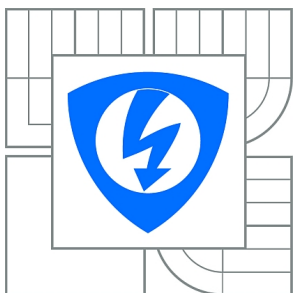


**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ**

**ÚSTAV BIOMEDICÍNSKÉHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF BIOMEDICAL ENGINEERING

# SEGMENTACE 3D OBRAZOVÝCH DAT S VYUŽITÍM GRAFOVÉ REPREZENTACE

SEGMENTATION OF 3D IMAGE DATA UTILISING GRAPH REPRESENTATION

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

MASTER'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

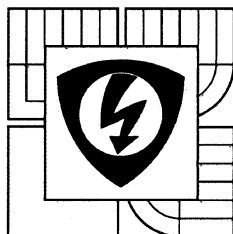
Bc. JAN DEMEL

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

prof. Ing. JIŘÍ JAN, CSc.

BRNO 2014



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav biomedicínského inženýrství

# Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor  
**Biomedicínské inženýrství a bioinformatika**

**Student:** Bc. Jan Demel

**Ročník:** 2

**ID:** 125017

**Akademický rok:** 2013/14

**NÁZEV TÉMATU:**

## Segmentace 3D obrazových dat s využitím grafové reprezentace

**POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:**

1) Proveďte literární rešerši v oblasti segmentace obrazových dat, založené na využití teorie grafů. 2) V rešerši se zaměřte zejména na medicínské aplikace v oblasti detekce tkáňových lézí. Seznamte se detailně s odlišnou metodologií, užívanou v probíhajícím výzkumu na ústavě. 3) Navrhněte postupy grafové segmentace vhodné pro tuto konkrétní aplikaci s ohledem na algoritmy dostupné v literatuře včetně případných návrhů na jejich modifikace, a ověřte je v experimentální verzi softwaru. 4) Navrhněte strukturu výsledného programu s případným využitím existujícího softwaru, včetně kompatibilního uživatelského prostředí, vhodného ke klinickému využití. 5) Implementujte program na vhodném hardwaru podle konzultace s lékařským pracovištěm, s ohledem na přiměřenou minimalizaci výpočetní náročnosti. 6) Aplikujte program na dostupná lékařská data a zhodnoťte dosažené výsledky ve spolupráci s medicínskými experty.

**DOPORUČENÁ LITERATURA:**

[1] JAN, J.: Medical Image Processing, Reconstruction and Restoration. CRC Tailor and Francis (USA), 2006, ISBN 0-8247-5849-8

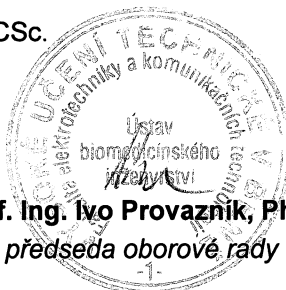
[2] LEZORAY, O., GRADY, L.: Image Processing and Analysis with Graphs: Theory and Practice. CRC Press (USA), 2012, ISBN 9781439855072

**Termín zadání:** 10.2.2014

**Termín odevzdání:** 23.5.2014

**Vedoucí práce:** prof. Ing. Jiří Jan, CSc.

**Konzultanti diplomové práce:**



**prof. Ing. Ivo Provazník, Ph.D.**  
předseda oborové rady

**UPOZORNĚNÍ:**

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

## **ABSTRAKT**

Tato práce se zabývá využitím teorie grafů v segmentaci obrazů. Konkrétně je představena metoda využívající řez grafem a její rozšíření. V první kapitole jsou nejprve uvedeny základy teorie grafů, potřebné k pochopení představené metody. Tato metoda je popsána ve druhé kapitole, včetně jejího rozšíření využívající tvarovou znalost. Ve třetí kapitole je popsáno řešení, které je využito pro segmentaci lézí obratlů v CT datech. Výsledná funkce je zakomponována do programu, ale dá se také využít samostatně. Úspěšnost segmentace je pomocí senzitivity a specificity popsána v poslední kapitole, zde jsou také ukázky výsledků.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Teorie Grafů, Řez grafem, Max-Flow / Min-cut teorém, Segmentace lézí, Léze obratlů

## **ABSTRACT**

This thesis deals with the application of graph theory in image segmentation. There are specifically presented method utilizing graph cuts and extensions of this method. In the first chapter there are initially explained basics of graph theory that are essential for understanding of the presented method. It is described in the second chapter, including its extensions that use shape priors. In the third chapter there is presented solution which is used for vertebrae lesion segmentation in the CT data sets. Final function is implemented into the program but it can be used also separately. Success rate is described using sensitivity and specificity in the last chapter, there are also examples of results.

## **KEYWORDS**

Graph Theory, Graph Cut, Max-Flow / Min-Cut Theorem, Lesion Segmentation, Vertebrae Lesions

DEMEL, Jan *Segmentace 3D obrazových dat s využitím grafové reprezentace*: diplomová práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav biomedicínského inženýrství, 2014. 100 s. Vedoucí práce byl prof. Ing. Jiří Jan, CSc.

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma „Segmentace 3D obrazových dat s využitím grafové reprezentace“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

Brno .....

.....

(podpis autora)

## PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce panu prof. Ing. Jiřímu Janovi, CSc. za odborné vedení, konzultace, trpělivost a podnětné návrhy k práci. Dále bych rád poděkoval za pomoc Ing. Petru Walkovi a také mému kamarádovi Tomáši Janovičovi za psychickou podporu a pomoc v celém studiu.

Brno .....

.....

