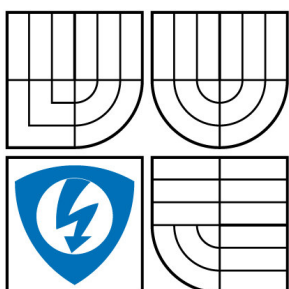


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

## ESTIMÁTOR V SYSTÉMU REGULACE S PROMĚNLIVOU STRUKTUROU

ESTIMATOR IN CONTROL SYSTEMS WITH VARIABLE STRUCTURE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

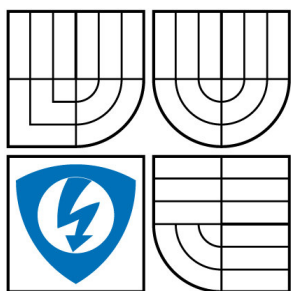
Bc. MARTIN DVOŘÁČEK

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. PETR PIVOŇKA, CSc.

BRNO 2008



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí  
techniky

## Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor  
Kybernetika, automatizace a měření

**Student:** Dvořáček Martin Bc.

**ID:** 89127

**Ročník:** 2

**Akademický rok:** 2007/2008

### NÁZEV TÉMATU:

**Estimátor v systému regulace s proměnlivou strukturou**

### POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Prostudujte problematiku lineárních diskretních přírůstkových estimátorů a ověřte jejich vlastnosti na jednorozměrové soustavě pomocí počítačové simulace. Ověřte vlastnosti vybraných regulačních obvodů s estimátory. Porovnejte vlastnosti regulačních obvodů s estimátory s pevně nastavenými diskretními podobami regulátorů PID typu a jejich variantami. Porovnání ověřte i na fyzikálních modelech.

### DOPORUČENÁ LITERATURA:

HANUŠ, B., TUMA, L.: Estimátor v systému regulace s proměnnou strukturou. Automatizace, 49, (2006), č. 8-9, 10.

**Termín zadání:** 3.12.2007

**Termín odevzdání:** 26.5.2008

**Vedoucí práce:** prof. Ing. Petr Pivoňka, CSc.

**prof. Ing. Pavel Jura, CSc.**

*předseda oborové rady*

### UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

**Anotace:**

Práce se zabývá konkrétním způsobem využití lineárních přírůstkových estimátorů a stavového přírůstkového regulátoru při zpětnovazebním vstupně výstupním řízení. Estimátory využívají normální tvar pozorovatelnosti stavového popisu, získaného z přenosu soustavy. Za účelem odstranění konstantních poruch je regulační smyčka doplněna o sumátor. Stavový regulátoru reguluje na základě stavů estimátoru, a regulační odchylky, seřízení je provedeno pomocí kvadratického kritéria. Vlastnosti takto vytvořené regulační smyčka jsou dále porovnány s regulačními smyčkami s PSD regulátory. Parametry PSD regulátorů jsou získány na základě optimalizace kritéria pro model regulované soustavy. Dále je ověřována možnost využití různě nastavených estimátorů při řízení soustav s proměnnou strukturou. Estimátory jsou předem nastavené na různé pracovní režimy soustavy. Přepínání mezi různými estimátory se provádí na základě chyby odhadu výstupní veličiny soustavy.

**Klíčová slova:**

PSD, stavový regulátor, lineární diskrétní přírůstkový estimátor, kvalita regulace, normální tvar pozorovatelnosti, řízení s proměnnou strukturou

**BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY**

**Faculty of Electrical Engineering and Communication**

**Department of Control, Measurement and Instrumentation**

# **ESTIMATOR IN CONTROL SYSTEMS WITH VARIABLE STRUCTURE**

Thesis

Specialisation of study: Cybernetics, Control and Measurement

Student: Martin Dvořáček

Supervisor: prof. Ing. Petr Pivoňka, CSc.

## **Abstract :**

The thesis write about the linear discrete time incremental estimators. These are used for the choice of the best control system in systems with variable structure and further for direct control with status controller. There is an application of this on physical plane.

In this paper PID variation controllers are discussed and optimized using Nelder-Mead Simplex Method.

Feedback control with optimal PID is compared with control using linear discrete incremental estimators and status regulator.

## **Key words:**

SISO linear discrete time incremental estimator, control with variable structure, PID PSD controllers, optimal control

## **Bibliografická citace**

Dvořáček, Martin. *Estimátor v systému regulace s proměnlivou strukturou*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2008. 73s. prof. Ing. Petr Pivoňka, CSc.

## Prohlášení

„Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma " Estimátor v systému regulace s proměnlivou strukturou " jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.“

V Brně dne : 26.5.2008

Podpis:

## Poděkování

Děkuji tímto prof. Ing. Petru Pivoňkovi, CSc za cenné připomínky a rady při vypracování diplomové práce.

V Brně dne : 26.5.2008

Podpis:

## 1. OBSAH

<b>1. OBSAH</b> .....	<b>7</b>
<b>2. ÚVOD</b> .....	<b>9</b>
<b>3. REGULÁTOR PID, MODIFIKACE</b> .....	<b>12</b>
3.1 Knižní rovnice PID regulátoru .....	12
3.2 Základní regulační schéma s PID regulátorem .....	13
3.3 PI-D regulátor .....	14
3.4 I-PD regulátor .....	15
3.5 Diskrétní PSD regulátor .....	16
3.6 Volba parametrů PID/PSD regulátoru .....	17
3.6.1 Poloha nul PID regulátoru [10] .....	18
3.7 Optimalizace parametrů u použitých PSD regulátorů.....	19
3.7.1 Optimalizace regulátoru s dvojitou nulou.....	19
<b>4. HODNOCENÍ KVALITY REGULACE</b> .....	<b>22</b>
<b>5. IDENTIFIKACE PŘENOSU SOUSTAVY</b> .....	<b>23</b>
5.1 Ověření identifikační metody na reálném systému.....	23
<b>6. STAVOVÝ REGULÁTOR</b> .....	<b>25</b>
6.1 Regulace podle kvadratického kritéria jakosti .....	26
6.2 Vyrovnání změn žádané hodnoty a konstantních poruch. ....	28
6.3 Kvadraticky optimální zpětná vazba od výstupu [11] .....	29
6.3.1 Nalezení kvadraticky optimálního řízení [11] .....	30
<b>7. ESTIMÁTORY</b> .....	<b>31</b>
7.1 Normální tvar pozorovatelnosti .....	31
7.1.1 Transformace na normální tvar pozorovatelnosti .....	32
7.2 Estimátor realizovaný modelem systému .....	33
7.3 Identický estimátor.....	34
7.4 Estimátor redukovaného řádu .....	36
7.5 Deathbeat observer[8] .....	37
7.6 Kalmanův estimátor .....	37
7.7 Estimátor v systému regulace [3][4] .....	38
7.7.1 Lineární diskrétní přírůstkový estimátor .....	39

<b>8. SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ VLASTNOSTÍ ESTIMÁTORŮ A REGULAČNÍCH OBVODŮ S ESTIMÁTORŮ</b> .....	<b>41</b>
8.1 Použitá soustava.....	41
8.2 Použitý stavový regulátor.....	41
8.3 Estimátor $E_{in}$ .....	42
8.4 Estimátor $E_{out}$ .....	43
8.5 Estimátor $E_{arx}$ .....	45
<b>9. STAVOVÝ REGULÁTOR S ESTIMÁTORŮ</b> .....	<b>48</b>
9.1 Vytvořený blok regulátoru s estimátory.....	48
9.2 Nastavení regulátoru s estimátory .....	49
9.3 Princip přepínání estimátorů .....	50
9.3.1 Do regulační smyčky nevstupují poruchy .....	50
9.3.2 Do regulační smyčky vstupují poruchy .....	50
<b>10. PŘEPÍNÁNÍ REGULÁTORŮ</b> .....	<b>53</b>
10.1 Volba regulované soustavy .....	53
10.1.1 Přenosy přepínané soustavy .....	54
10.2 Přepínání regulátorů, ověření v simulaci .....	55
10.2.1 Vliv změny přenosu soustavy na průběh chyby estimátoru .....	55
10.2.2 Průběhy přepínání regulátorů .....	56
10.3 Možnosti praktického použití.....	58
10.3.1 Vliv AD převodníku.....	59
10.3.2 Vliv šumu výstupu soustavy na možnost přepínání regulátorů .....	61
10.3.3 Ověření na fyzikálním modelu.....	63
<b>11. POROVNÁNÍ STAVOVÉHO REGULÁTORU S VARIANTAMI PSD REGULÁTORŮ</b> .....	<b>65</b>
11.1 Hodnotící kritérium .....	65
11.1.1 Soustava s čtyřnásobným pólem .....	66
11.1.2 Soustava s trojnásobným pólem a astatismem .....	66
11.1.3 Soustava s dvojnásobným pólem .....	67
11.1.4 Grafické výsledky měření .....	67
<b>12. ZÁVĚR</b> .....	<b>71</b>
<b>13. POUŽITÁ LITERATURA</b> .....	<b>73</b>



## 2. ÚVOD

Estimátor se v regulační smyčce používá typicky při regulaci stavovým regulátorem. Jeho úkolem je získávat hodnoty neměřitelných stavových veličin z průběhu vstupní a výstupní veličiny, případně měřitelných stavových veličin. Takto získané stavové veličiny jsou požitý jako vstupy stavového regulátoru. Estimátor se zpravidla realizuje modelem regulovaného systému doplněným o korekční vazby, zajišťující rychlé odstranění rozdílu mezi stavy soustavy a stavy estimátoru. Základním požadavkem však je, aby do regulační smyčky nevstupovaly neměřené poruchové signály. Minimálně při vstupu skokové poruchy dochází po dobu přechodného děje k nesprávnému odhadu stavových veličin. Regulátor reguluje podle nesprávných stavových hodnot, což znemožňuje optimalizovat vyregulování poruchy. V případě, že na regulovaný systém působí měřené poruchy, lze je do modelu estimátoru přivést také. Přesnost estimace stavových veličin je pak dána mírou podobnosti modelu a skutečného systému. Zejména se zde projeví nepřesnost modelu a v praxi všudypřítomné nelinearity. Jedno z možných řešení některých problémů stavové regulace je uvedeno v [3] a [4].

Autoři se zde zabývají problémem estimace při působení měřených poruch. Základní myšlenka je založena na přepínání mezi několika typy estimátorů, z nichž každý je určen pro estimaci při určité vstupující poruše. Pro estimaci bez vstupující poruchy je určen estimátor  $E_{ARX}$ , při vstupující poruše na vstup soustavy  $E_{IN}$ , při působení poruchy na výstupu soustavy  $E_{OUT}$  a při působení poruchy s obecným přenosem typ označený jako  $E_{ARMAX}$ . Rozdíl jednotlivých typů je dán použitím zpětnovazební korekční vazby a způsobem připojení na výstup soustavy. Estimátory jsou realizovány jako deathbeat. Což znamená, že základní estimátor  $E_{ARX}$  dokáže odstranit vliv libovolné konstantní poruchy do určitého počtu vzorkovacích period, daných řádem soustavy. Během tohoto přechodného děje však stavy estimátoru nekorrespondují se skutečnými stavy regulované soustavy, proto při vstupu poruchy dochází k přepnutí na typ estimátoru určeného pro danou poruchu. Ten zajistí správný průběh stavů, do regulace je však zapojen jen na dobu nutnou k odeznění přechodného děje v estimátoru  $E_{ARX}$ . Základním požadavkem pro správnou funkci je vstup jen konstantních poruch a v každý okamžik jen jedné poruchy. K regulaci pomocí takto zjištěných stavových veličin je použitý stavový regulátor nastavovaný

pomocí kvadratického kritéria. Pro zajištění nulové ustálené odchylky při působení jakékoli konstantní poruchy působící mezi vstupem a výstupem soustavy je do regulační smyčky navíc přidána další stavová veličina. Ta je realizována čistě jako integrační složka (integrační regulátor). Estimátory i stavový regulátor jsou realizovány v přírůstkovém tvaru. Protože v ustáleném stavu jsou výstupy všech přírůstkových estimátorů nulové, je přepínání mezi nimi velmi jednoduché.

Jedním z hlavních cílů této práce proto je realizovat a ověřit vlastnosti estimátorů a regulátoru prezentovaných v [3] a [4]. Za tímto účelem předpokládám využití programu MATLAB/Simulinku, kde nejprve vytvořím jednotlivé typy estimátorů a provedu simulační ověření jejich vlastností. Po jejich úspěšném ověření, předpokládám vytvoření vlastního regulátoru s estimátorem. Přičemž základním požadavkem na vytvořený regulátor bude jednoduchost při jeho používání, nejlépe vše v jednom bloku Simulinku. Běžně se v praxi setkáme pouze s poruchami působícími na vstupu a výstupu soustavy, proto budou použity pouze estimátory  $E_{ARX}$ ,  $E_{IN}$ ,  $E_{OUT}$ .

V [3] a [4] se také mluví o možnosti využití několika takto realizovaných regulátorů s estimátory k regulaci soustav s proměnnými vlastnostmi. Použití se v tomto případě předpokládá u soustav, kde nedochází ke spojitým změnám parametrů, ale k rychlým změnám mezi několika pracovními režimy, z nichž každý lze dostatečně dobře aproximovat určitým přenosem. Regulační smyčka pak obsahuje několik regulátorů s estimátory nastavených na přenosy jednotlivých pracovních režimů. Do regulace se pak zapojuje ten regulátor, jehož estimátor vykazuje nejmenší chybu odhadu výstupu regulované veličiny. Teoreticky tak při změně parametrů soustavy dojde během několika málo vzorkovacích period k přepnutí na regulátor pro tento režim. I touto možností bych se chtěl zabývat, zejména se v tomto směru zaměřit na vliv kvantování AD převodníků a šumu na výstupu soustavy. Použití stavového regulátoru není v takovém případě podmínkou. Estimátory lze využít pouze k určení aktuálního přenosu soustavy, ale vlastní regulaci lze již provádět jakýmkoli typem regulátorem. I proto je namístě porovnání vlastností regulační smyčky se stavovým regulátorem s variantami regulátorů PID typu.

Při porovnání vlastností regulační smyčky se stavovým regulátorem a pevně nastavenými variantami PID regulátorů předpokládám použití stejné vzorkovací

frekvence. Hodnocení kvality regulace bude provedeno na základě získaných průběhů regulační odchylky a akčního zásahu. Jako hodnotící kritérium předpokládám použití některého ze základních integrálních kritérií. Parametry PID regulátorů budu volit takovým způsobem, aby hodnota hodnotícího kritéria byla pro použité parametry minimální. PID regulátory tak budou z pohledu kritéria nastaveny optimálně. Optimální nastavení PID regulátoru bude prováděno pomocí simulací s aproximativním přenosem dané regulované soustavy. Optimalizace bude prováděna pomocí simplexové metody vyhledání extrému.

Hlavním požadavkem je ověření na fyzikálních model. Pro stavovou regulaci i optimalizaci parametrů PID regulátoru je potřeba přenos regulované soustavy. Pro získání vhodného aproximačního přenosu budu používat některou z identifikační metody nejmenších čtverců. Protože půjde o off-line identifikaci, předpokládám použití některé z metod pomocné proměnné, čímž bude možné získat nevychýlený odhad i při působení šumu na výstupu soustavy.

Abych se vyhnul správě řady simulačních schémat, budu používat jedno základní, parametry simulace a i její spouštění proto budu provádět pomocí m-file souborů. Mimo jiné tak bude možné jednoduše generovat výsledné grafy a měření opakovat či algoritmizovat.

### 3. REGULÁTOR PID, MODIFIKACE

Základy PID regulace se objevili v počátku 20. století. V roce 1911 spojil E.Sperry PID regulátor s gyroskopem a autopilotem. V roce 1942 publikovali J. G. Ziegler a N.B.Nichols svoji metodu nastavování automatických regulátoru. Namísto proporcionální, integrační a derivační složky se však používalo označení sensitivity, automatic reset a pre-act time. PID regulátor je i v dnešní době nejčastěji používaným regulátorem. Jeho výhody spočívají v jednoduchosti jeho nastavení a optimalizaci či adaptaci jeho parametru. Dosažená kvalita regulačního pochodu je v řadě praktických případu srovnatelná případně jen o málo horší než při použití jiných regulačních algoritmů, jejichž nastavení a optimalizace vyžaduje zkušeného odborníka.

#### 3.1 KNIŽNÍ ROVNICE PID REGULÁTORU

$$u(t) = K \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

Kde:  $K$  je zesílení PID regulátoru

$T_i$  je integrační časová konstanta

$T_d$  je derivační časová konstanta

$e(t)$  je regulační odchylka

$u(t)$  je akční zásah regulátoru

Proporcionální složka regulátoru (zesílení  $K$ ) realizuje přirozenou akci regulátoru. Integrační konstanta odstraňuje trvalou regulační odchylku, přitom však zhoršuje stabilitu regulační smyčky a zpomaluje regulační děj. Derivační složka je-li správně použita zlepšuje stabilitu a zkracuje dobu přechodného děje. Velká derivační konstanta může kvalitu regulačního děje výrazně zhoršit.

V případě nulových počátečních podmínek lze zapsat přenosovou rovnici PID regulátoru s použitím Laplaceovy transformace:

$$F_R(s) = K \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s \right] = \frac{U(s)}{E(s)}$$

Derivační část je v rozporu s fyzikální realizovatelností, proto přenos realizuje s dodatečnou časovou konstantou  $\varepsilon$ .

$$F_R(s) = K \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_D s}{\varepsilon s + 1} \right]$$

Časová konstanta  $\varepsilon$  určuje frekvenci zlomu, na amplitudové frekvenční charakteristice derivační složky, ve které se láme z +20dB/dekádu na 0dB/dekádu. Frekvence za tímto zlomem již nejsou zesilovány a lze tak potlačit vysokofrekvenční rušivé signály či šum.

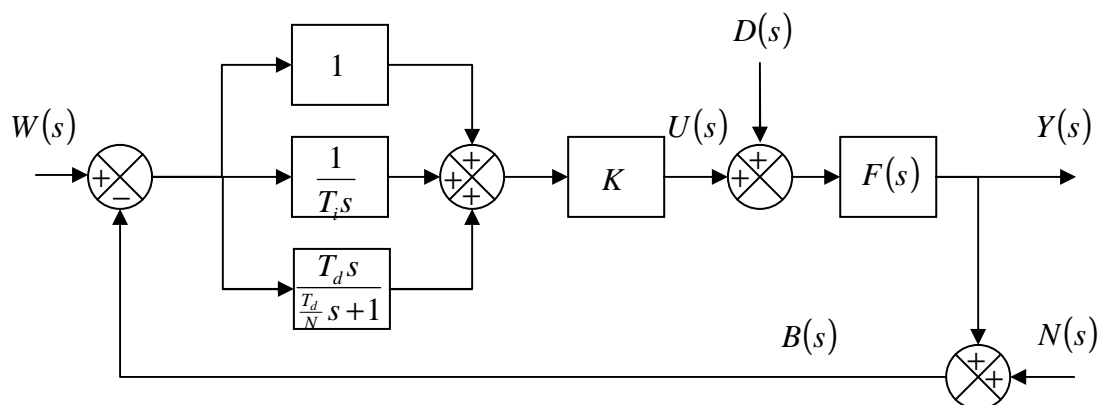
V praxi lze použít přenos regulátoru ve tvaru:

$$F_R(s) = K \left[ 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_D s}{\frac{T_D}{N} s + 1} \right]$$

Kde:  $N$  zesilovací činitel

Poloha zlomu na amplitudové frekvenční charakteristice derivační složky je určena hodnotou  $N$ . Volí se v rozsahu 3 až 20, vhodná hodnota se často volí až praktickou zkouškou.

### 3.2 ZÁKLADNÍ REGULAČNÍ SCHÉMA S PID REGULÁTOREM

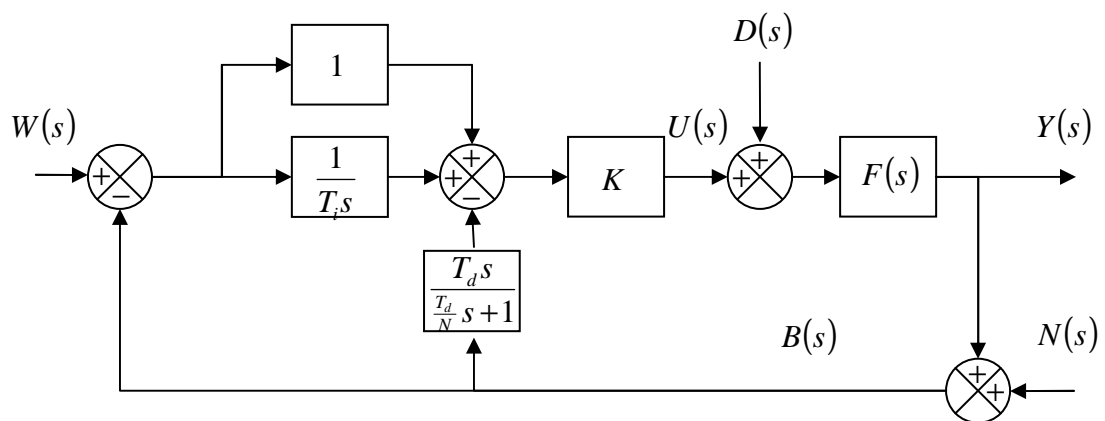


Obrázek 1: Základní regulační schéma s běžným PID regulátorem.  $W(s)$ -obraz žádané hodnoty,  $D(s)$ -porucha,  $Y(s)$ -regulovaná veličina,  $N(s)$ -šum,  $U(s)$ -akční zásah,  $B(s)$ -měřená hodnota

Derivační složka v tomto případě při skokové změně žádané hodnoty způsobí úzký pulz v akční veličině (set-point kick). Pro řadu regulovaných technologií a akčních členů není takový pulz přípustný. Tento problém řeší modifikované struktury PID regulátoru.

### 3.3 PI-D REGULÁTOR

První úprava, která se k řešení tzv. set-point kick nabízí modifikuje zapojení derivační části tak, že zpracovává jen signál z výstupu soustavy viz. Obrázek 2.



