

# Metody pro analýzu kauzálních vztahů v EEG

## Methods of causal relations analysis in EEG

*Tomáš Bořil, Pavel Sovka*

*boriltom@fel.cvut.cz, sovka@fel.cvut.cz*

Fakulta elektrotechnická, ČVUT v Praze

**Abstrakt:** Analýza dynamických vztahů v mozku je významnou součástí neurofyzologie. Umožňuje vyhodnocovat nejen sílu vazeb, ale také směr jejich působení. Grangerova kauzalita a příbuzné metody založené na vícerozměrných autoregresních modelech jsou již po delší dobu používány pro analýzu směrů ovlivňování ve vícekanálových datech, nedávno byla navržena nová metoda index sklonu fáze (PSI) pracující na zcela odlišném principu. Tato práce shrnuje základní rozdíly mezi vybranými metodami a ukazuje jejich použití na modelových datech.

**Abstract:** Analysis of dynamic relations in brain is an important part of neurophysiology. It allows not only the analysis of connections but also their directions. Granger causality and related methods based on multivariate autoregressive models are used for analysis of direction of relations in multichannel data. A new method based on different idea (Phase Slope Index) has been proposed recently. This work summarize basic differences among chosen methods and shows their application and interpretation on model data.

# Metody pro analýzu kauzálních vztahů v EEG

Tomáš Bořil<sup>1</sup>, Pavel Sovka<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Fakulta elektrotechnická, ČVUT v Praze  
 Email: {boriltom, sovka}@fel.cvut.cz

**Abstrakt** – Analýza dynamických vztahů v mozku je významnou součástí neurofyziologie. Umožňuje vyhodnocovat nejen sílu vazeb, ale také směr jejich působení. Grangerova kauzalita a příbuzné metody založené na vícerozměrných autoregresních modelech jsou již po delší dobu používány pro analýzu směrů ovlivňování ve vícekanálových datech, nedávno byla navržena nová metoda index sklonu fáze (PSI) pracující na zcela odlišném principu. Tato práce shrnuje základní rozdíly mezi vybranými metodami a ukazuje jejich použití na modelových datech.

## 1 Úvod

Metody pro vyšetřování kauzálních vztahů mezi časovými řadami byly původně navrženy pro využití v ekonometrii. Jestliže predikce jedné časové řady může být vylepšena znalostí předchozích hodnot jiné časové řady, pak říkáme, že druhá řada má kauzální vliv na první. Tuto myšlenku formuloval Granger v kontextu vícerozměrných autoregresních (MVAR) modelů [9]. Pro obdržení smysluplných výsledků je nutné dodržet základní podmínky, a sice vstupní data musejí mít autoregresní charakter, vyšetřovaný segment musí být stacionární a dostatečně dlouhý a v modelu musejí být zahrnuty všechny časové řady, které mohou mít na vývoj sledované veličiny vliv, protože v opačném případě by mohly být nalezeny vztahy mezi veličinami, které jsou ve skutečnosti řízeny jinou, v modelu neuvažovanou proměnnou.

Zatímco dodržení těchto požadavků může být v ekonometrii obtížné, zcela nová oblast použití Grangerovy kauzalit se otevírá koncem 20. století v neurofyziologii. Funkční magnetická rezonance (fMR), elektroencefalografie (EEG) a magnetoencefalografie (MEG) přinášejí data, která velmi dobře splňují předpoklady pro analýzu kauzálních vazeb, a společně s rozvojem výpočetní techniky je možné analyzovat rozsáhlá data záznamů mozkové aktivity, např. [13, 6].

Později byly navrženy další metody, které jsou postaveny buď na podobné myšlence jako Grangerova kauzalita a rozšiřují její možnosti například o spektrální interpretaci síly vazby, nebo využívají zcela jiný přístup a dosahují v některých případech dat zatížených šumem lepších výsledků. Tato práce se zaměřuje na porovnání metod podmíněná Grangerova kauzalita (Conditional Granger Causality – CGC), přímá diskretní přenosová funkce (direct Discrete

Transfer Function – dDTF), generalizovaná částečná směrová koherence (Generalized Partial Directed Coherence – GPDC) a index sklonu fáze (Phase Slope Index – PSI) a ukazuje jejich použití a interpretaci výsledků na modelovém případě.

