac{2\rho_{PM}}{\omega_k \mu_0 \mu_{r,PM}}}. \tag{23}$$

Efektívnu hodnotu vírivého prúdu I_{PM} vypočítame podľa Ohmovho zákona.

$$I_{PM,k} = \frac{\hat{e}_{PM,k}/\sqrt{2}}{R_{PM,k}\sqrt{2}} \tag{24}$$

Odmocnina v čitateli je z dôvodu zahrnutia reaktancie do celkovej impedancie magnetu. Strednú hodnotu výkonu

elektrorevue
ISSN 1213 - 1539

potom určíme ako:

$$P'_{PM,k} = E_{PM,k} I_{PM,k} \cos 45\,. \tag{25}$$

Keďže v rámci jedného pólu sa uzavrie w_p/τ_{PM} slučiek, celkové straty na jeden axiálny segment a n-tú harmonickú budú:

$$P_{PM,k} = 2p \frac{w_p}{\tau_P M} P'_{PM,k} \tag{26}$$

Ako už bolo spomínané na konci tretieho odseku, je nutné podľa podielu medzi šírkou magnetu a vlnovou dĺžkou k-tej harmonickej rozlišovať, či je tvar vírivej slučky definovaný rozhraním segmentu magnetu, alebo vlnovou dĺžkou (obr. 3). V prípade, že $\tau_k < w_{PM}$, čo zvyčajne platí pre vyššie hodnoty k, použijeme predošlé vzťahy. V opačnom prípade je nutné rovnice (19)(20),(22) a(26) nahradiť nasledovnými:

$$\hat{e}_{PM,k} = \omega_k \hat{B}_k w_{PM} l_{PM}. \tag{27}$$

$$R_{PM,k} = 2\left(\frac{2l}{S_{PM,ax,k}} + \frac{w_{PM}}{S_{PM,tan,k}}\right)\rho_{PM}, \tag{28}$$

$$S_{PM,ax,k} \approx S_{PM,tan,k} \approx \frac{w_{PM}}{2}\frac{\delta_{PM,k}}{2}\left(1 - e^{\frac{-2h_{PM}}{\delta_{PM,k}}}\right) \tag{29}$$

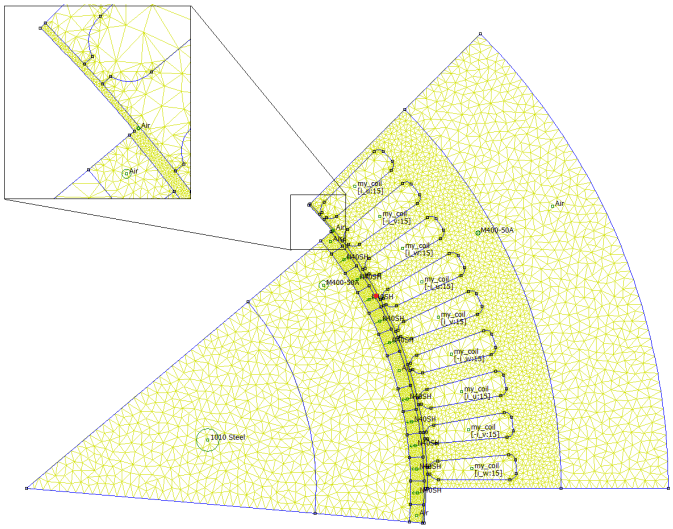
$$P_{PM,k} = 2pN_{lam} P'_{PM,k} \tag{30}$$

Celkový stratový výkon získame ako súčet stratových výkonov jednotlivých harmonických. Výsledok je nutné ešte násobiť počtom segmentov magnetov v axiálnom smere stroja N_{ax}.

$$P_{PM} = \sum_{k=1}^{n} P_{PM,k} N_{ax} \tag{31}$$

5.2 Hybridný model

Na určenie priebehu zvlnenia bol vytvorený model stroja vo freeware programe FEMM, ktorý umožňuje len 2-D statickú analýzu. Pomocou postupu v [12] a nastavenia vhodných okrajových podmienok bolo možné model zredukovať na 1/8 stroja, čím sa počet prvkov znížil na cca. 8000. Keďže sledujeme priebeh magnetického poľa vo vzduchovej medzere, je nutné v tejto oblasti nastaviť veľmi jemnú sieť. Tri prvky na hrúbku medzery neboli dostačujúce. Frekvenčnou analýzou bolo zistené, že priebeh zvlnenia získaný jedným krokom výpočtu po obvode vzduchovej medzery nie je vhodný, keďže dochádza k násobeniu drážkových a základnej frekvencie stroja. Preto bol vytvorený skript v jazyku LUA [13], pomocou ktorého je možné ovládať model stroja vo FEMM-e. Skript zabezpečuje natáčanie geometrie rotoru stroja a následné vyhodnotenie výsledku simulácie v cykle. V každom kroku cyklu bola v mieste na povrchu magnetu (označenom červeným bodom na obr. 4) snímaná radiálna hodnota vektoru magnetickej indukcie. Krok pootočenia bol 1/100 pólovej rozteče, čo spoľahlivo

