



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

URČOVÁNÍ PODDAJNOSTI TEPEN S VYUŽITÍM DVOUPRVKOVÉHO WINDKESSEL MODELU

DETERMINATION OF ARTERIAL COMPLIANCE USING TWO-ELEMENT WINDKESSEL MODEL

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ondřej Vraj

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Jiří Vaverka, Ph.D.

BRNO 2025

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Ondřej Vraj**
Studijní program: Základy strojního inženýrství
Studijní obor: Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce: **Ing. Jiří Vaverka, Ph.D.**
Akademický rok: 2024/25

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Určování poddajnosti tepen s využitím dvouprvkového Windkessel modelu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Poddajnost arteriálního stromu je významnou charakteristikou funkčního stavu kardiovaskulárního systému. Snížení poddajnosti v důsledku stárnutí (a s ním spojených změn mechanických vlastností stěn tepen) zvyšuje riziko vzniku kardiovaskulárních onemocnění. Pro určení poddajnosti na základě klinických dat existuje řada metod, z nichž některé využívají tzv. dvouprvkový Windkessel model, což je nejjednodušší matematický model proudění v krevním řečišti.

Cíle bakalářské práce:

- 1.) Provést stručný popis oběhové soustavy člověka, srdečního cyklu a mechanických vlastností tepen. Vysvětlit základní pojmy z oblasti anatomie a fyziologie související s řešenou problematikou.
- 2.) Popsat dvouprvkový Windkessel model a zpracovat přehled metod využívajících tento model pro určení poddajnosti tepen systémového oběhu.
- 3.) Na základě reálného časového průběhu tlaku a průtoku krve v aortě provést výpočet poddajnosti pomocí metody pulzního tlaku (Stergiopoulos et al., 1994). Řešení bude provedeno numericky pomocí vhodného softwaru (např. Matlab).

Seznam doporučené literatury:

KOKALARI, Isidor; KARAJA, Theodor; GUERRISI, Maria. Review on lumped parameter method for modeling the blood flow in systemic arteries. Journal of Biomedical Science and Engineering. 2013, 6, s. 92-99.

STERGIOPULOS, Nikolaos; MEISTER, Jean-Jacques; WESTERHOF, Nicolaas. Evaluation of methods for estimation of total arterial compliance. American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology. 1995, 268(4), H1540-H1548.

STERGIOPULOS, Nikolaos; MEISTER, Jean-Jacques; WESTERHOF, Nicolaas. Simple and accurate way for estimating total and segmental arterial compliance: The pulse pressure method. 1994, Annals of Biomedical Engineering 22(4), s. 392-7.

ŠVEC, David; JAVORKA, Michal. Noninvasive Arterial Compliance Estimation. 2021, Physiol. Res. 70 (Suppl. 4): S483-S494.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2024/25

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Tato bakalářská práce se zabývá modelováním arteriální poddajnosti pomocí dvouprvkového Windkessel modelu, který slouží jako jednoduchá aproximace hemodynamického chování arteriálního systému. Úvodní část práce se věnuje základní anatomii a fyziologii oběhové soustavy, včetně popisu mechanických vlastností tepen. Následně je podrobně rozebrán princip dvouprvkového Windkessel modelu, včetně jeho matematické formulace a srovnání s dalšími variantami Windkessel modelů. Klíčovým cílem práce je implementace numerických metod pro řešení modelu a následné určení arteriální poddajnosti na základě reálných tlakových a průtokových dat. V rámci numerických experimentů jsou porovnány tři přístupy: explicitní Eulerova metoda, implicitní Eulerova metoda a řešení pomocí diferenciální rovnice. Výsledky ukazují, že i jednoduchý dvouprvkový model může při vhodné volbě numerické metody poskytnout dostatečně přesnou aproximaci reálného průběhu tlaku v arteriálním systému a umožnit odhad jeho mechanických vlastností.

KLÍČOVÁ SLOVA

Windkessel model, arteriální poddajnost, hemodynamika, numerické metody, krevní tlak, diferenciální rovnice, Eulerova metoda

ABSTRACT

This bachelor's thesis focuses on modeling arterial compliance using the two-element Windkessel model, which serves as a simple approximation of the hemodynamic behavior of the arterial system. The introductory part of the thesis provides an overview of the anatomy and physiology of the circulatory system, including the mechanical properties of arteries. The core section presents the principles of the two-element Windkessel model, its mathematical formulation, and a comparison with other Windkessel model variants. The main objective is the implementation of numerical methods for solving the model and estimating arterial compliance based on real pressure and flow data. The numerical experiments compare three approaches: the explicit Euler method, the implicit Euler method, and the solution of a differential equation. The results demonstrate that, with an appropriate numerical method, the simple two-element model can provide a sufficiently accurate approximation of real arterial pressure profiles and allow for the estimation of mechanical properties of arteries.

KEYWORDS

Windkessel model, arterial compliance, hemodynamics, numerical methods, blood pressure, differential equation, Euler method

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

VRAJ, ONDŘEJ. *Určování poddajnosti tepen s využitím dvouprvkového Windkessel modelu*. Brno, 2025. Dostupné také z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/162370>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí bakalářské práce Ing. Jiří Vaverka, Ph.D.

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením Jiřího Vaverky a s použitím informačních zdrojů uvedených v seznamu.

V Brně dne 22. května 2025

.....

Ondřej Vraj

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval vedoucímu bakalářské práce Ing. Jiřímu Vaverkovi, Ph.D. za jeho odborné vedení, cenné rady, trpělivost a vstřícný přístup během zpracování této práce.

Dále děkuji své rodině, kamarádům a blízkým za jejich podporu, trpělivost a psychickou oporu po celou dobu mého studia.

OBSAH

Úvod.....	12
1 Oběhová soustava	13
1.1 Srdce	13
1.1.1 Stěny.....	14
1.1.2 Komory	15
1.1.3 Chlopně	16
1.2 Cévy.....	17
1.2.1 Tepny	17
1.2.2 Arterioly	19
1.2.3 Kapiláry	19
1.2.4 Žilky	20
1.2.5 Žíly.....	20
1.3 Krev	22
1.3.1 Plazma	22
1.3.2 Červené krvinky.....	22
1.3.3 Bílé krvinky	23
1.3.4 Krevní destičky.....	23
2 Srdeční cyklus.....	25
3 Dvouprvkový Windkessel model.....	27
3.1 Úvod do modelu	27
3.2 Z čeho se model skládá	27
3.3 Aplikace modelu v praxi	27
3.4 Výhody a nevýhody modelu	28
3.5 Srovnání s ostatními modely	28
3.6 Metody určování poddajnosti pomocí dvouprvkového windkessel modelu.....	29
3.6.1 Zpětná analýza tlakové a průtokové křivky	30
3.6.2 Odhad z PPG signálu	30
3.7 Metoda pulzního tlaku a numerická řešení	30
3.7.1 Explicitní (dopředná) Eulerova metoda	30
3.7.2 Implicitní (zpětná) Eulerova metoda	31
3.7.3 Řešení pomocí diferenciální rovnice	31
4 Výpočetní výsledky a diskuze.....	33
4.1 Zadané vstupní hodnoty tlaku a průtoku.....	33
4.2 Porovnání numerických metod.....	34
4.3 Diskuze výsledků.....	35

Závěr	37
Použité informační zdroje.....	38
Seznam použitých zkratek a symbolů	42
Seznam příloh	43
Seznam obrázků, tabulek a grafů.....	44

ÚVOD

Kardiovaskulární systém představuje jednu z nejdůležitějších soustav lidského organismu, neboť zajišťuje zásobování tkání kyslíkem a živinami a zároveň odvádí metabolické odpadní látky. Funkčnost tohoto systému je úzce spojena se stavem cév, především tepen, které musejí odolávat opakovanému mechanickému zatížení v důsledku rytmické činnosti srdce. Jedním z klíčových parametrů popisujících mechanické vlastnosti tepen je jejich poddajnost, tedy schopnost cévní stěny reagovat na změny tlaku roztažením nebo smrštěním. Změny arteriální poddajnosti bývají často prvním projevem patologických stavů, jako jsou hypertenze, ateroskleróza či diabetes mellitus, a jejich včasná diagnostika může přispět k prevenci závažnějších komplikací.

Vzhledem ke složitosti lidského oběhového systému a k omezené dostupnosti přímých měření mechanických parametrů cév byly vyvinuty různé matematické modely, které usnadňují analýzu krevního oběhu. Tyto modely umožňují kvantifikaci vlastností cévního řečiště na základě jednoduše měřitelných veličin, jako je krevní tlak a průtok. Mezi nejčastěji používané zjednodušené modely patří tzv. Windkessel modely, jejichž název pochází z německého výrazu pro vzdušnikovou nádrž. Tyto modely využívají analogii s elektrickými obvody a nahrazují cévní systém kombinací odporu, kapacity a případně dalších prvků a díky tomu lze dynamiku krevního toku popsat jednodušeji.

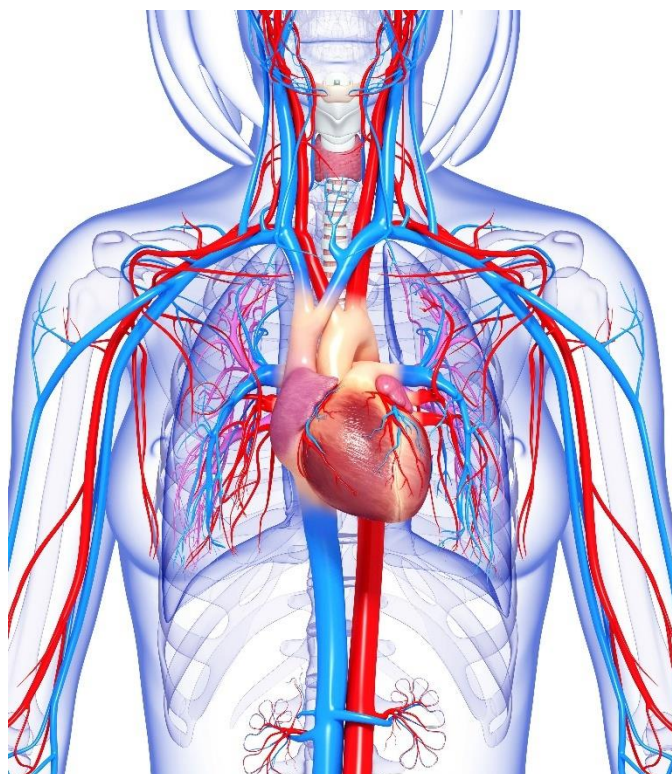
Dvouprvkový Windkessel model, skládající se z elektrického odporu a kapacity, patří mezi nejjednodušší varianty těchto modelů. Jeho jednoduchost z něj činí vhodný nástroj pro základní popis arteriálního systému a odhad mechanických parametrů, zejména v případech, kdy nejsou dostupná detailní data nebo kdy je potřeba provádět rychlé výpočty. Model umožňuje zpětnou analýzu měřených tlakových a průtokových křivek a nabízí možnost určit arteriální poddajnost bez nutnosti invazivního zásahu. Právě z tohoto důvodu nachází uplatnění nejen ve výzkumu, ale také v klinické praxi a výuce.