## 2 Míry kauzality

Zaměříme se na základní definice v současnosti nejpoužívanějších metod a shrňme nejdůležitější vlastnosti, publikované v odborné literatuře. Podmíněná Grangerova kauzalita CGC vznikla jako rozšíření párové Grangerovy kauzalit (GC) [9] za účelem rozlišení přímých a nepřímých vazeb, kdy tok informace mezi dvěma proměnnými je kompletně zprostředkován třetí proměnnou. Často je však užitečné sledovat vazby ve frekvenční oblasti pro analýzu toho, jaké rytmy se na přenosu informace podílejí. Přímá transformace myšlenky Grangerovy kauzalit o redukci výkonu chyby predikce do frekvenční oblasti je velmi komplikovaná pro tři a více proměnných a naráží na problémy [7]. Z toho důvodu byla zavedena Directed Transfer Function (DTF) [11], která operuje přímo s koeficienty přenosové funkce MVAR modelu. Protože špatně rozlišuje nepřímé vazby, byla navržena metoda Partial Directed Coherence (PDC) [2], následně byla uvedena dDTF [12] jako rozšíření DTF také řešící problém nepřímých vazeb, PDC pak byla vylepšena ve formě GPDC [3]. Všechny výše uvedené metody pracují s reprezentací signálů pomocí MVAR modelů. Oproti tomu nový PSI [16, 15] pracuje s průměrným sklonem fázového spektra vzájemné koherence páru proměnných, takže z principu nedokáže rozoznat přímé a nepřímé vazby, chybně detekuje obousměrné vazby v případě zpětnovazebních situací, přesto však stojí za důkladné zvážení, neboť v případě rušení dat s jednostrannou vazbou barevným šumem dosahuje výrazně vyšší spolehlivosti detekce než výše zmíněné metody.

### 2.1 CGC

V [8] je uveden stručný souhrn teorie párové Grangerovy kauzalit a jsou vysvětleny problémy spojené s její definicí. Rovněž je ukázáno řešení v podobě podmíněné Grangerovy kauzalit, kdy jsou do MVAR modelu zahrnuty všechny známé proměnné, tudíž nedochází k rozpoznání falešných nepřímých vazeb, kdy např. v případě buzení  $y \rightarrow z \rightarrow x$  párová Grangerova kauzalita detekuje i nepřímou vazbu  $y \rightarrow x$ . Uvažujme tři stacionární stochastické autoregresní

procesy  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  a  $\mathbf{z}$ . Pro vyšetření kauzálního vlivu  $\mathbf{z}$   $\mathbf{y}$  do  $\mathbf{x}$  nejdříve vyjádříme  $\mathbf{x}$  jako MVAR model  $\mathbf{x}$  a  $\mathbf{z}$ :

$$x(t) = \sum_{j=1}^p \alpha_{1j} x(t-j) + \sum_{j=1}^p m \beta_{1j} z(t-j) + \varepsilon_{xz}(t), \quad (1)$$

$$\text{var}(\varepsilon_{xz}) = \Sigma_{xz},$$

kde  $p$  je řád modelu,  $t$  značí index vzorku signálu v diskretním čase,  $\varepsilon_{xz}$  je chyba predikce, přičemž model hledá nastavení svých koeficientů tak, aby rozptyl (nebo výkon) chyby predikce  $\Sigma_{xz}$  byl minimální,  $\varepsilon_{xz}$  je pak bílý šum. Poté vyjádříme  $\mathbf{x}$  jako MVAR model  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  a  $\mathbf{z}$ :

$$x(t) = \sum_{j=1}^p a_{1j} x(t-j) + \sum_{j=1}^p b_{1j} y(t-j) + \sum_{j=1}^p c_{1j} z(t-j) + \varepsilon_{xyz}(t), \quad \text{var}(\varepsilon_{xyz}) = \Sigma_{xyz}, \quad (2)$$

kde chyba predikce  $\varepsilon_{xyz}$  je bílý šum. Grangerova kauzalita  $\mathbf{z}$   $\mathbf{y}$  do  $\mathbf{x}$  za podmínky  $\mathbf{z}$  (Conditional Granger Causality – CGC) je:

$$F_{\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x} | \mathbf{z}} = \ln \frac{\Sigma_{xz}}{\Sigma_{xyz}}. \quad (3)$$

Pokud se tedy zahrnutím předchozích vzorků  $\mathbf{y}$  do MVAR modelu sníží rozptyl chyby predikce  $\mathbf{x}$ , pak  $F_{\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x} | \mathbf{z}} > 0$  a říkáme, že  $\mathbf{y}$  má kauzální vliv na  $\mathbf{x}$  v Grangerově smyslu. Když je kauzální vliv  $\mathbf{z}$   $\mathbf{y}$  do  $\mathbf{x}$  úplně zprostředkovan  $\mathbf{z}$ ,  $b_{1j}$  jsou nulové a  $\Sigma_{xyz} = \Sigma_{xz}$ ,  $F_{\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x} | \mathbf{z}} = 0$ .