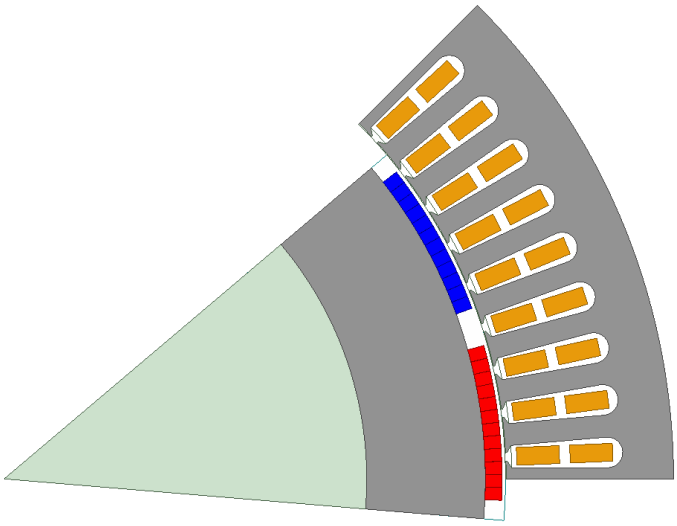


Obr. 4: Model motora v programe FEMM.

stačí na zachytenie minimálne desiatej drážkovej harmonickej. Zo získaného priebehu boli Fourierovou transformáciou (obr. 8) získané amplitúdy drážkových harmonických, z ktorých boli ďalej vypočítané vírivé straty podľa rovníc (18)–(30) z predošlého odseku.

5.3 2-D tranzientný model

Rovnaký 2-D model stroja ako v predošlom odseku sme vytvorili aj v programe Ansys Maxwell (obr. 5). Ten však umožňuje aj dynamickú a tranzientnú analýzu. V prierezе



Obr. 5: Model motora v programe Ansys Maxwell.

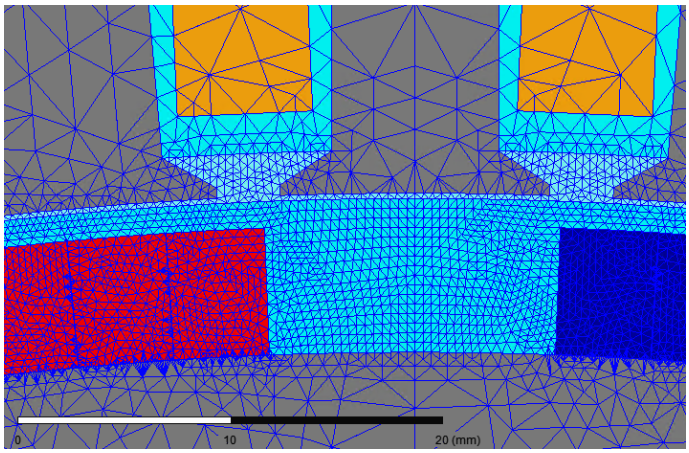
magnetov je aktivovaný výpočet vírivých strát. Z toho dôvodu je nutné výrazné zhustenie siete (6) nielen vo vzduchovej medzere, ale aj v magnetoch a to aj s ohľadom na hĺbku vniku vyšších harmonických. V našom prípade ani desiata drážková harmonická (4,2 kHz) nemá menšiu

elektrorevue
ISSN 1213 - 1539

hĺbku vniku ako hrúbka magnetov a preto nie je nutné výrazné zjemňovanie siete na ich povrchu. Na plochu axiálneho rezu každého magnetu individuálne je nutné predpísať podmienku:

$$\int_S J dS = 0 \tag{32}$$

To zabezpečí, že prúdové slučky sa musia uzatvárať v rámci prierezu daného segmentu. V priebehu simulácie boli na-



Obr. 6: Detail zjemnenia konečnoprvkovej siete vo vzduchovej medzere a magnetoch.

