



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV STROJÍRENSKÉ TECHNOLOGIE
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF MANUFACTURING TECHNOLOGY

REGENERATIVNÍ KMITÁNÍ PŘI SOUSTRUŽENÍ

REGENERATIVE CHATTER IN TURNING

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Roman SUCHÁČEK

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. Zdeněk FIALA

BRNO 2013

ABSTRAKT

Tato bakalářská práce se zabývá vibracemi, vznikajícími při soustružení. Je známo několik principů vzniku těchto vibrací. Patří zde regenerativní princip a princip polohové vazby. Vibrace jsou způsobeny vzájemným chvěním obrobku a nástroje, v důsledku čehož vznikne při první otáčce obrobku zvlněný povrch, který dále regeneruje vznik vibrací. Vibrace jsou nejvíce ovlivněny šířkou třísky a otáčkami obrobku. Na základě měření a výpočtů se sestaví diagram stability. Z diagramu se určí maximální šířka třísky, nebo maximální otáčky, za kterých je možné obrábět bez vzniku vibrací.

Klíčová slova

Soustružení, regenerativní kmitání, diagram stability (lobový diagram)

ABSTRACT

This bachelor's thesis deals with the vibrations produced during turning. Several principles of these vibrations formation are. This includes regenerative principle and the principle of position feedback. Vibrations are caused by the mutual vibration of workpiece and the tool, with the result that occurs corrugated surface of the workpiece, during the first revolution of workpiece, which also regenerates the vibrations. Vibrations are the most affected by the width of the chip and the workpiece speed. Based on measurements and calculations is drawn stability lobe diagram. The diagram determines the maximum width of the chip, or the maximum speed, for which it is possible to cutting without any vibrations.

Key words

Turning, regenerative charter, stability lobe diagram

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

SUCHÁČEK, R. *Regenerativní kmitání při soustružení*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 33 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Zdeněk Fiala.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma **Regenerativní kmitání při soustružení** vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených na seznamu, který tvoří přílohu této práce.

.....
Datum

.....
Roman Sucháček

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji tímto svému vedoucímu Ing. Zdeňku Fialovi za cenné připomínky a rady při vypracování bakalářské práce, za pomoc při experimentálním měření a jeho následném vyhodnocení. Dále děkuji svojí rodině a přítelkyni za podporu.

OBSAH

ABSTRAKT	5
PROHLÁŠENÍ.....	6
PODĚKOVÁNÍ.....	7
OBSAH.....	8
ÚVOD.....	9
1 MECHANICKÉ KMITY	10
1.1 Základní pojmy	10
1.2 Rozdělení kmitů	10
2 MODÁLNÍ ANALÝZA	11
2.1 Vibrace s jedním stupněm volnosti.....	11
2.1.1 Volné vibrace.....	11
2.1.2 Nucené vibrace	11
2.1.3 Vlastní buzené vibrace.....	12
2.2 Typy tlumení	15
2.2.1 Viskózní tlumení.....	15
2.2.2 Coulombovo tlumení	16
2.2.3 Tuhé (pevné) tlumení.....	16
2.2 Nucené vibrace s jedním stupněm volnosti.....	18
3 SAMOBUZENÉ KMITÁNÍ PŘI OBRÁBĚNÍ.....	21
3.1 Regenerativní princip	21
3.2 Princip polohové vazby.....	22
4 REGENERATIVNÍ KMITÁNÍ.....	23
4.1 Popis soustružení.....	23
4.2 Regenerativní kmitání při soustružení	25
4.3 Diagramy stability (lobové diagramy)	26
5 PRAKTICKÝ EXPERIMENT	29
5.1 Popis experimentu.....	30
5.2 Vyhodnocení experimentu	30
ZÁVĚR	32
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	33
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK	34

ÚVOD

Soustružení je jedním z nejvíce používaných typů obrábění. Dochází při něm k odebrání třísky rezným nástrojem s definovanou geometrií. Existuje mnoho faktorů, které mohou ovlivnit kvalitu a stabilitu tohoto procesu, nebo mohou mít vliv na kvalitu nebo přesnost výsledného obrobku. Mezi tyto faktory patří také vibrace. Vibrace negativně ovlivňují zejména kvalitu obráběné plochy, ale mají i zásadní vliv na trvanlivost rezného nástroje. Jedním z principů vzniku těchto vibrací je regenerativní princip.

Cílem této práce je popsat vznik vibrací při obrábění a vyhodnocení experimentálního měření, s jehož pomocí je možné sestavit tzv. stabilitní diagram (Lobový). Tento diagram umožňuje nastavit optimální rezné podmínky tak, aby nedocházelo k vibracím. Uplatnění nalezne nejčastěji u obrábění při vyšších otáčkách. Stabilitní oblast je pod křivkami diagramu. Při stejné tloušťce třísky je možno pomocí zvýšení nebo snížení otáček dosáhnout optimálních podmínek pro obrábění. Tyto otáčky je potřeba měnit tak, aby byly v oblasti pod křivkami, jak je naznačeno v grafu 5.2.

1 MECHANICKÉ KMITY

Mechanické kmitání je speciální typ obecného mechanického pohybu hmotného bodu. Tento bod se pohybuje v omezené oblasti kolem rovnovážné polohy. Rovnovážnou polohou je myšleno místo stabilní rovnováhy, kde na hmotný bod nepůsobí žádná výsledná síla. Do rovnovážné polohy je většinou kladen počátek souřadné soustavy. Pokud se kmity pravidelně opakují, jedná se o periodické (harmonické) kmitání. Hmotný bod konající mechanické kmity je nazýván oscilátor. Oscilátor se nachází v rovnovážné poloze, pokud na něj nepůsobí žádná síla.

1.1 Základní pojmy

Výchylka je vzdálenost od rovnovážné polohy. Pokud se oscilátor nachází v rovnovážné poloze, je tedy výchylka rovna nule. Maximální výchylka se nazývá **Amplituda**.

Perioda (doba kmitu) je nejmenší časový úsek, za který nabývá výchylka periodického kmitavého pohybu znovu stejnou hodnotu.

Frekvence je četnost kmitů za určitý časový úsek. Fyzikální jednotkou frekvence je hertz (Hz). Frekvence je převrácená hodnota periody, jejich vzájemný vztah je:

$$f = \frac{1}{T} \quad (1.1)$$

nebo

$$T = \frac{1}{f} \quad (1.2)$$

Úhlová frekvence je definovaná jako změna fáze za jednotku času, platí pro ni vztah:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f \quad (1.3)$$

Fáze udává informaci, v jakém stavu se oscilátor právě nachází:

$$\varphi(t) = \omega \cdot t + \varphi_0 \quad (1.4)$$

kde t je čas trvání kmitavého pohybu a φ_0 je počáteční fáze v čase $t = 0$.

1.2 Rozdělení kmitů

Kmitavý pohyb je zapříčiněn direktivní (elastickou) silou. Pokud na oscilátor působí pouze tato síla, vzniknou volné kmity. Volné kmity mají konstantní amplitudu a probíhají periodicky.

Pokud na oscilátor působí kromě elastické síly také síla tlumící, vzniknou tlumené kmity. Tlumící silou může být tření, odpor prostředí aj. Tlumené kmity jsou téměř periodické, amplituda se zmenšuje s časem. Po určité době je amplituda nulová a kmity zaniknou.

Pokud na oscilátor působí kromě elastické a tlumící síly ještě vnější budící síla, vzniknou vynucené kmity, jejichž frekvence se po krátké době přizpůsobí frekvenci budící síly. Jejich amplituda závisí na frekvenci volných kmitů a na budící frekvenci.

2 MODÁLNÍ ANALÝZA

Kritický krok ve zlepšování strojní produktivity při zvážení procesního vývoje je identifikace frekvenční odezvy na bodu nástroje. V této kapitole jsou popsány základy volných a nucených vibrací jednoho stupně volnosti, a staniční konvence pro popis modální analýzy.

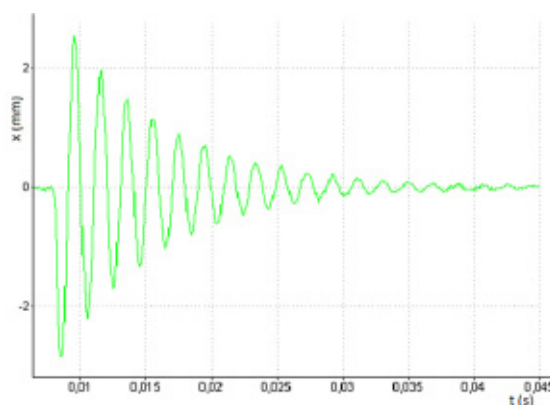
Ve všech případech, budou předpokládány lineární vibrace.

2.1 Vibrace s jedním stupněm volnosti

Pro popis vibrací je vybrán řezný obecný nástroj (s jedním nebo více břity) připojen buď k nožové hlavě soustruhu, nebo nástrojovému držáku ve vřetenu frézky. Oba tyto způsoby mohou být reprezentovány jako sdružená tělesa, která disponují jak hmotností, tak i elasticitou nebo schopností deformace bez trvalé změny tvaru. Vibrace těles, které vykazují tyto vlastnosti, mohou být rozděleny do těchto tří hlavních kategorií: volné, vynucené a vlastní buzené vibrace.

2.1.1 Volné vibrace

Volné vibrace se vyskytují při absenci dlouhodobé vnější budící síly. Je to výsledkem určitých počátečních podmínek určených v systému, jako je například vychýlení od rovnovážné polohy systému. Volné vibrace vyvolají pohyb v jedné nebo více přirozených frekvencích systému, a protože všechny fyzické struktury vykazují nějakou formu tlumení (nebo ztrátu energie) projeví se to jako rozkládající se kmitání s relativně krátkým trváním, viz Obr. 1. Příklad volných vibrací je brnknutí na kytarovou strunu, nebo úder na strunu klavíru.