Pro výpočet odhadu koeficientů MVAR modelu v případě reálných dat je buď možné řešit Yuleovy-Walkerovy rovnice obdržené jako výsledek minimalizace rozptylu chyby predikce, nebo je možné využít alternativní a robustnější postupy, jako je Levinsonův-Wigginsonův-Robinsonův (LWR) algoritmus postavený na myšlence maximální entropie, implementovaný například v BioSig toolboxu pro Octave a Matlab <sup>1</sup>. Detailním porovnáním MVAR estimátorů se zabývá [19]. Odhad řádu modelu je možné provést pomocí Akaike Information Criterion (AIC) nebo použít metodu publikovanou v [4].

## 2.2 dDTF

Mějme proces sestávající z  $k$  proměnných (odpovídajících jednotlivým kanálům záznamu EEG)

$$\mathbf{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), \dots, X_k(t)), \quad (4)$$

kde  $t$  značí index vzorku signálu v diskretním čase. Ten můžeme vyjádřit jako MVAR model řádu  $p$

$$\sum_{j=0}^p \mathbf{A}(j) \mathbf{X}(t-j) = \mathbf{E}(t), \quad (5)$$

kde  $\mathbf{A}(j)$  je matice koeficientů modelu o rozměru  $k \times k$  vážující příspěvek předchozích vzorků signálu zpožděných

<sup>1</sup>BioSig toolbox pro Octave a Matlab dostupný na <http://biosig.sourceforge.net/>

o  $j$  vzhledem k aktuální hodnotě, přičemž  $\mathbf{A}(0) = \mathbf{I}$  je jednotková matice,  $\mathbf{E}(t)$  je vektor  $k$  hodnot chyby predikce, nebo-li nekorelovaných hodnot bílého šumu s nulovou střední hodnotou, vzniklý jako rozdíl mezi skutečnou hodnotou aktuálních vzorků a hodnotami predikovanými na základě lineární kombinace  $p$  předchozích vzorků dané koeficienty modelu  $\mathbf{A}(j)$ . Odhad koeficientů MVAR modelu pro reálná data probíhá na základě podmínky minimálního rozptylu chyby predikce, popsané výše v sekci o CGC. Po transformování modelu do frekvenční oblasti s frekvencí  $f$  obdržíme  $\mathbf{A}(f) \mathbf{X}(f) = \mathbf{E}(f)$ , což je možné přepsat jako

$$\mathbf{X}(f) = \mathbf{A}^{-1}(f) \mathbf{E}(f) = \mathbf{H}(f) \mathbf{E}(f), \quad (6)$$

kde  $\mathbf{H}(f)$  je přenosová funkce systému. Zavedeme-li výkonové spektrum

$$\mathbf{S}(f) = \mathbf{H}(f) \mathbf{V} \mathbf{H}^*(f), \quad (7)$$

kde  $*$  značí transpozici komplexně sdružených hodnot a  $\mathbf{V}$  je rozptyl šumu  $\mathbf{E}(f)$ , můžeme definovat částečnou koherenci

$$\chi_{ij}^2(f) = \frac{M_{ij}^2(f)}{M_{jj}(f) M_{ii}(f)}, \quad (8)$$

kde  $M_{ij}(f)$  je subdeterminant vzniklý vypuštěním  $i$ -té řady a  $j$ -tého sloupce spektrální matice  $\mathbf{S}$ . Protože původní DTF [11]

$$\gamma_{ij}^2(f) = \frac{|H_{ij}(f)|^2}{\sum_{m=1}^k |H_{im}(f)|^2} \quad (9)$$

detekovala i nepřímé vazby mezi procesy, autoři [12] zavedli pomocí full frequency DTF (ffDTF)

$$\eta_{ij}^2(f) = \frac{|H_{ij}(f)|^2}{\sum_f \sum_{m=1}^k |H_{im}(f)|^2} \quad (10)$$

tzv. přímou diskretní přenosovou funkcí (directed Discrete Transfer Function – dDTF)

$$\delta_{ij}(f) = \chi_{ij}(f) \eta_{ij}(f), \quad (11)$$

tedy kombinaci informace z částečné koherence s informací o směru ovlivnění, což vede k spolehlivému odlišení přímých a nepřímých vazeb. dDTF je implementována ve výše zmíněném BioSig toolboxu.

## 2.3 GPDC

Generalizovaná částečná směrová koherence (Generalized Partial Directed Coherence – GPDC) je definována v [3] jako

$$\text{GPDC}_{ij}(f) = \frac{\frac{1}{\sigma_i} |A_{ij}(f)|}{\sqrt{\sum_{m=1}^k \frac{1}{\sigma_m^2} |A_{mj}(f)|^2}}, \quad (12)$$

kde  $\sigma_i^2$  značí rozptyl šumu  $E_i(t)$ , a je též implementována v BioSig toolboxu.

Kvadrát modulu hodnoty GPDC z časové řady  $j$  do  $i$  může být intuitivně chápán jako poměr výkonového spektra  $j$ -té časové řady, který je poslán do  $i$ -té časové řady, bereme-li v úvahu vliv ostatních časových řad [17].