(podpis autora)

# OBSAH

|   |           |
|---|-----------|
| Úvod  | 11        |
| <b>1 Úvod do teorie grafů</b>                               | <b>12</b> |
| 1.1 Co je to graf?  | 12        |
| 1.2 Definice grafu  | 12        |
| 1.2.1 Váhováný graf   | 13        |
| 1.2.2 Směřované a orientované grafy                         | 13        |
| 1.3 Tok grafem a definice sítě                              | 14        |
| 1.4 Řez grafem  | 15        |
| 1.5 Ford-Fulkersonův algoritmus                             | 16        |
| 1.5.1 Hledání cesty   | 18        |
| 1.5.2 Získání minimálního řezu z maximálního toku           | 21        |
| <b>2 Použití pro zpracování obrazu</b>                      | <b>22</b> |
| 2.1 Segmentace obrazu                                       | 22        |
| 2.2 Využití řezu grafem k segmentaci                        | 22        |
| 2.2.1 Vytvoření grafu a jeho vlastnosti                     | 22        |
| 2.2.2 Segmentační energie                                   | 23        |
| 2.2.3 Pevná omezení   | 25        |
| 2.2.4 Přiřazení vah a detaily algoritmu                     | 25        |
| 2.2.5 Shrnutí metody  | 27        |
| 2.3 Segmentace s tvarovou znalostí                          | 28        |
| 2.3.1 Implementace algoritmu                                | 29        |
| 2.3.2 Využití elipsy  | 31        |
| 2.4 Automatická segmentace srdce                            | 33        |
| <b>3 Segmentace lézí obratlů</b>                            | <b>36</b> |
| 3.1 Popis problému a dat                                    | 36        |
| 3.2 Nalezení charakteristik obratlů                         | 37        |
| 3.2.1 Metoda nejmenších čtverců                             | 40        |
| 3.2.2 Metoda MSE  | 40        |
| 3.3 Výsledné chyarakteristiky tkání                         | 41        |
| 3.3.1 Charakteristiky pacientů bez kontrastní látky         | 41        |
| 3.3.2 Charakteristiky pacientů s kontrastní látkou          | 46        |
| 3.4 Volba nastavení algoritmu                               | 50        |
| 3.4.1 Možná nastavení algoritmu a konstrukce grafu          | 50        |
| 3.4.2 Nastavení algoritmu pro pacienty bez kontrastní látky | 52        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.4.3    | Nastavení algoritmu pro pacienty s kontrastní látkou . . . . . | 56         |
| 3.4.4    | Popis algoritmu . . . . .                                      | 58         |
| 3.4.5    | Implementace algoritmu a popis programu . . . . .              | 59         |
| <b>4</b> | <b>Výsledky</b>  | <b>62</b>  |
| 4.1      | Úspěšnost segmentace a výsledný parametr $\lambda$ . . . . .   | 62         |
| 4.2      | Ukázka výsledků . . . . .                                      | 65         |
| 4.3      | Zhodnocení výsledků . . . . .                                  | 65         |
| <b>5</b> | <b>Závěr</b>   | <b>69</b>  |
|          | <b>Literatura</b>  | <b>70</b>  |
|          | <b>Seznam symbolů, veličin a zkratk</b>                        | <b>74</b>  |
|          | <b>Seznam příloh</b>   | <b>75</b>  |
| <b>A</b> | <b>Charakteristiky obratlů bez kontrastní látky</b>            | <b>76</b>  |
| A.1      | Střední hodnoty . . . . .                                      | 76         |
| A.2      | Směrodatné odchylky . . . . .                                  | 82         |
| <b>B</b> | <b>Charakteristiky obratlů s použitím kontrastní látky</b>     | <b>88</b>  |
| B.1      | Střední hodnoty . . . . .                                      | 88         |
| B.2      | Směrodatné odchylky . . . . .                                  | 94         |
| <b>C</b> | <b>Počty tkání</b>   | <b>100</b> |