Obrázek 2: Funkční schéma regulátoru PI-D

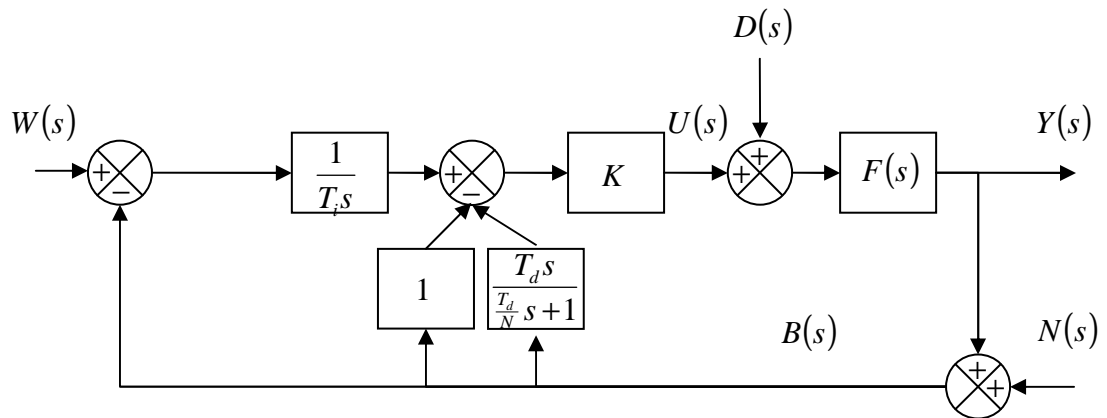
Rovněž z operátorového přenosu regulátoru v Laplaceově transformaci je patrné, že derivační složka nemá na jeho přenos přímý vliv. Při změně žádané hodnoty se tak neprojeví. Operátorový přenos PI-D regulátoru:

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \frac{KF(s)}{1 + \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1}\right) KF(s)}$$

Přímý vliv na změny akčního zásahu při změnách žádané hodnoty má jen integrační a proporcionální složka. Integrační složka reaguje na skokovou změnou lineárním nárůstem se strmostí danou konstantou  $T_i$ . Proporcionální reaguje  $K$  krát zesílenou skokovou změnou. Skokové a rychlé změny akční veličiny nemusí být pro regulovanou technologii žádoucí. Další úprava nabízí navíc přepojení proporcionální složky, takový regulátor se označuje jako I-PD.

### 3.4 I-PD REGULÁTOR

Funkční schéma regulátoru viz. Obrázek 3. Vyloučením proporcionální složky a derivační složky dosáhneme toho, že při skokové změně žádané hodnoty nedojde ke skokové změně akčního zásahu.



Obrázek 3: Funkční schéma regulátoru I-PD

Operátorový přenos I-PD regulátoru:

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \left( \frac{1}{T_i s} \right) \frac{KF(s)}{1 + \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right) KF(s)}$$

Hlavní nevýhodou uvedených úprav regulačních algoritmů je zpomalení přechodného děje při změně žádané hodnoty. Zajímavým přínosem je však chování celého regulačního algoritmu. Nabízí zajímavé možnosti při přepínání režimů regulace (automatické, manuální řízení). A v případě že regulační schéma obsahuje nelinearity, např. hysterezi lze tímto regulátorem dosáhnout výrazně lepších výsledků než neupravený typem PID.

Přenos poruchy je u regulátoru PID, I-PD, IP-D shodný a lze v Laplaceově transformaci vyjádřit:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{F(s)}{1 + \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right) KF(s)}$$

### 3.5 DISKRÉTNÍ PSD REGULÁTOR

Realizace regulačních smyček s prvky číslicové techniky, vyžaduje použití diskretních řídicích algoritmů. Vzhledem ke kvalitám spojitého PID regulátoru, je výhodné v číslicových systémech využívat jeho diskretní ekvivalent.

Aby získaný diskretní algoritmus dosahoval stejných úspěchů jako jeho spojitý vzor, je při jeho návrhu třeba vzít v úvahu řadu faktorů. Nutnou podmínkou je splnění vzorkovacího teorému. Vzorkovací frekvence tak musí být minimálně 2krát větší než největší frekvence zpracovávaného signálu. V případě že nejvyšší složky spektra neobsahují informaci o řízených veličinách je možné je nejprve odfiltrovat a poté signál číslicově zpracovat. Při volbě vzorkovací periody je třeba zohlednit i dynamiku regulovaného systému, vzorkovací perioda musí být dostatečně krátká. Obzvláště důležitá je také filtrace derivační složky. Vzorkovací perioda se v regulační smyčce projeví jako dopravní zpoždění. V případě že toto dopravní zpoždění je vzhledem k dynamice soustavy zanedbatelné, lze předpokládat, že diskretní ekvivalent spojitého PID regulátoru bude dosahovat podobných výsledku jako spojitý regulátor. Doporučené vztahy volby vzorkovací periody lze čerpat z [8], volba periody vzorkování je zde vztažena k době náběžné hrany, při odezvě systému na jednotkový skok, autor doporučuje její volbu v rozsahu 4 až 20vzorků.

Základní diferenční rovnice popisující algoritmus PSD regulátoru bez filtrace derivační složky:

$$u(k) = K \left[ e(k) + \frac{T}{T_i} \sum_{i=1}^k e(i) + \frac{T_d}{T} [e(k) - e(k-1)] \right]$$

Problematika filtrace derivační složky je popsána např. v [5][6], lze ji realizovat několika způsoby, zde jsem zvolil její realizaci jako diskretní ekvivalent. Jejím použitím vzniká pro praxi použitelný algoritmus diskretní PSD regulace, v z-transformaci jej popisuje následující rovnice:

$$F(z) = K \left[ 1 + \frac{Tz^{-1}}{T_i(1-z^{-1})} + N \frac{1-z^{-1}}{1 - e^{-\frac{TN}{T_d}} z^{-1}} \right]$$

Kde: T je vzorkovací perioda



$K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ ,  $N$  stejné jako u spojitě varianty

Stejným způsobem jakým vznikly ze spojitého PID regulátoru regulátory typu PI-D a I-PD, vzniknou z uvedeného tvaru diskrétního PSD regulátoru regulátory typu PS-D a S-PD.

### 3.6 VOLBA PARAMETRŮ PID/PSD REGULÁTORU

Všechny výše uvedené typy regulátorů mají společné čtyři parametry, které určují vlastnosti výsledného regulátoru. Jsou to parametry  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  a  $N$  (zesílení, integrační časová konstanta, derivační časová konstanta a parametr  $N$ , kterým nastavujeme filtraci derivační složky. V následujícím proto popisují volbu těchto parametrů.

Parametr  $N$ , jak jsem již uvedl dříve se nejčastěji nastavuje až praktickou zkouškou v ostrém provozu. Zajišťuje filtraci derivační složky zejména z důvodů zašumění měřených signálů. Obecně se pak jeho hodnota pohybuje v rozsahu od cca 3 až 20 (malé  $N$  hodně filtrováno, velké  $N$  málo filtrováno).

Ostatní parametry  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  jsou standardní parametry a k jejich volbě lze použít řadu metod a postupů. Základním problémem je, že každá metoda dává jiné hodnoty parametrů regulátoru. Zda použijeme pro návrh parametrů regulátoru tu či onu metodu, zpravidla rozhoduje to, co všechno o dané regulované soustavě víme a to, čeho potřebujeme nebo chceme dosáhnout.

Hodnocení toho, jak jsou použité parametry vhodné a zda nejsou jiné vhodnější není také jednoduché. Velmi často se k posouzení kvality regulace používají kritéria, která nám ohodnotí získané průběhy regulačních veličin (typicky při skokové změně žádané hodnoty). Když máme kritérium hodnotící vhodnost použitých parametrů regulátoru, je jen krůček k tomu zvolit tyto parametry vzhledem k danému kritériu optimálně (hodnota kritéria minimální). Cestou k nalezení těchto optimálních parametrů je využití možností výpočetních systémů a například v MATLABU vytvořit skript, který za nás hledané optimální parametry vyhledá. Použití takto získaných parametrů však nemusí být optimální pro praktické aplikace.

Navrhujeme-li pomocí simulace parametry regulátoru na určitou fyzikální soustavu, používáme její model. Tento model aproximuje reálnou soustavu přenosem

určitého řádu. Přenos je většinou ve tvaru časově invariantního IIR filtru a lze jej považovat jen za přibližnou náhradu reálné soustavy. V simulaci získané parametry jsou však optimální pouze pro model reálného systému. Pro reálný systém je jejich optimalita určená přesností aproximace. Aproximační přenos reálného systému lze určit dosti přesně jen v okolí pracovních bodů. Zatímco v simulacích pracujeme zpravidla s lineárními (linearizovanými) modely v praxi je nutné předpokládat, že soustava je nelineární a že může docházet ke změnám jejich vlastností. Základním požadavkem praktické regulace je tedy robustnost regulátoru. Což znamená, že při změně vlastností soustavy bude regulační smyčka stále stabilní a současně, že změny průběhů regulačních veličin zůstanou v přijatelných mezích. Jako základní ukazatele robustnosti lze uvažovat amplitudovou a fázovou bezpečnost. Hodnocení kvality regulace tak není vůbec jednoduché. V této práci jsem byl při volbě parametrů  $K$ ,  $T_i$  a  $T_d$  regulátoru ovlivněn [10].

### 3.6.1 Poloha nul PID regulátoru [10]

Článek [10] popisuje PID regulátor s dvojitou nulou. Tato struktura s dvojitou nulou je zde označována jako optimální struktura. Optimální z pohledu vyregulování skokové změny žádané hodnoty a současně skokové poruchy na vstupu soustavy. Parametry takové struktury jsou zde nastavovány podle metody Zieglera-Nicholze. Ta sama o sobě vede na regulátor s dvojitou nulou, lze proto do jisté míry považovat za optimální i tuto metodu. Návrh PID regulátoru pomocí metody ZN je zde porovnán s návrhem regulátoru, kdy se pomocí nul regulátoru snažíme „vykrátit“ dominantní póly přenosu soustavy.

Je zde ukázáno, že v případě krácení dominantních pólů přenosu nulami regulátoru získáme regulační smyčku, která rychle a dobře reaguje na změny žádané hodnoty. Takto zvolený regulátor má však problém s vyregulováním skokové změny poruchy na vstupu soustavy. Její vyregulování je velmi pomalé a je způsobeno nulami regulátoru, které se pro přenos poruchy objeví ve jmenovateli přenosu (vzniká tak pomalý pól). Obsahuje-li regulátor dvě různé nuly má jeho frekvenční charakteristika tvar vany. V případě dvojitě nuly má frekvenční charakteristika tvar „V“. Už podle tvaru frekvenčních charakteristik lze usuzovat, že tvar „V“ bude dávat rychlejší odezvy. Rychlejší a tudíž i kmitavější odezva vznikne jak pro přenos poruchy tak pro přenos řízení. Zatímco porucha je v tomto případě kompenzována

lépe (rychleji), změna žádané hodnoty je kompenzována s výrazně větším překmitem. Překmit je možné kompenzovat filtrem žádané hodnoty.

Z porovnání obou metod vyplývá, že je-li třeba optimalizovat regulační smyčku z pohledu změn žádané hodnoty je výhodnější použít metody „krácení polů“ regulované soustavy. Je-li třeba optimalizovat přenos regulační smyčky z pohledu přenosu poruchy na vstupu soustavy je optimální volbou návrh parametrů regulátoru pomocí metody ZN.

### 3.7 OPTIMALIZACE PARAMETRŮ U POUŽITÝCH PSD REGULÁTORŮ

Za účelem vyhledání optimálních parametrů regulátoru ( $K_R$ ,  $T_I$ ,  $T_D$ ) vzhledem k určitému kritériu jsem vytvořil několik m-file a mdl soborů. Optimalizace se spouští skriptem optim2.m. Před zpuštěním se zvolí typ optimalizovaného regulátoru, zvolí se soustava a hodnotící kritérium. Většina soustav, se kterými jsem pracoval je již předdefinována v souboru ext\_option.m, stejně tak je zde předdefinováno několik používaných kriteriálních funkcí. Výpočet a práce s kriteriálními funkcemi je popsána v kapitole 4. Dále se zvolí vzorkovací perioda, filtrace derivační složky a doba simulace. Je také možné zvolit zda se bude provádět optimalizace z odezvy na skok žádané hodnoty nebo odezvy na skok poruchy na vstupu soustavy. Lze optimalizovat současně z odezvy na žádanou hodnotu i poruchy. V Semestrální projekt 2 jsem stejným způsobem optimalizoval regulátor s dvojitou nulou. Nicméně takto získané regulátory nedávaly nejlepší výsledky.

#### 3.7.1 Optimalizace regulátoru s dvojitou nulou

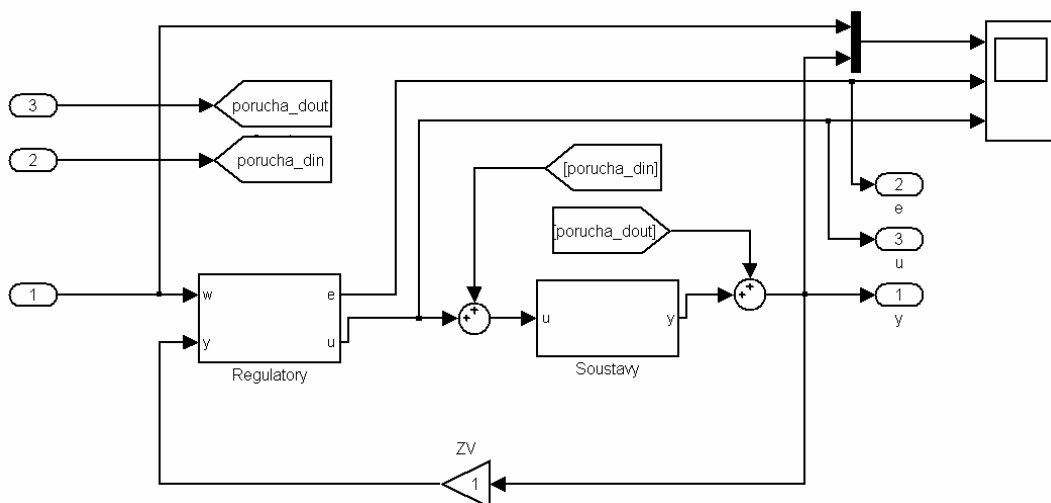
V regulátorech typu PSD, PS-D a S-PD jsem provedl volbu parametrů regulátoru  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  podle [10]. Tj.  $T_i$  a  $T_d$  jsou voleny tak, aby přenos regulátoru obsahoval dvojitou nulu.

$$Fr(s) = K \frac{(Ts+1)^2}{s} = \frac{K}{s} (T^2 s^2 + 2Ts + 1) = K \left( T^2 s + 2T + \frac{1}{s} \right)$$

$$Fr(s) = 2TK \left( 1 + \frac{1}{2Ts} + \frac{T}{2}s \right) \Rightarrow T_i = 2T, \quad T_D = \frac{T}{2}, \quad K_R = 2TK$$

Z parametrů  $K$  a  $T$ , jsem podle výše uvedených vztahů dopočítal parametry  $K_r$ ,  $T_i$  a  $T_d$ .

Volbu parametrů  $K$  a  $T$  jsem neprováděl pomocí metody ZN jak je prezentováno v [10]. Parametry  $K$  a  $T$  jsem optimalizoval podle zvolených kritérií. Pro optimalizaci jsem s využitím MATLABU/Simulink. V Simulinku jsem vytvořil univerzální schéma regulačního obvodu (viz. Obrázek 4) s použitými soustavami a regulátory. Regulátory jsem realizoval s omezením integrační složky a akčního zásahu v rozsahu  $\pm 8$ . Potřebnou matematickou podporu a další pomocné funkce jsem realizoval pomocí m-file souborů MATLABU.



**Obrázek 4: Univerzální schéma regulačního obvodu**

Pro vyhledání minima kritériální funkce a potažmo tak optimálních parametrů  $K$  a  $T$  jsem využil funkci MATLABU `fminsearch` (implementuje simplexovou metodu). Hodnoty kritérií jsou vypočítávány s využitím Simulinku a modelu na Obrázek 4. V kritériu jsou tak zohledněny i nelinearity v regulační smyčce. V tomto případě pouze omezení integrační složky a akčního zásahu. Vhodnou parametrizací spouštěných m-filů lze vybrat požadovanou kombinaci regulátoru a regulované soustavy a získat požadované odezvy či spustit optimalizaci hledající  $K$  a  $T$  takové, aby určitá kritériální funkce byla minimální.

Hledání optimálních parametrů je realizováno pomocí souborů: `optim.m`, `CritVal.m`, `comp_krit.m` a modelových schématem `reg_sch.mdl`. Spuštění se provede

nastavením a spuštěním souboru optim.m. Optimalizace všech tří parametrů regulátoru pomocí skriptu optim2.m funguje stejným způsobem.

## 4. HODNOCENÍ KVALITY REGULACE

Za účelem hodnocení kvality regulace jsem vytvořil skript, který na základě průběhu odchylky a akčního zásahu viz. Obrázek 4 vypočítá hodnotu požadovaného kritéria. Skript se jmenuje `comp_krit.m` a obsahuje funkci:

```
[I IKv IITAE IE IKmit]= comp_krit(t, e, u,[cKv cITAE cIE cKmit])
```

Vstupní parametry jsou postupně vektor času, vektor odchylky, vektor akčního zásahu, váhovací vektor dílčích složek.

Vnitřně podle následujících vzorců počítá funkce čtyři dílčí složky a výslednou hodnotu kritéria. Výsledné hodnoty jsou současně výstupními parametry funkce.

$$1) \quad IKv = cKv \sum_{k=1}^n e^2(k) \quad \dots \textit{kvadratické kritérium}$$

$$2) \quad IE = cIE \sum_{k=1}^n u^2(k) \quad \dots \textit{penalizace energie}$$

$$3) \quad IKmit = cKmit \sum_{k=1}^n (u(k) - u(k-1))^2 \quad \dots \textit{penalizace kmitavosti}$$

$$4) \quad IITAE = cITAE \sum_{k=1}^n |e(k)|t(k) \quad \dots \textit{ktirérium ITAE}$$

$$I = IKv + IITAE + IE + IKmit$$

Funkce tak pomocí vhodné volby parametrů váhovacího vektoru umožňuje realizovat kritérium tvořené libovolnou kombinací jednotlivých složek. Takto realizovaný výpočet umožňuje jednoduše měnit typ nebo váhy dílčích složek kritéria. Funkce je použita při hodnocení průběhů jednotlivých regulačních dějů i při hledání optimálních parametrů PSD regulátoru a jeho modifikací.

## 5. IDENTIFIKACE PŘENOSU SOUSTAVY

Pro návrh stavového regulátoru a estimátorů je nutná znalost stavového popisu regulované soustavy. Stavový popis systému lze jednoduše získat z operátorového přenosu. Cílem identifikace je tak získat co nejjednodušší a co nejpresnější aproximační přenos reálného systému.

Běžně se k identifikaci používá metody nejmenších čtverců a i zde je použita. V MATLABU jsem vytvořil skript, který tuto metodu řeší. Skript se jmenuje `rmnc.m` (rekurzivní MNČ) a obsahuje funkci které se jako parametry předá časový vektor vstupu, výstupu. Metoda je implementovaná jako rekurzivní, ale pouze uvnitř skriptu. Dále lze pomocí parametrů zvolit koeficient exponenciálního zapomínání nebo upřesnit jaká metoda má být vnitřně použita. Lze použít běžnou rekurzivní MNČ, nebo zvolit metodu s posunutým pozorováním.

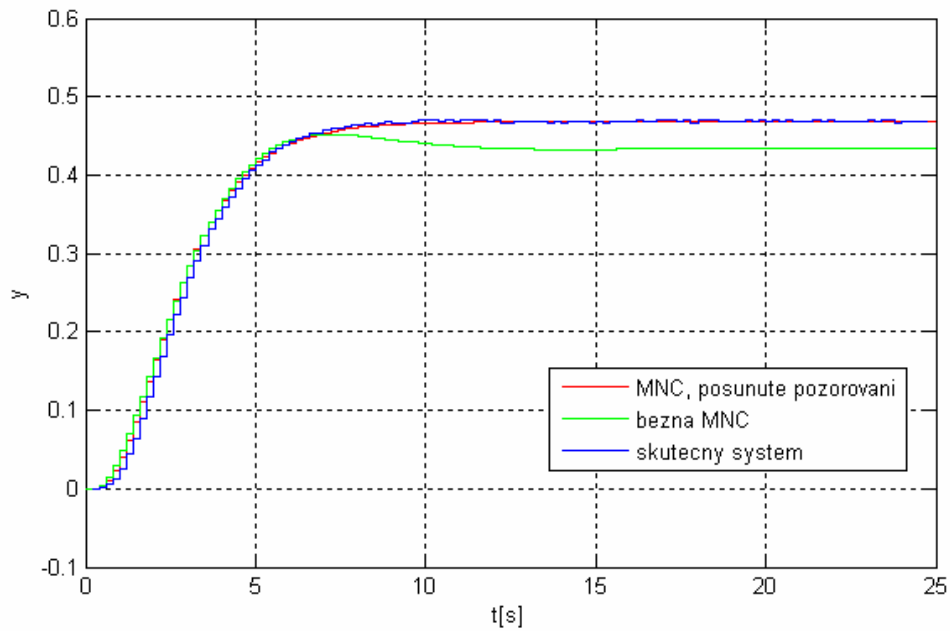
Problémem běžně MNČ je, že působí-li na výstupu soustavy šum nejsou touto metodou získané parametry přesné, zejména při menší vzorkovací periodě, je získám posunutý odhad parametrů aproximačního přenosu. Typicky získáme přenos s jiným zesílením. Vznikly proto různé varianty MNČ, které umožňují získat nevychýlené parametry přenosu i při působení šumu. Jednou z těchto variant je právě metoda s posunutým pozorováním.

### 5.1 OVĚŘENÍ IDENTIFIKAČNÍ METODY NA REÁLNÉM SYSTEMU

V laboratořích jsem identifikoval tzv. „krabičku“ s nastaveným přenosem:

$$F(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

Pomocí běžné MNČ a MNČ s posunutým pozorováním jsem provedl její identifikaci. Z porovnání odezev získaných modelů a reálného systému viz. Obrázek 5 vyplývá, že v tomto případě dává varianta s posunutým pozorováním vhodnější výsledek.



**Obrázek 5: Porovnání odezvy reálného systému a identifikovaných přenosu**

Nevýhodou MNC s posunutým pozorováním je zejména v rychlosti konvergence. Pro získání přenosu bylo nutné analyzovat 200 sekund dlouhou posloupnost vstupní a výstupní veličiny, při  $T_s=0.2$ .