## 2.4 PSI

Index sklonu fáze (Phase Slope Index – PSI) [16] vychází ze sklonu fázové části vzájemné spektrální výkonové hustoty dvou časových řad. Je postaven na myšlence, že interakce trvají určitou dobu a jestliže rychlost šíření různých vln je podobná, rozdíl mezi fázemi zdroje a cíle s frekvencí roste, očekáváme tedy kladný sklon fázového spektra. PSI není citlivý na směsi nezávislých zdrojů, poskytuje smysluplné výsledky i v případech, kdy fázové spektrum není lineární a správně váhuje příspěvky z jednotlivých frekvencí. Tato kvantita je definována jako

$$\tilde{\psi}_{ij} = \Im \left( \sum_{f \in F} C_{ij}^*(f) C_{ij}(f + \delta f) \right), \quad (13)$$

kde  $C_{ij}(f) = S_{ij}(f) / \sqrt{S_{ii}(f) S_{jj}(f)}$  je komplexní koherence,  $S_{ij}(f) = \langle X_i(f) X_j^*(f) \rangle$  je matice vzájemné spektrální výkonové hustoty mezi dvěma časovými řadami pro kanály  $i$  a  $j$ ,  $X_i(f)$  je Fourierova transformace  $i$ -tého kanálu  $X_i(t)$ ,  $\langle \cdot \rangle$  značí střední hodnotu,  $\delta f$  je frekvenční rozlišení,  $\Im(\cdot)$  představuje imaginární část a  $F$  je množina frekvencí, přes které je sklon počítán. Je výhodné normovat  $\tilde{\psi}$  odhadem jeho standardní odchylky  $\psi = \tilde{\psi} / \text{std}(\tilde{\psi})$ . Implementace PSI v Matlabu je volně k dispozici<sup>2</sup>.

Studie [15] provádí experiment, ve kterém je generováno 1000 realizací dvoukanalových dat o 6000 vzorcích. Signály jsou konstruovány jako směs dvoukanalového MVAR modelu (viz vztah 5) řádu 10 s jednosměrnou kauzální vazbou a jinak náhodnými koeficienty s rovnoměrným rozdělením, a dále šumu konstruovaného třemi nezávislými zdroji tvořenými třemi jednorozměrnými AR signály s náhodnými parametry s rovnoměrným rozdělením, které jsou mixovány se signálem náhodnou mixážní maticí. Náhodnost koeficientů zajišťuje mimo jiné i náhodný poměr mezi výkony šumu a signálu. Úkolem je odhadnout směr interakcí mezi signály, přičemž smyslem je znevýhodnit špatné odpovědi, aby se zvýraznily případy, kdy metoda získá výsledky pouze náhodným uhádnutím. Navrženo bylo hodnocení +1 bodů za správnou odpověď, -10 bodů za špatnou odpověď a 0 bodů za odpověď typu „nevím“, kdy je vypočtená hodnota pod hranicí statistické významnosti. Pro jednu sadu vygenerovaných realizací poskytla Grangerova kauzalita 736 správných a 100 špatných odpovědí, obdržela tedy -264 bodů. Oproti tomu PSI dala 638 správných odpovědí a jen 6 špatných, celkově +578 bodů. Vyšli jsme z tohoto experimentu a pokusili jsme se zvyšovat prahovou hodnotu pásma „nevím“ v případě Grangerovy kauzality pro snížení počtu špatných odpovědí, ale to vedlo zároveň k prudkému

snížení správných odpovědí na úkor nejistých, celkové skóre se sice zlepšilo, ale i v nejlepším případě dosáhlo maximálně zhruba poloviny hodnoty dosažené PSI. Je tedy zřejmé, že pro tento typ dat se ukazuje PSI být mnohem spolehlivější metodou. Avšak, jak je ukázáno v [5], PSI z důvodu párového přístupu nedokáže rozlišit přímé a nepřímé vazby, a navíc selhává v detekci obousměrných vazeb, často přítomných v mozkové činnosti.

## 2.5 Shrnutí

V současné době není v odborné literatuře jednoznačný názor, která z metod je obecně nejvhodnější, ale např. [1] poukazuje na fakt, že dDTF ve snaze potlačit nepřímé vazby detekuje i přímé vazby slabě. Naopak [18] kritizuje způsob normalizace v případě GPDC, kde výsledné hodnoty leží v intervalu  $(0, 1)$ , hlavní myšlenkou je výpočet míry vlivu kanálu  $j$  na kanál  $i$  vzhledem k celkovému vlivu  $j$  na všechny kanály včetně sebe sama. To vede k problémům při porovnávání sil interakcí pro různé frekvence.