stavené konštantné, menovité otáčky rotora a rozpojené vinutie stroja. Krok simulácie bol nastavený ako v predošlom modeli. V priebehu simulácie boli ukladané hodnoty normálovej magnetickej indukcie na krátkej úsečke umiestnenej v rovnakom mieste ako v predošlom modeli. Získaný priebeh zvlnenia (obr. 8) bol opäť spracovaný pomocou analytického modelu strát (tab. 2). Ďalej je možné priamo v programe určiť rozloženie vírivých prúdov a celkové vírivé straty v objeme magnetov. Keďže sa však jedná o 2-D model, vychádzajú vírivé prúdy väčšie ako v skutočnosti, pretože pri výpočte nie je zahrnutý odpor tangenciálnej časti vírivej slučky. Podľa výskumu v [5] je možné nájsť závislosť medzi podielom strát v 2-D a 3-D simulácií a parametrom K.

$$K = \frac{h_{PM} l_{PM}}{w_{PM}} \tag{33}$$

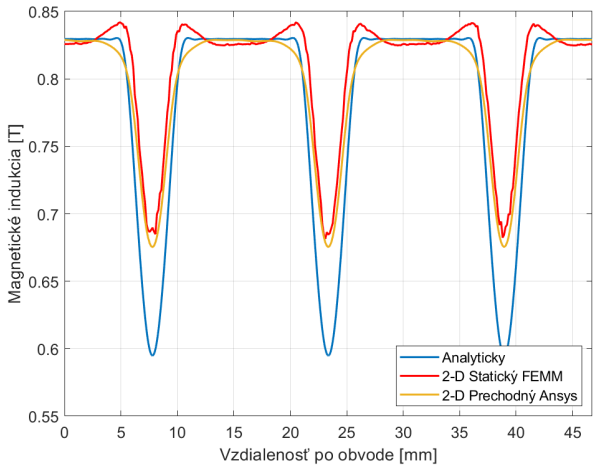
Na základe neho určíme spomínaný korekčný faktor nasledovne:

$$\frac{P_{3D}}{P_{2D}} = 1 - C_2 \frac{1}{K}\,, \tag{34}$$

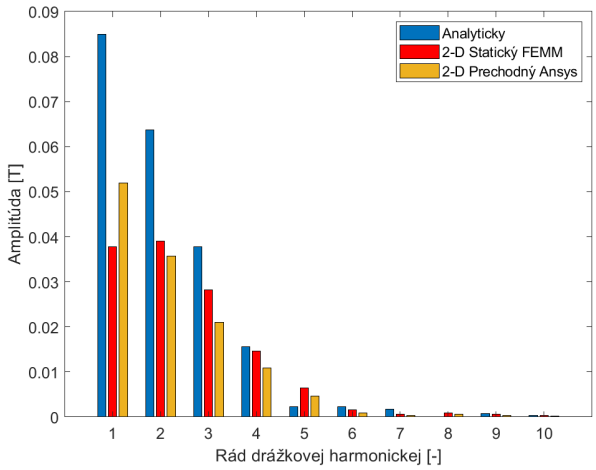
kde C_2 je empirická konštanta s hodnotou 3 mm. Táto hodnota platí s dostatočnou presnosťou v rozsahu 100 - 1000 Hz [5].

6 Výsledky

Na obr. 7 sú porovnané priebehy magnetickej indukcie na povrchu magnetu získané pomocou rôznych metód popísaných v odseku 5. Priebeh určený analytickým modelom sa od numerických modelov líši výrazne väčším prepadom magnetického poľa pod drážkou. To sa prejavilo aj na vyššej amplitúde prvej drážkovej harmonickej, zobrazenej na obr. 8. Oba numerické modely sa dobre zhodujú až na miesta pod okrajmi zubu. Kým pri statickom modeli dochádza na hranách zubov ku koncentrácií magnetického poľa, v prípade dynamického modely sú tieto hrany naopak zahladené. Môže to byť zapríčinené práve reakčným poľom vírivých prúdov. Tomu zodpovedajú aj rozdielne hodnoty amplitúd vyšších harmonických oproti statickému modelu. Vírivé straty analyticky vypočítané



Obr. 7: Porovnanie priebehov zvlnenia magnetickej indukcie na povrchu magnetu pre jednotlivé modely.



Obr. 8: Porovnanie amplitúd drážkových harmonických pre jednotlivé modely.