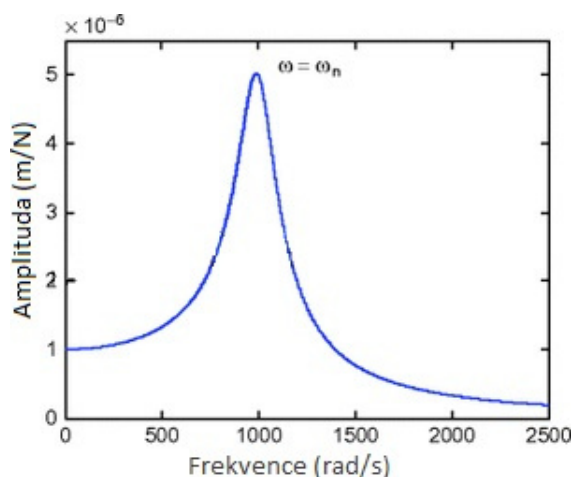


Obr. 1 Příklad tlumených volných vibrací.

2.1.2 Nucené vibrace

Nucené kmitání nastane, když nepřetržitě pravidelné vnější buzení vytváří odezvu se stejnou frekvencí jako budící funkce (po rozpadu původní přechodové). Zatímco volné vibrace jsou často znázorňovány v časové oblasti, nucené vibrace jsou typicky analyzovány ve frekvenční oblasti. Tím je zdůrazněna závislost amplitudy a fáze na frekvenci a je umožněna snadná identifikaci vlastních (přirozených) frekvencí. Typickým zdrojem nuceného kmitání v mechanických systémech je rotační nevyváženost. Velké vibrace nastanou, když nutící

frekvence ω je blízko přirozené frekvence systému ω_n , jak je znázorněno na Obr. 2. Tento stav se nazývá rezonance a obecně je snahou se mu vyhnout. V dalších kapitolách bude popsáno, že provoz pod rezonančními podmínkami může skutečně zlepšit stabilitu řezných procesů. Bude také zmíněn dopad nuceného kmitání na přesnost obrábění. V tomto případě může provoz v blízkosti rezonance pro nízce tlumené struktury vést k významným chybám v geometrii obrobku, přestože proces je stabilní.

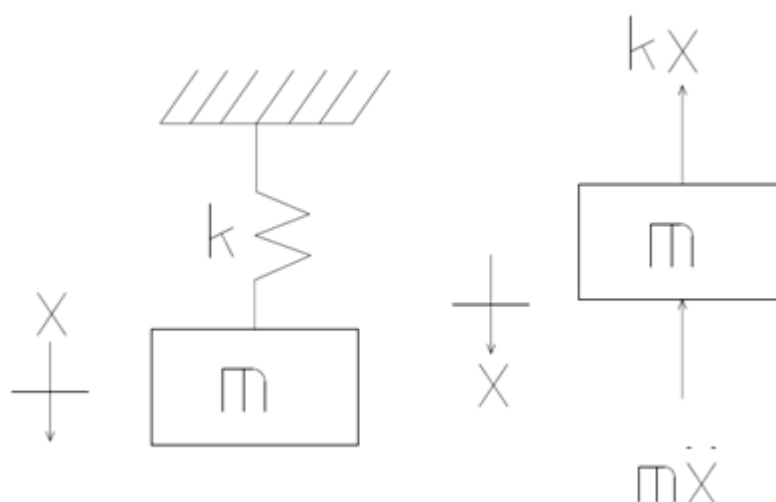


Obr. 2 Příklad výchylky nucených vibrací.

2.1.3 Vlastní buzené vibrace

U vlastního buzeného chvění je stabilní vstupní síla prezentována jako v případě nucených vibrací. Nicméně tento vstup je modulován do chvění v jedné z přirozených frekvencí systému, jako u volných vibrací. Fyzikální mechanismy, které poskytují tuto modulaci, jsou různé. Běžné příklady vlastních buzených vibrací zahrnují hraní na housle, třepotání křidel letadla a kmitání při obrábění. Pro popis těchto vibrací je použit jednoduchý model. V tomto modelu se předpokládá, že veškerá hmota je soustředěna v místě souřadnic a pružinka, která vytváří oscilační sílu, je nehmotná. Model se skládá z hmoty, m , spojené s lineární pružinou, k , která poskytuje sílu úměrnou její výchylce ze statické rovnovážné polohy. Vzhledem k tomu, že tuhá hmota se může pohybovat pouze vertikálně, k popisu jejího pohybu stačí jediná časově závislá souřadnice x . Z fyzikálního hlediska to znamená, že znalosti o pohybu jedné souřadnice jsou dostatečné k popisu systému s jedním stupněm volnosti, viz Obr. 3. Součet síly od pružinky a setrvačné síly ve vertikálním směru dává tvar pohybové rovnice:

$$m\ddot{x} + kx = 0. \quad (2.1)$$



Obr. 3 Systém jednoho stupně volnosti [3].

Převzetím harmonického řešení ve tvaru $x = Xe^{st}$, kde X je komplexní koeficient, $s = i\omega$, a ω je frekvence (rad/s), můžeme vyjádřit rychlost jako první derivaci změny dráhy podle času, $\dot{x} = sXe^{st} = i\omega Xe^{st}$ a zrychlení jako druhou derivaci změny dráhy podle času $\ddot{x} = s^2Xe^{st} = -\omega^2Xe^{st}$ (pozn. $i = \sqrt{-1}$ a $i^2 = -1$).

Nahrazení do rovnice 2.1:

$$Xe^{st} = (ms^2 + k) = 0 \quad (2.2)$$

V této rovnici buď Xe^{st} nebo $(ms^2 + k)$ je rovno nule. Pokud je první výraz nula, znamená to, že žádný pohyb nenastal a to je popsáno jako triviální řešení. Důležitější je případ, že druhý výraz je roven nule. To je potom bráno jako charakteristická rovnice pro systém:

$$ms^2 + k = 0. \quad (2.3)$$

Řešení pro komplexní proměnnou s , dává dva kořeny $s = \pm \sqrt{-\frac{k}{m}} = \pm i\sqrt{\frac{k}{m}}$. Vibrační frekvence $\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_n$ je vlastní frekvence systému jednoho stupně volnosti. Typické jednotky SI pro k a m jsou N/m a kg , respektive rad/s pro ω_n . Alternativně se může přirozená frekvence vyjádřit v jednotkách Hz (cykly za sekundu). V tomto případě se použije zápis $f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$.

Všechny mechanické systémy mají hmotnost a nejsou nekonečně tuhé. V důsledku toho jsou buď v klidu (nehybné) nebo jsou vibrující. Pokud je zdroj energie vibrační používán pouze na začátku pohybu (jako brnknutí na kytarovou strunu), pak jde o volné vibrace. Volné vibrace nastanou na vlastní frekvenci systému. Vlastní frekvence je vyšší, pokud je vyšší tuhost nebo menší hmotnost a vlastní frekvence je nižší, pokud je menší tuhost nebo větší hmotnost. Na příkladu kytarové struny, jsou vysoké tóny (vysoké frekvence), produkovány pomocí strun, které jsou pevné (tuhost) a tenké (nízká hmotnost). Nízké tóny (nízké frekvence) jsou produkovány strunami, které jsou volné (ne tuhé) a silné (velká hmotnost). V obráběcích nástrojích, se setkáváme s nízkými frekvencemi, když jsou vibrující objekty masivní (jako tělo obráběcího stroje) nebo pružné (jako dlouhé štíhlé obrobky), nebo obojí.

Celkové řešení rovnice 2.1 je součet příspěvků každého ze dvou kořenů:

$$x = X_1 e^{i\omega_n t} + X_2 e^{-i\omega_n t} \quad (2.4)$$

Komplexní koeficienty, X_1 a X_2 , lze určit z počátečního posunutí, x_0 , a rychlosti, \dot{x}_0 , systému jednoho stupně volnosti. Vyhodnocením rovnice 2.4 v čase $t = 0$, dostaneme:

$$x_0 = X_1 + X_2 \quad (2.5)$$

První derivace:

$$\dot{x} = i\omega_n X_1 e^{i\omega_n t} - i\omega_n X_2 e^{-i\omega_n t} \quad (2.6)$$

V čase $t = 0$, se rovnice 2.6 stává:

$$\dot{x}_0 = i\omega_n X_1 - i\omega_n X_2 \quad (2.7)$$

Použitím přístupu lineární kombinace, rovnice 2.5 a 2.7 lze skombinovat k určení komplexně sdružených koeficientů X_1 a X_2 :

$$X_1 = \frac{-i\dot{x}_0 + \omega_n x_0}{2\omega_n} \quad (2.8)$$

a

$$X_2 = \frac{i\dot{x}_0 + \omega_n x_0}{2\omega_n} \quad (2.9)$$

Tyto koeficienty mohou být nahrazeny v rovnici 2.4 ke stanovení časové závislosti změny polohy na hmotnosti v důsledku uložených počátečních podmínek. Alternativně můžeme, pohyb hmotnosti vyjádřit v exponenciálním tvaru. Chceme-li použít tento zápis, musíme nejprve zjistit skutečné (Re) a imaginární (Im) části komplexních koeficientů:

$$\operatorname{Re}(X_1) = \frac{x_0}{2} \quad \operatorname{Im}(X_1) = \frac{-\dot{x}_0}{2\omega_n} \quad (2.10)$$

a

$$\operatorname{Re}(X_2) = \frac{x_0}{2} \quad \operatorname{Im}(X_2) = \frac{\dot{x}_0}{2\omega_n} \quad (2.11)$$