Pro práci s daty již omezenými na určité frekvenční pásmo je vhodná CGC, která poskytuje jeden číselný index udávající sílu vazby v daném směru. Zatímco Grangerova kauzalita a odvozené míry pracují s výkony a jejich poměry, PSI pracuje se sklonem fázového spektra. Je tedy zřejmé, že PSI ukazuje pouze směr vazby, nemůžeme pomocí něj vyhodnocovat sílu vazeb z hlediska výkonu. PSI má zajímavé vlastnosti v oblasti šumové odolnosti, avšak ostatní jeho atributy limitují využití PSI pouze na ověření výsledků jiných metod v případě jednosměrných vazeb. Aplikaci PSI na reálná data ukazuje např. studie [14], kde použili PSI k analýze vazeb v MEG datech měřených při úkolu úchopu rukou.

Článek [10] navrhuje způsob určení statistické významnosti nalezených vazeb na základě náhradních dat, která vzniknou náhodnou permutací vzorků původních dat, čímž dojde k přerušení vazeb, které v původních datech byly. Z těchto náhradních dat jsou vypočítány hodnoty vazeb. Opakuje-li se tento postup mnohokrát (např. 1000 realizací), získáváme odhad rozdělení hodnot vazeb pro nulovou hypotézu, že vazba přítomná není. Proložíme-li tento odhad logaritnicko-normálním rozdělením, můžeme na základě příslušného kvantilu najít práh hodnoty vazby pro danou hladinu významnosti, jak je ukázáno v [5].

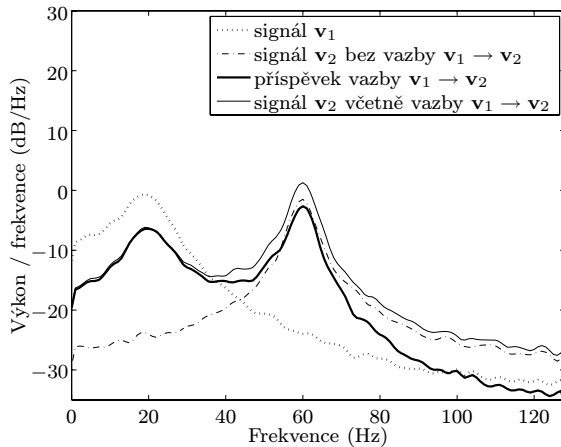
## 3 Experimenty a výsledky

Vygenerovali jsme 7680 vzorků MVAR signálu řádu 2 s dvěma proměnnými a kauzální vazbou  $\mathbf{v}_1 \rightarrow \mathbf{v}_2$ , což při uvažování vzorkovací frekvence  $f_s = 256$  Hz odpovídá 30 sekundám dvoukanalových dat:

$$\begin{aligned} v_1(t) &= 1,5907v_1(t-1) - 0,8133v_1(t-2) + \varepsilon_1(t), \\ v_2(t) &= 0,1864v_2(t-1) - 0,9042v_2(t-2) + \\ &+ 1,19v_1(t-1) - 0,5v_1(t-2) + \varepsilon_2(t), \end{aligned} \quad (14)$$

kde  $\varepsilon_1$  a  $\varepsilon_2$  jsou nekorelované gaussovské bílé šумы s nulovou střední hodnotou a jednotkovým rozptylem. Díváme-li

<sup>2</sup>Implementace PSI v Matlabu dostupná na <http://ml.cs.tu-berlin.de/causality/>



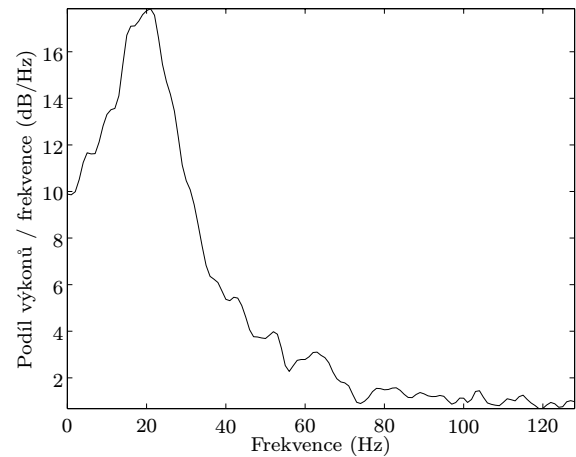
Obrázek 1: Výkonové spektrální hustoty signálů, segmentace Hannovým oknem o velikosti 128 vzorků a překryvem 50 %