# SEZNAM OBRÁZKŮ

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.1  | Znázornění neorientovaného a orientovaného grafu. . . . .                   | 13 |
| 1.2  | Síť $G = (V, E)$ a její residuální síť $G_f = (V, E_f)$ . . . . .           | 17 |
| 1.3  | Pořadí objevení vrcholů při použití DFS a BFS . . . . .                     | 19 |
| 1.4  | Nejhorší případ algoritmu Ford-Fulkersona. . . . .                          | 20 |
| 2.1  | Vizualice grafu 2D obrazu rozměru $3 \times 3$ pixely. . . . .              | 23 |
| 2.2  | Testovací obraz a jeho segmentace. . . . .                                  | 28 |
| 2.3  | Segmentace kalózního tělesa z MRI hlavy. . . . .                            | 32 |
| 2.4  | Znázorněné pásmo kolem elipsy. . . . .                                      | 33 |
| 3.1  | Střední hodnota intenzity zdravé tkáně (bez KL). . . . .                    | 42 |
| 3.2  | Histogramy obratle Th7 dvou vybraných pacientů. . . . .                     | 43 |
| 3.3  | Střední hodnota intenzity osteolytické tkáně (KL). . . . .                  | 44 |
| 3.4  | Střední hodnota intenzity osteoplastické tkáně (bez KL). . . . .            | 44 |
| 3.5  | Směrodatná odchylka intenzity zdravé tkáně (bez KL). . . . .                | 45 |
| 3.6  | Směrodatná odchylka intenzity osteolytické tkáně (bez KL). . . . .          | 45 |
| 3.7  | Směrodatná odchylka intenzity osteoplastické tkáně (bez KL). . . . .        | 46 |
| 3.8  | Střední hodnota intenzity zdravé tkáně (s KL). . . . .                      | 47 |
| 3.9  | Střední hodnota intenzity osteolytické tkáně (s KL). . . . .                | 47 |
| 3.10 | Střední hodnota intenzity osteoplastické tkáně (s KL). . . . .              | 48 |
| 3.11 | Směrodatná odchylka intenzity zdravé tkáně (s KL). . . . .                  | 48 |
| 3.12 | Směrodatná odchylka intenzity osteolytické tkáně (s KL). . . . .            | 49 |
| 3.13 | Směrodatná odchylka intenzity osteoplastické tkáně (s KL). . . . .          | 49 |
| 3.14 | Blokové schéma výsledného algoritmu. . . . .                                | 58 |
| 3.15 | Blokové schéma výsledného algoritmu. . . . .                                | 59 |
| 4.1  | Srovnání automatické a manuální segmentace, p. 9, o. Th1 (bez KL). . . . .  | 65 |
| 4.2  | Srovnání automatické a manuální segmentace, p. 7, o. Th11 (bez KL). . . . . | 66 |
| 4.3  | Srovnání automatické a manuální segmentace, p. 1, o. L2 (bez KL). . . . .   | 66 |
| 4.4  | Srovnání automatické a manuální segmentace, p. 6, o. Th2 (s KL). . . . .    | 66 |
| 4.5  | Srovnání automatické a manuální segmentace, p. 6, o. Th9 (s KL). . . . .    | 67 |
| 4.6  | Srovnání automatické a manuální segmentace, p. 2, o. L2 (s KL). . . . .     | 67 |
| A.1  | Střední hodnoty osteolytické tkáně s odlehlými hodnotami (bez KL). . . . .  | 76 |
| A.2  | Střední hodnoty osteoplastické tk. s odlehlými hodnotami (bez KL). . . . .  | 77 |
| A.3  | Střední hodnoty zdravé tkáně s odlehlými hodnotami (bez KL). . . . .        | 78 |
| A.4  | Střední hodnoty osteolytické tkáně bez odlehlých hodnot (bez KL). . . . .   | 79 |
| A.5  | Střední hodnoty osteoplastické tkáně bez odlehlých hodnot (bez KL). . . . . | 80 |
| A.6  | Střední hodnoty zdravé tkáně bez odlehlých hodnot (bez KL). . . . .         | 81 |
| A.7  | Směrodatné odch. osteolytické tkáně s odlehlými hodnotami (bez KL). . . . . | 82 |
| A.8  | Směrodatné odch. osteoplastické tk. s odlehlými hodnotami (bez KL). . . . . | 83 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| A.9  | Směrodatné odch. zdravé tkáně s odlehlými hodnotami (bez KL). . .    | 84 |
| A.10 | Směrodatné odch. osteolytické tkáně bez odlehlých hodnot (bez KL).   | 85 |
| A.11 | Směrodatné odch. osteoplastické tkáně bez odlehlých hodnot (bez KL). | 86 |
| A.12 | Směrodatné odch. zdravé tkáně bez odlehlých hodnot (bez KL). . . .   | 87 |
| B.1  | Střední hodnoty osteolytické tkáně s odlehlými hodnotami (s KL). . . | 88 |
| B.2  | Střední hodnoty osteoplastické tkáně s odlehlými hodnotami (s KL).   | 89 |
| B.3  | Střední hodnoty zdravé tkáně s odlehlými hodnotami (s KL). . . . .   | 90 |
| B.4  | Střední hodnoty osteolytické tkáně bez odlehlých hodnot (s KL). . .  | 91 |
| B.5  | Střední hodnoty osteoplastické tkáně bez odlehlých hodnot (s KL). .  | 92 |
| B.6  | Střední hodnoty zdravé tkáně bez odlehlých hodnot (s KL). . . . .    | 93 |
| B.7  | Směrodatné odch. osteolytické tkáně s odlehlými hodnotami (s KL). .  | 94 |
| B.8  | Směrodatné odch. osteoplastické tkáně s odlehlými hodnotami (s KL).  | 95 |
| B.9  | Směrodatné odch. zdravé tkáně s odlehlými hodnotami (s KL). . . . .  | 96 |
| B.10 | Směrodatné odch. osteolytické tkáně bez odlehlých hodnot (s KL). . . | 97 |
| B.11 | Směrodatné odch. osteoplastické tkáně bez odlehlých hodnot (s KL).   | 98 |
| B.12 | Směrodatné odch. zdravé tkáně bez odlehlých hodnot (s KL). . . . .   | 99 |

## SEZNAM TABULEK

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 2.1  | Tabulka vah pro hrany $E$ . . . . .   | 26  |
| 2.2  | Tabulka vah pro hrany s využitím tvarové šablony. . . . .                   | 31  |
| 2.3  | Tabulka vah pro hrany s využitím penalizace podle úhlu segmentace. . . . .  | 35  |
| 3.1  | Tabulka CT akvizičních parametrů. . . . .                                   | 36  |
| 3.2  | Vliv různého nastavení parametru $\lambda$ . . . . .                        | 53  |
| 3.3  | Výsledky nastavení pro segmentaci osteolytické tkáně (bez KL). . . . .      | 54  |
| 3.4  | Hodnoty parametru $\lambda$ pro tabulku 3.3. . . . .                        | 54  |
| 3.5  | Výsledky nastavení pro segmentaci osteolytické tkáně (bez KL). . . . .      | 55  |
| 3.6  | Hodnoty parametru $\lambda$ pro tabulku 3.5. . . . .                        | 55  |
| 3.7  | Výsledky nastavení pro segmentaci osteolytické tkáně (s KL). . . . .        | 56  |
| 3.8  | Hodnoty parametru $\lambda$ pro tabulku 3.7. . . . .                        | 57  |
| 3.9  | Výsledky nastavení pro segmentaci osteoplastické tkáně (s KL). . . . .      | 57  |
| 3.10 | Hodnoty parametru $\lambda$ pro tabulku 3.9. . . . .                        | 57  |
| 3.11 | Vybraná nastavení pro jednotlivé kroky segmentace. . . . .                  | 58  |
| 4.1  | Výsledné hodnoty pro osteoplastickou tkáň (pacienti bez KL). . . . .        | 63  |
| 4.2  | Výsledné hodnoty pro osteoplastickou tkáň (pacienti s KL). . . . .          | 63  |
| 4.3  | Výsledné hodnoty pro osteolytickou tkáň (pacienti bez KL). . . . .          | 64  |
| 4.4  | Výsledné hodnoty pro osteolytickou tkáň (pacienti s KL). . . . .            | 64  |
| C.1  | Počet obratlů s daným typem tkání u pacientů bez kontrastní látky . . . . . | 100 |
| C.2  | Počet obratlů s daným typem tkání u pacientů s kontrastní látkou . . . . .  | 100 |

# ÚVOD

Diplomová práce se věnuje segmentačním metodám využívajícím teorii grafů. Zabývá se zejména segmentací představenou v [4] a [3], kde je uvedena metoda využívající konstrukci grafu z obrazu s následujícím nalezením maximálního toku nebo minimálního řezu grafem za účelem poskytnutí optimálního rozdělení bodů tohoto obrazu do dvou množin. Optimum je hledáno z hlediska minimalizace energie, pomocí které jsou definovány požadavky na obě výsledné množiny a podle které je také vytvořen graf. Energie bývá rozdělena na dvě části, kdy jedna určuje, jak moc jsou prvky jednoho segmentu odlišné od sousedních prvků, které patří do jiného segmentu, a druhá část určuje, jak moc si jsou prvky v daném segmentu podobné mezi sebou navzájem. V prvním případě požadujeme co největší odlišnost, v tom druhém co největší podobnost.