Tyto reálné a imaginární části pak lze použít k zápisu koeficientů v exponenciálním tvaru:

$$X_1 = A e^{i\beta} = \sqrt{\operatorname{Re}(X_1)^2 + \operatorname{Im}(X_1)^2} \exp\left(i \cdot \tan^{-1}\left(\frac{\operatorname{Im}(X_1)}{\operatorname{Re}(X_1)}\right)\right)$$

$$X_1 = \sqrt{\left(\frac{x_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{-\dot{x}_0}{2\omega_n}\right)^2} \exp\left(i \cdot \tan^{-1}\left(\frac{-\dot{x}_0}{\frac{x_0}{2}}\right)\right) \quad (2.12)$$

$$X_1 = \sqrt{\frac{x_0^2 \omega_n^2 + \dot{x}_0^2}{4\omega_n^2}} \exp\left(i \cdot \tan^{-1}\left(-\frac{\dot{x}_0}{x_0 \omega_n}\right)\right)$$

Kde amplituda je $A = \sqrt{\frac{x_0^2 \omega_n^2 + \dot{x}_0^2}{4\omega_n^2}}$ a fáze je $\beta = \tan^{-1}\left(-\frac{\dot{x}_0}{x_0 \omega_n}\right)$. Stejně tak $X_2 = Ae^{-i\beta}$ (stejná amplituda, ale negativní fáze) protože to je komplexně sdružené z X_1 . Kompletní řešení rovnice 2.4 můžeme přepsat do formy:

$$x = Ae^{i\beta} e^{i\omega_n t} + Ae^{-i\beta} e^{-i\omega_n t} = A(e^{i(\omega_n t + \beta)} + e^{-i(\omega_n t + \beta)}) \quad (2.13)$$

Konečně, aplikací Eulerovy identity $e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2 \cos(\theta)$, rovnice 2.13 může být přepsána jako:

$$x = 2A \cos(\omega_n t + \beta) \quad (2.14)$$

Pokud tedy známe hmotnost a tuhost, a počáteční podmínky, kdy začaly vibrace, je možné popsat pohyb systému v jakémkoliv čase.

2.2 Typy tlumení

Zatímco rovnice 2.14 zdůrazňuje oscilační charakter pohybu hmotnosti a závislost amplitudy a fáze na počátečních podmínkách, do analýzy k modelování fyzikálních systémů musí také být zahrnuto tlumení. Tlumení se odkazuje na „únik“ vstupní energie do vibračního systému. Jinými slovy, ne všechny vstupní energie způsobují pohyb. Některé z nich jsou rozptýleny jinými způsoby. Všeobecný model tlumení je složitý a nijak zvlášť dobře se nehodí pro zabudování do jednoduchého matematického popisu jednoho stupně volnosti volných vibrací. Proto je obvykle používán jeden nebo více ze tří matematicky jednoduchých, avšak účinných, modelů tlumení.

2.2.1 Viskózní tlumení

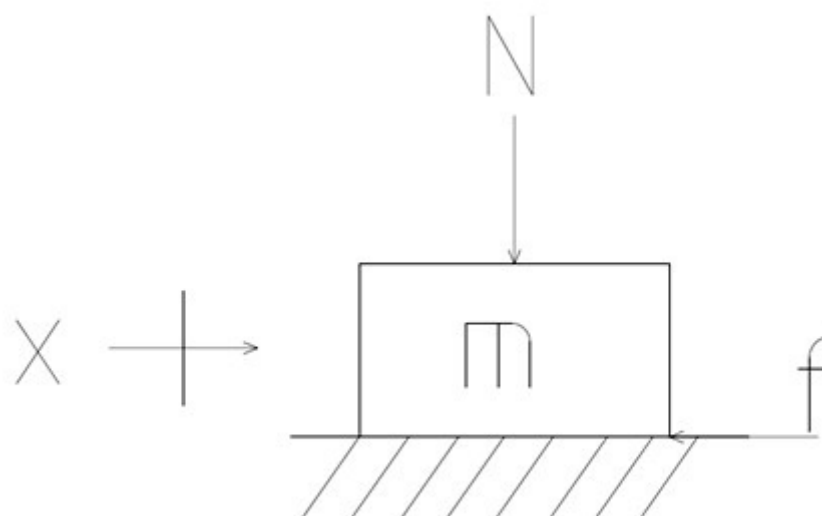
Zpomalovací tlumící síla je úměrná rychlosti pohybující se hmoty. Tento jev nastává například v případě pokusu protlačit tělo tekutinou, jako je máchání rukou skrz vodu, nebo vystrčení ruky z okénka jedoucího vozidla. Zvýšením rychlosti pohybu ruky ve srovnání s chováním tekutiny se odpor úměrně zvedne. Pokud bude tlumící síla psána jako:

$$f = c\dot{x} \quad (2.15)$$

a rychlost bude nahrazena výrazem $\dot{x} = sXe^{st} = i\omega Xe^{st}$, je vidět, že viskózní tlumení je frekvenčně závislé. Při kreslení modelu je tlumící prvek často znázorněn jako kapalný tlumič (podobně jako u tlumiče auta). Typické jednotky SI pro c jsou $N \cdot s/m$.

Příklad použití viskózního tlumení

V autě tělo poskytuje hmotnost, pružiny zajišťují tuhost a tlumiče zajišťují tlumení. Uvnitř tlumiče je deska s otvory, která se pohybuje přes tekutinu a vytváří sílu úměrnou rychlosti pohybu.



Obr. 4 Coulombovo tlumení [3].

2.2.2 Coulombovo tlumení

Dalším účinným modelem tlumení je Coulombovo tlumení, nebo suché smykové tření. Zde je energie rozptylována v důsledku relativního pohybu mezi dvěma dotýkajícími se povrchy. Amplituda síly závisí na kinetickém koeficientu smykového tření, μ , a normálové síle, F_n , mezi dvěma tělesy viz Obr. 4. Vzhledem k tomu, že třecí síla jde vždy proti směru pohybu, výsledná rovnice pohybu je nelineární. Po částech definice Coulombovy tlumicí síly je:

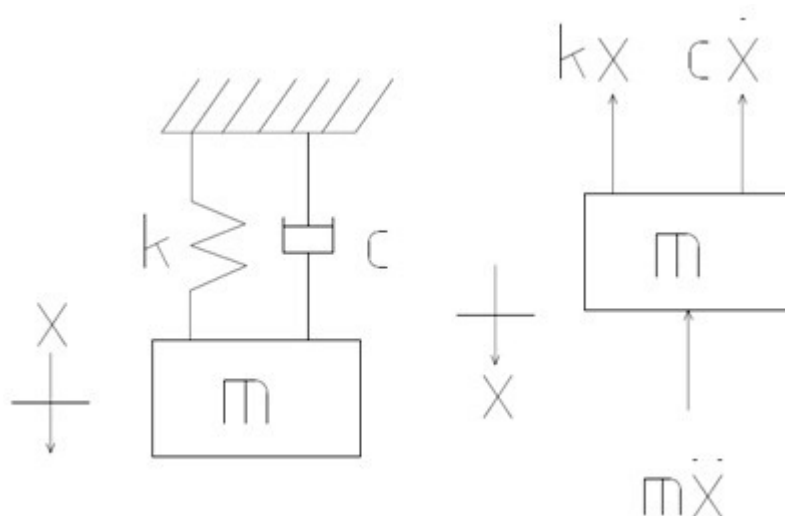
$$f = \begin{cases} -\mu F_n & \dot{x} > 0 \\ 0 & \dot{x} = 0 \\ \mu F_n & \dot{x} < 0 \end{cases}. \quad (2.16)$$

Coulombovo tlumení odpovídá za pohlcování energie třením mezi dvěma objekty. Převádí kinetickou energii z rotujícího kola na teplo při brzdění v autě. Klíčovým bodem, pokud jde o Coulombovo tlumení vibrací, je že Coulombova tlumicí síla jde vždy proti směru pohybu jako u viskózního tlumení, ale místo toho, aby byla úměrná rychlosti, je přímo úměrná normálové síle.

2.2.3 Tuhé (pevné) tlumení

I v nepřítomnosti vnějšího tekutého prostředí nebo smykového tření s jiným povrchem, se pohyb volných kmitů tělesa časem rozkládá. To se děje kvůli pohlcování energie dovnitř tělesa. Vytrácení energie během cyklu pohybu tohoto pevného nebo strukturálního tlumení je úměrné druhé mocnině amplitudy vibrací.

Zatímco je známo několik druhů tlumení, je matematicky jednodušší a dostatečně přesné, aby bylo bráno tlumení jako viskózní.



Obr. 5 Sestava pružina-závaží-tlumič [3].

Pohybová rovnice pro volné vibrace jednoho stupně volnosti sestavy pružina-závaží-tlumič (viz Obr. 5) může být psána jako:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.17)$$

Opět za předpokladu harmonického řešení $x = X e^{st}$, dostaneme charakteristickou rovnici:

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (2.18)$$

což může být přepsáno jako:

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m} = 0 \quad (2.19)$$

Toto je kvadratická rovnice (s^2) a má dva kořeny:

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (2.20)$$

Vibrační chování sestavy pružina-závaží-tlumič závisí na výrazu pod odmocninou v rovnici 2.20. Jestli $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} < 0$, je systém podtlumený a vibrační. Pokud $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0$, je systém kriticky tlumený a pokud $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} > 0$, pak je systém přetlumený. V těchto dvou případech, k žádným vibracím nedojde. Vzhledem k tomu, že tlumení je obecně nízké u kombinací nástroj-držák pro soustruhy a frézky, budou uvažovány pouze podtlumené podmínky. Pro podtlumené systémy lze rovnici 2.20 přepsat jako:

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm i\omega_d \quad (2.21)$$

kde je na bezrozměrné tlumení zaveden poměr, $\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$, a tlumená přirozená frekvence, $\omega_d = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2}$. Za předpokladu viskózního tlumení, je vidět, že volná vibrační frekvence se snižuje. Nicméně, pro typické systémy držáků nástrojů je tlumení natolik nízké, že změna

frekvence je zanedbatelná. Použitím dvou kořenů rovnice 2.21, je kompletní řešení pro volný pohyb na jednom stupni volnosti sestavy pružina-závaží-tlumič:

$$x = X_1 e^{(-\xi\omega_n + i\omega_d)t} + X_2 e^{(-\xi\omega_n - i\omega_d)t} = e^{-\xi\omega_n t} (X_1 e^{i\omega_d t} + X_2 e^{-i\omega_d t}) \quad (2.22)$$