se na MVAR model z frekvenčního hlediska, můžeme jeho jednotlivé koeficienty chápat jako koeficienty filtrů. První rovnice ve (14) představuje all-pole filtr typu rezonátor (pásmová propust) se středním kmitočtem 20 Hz a šířkou pásma 8 Hz, který filtruje bílý šum  $\varepsilon_1$ , na výstupu je pak výsledný signál  $\mathbf{v}_1$  (viz obr. 1: „signál  $\mathbf{v}_1$ “). Obdobně část druhé rovnice vztahu (14) představuje rezonátor se středním kmitočtem 60 Hz a šířkou pásma 4 Hz filtrující  $\varepsilon_2$  (viz obr. 1: „signál  $\mathbf{v}_2$  bez vazby  $\mathbf{v}_1 \rightarrow \mathbf{v}_2$ “). Navíc je zde však přítomna kauzální vazba, nebo-li filtr, který filtruje  $\mathbf{v}_1$  a výsledek přičítá k  $\mathbf{v}_2$ . Tato vazba je tvořena koeficienty u  $\mathbf{v}_1$ , které představují čitatele přenosové funkce vazby (FIR filtr). Nesmíme ale zapomenout ani na vliv zpětné vazby předchozích vzorků  $\mathbf{v}_2$  na aktuální vzorek  $\mathbf{v}_2$ , která tvoří jmenovatel přenosové funkce vazby. Zatímco koeficienty čitatele (FIR filtru) byly navrženy tak, aby tvořily horní propust s jednotkovým zesílením (0 dB) na 40 Hz (na rozdíl od rezonátorů mají FIR filtry při takto malém řádu velmi malou selektivitu, proto se celkový rozsah zesílení pohybuje v oblasti přibližně  $-3,2$  dB v nepropustném pásmu až  $+4,6$  dB v propustném pásmu), jmenovatel tohoto filtru se projeví zesílením na frekvencích v okolí 60 Hz (samotná vazba, nebo-li druhá rovnice (14) bez složky  $\varepsilon_2$ , viz obr. 1: „příspěvek vazby  $\mathbf{v}_1 \rightarrow \mathbf{v}_2$ “, výsledná  $\mathbf{v}_2$  včetně vazby viz obr. 1: „signál  $\mathbf{v}_2$  včetně vazby  $\mathbf{v}_1 \rightarrow \mathbf{v}_2$ “).

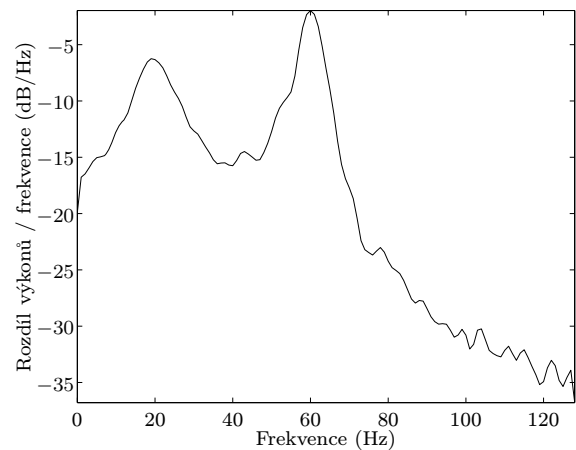
V případě analýzy reálných dat je nutné volit vyšší řády pro modelování (okolo hodnoty 15), aby FIR filtry v MVAR modelu byly schopny zachytit vazby dostatečně selektivně. Měřitelné veličiny jsou pouze výsledné  $\mathbf{v}_1$  a  $\mathbf{v}_2$ .

Na obrázku 2 je zobrazen poměr výkonových spektrálních hustot  $\mathbf{v}_2$  včetně a bez vazby z  $\mathbf{v}_1$ . Obdobně na 3 je zobrazen rozdíl těchto hodnot. Oba grafy odpovídají našemu intuitivnímu chápání frekvenčního významu vazby, kolikrát resp. o kolik se změní výkonová spektrální hustota proměnné přidáním dané vazby.

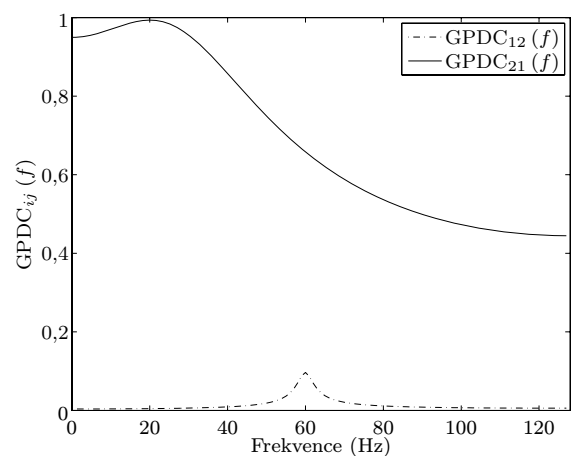
V tabulce 1 jsou zobrazeny hodnoty vazeb vypočtené