K přesnému určení arteriální poddajnosti je však nezbytné zvolit vhodný numerický přístup, který dokáže přesně řešit příslušné rovnice modelu a zohlednit dynamiku reálného měření. V této souvislosti lze využít různé numerické metody, mezi nimiž patří například explicitní Eulerova metoda, implicitní Eulerova metoda a analytické řešení diferenciální rovnice, které jsou často využívány v základních modelech nebo při výuce. Každá z těchto metod má své výhody i omezení, a jejich porovnání může přinést cenné poznatky pro výběr optimálního postupu při zpětném výpočtu parametrů modelu.

Tato bakalářská práce se proto zaměřuje na analýzu možností využití dvouprvkového Windkessel modelu pro výpočet arteriální poddajnosti na základě známých hodnot tlaku a průtoku. Cílem je implementovat tři vybrané numerické metody, porovnat jejich přesnost a stabilitu a zhodnotit vhodnost každé z nich pro daný typ úlohy. Získané výsledky mohou napomoci lepšímu pochopení mechanických vlastností tepen a možností jejich numerického odhadu při použití jednoduchých modelových přístupů.

1 OBĚHOVÁ SOUSTAVA

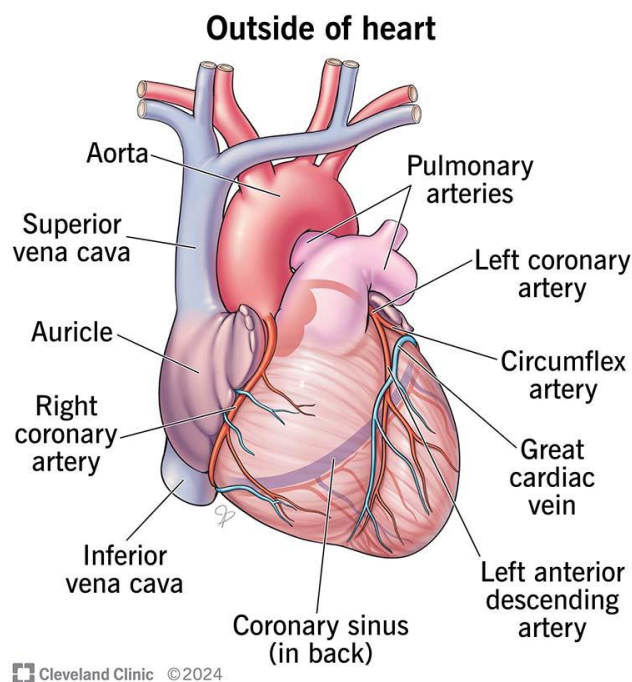
Oběhová soustava, nazývaná také kardiovaskulární systém, je komplexní síť orgánů a cév, která zajišťuje transport krve po celém těle. Tato životně důležitá soustava je zodpovědná za doručování kyslíku, živin a dalších nezbytných látek do buněk a tkání a za odstraňování odpadních produktů. Správná funkce oběhové soustavy je nezbytná pro udržení homeostázy a celkového zdraví organismu. [1], [2], [3]



Obrázek 1: Oběhová soustava člověka [4]

1.1 SRDCE

Srdce je orgán velikosti pěsti, který pumpuje krev do celého těla. Je to hlavní orgán oběhového systému. Tento výkonný orgán je tvořen svaly a tkání. Srdce obsahuje čtyři svalové oddíly (komory), které krátce zadržují krev, než ji rozpohybují. Elektrické impulsy způsobují, že srdce bije a pohybuje krví v těchto komorách. Funkci srdce řídí mozek a nervový systém. Hlavní části srdce: stěny, komory, chlopně a cévy. [5], [6]



Obrázek 2: Zevnějšek lidského srdce a jeho části [5]

Překlad popisků: Aorta – Aorta, Superior vena cava – Horní dutá žíla, Auricle – Síně, Right coronary artery – Pravá věnčitá tepna, Inferior vena cava – Dolní dutá žíla, Coronary sinus (in back) – Sinus coronarius (vzadu), Pulmonary arteries – Plicní tepny, Left coronary artery – Levá věnčitá tepna, Circumflex artery – Obtočná věnčitá tepna, Great cardiac vein – Velká srdeční žíla, Left anterior descending artery – Levá přední sestupná tepna

1.1.1 STĚNY

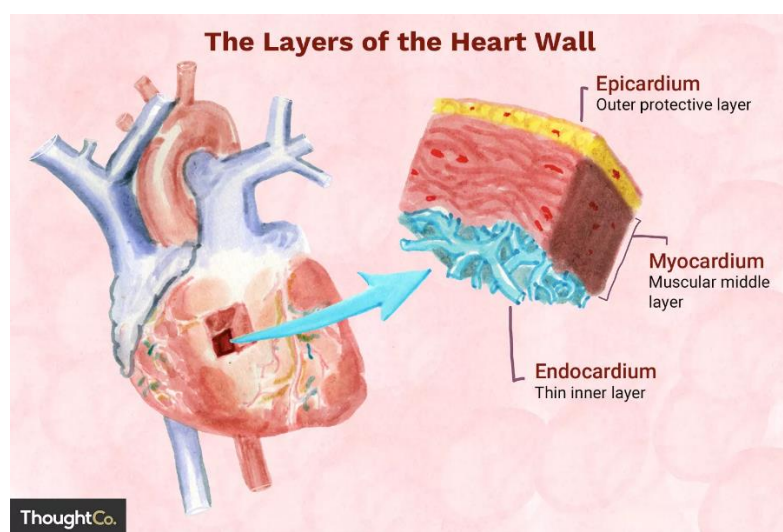
Srdeční stěny jsou svaly, které se stahují a uvolňují, aby rozváděly krev do celého těla. Vrstva svalové tkáně zvaná přepážka rozděluje srdeční stěny na levou a pravou stranu. Srdeční stěny mají tři vrstvy: [5], [7]

Endokard je tenká vnitřní vrstva srdeční stěny. Tato vrstva lemuje vnitřní srdeční komory, pokrývá srdeční chlopně a navazuje na endotel velkých cév. Endokard srdečních síní se skládá z hladké svaloviny a také z elastických vláken. Infekce endokardu může vést ke stavu známému jako endokarditida. Endokarditida je obvykle důsledkem infekce srdečních chlopní nebo endokardu určitými bakteriemi, plísněmi nebo jinými mikroby. Endokarditida je závažný stav, který může být smrtelný. [7]

Myokard je střední vrstva srdeční stěny. Skládá se ze srdečních svalových vláken, která umožňují srdeční stahy. Myokard je nejsilnější vrstvou srdeční stěny, přičemž jeho tloušťka se v různých částech srdce liší. Myokard levé komory je nejtlustší, protože tato komora je zodpovědná za vytváření energie potřebné k přečerpávání okysličené krve ze srdce do zbytku těla. Stahy srdečního svalu jsou pod kontrolou periferního nervového systému, který řídí mimovolní funkce včetně srdeční frekvence. Vedení srdečních vzruchů umožňují specializovaná svalová vlákna myokardu. Tyto svazky vláken, které se skládají z

atrioventrikulárního svazku a Purkyňových vláken, vedou elektrické impulsy středem srdce do komor. Tyto impulsy spouštějí svalová vlákna v komorách ke kontrakci. [7]

Epikard je vnější vrstva srdeční stěny. Je také známý jako viscerální perikard, protože tvoří vnitřní vrstvu osrdečníku. Epikard je tvořen především volnou pojivovou tkání, včetně elastických vláken a tukové tkáně. Epikard funguje jako ochrana vnitřních vrstev srdce a také pomáhá při tvorbě perikardiální tekutiny. Tato tekutina vyplňuje perikardiální dutinu a pomáhá snižovat tření mezi perikardiálními membránami. V této srdeční vrstvě se také nacházejí koronární cévy, které zásobují srdeční stěnu krví. Vnitřní vrstva epikardu je v přímém kontaktu s myokardem. [7]



Obrázek 3: Vrstvy srdečních stěn [7]

Překlad popisků: Epikard (Epicardium) – Vnější ochranná vrstva, Myokard – Svalová střední vrstva, Endokard – Tenká vnitřní vrstva

1.1.2 KOMORY

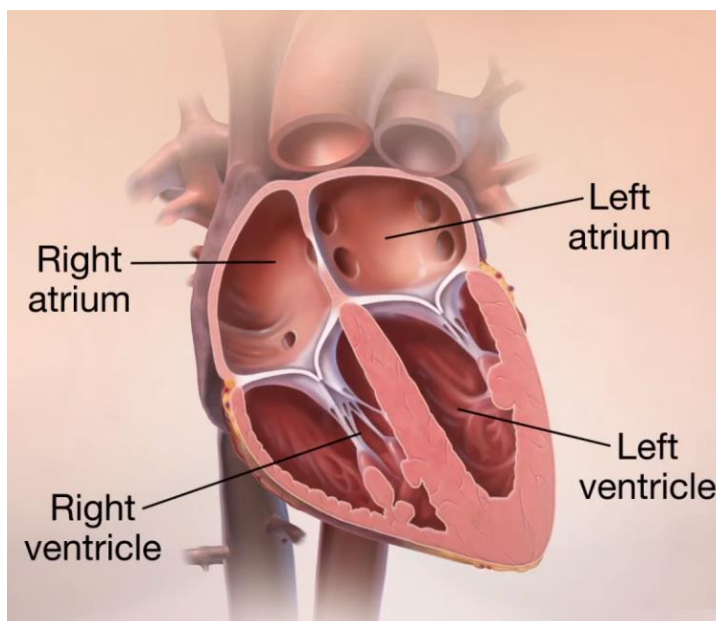
Srdce je rozděleno na čtyři komory. Dvě horní komory se nazývají předsíně. Pravá a levá síň jsou od sebe odděleny stěnou z tkáně, která se nazývá síňová přepážka. Dvě dolní komory se nazývají komory a jsou odděleny komorovou přepážkou na pravou a levou komoru. [8]

Pravá předsíň: Dvě velké žíly přivádějí do pravé síně krev chudou na kyslík. Horní dutá žíla přivádí krev z horní části těla. Dolní dutá žíla přivádí krev z dolní části těla. Poté pravá síň přečerpává krev do pravé srdeční komory. [9]

Pravá srdeční komora: Dolní pravá komora pumpuje krev chudou na kyslík do plic prostřednictvím plicní tepny. Plíce doplňují krev kyslíkem. [9]

Levá síň: Poté, co plíce naplní krev kyslíkem, plicní žíly odvádějí krev do levé síně. Tato horní komora přečerpává krev do levé srdeční komory. [9]

Levá srdeční komora: Levá komora je o něco větší než pravá. Čerpá krev bohatou na kyslík do zbytku těla. [9]



Obrázek 4: Srdeční dutiny: komory a síně [8]

Překlad popisků: Right atrium – Pravá síň, Left atrium – Levá síň, Right ventricle – Pravá komora, Left ventricle – Levá komora

1.1.3 CHLOPNĚ

Srdeční chlopně jsou jako dveře mezi srdečními komorami. Otvírají se a zavírají, aby jimi mohla proudit krev. Zabraňují také tomu, aby se krev pohybovala nesprávným směrem. [9], [10]

Atrioventrikulární chlopně se otvírají mezi horní a dolní srdeční komorou. Patří mezi ně:

Trikuspidální chlopeň: Dveře mezi pravou síní a pravou komorou. [9]

Mitrální chlopeň: Dveře mezi levou síní a levou komorou. [9]