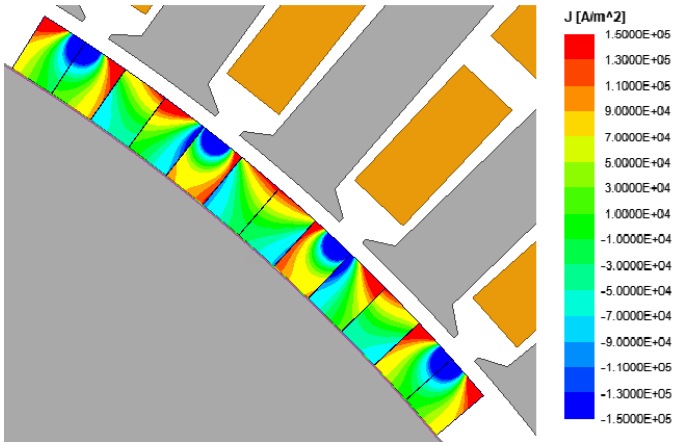
pre jednotlivé amplitúdy drážkových harmonických z obr. 8 sú zobrazené v tabuľke 2. Hodnoty prvej harmonickej boli z dôvodu splnenia podmienky $\tau_k < w_{PM}$ počítané podľa rovníc (28) - (30). Z tabuľky je vidno, že na celkové vírivé straty majú v tomto prípade významný vplyv len prvé štyri drážkové harmonické. Simuláciou v Ansyse sme navyše získali rozloženie hustoty vírivých prúdov v permanentných magnetov (Obr. 9). Výsledkom je rozloženie

elektrorevue
ISSN 1213 - 1539

Tabuľka 2: Porovnanie stratových výkonov zodpovedajúcim amplitúdam drážkových harmonických.

Rád	Analyticky [W]	2D Femm [W]	2D Ansys [W]
1.	29.950	6.652	12.543
2.	28.108	12.314	10.322
3.	8.895	6.301	3.472
4.	1.229	1.657	0.920
5.	0.007	0.309	0.163
6.	0.040	0.018	0.005
7.	0.011	0.003	0.001
8.	0.001	0.005	0.002
9.	0.003	0.003	0.001
10.	0.000	0.001	0.000

podobné tomu v odseku 3. Nesínusovému zvlneniu magnetického poľa zodpovedá aj nesymetria medzi tvarom cesty vírivého prúdu v kladnom a zápornom smere. Z rozloženia je vidno splnenie podmienky že hĺbka vniku je väčšia ako hrúbka magnetu a vírivé prúdy prestupujú prakticky celým prierezom. Keďže výpočet vírivých prúdov bol aktivovaný



Obr. 9: Rozloženie hustoty vírivých prúdov získané pomocou modelu v Ansys Maxwell.

len v priereze magnetov, hodnota premennej "solid losses" udávaná v programe Ansys Maxwell zodpovedá práve nami počítaným stratám. Hodnota korekčného koeficientu v prípade tohto stroja podľa modelu (34) bola $0,91$. Celkový stratový výkon stroja vírivými prúdmi vypočítaný numericky a pomocou jednotlivých modelov z predchádzajúcich odsekov je porovnaný v tabuľke 3.

7 Záver

Tento článok sa zaoberá popisom vzniku vírivých prúdov a výpočtom vznikajúcich strát v synchrónnych strojoch s povrchovou montážou. Bol vybraný analytický model, ktorý zohľadňuje vplyv povrchového efektu a nehomogenity rozloženia magnetického poľa nad magnetickými segmentami. Vďaka tomu by mal byť použiteľný v širokom rozsahu otáčok a frekvencií vyšších drážkových harmonických prítomných vo vzduchovej medzere. Model bol overený na základe parametrov reálneho stroja pomocou 2-D tranzientného numerického modelu v Ansys Maxwell.

Tabuľka 3: Porovnanie výsledkov všetkých metód.

Metóda	Stratový výkon [W]
Analytický model	68,2
2D FEMM B_δ + straty analyticky	27,3
2D Ansys B_δ + straty analyticky	27,4
2D Ansys numericky	11,3

Ukázalo sa, že slabou stránkou analytického modelu je výpočet amplitúd drážkových harmonických za základe Carterovej teórie. Preto boli vytvorené dva kombinované modely, kde bol namiesto tejto teórie použitý numerický výpočet. Tým bolo dosiahnuté dvaapolnásobné zníženie odchýlky oproti analytickému výpočtu strát. Aj napriek tomu vychádzajú straty touto kombinovanou metódou viac ako dvakrát vyššie než u 2-D tranzientného modelu v Maxwell-e. Zo všetkých skúmaných analytických modelov sa však tento najviac približuje výsledkom numerickej simulácie. Je to najmä vďaka zohľadneniu skinefektu, ktorý má významný vplyv na rozloženie prúdovej hustoty a odpor vírivých slučiek v magnetoch. Jedným z možných zdrojov odchýlky je aj použitie princípu harmonickej superpozície strát. Ten však platí len v prípade homogénnej vrstvy magnetu po celom obvode stroja.