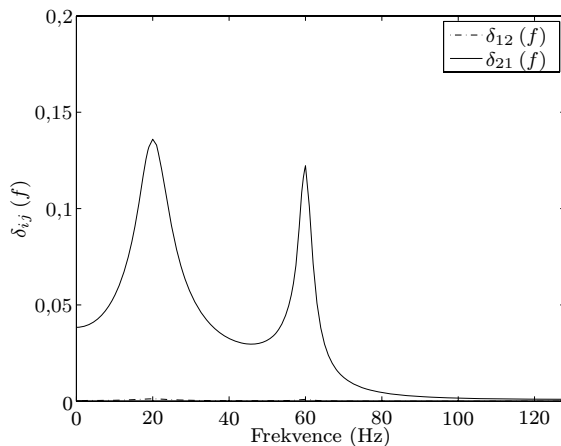
Obrázek 2: Poměr výkonových spektrálních hustot  $\mathbf{v}_2$  včetně vazby a bez vazby (4. a 2. položka z obr. 1)



Obrázek 3: Rozdíl výkonových spektrálních hustot  $\mathbf{v}_2$  včetně vazby a bez vazby (odpovídá 3. položce v obr. 1)



Obrázek 4: Zobrazení vazeb vypočtených GPDC



Obrázek 5: Zobrazení vazeb vypočtených dDTF

Tabulka 1: Vazby vypočtené CGC a PSI

Metoda	$\mathbf{v}_1 \rightarrow \mathbf{v}_2$	$\mathbf{v}_2 \rightarrow \mathbf{v}_1$
CGC	1,8462	0,0009
PSI	4,5777	-4,5777

CGC a PSI, přičemž v případě PSI byla pro výpočet odhadu vzájemné spektrální výkonové hustoty použita segmentace Hannovým oknem o velikosti 128 vzorků s 50 % překryvem. V případě CGC kladná hodnota znamená přítomnost vazby a nulová hodnota značí, že vazba není, v případě PSI jsou hodnoty pro opačný směr vždy symetrické, kladná hodnota značí vazbu v tomto směru, záporná v opačném směru. Hodnota CGC 1,8462 po odlogaritmování říká, že proměnná  $\mathbf{v}_1$  po přidání do MVAR modelu způsobí redukcí výkonu chyby predikce  $\mathbf{v}_2$  6,42 krát.

Na obrázcích 4 a 5 jsou zobrazeny vazby v závislosti na frekvenci vypočtené pomocí GPDC a dDTF. Je třeba si uvědomit, že význam indexů u GPDC a dDTF je opačný než u CGC a PSI, chceme-li tedy vyšetřit vazbu  $\mathbf{v}_1 \rightarrow \mathbf{v}_2$ , díváme se na  $GPDC_{21}$  resp.  $dDTF_{21}$ . Odlišnost nalezených vazeb mezi jednotlivými metodami je dána jiným přístupem jejich definic.

Je zřejmé, že kvadrát GPDC tvarově odpovídá poměru výkonových spektrálních hustot signálů  $\mathbf{v}_2$  s vazbou a bez vazby z  $\mathbf{v}_1$  (viz obr. 2), zatímco dDTF přibližně jejich rozdíl (viz obr. 3).

## 4 Závěr

Většina metod pro vyšetřování kauzálních vztahů vychází z MVAR modelů. Na neurofyziologická data začaly být aplikovány teprve až v nedávné době. Přístupy se různí, metody stále procházejí vývojem a není snadné odpovědět, která rozpoznává vazby nejspolehlivěji. Pro potřebu získání představy o frekvenčním rozložení síly vazeb v daném směru vyhovují nejlépe metody GPDC a dDTF, jelikož umějí rozlišit přímé a nepřímé vazby. Pokud již pracujeme

s daty omezenými na jedno kmitočtové pásmo, můžeme použít CGC, která klasifikuje sílu vazby jedním číselným indexem.

Zajímavou alternativou je nově pulikovaná metoda PSI, jejíž výpočet probíhá celý ve spektrální oblasti. Na matematických datech rušených barevným šumem v případě určování směru jednosměrných vazeb dosahuje oproti CGC vyšší spolehlivosti. Jednou nevýhodou je však párový přístup, PSI nerozlišuje přímé a nepřímé vazby, ale mnohem závažnějším nedostatkem je neschopnost detekovat obousměrné vazby, které se v mozku mohou vyskytovat velice často, jsou totiž důsledkem zpětných vazeb. Nabízí se tedy řešení kombinace PSI s ostatními metodami, kde PSI bude sloužit pro kritické zhodnocení nalezených vazeb. Vždy je však samozřejmě nutná konzultace s neurofyziologem a ověření, zda nalezené vazby odpovídají reálným předpokladům.