Stejně jako v případě netlumených, mohou být komplexní koeficienty určeny z počátečních podmínek. Použitím časové derivaci rovnice 2.22, nahrazením původní vzdálenosti, x_0 , a rychlosti, \dot{x}_0 , a řešení pro X_1 a X_2 poskytuje komplexní konjugovanou dvojici:

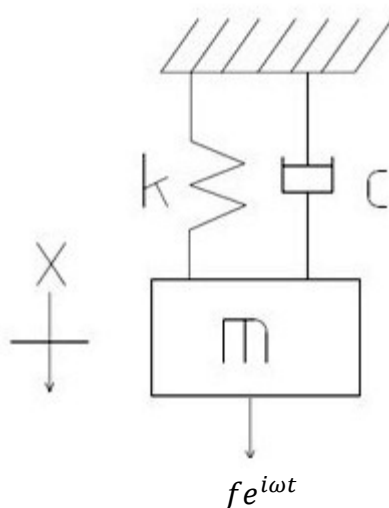
$$X_1 = \frac{x_0}{2} - i \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{2\omega_d} \text{ a } X_2 = \frac{x_0}{2} + i \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{2\omega_d} \quad (2.23)$$

Pomocí těchto koeficientů je exponenciální tvar opět rozvíjen, podobně jako rovnice 2.12 nahrazeno za reálné a imaginární části. Například $Re(X_1) = \frac{x_0}{2}$ a $Im(X_1) = -\frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{2\omega_d}$ pro koeficient X_1 . Je možno si všimnout, že tyto podmínky odpovídají rovnici 2.10 pro netlumené kmity v případě, že ξ je rovno nule.

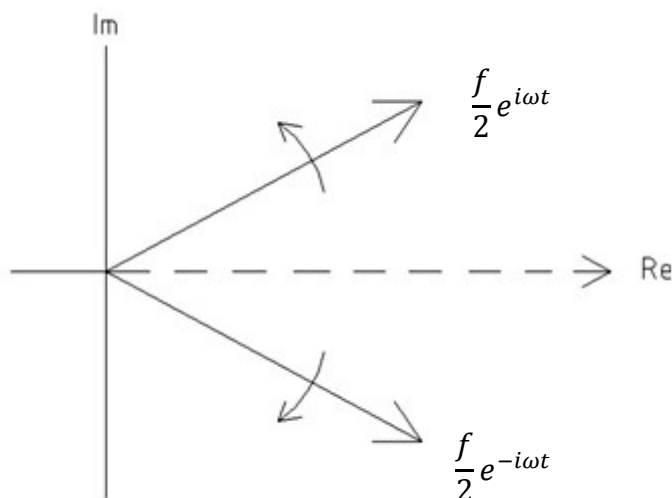
2.2 Nucené vibrace s jedním stupněm volnosti

Bude opět uvažována soustava pružina-závaží-tlumič uvedenou na Obr. 5. Avšak harmonická vnější síla je nyní aplikována na závaží. Síla je zobrazena jako $f e^{i\omega t}$ v Obr. 6, ale může být vhodněji zobrazována jako $\frac{f}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$ takže síla je vždy reálná hodnota. To je znázorněno v reálně-imaginární (nebo komplexní) rovině jako dva protiběžné vektory s amplitudou $\frac{f}{2}$ a fází $\pm\omega t$, jejichž součet je vždy skalární hodnota pohybující se od f do $-f$ s budící frekvencí ω (Obr. 7).

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f \quad (2.24)$$



Obr. 6 Jeden stupeň volnosti [3].



Obr. 7 Protiběžné vektory [3].

Předpokládá se, že vnější síla vyvolávající nucené kmitání je sinusová. Ve skutečnosti, nějaká vnější budící síla může být brána jako suma sinusových sil (viz Fourierova transformace). Takže metoda je obecná pro všechny druhy vnějších sil.

I když celkové řešení rovnice 2.24 zahrnuje jak homogenní (přechodné) a partikulární (zejména v ustáleném stavu) komponenty, které jsme již popsali jako tlumenou přechodovou odezvu v předchozí části. Budeme tedy uvažovat pouze řešení v ustáleném stavu. Protože odezva pohybu má stejnou frekvenci jako budící funkce, můžeme předpokládat řešení ve tvaru $x = X e^{i\omega t}$. Rychlost a zrychlení je pak možné zapsat jako $\dot{x} = i\omega X e^{i\omega t}$ a $\ddot{x} = -\omega^2 X e^{i\omega t}$. Dosazením do rovnice 2.24 dostaneme:

$$(-\omega^2 m + i\omega c + k) \cdot X e^{i\omega t} = f e^{i\omega t} \quad (2.25)$$

Přepsání rovnice 2.25 poskytuje komplexní hodnotu funkce frekvenční odezvy. Tento popis rovnice 2.26 bude používán spíše než přenosová funkce, protože je možno uvažovat pouze pozitivní frekvence a jednu systémovou konfiguraci (tlumení a vlastní frekvence), když je prováděno měření. Termín přenosová funkce se vztahuje k teoretické situaci, kde jsou zahrnuty všechny frekvence ($od - \infty do + \infty$) a kombinace $\xi \omega_n$.

$$\frac{X}{F} = \frac{1}{-\omega^2 m + i\omega c + k} \quad (2.26)$$

Existují dva základní způsoby, jak reprezentovat komplexní funkci zobrazenou v rovnici 2.26. První je rozdělit funkci na složky - výchylka a fáze, druhý je vyjádřit funkci pomocí její reálné a imaginární části. Amplituda a fáze jsou psány jako:

$$\left| \frac{X}{F} \right| = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{1}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (2.27)$$

a

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}\left(\frac{X}{F}\right)}{\text{Re}\left(\frac{X}{F}\right)} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{-2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right). \quad (2.28)$$

Vzhledem k tomu, že rovnice 2.27 a 2.28 jsou poněkud těžkopádné, je běžné nahradit poměr frekvencí $\frac{\omega}{\omega_n}$ další proměnnou, jako je r . Reálné a imaginární části funkce frekvenční odezvy, nebo FRF, jsou uvedeny v rovnici 2.29 a 2.30.

$$Re\left(\frac{X}{F}\right) = \frac{1}{k} \left(\frac{1-r^2}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2} \right) \quad (2.29)$$

$$Im\left(\frac{X}{F}\right) = \frac{1}{k} \left(\frac{-2\xi r}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2} \right) \quad (2.30)$$

"Reálná" a "Imaginární" nejsou výrazy, které znamenají "existuje" nebo "neexistuje". Jsou to matematické výrazy týkající se postupu řešení. Můžeme považovat vstupní sílu za sinusoidu (sinus nebo cosinus). Výsledný posun je proto také sinusový se stejnou frekvencí. Jestliže vstupní síla je kosinus, pak "reálná část" výsledného pohybu je část, která je také kosinová. Kombinace kosinové a sinusové části pohybu popisuje dohromady velikost (amplitudu) výsledného pohybu a fázový posun vzhledem k síle.

Příklad: FRF pro systém jednoho stupně volnosti Podívejme se na jeden stupeň volnosti soustavy pružina-závaží-tlumič se závažím o hmotnosti 1 kg, s tuhostí pružiny 1×10^6 N/m, a viskózní tlumící koeficient je 200 N-s/m. Aby bylo možné použít rovnice 2.27 – 2.30, musíme počítat s (netlumenou) přirozenou frekvencí a tlumícím poměrem.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 10^6}{1}} = 1000 \text{ rad/s}$$

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}} = \frac{200}{2\sqrt{1 \cdot 10^6 \cdot 1}} = 0,1$$

Přestože většinou se v literatuře používají logaritmické souřadnice pro osu výchylky, zde budou používány lineární konvenci pro grafy. Nulová hodnota frekvence jak pro reálnou část, tak pro rozsah je $\frac{1}{k} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m/N}$. To představuje skutečnou hodnotu statického vychýlení pružiny (od její rovnovážné polohy) jednotkovou silou. Výchylka rezonance ($r = 1$ nebo $\omega = \omega_n$) je výrazně větší než deformace. Tato výchylka je $\frac{1}{2k\xi} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m/N}$.

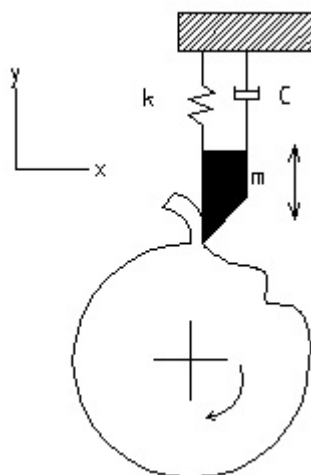
Logaritmické měřítko se často používá k zobrazení informací pokrývajících široké spektrum v jednom grafu. Hladiny akustického tlaku v akustice se mění v průběhu velkého rozsahu od šeptu po hluk tryskových motorů, například. Matematika akustiky a mechanických vibrací je podobná a z tohoto důvodu mnoho učebnic používá logaritmickou stupnici z akustiky k zobrazení podobných pojmů mechanických vibrací. V našem případě, jsme se zaměřili na mechanické vibrace, rozsah signálů není tak velký a lineární stupnice je intuitivnější pro většinu lidí.