## 6. STAVOVÝ REGULÁTOR

Ve stavovém prostoru jsou řídicí algoritmy navrhovány tak, že akční veličiny  $\mathbf{u}(k)$  jsou v každém vzorkovacím intervalu  $k$  funkcemi stavových veličin  $\mathbf{x}(k)$ .

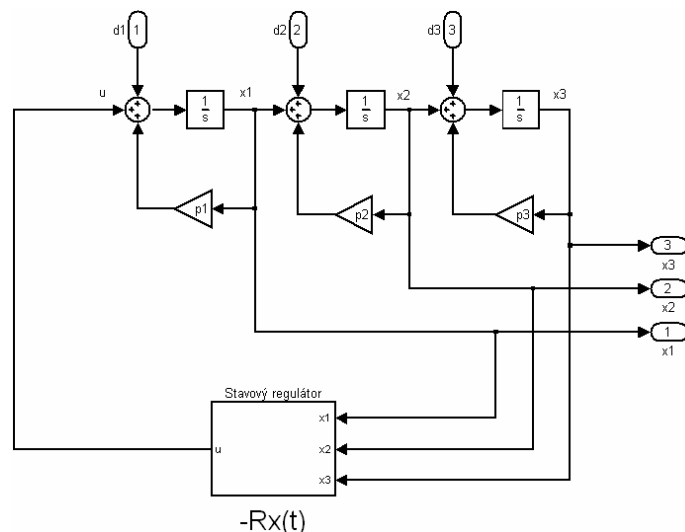
$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{R}\mathbf{x}(k)$$

Kde:  $\mathbf{R}$  je matice regulátoru.

$\mathbf{u}$  je vektor akčních zásahů

$\mathbf{x}$  vektor stavových veličin

Lze předpokládat, že vektor  $\mathbf{x}$  představuje odchylky stavových veličin od požadovaného stavu soustavy, které byly zapříčiněny vstupujícími poruchami, a že následným působením akčních veličin  $\mathbf{u}$  lze tyto odchylky odstranit. Ze vztahu číslicového regulátoru vyplývá, že regulátor dostává o regulované soustavě úplnou informaci (hodnoty jednotlivých stavových veličin), a proto se vyregulování může dít velmi efektivně. Výstup regulátoru nemusí být jen jeden, ale může to být přímo vektor akčních zásahů. Čím větší bude vektor akčních zásahů, tím bude regulace dokonalejší. Nejčastější je však realizace akčního zásahu pouze jedním signálem (reálné systémy mají často jen jeden vstup). Takovou regulaci stavovým regulátorem zobrazuje následující obrázek:



Obrázek 6: Stavová regulace s jednou akční veličinou

Kde  $d_1, d_2, d_3$  jsou vstupující poruchy do regulované soustavy a  $u$  je akční zásah. V případě, že by bylo k dispozici více akčních veličin  $u_1, u_2, u_3$  bude vyregulování poruchových signálů rychlejší a dokonalejší.

Protože číslicový regulátor navržený pomocí teorie stavového prostoru, získává z hodnot stavových veličin úplnou informaci o rozvážení soustavy v každém krokovacím intervalu, není rozdíl mezi vyrovnáváním obecné a determinované poruchy (vyjádřené jednorázovou změnou hodnot stavových veličin na začátku regulačního pochodu). Regulátor vyrovnává takovou změnu optimálně a to vždy již od prvního krokovacího intervalu. [2]

V případě, že nejsou stavové veličiny přístupné měření, provádí se jejich odhad. Odhad se provádí pomocí tzv. estimátorů na základě srovnání skutečných hodnot měřených výstupních veličin  $y$  a hodnot výstupních veličin  $\hat{y}$ , vypočítaných z odhadnutých hodnot  $\hat{x}$  stavových veličin. Návrh regulátoru a struktury estimátoru se provádí nezávisle na sobě, návrhy se vzájemně neovlivňují (platí tzv. princip separability).

Co se týče volby hodnot matice regulátoru lze ji provést na základě např. kvadratického kritéria jakosti nebo i tak, aby regulace probíhala v minimálním počtu krokovacích intervalů. Oba způsoby jsou popsány v [2], dále popíší jen návrh podle kvadratického kritéria.

## 6.1 REGULACE PODLE KVADRATICKÉHO KRITÉRIA JAKOSTI

Toto kritérium se využívá velmi často. Pracuje s hodnotami součtu druhých mocnin odchylek stavových a akčních veličin v konečném počtu  $N$  regulačních intervalů. Aby hodnota dobře vystihovala celý průběh regulačního procesu musí být použit dostatečně velký počet krokovacích intervalů vyvolaných určitým počátečním stavem  $x(0)$ .

Kritérium popisuje následující funkcionál:

$$J_N = \sum_{k=1}^N [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k-1) \mathbf{K} \mathbf{u}(k-1)] \rightarrow \min$$

Kde:

**Q** je pozitivně definitní nebo semidefinitní symetrická matice [n,n] váhových koeficientů,

**K** je pozitivně definitní matice [r,r] váhových koeficientů

Obvykle se řeší metodou dynamického programování jako N-krokový rozhodovací problém. Přitom se vychází ze základního poznatku, že má-li být celý regulační pochod mezi počátečním stavem  $\mathbf{x}(0)$  a konečným  $\mathbf{x}(N)$  optimální, musí být optimální i každý úsek regulačního pochodu mezi stavy  $\mathbf{x}(j)$  a  $\mathbf{x}(N)$ . Označme hodnotu funkcionálu odpovídající tomuto úseku jako  $f_{N-j}(\mathbf{x}(j))$

$$f_{N-j}(\mathbf{x}(j)) = \min_{\substack{\mathbf{u}(j) \\ \dots \\ \mathbf{u}(N-1)}} \sum_{k=j+1}^N [\mathbf{x}^T(k)\mathbf{Q}\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k-1)\mathbf{K}\mathbf{u}(k-1)] =$$

$$\min_{\mathbf{u}(j)} \{ \mathbf{x}^T(j+1)\mathbf{Q}\mathbf{x}(j+1) + \mathbf{u}^T(j)\mathbf{K}\mathbf{u}(j) + f_{N-j-1}(\mathbf{x}(j+1)) \}$$

pro všechna  $j=0$  až  $N-1$ . Pro  $j=N$  vyplývá  $f_0(\mathbf{x}(N)) = 0$

Postupným dosazováním ze stavových rovnic

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k)$$

$$f_{N-j}(\mathbf{x}(j)) = \min_{\mathbf{u}(j)} \left\{ (\mathbf{A}\mathbf{x}(j) + \mathbf{B}\mathbf{u}(j))^T \mathbf{Q}(\mathbf{A}\mathbf{x}(j) + \mathbf{B}\mathbf{u}(j)) + \mathbf{u}^T(j)\mathbf{K}\mathbf{u}(j) + f_{N-j-1}(\mathbf{x}(j+1)) \right\}$$

a minimalizací pro  $j=N-1$  až  $0$  podle  $\mathbf{u}(j)$  získáme všechny  $f_{N-j}$

$$f_{N-j}(\mathbf{x}(j)) = \mathbf{x}^T(j)\mathbf{P}(N-j)\mathbf{x}(j)$$

Kde  $\mathbf{P}(N-j)$  je symetrická matice [n,n],  $\mathbf{P}(0)=0$

Po dosazení:

$$f_{N-j}(\mathbf{x}(j)) = \min_{\mathbf{u}(j)} \sum_{k=j+1}^N [\mathbf{x}^T(k)\mathbf{S}(N-k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k-1)\mathbf{K}\mathbf{u}(k-1)] =$$

$$\min_{\mathbf{u}(j)} \{ (\mathbf{A}\mathbf{x}(j) + \mathbf{B}\mathbf{u}(j))^T \mathbf{S}(N-j-1)(\mathbf{A}\mathbf{x}(j) + \mathbf{B}\mathbf{u}(j)) + \mathbf{u}^T(j)\mathbf{K}\mathbf{u}(j) \}$$

Kde  $\mathbf{S}(N-j-1)$  je symetrická matice  $[n,n]$

$$\mathbf{S}(N-j-1) = \mathbf{P}(N-j-1) + \mathbf{Q}$$

Minimum se získá derivací podle  $\mathbf{u}(j)$ . Odtud plyne pro optimální akční veličiny:

$$\mathbf{u}(j) = -\mathbf{R}(N-j)\mathbf{x}(j)$$

kde  $\mathbf{R}(N-j)$  je zpětnovazební matice  $[r,n]$

$$\mathbf{R}(N-1) = (\mathbf{B}^T \mathbf{S}(N-j-1) \mathbf{B} + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S}(N-j-1) \mathbf{A}$$

$$\mathbf{P}(N-1) = [\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{R}(N-j)]^T [\mathbf{Q} + \mathbf{P}(N-j-1)] [\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{R}(N-j)] + \mathbf{R}^T(N-1) \mathbf{K} \mathbf{R}(N-1)$$

Kvadratické kritérium jakosti regulace dává regulační pochody teoreticky vždy nekonečně dlouhé a to i v případě, že horní hranice  $N$  v součtu je nekonečná. Žádá-li se ustálení v konečné době, lze použít upravený funkcionál. Podrobnosti lze zjistit v [2].

## 6.2 VYROVNÁNÍ ZMĚN ŽÁDANÉ HODNOTY A KONSTANTNÍCH PORUCH.

Poruchou se zde rozumí porucha na změně žádané hodnoty regulované veličiny a poruchy vstupující do regulované soustavy kdekoli mezi vstupem akční veličiny  $\mathbf{u}$  a výstupem veličiny regulované  $\mathbf{y}$ .

Regulovaná soustava popsána:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k)$$

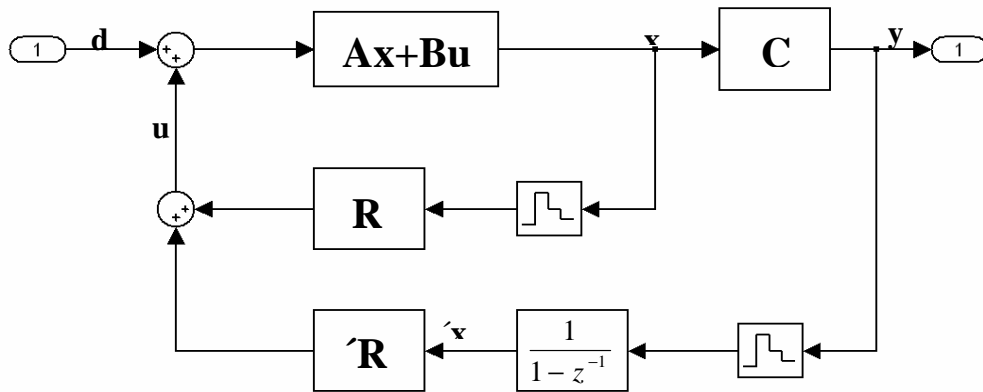
Předepsaný vektor žádané hodnoty  $\mathbf{w}[r,1]$ . Při odstranění regulačních odchylek platí:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{y}(k) = \mathbf{w}$$

Nejjednodušším řešením je zavedení dalších stavových proměnných  $\mathbf{x}$  integračního(sumačního) charakteru.

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \mathbf{y}(k)$$

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{R}\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{R}}\mathbf{x}(k)$$



Obrázek 7: Regulační obvod pro vyregulování konstantních poruch

### 6.3 KVADRATICKY OPTIMÁLNÍ ZPĚTNÁ VAZBA OD VÝSTUPU [11]

V řadě případů, nelze realizovat kvadraticky optimální regulátor se zpětnou vazbou od stavů systému, protože stavy nejsou měřitelné. V případě, že systém je pozorovatelný, lze hodnoty stavových veličin odhadovat pomocí estimátoru.

Optimalizace kvadratického kritéria jakosti regulace není ve většině případů konečným cílem návrhu; je spíše prostředkem, jak nalézt regulátor s příznivými vlastnosti. Přičemž se využívá například toho, že kvadraticky optimální regulátory stabilizují regulovanou soustavu a mají zaručenou amplitudovou bezpečnost podle:

$$\left| 1 + k^T \left( e^{j\omega T_s} I - A \right)^{-1} b \right| \geq \gamma$$

Jejich frekvenční charakteristika se vyhýbá kružnici se středem v kritickém bodě  $-1+0j$  a poloměrem  $\gamma$ , z čehož plynou i příznivé vlastnosti z hlediska robustnosti. Podle [11] mají tyto vlastnosti všechny stabilizující kvadraticky optimální regulátory, parametrizované pozitivně semidefinitními maticemi kritéria.

Tyto vlastnosti však mohou být ztraceny, je-li zpětná vazba od stavů nahrazena zpětnou vazbou od výstupu, a odhadem stavových veličin pomocí estimátoru. Z pohledu nejmenších ztrát z těchto vlastností je nelepší použít estimátor navržený jako Kalmanův filtr. Dalšími úpravami tohoto návrhu, lze dosáhnou částečného obnovení těchto vlastností. V tomto smyslu jsou v [11] uvedeny dvě metody. Loop transfer recovery (LTR) a metoda využívající zpětné vazby od chyb predikce Kalmanova filtru. Metody tvarují přenos otevřené smyčky při zachování vlastností uzavřené smyčky.

### 6.3.1 Nalezení kvadraticky optimálního řízení [11]

1. určíme optimální odhad stavů, minimalizující střední kvadratickou chybu odhadu a využívající dostupných dat. Tento odhad lze najít Kalmanovým filtrem se zesílením  $\mathbf{L}(t)$  a má kovarianční matici chyby odhadu  $\mathbf{P}\mathbf{x}$ . Posloupnost těchto kovariančních matic a zesílení najdeme řešením Riccatiho diferenční rovnice pro problém optimální filtrace.
2. určíme kvadraticky optimální zákon řízení  $\mathbf{u}(t)=-\mathbf{K}(t)\mathbf{x}(t)$ , minimalizující kritérium:

$$J = \mathbf{x}^T(N)\mathbf{Q}(N)\mathbf{x}(N) + \sum_{t=0}^{N-1} \left\{ \mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}(t)\mathbf{u}(t) \right\}$$

pro deterministický systém, získaný zanedbáním stochastické složky.

Posloupnost těchto zesílení najdeme na základě řešení Riccatiho diferenční rovnice pro problém optimálního řízení.

3. aplikujeme nalezený zákon řízení, přičemž neznámý stav  $\mathbf{x}(t)$  nahradíme jeho optimálním odhadem.

## 7. ESTIMÁTORY

Obecně je estimátor zařízení, které umožňuje zjistit na základě znalosti vstupních, výstupních případně měřitelných stavových veličin hodnoty neměřitelných stavových veličin. Dochází tak v podstatě k rekonstrukci stavů, proto se často používá i označení rekonstruktor případně pozorovatel.

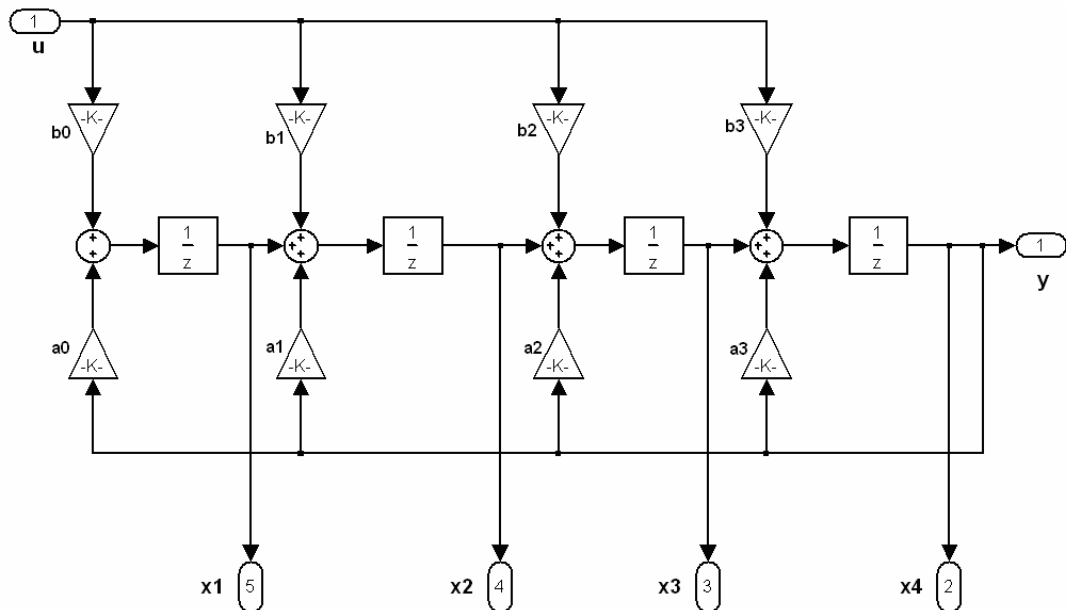
Známe-li kromě vstupní a výstupní veličiny soustavy i její stavové proměnné, můžeme je k regulaci využít také. A to typicky s použitím stavového regulátoru.

Pro realizaci estimátorů je nutná znalost stavového popisu soustavy. Každý fyzikální systém lze charakterizovat soustavou diferenciálních rovnic označovaných jako stavové rovnice systému. V řadě případů však tyto stavové rovnice neznáme a známe jen vstupně výstupní aproximaci soustavy. Ke každému vstup výstupnímu popisu existuje nekonečně mnoho stavových popisů. V případě, že nám při regulaci nezáleží na průběhu stavových veličin soustavy, lze použít libovolnou stavovou reprezentaci. Může být v případě, že chceme zlepšit kvalitu regulace použitím modelu regulované soustavy a stavové regulace. V případě, že záleží na průběhu stavů je třeba použít stavový popis identický regulovanému systému. Další možností je využití transformační matice, která umožňuje získat z průběhů stavových veličin jedné reprezentace průběh stavů jiné stavové reprezentace.

Zde v této práci se předpokládá že nezáleží na průběhu stavových veličin, ale jen na průběhu akčního zásahu a výstupu soustavy. Bude používán stavový popis v normálním tvaru pozorovatelnosti, důvody budou ukázány dále.

### 7.1 NORMÁLNÍ TVAR POZOROVATELNOSTI

Je to způsob realizace systému, který zde bude využíván. Realizace vypadá následovně:



Obrázek 8: Stavový popis v Normálním tvaru pozorovatelnosti

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a_0 \\ 1 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 1 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 1 & a_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

Vztah mezi stavovým popisem s vstup výstupním popisem je zřejmí, víme-li že přenos systému:

$$F(s) = \frac{b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z^1 + b_0 z^0}{z^4 + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z^1 + a_0 z^0}$$

Nejčastěji v případě aproximace přenosů vyšších řádů se můžeme setkat i s tím, že řád polynomu čitatele bude stejného řádu, jako polynomu jmenovatele. Takový systém má přímou vazbu vstupu na výstup a výše uvedený postup nelze pro takový systém použít.

### 7.1.1 Transformace na normální tvar pozorovatelnosti

V případě, že stavová realizace systému není v normálním tvaru pozorovatelnosti lze ji na normální tvar pozorovatelnosti převést pomocí transformační matice  $\mathbf{T}$ , která je pro normální tvar pozorovatelnosti a systém 4.řádu:

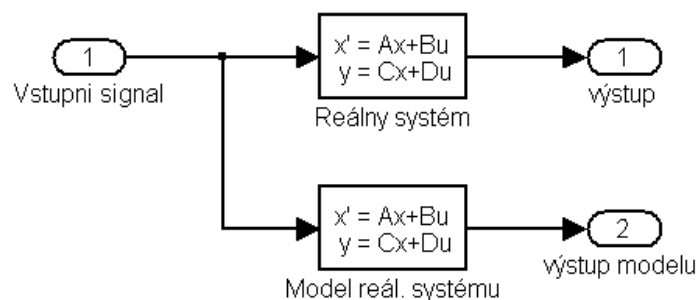


$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} a1 & a2 & a3 & 1 \\ a2 & a3 & a4 & 0 \\ a3 & a4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \\ \mathbf{C}^T \mathbf{A}^1 \\ \mathbf{C}^T \mathbf{A}^2 \\ \mathbf{C}^T \mathbf{A}^3 \end{bmatrix}$$

Nová matice koeficientů  $\mathbf{TAT}^{-1}$  a výstupu  $\mathbf{CT}^{-1}$  již mají normální tvar pozorovatelnosti [2].

## 7.2 ESTIMÁTOR REALIZOVANÝ MODELEM SYSTÉMU

Předpokládejme systém  $\mathbf{S}$  charakterizovaný maticemi  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ . Jeho model  $\mathbf{S}_M$  vytvoříme tak, aby měl stejné stavové rovnice. Na modelu jsou všechny stavy již měřitelné. Bude-li na vstup modelu působit stejný vstupní signál jako na reálný model, lze předpokládat i rovnost stavů modelu a reálného systému.



Obrázek 9: Estimace stavů z modelu systému

Matematicky rozbor:

Popis reálného systému  $\mathbf{S}$ :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t) \end{aligned}$$

Popis modelu  $\mathbf{S}_M$ :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \mathbf{A}\hat{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \hat{y}(t) &= \mathbf{C}\hat{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \end{aligned}$$

Cílem estimace je aby:

$$x(t) = \hat{x}(t)$$

Proto při zavedení:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

Musí platit:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

Vyplyvá dif. rovnice:  $\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = \mathbf{A}e(t)$

Její řešení:  $e(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)}e(t_0); \quad e(t_0) = x_0 - \hat{x}_0$

Odchylka konverguje k 0 v případě, že vlastní čísla matice  $\mathbf{A}$  mají zápornou reálnou část tzn. Systém je stabilní.

Estimátor se proto vždy navrhuje tak, aby odchylka konvergovala k nule a abychom mohli volit i rychlost konvergence.

Výše uvedený způsob estimace stavových veličin je spíše demonstrativní a není pro praxi absolutně použitelný. V praxi se nám nikdy nepodaří přesně určit přenos soustavy (který i tak mění své parametry např. při zahřátí apod.) a proto nelze vytvořit ani přesný model soustavy. Estimátory se navíc realizují jako číslicové, vzniká tak další chyba způsobená diskretizací. Další chyba vznikne při působení poruchy. Často se také liší počáteční hodnoty stavových veličin modelu a systému. Řadu podobných problémů je možné řešit typicky s využitím zpětné vazby zavedené do estimátoru. Viz např. následující způsob estimace stavových veličin.