## Poděkování

Výzkum prezentovaný v tomto článku je podporován granty SGS10/176/OHK3/2T/13 „Mapování a analýza funkčních vazeb v mozku“, GAČR 102/08/H008 „Analýza a modelování biomedicínských a řečových signálů“ a výzkumným záměrem MŠMT MSM6840770012 „Transdisciplinární výzkum v oblasti biomedicínského inženýrství 2“.

## Literatura

- [1] Astolfi, L.; Cincotti, F.; Mattia, D.; aj.: Comparison of different cortical connectivity estimators for high-resolution EEG recordings. *Human Brain Mapping*, ročník 28, 2007: s. 143–15.
- [2] Baccalá, L. A.; Sameshima, K.: Partial directed coherence: a new concept in neural structure determination. *Biological Cybernetics*, ročník 84, 2001: s. 463–474.
- [3] Baccalá, L. A.; Sameshima, K.; Takahashi, D. Y.: Generalized Partial Directed Coherence. *Proc. of the 15th International Conference on Digital Signal Processing*, 2007: s. 163–166.
- [4] Bořil, T.: Revealing of Relations in EEG via Granger Causality. *3th International Student Conference on Electrical Engineering*, 2009: s. 1–4.
- [5] Bořil, T.; Sovka, P.: Performance study of causality measures. *Technical Computing Bratislava*, 2010: s. 1–5.
- [6] Brovelli, A.; Ding, M.; Ledberg, A.; aj.: Beta oscillations in a large-scale sensorimotor cortical network: directional influences revealed by Granger causality. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, ročník 101, č. 26, June 2004: s. 9849–9854.

- [7] Chen, Y.; Bressler, S. L.; Ding, M.: Frequency decomposition of conditional Granger causality and application to multivariate neural field potential data. *Journal of Neuroscience Methods*, ročník 150, č. 2, 2006: s. 228–237.
- [8] Ding, M.; Chen, Y.; Bressler, S. L.: Granger Causality: Basic Theory and Application to Neuroscience. In *Handbook of Time Series Analysis*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2006, s. 437–460.
- [9] Granger, C. W. J.: Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods. *Econometrica*, ročník 37, č. 3, July 1969: s. 424–38.
- [10] Kamiński, M.; Ding, M.; Truccolo, W. A.; aj.: Evaluating causal relations in neural systems: Granger causality, directed transfer function and statistical assessment of significance. *Biological cybernetics*, ročník 85, č. 2, August 2001: s. 145–157.
- [11] Kamiński, M.; Blinowska, K. J.: A new method of the description of the information flow in the brain structures. *Biol. Cybern.*, ročník 65, č. 3, 1991: s. 203–210.
- [12] Korzeniewska, A.; Manczak, M.; Kaminski, M.; aj.: Determination of information flow direction among brain structures by a modified directed transfer function (dDTF) method. *Journal of Neuroscience Methods*, ročník 125, č. 1-2, 2003: s. 195–207.
- [13] Liang, H.; Ding, M.; Nakamura, R. R.; aj.: Causal influences in primate cerebral cortex during visual pattern discrimination. *Neuroreport*, ročník 11, 2000: s. 2875–2880.
- [14] Magjarevic, R.; Sekihara, K.; Owen, J.; aj.: Estimating Directions of Information Flow between Cortical Activities Using Phase-Slope Index. In *17th International Conference on Biomagnetism Advances in Biomagnetism – Biomag2010, IFMBE Proceedings*, ročník 28, editace S. Supek; A. Sušac, Springer Berlin Heidelberg, 2010, s. 199–202.
- [15] Nolte, G.; Ziehe, A.; Krämer, N.; aj.: Comparison of Granger Causality and Phase Slope Index. In *Causality: Objectives and Assessment, JMLR Workshop and Conference Proceedings*, ročník 6, editace I. Guyon; D. Janzing; B. Schölkopf, 2010, s. 267–276.
- [16] Nolte, G.; Ziehe, A.; Nikulin, V. V.; aj.: Robustly Estimating the Flow Direction of Information in Complex Physical Systems. *Phys. Rev. Lett.*, ročník 100, č. 23, Jun 2008: s. 234101–1–4.
- [17] Sato, J. R.; Takahashi, D. Y.; Arcuri, S. M.; aj.: Frequency domain connectivity identification: An application of partial directed coherence in fMRI. *Human Brain Mapping*, ročník 30, 2009: s. 452–461.
- [18] Schelter, B.; Timmer, J.; Eichler, M.: Assessing the strength of directed influences among neural signals using renormalized partial directed coherence. *Journal of Neuroscience Methods*, ročník 179, č. 1, 2009: s. 121–130.
- [19] Schlögl, A.: A comparison of multivariate autoregressive estimators. *Signal Process.*, ročník 86, č. 9, 2006: s. 2426–2429.