Poloměsíčitě chlopně se otvírají, když krev vytéká z komor. Patří mezi ně:

Aortální chlopeň: Otvírá se, když krev vytéká z levé komory do aorty (tepna, která přivádí do těla krev bohatou na kyslík). [9]

Plicní chlopeň: Otvírá se, když krev proudí z pravé komory do plicních tepen (jediné tepny, které přivádějí krev chudou na kyslík do plic). [9]

1.2 CÉVY

Úkolem cév je zásobovat orgány a tkáně v těle krví. Krev jim dodává kyslík a živiny, které potřebují ke své funkci. Krevní cévy také odvádějí z orgánů a tkání odpadní látky a oxid uhličitý. Dělí se na: tepny, arterioly, kapiláry, žíly a žilky. [11]

1.2.1 TEPNY

Tepny tvoří společně s žíly a srdcem hlavní část oběhového systému. Stěny tepen se skládají z hladké svaloviny, která jim zajišťuje jedinečnou vlastnost – schopnost se zužovat a rozšiřovat. Tato adaptace je řízena parasympatickým nervovým systémem a umožňuje tepnám regulovat průtok krve v závislosti na potřebách organismu. Tepny jsou ukryty hluboko uvnitř těla. Na rozdíl od srdce, které má chlopně zabraňující zpětnému toku krve, tepny spoléhají na jiný mechanismus. Při každém srdečním tepu se tepny roztáhnou, aby pojmuly proudící krev. Jakmile se stěny tepen naplní, svaly se aktivují a vrátí tepny do jejich normálního průměru. Tímto způsobem se krev tlačí vpřed a pokračuje v cestě do cílových orgánů a tkání. [12], [13]

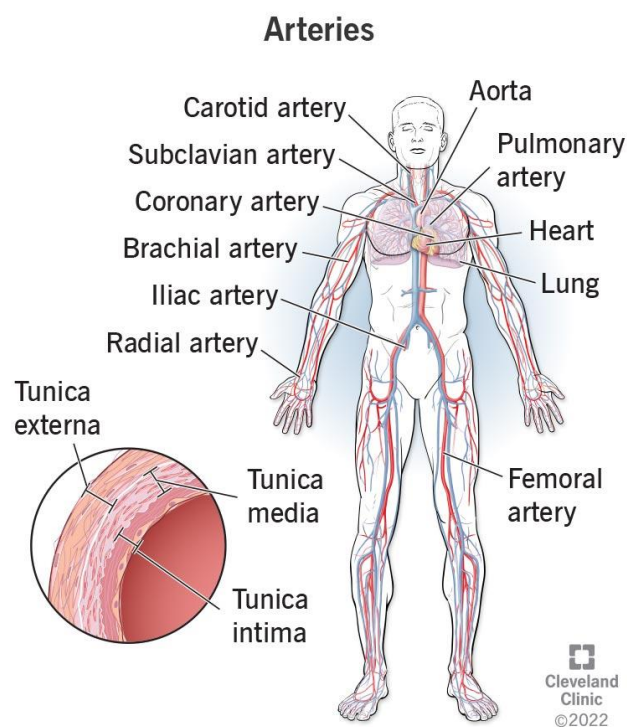
Systémové tepny odvádějí krev od srdce a dopravují okysličenou krev z levé komory do všech orgánů v těle a z nich. Krev je z komor přečerpávána do velkých elastických tepen, které se opakovaně větví na menší a menší tepny, až větvení vyústí v mikroskopické arterioly. Arterioly hrají klíčovou roli při regulaci průtoku krve do tkáňových kapilár. V systémovém arteriálním systému se v daném okamžiku nachází přibližně 12 % celkového objemu krve (75 % žíly, 7 % arterioly a kapiláry). [12]

Plicní tepny transportují krev s nízkým obsahem kyslíku z pravé komory do plic. [12]

Dále se tepny dělí na:

Elastické: mají více elastické tkáně než svalové tepny a nacházejí se v blízkosti srdce. Příklady: Aorta a plicní tepna. [13]

Svalové: Mají více hladké svaloviny než elastické tepny. Příklady: Femorální, radiální a brachiální tepny. [13]



Obrázek 5: Typy tepen [13]

Překlad popisků: Carotid artery – Krkavice (krční tepna), Subclavian artery – Podklíčková tepna, Coronary artery – Věščitá (koronární) tepna, Brachial artery – Pažní tepna, Radial artery – Vřetenní tepna, Iliac artery – Kyčelní tepna, Femoral artery – Stehenní tepna, Pulmonary artery – Plicní tepna, Aorta – Aorta, Heart – Srdce, Lung – Plíce

Mechanické vlastnosti tepen:

Tepny, klíčové cévy našeho oběhového systému, mají řadu důležitých mechanických vlastností, které jim umožňují plnit jejich životně důležitou funkci – přenášet okysličenou krev ze srdce do zbytku těla. Mezi tyto vlastnosti patří: [12], [13]

1. Pružnost: Stěny tepen jsou tvořeny elastickou tkání, která jim umožňuje rozpínat se a smršťovat v reakci na změny tlaku vyvolané srdečním tepem. Tato pružnost slouží k tlumení pulzního tlaku a zajišťuje plynulý průtok krve tkáněmi a orgány. [13], [14]
2. Pevnost v tahu: Tepny musí odolávat značnému tlaku krve, která jimi protéká. Proto jsou stěny tepen tvořeny silnými kolagenními vlákny, která zajišťují jejich odolnost proti prasknutí a roztržení. [13], [14]
3. Viskoelastická: Tepny vykazují viskoelastické vlastnosti, což znamená, že se při deformaci chovají částečně jako pružná tělesa a částečně jako viskózní tekutiny. Tato vlastnost umožňuje, aby se tepny po natažení pomalu vracely do původního tvaru. [13], [14]

4. Propustnost: Stěny tepen jsou propustné pro malé molekuly, jako je kyslík, oxid uhličitý a glukóza, které se tak mohou volně pohybovat mezi krví a tkáněmi. Větší molekuly, jako jsou bílkoviny, jsou pro tepny neprostopné. [13], [14]

Faktory ovlivňující mechanické vlastnosti tepen:

Struktura stěny tepny: Stěna tepny se skládá ze tří vrstev: tunica intima, tunica media a tunica adventitia. Každá vrstva má specifické vlastnosti, které ovlivňují celkovou mechanickou odolnost tepny. [14]

Krevní tlak: Zvýšený krevní tlak může vést ke ztuhnutí tepen a snížení jejich pružnosti. [14]

Věk: S věkem se stěny tepen stávají méně pružnými v důsledku úbytku elastických vláken a ukládání vápníku. [14]

Onemocnění: Některé nemoci, například ateroskleróza, mohou vést ke ztuhnutí a zúžení tepen. [14]

Důsledky změn mechanických vlastností tepen:

Změny mechanických vlastností tepen, jako je ztráta pružnosti a ztuhnutí, mohou mít závažné důsledky pro kardiovaskulární zdraví. Mohou vést k: [13], [14]

Zvýšení krevního tlaku: Ztuhlé tepny kladou větší odpor průtoku krve, což vede ke zvýšení krevního tlaku. [13], [14]

Snížený průtok krve: Zúžené tepny omezují průtok krve tkáněmi a orgány, což může vést k ischemii a poškození. [13], [14]

Zvýšené riziko infarktu a mrtvice: Ztuhlé a zúžené tepny jsou náchylnější k tvorbě krevních sraženin, které mohou zablokovat průtok krve a vést k infarktu nebo mrtvici. [13], [14]

1.2.2 ARTERIOLY

Arterioly jsou velmi malé cévy, které se oddělují od tepen a odvádí krev ze srdce do tkání a orgánů. Řídí průtok krve a krevní tlak v celém těle. Napojují se na kapiláry. [15]

Zajišťují 80 % odporu cév vůči průtoku krve v těle. To znamená, že řídí a kontrolují, jak silně se krev pohybuje vaším tělem a kolik jí v daném okamžiku projde do vašich tkání. O to se starají svaly ve stěnách arterioly. Arterioly jsou schopny zvládnout sílu krve přicházející ze srdce a dokážou stlačit krev, která putuje od srdce do zbytku těla. Tím se udržuje stálý krevní tlak. [15], [16]

Zajišťují spojení mezi tepnami a kapilárami a fungují jako „prostředník“, když si větší tepny a drobné kapiláry chtějí vyměnit kyslík, živiny a odpadní látky. [15]

1.2.3 KAPILÁRY

Tyto drobné cévy mají tenké stěny. Kyslík a živiny z krve mohou procházet jejich stěnami a dostávat se do orgánů a tkání. Kapiláry také odvádějí odpadní látky z tkání. Dochází v nich k výměně kyslíku a živin za oxid uhličitý a odpadní látky. [17], [18]

1.2.4 ŽILKY

Žilky označují nejmenší žíly, které odvádějí krev z kapilár v mikrovaskulárním řečišti do větších žil. Existují tři základní podtypy, které lze klasifikovat v pořadí podle rostoucího průměru takto: postkapilární žilky, sběrné žilky a svalové žilky. [19], [20]

Postkapilární žilky vznikají spojením dvou nebo více kapilár. Jejich průměr se obvykle pohybuje v rozmezí 10-30 μm . Jejich stěny tvořené převážně endotelem a příležitostně pericyty. Umožňují výměnu tekutin, živin a dalších látek mezi krví a intersticiální tekutinou. Tyto cévy jsou primárním místem migrace bílých krvinek (leukocytů) do intersticiální tekutiny okolních tkání, zejména v případě infekce nebo poranění tkáně. [19]

Sběrné žíly jsou větší žíly, které odvodňují postkapilární žíly. Strukturou se podobají postkapilárním žilkám, mají tenké stěny tvořené endotelem s početnějšími pericyty a několika roztroušenými hladkými svalovými buňkami. Sběrné žilky se napájejí do postupně se zvětšujících cév, které se po získání svalové vrstvy stávají svalovými žilkami. [19]

Svalové žilky dosahují velikosti okolo 50-100 μm a mají třívrstvou stěnu. Vnitřní vrstvu tvoří endotel. Střední vrstva se skládá ze dvou nebo tří hladkých svalových vrstev, které pomáhají regulovat průtok krve. Poslední vrstva, vnější, je tvořena pojivovou tkání a některými elastickými vlákny. Pericyty ve svalových žilkách obvykle chybí. [19]