### 7.3 IDENTICKÝ ESTIMÁTOR

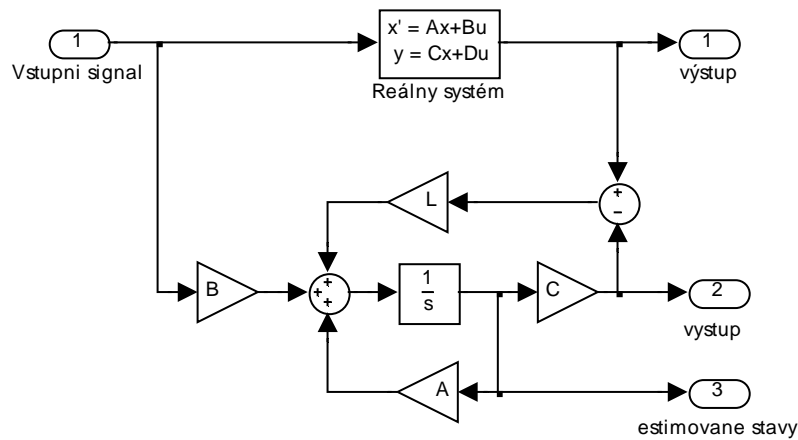
Máme stejný systém  $\mathbf{S}$  a model  $\mathbf{S}_M$  jako v předchozím případě. Měříme výstup systému a modelu. Navzájem je odečteme a vytvoříme tak odchylku výstupů.

$$e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t)$$

Touto odchylkou se řídí model  $\mathbf{S}_M$ . Který tak nyní popisují následující systémové rovnice:

$$\mathbf{S}_M: \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \mathbf{A}\hat{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \mathbf{C}\hat{x}(t) + \mathbf{D}u(t) \end{cases}$$

Matice  $\mathbf{L}$  je sloupcová matice a označuje jako matice stavové injekce a vytváří zpětnou vazbu od odchylky výstupů.



Obrázek 10: Schéma identického estimátoru

Do jaké míry se stavové hodnoty modelu rovnají stavům reálného systému vyjadřuje rovnice:

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) - \mathbf{A}\hat{x}(t) - \mathbf{B}u(t) - \mathbf{L}(y(t) - \hat{y}(t))$$

po dosazení za  $y$  a po úpravě

$$\dot{e}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})e(t)$$

Chyba  $e(t)$  je dána přesností počátečního odhadu  $\hat{x}(t)$  a její průběh určuje matice  $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$ . Matice  $\mathbf{A}$  a  $\mathbf{C}$  určuje vlastní systém, matici  $\mathbf{L}$  můžeme volit. Aby chyba odchylky stavů co nejrychleji konvergovala k nule, musíme vlastní čísla matice  $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$  volit záporná (stabilní systém) a co největší (rychlost konvergence).

Volba hodnot matice  $\mathbf{L}$  lze provést na základě požadované dynamiky estimátoru. Určí se požadovaná vlastní čísla matice  $(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})$  a z nich se následně dopočítají požadované hodnoty matice  $\mathbf{L}$ . Při volbě matice  $\mathbf{L}$  je třeba dbát, aby dynamika estimátoru byla podstatně rychlejší než dynamika vlastní regulované soustavy. Vzhledem k nepřesnostem a šumu nelze volit libovolně rychlou dynamiku estimace. Vhodné bývá volit vlastní čísla estimátoru odpovídající tlumenému kmitání (odhad pak rychle dosáhne správné hodnoty, kolem které dále tlumeně kmitá).

Tento typ estimátoru má řád shodný s řádem reálného systému. Estimace stavových veličin je vyvozována pouze z průběhu vstupní a výstupní veličiny systému. V praxi se však můžeme setkat i se systémy, kdy budou některé stavové

veličiny přímo měřitelné. V takovém případě lze použít k estimaci neměřitelných stavových veličin tzv. redukovaný estimátor. Řád takového estimátoru je nižší než řád reálného systému. Hodnoty neměřitelných stavových veličin se navíc odvozují i z měřitelných stavových veličin reálného systému. Takový estimátor bývá označován jako estimátor redukovaného řádu.

#### 7.4 ESTIMÁTOR REDUKOVANÉHO ŘÁDU

Regulovaná soustava  $n$ -tého řádu s  $r$  výstupními veličinami  $\mathbf{y}$ , popsaná stavovými rovnicemi:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) = [\mathbf{C}_1 \quad \mathbf{C}_2]\mathbf{x}(k)\end{aligned}$$

Kde  $\mathbf{C}_1$  resp.  $\mathbf{C}_2$  je matice  $[r, (n-r)]$ , resp.  $[r, r]$  matice výstupu,  $\mathbf{C}_1$  regulární (docílí se vhodným pořadím stavových veličin ve vektoru  $\mathbf{x}$ ), lze vhodnou lineární transformací stavových proměnných  $\mathbf{x}$  přejít na tvar stavových rovnic

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k+1) \\ \mathbf{y}(k+1) \end{bmatrix} &= \hat{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_{11} & \hat{\mathbf{A}}_{12} \\ \hat{\mathbf{A}}_{21} & \hat{\mathbf{A}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{B}}_1 \\ \hat{\mathbf{B}}_2 \end{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k) \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Kde  $\hat{\mathbf{x}}$  je vektor  $[(n-r), 1]$  neměřitelných transformovaných stavových veličin.

Jako transformační matici lze použít matici:

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}_2^{-1}\mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2^{-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_1^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \text{ pak :} \\ \hat{\mathbf{A}} &= \mathbf{T}_1^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}_1, \quad \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{T}_1^{-1}\mathbf{B}\end{aligned}$$

Protože  $r$  složek vektoru stavových veličin je přímo měřitelných, stačí v estimátoru odhadovat jen zbývající složky, tj. složky vektoru neměřitelných stavových veličin  $\hat{\mathbf{x}}$ . Řád estimátoru se tím sníží na  $n-r$  (proto estimátor redukovaného řádu).

Použije-li se pro estimátor tvar rovnice:

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k))$$

↓

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}_1\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{A}_2\mathbf{y}(k) + \mathbf{B}_1\mathbf{u}(k)$$

Kde  $\hat{\mathbf{x}}$  značí odhad vektoru stavových veličin

Odpadá člen  $\mathbf{L}(\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k))$ , protože výstupní veličiny  $\mathbf{y}$  nezávisí na odhadu  $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$ . Odečteme-li odhadnuté hodnoty  $\hat{\mathbf{x}}$  od hodnot skutečných, dostaneme diferenční rovnice pro chyby odhadu estimátoru.

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(k)$$

Kde  $\tilde{\mathbf{x}}$  je chyba odhadu vektoru stavových veličin.

Dynamika zmenšování chyby je tedy dána přímo dynamikou vlastní soustavy.

Pro urychlení chyby je možné provést další transformaci. Nezmění se tak sice vlastní čísla matice celé soustavy, ale vlastní čísla submatice  $\mathbf{A}_1$  ovlivnit lze. Podrobnosti lze nalézt v [2].

## 7.5 DEATHBEAT OBSERVER[8]

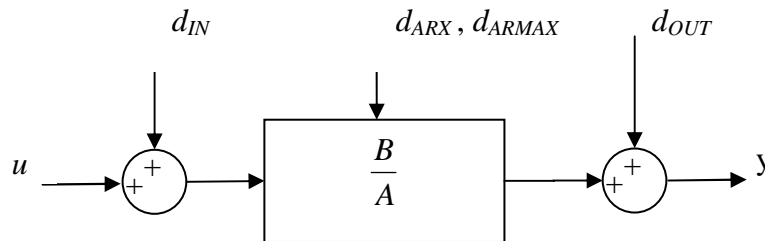
Je-li volena matice  $\mathbf{L}$  volena tak, že vlastní čísla matice  $\mathbf{A}-\mathbf{L}\mathbf{C}$  mají všechny hodnoty nula, je takový pozorovatel označován jako deathbeat pozorovatel. Chyba pozorování jde v tomto případě k nule v konečném čase, přesněji v konečném počtu kroků, počet kroků je dán řádem systému.

## 7.6 KALMANŮV ESTIMÁTOR

Předchozí typy estimátoru předpokládají deterministické řízení bez vstupu stochastických signálů. Kalmanův estimátor (filtr) vstup stochastických signálů uvažuje. Volba matice stavové injekce  $\mathbf{L}$  je v tomto případě navrhována tak, aby vliv stochastických signálů na odhadované stavy systému byl minimální, navrhuje se podle kritéria, které minimalizuje střední kvadratickou chybu odhadu. Problematika Kalmanova filtru je podrobně popsána v [11].

## 7.7 ESTIMÁTOR V SYSTÉMU REGULACE [3][4]

Přesto, že stavová regulace umožňuje získání snad nejlepších regulačních průběhu, v praxi se takřka nepoužívá. Důvodem je nejčastěji nemožnost měřit jednotlivé stavové veličiny. Předchozí kapitola sice popisovala základní možnosti získání hodnot stavových veličin, ale ani ty nepředpokládají všechny vlivy působící na regulační proces. Typicky vstupy poruch viz. Obrázek 11, některé stavové veličiny ovlivňují, ale např. porucha působící na výstup soustavy  $d_{OUT}$  stavové veličiny neovlivňuje. To by měly používané estimátory brát v úvah.



**Obrázek 11: Schéma vyšetřované regulované soustavy s poruchovými veličinami**

Vyšetřované schéma popisuje stavová rovnice:

$$\mathbf{x} = z^{-1}\mathbf{A}\mathbf{x} + z^{-1}\mathbf{B}u + z^{-1}\mathbf{C}d$$

Kde pro normální tvar pozorovatelnosti:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a_1 \\ 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 0 & 1 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 1 & a_4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$d = d_{IN}, d_{ARMAX}, d_{ARX}, d_{OUT}$$

**Vstupní poruchové veličiny se předpokládají skokové: na vstupu regulované soustavy  $d_{IN}$  ( $c_i=b_i$ ), do soustavy  $d_{ARX}$  ( $c_i=0$  pro  $i<4$ ), dovnitř soustavy  $d_{ARMAX}$  ( $c_i$  – libovolné, formálně sem patří  $d_{IN}$  i  $d_{ARX}$ ) a na výstupu soustavy  $d_{OUT}$ , která se**

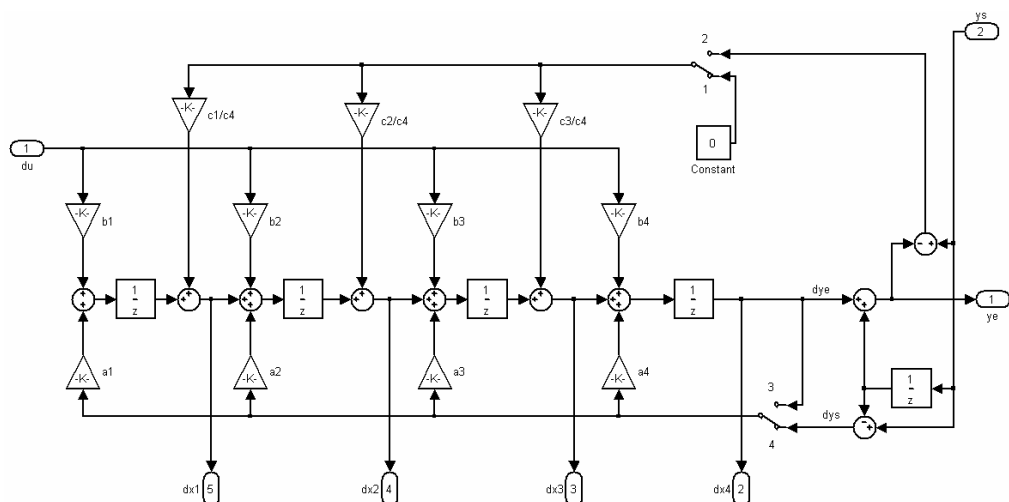
připojuje k výstupu soustavy  $x_4$  a vytváří měřenou regulovanou veličinu

$$y = x_4 + d_{OUT}$$

Dále se předpokládá, že do soustavy ve stejný vzorkovací okamžik vstupuje jen jedna porucha [3][4].

### 7.7.1 Lineární diskrétní přírůstkový estimátor

Přírůstkový estimátor se jednoduše vytvoří z klasického estimátoru tak, že se k jeho vstupům připojí difference. Protože estimátor zpracovává přírůstky vstupních signálů, jsou výstupní signály také v přírůstkové podobě. Hlavní výhodou přírůstkového estimátoru jsou nulové hodnoty výstupů v ustáleném stavu. Což bude důležité při přepínání estimátorů.



**Obrázek 12:** Schéma zapojení přírůstkového estimátoru s vyznačením přepínaných pozic pro různé vstupující poruchy (zapojení s proměnou strukturou),  $c_i$  jsou koeficienty odpovídající vstupující poruše, na kterou je estimátor naladě; pozice zapojení kontaktů: 1- pro poruchy  $d_{ARX}$  a  $d_{OUT}$ , 2- pro  $d_{IN}$  a  $d_{ARMAX}$ , 3- pro  $d_{OUT}$ , 4- pro  $d_{IN}$ ,  $d_{ARX}$  a  $d_{ARMAX}$

Na Obrázek 12. je schéma zapojení použitých estimátorů, vychází z [3] a [4]. Podle toho v jaké poloze jsou zapojeny přepínače je estimátor naladě na některou ze vstupních poruch  $d_{OUT}$   $d_{IN}$ ,  $d_{ARX}$  a  $d_{ARMAX}$ . V poloze 2 nebo 1 se zapíná či vypíná korekční zpětná vazba od chyby estimátoru. Vazební korekční signál vstupuje za zpožďovací člen (zatímco porucha vstupuje před ním) tak, aby se okamžitě změnila

příslušná hodnota stavové veličiny estimátoru. V poloze 4 nebo 3 se přepíná vazba na signál regulované veličiny  $dy$  nebo na signál výstupu estimátoru  $dx4$ . Odpovídá to skutečnosti, že porucha  $d_{OUT}$  stavové veličiny regulované soustavy neovlivňuje. Porucha  $d_{ARX}$  nevyžaduje žádné korekční vazby. [3]

Zavedení signálu  $dy$  do estimátoru a současné zrušení jeho zpětné vazby od  $dx4$  způsobuje, že matice koeficientů estimátoru  $\mathbf{A}$ , původně shodná s maticí regulované soustavy, se stane „nilpotentní“ a jakékoliv skokové rozvážení regulované soustavy se přeneso do estimátoru  $E_{ARX}$  za maximálně  $n$  vzorkovacích intervalů. Podmínkou proto ovšem je, aby všechny smyčky vytvořené vzájemnými vazbami ve schématu původní matice  $\mathbf{A}$  se uzavíraly jen přes zpožďovací člen s výstupní stavovou veličinou. Tuto podmínku s rezervou splňuje použitý normální tvar pozorovatelnosti. [3]

Chyby estimátorů způsobuje různost poruchových veličin vstupujících do regulované soustavy a poruchových veličin, na které je estimátor naladěn, a dále je způsobena různým přenosem regulované soustavy a estimátoru. Tato chyba existuje pouze během vyvolaného procesu, po ustálení je chyba vždy nulová.



## 8. SIMULAČNÍ OVĚŘENÍ VLASTNOSTÍ ESTIMÁTORŮ A REGULAČNÍCH OBVODŮ S ESTIMATORY

### 8.1 POUŽITÁ SOUSTAVA

Je použita stabilní soustava 4. řádu s přenosem  $\frac{1}{(p+1)^4}$ . V simulaci byl použit odpovídající diskrétní přenos při vzorkovací periodě 0.2s

$$\frac{(5.684e z^3 + 53.33 z^2 + 45.44 z + 3.517e) \times 10^{-5}}{z^4 - 3.275 z^3 + 4.022 z^2 - 2.195 z + 0.4493}$$

Se stavovým popisem v normálním tvaru pozorovatelnosti při  $T_s=0.2s$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.4493 \\ 1 & 0 & 0 & 2.195 \\ 0 & 1 & 0 & -4.022 \\ 0 & 0 & 1 & 3.275 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = [3.517 \quad 45.44 \quad 53.33 \quad 5.68] \times 10^{-5}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{bmatrix} \quad y = x4$$

### 8.2 POUŽITÝ STAVOVÝ REGULÁTOR

Použil jsem stavový regulátor nastavený podle kvadratického kritéria. Pro zajištění nulové odchylky jsem použil způsob popisovaný v kapitole 6.2. Pro výpočet zákona řízení tak byly použity následující matice.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.4493 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2,195 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4.022 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3.275 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3.275 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = [3.517 \quad 45.44 \quad 53.33 \quad 5.68 \quad 0] \times 10^{-5}$$

Výpočet regulátoru je prováděn v mathlabu funkcí „dlqr“. Zjištěný zákon řízení:

$$\mathbf{K} = [67.2454 \quad 69.9041 \quad 72.4405 \quad 74.7371 \quad 0.1076]$$

### 8.3 ESTIMÁTOR $E_{IN}$

Estimátor  $E_{IN}$  je používán pro estimace s poruchou  $d_{IN}$ . Vznikne zapojením podle Obrázek 12. tak, že přepínače jsou v polohách 2 a 4. Vazba poruchy  $d_{IN}$  je ( $c_i=b_i$ ). Přenos poruchy je stejný jako přenos soustavy. Protože přenos soustavy obsahuje v čitateli nestabilní nulu, byl přenos aproximován stabilní přenosem. Nestabilní nulu jsem nahradil nulovou nulou. Vznikl tak přenos:

$$\frac{z(z+0.8521)(z+0.086)}{(z-0.8187)^4} \times K$$

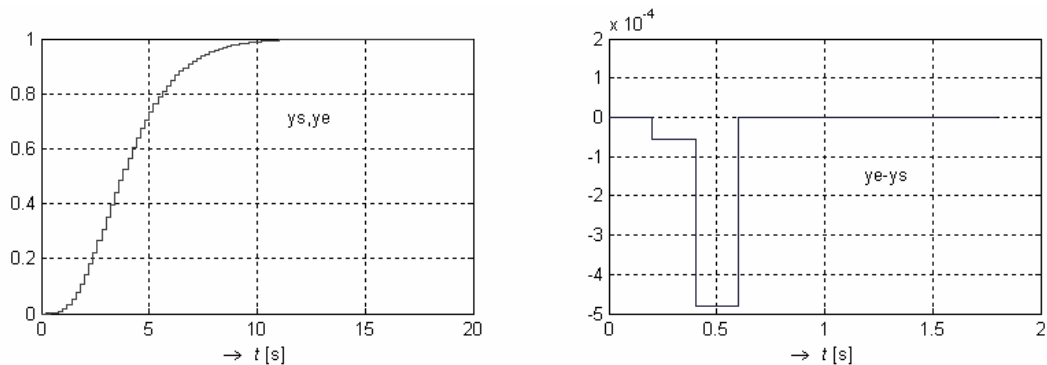
$K$  je konstanta zajišťující aby přenos v ustáleném stavu byl 1.

Jeho stavový popis v normálním tvaru pozorovatelnosti a  $T_s=0.2s$  je:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.4493 \\ 1 & 0 & 0 & 2.195 \\ 0 & 1 & 0 & -4.022 \\ 0 & 0 & 1 & 3.275 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = [-2.631 \times 10^{-18} \quad 3.934 \times 10^{-5} \quad 5.036 \times 10^{-4} \quad 5.368 \times 10^{-4}]$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{bmatrix} \quad y = x4$$

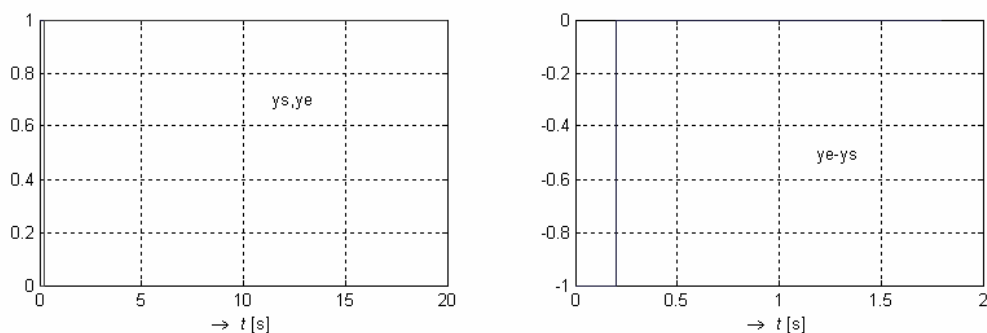
Koeficienty  $c_i$  jsem určil z aproximace původního nestabilního přenosu.



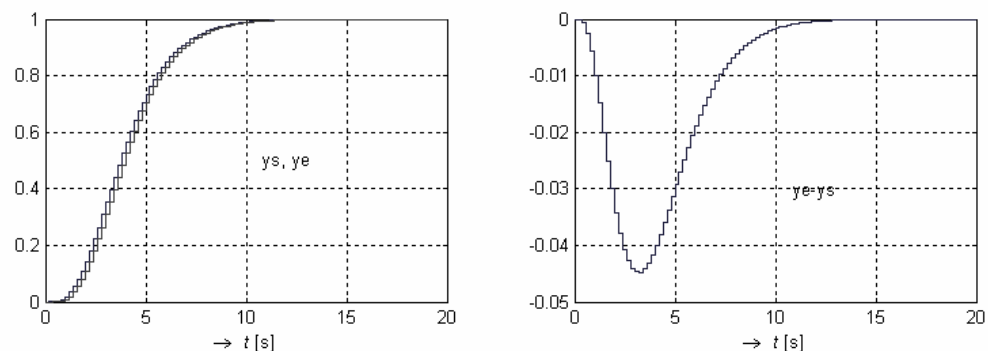
**Obrázek 13:** Odezva  $y_s$  regulované soustavy a odezva  $y_e$  připojeného estimátoru  $E_{IN}$  při skokové poruše  $d_{IN}$ , bez zapojeného regulátoru.