V první kapitole jsou uvedeny základy teorie grafů, přičemž jsou uvedeny pouze nezbytné informace, které jsou nutné k lepšímu porozumění další problematice. Teorie grafů je rozsáhlá a bylo by zbytečné zabývat se věcmi a pojmy, které by nesouvisely a nebyly by potřebné k řešení hlavního problému, kterým je segmentace obrazu, konkrétně segmentace lézí z těl páteřních obratlů v CT obrazech.

Léze jsou metastázemi primárních maligních nádorů, mezi které patří například nádory plic, prsu, ledvin, tlustého střeva a další [22]. Jejich segmentace je obtížná z důvodů podobné intenzity se zdravou tkání a zatím neprokázanou přítomností odlišující textury, podle které by se dala zdravá a postižená tkáň odlišit. Implementovaná metoda je založena na intenzitě, přičemž je nutná určitá apriorní znalost, jako jsou pravděpodobnostní rozložení intenzit jednotlivých typů tkání. Tyto charakteristiky byly získány z lékaři označených dat.

K vysvětlení teorie grafů bylo použito několika různých zdrojů, ale v některých, zejména terminologických věcech, se odlišovaly, a tak bylo provedeno určité sjednocení. Některé pojmy mohou být tedy používány jinak, než v určitých publikacích, vždy je ale vysvětleno, jaký mají význam v této práci.

Ve druhé kapitole je sepsán menší přehled existujících algoritmů, založených na shodném principu uvedeném v [3], ale používaných pro segmentaci odlišných objektů. Například je přidána tvarová znalost, což může být užitečné pro segmentaci orgánů s typickým tvarem, nebo jsou uvedeny jiné metody získání apriorní informace. Mezi tyto rozšiřující publikace patří [12], [11] a [33].

V poslední, třetí kapitole, je prezentováno řešení zadaného problému. Výsledky nejsou bezchybné, ale měly by být vhodné pro zakomponování jako příznak do neuronové sítě, která je řešena v rámci diplomové práce Michaely Novosadové. V obou diplomových pracích se navazuje na dizertační práce [22] a [28]. Aplikace na reálných datech je součástí řešení této diplomové práce.

# 1 ÚVOD DO TEORIE GRAFŮ

## 1.1 Co je to graf?

Pro představu grafu je dána množina bodů, kde každý bod představuje jednu konkrétní osobu, a množina čar spojujících některé páry daných bodů, znamenající přátelství mezi těmito dvěma osobami. V tomto diagramu přátelství mezi osobami nezáleží na tom, jakým způsobem je čára vedena, ale pouze na tom, jestli zde existuje. Čáře může být navíc přiřazena hodnota představující „sílu“ přátelství. Matematický model této situace se nazývá graf. Dalšími příklady reálného světa, které lze modelovat grafem, jsou například křižovatky a ulice mezi nimi, nebo topologie počítačových sítí. Grafy jsou vhodným prostředkem pro popis situací, které lze znázornit konečným počtem bodů a vztahy mezi nimi znázornit pomocí hran [2][18].

V této kapitole jsou uvedeny a vysvětleny pouze pojmy, které jsou potřebné k pochopení práce.

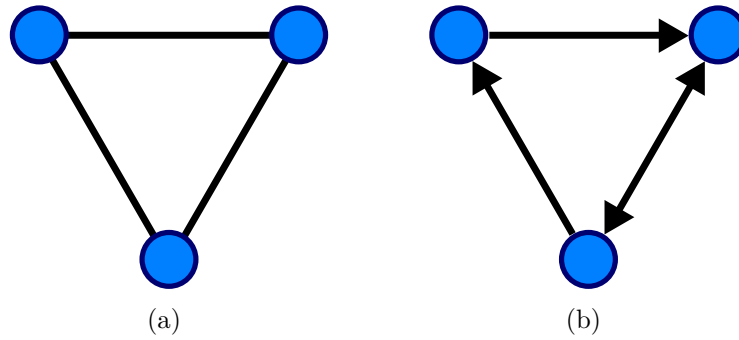
## 1.2 Definice grafu

Obecně je graf  $G$  definován jako uspořádaná dvojice množin  $G = (V, E)$ , pro které platí  $E \subseteq V \times V$ , tedy prvky množiny  $E$  jsou dvouprvkové podmnožiny z  $V$ . Množina  $V$ , pro graf  $G$  bývá také značena  $V(G)$ , je neprázdná a představuje vrcholy nebo uzly (z anglického *vertices* a *nodes*) a množina  $E$ , pro graf  $G$  bývá také značena  $E(G)$ , představuje hrany grafu (*edges*), které spojují dvojice vrcholů. Obě množiny jsou považovány za konečné. Vrcholy mohou být značeny písmeny (například  $a, b, c, \dots$  nebo  $v_1, v_2, \dots$ ) nebo čísly  $1, 2, 3, \dots$ , v této práci bude  $i$ -tý vrchol značen  $v_i \in V$  a hrana spojující  $i$ -tý a  $j$ -tý vrchol jako  $e_{ij}$ , nebo pomocí množiny dvou vrcholů, které propojuje, například  $\{v_i, v_j\}$ [21][10].

Pokud pro hranu  $e_{ij} \in E$  platí  $i = j$ , tedy začíná a končí na stejném vrcholu, nazývá se tato hrana smyčka (*loop*), tento typ grafu ale nebude v práci brán v úvahu, tudíž bude platit  $i \neq j$ . Graf, který má spojeny dva vrcholy více hranami stejné orientace, čímž vznikne tzv. násobná hrana, se nazývá multigraf. Tento typ ale také nebude používán [18][21].

Přesná definice grafu se v jednotlivých zdrojích literatury mírně liší, například v [32] může mít graf jak násobné hrany, tak smyčky, což například v [21] povoleno není.