3 SAMOBUZENÉ KMITÁNÍ PŘI OBRÁBĚNÍ

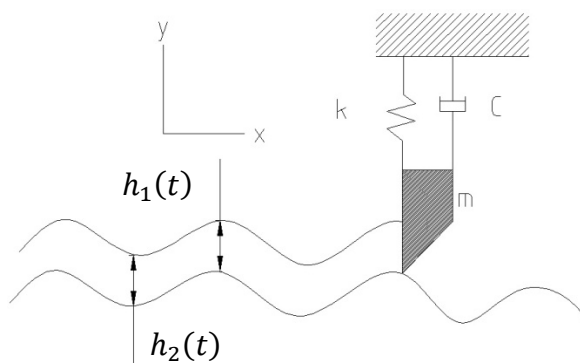
Samobuzeného kmitání se objevuje jak při operacích hrubovacích, tak i při obrábění na čisto. V rámci procesu přesného obrábění, má efektivní potlačení vibračí velký význam pro přesnost, kvalitu povrchu a životnost nástroje [10]. Vibrace vznikají tak, že se navzájem ovlivňuje řezný proces a obráběcí stroj. Vibrace jsou způsobeny formováním statické složky řezné síly. Formování této složky síly je způsobeno proměnlivým průřezem, resp. proměnlivou tloušťkou třísky viz Obr. 10. Změna tloušťky třísky se řídí změnou relativní polohy nástroje a obrobku. Toto se děje v důsledku kmitání celého systému stroj-nástroj-obrobek. Řezný proces je proto zdrojem vnitřního buzení systému. Samobuzené kmity vznikají pouze za dodržení podmínky existence formované řezné síly, tzn. existence proměnlivé tloušťky třísky. Tato proměnlivá tloušťka třísky vzniká náhle při překročení určité mezní hodnoty. Mezní hodnotou je limitní šířka třísky b , resp. mezní axiální hloubka třísky a_p . Existují dva základní principy vzniku samobuzeného kmitání při obrábění [4].

3.1 Regenerativní princip

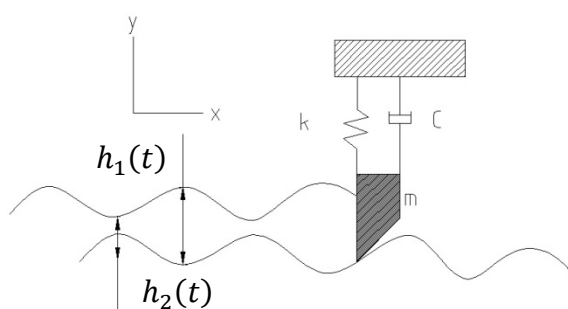
Samobuzené kmity při soustružení vznikají podle regenerativního principu, viz Obr. 8 tak, že kmitající břit soustružnického nože obrábí zvlněný povrch obrobku, vyrobený v předchozí otáčce. Zvlnění na povrchu obrobku mění hloubku řezu, resp. průřez třísky a tím formuje řeznou sílu (viz Obr 10), která iniciuje vznik vibračí v celém systému. Zvlněný povrch se regeneruje při každé otáčce včetně soustruhu [1]. Mezi vlnami obrobku a vibracemi nástroje existuje určitý fázový posun, který je dle regenerativního principu pro vznik samobuzeného kmitání rozhodující. V případě, že by byl např. tento fázový posun nulový, bude průřez třísky konstantní, řezná síla nebude formována a samobuzené vibrace se neobjeví, viz Obr 9.



Obr. 8 Regenerativní princip vzniku vibračí.



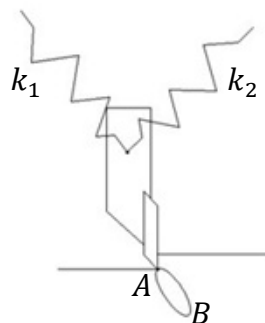
Obr. 9 Konstantní tloušťka třísky [3].



Obr. 10 Proměnlivá tloušťka třísky [3].

3.2 Princip polohové vazby

Pro vznik samobuzených vibrací podle principu polohové vazby je nutná existence dvou dominantních tvarů kmitů mezi nástrojem a obrobkem. Tyto tvary kmitů musí být navzájem kolmé a mít různé vlastní frekvence. Periodická řezná síla pak systém rozvibruje současně v obou směrech tvarů stejnou frekvencí a konstantní vzájemnou fází tak, že břit se pohybuje po dráze ve tvaru elipsy, viz Obr. 11. Při pohybu po eliptické dráze ve směru hodinových ručiček, tzn. z bodu A do bodu B řezná síla působí proti směru pohybu a odebírá tak energii ze systému. V opačném směru řezná síla energii do systému dodává, protože při pohybu z bodu B do bodu A je obrábění prováděno ve větší hloubce, takže je větší a řezná síla. V tomto případě dojde k postupnému nárůstu amplitudy kmitů a řezný proces se stane nestabilním, vlivem toho, že se dodaná energie nestačí spotřebovat tlumením. Tímto způsobem může dojít ke vzniku samobuzených vibrací i při obrábění hladkého, nezvlněného povrchu (např. při prvním řezu nebo při obrábění závitů). Podle principu polohové vazby je pro vznik vibrací rozhodující vzájemná směrová orientace řezné síly a kmitavého systému stroje [2].



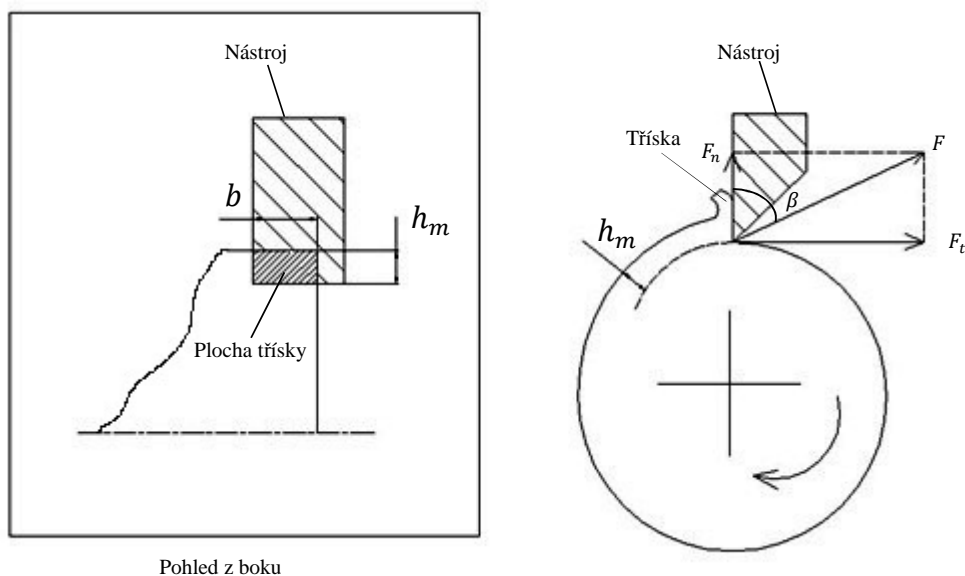
Obr. 11 Princip polohové vazby.

4 REGENERATIVNÍ KMITÁNÍ

Jak už bylo popsáno dříve, samobuzené kmitání může vznikat dle dvou základních principů (regenerativní princip a princip polohové vazby). Vibrace jsou následně přeneseny na obrobený povrch a způsobují proměnlivou tloušťku třísky. Takto se obráběcí proces stane nestabilním [6]. Vibrace dále mohou způsobovat špatný (narušený) povrch součásti poškození řezného nástroje a mohou produkovat otravný neakceptovatelný hluk [9].

4.1 Popis soustružení

Soustružnické operace jsou většinou prováděny na soustruhu, kde obrobek rotuje ve vřetenu a nástroj upevněný ve dvouosém pojezdu (suportu) dává požadovaný tvar osově symetrické části. Konečný tvar může zahrnovat vnitřní a vnější prvky. Soustruh může být manuální, kde pracovník ovládá polohu suportů během odebrání materiálu, nebo ovládaný počítačem (CNC). V tomto případě je použito automatické ovládání suportů za pomoci příkazů sledujících část programu. Program je založen na požadovaných rozměrech obrobku a je většinou vyvinut za použití CAD/CAM softwaru (počítačem podporované konstruování/počítačem podporované obrábění). Během soustružení je ostrá řezná hrana použita k odebrání materiálu ve formě třísky. Mnoho studií bylo provedeno za účelem lepšího porozumění tvorby třísky. Např. Analýza tvorby třísky pomocí digitální vysokorychlostní kamery [5]. Tato práce se zaměřuje spíše na výslednou řeznou sílu a související vibrace nástroje. Považujme nástroj a obrobek za tuhé. Obr. 12 zobrazuje „ortogonální řezání“, kde jsou uvažovány pouze normálová (F_n) a tangenciální (F_t) složky řezné síly. Obecně zahrnuje řezná síla ještě třetí složku, ale ortogonální úprava je dostačující k popisu procesních dynamik. Obrázek také identifikuje hlavní tloušťku třísky (h_m), úhel (β) mezi F a F_n . Boční pohled na tuto operaci zobrazuje šířku třísky (b). Tloušťka a šířka třísky dohromady definují odebranou plochu materiálu ($A = b \cdot h_m$).



Obr. 12 Ortogonální řezání [3].