#### 8.4 ESTIMÁTOR $E_{OUT}$

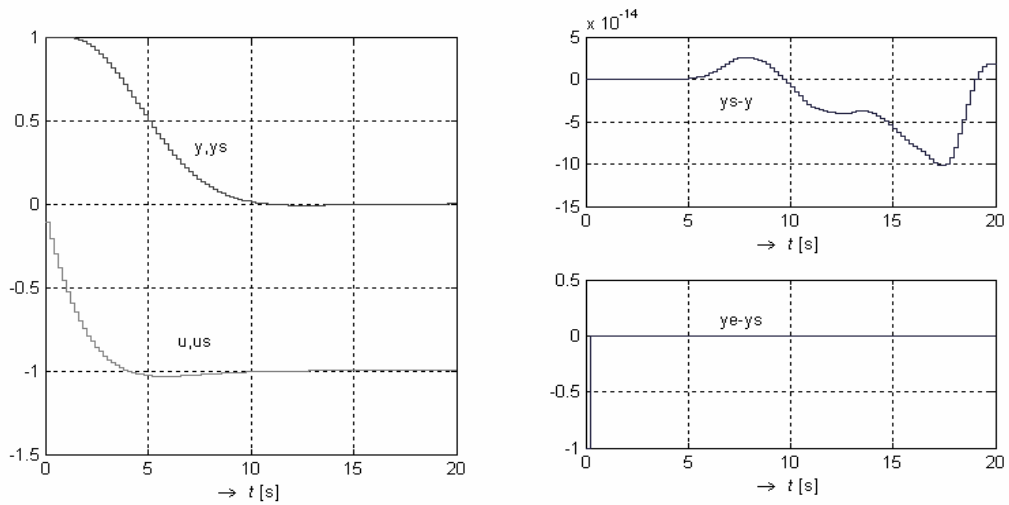
Pro estimace při poruše  $d_{OUT}$ . Přepínače v poloze 1 a 4. Porucha  $d_{OUT}$  stavové veličiny neovlivňuje.



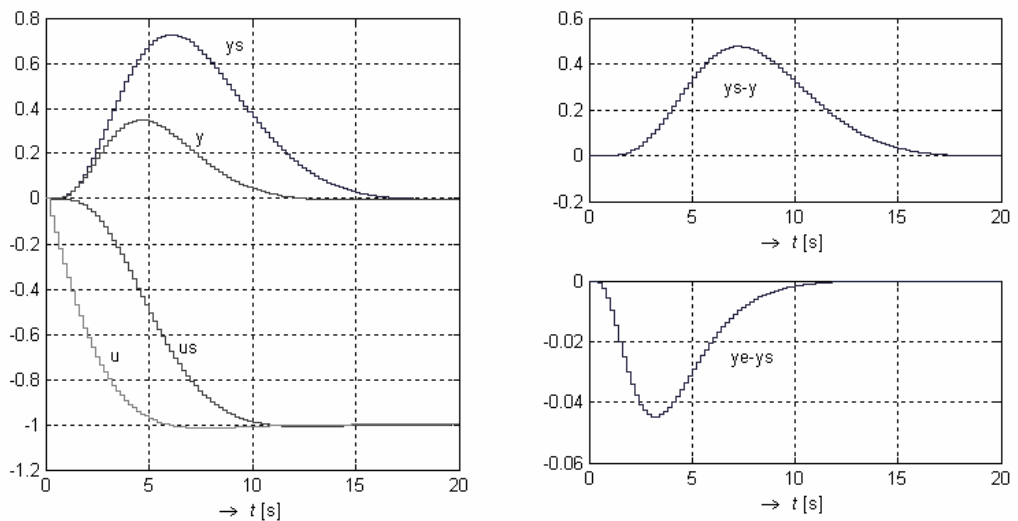
**Obrázek 14:** Odezva  $y_s$  regulované soustavy a odezva  $y_e$  připojeného estimátoru  $E_{OUT}$  při skokové poruše  $d_{OUT}$ , bez zapojeného regulátoru.



**Obrázek 15:** Odezva  $y_s$  regulované soustavy a odezva  $y_e$  připojeného estimátoru  $E_{OUT}$  při skokové poruše  $d_{IN}$ , bez zapojeného regulátoru.



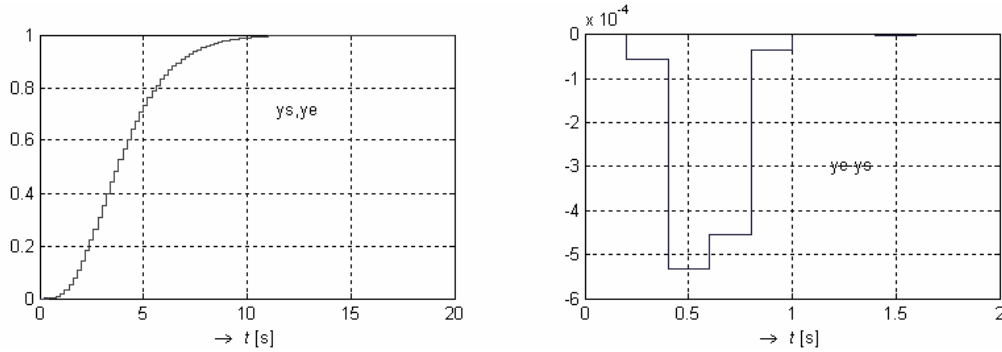
**Obrázek 16:** Regulační procesy  $y, u$  v regulované soustavě s měřenými stavovými veličinami a procesy  $y_s, u_s$  v regulované soustavě s připojeným estimátorem  $E_{OUT}$  při vstupu jednotkové poruchy  $d_{OUT}$  do obou regulovaných soustav.



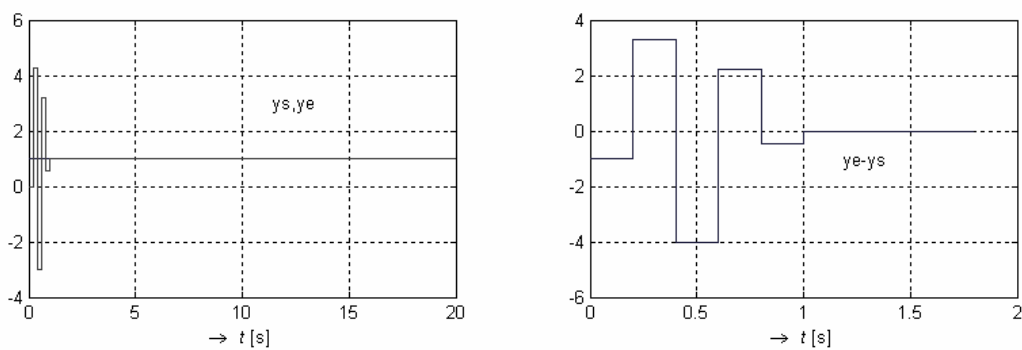
**Obrázek 17:** Regulační procesy  $y, u$  v regulované soustavě s měřenými stavovými veličinami a procesy  $y_s, u_s$  v regulované soustavě s připojeným estimátorem  $E_{OUT}$  při vstupu jednotkové poruchy  $d_{IN}$  do obou regulovaných soustav.

## 8.5 ESTIMÁTOR $E_{ARX}$

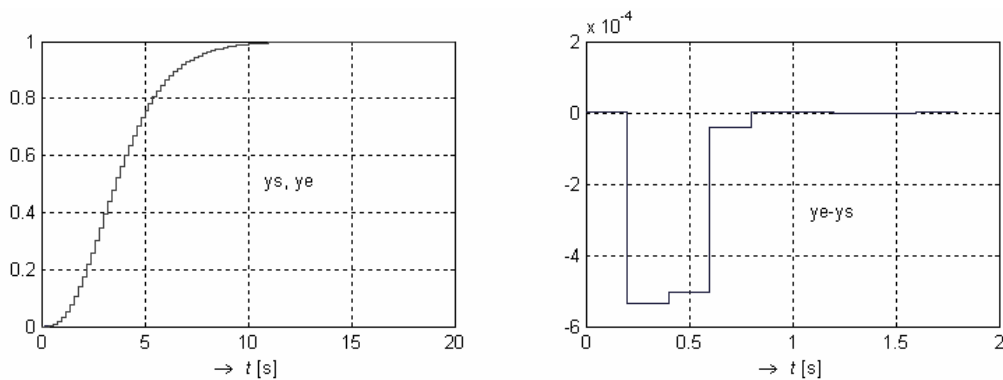
Přepínače v polohách 1 a 4.



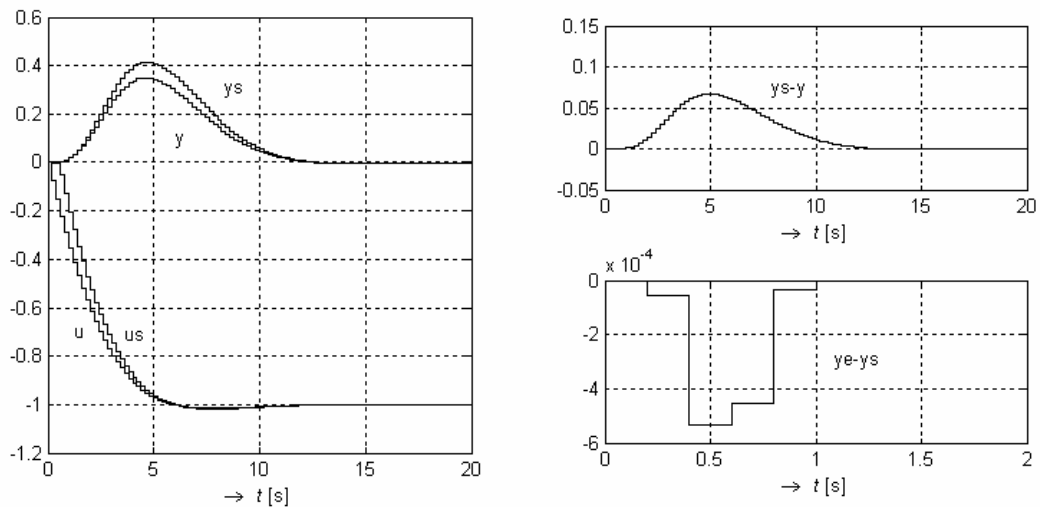
**Obrázek 18:** Odezva  $y_s$  regulované soustavy a odezva  $y_e$  připojeného estimátoru  $E_{ARX}$  při skokové poruše  $d_{IN}$ , bez zapojeného regulátoru.



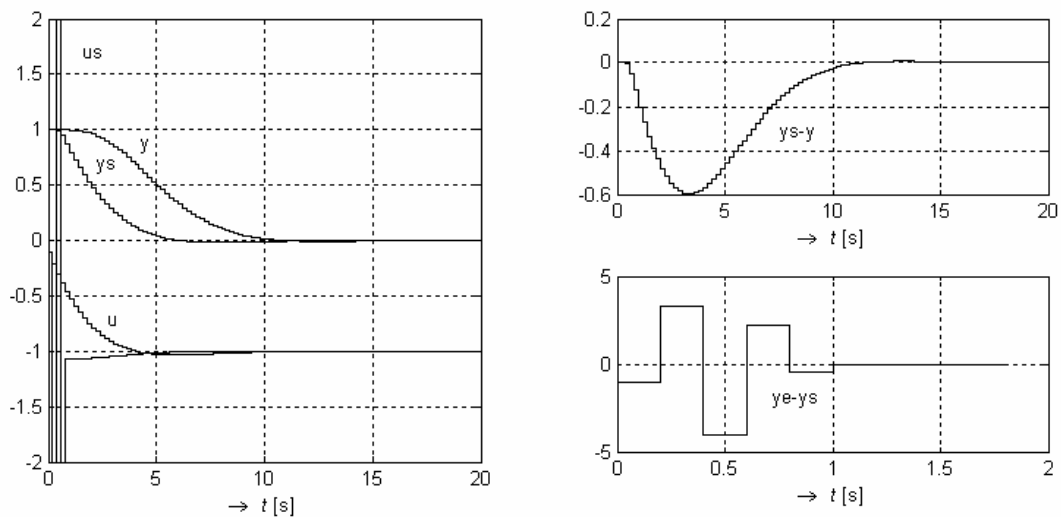
**Obrázek 19:** Odezva  $y_s$  regulované soustavy a odezva  $y_e$  připojeného estimátoru  $E_{ARX}$  při skokové poruše  $d_{OUT}$ , bez zapojeného regulátoru.



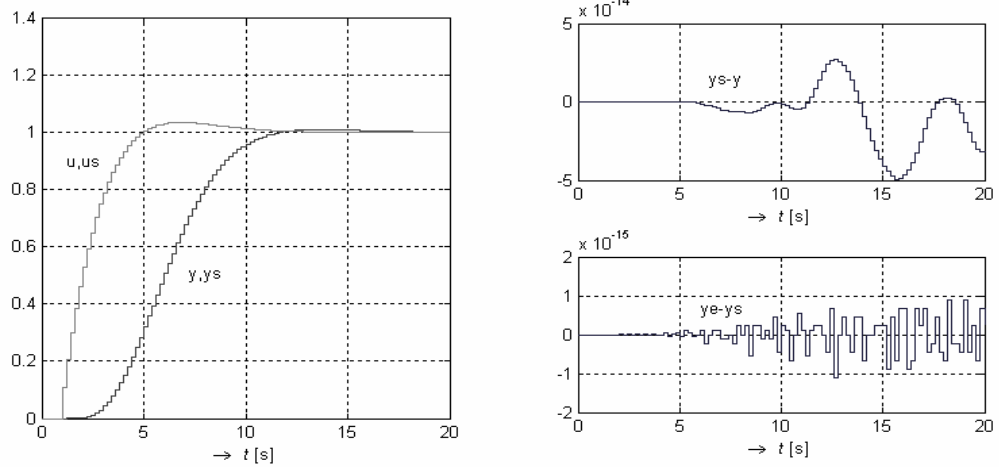
**Obrázek 20:** Odezva  $y_s$  regulované soustavy a odezva  $y_e$  připojeného estimátoru  $E_{ARX}$  při skokové poruše  $d_{ARMAX}$ , bez zapojeného regulátoru.



**Obrázek 21:** Regulační procesy  $y$ ,  $u$  v regulované soustavě s měřeními stavovými veličinami a procesy  $y_s$ ,  $u_s$  v regulované soustavě s připojeným estimátorem  $E_{ARX}$  při vstupu jednotkové poruchy  $d_{IN}$  do obou regulovaných soustav.



**Obrázek 22:** Regulační procesy  $y$ ,  $u$  v regulované soustavě s měřeními stavovými veličinami a procesy  $y_s$ ,  $u_s$  v regulované soustavě s připojeným estimátorem  $E_{ARX}$  při vstupu jednotkové poruchy  $d_{OUT}$  do obou regulovaných soustav.



**Obrázek 23: Regulační procesy  $y$ ,  $u$  v regulované soustavě s měřenými stavovými veličinami a procesy  $y_s$ ,  $u_s$  v regulované soustavě s připojeným estimátorem  $E_{ARX}$  při vstupu jednotkové poruchy  $w$  do obou regulovaných soustav.**

## 9. STAVOVÝ REGULÁTOR S ESTIMÁTORY

Tato kapitola popisuje, jakým způsobem jsem v Simulinku vytvořil a implementoval vlastní stavový regulátor s estimátory. V kapitole 8. jsem s regulátorem s estimátory pracoval jako se samostatnými bloky. Pro další práci bylo potřeba práci s bloky výrazně zjednodušit. Protože regulátor s estimátory je určen vždy pro řízení v okolí určitého pracovního bodu, logicky jsem se snažil vše zapouzdřit do jednoho bloku. Pro řízení ve více pracovních bodech se pak jednoduše blok použije vícekrát, jen se každý nastaví podle požadavků na daný pracovní režim.

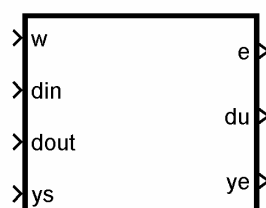
Úkol implementovat stavový regulátor s estimátory vhodně tak, aby práce s ním byla jednoduchá se nakonec ukázalo jako náročnější než jsem čekal. Několikatýdenním zkoušením a hledáním jsem se seznámil s mnoha možnostmi, které MATLAB a Simulink nabízí, ale hlavně je jeho výsledkem regulátor s estimátory v jednom bloku.

V kapitole 8. jsem použil soustavu 4. řádu. Výsledný blok regulátoru s estimátory jsem tedy vytvořil také 4. řádu. Veškeré nastavení daného bloku se provádí pomocí vstupních parametrů bloku.

Ve většině jednodušších praktických regulací se však v praxi používají aproximace soustav pomocí přenosů 2 řádu. Správa několika regulátorů pro určité řády aproximaci je stále složitá. Např. bylo potřeba používat několik simulačních schémat pro určité řády soustav. Vytvořený blok regulátoru 4. řádu jsem proto doplnil dalším SW vhodně tak, aby bylo jeho použití možné i pro soustavy nižších řádů.

### 9.1 VYTVOŘENÝ BLOK REGULÁTORU S ESTIMÁTORY

Vlastní regulátoru s estimátory určený pro řízení v okolí určitého pracovního bodu (určitý přenos soustavy) jsem realizoval, jako samostatný blok viz Obrázek 24.



**Obrázek 24: Blok Simulinku realizující stavový regulátor s estimátory.**

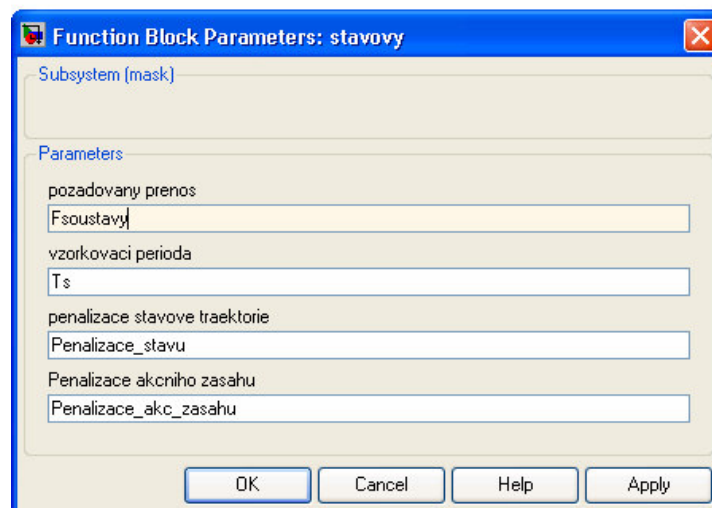


Vstupní a výstupní signály bloku:

- $w$  - vstup žádané hodnoty
- $d_{in}$  - signál poruchy na vstupu soustavy
- $d_{out}$  - signál poruchy na výstupu soustavy
- $y_s$  - výstup soustavy
- $e$  – aktuální hodnota regulační odchylky
- $d_u$  - přírůstek akčního zásahu
- $y_e$  – estimovaná hodnota výstupu soustavy

## 9.2 NASTAVENÍ REGULÁTORU S ESTIMÁTORY

Blok obsahuje tři typy estimátorů  $E_{ARX}$ ,  $E_{IN}$ ,  $E_{OUT}$  a stavový regulátor. Estimátory se nastavují na požadovaný vstupně výstupní přenos. Stavový regulátor se sumací pro odstranění trvalých poruch se nastavuje kvadraticky optimálním kritériem, to ovlivňuje hodnota penalizace stavů a akčního zásahu. Veškeré parametry nutné pro správnou činnost regulátoru jsou přístupné jak vstupní parametry bloku, např. double-click na blok regulátoru viz. Obrázek 25. Požadovaný přenos se zadává stejně jako SISO spojitý systém v MATLABU.



Obrázek 25: Okno nastavení bloku stavového regulátoru s estimátory

### 9.3 PRINCIP PŘEPÍNÁNÍ ESTIMÁTORŮ

#### 9.3.1 Do regulační smyčky nevstupují poruchy

Základním typem estimátoru je typ  $E_{ARX}$ , ten je v regulátoru obsažen vždy. V případě, že do regulační smyčky nevstupují žádné poruchy, estimátorů  $E_{IN}$ ,  $E_{OUT}$  není potřeba. Na vstupy regulátoru Obrázek 24.  $d_{IN}$ ,  $d_{OUT}$  pak stačí připojit nulový signál. Estimátory  $E_{IN}$ ,  $E_{OUT}$  jsou v tomto případě přepojeny na typ  $E_{ARX}$ . Všechny estimátory pak dávají stejné odhady stavů a výstupu soustavy. K přepínání v tomto případě nedochází.

#### 9.3.2 Do regulační smyčky vstupují poruchy

Vstupuje-li jen jedna porucha stačí použít pouze estimátorů  $E_{ARX}$  a typ pro danou poruchu. Na druhý vstup poruchového signálu na vstupu regulátoru se připojit nulový signál. V případě působení poruch na vstupu i výstupu soustavy je třeba použít obou poruchových estimátorů. Způsob přepínání mezi jednotlivými typy estimátorů popisuje následující odstavec.

Princip přepínání estimátorů lze jednoduše popsat následovně: Při působení poruchy je na daném vstupu  $d_{IN}$  případně  $d_{OUT}$  regulátoru jiná, než nulová hodnota. Uvnitř regulátoru je estimátor pro danou chybu přepojen z typu  $E_{ARX}$  na typ pro tuto poruchu  $E_{IN}$  nebo  $E_{OUT}$  (předpokládá se, že v jednom okamžiku vstupuje jen jedna porucha). Tento typ estimátoru má v následujících několika krocích nejmenší chybu odhadu výstupu soustavy, do regulátoru jsou tak vedeny jeho stavové veličiny. Po několika krocích (v ideální případě daným řádem soustavy) je odstraněna i chyba estimátoru  $E_{ARX}$  a proto se znovu zapojí do regulace. Estimátor vstupující chyby se přepojí zpět na typ  $E_{ARX}$ .