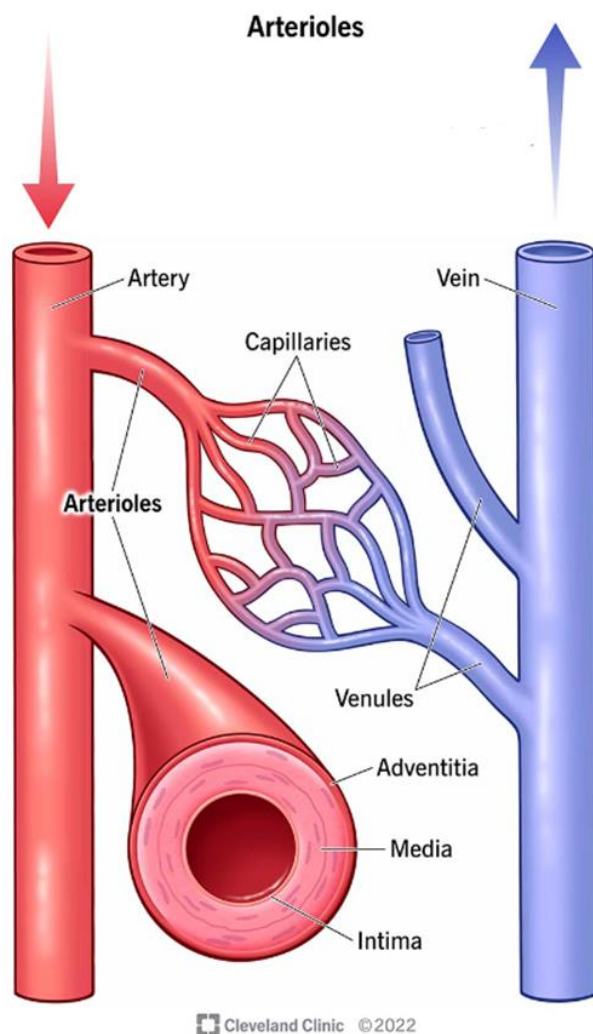
Při velikosti větší než 100 μm se z žilek stávají malé žíly, které pak ústí do větších žil. Ty nakonec vracejí odkysličenou krev zpět do srdce prostřednictvím horní duté žíly a dolní duté žíly, což jsou největší žíly v těle. [19]

1.2.5 ŽÍLY

Žíly jsou krevní cévy rozmístěné po celém těle, které shromažďují krev chudou na kyslík a vracejí ji do srdce. Žíly jsou součástí oběhového systému. Spolupracují s ostatními cévami a srdcem, aby udržely krev v pohybu. V žilách se nachází většina krve v těle (přibližně 75% krve se nachází v žilách). [20], [21]

Žíly mají dva hlavní účely. Jedním z nich je shromažďovat krev chudou na kyslík v celém těle a přivádět ji zpět do srdce. Druhým účelem je přenášet krev bohatou na kyslík z plic do srdce, což je jediný případ, kdy žíly přenášejí krev bohatou na kyslík. [20], [21]

Účel každé žíly závisí na tom, kde se ve vašem těle nachází. Žíly jsou uspořádány do složité sítě zvané žilní systém. [20], [21]



Obrázek 6: Přehled cév (červená šipka znázorňuje proudění krve od srdce, modrá šipka proudění krve k srdci) [15]

Překlad popisků: Artery – Tepna, Arterioles – Arterioly (malé tepénky), Capillaries – Kapiláry (vlásečnice), Venules – Venuly (malé žíly), Vein – Žíla

Žilní systém

Žilní systém je část krevního oběhu, ve které je krev dopravována z celého těla zpět do srdce. Rozlišujeme povrchový a hluboký žilní systém. [21]

Povrchový podkožní žilní systém na nohou zahrnuje dlouhou podkožní žílu a krátkou podkožní žílu. Dopravuje krev z povrchu (kůže a podkoží), kde se shromažďuje v hlubokých žilách. [21]

Hluboký žilní systém zahrnuje kyčelní, stehenní, podkolenní a hluboké stehenní žíly. Hluboké žíly obvykle probíhají paralelně s příslušnými tepnami. [21]

Tyto dva žilní systémy jsou od sebe odděleny vazivovou fascií a svaly a jsou spojeny třetím žilním systémem – perforujícími žilami (komunikačními žilami). [21]

Žilní stěna se skládá ze tří vrstev:

- intima (vnitřní vrstva)
- media (střední vrstva)
- adventicie (vnější vrstva)

Stěny žil jsou tenčí než stěny tepen. Jsou roztažitelnější, protože obsahují méně elastických a svalových vláken. [20]

Žíly mají ve vnitřním prostoru (v lumen) ve větších rozestupech pŕlměsícovité chlopně, které rozdělují dlouhé cévy na segmenty. Tyto chlopně se otevírají, jakmile je krev proti gravitaci tlačena vzhůru směrem ke středu těla, a uzavírají se v okamžiku, kdy se krev „zastaví“ a začala by proudit zpět. [20], [21]

1.3 KREV

Krev je specializovaná tělesná tekutina. Skládá se ze čtyř hlavních složek: plazmy, červených krvinek, bílých krvinek a krevních destiček. Krev má mnoho různých funkcí, včetně: [22], [23]

- přenáší kyslík a živiny do plic a tkání.
- vytváření krevních sraženin, které zabraňují nadměrným ztrátám krve.
- přenáší buňky a protilátky, které bojují proti infekcím.
- přivádí odpadní produkty do ledvin a jater, které krev filtrují a čistí.
- regulace tělesné teploty.

Krev, která protéká žilami, tepnami a kapilárami, se nazývá plná krev, což je směs přibližně 55 % plazmy a 45 % krevních buněk. Asi 7 až 8 procent celkové tělesné hmotnosti tvoří krev. [22], [23]

1.3.1 PLAZMA

Tekutá složka krve se nazývá plazma, směs vody, cukru, tuku, bílkovin a solí. Hlavním úkolem plazmy je přenášet krevní buňky po celém těle spolu s živinami, odpadními produkty, protilátkami, srážecími proteiny, chemickými posly, jako jsou hormony, a proteiny, které pomáhají udržovat rovnováhu tekutin v těle. [22], [23]

1.3.2 ČERVENÉ KRVINKY

Červené krvinky, známé pro svou jasně červenou barvu, jsou nejrozšířenějšími buňkami v krvi a tvoří přibližně 40 až 45 % jejího objemu. Tvar červené krvinky je bikonkávní disk se zploštělým středem – jinými slovy, obě strany disku mají mělké miskovité prohlubně (červená krvinka vypadá jako koblíha). [22], [23]

Tvorbu červených krvinek řídí erythropoetin, hormon produkovaný především ledvinami. Červené krvinky začínají jako nezralé buňky v kostní dřeni a přibližně po sedmi dnech zrání se uvolňují do krevního oběhu. Na rozdíl od mnoha jiných buněk nemají červené krvinky jádro a mohou snadno měnit tvar, což jim pomáhá procházet různými krevními cévami v těle. Absence jádra sice činí červenou krvinku pružnější, ale zároveň omezuje její životnost při cestování nejmenšími krevními cévami, poškozují její membrány a vyčerpávají její zásoby energie. Červená krvinka přežívá v průměru pouze 120 dní. [22], [23]

Červené krvinky obsahují speciální bílkovinu zvanou hemoglobin, která pomáhá přenášet kyslík z plic do zbytku těla a následně vrací oxid uhličitý z těla do plic, aby mohl být vydechnut. Krev se jeví jako červená díky velkému množství červených krvinek, které svou barvu získávají z hemoglobinu. Procento objemu celé krve, které je tvořeno červenými krvinkami, se nazývá hematokrit a je běžným měřítkem množství červených krvinek. [22], [23]

1.3.3 BÍLÉ KRVINKY

Bílé krvinky chrání tělo před infekcí. Je jich mnohem méně než červených krvinek a tvoří asi 1 % krve. [22], [23]

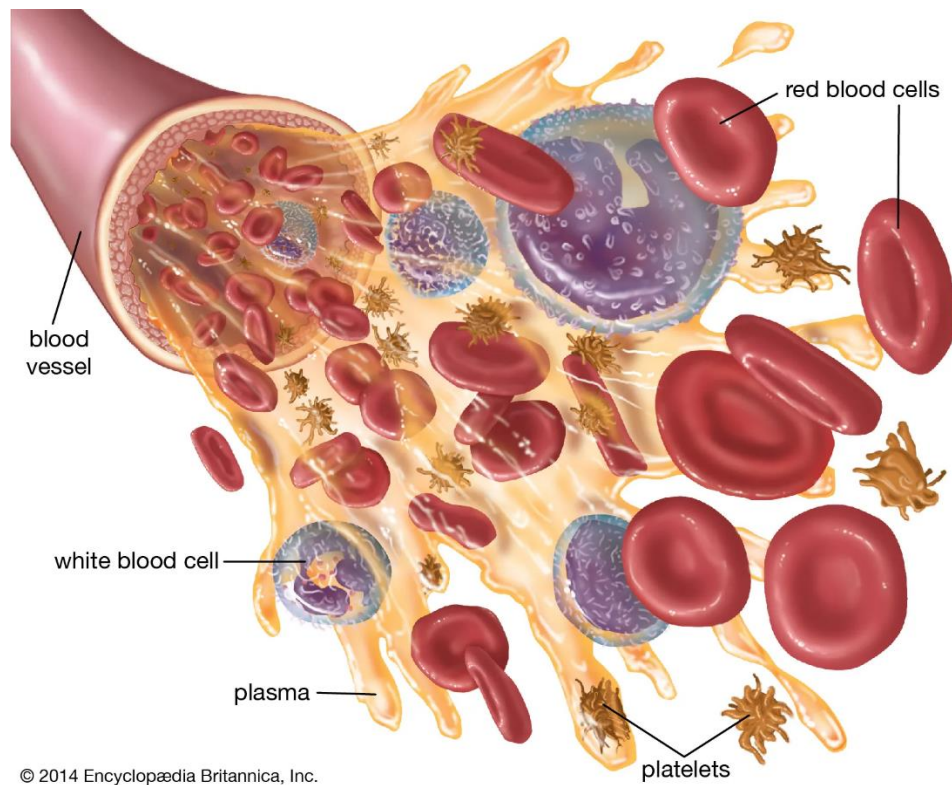
Nejběžnějším typem bílých krvinek jsou neutrofilové, které jsou buňkami „okamžité reakce“ a tvoří 55 až 70 procent celkového počtu bílých krvinek. Každý neutrofil žije méně než jeden den, takže vaše kostní dřeň musí neustále vytvářet nové neutrofilové, aby byla zachována ochrana proti infekci. Transfúze neutrofilů není obecně účinná, protože v těle nezůstávají příliš dlouho. [22], [23]

Druhým hlavním typem bílých krvinek jsou lymfocyty. Existují dvě hlavní populace těchto buněk. T-lymfocyty pomáhají regulovat funkci ostatních imunitních buněk a přímo napadají různé infikované buňky a nádory. B-lymfocyty vytvářejí protilátky, což jsou bílkoviny, které se specificky zaměřují na bakterie, viry a další cizorodé materiály. [22], [23]

1.3.4 KREVNÍ DESTIČKY

Na rozdíl od červených a bílých krvinek nejsou krevní destičky ve skutečnosti buňky, ale spíše malé fragmenty buněk. Krevní destičky napomáhají procesu srážení krve (neboli koagulaci) tím, že se shromažďují v místě poranění, přilnou ke sliznici poraněné cévy a vytvoří platformu, na které může dojít ke srážení krve. Výsledkem je tvorba fibrinové sraženiny, která pokrývá ránu a zabraňuje úniku krve. Fibrin také tvoří počáteční lešení, na kterém se tvoří nová tkáň, a tím podporuje hojení. [22], [23]

Vyšší, než normální počet krevních destiček může způsobit zbytečné srážení krve, které může vést k mrtvici a srdečnímu infarktu. Díky pokrokům v protideštičkové léčbě jsou však k dispozici léčebné postupy, které pomáhají těmto potenciálně fatálním příhodám předcházet. Naopak nižší, než normální počet krevních destiček může vést k rozsáhlému krvácení. [22], [23]