Řezná síla je aproximována jako součin této plochy třísky a empirického koeficientu. Tento koeficient závislý na procesu se označuje K_s a závisí na materiálu obrobku, geometrii nástroje a menší měrou také na řezné rychlosti a tloušťce třísky.

$$F = K_s \cdot A = K_s \cdot b \cdot h_m \quad (4.1)$$

Normálová a tangenciální složka síly (F_n a F_t) mohou být vyjádřeny použitím síly F a úhlu β :

$$F_n = \cos(\beta) \cdot F = \cos(\beta) \cdot K_s \cdot b \cdot h_m = k_n \cdot b \cdot h_m \quad (4.2)$$

$$F_t = \sin(\beta) \cdot F = \sin(\beta) \cdot K_s \cdot b \cdot h_m = k_t \cdot b \cdot h_m \quad (4.3)$$

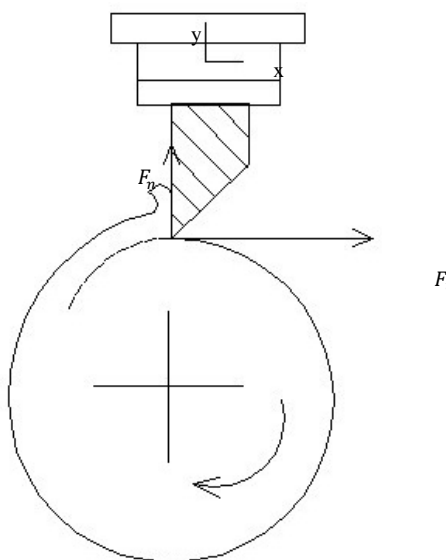
Kde jsou definovány koeficienty řezné síly (k_n a k_t), které zahrnují K_s i β . Ačkoli i nadále usilujeme o výpočet těchto koeficientů na základě elastických a plastických vlastností materiálu, společný přístup používá k charakterizaci těchto procesů závislé hodnoty. Jde předepsat známé řezné podmínky a měřit složky síly přímo. Pokud je nástroj připevněn k dynamometru, jako je zobrazeno na Obr. 13 a hodnoty b a h_m jsou známé, potom mohou být měřené složky síly použity ke stanovení koeficientů a přepsání rovnic:

$$k_n = \frac{F_n}{b \cdot h_m} \quad (4.4)$$

a

$$k_t = \frac{F_t}{b \cdot h_m} \quad (4.5)$$

Typické jednotky pro k_n , k_t a K_s jsou N/mm^2 .



Obr. 13 Měření síly v průběhu soustružení pomocí dynamometru [3].

V Tab. 4.1 jsou uvedeny hodnoty měrných řezných odporů pro konkrétní materiály.

Tab. 4.1 Hodnoty řezných odporů pro vybrané materiály [3].

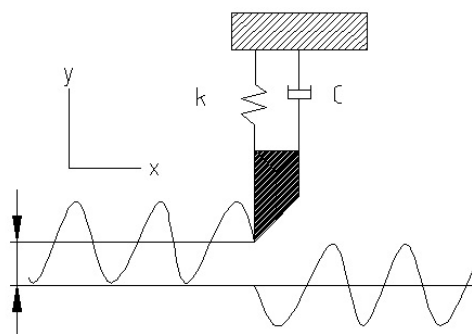
Materiál	K_s (N/mm ²)
Šedá litina	1500
Uhlíková ocel AISI 1020 (ČSN 12 024)	2100
Uhlíková ocel AISI 1035 (ČSN 12 040)	2300
Uhlíková ocel AISI 1045 (ČSN 12 050)	2600
Nerezová austenitická ocel AISI 302	2700
Legovaná ocel AISI 4140 (ČSN 15 142)	2800

4.2 Regenerativní kmitání při soustružení

Když je odstraněn předpoklad tuhého nástroje, je zřejmé, že řezná síla bude způsobovat výchylky řezného nástroje. Protože nástroj má tuhost a hmotnost, může vibrovat. Pokud nástroj vibruje při odebrání materiálu, jsou tyto vibrace přeneseny na povrch obrobku a vytvoří zvlněný povrch. Obr. 8 zobrazuje přehnaný pohled, kde počáteční náraz do povrchu obrobku způsobuje, že nástroj začne vibrovat a kmity ve směru normály se zkopírují na obrobek. Když obrobek začne svoji druhou otočku, vibrující nástroj naráží na zvlněný povrch, vytvořený během první otočky. Proto tloušťka třísky v každém okamžiku závisí jak na okamžité výchylce nástroje, tak na povrchu obrobku z předchozí otočky. Vibrování nástroje proto vede k proměnné tloušťce třísky, která (podle rovnice 4.1), dává proměnnou řeznou sílu, poněvadž řezná síla je přímo úměrná tloušťce třísky. Řezná síla upravuje aktuální výchylku nástroje a následně i zpětnou vazbu systému. Jinými slovy, aktuální chování je závislé na předchozím chování – systém má „paměť“.

Z hlediska modelování se tahle „regenerace vlnitosti“ objeví jako časové zpoždění, v rovnici tloušťky třísky. Obr. 14 zobrazuje rozbalený (rozvinutý) pohled na soustružnickou operaci, kde povrch vlevo byl vyroben v předchozí otáčce a povrch napravo byl právě obrobek vibrujícím nástrojem. Je možno zvážit pouze vibrace ve směru normály, y (kladný směr řezu), které mají nejvíce přímý vliv na tloušťku třísky. Časově závislá okamžitá tloušťka třísky, $h(t)$, je určena rovnicí 4.6.

$$h(t) = h_m + y(t - \tau) - y(t) \quad (4.6)$$



Obr. 14 Rozvinutý pohled na soustružnickou operaci [3].

Rozdíl fáze mezi zvlněným povrchem z jedné a druhé otáčky určuje stupeň odchytky síly, a zdali je operace stabilní nebo nestabilní (nastane kmitání). Jak už bylo zmíněno dříve, Obr. 9 a Obr. 10 zobrazují dvě možnosti. Na Obr. 9 jsou povrchy mezi dvěma otáčkami ve fázi. Proto, když jsou vibrace přítomny během odběru materiálu, změna tloušťky třísky je zanedbatelná a není zde citelná změna síly. To umožňuje stabilní řezání s velkou šířkou třísky. Obr. 10 zobrazuje nepříznivý vztah fází, kde je významná proměnlivost tloušťky třísky. To vede k nestabilnímu řezání při menších šířkách třísky než v předchozím případě díky proměnlivosti síly a následným výchylkám nástroje.

4.3 Diagramy stability (lobové diagramy)

V závislosti na zpětné vazbě systému, nebo šířce třísky b a rychlosti vřetena n , bude soustružnická operace buď stabilní, nebo se projeví kmitání (nestabilní soustružení), které způsobuje velké vibrace a síly, a vede ke špatnému povrchu a potenciálně k poškození nástroje/obrobku [8]. Mezní křivky stability jsou závislostí mezní šířky třísky na otáčkách vřetene. Při stabilním obrábění vibrace klesají z otáčky na otáčku. Při nestabilním obrábění vibrace rostou z otáčky na otáčku do určitého omezení. Překvapivě se mohou vibrace dosti zvětšit, když nástroj vyskočí ven z řezu a ztratí kontakt s obrobkem. Vibrace při nestabilním obrábění mohou být alespoň tak velké jako tloušťka třísky a není překvapující, že tyto velké vibrace mohou končit poškozením stroje, nástroje a obrobku. Vůdčí vztah pro toto chování je zobrazen v rovnicích 4.7 až 4.9.

$$b_{lim} = \frac{-1}{2K_1 \cos(\beta) \operatorname{Re}[FRF]} \quad (4.7)$$

$$\frac{f_c}{n} = N + \frac{\varepsilon}{2\pi} \quad (4.8)$$

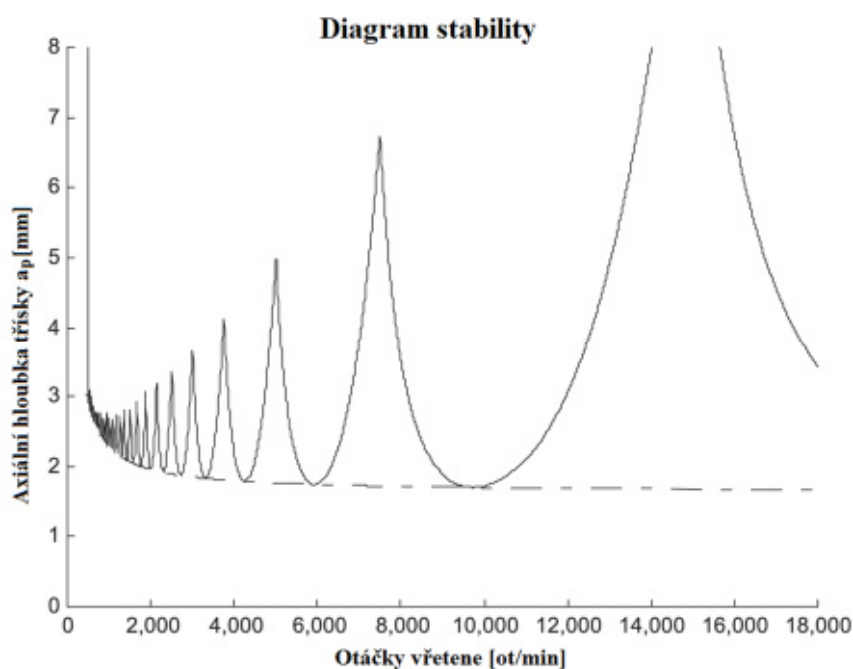
$$\varepsilon = 2\pi - 2 \tan^{-1} \left(\frac{\operatorname{Re}[FRF]}{\operatorname{Im}[FRF]} \right) \quad (4.9)$$

V těchto rovnicích je b_{lim} limitní šířka třísky kdy se ještě vyhneme kmitání. f_c je frekvence kmitání (pokud k němu dojde). N je celé číslo, je to počet vln otištěných na povrch obrobku za jednu otáčku a $\frac{\varepsilon}{2\pi}$ je jakákoli další frakce vlny, kde ε je fáze (v radiánech) mezi aktuální a předchozí vibrační nástroje [7]. Obr. 15 zobrazuje příklad lobového diagramu (diagramu stability).

Rovnice 4.6 zobrazuje, jak okamžitá tloušťka třísky závisí na přikázané tloušťce třísky, na vibracích v normálovém směru z předchozí otáčky a na okamžitých vibracích v normálovém směru. Pokud je $h(t)$ nahrazeno za h_m ve vyjádření normálové síly v rovnici 4.2, potom:

$$F_n = k_n b h(t) = k_n b (h_m + y(t - \tau) - y(t)) \quad (4.10)$$

Tato silová rovnice má obě části, jak část konstantní - $k_n b h_m$, tak i proměnnou část - $k_n b (y(t - \tau) - y(t))$. Konstantní část nemá vliv na stabilitu lineárního systému. Proto je vhodné se zabývat pouze chováním proměnné části [3].