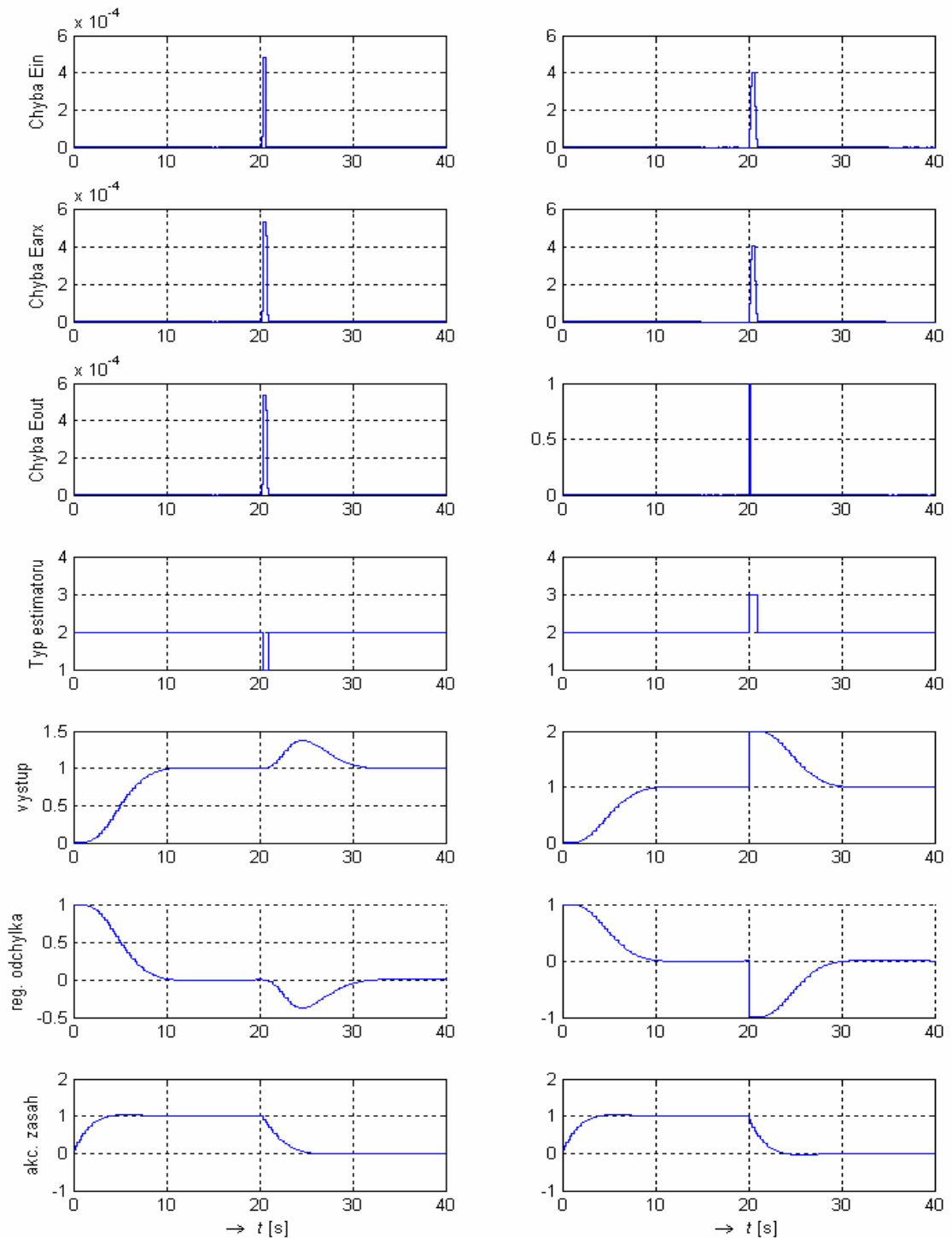
Uvedený algoritmus přepínání demonstruje Obrázek 26, je použita stejná soustava jak v kapitole 8. V levém sloupci jsou průběhy při působení skokové poruchy na vstupu soustavy v čase 20s. Nejprve v čase 0, regulační obvod je připojen na ustálenou soustavu, toto připojení nevyvolá žádný přechodný děj. Současně začíná v čase 0 působit skok žádané hodnoty. Nepůsobí žádná porucha, estimátory  $E_{IN}$ ,  $E_{OUT}$  jsou přepojeny na typ  $E_{ARX}$ . Všechny estimátory odhadují stejně dobře. Po

odeznění přechodného děje na skok žádané hodnoty začíná v čase 20s působit (měřená) skoková porucha na vstupu soustavy. Estimátor  $E_{IN}$  se přepojí z typu  $E_{ARX}$  na typ  $E_{IN}$ . Tímto estimátorem je chyba odstraněna již ve dvou krocích.  $E_{ARX}$  tuto chybu odstraňuje kroky 4 viz. řádek 1 a 2 na Obrázek 26. Řádek 3 estimátor  $E_{OUT}$  je přepojen na typ  $E_{ARX}$  (nepůsobí porucha na výstupu soustavy). Řádek 4 zobrazuje jaký estimátor je aktuálně zapojen v regulaci hodnota 1=typ  $E_{IN}$ , 2=  $E_{ARX}$ , 3=  $E_{OUT}$ . Je zde patrné přepnutí na typ  $E_{IN}$  do doby, než je odstraněn chyba v estimátoru  $E_{ARX}$ . Pote je do regulace opět zapojen estimátor  $E_{ARX}$  a estimátor  $E_{IN}$  se do příchodu další poruchy vnitřně přepojí na typ  $E_{ARX}$ .

V pravém sloupci je situace podobná, jen zde v čase 20s působí chyba na výstupu soustavy, do regulace se připojí estimátor  $E_{OUT}$  a po odstranění chyby v estimátoru  $E_{ARX}$  se do regulace přepojí znovu tento typ a  $E_{OUT}$  se vnitřně přepojí na  $E_{ARX}$ . Estimátor  $E_{OUT}$  pro estimaci při poruše na výstupu je realizován čistě jako model soustavy a nemá žádnou korekční vazbu (porucha na výstupu neovlivňuje stav v soustavě). V praxi se model nebude nikdy shodovat se skutečným systémem, je tak žádoucí zapojovat estimátor  $E_{OUT}$  do regulace jen ne nezbytně nutnou dobu.

Připojení  $E_{OUT}$  do regulace je při vstupu poruchy velmi důležité viz Obrázek 19.  $E_{ARX}$  se neumí s poruchou působící na výstupu soustavy vypořádat příliš dobře, při snaze odstranit chybu dochází k velikým změnám stavů estimátoru, což způsobuje velké změny přírůstků akčního zásahu. Tento vliv je tak výrazný, že se začíná projevovat i vliv kvantování AD převodníku a jak bude ukázáno dále z důvodů působení šumu na výstupu soustavy ovlivňuje toto výrazně i návrh vlastního stavového regulátoru.

Z principu správného přepínání mezi jednotlivými estimátory je důležitý požadavek, aby nedocházelo k současnému vstupu poruch na vstupu i výstupu soustavy.



**Obrázek 26:** V simulaci získané průběhy veličin v regulačním obvodu při jednotkové žádané hodnotě a působení poruch. Levý sloupec při jednotkové poruše na vstupu soustavy v čase 20s, pravý sloupec při poruše na výstupu soustavy v čase 20.

## 10. PŘEPÍNÁNÍ REGULÁTORŮ

Kapitola 9 popisuje jakým způsobem jsem realizoval stavový regulátor s estimátory pro řízení soustavy s určitým přenosem. Ve [3] a [4] se autor zmiňuje o možnosti využití několika takových regulátorů pro řízení soustavy s proměnnými parametry. Pracovní rozsah soustavy se rozdělí na několik dílčích rozsahů. Pro každý dílčí rozsah se vytvoří jeden regulátor (s estimátory), ten lze pro daný dílčí pracovní rozsah považovat za optimální. Nachází-li se soustava v daném pracovním režimu odhaduje estimátor hodnotu výstupu s nejmenší chybou. Přepínání mezi regulátory se provádí na základě chyb odhadů výstupu soustavy. Do regulace se připojuje ta kombinace regulátoru estimátoru, která vykazuje nejmenší chybu odhadu.

### 10.1 VOLBA REGULOVANÉ SOUSTAVY

Jde o to zvolit dva přenosy, mezi kterými se bude přepínat. Vzhledem k požadavku ověření na fyzikálním modelu je výběr omezen možnostmi modelů v laboratoři. Rozdělení pracovního rozsahu soustavy je vhodné zejména proto, že lze každý dílčí rozsah aproximovat lineárním přenosem. Možnost jednoduše přepínat mezi různými „lineárními“ přenosy mají pouze tzv. krabičky. Elektronické modely s mechanickými přepínači. V tomto případě jsem však narazil na problém přepnout mezi různými přenosy bez záhadného přechodného děje a hlavně přepnout vždy spolehlivě. Abych se nakonec vyhnul problémům s přepínáním na přípravcích, rozhodl jsem se využít krabičky jen jako dílčí část přenosu a tu podstatnou část (dominantní vlastnost) přenosu, která se bude při přepínání měnit realizovat v Simulinku.

Zvolil jsem soustavu s proměnným zesílením, její výhoda je v tom, že v ustáleném stavu budou odchylky odhadu regulované veličiny u jednotlivých estimátorů různé, což zjednoduší výběr správného regulátoru.

### 10.1.1 Přenosy přepínané soustavy

Jako základní přenos jsem volil  $F_s = \frac{K}{(p+1)^2}$  S proměnným zesílením  $K$  na vstupu regulované soustavy. Počet přenosů a tedy pracovních režimů jsem zvolil 3. Problém volby zesílení jednotlivých přenosů jsem řešil z pohledu robustnosti regulační smyčky. Jako výchozí úvahu jsem zvolil předpoklad, že nejhorší přípustná robustnost v regulačních smyčkách je požadována taková, aby zásoba stability v modulu byla -6dB. Což znamená, že nejkratší vzdálenost frekvenční charakteristiky otevřené smyčky je od bodu -1 je 0,5. Z čehož plyne zásoba stability v amplitudě, která je v tomto případě 2. Znamená, že zvětšení zesílení soustavy o dvojnásobek může způsobit že s původním regulátorem bude smyčka nestabilní, proto při takové změně musí dojít k přepnutí na jiný regulátor.

S ohledem na předchozí odstavec jsem proto volil rozsahy zesílení pro jednotlivé pracovní režimy následovně:

1. Režim: Předpokládá se zesílení nejčastěji kolem  $K=1$ , ale amplitudová bezpečnost rovná 2 předpokládám pro  $K=2$ . Pro  $K>2$  by mělo dojít k přepnutí na další regulátor a pro  $K>4$  musí být zcela jistě přepnuto. Pro tento pracovní rozsah tedy volím aproximační přenos

$$F_{s_1} = \frac{1}{(p+1)^2}.$$

2. Režim: Při překročení hodnoty zesílení  $K=2$  by v mělo dojít k přepnutí na další regulátor. Zvolím-li aproximační přenos pro druhý pracovní režim se zesílením  $K=3$ , bude hodnota zesílení  $K=2$  uprostřed a estimátory obou pracovních režimů by při tomto zesílení mohly odhadovat se stejnou velikostí chyby. A tedy by tato hodnota měla tvořit přepínací úroveň. V tomto režimu jsem zvoliv

$$\text{aproximační přenos: } F_{s_2} = \frac{3}{(p+1)^2}.$$

3. Režim: Přenos pro třetí režim jsem zvolil:  $F_{s_3} = \frac{9}{(p+1)^2}$

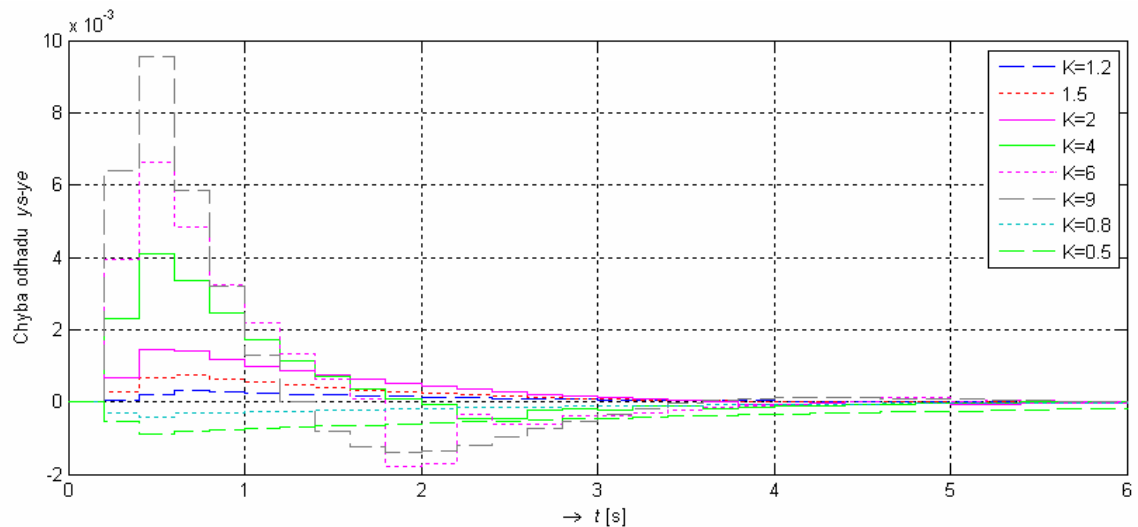
Parametry regulátoru jsou pro všechny režimy voleny kvadraticky optimálním kritériem s jednotkovou váhovací maticí stavů a penalizací akčního zásahu 80 (voleno z důvodu výrazného vlivu šumu na akční zásah).

## 10.2 PŘEPÍNÁNÍ REGULÁTORŮ, OVĚŘENÍ V SIMULACI

Tato část obsahuje grafické výsledky simulačních průběhů při přepínání mezi jednotlivými přenosy soustavy. V regulační smyčce jsou k dispozici tři regulátory s estimátory nastavenými jak uvádí kapitola 10.1.1. Pro jednoduchost bude ověřeno pro případ, že do soustavy nevstupují poruchy.

### 10.2.1 Vliv změny přenosu soustavy na průběh chyby estimátoru

V případě, že přenos soustavy je znám přesně a shoduje se s přenosem použitým v estimátoru je průběh chyby odhadu konečný a trvá přesně tolik kroků jaký je řád soustavy. Charakteristický polynom průběhu chyby (při konečném počtu kroků) má charakteristicky umístěny póly v počátku souřadného systému. Jde tak o nejrychlejší (při dané  $T_s$ ) a nejstabilnější možnou estimaci stavů a odhadu výstupu. V případě, že se neshoduje přenos soustavy s přenosy estimátoru nebude průběh estimace konečný děj. Póly nebudou umístěny v počátku souřadného systému, systém je také méně stabilní. Vliv rozdílu přenosu soustavy a estimátoru na chybu odhadu výstupní veličiny demonstruje Obrázek 27. Estimátory a regulátor jsou v tomto případě nastaveny pro přenos soustavy  $Fs_1 = \frac{1}{(p+1)^2}$ . U soustavy se postupně mění zesílení  $K$ .



**Obrázek 27: Závislost průběhu chyby estimátoru  $E_{ARX}$  pro  $F_{SI}$  pro různá zesílení soustavy při skokové změně žádané hodnoty.**

### 10.2.2 Průběhy přepínání regulátorů

Průběhy na Obrázek 28 Obrázek 29 vznikají při odezvě na změnu žádané hodnoty. V čase 0 je žádaná hodnota nastavena na 1 v čase 20 je vynulována. V čase 0 jsou regulátory i soustava v klidu (nulové počáteční podmínky).

Na Obrázek 28 je zobrazen průběh regulačního děje s přepínáním regulátorů se soustavou  $F_s = \frac{1.94}{(p+1)^2}$ . Zesílení je voleno ještě tak, aby soustava patřila do 1.

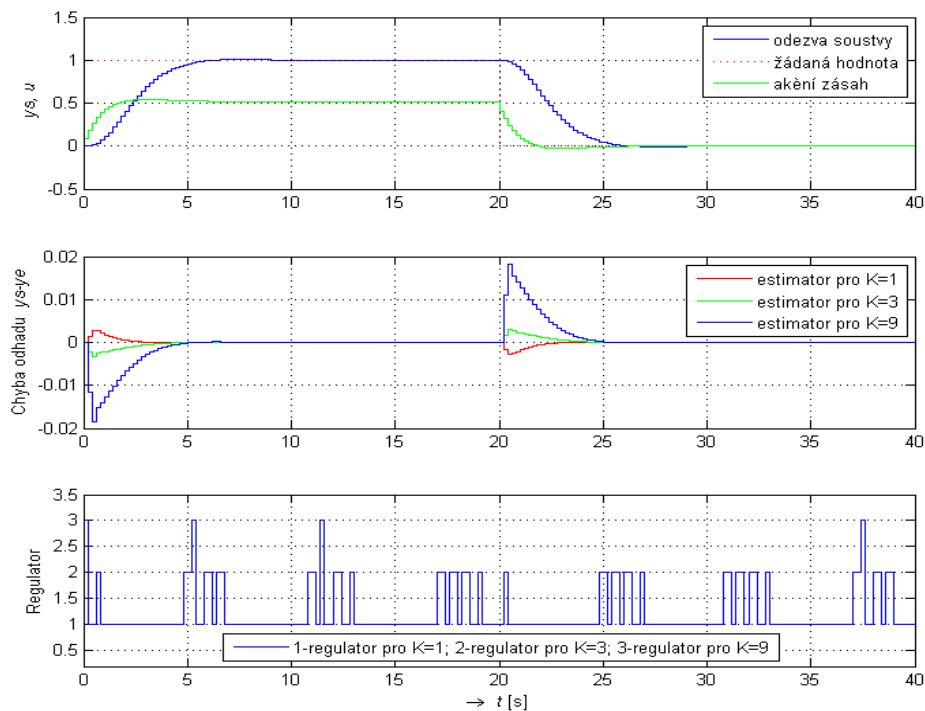
režimu tzn. nejlépe pracuje estimátor pro soustavu s  $K=1$ . Po většinou doby tomu tak je, do regulace je „správně“ připojován estimátor s regulátorem pro první režim. Poslední průběh na Obrázek 28 zobrazuje jaký regulátor a estimátor je aktuálně v regulační smyčce zapojen. Shluky impulsů signalizující zapojení regulátoru pro druhý případně třetí režim jsou způsobeny průběhem chyby odhadu u jednotlivých estimátorů. V ideálním případě má být průběh odhadu ukončen v konečném čase. Na daný přenos soustavy však není naladěný žádný z regulátorů proto není průběh konečný. Jakým způsobem mohou vypadat průběhy chyby jednotlivých regulátorů lze odhadnout z Obrázek 27. Je-li chyba odstraňována s překmitem, dochází k průchodu nulou a právě v tomto okamžiku dochází ke krátkodobému přepínání na regulátory pro jiné režimy. Dochází-li k přepínání po odeznění přechodného děje může být příčinou přesnost numerických metod apod. V dalším jsem blok volby nejvhodnějšího regulátoru doplnil pásmem necitlivosti. Avšak krátkodobé přepnutí



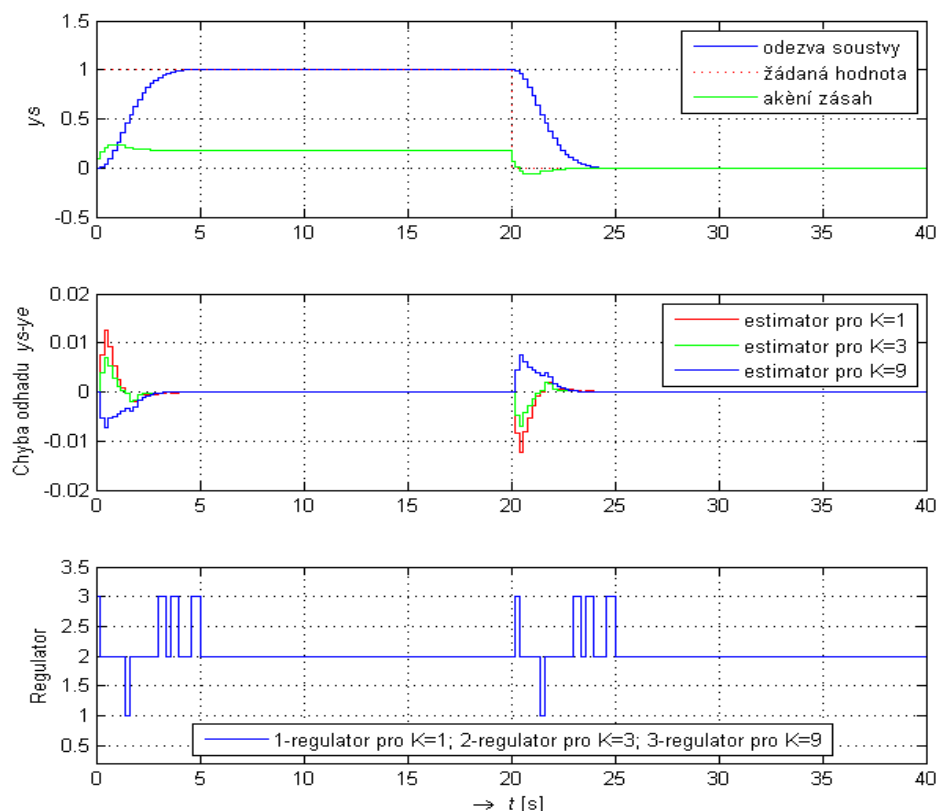
na jiný regulátor vyvolá změnu akčního zásahu, ten vyvolá změnu výstupní veličiny soustavy, což umožní opětovné přepnutí na správný regulátor.

Na Obrázek 29 jsou zobrazeny průběhy v regulačním obvodu s přepínáním regulátorů se soustavou se zesílením  $K=5,78$ . Pro hodnoty  $K < 1,94$  je průběh připojování regulátoru velmi podobný jako na Obrázek 28. Pro  $1,94 < K < 5,78$  jsou průběhy podobné Obrázek 29. Pro  $K > 5,8$  je hlavním regulátorem připojeným do regulace regulátor s estimátory nastavený na soustavu se zesílením  $K=9$ .

Přepínací úroveň je dostatečně strmá, situace kdy by se v regulaci pravidelně střídaly regulátory dvou sousedních režimů by tak neměla nastat.



**Obrázek 28: Odezva soustavy s  $K=1,94$  na skokovou žádanou hodnotu, chyby estimátorů, průběh přepojování regulátorů.**



**Obrázek 29: Odezva soustavy s  $K=5,78$  na skokovou žádanou hodnotu, chyby estimatorů, průběh přepojování regulátorů.**

### 10.3 MOŽNOSTI PRAKTICKÉHO POUŽITÍ

V předchozím jsem v simulaci ověřil možnosti přepínání mezi různě nastavenými regulátory podle toho v jakém režimu se soustava momentálně nachází. Z naměřených výsledků jsem vybral dva případy pro dvě různé hodnoty zesílení viz Obrázek 28 a Obrázek 29. Na Obrázek 27 jsem ukázal jakým způsobem se mění dynamika odhadu výstupu v případě, že přenosy soustavy a estimatoru se neshodují. V dalším se pokusím ukázat předvedené možnosti při použití v reálnějším světě.

Na co se můžeme v praxi 100%ně spolehnout je, že nikdy nebudujeme přesně znát přenos soustavy (často ani řád), také se lze spolehnout „minimálně“ na vysokou úroveň šumu. Dalším prostředkem moderního řízení jsou AD převodníky.

Ze simulací z kapitola 10.2 lze odhadnout, že nepřesná znalost přenosu soustavy sice zhorší kvalitu regulace (chyba estimátorů není vynulována v konečném počtu kroků), ale stále ji lze celkem úspěšně používat.