Graf může být vizualizován vyobrazením vrcholů jako bodů nebo kruhů a hran jako čar, které spojují dva body, jak je vidět na obrázku 1.1a, kde je znázorněn



Obr. 1.1: Znárodnění neorientovaného a orientovaného grafu.

jednoduchý graf se třemi vrcholy a třemi hranami. V případě orientovaných hran jsou čáry zakončeny šipkami, viz obrázek 1.1b.

### 1.2.1 Váhovaný graf

Každý graf může být brán jako váhovaný (*weighted*). Pro graf  $G = (V, E)$  je váhová funkce vrcholů

$$\hat{w} : V \rightarrow \mathbb{R} \quad (1.1)$$

a pro hrany je váhová funkce definována obdobně jako

$$w : E \rightarrow \mathbb{R}. \quad (1.2)$$

V praxi se pro označení vah jak vrcholů, tak hran, používá pouze  $w$ , například  $w(v_i)$  nebo  $w_i$  pro vrcholy a  $w(v_i, v_j)$ ,  $w(e_{ij})$  nebo  $w_{ij}$  pro hrany spojující dva dané vrcholy. Pokud je  $w_i = 1, \forall v_i \in V$  a zároveň  $w_{ij} = 1, \forall e_{ij} \in E$ , tak se graf považuje za neváhovaný. Pokud není řečeno jinak, všechny hodnoty vah jsou ve smyslu jednotky rovnocenné. Hodnota  $w_{ij} = 0$  je ekvivalentní tvrzení s  $e_{ij} \notin E$ , jinými slovy hrana s nulovou váhou není prvkem množiny hran.

### 1.2.2 Směrované a orientované grafy

Zde nastává významnější rozdíl v terminologii. Ve většině literárních zdrojů je za směrovaný graf považován takový graf, u kterého se rozlišuje směr hrany, v angličtině je označován jako (*directed*). Prvky množiny hran  $E$  jsou tedy uspořádané dvojice vrcholů, kde je jeden vrchol označován za počáteční (*initial*) a druhý za terminální nebo konečný (*terminal*). Pokud vede hrana z vrcholu  $A$  do vrcholu  $B$ , nemusí nutně vést z vrcholu  $B$  do vrcholu  $A$ . Násobné hrany stejného směru, spojující stejné vrcholy, se nazývají paralelní. Pokud jsou dva vrcholy spojeny dvěma

hranami opačného směru, jsou označovány jako antiparalelní. Takto jsou definovány směřované grafy v [10] a [32], v [18] jsou označovány za orientované.

V [21] jsou obecně všechny grafy považovány za orientované (*oriented*), čímž je myšleno, že každá hrana  $e_{ij} \in E$  obsahuje pořadí vrcholů  $v_i$  a  $v_j$  a za směřované *directed* jsou považovány pouze hrany, pro jejichž váhy platí  $w_{ij} \neq w_{ji}$ . Graf neobsahující žádnou směřovanou hranu je označován za nesměřovaný, ale i ten je orientovaný. Směřovaná hrana je zde značena  $e_{i \rightarrow j}$ .

Orientace nesměřovaného grafu (*undirected*) má význam pro určení směru toku danou hranou pomocí znaménka. Proud tekoucí ve směru hrany má kladné znaménko a proud tekoucí proti směru záporné [21].

Pro určité zjednodušení a zamezení nesrovnalostem v používané terminologii, všechny grafy v této budou práci považovány za orientované a směřované, nebude-li uvedeno jinak. Značení hrany  $e_{ij}$  nenese žádnou informaci o pořadí vrcholů, pro orientovaný graf bude přítomna šipka v indexu. Nebude rozlišováno mezi pojmy směřovaný a orientovaný graf, oba budou označovat graf s orientovanou hranou, pro kterou může platit  $w_{ij} \neq w_{ji}$ . Orientované grafy nebudou obsahovat paralelní hrany.

### 1.3 Tok grafem a definice sítě

Metody a pracovní postupy, využívající v některém kroku řez grafem, používají pro nalezení globálního minima určité energie Markovovských řetězců algoritmy minimálního řezu nebo maximálního toku. Grafy pro tyto algoritmy musí být speciálně zkonstruované a nazývají se síť (*network*). Pro síť  $G = (V, E)$  se může množina vrcholů rozdělit na tři části – speciální vrcholy zdroje (*source*) a stoky (*sink*), značí se  $s$  a  $t$ , a mezilehlé, neboli vnitřní vrcholy ležící mezi nimi, které jsou značeny klasicky  $v$ . Označení  $t$  vychází z anglického *terminal*, i když v některých zdrojích jsou pojmem terminální nazývány oba druhy „speciálních“ vrcholů dohromady. Tak tomu je i v této práci. Zdrojů i stoků může být v síti obecně více, ale v následujícím textu se bude většinou pracovat pouze s jedním zastoupením u každého.

Hrany sítě jsou orientované a váhované. Váha je nezáporná, nazývá se kapacita, značí se  $c(i, j)$  pro hranu mezi uzly  $v_i$  a  $v_j$  (platí tedy  $c(i, j) = w(e_{i \rightarrow j})$ ) a udává, jaký maximální možný tok může danou hranou protékat. Tok hranou je funkce  $f$ , která přiřazuje každé hraně nezáporné reálné číslo:

$$f : E \rightarrow \mathbb{R}_0^+ \quad (1.3)$$

takové, pro které platí:

$$0 \leq f(i, j) \leq c(i, j), \forall w(e_{i \rightarrow j}) \in E, \quad (1.4)$$

kde  $f(i, j)$  značí tok ve směru hrany  $e_{i \rightarrow j}$ . Pokud je tok hranou shodný s její kapacitou, potom se hrana nazývá nasycená (*saturated*). Tok hranou musí splňovat ještě jednu podmínku, a to ve spojení s vrcholem, do, nebo ze kterého proudí:

$$f_{in}(v_i) = f_{out}(v_i), \quad \forall v_i \in V - \{s, t\}, \quad (1.5)$$

kde

$$f_{in}(v_i) = \sum_{e_{j \rightarrow i} \in E} f(j, i), \quad (1.6)$$

$$f_{out}(v_i) = \sum_{e_{i \rightarrow j} \in E} f(i, j). \quad (1.7)$$

Jinými slovy, součet toků přitékajících do vrcholu  $v_i$  musí být shodný se součtem toků z vrcholu  $v_i$  vytékajících, jedná se o obdobu prvního Kirchhoffova zákona v elektrotechnice. Výjimkou jsou zdroj a stok. Pro zdroj je vyžadováno, aby byl  $f_{out}(s)$  větší než  $f_{in}(s)$ , v praxi bývá často  $f_{in}(s) = 0$ . U stoku je to naopak. Velikost toku v celém grafu se spočítá jako součet toků ve zdroji:

$$|f| = \sum_s (f_{out}(s) - f_{in}(s)). \quad (1.8)$$

Z 1.5 také plyne, že celkový tok ze zdroje, jak vyjadřuje rovnice 1.8, je shodný s celkovým tokem do stoku. V rovnici by tedy mohlo být použito stoku  $t$  se současnou záměnou  $f_{in}$  a  $f_{out}$  toků. Notace  $|\cdot|$  zde nevyjadřuje matematickou absolutní hodnotu [21].

## 1.4 Řez grafem

Řez grafem  $G = (V, E)$  se zdrojem  $s$  a stokem  $t$  rozdělí  $V$  do dvou množin  $S \subset V$  a  $T = V - S$  takových, že  $s \in S$  a  $t \in T$ . Řez je množina hran  $\{e_{i \rightarrow j} \in E | v_i \in S, v_j \in T\}$ . Jinými slovy to znamená, že každý řez oddělí  $s$  a  $t$  tak, že nelze projít z množiny  $S$  do  $T$ , protože hrany směřující z  $S$  do  $T$  jsou odděleny tímto řezem. Ten se označuje  $C(S, T)$ ,  $(S, T)$  nebo v textu také pouze jako  $s$ - $t$  řez. Hodnota  $|C(S, T)|$  řezu  $C(S, T)$  je součet kapacit hran v tomto řezu:

$$|C(S, T)| = \sum_{v_i \in S, v_j \in T} c(i, j). \quad (1.9)$$

Lze si všimnout, že hrany v opačném směru, z  $T$  do  $S$ , nejsou v hodnotě řezu vůbec započítány. Minimální řez je řez s nejmenší hodnotou, který se snažíme najít pro danou trojici  $(G, s, t)$ .

Maximální tok souvisí s problémem minimálního řezu přes takzvaný *Max-flow / Min-cut teorém*, který říká, že pro jakýkoliv váhovaný orientovaný graf je hodnota maximálního toku shodná s hodnotou minimálního řezu. Důkaz tohoto tvrzení je uveden např. v [32].

## 1.5 Ford-Fulkersonův algoritmus

V případě nezáporných vah grafu je problém maximálního toku snadno řešitelný, což je největší výhoda použití řezů grafem. Existuje několik skupin známých algoritmů, z nichž dvě největší se nazývají „*augmenting paths*“ a „*push-relabel*“ [5].

Mějme síť  $G = (V, E)$  představující orientovaný graf. Pro popis následujícího algoritmu bude platit:

1.  $G$  je propojená (neobsahuje oddělené vrcholy, ke kterým nevede hrana), bez smyček a antiparalelních hran,
2.  $G$  má pouze jeden zdroj  $s$ ,
3.  $G$  má pouze jeden stok  $t$ .

Některé tyto předpoklady teoreticky splněny být nemusí, protože se dají určitým způsobem „obejít“. V případě přítomnosti více zdrojů se vytvoří nový vrchol představující nový zdroj, který se napojí na všechny původní zdroje hranami s nekonečnou kapacitou. Původní zdroje se poté stanou mezilehlými vrcholy. Obdobně to lze provést pro stok, s tím rozdílem, že se tentokrát napojí původní stoky na stok nový (kvůli zachování orientace hran). Případnou přítomnost antiparalelních hran lze také vyřešit. Mějme antiparalelní hrany  $e_{i \rightarrow j}$  a  $e_{j \rightarrow i}$ , jedna z nich, nezáleží která, se rozdělí na dvě hrany se stejnými kapacitami a napojí se na nově vytvořený vrchol  $v_k$ , takže výsledné hrany jsou  $e_{i \rightarrow j}$ ,  $e_{j \rightarrow k}$  a  $e_{k \rightarrow i}$ , nebo v případě rozdělení druhé hrany  $e_{j \rightarrow i}$ ,  $e_{i \rightarrow k}$  a  $e_{k \rightarrow j}$ .

Ford-Fulkersonův algoritmus je základním *augmenting path* algoritmem publikovaným v roce 1956. V každém kroku tohoto algoritmu jsou zachovány podmínky uvedené v 1.4 a v 1.5, pro výpočet residuálního grafu a hledání cesty, jejíž tok může být zesílen (odtud *augmenting path*), platí navíc symetrie:

$$f(i, j) = -f(j, i). \quad (1.10)$$

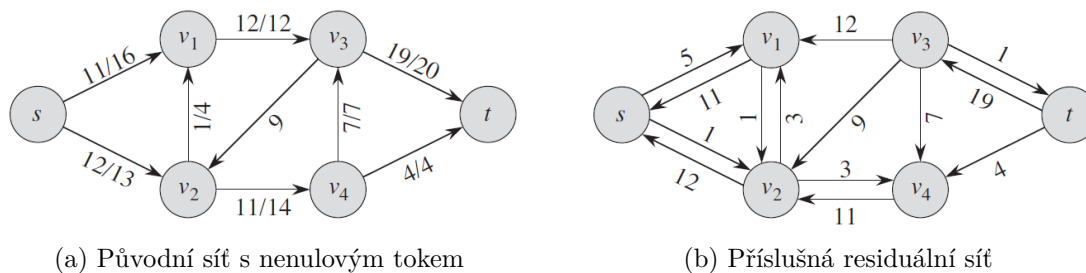
Tedy určitý tok je v opačném směru brán jako záporný.