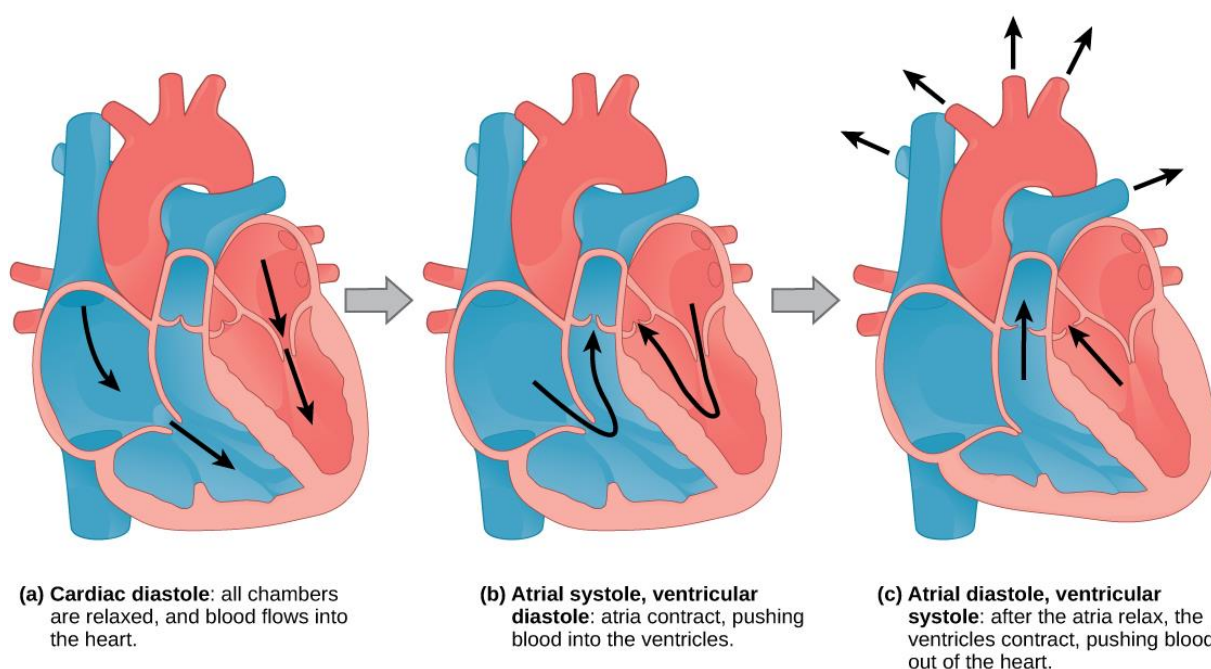


Obrázek 7: Složení krve [22]

Překlad popisků: Blood vessel – Krevní céva, Red blood cells – Červené krvinky, White blood cell – Bílá krvinka, Plasma – Plazma, Platelets – Krevní destičky

2 SRDEČNÍ CYKLUS

Hlavním úkolem srdce je přečerpávat krev v těle, a to v opakující se sekvenci zvané srdeční cyklus. Srdeční cyklus je koordinace plnění a vyprazdňování srdce krví pomocí elektrických signálů, které způsobují stahování a uvolňování srdečních svalů. Lidské srdce bije více než 100 000krát za den. V každém srdečním cyklu se srdce stahuje (systola), vytlačuje krev a pumpuje ji do těla; následuje fáze uvolnění (diastola), kdy se srdce plní krví. Současně se stahují předsině, které vytlačují krev přes atrioventrikulární chlopně do komor. Uzavření atrioventrikulárních chlopní vydává jednoslabičný zvuk. Po krátké prodlevě se současně stahují komory, které tlačí krev přes semilunární chlopně do aorty a tepny dopravující krev do plic (prostřednictvím plicní tepny). Uzavírání semilunárních chlopní vydává opět jednoslabičný zvuk. [25], [26], [30]



Obrázek 8: Srdeční cyklus [24]

Překlad popisků: a) Srdeční diastola – všechny srdeční dutiny (síně i komory) jsou uvolněné a krev proudí do srdce, b) Systola síní, diastola komor – síně se stahují (kontrahují), čímž vytlačují krev do komor, c) Diastola síní, systola komor – po uvolnění síní se stahují komory, čímž je krev vypuzena ze srdce ven do tepen

Čerpání srdce je funkcí buněk srdečního svalu neboli kardiomyocytů, které tvoří srdeční sval. Kardiomyocyty jsou charakteristické svalové buňky, které jsou příčně pruhované jako kosterní sval, ale pumpují rytmicky a mimovolně jako hladká svalovina; jsou spojeny interkalárními disky, které jsou výlučné pro srdeční sval. Jsou po určitou dobu samostimulovány a izolované kardiomyocyty budou bít, pokud dostanou správnou rovnováhu živin a elektrolytů. [26], [27]

Samostatný tlukot buněk srdečního svalu je regulován vnitřním kardiostimulátorem srdce, který pomocí elektrických signálů určuje čas tlukotu srdce. Elektrické signály a mechanické děje jsou úzce propojeny. Vnitřní kardiostimulátor začíná v sinoatriálním (SA) uzlu, který se nachází u

stěny pravé síně. Elektrické náboje spontánně pulzují z SA uzlu a způsobují, že se obě síně svorně stahují. Impuls dosáhne druhého uzlu, nazývaného atrioventrikulární (AV) uzel, mezi pravou síní a pravou komorou, kde se přibližně na 0,1 sekundy zastaví a poté se rozšíří do stěn komor. Z AV uzlu se elektrický impuls dostává do Hisova svazku, dále do levé a pravé větve svazku procházející interventrikulárním septem. Nakonec Purkyňova vlákna vedou impuls z hrotu srdce vzhůru do komorového myokardu a poté se komory stáhnou. Tato pauza umožňuje síním, aby se zcela vyprázdnily do komor, než komory vypumpují krev. Elektrické impulsy v srdci vytvářejí elektrické proudy, které protékají tělem a které lze měřit na kůži pomocí elektrod. Tyto informace lze pozorovat jako elektrokardiogram (EKG) - záznam elektrických impulsů srdečního svalu. [28], [29]

3 DVOUPRVKOVÝ WINDKESSEL MODEL

3.1 ÚVOD DO MODELU

Windkessel model je jednoduchý matematický model, který pomáhá popsat chování krevního tlaku a průtoku v arteriálním systému. Slovo „Windkessel“ pochází z němčiny a znamená „vzdušnicková nádrž“. Tento model vychází z představy, že se cévní soustava chová podobně jako pružný zásobník, který vyrovnává tlakové výkyvy způsobené srdečním tepem. [30]

Dvouprvkový Windkessel model je jedním z nejjednodušších. Skládá se ze dvou hlavních prvků: odporu a poddajnosti. Tyto prvky napodobují odpor cév vůči proudění krve a pružnost stěn velkých tepen. [30]

3.2 Z ČEHO SE MODEL SKLÁDÁ

Model používá analogii s elektrickým obvodem:

Odpor (R) – představuje odpor cév, který omezuje proudění krve. Odpovídá tomu, jak těžké je protlačit krev cévním řečištěm.

Kapacita (C) – odpovídá pružnosti tepen. Vyjadřuje, jak moc se tepny rozšíří, když se do nich dostane krev.

Tlak v cévách během srdečního cyklu se dá vyjádřit rovnicí (1):

$$P(t) = R \cdot Q(t) + \frac{1}{C} \int Q(t) dt \quad (1)$$

kde:

- $P(t)$ je okamžitý tlak v čase
- $Q(t)$ je průtok krve

Tato rovnice ukazuje, že výsledný tlak je dán jednak odporem cév a jednak nahromaděním objemu krve v důsledku pružnosti tepen [31].

3.3 APLIKACE MODELU V PRAXI

Dvouprvkový model se využívá pro základní výpočty a přiblížení chování krevního oběhu. Pomáhá například při odhadu, jak pružné jsou cévy (což může být důležité při sledování onemocnění jako je hypertenze nebo ateroskleróza). Také umožňuje odhadnout celkový periferní odpor. [31]

Je užitečný hlavně v situacích, kdy není možné měřit krevní tlak nebo průtok přímo, ale jsou k dispozici data, ze kterých je možné je přibližně dopočítat. [31]

3.4 VÝHODY A NEVÝHODY MODELU

Dvouprvkový Windkessel model má řadu výhod, díky kterým je často používán při základním popisu chování arteriálního systému. Jeho hlavní předností je jednoduchost, která umožňuje snadnou matematickou implementaci a rychlé výpočty. Model nevyžaduje velké množství vstupních údajů, což jej činí praktickým nástrojem zejména v situacích, kdy nejsou k dispozici detailní měřené hodnoty. Díky těmto vlastnostem je dobře využitelný při prvotním odhadu hemodynamických parametrů a při výuce základních principů krevního oběhu. [31], [32]

Na druhou stranu má tento model i své omezení. Nedokáže zachytit všechny fyziologické detaily srdečního cyklu, například rychlé změny tlaku během fáze systoly. Také nezohledňuje odrazy tlakových vln, které v reálném cévním systému hrají důležitou roli. Dalším zjednodušením je předpoklad ideální pružnosti cév a konstantního odporu, což neodpovídá realitě, zejména při onemocněních jako je arterioskleróza nebo hypertenze. [31], [32]

3.5 SROVNÁNÍ S OSTATNÍMI MODELY

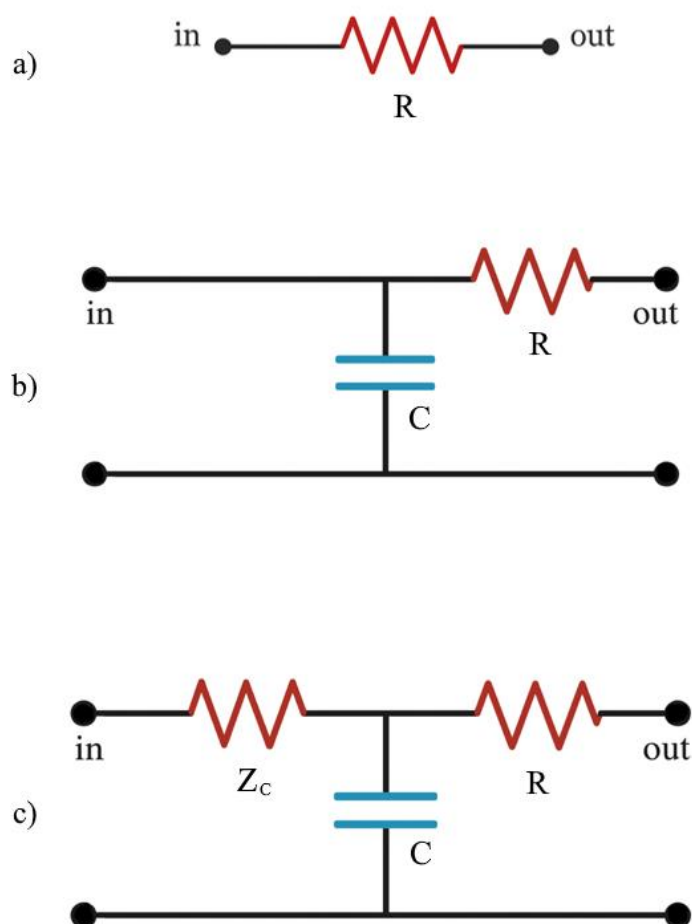
Windkessel modely se v lékařské praxi a biomechanice využívají k přiblížení chování krevního tlaku a průtoku. Existuje několik variant těchto modelů, které se liší podle počtu použitých prvků a složitosti. Nejjednodušší je jednoprvkový model, který zohledňuje pouze poddajnost tepen. Tento model je však příliš zjednodušený a nepoužívá se běžně. [30], [32]

Dvouprvkový Windkessel model je častěji využíván, protože kombinuje poddajnost tepen a odpor periferního řečiště. Přesto má své limity, zejména v přesnosti popisu rychlých změn tlaku během srdečního cyklu. Pro přesnější simulaci reálného chování cév se používá tříprvkový Windkessel model, který k odporu a poddajnosti přidává navíc charakteristickou impedanci. Tak zohledňuje dynamické vlastnosti cév při šíření tlakových vln. Tříprvkový model je tak vhodnější například při numerickém modelování nebo výzkumné práci, kde je žádoucí vyšší přesnost. [30], [32]

Tabulka 1: Přehledné srovnání jednotlivých modelů [30], [32]

Model	Použité prvky	Popis
Jednoprvkový Windkessel	Kapacita (C)	Zohledňuje pouze poddajnost tepen. Velmi zjednodušený model, málo používaný.
Dvouprvkový Windkessel	Odpor (R), Kapacita (C)	Běžně využívaný model. Kombinuje odpor a poddajnost, vhodný pro základní výpočty.