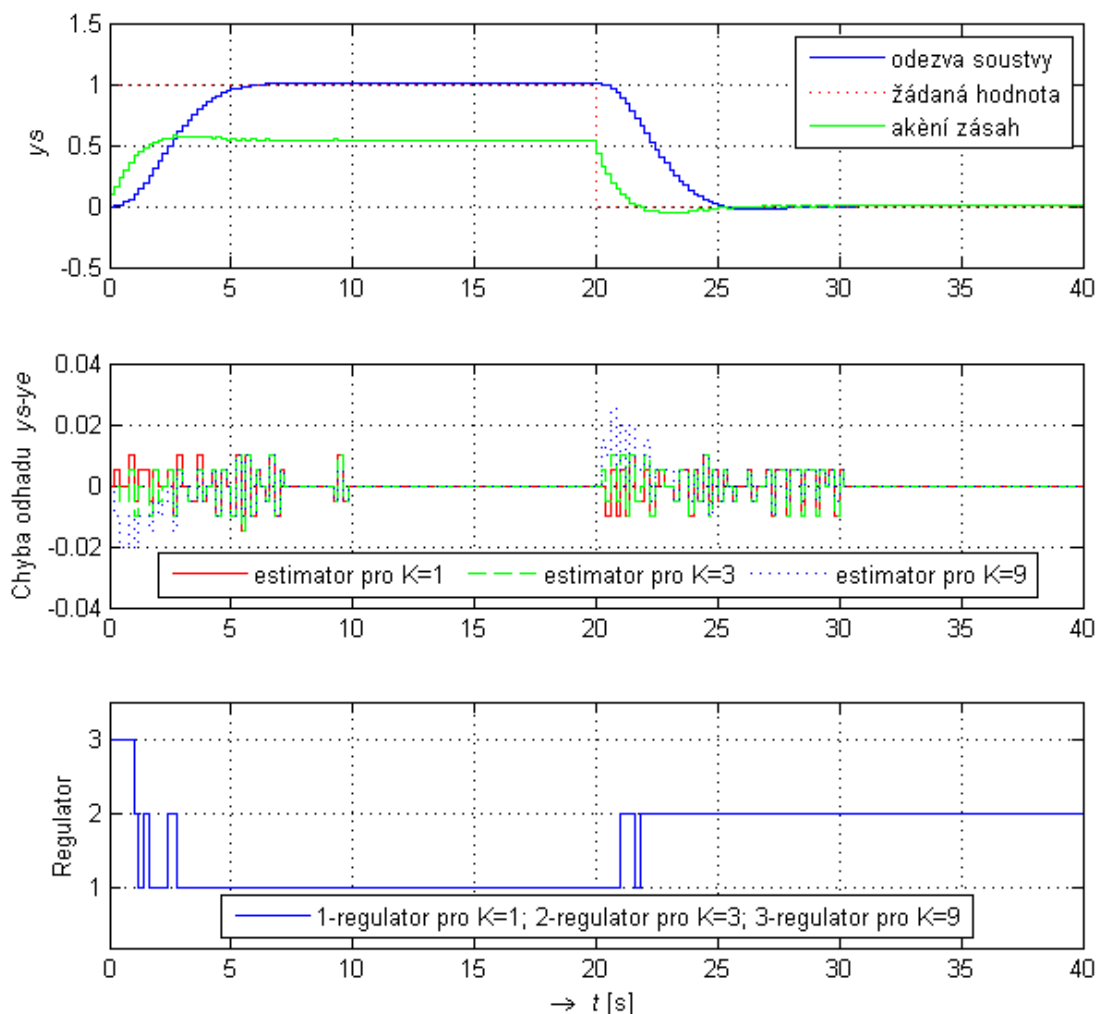
### 10.3.1 Vliv AD převodníku

Zařízení, bez kterého se dnes již neobejdeme. Vliv převodníku byl ověřen také pomocí simulací. Byl předpokládán standardní typ nbitového převodníku. V simulaci byl AD převodník modelován pomocí bloku quantizer, s kvantovací úrovní nastavenou na 5mV.

Jaký regulátor bude připojen do regulace se rozhoduje na základě chyby estimátoru. Do regulace se připojuje blok regulátoru a estimátoru s nejmenší chybou odhadu výstupu. V tomto směru je zajímavý Obrázek 27 ukazuje průběhy chyby výstupu estimátoru pro první pracovní režim ( $K=1$ ) napříč celým pracovním rozsahem soustavy ( $K=0,5$  až  $K=9$ ). Vezme-li v úvahu velikost kvantovací úrovně 5mV pak při maximální hodnotě chyby cca 10mV jsme na druhém maximálně třetím kvantu. Dále lze předpokládat, že s chybou ostatních estimátorů to nebude lepší. V simulaci ověřeno, není to lepší. Přepínání na základě tří úrovní naznačuje přicházející problémy. Je nutné získat více hodnot na základě kterých by bylo možné rozhodnout, která z chyb je nejmenší. Za tímto účelem, jsem odchylky odhadů jednotlivých estimátorů filtroval filtrem typu váhovací plovoucí průměr a na jeho výstup jsem přidal pásmo necitlivosti. Na základě takto upravených průběhů chyb odchylek bylo možné dosáhnout alespoň podobných přepínacích vlastností jako při simulaci bez AD převodníku. Použitý filtr zde není přímo zapojen ve zpětné vazbě regulační smyčky, neovlivňuje tak stabilitu v dílčích pracovních režimech. Je na jeho základě prováděno jen přepínání mezi jednotlivých regulátorů. Aby filtr příliš nezpomaloval přepínání realizoval jsem jej tak, že aktuální hodnota má nejvyšší váhu, váha starších hodnot lineárně klesá. Působením filtru došlo k částečné změně poloh a strmostí přepínacích úrovní. V případě, že se pracovní rozsah soustavy využívá jen kolem jednotlivých pracovních režimu, není toto na závadu. Vliv AD převodníku na průběh chyby výstupu estimátorů viz. Obrázek 30 (lze porovnat s Obrázek 28 bez AD), zesílení soustavy je v tomto případě  $K=1,85$  je voleno záměrně z oblasti přepínací úrovně pro první a druhý režim. Na počátku regulačního děje je

připojen regulátor pro třetí režim. Je pro soustavu s největším zesílením, pro soustavy s menším zesílením by měl být stabilní. Přepnutí na správný regulátoru je zpožděno filtrem a pásmem necitlivosti. Šířku necitlivosti jsem zvolil tak aby během regulačního děje nedocházelo k impulsnímu přepínání na jiné regulátory, cenou za to je právě zpožděné přepojení na správný typ regulátoru.

Dnes se s převodníky s menší kvantování úrovní lze setkat celkem běžně. Použitou 5mV kvantování úroveň má 12ti bitový AD převodník na rozsahu  $\pm 10V$ . Běžnými se stávají 14ti a už i 16ti bitové převodníky, jejich efektivní počet bitů je však často nižší, rozlišení 16ti bitového převodníku na rozsahu  $\pm 10V$  je 0,3mV na rozsahu 0 až 10V pak 0,15mV.



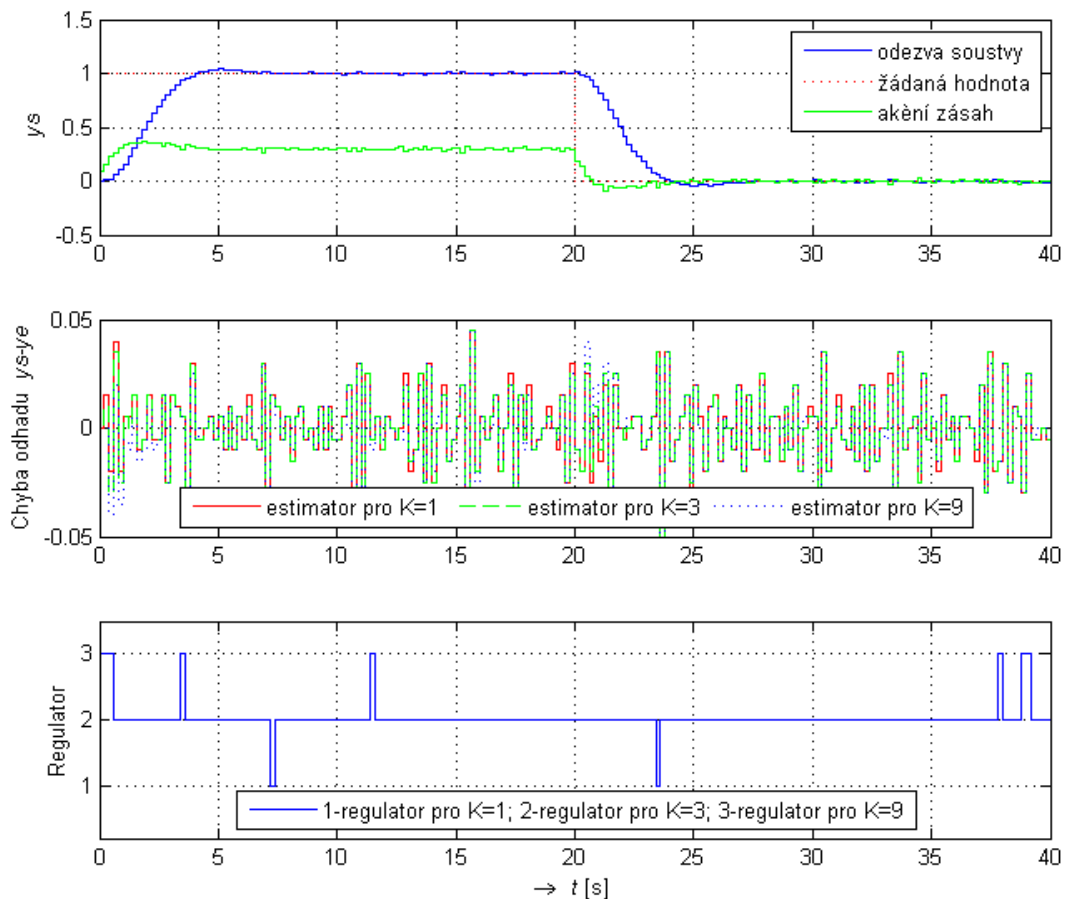
**Obrázek 30: Odezva soustavy s  $K=1,85$  na skokovou žádanou hodnotu, chyby estimatorů, průběh přepojování regulátorů. Při použití AD převodníků v regulační smyčce. Průběhy získané simulací**

### 10.3.2 Vliv šumu výstupu soustavy na možnost přepínání regulátorů

V tomto případě současně předpokládám i použití AD převodníků. Kvantovací úroveň převodníku uvažuji nadále 5mV. Šum uvažuji s normálním rozložením. Při šumu s rozptylem 1mV je chování velmi podobné jako bez šumu. Což způsobuje zřejmě fakt, že většina šumového signálu je zamaskována kvantováním převodníku. Při rozptylu šumového signálu 2mV začíná být impulsní přepínání regulátorů častější i v blízkém okolí jednotlivých pracovních režimů. Vzhledem k tomu, že regulátory jsou navrženy tak, aby výsledný přechodný děj byl pomalý, impulsovitě přepnutí na jiný typ regulátoru se výrazně neprojeví.

Mimochodem také proto, že samotný akční zásah je již výrazně šumem ovlivněn viz.

Obrázek 31.

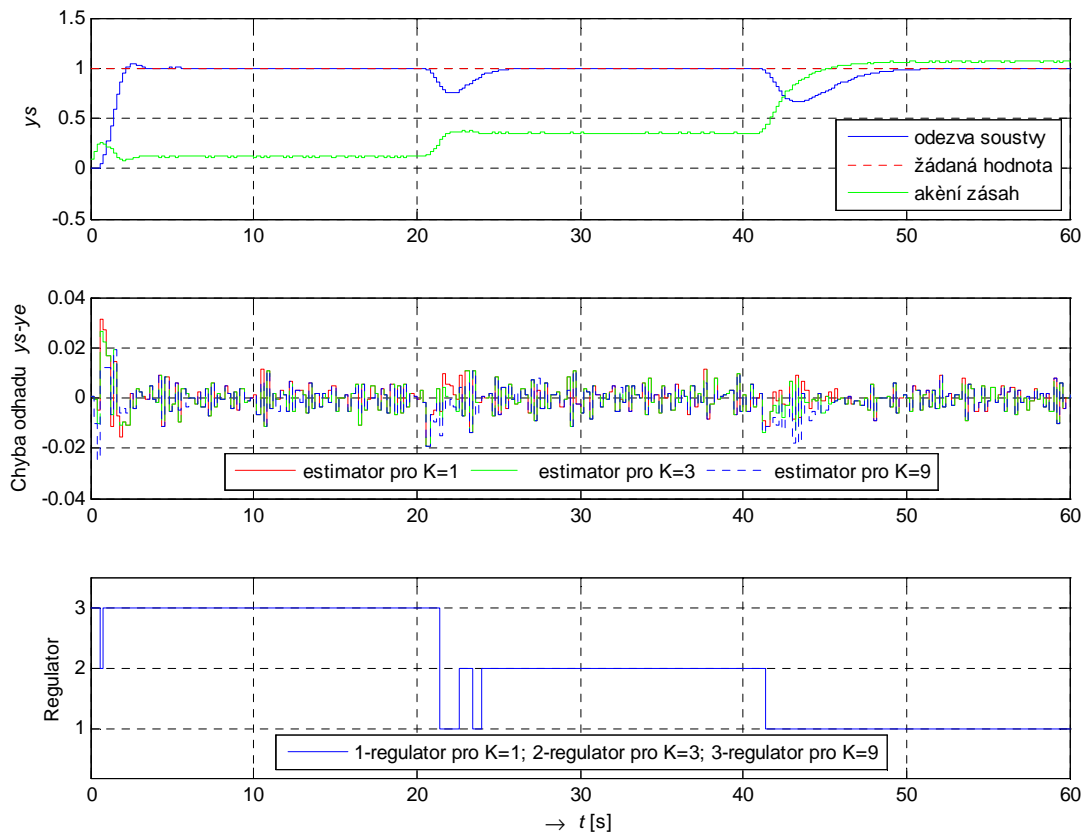


**Obrázek 31: Odezva soustavy s  $K=3,35$  na skok žadané hodnotu, chyby estimátorů, průběh přepojování regulátorů. Při použití AD převodníků v regulační smyčce a šumu na výstupu s rozptylem 2mV.**

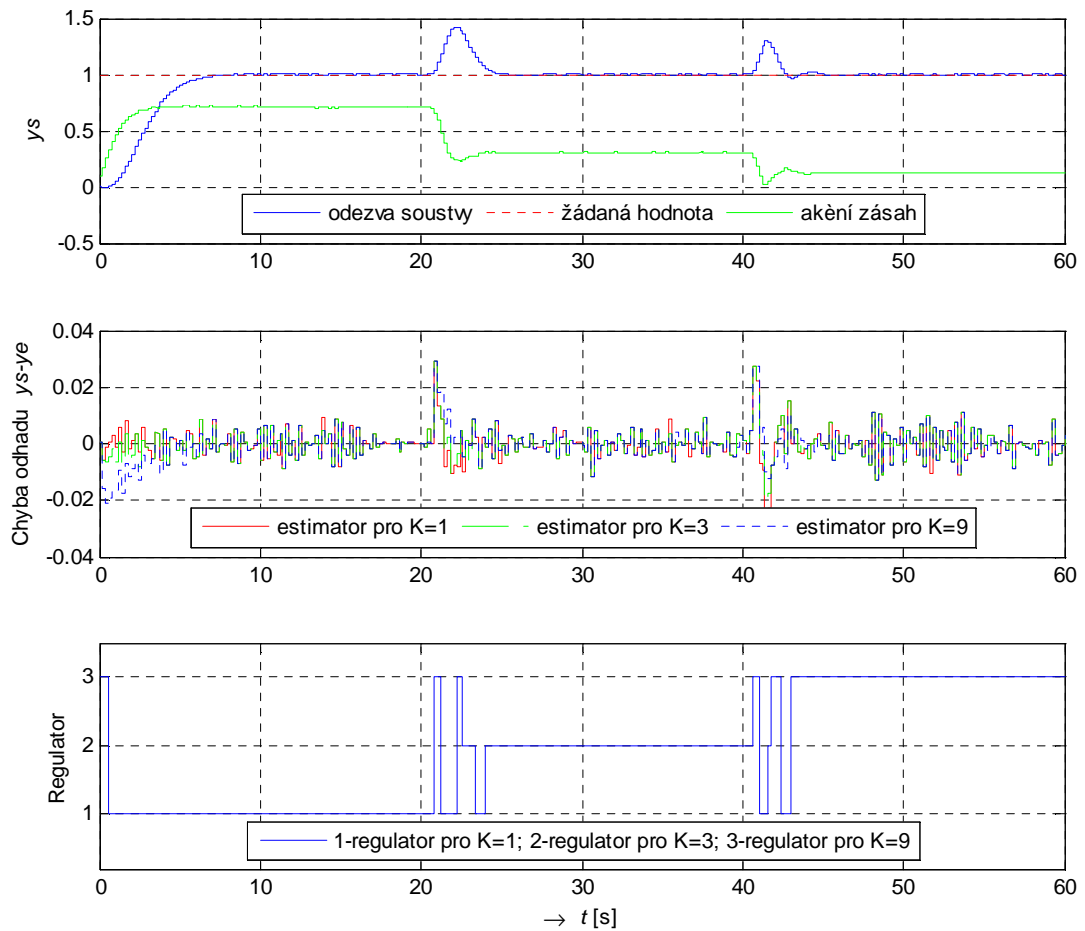
Při šumu s rozptylem 3mV bylo přepínání regulátorů nespolehlivé i v těsné blízkosti přenosů nastavených v estimátorech. Pro větší rozptyl šumu bylo přepínání náhodně a často na několik period vzorkování.

O „optimální“ regulaci lze mluvit jen, je-li v případě přechodného děje v regulaci zapojen správný „optimální“ regulátor. Vliv šumu se i vzhledem k hodnotě kvantovací úrovně nedá rozumným způsobem odstranit, jako jediný filtr lze použít zvětšení vzorkovací periody. Základním požadavkem na možnost využít k přepínání regulátorů průběhy chyby odhadu  $y_E$  estimátorů je nízká úroveň šumu a dostatečná rozlišovací schopnost AD převodníku.

### 10.3.3 Ověření na fyzikálním modelu



**Obrázek 32:** Zobrazuje průběh  $w$ ,  $y_s$ ,  $u_s$  průběhy chyb odhadů estimátorů jednotlivých regulátorů a průběh přepínání mezi regulátory. Od času nula je zesílení soustavy 9, v čase 20 je zesílení přepnuto na hodnotu 3, v čase 40 je zesílení přepnuto na hodnotu 1.



**Obrázek 33:** Zobrazuje průběh  $w$ ,  $y_s$ ,  $u_s$  průběhy chyb odhadů estimatorů jednotlivých regulátorů a průběh přepínání mezi regulátory. Od času nula je zesílení soustavy 1.5, v čase 20 je zesílení přepnuto na hodnotu 3.5, v čase 40 je zesílení přepnuto na hodnotu 8.5.



## 11. POROVNÁNÍ STAVOVÉHO REGULÁTORU S VARIANTAMI PSD REGULÁTORŮ

Jedním, z nejdůležitějších požadavků zadání je porovnání vlastností regulačního obvodu se stavovým regulátorem a se základními modifikacemi PSD regulátorů viz. Kapitola 3. Vytvořit objektivní srovnání není jednoduché. Hodnocení lze provádět z řady hledisek a je těžké obsáhnout veškeré vlastnosti jednotlivých regulátorů. Jedním ze základních požadavků praxe na řídicí algoritmus je jeho jednoduchost při použití a nastavení.

Rozsáhlé použití PSD regulátorů je dáno právě jednoduchostí. Nastavení se provádí pomocí tří parametrů jejichž vliv má jednoduchý fyzikální základ. Při použití filtrace derivační složky lze jednoduše ovlivňovat vliv šumu, což také umožňuje použít malé vzorkovací periody. Pro nastavení existuje veliké množství metod, z nichž většina vychází z postupů Zieglera-Nicholze. V základní variantě stačí odezva soustavy na jednotkový skok a nastavení regulátoru pomocí jednoduché kuchačky, které zvládne i středoškolsky vzdělaný pracovník.

Naproti tomu nastavení stavového regulátoru se bez kvalitních simulací a modelů regulovaných soustav neobejde. Proti PSD vychází v simulaci stavová regulace vždy lépe. Šum, neměřitelné stavy soustavy a vliv AD převodníků jsou základní problémy, které výrazně ovlivňují její použití v praktických aplikacích. Její použití je tak vhodné snad jen v moderních a složitých systémech, kde každé zlepšení vlastností regulační smyčky, stojí za vynaložené úsilí.

Cílem této kapitoly je zhodnocení kvality regulace na základě získaných průběhů veličin v regulačním obvodu, typicky průběhu regulované veličiny a akčního zásahu.

### 11.1 HODNOTÍCÍ KRITÉRIUM

Jak má tedy vypadat ideální průběh veličin regulačního obvodu? Jako zastánce spíše nekmitavého přechodného děje při skokové změně žádané hodnoty jsem jako hodnotící kritérium volil zpravidla kritérium ITAE. Do kritéria jsem nezahrnul požadavky na průběh akčního zásahu. Jediným požadavkem na průběh akčního zásahu bylo, aby nebyl příliš ovlivněn šumem na výstupu soustavy. U PSD

regulátoru jsem proto zvolil větší filtraci derivační složky. U stavového regulátoru bylo potřeba výrazně penalizovat akční zásah, aby zesílení šumu nebylo tak výrazné. Porovnání jsem provedl pro tři přenosové funkce a každý graf obsahuje průběh získaný simulací (červený) a průběh při řízení fyzikálního modelu (modrý).

### 11.1.1 Soustava s čtyřnásobným pólem

$$\text{Přenos soustavy } F_{s1}(s) = \frac{1}{(p+1)^4}$$

Parametry regulátorů:

Regulátor PSD:  $T_s=0.2$ ;  $K_r=1.4637$ ;  $T_i=2.7892$ ;  $T_d=0.69729$ ;  $N=6$

Regulátor PS\_D:  $T_s=0.2$ ;  $K_r=1.1939$ ;  $T_i=3.586$ ;  $T_d=0.89649$ ;  $N=6$

Regulátor S\_PD:  $T_s=0.2$ ;  $K_r=2.6534$ ;  $T_i=2.3977$ ;  $T_d=0.59944$ ;  $N=6$

Stavový: penalizace stavů=1, penalizace akčního zásahu=80

Parametry regulátorů jsou optimalizovány pro ITAE kritérium, kterým je také hodnocena kvalita regulace.