Obr. 15 Diagram stability (lobový diagram).

Ke zkoumání hodnoty b jako funkce k_n a vibrační nástroje se uvažuje jednotková hodnota proměnlivé síly, nebo $1 = k_n b (y(t - \tau) - y(t))$ z rovnice 4.10. Tato rovnice může být řešena pro b :

$$b = \frac{1}{k_n (y(t - \tau) - y(t))} \quad (4.11)$$

S ohledem na přizpůsobování vibrací z jedné otáčky k následující mohou v rovnici 4.11 nastat následující stavy:

- $y(t) > y(t - \tau)$, potom vibrace rostou z otáčky na otáčku a nastane nestabilní chování,
- $y(t) = y(t - \tau)$, ukazuje hladinu stability – úroveň vibrací se ani nezvyšuje, ani nesnižuje,
- $y(t) < y(t - \tau)$, potom vibrace upadají z otáčky na otáčku a je dosaženo stabilního chování.

Je také nezbytné, aby rozdíl $\vec{y}(t - \tau) - \vec{y}(t)$, který reprezentuje proměnlivou tloušťku třísky, měl reálnou hodnotu. Jinými slovy, okamžitá tloušťka třísky je skalární veličina, nemá imaginární část.

Pro mezní šířku třísky platí:

$$b_{lim} = \frac{-1}{k_n(2Re[FRF])} \quad (4.12)$$

Pro určitou frekvenci ω je dána hodnota $k_n \cdot b_{lim}$ a hodnota fázového posunutí Ψ a dle rovnice 4.13 je hodnota b_{lim} přiřazena ke konkrétním otáčkám:

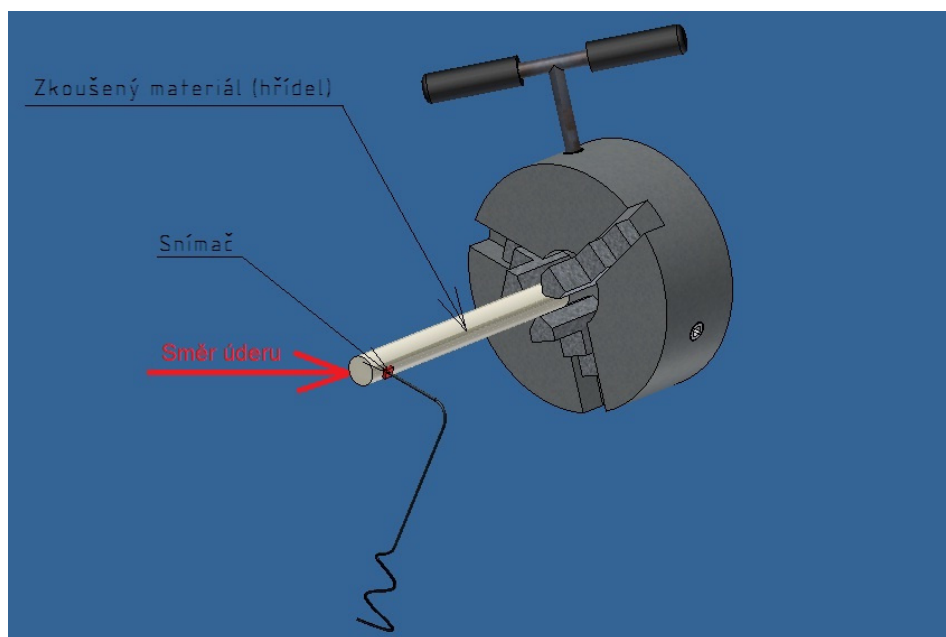
$$n = \frac{60 \cdot f}{z \left(N + \frac{\Psi}{2\pi} \right)} \quad (4.13)$$

kde, z , je počet zubů (u soustruhu $z = 1$) a N je počet vln na povrchu obrobku mezi po sobě následujícími otáčkami. ($N = \{0,1,2,3, \dots\}$). Pomocí vyhodnocení vhodně zvoleného souboru frekvencí lze pak vykreslit $N+1$ mezních křivek (lobů) pro určitý rozsah pracovních otáček. Diagram stability je tvořen obálkou těchto mezních křivek (lobů). Pomocí diagramu stability je také možná optimalizace nastavení řezných podmínek tak, aby při obrábění mohla být odebrána maximální možná šířka třísky, tzn. aby byl výrobní výkon stroje maximální. Pokud, se při obrábění objeví vibrace, lze pomocí diagramu určit, v jakém rozsahu by bylo vhodné zvýšit, případně snížit otáčky vřetene, pro odstranění vibrací. Nebo zda a o kolik je nutné snížit šířku třísky. Pro sestavení diagramu stability je zapotřebí získat amplitudo-fázové frekvenční charakteristiky tzv. příčné receptance pomocí měření na stroji s upnutým konkrétním nástrojem. Poté tyto charakteristiky vyhodnotit a sestavit diagram stability.

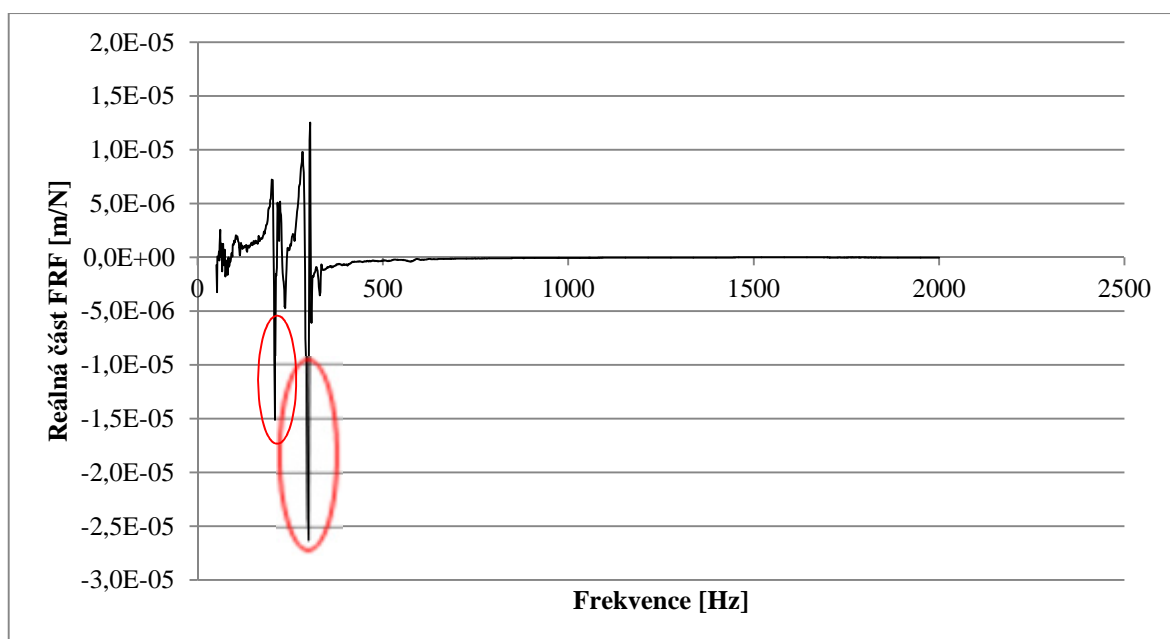
5 PRAKTICKÝ EXPERIMENT

Experiment byl proveden na VUT v Brně Fakultě strojního inženýrství. Byl proveden na konvenčním soustruhu. Nastavení experimentu je zobrazeno na Obr. 16. Při experimentu byl měřen obrobek, protože byl předpokládán tuhý nástroj a flexibilní obrobek.

Na Obr. 17 je zobrazena naměřená reálná část FRF pro osu x a jsou zde vyznačeny oblasti frekvencí, které byly použity pro výpočet a sestavení stabilitních diagramů.



Obr.16 Nastavení experimentu.



Obr.17 Naměřená reálná část FRF.

5.1 Popis experimentu

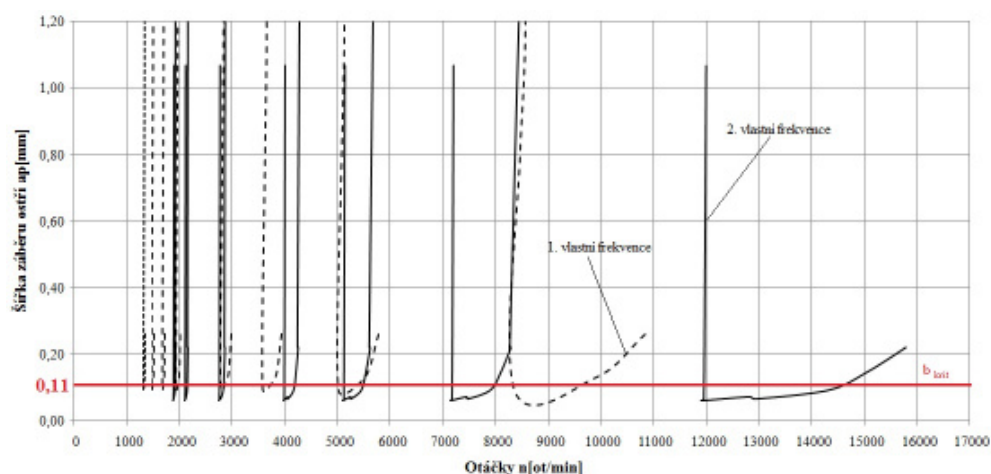
Do sklíčidla soustruhu byla upnuta zkušební součást (hřídel), na ni byl připojen snímač zrychlení. K vybuzení vibrací bylo použito modální kladivo, jehož hlavice obsahuje snímač síly. Je tedy možné měřit sílu úderu a současně pomocí akcelerometru vibrace součásti (odezvy). Z velikosti silového pulzu způsobeného modálním kladivem a odezvy měřené akcelerometrem je poté prostřednictvím software Photon+ sestavena přenosová funkce obrobku (předpokládá se dokonale tuhý nástroj a flexibilní obrobek).