Tříprvkový Windkessel	Odpor (R), Kapacita (C), Impedance (Z_C)	Přesnější model. Zohledňuje dynamiku šíření tlakových vln v cévách. Častý ve výzkumu.
-----------------------	--	---



Obrázek 9: Schémata jednotlivých modelů znázorněna elektrickým obvodem [43], upraveno

Model a) 1WM obsahuje pouze kapacitu (C), která simuluje poddajnost tepen. b) 2WM přidává odpor (R), reprezentující periferní cévní odpor. 3WM rozšiřuje model o charakteristickou impedanci (Z_C), čímž zohledňuje šíření tlakových vln.

3.6 METODY URČOVÁNÍ PODDAJNOSTI POMOCÍ DVOUPRVKOVÉHO WINDKESSEL MODELU

Dvoupřvkový Windkessel model se využívá jako nástroj pro odhad arteriální poddajnosti z tlakových nebo průtokových signálů. V následujících podkapitolách jsou představeny dvě běžně používané metody. [33]

3.6.1 ZPĚTNÁ ANALÝZA TLAKOVÉ A PRŮTOKOVÉ KŘIVKY

Jednou z klasických metod je fitování dvouprvkového modelu na měřená data, kde jsou k dispozici záznamy arteriálního tlaku a průtoku v čase. Pomocí numerických optimalizačních algoritmů se hledají hodnoty parametrů R a C , které co nejlépe odpovídají reálnému průběhu signálů. [33], [34]

3.6.2 ODHAD Z PPG SIGNÁLU

Další možností je odhad poddajnosti pomocí fotopletysmografických (PPG) signálů. Tyto optické záznamy odrážejí změny objemu krve v periferních částech těla. Na základě tvaru křivky a empirických modelů lze přibližně určit hodnoty poddajnosti. [35]

3.7 METODA PULZNÍHO TLAKU A NUMERICKÁ ŘEŠENÍ

Pro odhad arteriální poddajnosti bude v této práci využita metoda pulzního tlaku dle Stergiopulose et al. (1994). Tato metoda je založena na vztahu mezi průtokem a tlakem v aortě, přičemž dvouprvkový Windkessel model je popsán následující diferenciální rovnicí (2): [33]

$$P'(t) = -\frac{P(t)}{R \cdot C} + \frac{Q(t)}{C} \quad (2)$$

Kde Q je klinicky naměřený průtok ve vzestupné aortě, P je nasimulovaný průběh tlaku ve vzestupné aortě a R je, jak již dříve zmíněno, odpor cév, který dostaneme pomocí vztahu (3): [36]

$$R = \frac{\text{průměrný tlak}}{\text{průměrný průtok}} = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt}{\frac{1}{T} \int_0^T Q(t) dt} \quad (3)$$

Cílem je odhadnout hodnotu poddajnosti (C) pomocí řešení tohoto vztahu třemi numerickými metodami:

3.7.1 EXPLICITNÍ (DOPŘEDNÁ) EULEROVA METODA

Nechť je časový interval $\langle 0, T \rangle$ rozdělen na N rovnoměrných časových kroků s krokem $\Delta t = \frac{T}{N}$. Označme $t_n = n - 1$ jako Δt pro $n = 1, \dots, N + 1$.

Derivaci aproximujeme pomocí dopředné Eulerovy metody a získáme rovnici (4): [37]

$$P'(t_n) = \frac{P(t_{n+1}) - P(t_n)}{\Delta t} \quad (4)$$

Dosazením do rovnice (2) dostáváme rekurentní vztah jako rovnici (5):

$$P(t_{n+1}) \approx \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right) \cdot P(t_n) + \frac{\Delta t}{C} \cdot Q(t_n) \quad (5)$$

Tento vztah lze iterativně použít pro výpočet tlaku v časových krocích s počáteční hodnotou tlaku $P_1 = Pz(0)$. Přibližné hodnoty tlaků P_n pro časové okamžiky t_n tedy vypočítáme rovnicí (6):

$$P_{n+1} = \left(1 - \frac{\Delta t}{R \cdot C}\right) \cdot P_n + \frac{\Delta t}{C} \cdot Q(t_n) \quad (6)$$

pro $n = 1, \dots, N + 1$

Tento vztah je přímo použitelný při numerické implementaci a umožňuje odhadnout hodnotu poddajnosti (C) porovnáním výpočtu s naměřenými hodnotami tlaku.

3.7.2 IMPLICITNÍ (ZPĚTNÁ) EULEROVA METODA

Použijeme stejnou diskretizaci jako v předchozí metodě. Derivace se nyní aproximuje zpětně rovnicí (7): [38]

$$P'(t_{n+1}) \approx \frac{P(t_{n+1}) - P(t_n)}{\Delta t} \quad (7)$$

Dosazením do rovnice (2) získáme vztah (8):

$$\frac{P(t_{n+1}) - P(t_n)}{\Delta t} \approx -\frac{P(t_{n+1})}{R \cdot C} + \frac{Q(t_{n+1})}{C} \quad (8)$$

Vyjádřením $P(t_{n+1})$ dostáváme upravenou rovnici (8):

$$P(t_{n+1}) \approx \frac{C \cdot P(t_n) + \Delta t \cdot Q(t_{n+1})}{C + \frac{\Delta t}{R}}$$

Stanovíme počáteční hodnotu tlaku $P_1 = Pz(0)$ a získáme finální rovnici (9), kterou použijeme k výpočtu tlaku:

$$P_{n+1} = \frac{C \cdot P_n + \Delta t \cdot Q(t_{n+1})}{C + \frac{\Delta t}{R}} \quad (9)$$

pro $n = 1, \dots, N + 1$

Tato metoda je numericky stabilnější, zejména při větších krocích nebo tužších rovnicích. Po dosažení hodnot tlaku a průtoku v časových bodech lze opět odhadnout hodnotu poddajnosti (C), která nejlépe odpovídá reálnému měření.

3.7.3 ŘEŠENÍ POMOCÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE

Hledáme řešení diferenciální rovnice (10), což je upravená rovnice (2):

$$P'(t) = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot P(t) + \frac{Q(t)}{C} \quad (10)$$

Jedná se o lineární obyčejnou diferenciální rovnici prvního řádu s konstantními koeficienty a nehomogenním členem. Tento typ rovnice má jednoznačné řešení, které lze vyjádřit v uzavřeném (analytickém) tvaru rovnicí (11): [39]

$$P(t) = \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right) \cdot \left(\int_0^t \exp\left(\frac{r}{R \cdot C}\right) \cdot \frac{Q(r)}{C} dr + P(0)\right) \quad (11)$$

Pro čas $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ je tedy řešení dáno rovnicí (12):

$$P(t_{n+1}) = \exp\left(-\frac{t_{n+1}}{R \cdot C}\right) \cdot \left(\int_0^{t_{n+1}} \exp\left(\frac{r}{R \cdot C}\right) \cdot \frac{Q(r)}{C} dr + P(0)\right) \quad (12)$$

Pro numerický výpočet pak lze aproximovat integrál např. metodou lichoběžníků, která je detailněji popsána např. v [Holzapfel (2000)] v sekci 6.10. Přibližné řešení je pak dáno rovnicí (13): [40]

$$P(t_{n+1}) = \exp\left(-\frac{\Delta t}{R \cdot C}\right) \cdot P(t_n) + \Delta t \cdot \exp\left(-\frac{\Delta t}{2 \cdot R \cdot C}\right) \cdot \frac{Q(t_n) + Q(t_{n+1})}{2 \cdot C} \quad (13)$$

Ve výsledku dostáváme iterační algoritmus, který lze zapsat rovnicí (14) s počáteční podmínkou $P_1 = Pz(0)$:

$$P_{n+1} = \exp\left(-\frac{\Delta t}{R \cdot C}\right) \cdot P_n + \Delta t \cdot \exp\left(-\frac{\Delta t}{2 \cdot R \cdot C}\right) \cdot \frac{Q(t_n) + Q(t_{n+1})}{2 \cdot C} \quad (14)$$

pro $n = 1, \dots, N + 1$

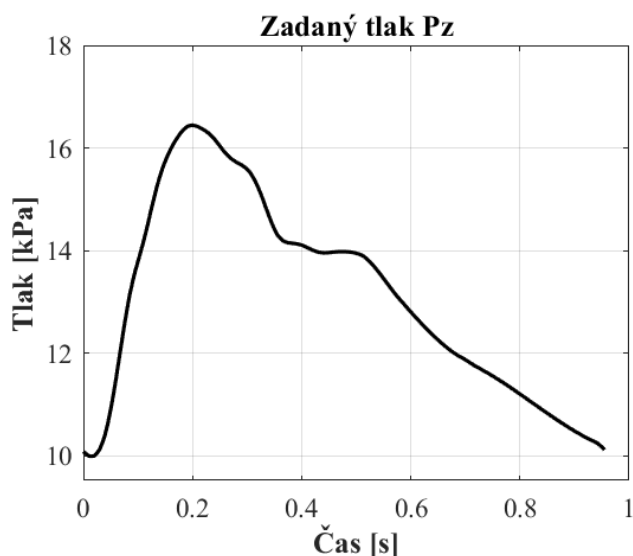
Tento vztah umožňuje iterativně vypočítat průběh tlaku a zpětně určit hodnotu poddajnosti (C), která nejlépe odpovídá realitě.

4 VÝPOČETNÍ VÝSLEDKY A DISKUZE

V této kapitole jsou prezentovány výsledky numerického výpočtu arteriálního tlaku na základě dvouprvkového Windkessel modelu, který byl řešen pomocí tří odlišných numerických metod – explicitní Eulerovy metody, implicitní Eulerovy metody a řešení pomocí diferenciální rovnice. Cílem bylo nejen ověřit správnost implementace těchto přístupů, ale také porovnat jejich přesnost a stabilitu při různém rozlišení časového intervalu.