Residuální síť  $G_f = (V, E_f)$  je graf, který obsahuje stejné uzly jako původní síť  $G = (V, E)$ , a její hrany  $E_f$  se nazývají také residuální. Kapacity hran  $E_f$  jsou určeny následujícím způsobem:

$$c_f(i, j) = \begin{cases} c(i, j) - f(i, j) & \text{pokud } e_{i \rightarrow j} \in E, \\ f(j, i) & \text{pokud } e_{j \rightarrow i} \in E, \\ 0 & \text{ostatní.} \end{cases} \quad (1.11)$$

První řádek tohoto přiřazení znamená, že pošle-li se hranou daný tok, logicky se o stejnou hodnotu zmenší její kapacita, která může být, jak vyplývá z 1.4, nejméně nulová. V tom případě by tato hrana v residuální síti zanikla. Druhý řádek využívá

symetrii v 1.10 a je patrné, že zavádí do residuální sítě přítomnost antiparalelních hran, pokud není hrana v původní síti saturovaná a protéká jí nenulový tok, což je zejména důležité při hledání ještě nesaturované cesty v síti. Třetí řádek pouze vyjadřuje, že nejsou-li dva vrcholy propojené hranou v původní síti, tak nejsou propojené ani v síti residuální. Příklad vytvořené residuální sítě ze sítě s nenulovým tokem je znázorněn na obrázku 1.2. Na obrázku 1.2a čísla vyjadřují tok/kapacitu dané hrany, v 1.2b čísla reprezentují kapacitu hran residuální sítě [9].



Obr. 1.2: Síť  $G = (V, E)$  a její residuální síť  $G_f = (V, E_f)$ .

Pro popis algoritmu je ještě nutné zavést pojem cesty v grafu/síti. Cesta je neprázdný graf  $P = (V_p, E_p)$ , pro který platí:

$$V_p = \{v_0, v_1, \dots, v_k\}, E_p = \{e_{0,1}, e_{1,2}, \dots, e_{k-1,k}\}, \quad (1.12)$$

přičemž  $v_i$  jsou všechny různé. Vrcholy  $v_0$  a  $v_k$  jsou tedy propojené a představují konce cesty. Počet hran v cestě je její délka, cesta je definována jak pro neorientované, tak pro orientované grafy. V případě hledání cesty v residuální síti povede cesta pouze ve směru orientovaných hran [10].

Samotný algoritmus, jehož vstupem je síť definovaná výše, probíhá v následujících krocích [18], [9]:

1. Pokud není dán nenulový tok předem, přiřadí se hranám nulový tok  $f(i, j) = 0$  pro  $\forall e_{i \rightarrow j} \in E$ .
2. Dokud existuje cesta  $P$  od  $s$  k  $t$  v síti  $G_f$  taková, že platí:

$$c_f(i, j) > 0, \forall e_{i \rightarrow j} \in P, \quad (1.13)$$

může být tok zesílen. Tato cesta je v  $G$  nesaturovaná a nazývá se *augmenting path*. Jedná se tedy o jakoukoliv cestu mezi  $s$  a  $t$  v  $G_f$ , protože hrany s nulovou kapacitou (váhou) jsou brány jako neexistující.

3. Nalezne se minimální kapacita hrany na této cestě:

$$c_f(p) = \min \{c_f(i, j) : e_{i \rightarrow j} \in P\} \quad (1.14)$$

4. Pro každou hranu na této cestě v původní síti  $G$  se provede následující korekce toku  $f$  na tok  $f'$ . Pro hrany ležící ve směru cesty je to:

$$f'(i, j) = f(i, j) + c_f(p), \quad (1.15)$$

a pro hrany v opačném směru:

$$f'(j, i) = f(j, i) - c_f(p). \quad (1.16)$$

Rovnice 1.15 tedy zesílí tok danou hranou, zatímco rovnice 1.16 tok zeslabí, jelikož v residuální síti byl tok poslán obráceným směrem, než má hrana v síti původní. Tok na hranách mimo cestu se ponechá konstantní.

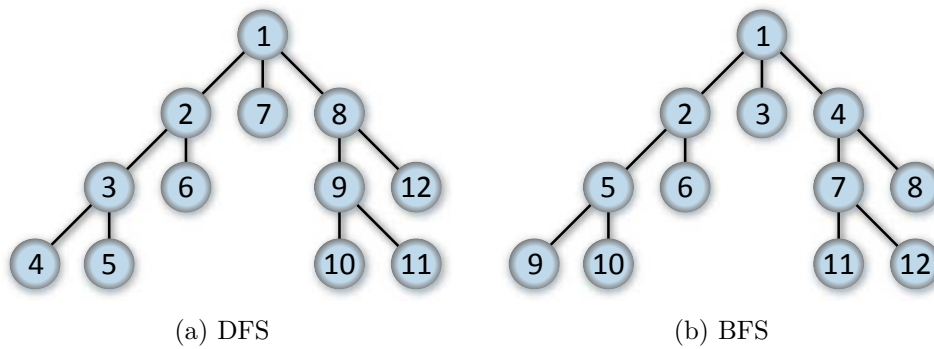
5. Není-li již v síti žádná cesta, jejíž tok by se dal zesílit, zjistí se podle rovnice 1.8 tok sítí, tento tok je maximální.

Důkaz bodu 5: Předpokládejme, že  $f$  je maximální tok v  $G$  a zároveň že existuje *augmenting path*  $p$  v  $G_f$ . Jenže poté se dá původní tok zesílit podle rovnice 1.14, čímž vznikne nový tok  $f'$ , pro který platí  $|f'| > |f|$ . To je ale rozpor s původním tvrzením, že  $f$  je maximální tok. Tudíž platí věta, že tok je maximální tehdy a jen tehdy, neexistuje-li v  $G_f$  žádná další *augmenting path* [9].