Průběhy regulované veličiny a akčního zásahu pro použité regulátory viz. Obrázek 34. Průběhy regulace na fyzikálním modelu se vesměs shodují s očekávanými průběhy ze simulace. U PSD a stavového regulátoru dochází na začátku k výrazné neshodě s průběhem ze simulace, je dáno nenulovým ustáleným stavem.

### 11.1.2 Soustava s trojnásobným pólem a astatismem

$$\text{Přenos soustavy } F_{s2}(s) = \frac{1}{p(p+1)^3}$$

Parametry regulátorů:

Regulátor PSD:  $T_s=0.2$ ;  $K_r=0.70173$ ;  $T_i=7.3516$ ;  $T_d=0.042303$ ;  $N=6$

Regulátor PS\_D:  $T_s=0.2$ ;  $K_r=0.73579$ ;  $T_i=7.4281$ ;  $T_d=0.05382$ ;  $N=6$

Regulátor S\_PD:  $T_s=0.2$ ;  $K_r=0.85524$ ;  $T_i=5.0907$ ;  $T_d=0.94214$ ;  $N=6$

Stavový: penalizace stavů=1, penalizace akčního zásahu=80

Parametry regulátorů jsou optimalizovány pro ITAE kritérium, kterým je také hodnocena kvalita regulace.

Průběhy regulované veličiny a akčního zásahu pro použité regulátory viz. Obrázek 35.

### 11.1.3 Soustava s dvojnásobným pólem

$$\text{Přenos soustavy } F_{s3}(s) = \frac{1}{(p+1)^2}$$

Parametry regulátorů:

Regulátor PSD:  $T_s=0.2$ ;  $K_r=0.040358$ ;  $T_i=0.06988$ ;  $T_d=0.16564$ ;  $N=20$

Regulátor PS\_D:  $T_s=0.2$ ;  $K_r=1.7003$ ;  $T_i=1.4259$ ;  $T_d=0$ ;  $N=20$

Regulátor S\_PD:  $T_s=0.2$ ;  $K_r=0.59596$ ;  $T_i=0.4715$ ;  $T_d=0$ ;  $N=20$

Stavový: penalizace stavů=1, penalizace akčního zásahu=80

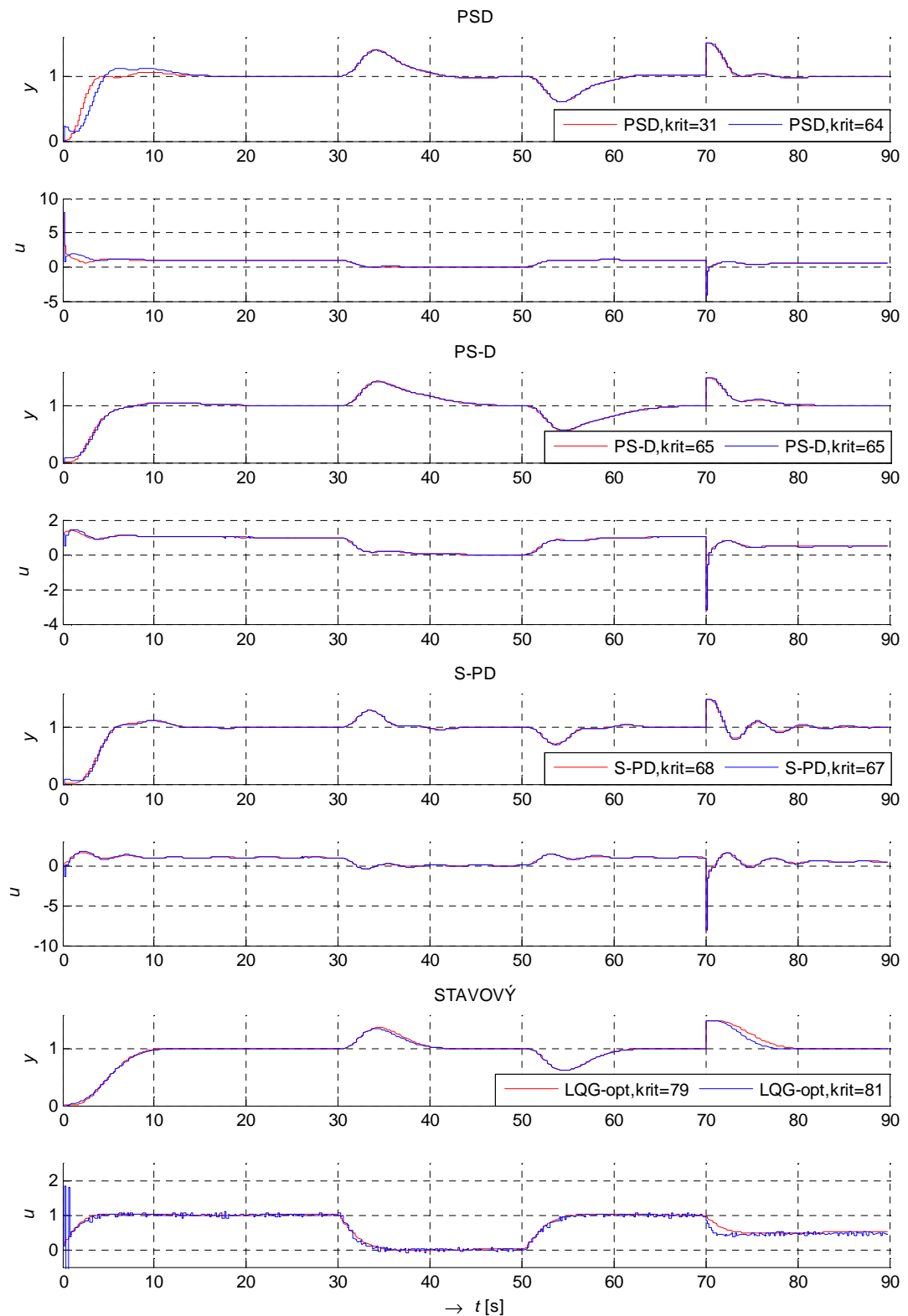
Parametry PSD regulátorů jsou optimalizovány pro kritérium:

$$I = \sum_{k=1}^n e^2(k) + 0,01 \sum_{k=1}^n u^2(k)$$

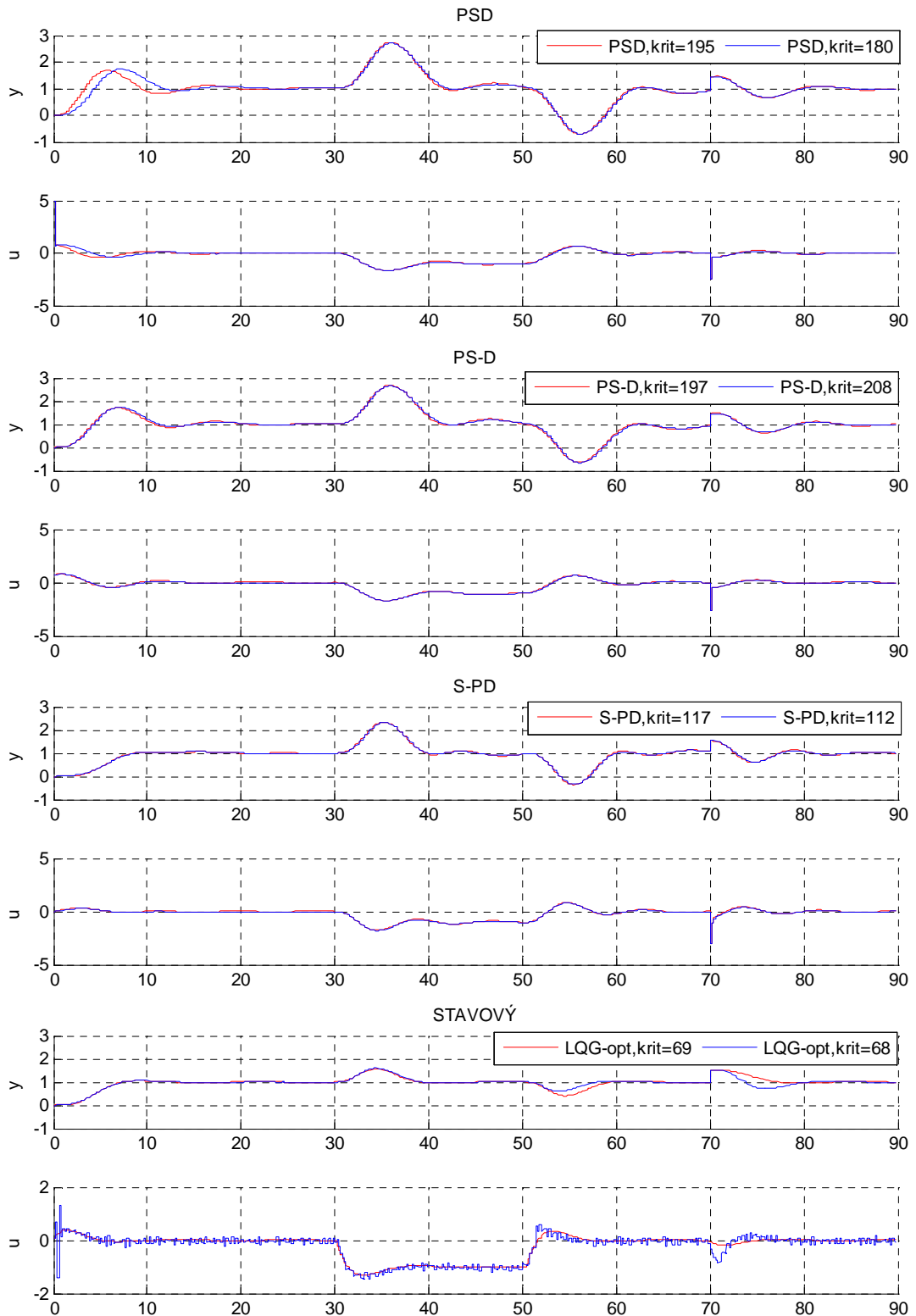
Tímto kritériem jsou také hodnoceny průběhy veličin v regulačním obvodu. Průběh regulované veličiny akčního zásahu pro použité regulátory viz. Obrázek 36.

### 11.1.4 Grafické výsledky měření

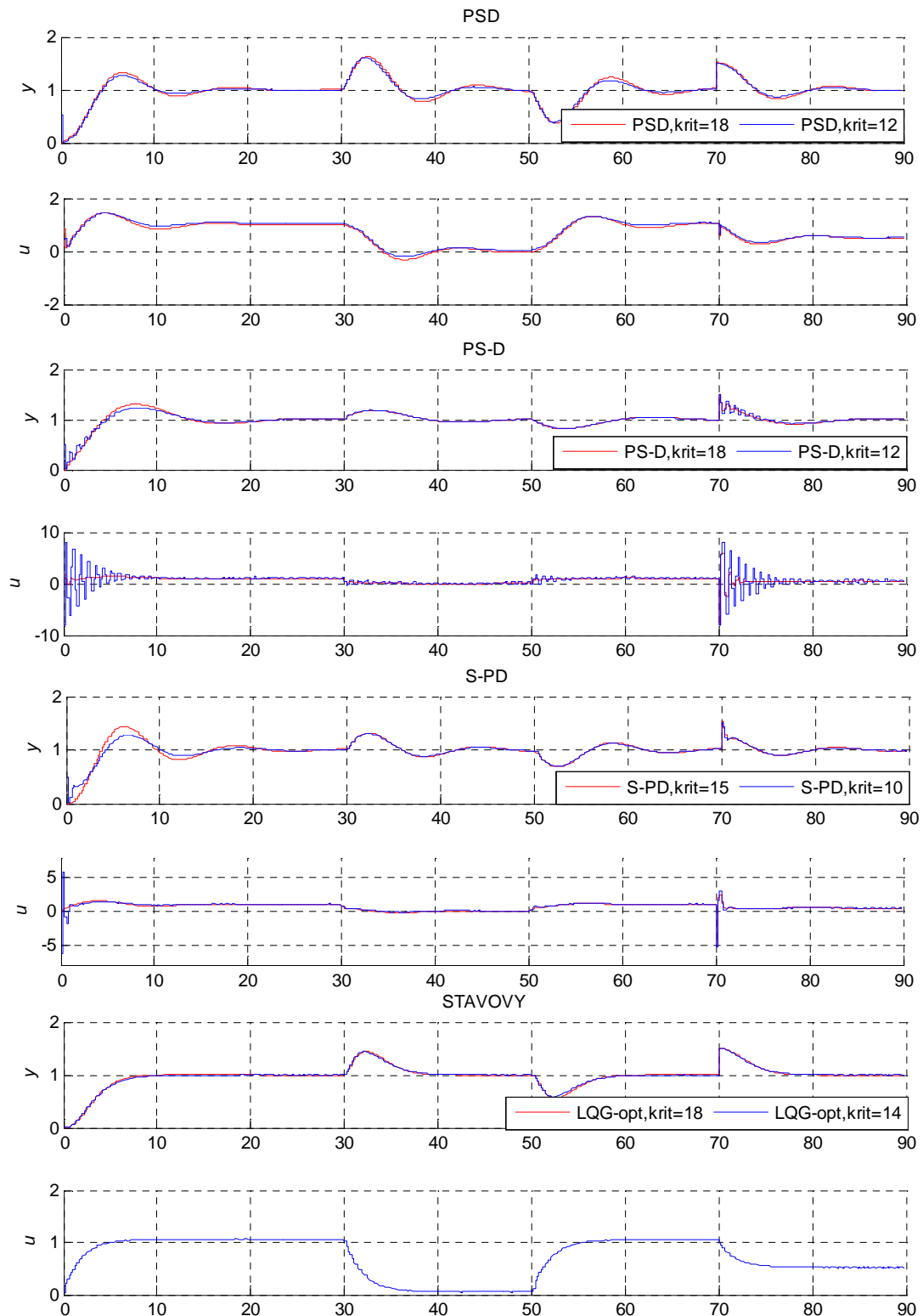
Průběhy veličin v regulačním obvodě na Obrázek 34, Obrázek 35 a Obrázek 36 jsou získány jako odezva na skok žádané hodnoty v čase 0, kdy navíc v čase mezi  $t=30s$  a  $t=50s$  působí jednotková porucha na vstupu soustavy a v čase  $t=70s$  začíná působit porucha na výstupu soustavy. Legenda je doplněna o hodnotu kritéria počítanou z odezvy na skok žádané hodnoty (pro  $t < 30s$ ).



**Obrázek 34: Průběhy regulačních veličin  $y, u$  na soustavě  $F_{SI}$ , s hodnotou ITAE kritéria v legendě. Červené průběhy získané simulací v Simulinku, modré regulací fyzikálního modelu.**



**Obrázek 35: Průběhy regulačních veličin  $y, u$  na soustavě  $Fs_2$ , s hodnotou ITAE kritéria v legendě. Červené průběhy získané simulací v Simulinku, modré regulací fyzikálního modelu.**



**Obrázek 36: Průběhy regulačních veličin  $y, u$  na soustavě  $Fs_3$  s hodnotou kvadratického kritéria s penalizací akčního zásahu v legendě. Červené průběhy získané simulací v Simulinku, modré regulací fyzikálního modelu.**

## 12. ZÁVĚR

Prostudoval jsem problematiku lineárních diskretních přírůstkových estimátorů a jejich vlastnosti jsem ověřil na jednorozměrové soustavě pomocí počítačové simulace. Získané grafické výsledky viz. kapitola 8 a Obrázek 13 až Obrázek 23. Realizoval jsem a ověřil vlastnosti estimátorů typu  $E_{ARX}$ ,  $E_{IN}$ ,  $E_{OUT}$  bez i s připojeným regulátorem s měřenými i neměřenými stavovými veličinami.

Po ověření funkčnosti jednotlivých estimátorů jsem realizoval všechny estimátory a stavový regulátor jako jeden blok Simulinku, viz. kapitola 9. Nastavení estimátorů se provádí podle přenosu zadaného ve vstupních parametrech regulátoru viz. Obrázek 25, stejně tak vzorkovací perioda a váhy pro kvadratické kritérium nastavující parametry regulátoru. Přepínání estimátorů při vstupu poruchových signálu viz. Obrázek 26.

Po ověření funkčnosti vytvořeného regulátoru jsem se zabýval možností regulace soustavy s proměnnými parametry. Zde jsem pro jednoduchost použil soustavu s dvojitým pólem a proměnným zesílením viz. kapitola 10. Vlastnosti jsem ověřil jak simulací, tak na fyzikálním modelu. V simulacích jsem záměrně nepoužíval přesně identické přenosy na které jsou nastaveny jednotlivé estimátory. Vliv rozdílu přenosů estimátoru a soustavy je na Obrázek 27. Základní rozdíl je v tom, že průběh chyby odhadu regulované veličiny není konečný. Protože se mezi jednotlivými regulátory přepíná na základě velikosti odchylky odhadu regulované veličiny, je Obrázek 27 zajímavý také vzhledem k použití AD převodníku. Největší hodnota odchylky cca 10mV, přičemž kvantovací úroveň AD převodníku činí 5mV. Průběh simulací bez AD převodníku, při změně zesílení soustavy viz. Obrázek 28 a Obrázek 29, impulzivité přepínání na regulátor pro jiný režim lze vysvětlit také pomocí Obrázek 27. K přepnutí regulátoru dochází v době průchodu chyb odhadu regulované veličiny nulovou hodnotou, chyba zde může být menší, než u regulátoru pro aktuální zesílení soustavy. Průběh přepínání regulátorů v simulaci při použití AD převodníku viz. Obrázek 30 a při použití AD převodníku a šumu na výstupu soustavy viz. Obrázek 31. V těchto případech bylo nutné chybu odhadu výstupu nejprve filtrovat, použil jsem vážený průměr. Bez tohoto filtru docházelo k náhodnému přepínání mezi jednotlivými regulátory. Na Obrázek 32 a Obrázek 33 jsou regulační průběhy s přepínáním regulátorů při regulaci na fyzikálním modelu.

Z obrázku je patrné, že správný regulátor je spolehlivě vybrán až v době ustálení přechodného děje způsobeného změnou zesílení soustavy. V době přechodného děje opět dochází k přepínání na další regulátory. Protože jsou použité regulátory stabilní pro všechny možné zesílení soustavy nemusí být toto přepínání na závadu. Obecně však může být kombinace některého pracovního režimu a regulátoru nestabilní. Přepínání na jiné regulátory tak může být nežádoucí. Přepínání pouze na základě chyby odhadů jednotlivých estimátorů tak není nejvhodnější.

Kapitola 11. se zabývá porovnáním vlastností regulačních obvodů s estimátory s pevně nastavenými diskrétními podobami regulátorů typu PSD. Porovnání jsem provedl jak v simulaci tak na fyzikálních modelech. Vlastnosti regulačních průběhů jsem porovnával pro tři přenosové funkce: se čtyřnásobným pólem, trojnásobným pólem s astatismem a soustavou druhého řádu s dvojnásobným pólem. Výsledné regulační průběhy při regulaci na žádanou hodnotu a působení poruchy na vstupu a výstupu soustavy viz. Obrázek 34, Obrázek 35 a Obrázek 36. Legenda je doplněna o hodnotu kritéria regulace, ta je počítána pouze z odezvy na žádanou hodnotu. Až na soustavu s statismem lze říci, že PSD regulátory dosahují lepších výsledků. Základní problém použité stavové regulace je vliv šumu výstupu soustavy na průběh akčního zásahu. Aby tento nebyl regulátorem příliš zesilován musel jsem volit velkou penalizaci akčního zásahu 80. Použitá vzorkovací perioda je pro všechny regulátory stejná 0,2s. Průběhy akčního zásahu PSD regulátorů jsou krásně hladké, lze tak vzorkovat ještě rychleji. U stavového regulátoru však zmenšení vzorkovací periody vede k velmi zašuměným průběhům akčního zásahu.

Parametry PSD regulátorů jsem nastavoval tak, aby z pohledu hodnotícího kritéria byly optimální. Za tímto účelem jsem vytvořil potřebný model pro Simulink, spouštěcí m-file MATLABU a další pomocné funkce. Hledání parametrů využívá simplexovou metodu hledání lokálních extrémů. Optimalizační kritérium lze volit velmi volně viz. kapitola 4.

Pomocí m-file funkce jsem za účelem identifikace fyzikálních modelů implementoval několik variant metody nejmenších čtverců viz. kapitola 5. Metody jsem ověřil, ale pro identifikaci jsem je takřka nepoužíval. Na modelech jsou časové konstanty přenosové funkce vyznačeny. Pro ověření jejich správnosti jsem jednoduše překresloval odezvu modelu na skokovou změnu vstupního signálu odezvou vytvořenou předpokládaným přenosem podle vyznačených časových konstant.



### 13. POUŽITÁ LITERATURA

- [1] J. Štecha, V. Havlena: Teorie dynamických systémů. Skriptum ČVUT, Praha 2000
- [2] B. Hanuš, M. Olehla, O. Modrlák: Číslicová regulace technologických procesů. Nakladatelství VUTIUM, 2000
- [3] B. Hanuš, L. Tůma: Estimátory v systému regulace s proměnnou strukturou 1. Automatizace 49 (2006), č. 7-8.
- [4] B. Hanuš, L. Tůma: Estimátory v systému regulace s proměnnou strukturou 2. Automatizace 49 (2006), č. 9.
- [5] M. Schmidt: Derivační složka v diskrétní obdobě PID regulátoru. Studijní materiály VUT, Brno.
- [6] P. Pivoňka: Číslicová řídicí technika. Skriptum VUT, Brno
- [7] Ogata. K: Modern control engineering, fourth edition. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2001. ISBN 0-13-060807-2
- [8] K. J. ASTROM, B. Wittenmark: Computer-controlled systéme, theory and design. New Jersey: Prentice Hall, 1997. ISBN 0-13-314899-8
- [9] R. C. Dorf, R. H. Bishop: Modern control systems, tenth edition. ISBN 0-13-127765-0
- [10] C. C. Hang: The Choice of Controller Zeros, IEEE Control Systems Magazine, Januar 1989.
- [11] J. Štecha, V. Havlena: Moderní teorie řízení, studijní text ČVUT v Praze, mtr\_old.pdf
- [12] M. Dvořáček: Estimátor v systému regulace s proměnnou strukturou, Semestrální projekt 2. při VUT v Brně, Sem\_projekt.doc
- [13] K. J. Astrom, T. Hagglund: Benchmark systéme for PID kontrol