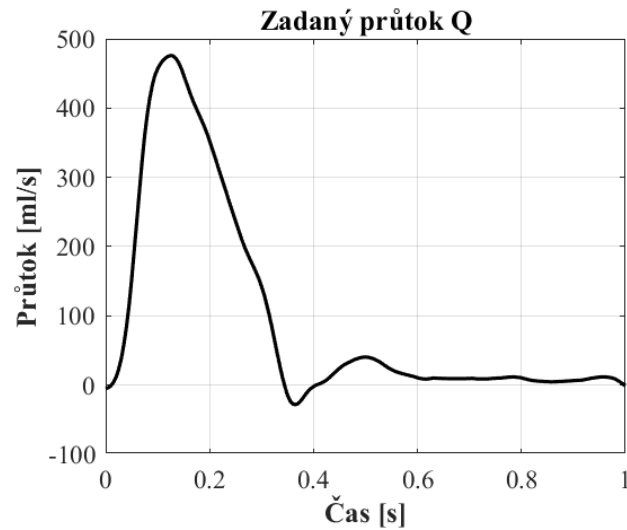
4.1 ZADANÉ VSTUPNÍ HODNOTY TLAKU A PRŮTOKU

Vstupní křivky tlaku a průtoku byly převzaty z odborného článku Alastruey et al. [41], konkrétně ze strany 12, kde jsou uvedeny naměřené hodnoty u zdravého dobrovolníka. Jednalo se o grafy průběhů tlaku a průtoku v čase, které byly digitalizovány pomocí softwaru AutoCAD. V rámci této digitalizace byly grafické křivky převedeny na sadu diskretních bodů, které byly následně exportovány do textových souborů ve formátu *.txt*. Tyto datové soubory byly dále upraveny a použity jako vstupní data pro numerické výpočty ve skriptu MATLAB. Přesné názvy použitých souborů jsou uvedeny v přílohách (viz Příloha B a Příloha C).



Graf 1: Zadaný tlak Pz(t)

Graf 1 zobrazuje reálně změřený průběh arteriálního tlaku Pz(t) během jednoho srdečního cyklu. Tento signál slouží jako referenční křivka, ke které byly porovnávány výstupy jednotlivých numerických metod.

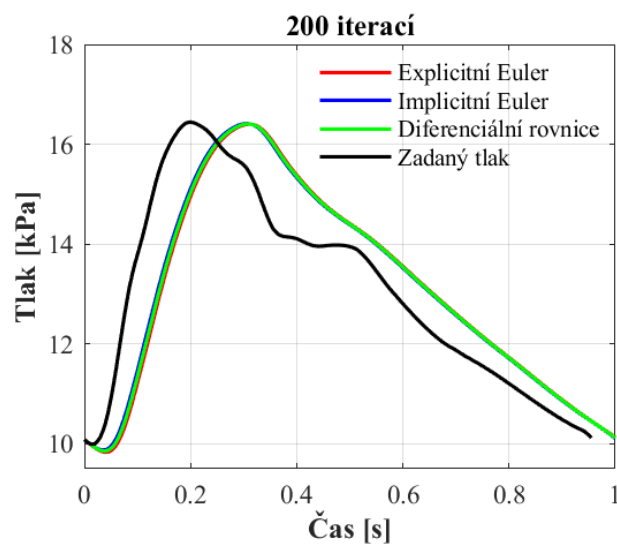
Graf 2: Zadaný průtok $Q(t)$

Graf 2 pak ukazuje odpovídající průtok krve $Q(t)$, který byl použit jako vstupní veličina pro výpočet modelu.

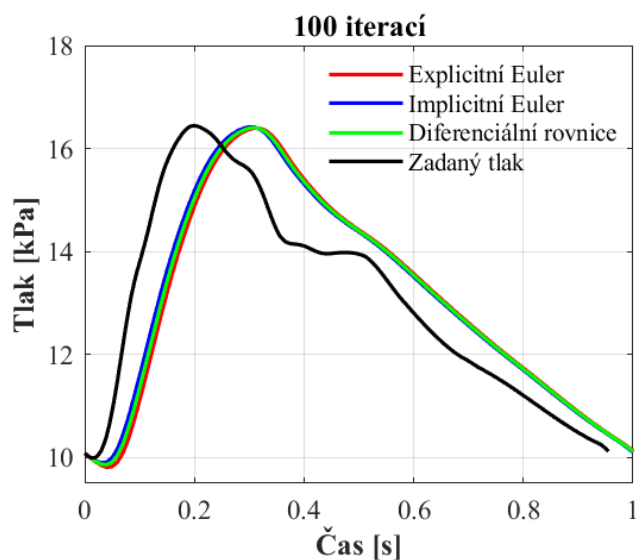
Oba signály byly převedeny do jednotek SI a dále upraveny pomocí lineární interpolace tak, aby odpovídaly rovnoměrnému časovému dělení potřebnému pro numerické řešení.

4.2 POROVNÁNÍ NUMERICKÝCH METOD

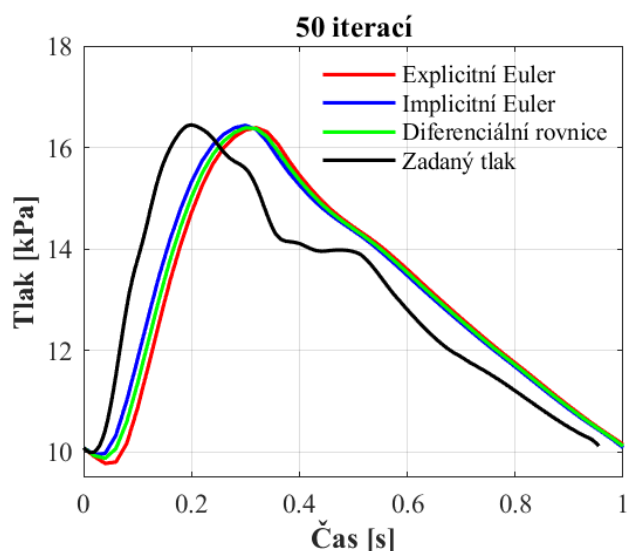
Na následujících třech grafech jsou zobrazeny výsledky všech tří výpočetních metod ve srovnání s reálně naměřeným tlakem. Výpočty byly provedeny pro tři různé počty iterací (časových kroků): 200, 100 a 50. Cílem bylo ukázat, jak se s rostoucím krokem (Δt) snižuje přesnost výsledků.



Graf 3: Porovnání výpočtů při 200 iteracích



Graf 4: Porovnání výpočtů při 100 iteracích



Graf 5: Porovnání výpočtů při 50 iteracích

Každý graf obsahuje čtyři křivky: výsledek explicitní Eulerovy metody, implicitní Eulerovy metody, řešení pomocí diferenciální rovnice a reálně naměřený tlak.

4.3 DISKUZE VÝSLEDKŮ

Z výsledků je patrné, že:

- Implicitní Eulerova metoda poskytuje stabilní řešení i při větších časových krocích.
- Explicitní Eulerova metoda je numericky méně stabilní a při hrubém rozdělení (např. 50 kroků) ztrácí přesnost a může oscilovat.
- Řešení pomocí diferenciální rovnice je obecně nejpřesnější, ale výpočetně o něco náročnější.

S rostoucím počtem kroků se všechny metody více přibližují reálnému tlaku, což potvrzuje správnost implementace.

Na základě zpětné optimalizace a porovnání numerických výsledků s reálně naměřenými daty byla stanovena **hodnota arteriální poddajnosti $C = 9,1 \text{ ml/kPa}$** . Tato hodnota odpovídá fyziologicky realistickému rozsahu a potvrzuje, že i při využití jednoduchého dvouprvkového Windkessel modelu lze získat věrohodný odhad mechanických vlastností arteriálního řečiště.

Výsledky potvrzují, že jednoduché modely lze efektivně využít pro přibližnou simulaci průběhu arteriálního tlaku a že vhodná volba numerické metody má zásadní vliv na přesnost výpočtu poddajnosti.

ZÁVĚR

Tato bakalářská práce se zaměřila na numerické určení arteriální poddajnosti pomocí dvouprvkového Windkessel modelu, který slouží jako zjednodušená reprezentace dynamiky krevního tlaku a průtoku v arteriálním systému. V první části práce byl představen fyziologický a anatomický kontext oběhové soustavy a mechanické vlastnosti tepen. Následně byl detailně popsán princip dvouprvkového Windkessel modelu a jeho srovnání s ostatními modely používanými v oblasti hemodynamického modelování.

Praktická část práce byla věnována implementaci tří numerických metod – explicitní Eulerovy metody, implicitní Eulerovy metody a metody založené na řešení diferenciální rovnice. Tyto metody byly aplikovány na reálně naměřené tlakové a průtokové křivky, přičemž byl sledován jejich vliv na přesnost simulace při různém časovém rozlišení. Z výsledků vyplynulo, že implicitní Eulerova metoda vykazuje dobrou numerickou stabilitu i při nižším počtu kroků, zatímco metoda založená na řešení diferenciální rovnice poskytla nejvyšší přesnost za cenu vyšší výpočetní náročnosti. Explicitní metoda byla nejjednodušší, ale méně spolehlivá při hrubším časovém dělení.

Na základě numerické optimalizace byla vypočtena výsledná hodnota arteriální poddajnosti $C = 9,1 \text{ ml/kPa}$. Tato hodnota je zcela v souladu s očekávanými fyziologickými hodnotami pro oblast **vzestupné aorty**, kde bývá poddajnost vyšší než v distálních částech arteriálního řečiště. Podle literatury se poddajnost aorty u zdravého mladého jedince uvádí okolo **7 – 12 ml/kPa**, v závislosti na věku, zdravotním stavu a konkrétní metodě měření. Výsledky tak potvrzují, že použitý model i výpočetní postupy vedou k reálně odpovídajícím hodnotám. [42]

Lze tedy konstatovat, že výpočetní model prokázal svou schopnost přiblížit se reálnému průběhu tlakové křivky a kvalitativně popsat dynamiku arteriálního systému. Výsledky práce potvrzují, že i jednoduchý dvouprvkový model může při vhodně zvolené numerické metodě poskytnout užitečné odhady mechanických vlastností cév. Model může najít uplatnění např. při výuce hemodynamiky nebo jako základní nástroj ve výzkumu.

POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] OBĚHOVÁ SOUSTAVA. Umíme fakta [online]. nevedeno [cit. 2024-04-11]. Dostupné z: <https://www.umimefakta.cz/biologie/book/cviceni-cevni-soustava>
- [2] YOUR HEART AND CIRCULATORY SYSTÉM. NEMOURS TeensHealth [online]. 2023 [cit. 2024-04-11]. Dostupné z: <https://kidshealth.org/en/teens/heart.html>
- [3] IN BRIEF: How does the blood circulatory work?. National Library of Medicine [online]. 2023 [cit. 2024-04-15]. Dostupné z: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK279250/>
- [4] CIRCULATORY SYSTEM. Healthdirect [online]. 2023 [cit. 2024-04-15]. Dostupné z: <https://www.healthdirect.gov.au/circulatory-system>
- [5] HEART. Cleveland Clinic [online]. 2024 [cit. 2024-04-15]. Dostupné z: <https://my.clevelandclinic.org/health/body/21704-heart>
- [6] HEART anatomy. Britannica [online]. 2024 [cit. 2024-04-15]. Dostupné z: <https://www.britannica.com/science/heart>
- [7] THE 3 LAYERS OF THE HEART WALL. ThoughtCo [online]. 2024 [cit. 2024-04-15]. Dostupné z: <https://www.thoughtco.com/the-heart-wall-4022792>
- [8] HEART CHAMBERS. Hombart cardiology and medical specialists [online]. nevedeno [cit. 2024-04-15]. Dostupné z: <https://hobartcardiology.com.au/the-normal-heart/heart-chambers/>
- [9] HEART CHAMBERS. Cleveland Clinic [online]. 2022 [cit. 2024-04-17]. Dostupné z: <https://my.clevelandclinic.org/health/body/23074-heart-chambers>
- [10] HEART VALVES AND HOW THEY WORK. Corewell Health [online]. nevedeno [cit. 2024-04-17]. Dostupné z: <https://www.beaumont.org/services/heart-vascular/heart-valves-and-how-they-work>
- [11] BLOOD VESSELS. Cleveland Clinic [online]. 2023 [cit. 2024-04-19]. Dostupné z: <https://my.clevelandclinic.org/health/body/21640-blood-vessels>
- [12] ARTERIES. Physiopedia [online]. nevedeno [cit. 2024-04-19]. Dostupné z: <https://www.physio-pedia.com/Arteries>
- [13] ARTERIES. Cleveland Clinic [online]. 2022 [cit. 2024-04-19]. Dostupné z: <https://my.clevelandclinic.org/health/body/22896-arteries>
- [14] HARTMAN, J. a GILL, K. Vascular Arterial Haemodynamics. In: STATPEARLS [online]. Treasure Island (FL): StatPearls Publishing, 2023 [cit. 2024-04-20]. Dostupné z: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK534265/>
- [15] ARTERIOLES. Cleveland Clinic [online]. 2022 [cit. 2024-04-21]. Dostupné z: <https://my.clevelandclinic.org/health/body/23377-arterioles>

- [16] CHAMPION, H. C. a BUNNELL, A. E. Physiology, Vascular. In: *STATPEARLS* [online]. Treasure Island (FL): StatPearls Publishing, 2023 [cit. 2024-04-21]. Dostupné z: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK555921/https://my.clevelandclinic.org/health/body/21988-capillaries>
- [17] CAPILLARY ANATOMY. Britannica [online]. nevedeno [cit. 2024-04-21]. Dostupné z: <https://www.britannica.com/science/capillary>
- [18] VENULE. Kenhub [online]. 2023 [cit. 2024-04-22]. Dostupné z: <https://www.kenhub.com/en/library/anatomy/venule>
- [19] SHAH, S. a MAZINANI, M. Anatomy, Blood Vessels. In: *STATPEARLS* [online]. Treasure Island (FL): StatPearls Publishing, 2023 [cit. 2024-04-22]. Dostupné z: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK470401/>
- [20] VEINS. Cleveland Clinic [online]. 2022 [cit. 2024-04-24]. Dostupné z: <https://my.clevelandclinic.org/health/body/23360-veins>
- [21] ANATOMY OF THE VENOUS SYSTÉM. Medi [online]. nevedeno [cit. 2024-04-24]. Dostupné z: <https://www.mediaustralia.com.au/health/body/venous-system/>
- [22] BLOOD BIOCHEMISTRY. Britannica [online]. 2024 [cit. 2024-04-25]. Dostupné z: <https://www.britannica.com/science/blood-biochemistry>
- [23] BLOOD BASICS. American Society of Hematology [online]. 2021 [cit. 2024-04-25]. Dostupné z: <https://www.hematology.org/education/patients/blood-basics>
- [24] THE CARDIAC CYCLE. Lumen Learning [online]. nevedeno [cit. 2024-04-26]. Dostupné z: <https://courses.lumenlearning.com/wm-biology2/chapter/the-cardiac-cycle/>
- [25] BENNINGER, B. a KUMAR, A. Anatomy, Thorax, Heart Coronary Arteries. In: *STATPEARLS* [online]. Treasure Island (FL): StatPearls Publishing, 2023 [cit. 2024-04-26]. Dostupné z: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK459327/>
- [26] CARDIAC MYOCYTES AND SARCOMERES. Cardiovascular Physiology Concepts [online]. 2023 [cit. 2024-04-26]. Dostupné z: <https://cvphysiology.com/cardiac-function/cf020>
- [27] KARDIOMYCYT. WikiSkripta [online]. 2024 [cit. 2024-04-26]. Dostupné z: <https://www.wikiskripta.eu/w/Kardiomyocyt>
- [28] CARDIAC CONDUCTION SYSTÉM. Cleveland Clinic [online]. 2023 [cit. 2024-04-26]. Dostupné z: <https://my.clevelandclinic.org/health/body/21648-heart-conduction-system>
- [29] PŘEVODNÍ SYSTÉM SRDEČNÍ. WikiSkripta [online]. 2024 [cit. 2024-04-26]. Dostupné z: https://www.wikiskripta.eu/w/Převodní_systém_srdeční

- [30] WESTERHOF, N., LANKHAAR, J. W. a WESTERHOF, B. E. The arterial Windkessel. *Medical & Biological Engineering & Computing* [online]. 2009, 47(2), 131–141 [cit. 2025-03-03]. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/s11517-008-0359-2>
- [31] CREIGEN, V. et al. Modeling a Heart Pump. *Wageningen University & Research* [online]. 2008 [cit. 2025-03-03]. Dostupné z: <https://www.wur.nl/web/file?owner=0f21bf2c-6469-4bc9-a1eb-b232b65ffcb3&uuid=70eebe06-bb3f-4a54-9d82-5d77fbc51792>
- [32] CATANHO, M., SINHA, M. a VIJAYAN, V. Model of Aortic Blood Flow Using the Windkessel Effect. *University of California, San Diego* [online]. 2012 [cit. 2025-03-04]. Dostupné z: https://isn.ucsd.edu/courses/beng221/problems/2012/BENG221_Project%20-%20Catanho%20Sinha%20Vijayan.pdf
- [33] Stergiopoulos, N., Meister, J. J., & Westerhof, N. (1994). *Evaluation of methods for estimation of total arterial compliance*. *American Journal of Physiology-Heart and Circulatory Physiology*, 268(4), H1540-H1548.
- [34] Li, Z., & Mao, W. (2022). *A fast approach to estimating Windkessel model parameters for patient-specific multi-scale CFD simulations of aortic flow*. arXiv preprint arXiv:2207.05867.
- [35] ZHANG, Y., FRESIELLO, L., VELTINK, P. H., DONKER, D. W. a WANG, Y. A Physiological-Model-Based Neural Network Framework for Blood Pressure Estimation from Photoplethysmography Signals. *arXiv* [online]. 2025 [cit. 2025-03-05]. Dostupné z: <https://arxiv.org/pdf/2502.03731>
- [36] PHYSIOLOGY TUTORIAL. Atlas of Human Cardiac Anatomy, University of Minnesota [online]. nevedeno [cit. 2025-03-05]. Dostupné z: <https://www.vhlab.umn.edu/atlas/physiology-tutorial/blood-flow.shtml>
- [37] EULER 'S METHOD FOR FIRST-ORDER ODE. Department of Mathematics, Oregon State University [online]. 1996 [2025-03-07]. Dostupné z: <https://sites.science.oregonstate.edu/math/home/programs/undergrad/CalculusQuestStudyGuides/ode/first/euler/euler.html>
- [38] BACKWARD EULER METHOD. LibreTexts Mathematics [online]. 2022 [cit. 2025-03-07]. Dostupné z: [https://math.libretexts.org/Bookshelves/Differential_Equations/Numerically_Solving_Ordinary_Differential_Equations_\(Brorson\)/01%3A_Chapters/1.03%3A_Backward_Euler_method](https://math.libretexts.org/Bookshelves/Differential_Equations/Numerically_Solving_Ordinary_Differential_Equations_(Brorson)/01%3A_Chapters/1.03%3A_Backward_Euler_method)
- [39] HIRSCH, Morris a Stephen SMALE. *Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra*. New York: Academic Press, 1974. ISBN 0-12-349550-4. s. 100.
- [40] HOLZAPFEL, Gerhard A. *Nonlinear Solid Mechanics: A Continuum Approach for Engineering*. Chichester: Wiley, 2000. ISBN 0-471-82304-X. s. 206–210

- [41] PAGOULATOU, S. et al. Acute and Long-Term Effects of Aortic Compliance Decrease on Central Hemodynamics: A Modeling Analysis. *Frontiers in Physiology* [online]. 2021 [cit. 2025-05-15]. Dostupné z: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC8350396/>
- [42] ALASTRUEY, Jordi, et al. On the impact of modelling assumptions in multi-scale, subject-specific models of aortic haemodynamics. *Journal of the Royal Society Interface* [online]. 2016, 13(118): 20160073. [cit. 2025-05-15]. Dostupné z: <https://doi.org/10.1098/rsif.2016.0073>
- [43] REVIEW on lumpedparameter method for modeling the blood flow in systemic arteries. *Scientific Research* [online]. 2013 [cit. 2025-05-15]. Dostupné z: <https://www.scirp.org/journal/paperinformation?paperid=27458>

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

1WM		Jednoprvkový Windkessel model
2WM		Dvouprvkový Windkessel model
3WM		Tříprvkový Windkessel model
AV		Atrioventrikulární
C	[ml/kPa]	Poddajnost tepen
dr	[s]	Element délky časového intervalu
EKG		Elektrokardiogram
exp		Eulerovo číslo e
kPa		Kilopaskal
ml		Mililitr
N		Počet časových kroků
n		Index časového kroku
P(t)	[kPa]	Okamžitý tlak v čase t
P _n	[kPa]	Hodnota tlaku v čase t _n
Pz	[kPa]	Zadaný tlak
Q(t)	[ml/s]	Průtok v čase t
R	[kPa·s/ml]	Odpor cév
r	[s]	Integrační proměnná
SA		Sinoatriální
s		Sekunda
T	[ml/s]	Časová konstanta
t	[s]	Čas
t _n	[s]	Časový okamžik při n-tém časovém kroku
Z _C		Impedance
Δt	[s]	Délka časového kroku
μm		Mikrometr

SEZNAM PŘÍLOH

PŘÍLOHA A – MATLAB skript

PŘÍLOHA B – Zadaný průtok .txt

PŘÍLOHA C – Zadaný tlak .txt

SEZNAM OBRÁZKŮ, TABULEK A GRAFŮ

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1: Oběhová soustava člověka [4]	13
Obrázek 2: Zevnějšek lidského srdce a jeho části [5]	14
Obrázek 3: Vrstvy srdečních stěn [7]	15
Obrázek 4: Srdeční dutiny: komory a síně [8]	16
Obrázek 5: Typy tepen [13]	18
Obrázek 6: Přehled cév (červená šipka znázorňuje proudění krve od srdce, modrá šipka proudění krve k srdci) [15]	21
Obrázek 7: Složení krve [22]	24
Obrázek 8: Srdeční cyklus [24]	25
Obrázek 9: Schémata jednotlivých modelů znázorněna elektrickým obvodem [43], upraveno	29

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Přehledné srovnání jednotlivých modelů [30], [32]	28
--	----

SEZNAM GRAFŮ

Graf 1: Zadaný tlak $P_z(t)$	33
Graf 2: Zadaný průtok $Q(t)$	34
Graf 3: Porovnání výpočtů při 200 iteracích	34
Graf 4: Porovnání výpočtů při 100 iteracích	35
Graf 5: Porovnání výpočtů při 50 iteracích	35