Ukázalo sa tiež, že uspokojivú presnosť výpočtu je možné dosiahnuť aj s použitím statického, 2-D numerického modelu vo freeware programe FEMM. Ten nedokáže zohľadniť vplyv reakčného poľa vírivých prúdov, čo sa viditeľne prejavilo aj rozdielom priebehu zvlnenia magnetického poľa. Tento model predstavuje dobrý kompromis medzi presnosťou, rýchlosťou výpočtu, cenou použitého softvéru. Na presné určenie strát je však nutné použiť tranzientný numerický model. V ďalšej práci by bolo vhodné overiť presnosť jednotlivých modelov meraním na reálnom stroji, alebo aspoň 3-D numerickým modelom.

8 Poďakovanie

Táto výskumná práca bola vypracovaná v Centre pre výskum a využitie obnoviteľnej energie (CVVOZE). Autori vďačne oceňujú finančnú podporu Ministerstva školstva, mládeže a telovýchovy v rámci inštitucionálnej podpory a špecifického výskumného programu VUT (projekt č. FEKT-S-20-6379).

elektrorevue
ISSN 1213 - 1539

Literatura

[1] PYRHÖNEN, Juha, Tapani JOKINEN and Valéria HRABOVCOVÁ. 2014. *Design of rotating electrical machines*. 2nd edition. Chichester: Wiley.

[2] HELLER, Bedřich and Václav HAMATA. 1961. *Přídavna pole: síly a ztráty v asynchronním stoji*. Praha: Československé akademie věd.

[3] VÍTEK, Ondřej. 2016. *Vysokootáčkové elektrické motory*. Brno. Habilitation. BUT.

[4] PYRHONEN, Juha, Hanne JUSSILA, Yuliya ALEXANDROVA, Pavol RAFAJDUS and Janne NERG. 2012. Harmonic Loss Calculation in Rotor Surface Permanent Magnets-New Analytic Approach. In: *IEEE Transactions on Magnetics*. **48**(8), p. 2358-2366.

[5] RUOHO, S., T. SANTA-NOKKI, J. KOLEHMAINEN and A. ARKKIO. 2009. Modeling Magnet Length In 2-D Finite-Element Analysis of Electric Machines. *IEEE Transactions on Magnetics*. **45**(8), 3114-3120.

[6] STEENTJES, Simon, Stefan BOEHMER and Kay HAMEYER. 2015. Permanent Magnet Eddy-Current Losses in 2-D FEM Simulations of Electrical Machines. *IEEE Transactions on Magnetics*. **51**(3), 1-4.

[7] FANG, Z. X., Z. Q. ZHU, L. J. WU and Z. P. XIA. 2012. Simple and accurate analytical estimation of slotting effect on magnet loss in fractional-slot surface-mounted PM machines. *2012 XXth International Conference on Electrical Machines*. IEEE, , 464-470.

[8] MASMOUDI, Asma and Ahmed MASMOUDI. 2014. 3D FEA investigation of the PM segmentation on the iron loss of fractional-slot machines. In: *2014 Ninth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER)*. IEEE, p. 1-6.

[9] JUMAYEV, S., M. MERDZAN, K. O. BOYNOV, J. J. H. PAULIDES, J. PYRHONEN and E. A. LOMONOVA. 2015. The Effect of PWM on Rotor Eddy-Current Losses in High-Speed Permanent Magnet Machines. *IEEE Transactions on Magnetics*. **51**(11), 1-4.

[10] YAMAZAKI, Katsumi and Atsushi ABE. 2009. Loss Investigation of Interior Permanent-Magnet Motors Considering Carrier Harmonics and Magnet Eddy Currents. In: *IEEE Transactions on Industry Applications*. **45**(2), p. 659-665.

[11] WAN-YING HUANG, Adel BETTAYEB, Robert KACZMAREK and Jean-Claude VANNIER. 2010. Optimization of Magnet Segmentation for Reduction of Eddy-Current Losses in Permanent Magnet Synchronous Machine. In: *IEEE Transactions on Energy Conversion*. **25**(2), p. 381-387.

[12] MEEKER, David. *Periodic Boundaries with Rotating Machines* [online]. Available at: https://www.femm.info/wiki/PeriodicBoundaries

[13] OctaveFEMM Reference Manual. *Finite Element Method Magnetics : Documentation* [online]. Available at: https://www.femm.info/wiki/Files/files.xml?action=download&file=octavefemm.pdf

[14] *ARNOLD magnetic technologies: L-Type Laminated Magnets* [online]. Available at: https://www.arnoldmagnetics.com/products/l-type-laminated-magnets/