5.2 Vyhodnocení experimentu

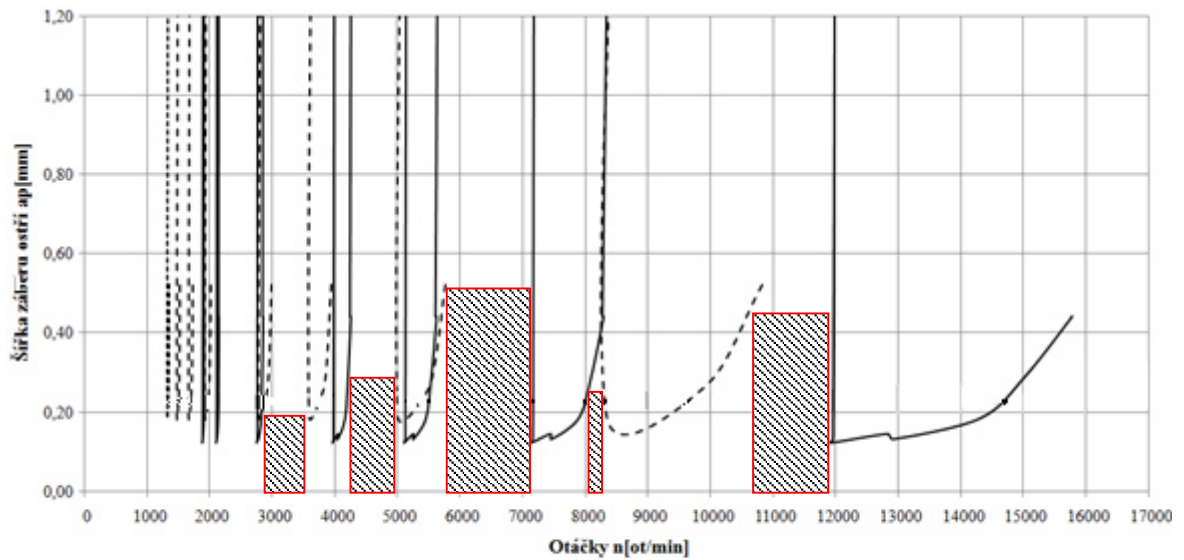
Hodnoty této přenosové funkce jsou přeneseny do softwaru MS Excel, kde jsou připraveny výše zmiňované rovnice (4.12) a (4.13). Z těchto hodnot je vypočten fázový posuv, šířka třísky a otáčky pro $N=1,2,\dots$

Z hodnot šířky třísky a otáček jsou pro jednotlivá, N , sestrojeny tzv. loby viz graf 5.1. Ve výpočtu je dále zapotřebí definovat hodnotu řezného odporu materiálu.

Graf 5.1 Lobový diagram.



Pro tento experiment jsou předpokládány vibrace pouze v jedné ose – v ose x . Diagram stability pro osu y by se vytvářel identickým způsobem, pouze by byl odlišný směrový faktor. Ten je závislý na geometrii nástroje. Vliv řezného odporu na tvar, nebo spíše pozici lobového diagramu lze pozorovat v grafu 5.2. Pro Graf 5.1 byl použit koeficient řezného odporu $k_c = 2000$. V grafu 5.2 je použit koeficient řezného odporu $k_c = 1000$.

Graf 5.2 Lobový diagram pro $k_c = 1000$.

Stabilní oblast je pod křivkami, to znamená, že při použití otáček vřetena a šířky třísky z těchto oblastí by nemělo docházet k vibracím. V grafu 5.2 jsou vyznačeny oblasti otáček, kdy je obrábění nejstabilnější.

ZÁVĚR

Tato práce byla zaměřena na vibrace při soustružení, na jednotlivé principy jejich vzniku a na možnosti, jak těmto vibracím předejít. Regenerativní kmitání je způsobeno vlivem vzájemného působení nástroje a obrobku. Při prvním najetí nože do záběru je obrobek rozkmitán a v průběhu první otáčky se na jeho povrchu se vytvoří vlny. Při druhé otáčce nůž obrábí pochvěný povrch a vlivem toho se mění tloušťka třísky kvůli rozdílné fázi kmitů.

Možností, jak předejít vibracím je několik, například zvýšení tuhosti sestavy S-N-O. V poslední době jsou často využívány diagramy stability, jejichž pomocí je možno nastavit optimální řezné parametry. Stabilitní diagram se sestaví na základě měření přenosových funkcí obrobku (popřípadě nástroje), jedná se o relativně rychlé měření, které ovšem poskytne cenné informace o optimálním nastavení stroje. Díky optimálnímu nastavení řezných parametrů nedojde ke vzniku vibrací i v otáčkových pásmech, ve kterých bychom vibrace očekávali (vyšší oblast otáček). Ke stabilizaci obrábění může vést jak snížení, tak i zvýšení otáček vřetene. Stabilitní diagramy jsou použitelné pouze pro otáčky cca nad 1000 m/min (v závislosti na geometrii nástroje/obrobku), pod touto hranicí se projevuje tzv. procesní tlumení. Tím že je řezný proces stabilní, je dosaženo lepší kvality obrobku a delší životnosti nástroje.

Sestavení Lobového diagramu je pouze úvodním krokem do problematiky vibrací a chvění. V odborné literatuře je dnes řešena problematika matematických modelů vibrací soustavy S-N-O. Tyto modely využívají vstupní parametry stejně jako výše popsaný postup pro sestavení stabilitních diagramů, pouze s nimi dále pracují.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

1. GANGULI, Abhijit. *Chatter reduction through active vibration damping*. Université Libre de Bruxelles, 2005. 120 s. Vedoucí dizertační práce Prof. Andre Preumont
2. TLUSTÝ, J. *Manufacturing processes and equipment*. New York: Prentice Hall, 1999. 928 s.
3. SCHMITZ, Tony L., SMITH, Kevin S. *Machining Dynamics: Frequency Response to Improved Productivity*. Springer, 2009. 98 s. ISBN 978-0-387-09645-2
4. FOJTŮ, Petr. *Problematika samobuzeného kmitání při obrábění*. ČVUT [online]. 2009, 15 s. [cit. 2013-05-05]. Dostupné z: <http://stc.fs.cvut.cz/History/2009/Papers/pdf/FojtuPetr-304483.pdf>.
5. KUBELA, P. *Analýza tvorby třísky pomocí digitální vysokorychlostní kamery*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 66 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Aleš Polzer, Ph.D.
6. KAMBIZ, Haji, MORADI, Hamed, VOSSOUGH, Gholamreza, MOVAHHEDY, Mohammad R. Spindle speed variation and adaptive force regulation to suppress regenerative chatter in the turning process. [online]. 2010, 10 s. [cit. 2013-05-05]. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1526612510000344>
7. ALTINTAS, Y. WECK, M. *Chatter Stability of Metal Cutting and Grinding*. The University of British Columbia, Vancouver, Canada, [online]. 24 s. [cit. 2013-05-05]. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0007850607600328>
8. OZULU, Emre; BUDAK, Erhan. *Analytical Modeling of Chatter Stability in Turning and Boring Operations: Part II: Experimental verification*. Istanbul: [s.n.], 2007. 7 s. DOI: 10.1115/1.2738119.
9. TARNG, Y.S, KAO, J.Y, LEE, E.C. *Chatter suppression in turning operations with a tuned vibration absorber*. Taiwan. [online]. 6 s. [cit. 2013-05-04]. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924013600005859>
10. YAO, Zhehe, MEI, Deqing, CHEN, Zichen. *On-line chatter detection and identification based on wavelet and support vector machine*. China. 2009.[online]. 7 s. [cit. 2013-05-03]. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924013609004063>

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Zkratka	Jednotka	Popis
FRF	[-]	Frequency Response Function
Im	[-]	Imaginární část FRF
Re	[-]	Reálná část FRF
S-N-O	[-]	Soustava: Stroj - Nástroj - Obrobek

Symbol	Jednotka	Popis
A	[-]	amplituda
F	[N]	síla
F_n	[N]	normálová složka síly
F_t	[N]	tangenciální složka síly
K_s	[-]	Měrný řezný odpor
N	[-]	Počet vln obrobku
T	[s]	perioda
X₁	[-]	komplexní koeficient
X₂	[-]	komplexní koeficient
a_p	[mm]	axiální hloubka třísky
b	[mm]	šířka třísky
b_{lim}	[mm]	limitní šířka třísky
c	[kg/s]	tlumící efekt
f	[Hz]	frekvence
f_c	[Hz]	frekvence kmitání
h_m	[mm]	hlavní tloušťka třísky
h (t)	[mm]	okamžitá tloušťka třísky
k	[N/m]	tuhost
k_n	[-]	silový koeficient
k_t	[-]	silový koeficient
m	[kg]	hmotnost

r	[-]	poměr frekvencí
s	[mm]	posuv
t	[s]	čas
x	[mm]	dráha tělesa
\dot{x}	[m/s]	rychlost tělesa
\ddot{x}	[m/s ²]	zrychlení tělesa
y	[-]	vibrace ve směru normály
y(t)	[-]	vlna po aktivním řezu
y(t - τ)	[-]	vlna po předchozím řezu
z	[-]	počet zubů
β	[°]	úhel mezi F _n a F _t
ε	[rad]	fáze
μ	[-]	kinetický koeficient smykového tření
ξ	[-]	tlumení
φ	[rad]	fázový posun
φ₀	[rad]	počáteční fáze
ω	[rad/s]	úhlová frekvence
ω_d	[rad/s]	tlumená frekvence
ω_n	[rad/s]	přirozená frekvence