### 1.5.1 Hledání cesty

Ford-Fulkersonův algoritmus používá pro nalezení cesty mezi  $s$  a  $t$  takzvaný DFS (*Depth-first search*) algoritmus. Jak plyne z názvu, DFS zkoumá vrcholy po hranách residuální sítě  $G_f$  nejdříve do hloubky. DFS prohledává hrany vedoucí z posledně objeveného vrcholu, který má ještě neprohledané hrany, které z něj vedou. Za prohledanou hranu se považuje taková, přes kterou už algoritmus jednou prošel. Vstupem algoritmu jsou v tomto případě síť  $G_f$  a vrcholy  $s$  a  $t$ . Začíná se na  $s$  a vybere se jeden z vrcholů  $v_i$ , který je na něj napojen. Výběr je náhodný nebo podle předem zvoleného klíče. Vrchol  $v_i$  je označen jako objevený a stejným způsobem se pokračuje dále, tedy vybere se jeden z jeho neobjevených sousedících vrcholů  $v_j$  (takže to nemůže být znovu  $s$ , protože ten je již objevený). Pokud by vybraný vrchol  $v_j$  neměl žádný sousedící dosud neobjevený vrchol, tak se algoritmus vrátí a vybere jiný sousedící vrchol z předcházejícího vrcholu  $v_i$ . Postupně se zaznamenávají vrcholy, po kterých algoritmus prošel (nepočítají se „slepé cesty“, ze kterých se musel vracet). Konec nastane v případě, že nově objevený vrchol je zároveň stok  $t$ , nebo že již není přítomen žádný neobjevený vrchol a stok stále nebyl nalezen. V prvním případě je nalezená cesta z  $s$  do  $t$  *augmenting path* a zesílí se tok sítí, v druhém případě již žádná *augmenting path* není přítomna a byl nalezen maximální tok sítí [9], [23].

Jedno z možných pořadí, ve kterém jsou jednotlivé vrcholy v případě DFS objeveny, reprezentuje obrázek 1.3a. Zde jsou vrcholy postupně objevovány zleva.



Obr. 1.3: Pořadí objevení vrcholů při použití DFS a BFS

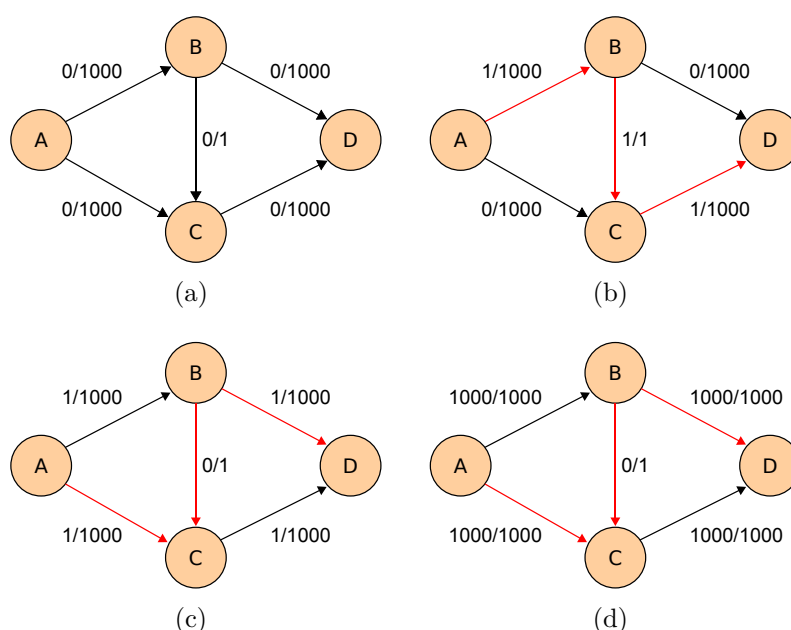
Dalším způsobem je použití metody BFS (*Breadth-first search*), která slouží k nalezení nejkratší cesty, přičemž je každé hraně přiřazena jednotková délka. Takto implementovaný Ford-Fulkersonův algoritmus se označuje za Edmonds–Karpův. Vstupem BFS jsou opět residuální síť  $G_f$  a vrcholy  $s$  a  $t$ . Postupně se jako objevené označí všechny vrcholy  $v_i$ , které jsou na  $s$  napojené, a hrana  $e_{s \rightarrow i}$  se přidá do postupně vznikajícího stromu<sup>1</sup> s kořenem  $s$ . Všechny tyto vrcholy mají k vrcholu  $s$  jednotkovou vzdálenost a  $s$  je označen za jejich rodiče, neboli předchůdce. V dalším kroku se procházejí postupně nově objevené vrcholy  $v_i$  a neobjevené vrcholy  $v_j$  na ně napojené se označí jako objevené, znovu dojde k přidání hrany  $e_{i \rightarrow j}$  do stromu. Vrchol  $v_i$ , ze kterého byl daný vrchol  $v_j$  nalezen, je znovu označen za jeho rodiče, vzdálenost k rodiči je tedy vždy rovna jedné. Tímto se nalezne další vrstva mezilehlých vrcholů ve vzdálenosti dva od  $s$ . Jelikož vrchol může být nalezen vždy pouze jednou, má pouze jednoho rodiče. Takto se pokračuje, dokud nedojde k objevení stoku  $t$  nebo není možné nalézt žádný další neobjevený vrchol. V prvním případě se použije cesta ve stromu mezi  $s$  a  $t$  jako *augmenting path*, v tom druhém dojde jako v předchozím případě u DFS k ukončení celého algoritmu, protože již byl nalezen maximální tok.

Jedno z možných pořadí, ve kterém jsou jednotlivé vrcholy v případě BFS objeveny, je na obrázku 1.3b, v tomto případě se také postupuje zleva.

Rozdíl mezi oběma algoritmy spočívá v efektivitě, protože výpočetní náročnost Ford-Fulkersonova algoritmu je závislá na volbě pořadí vrcholů, které jsou voleny v DFS, a na velikosti maximálního toku podle  $O(E|f|)$ , zatímco výpočetní náročnost Edmonds-Karpova algoritmu je  $O(VE^2)$ . Nejhorší chování algoritmu, které může nastat při použití DFS, je znázorněno na obrázcích 1.4. Na obrázku 1.4a je původní

<sup>1</sup>Strom je souvislý graf neobsahující žádný cyklus, tedy cestu minimálně ze tří vrcholů, která začíná a končí ve stejném vrcholu a ostatní vrcholy jsou v ní přítomny maximálně jednou [10]. Mezi každými dvěma vrcholy stromu existuje právě jedna cesta[18]

sít bez toku, pouze s kapacitami. Na 1.4b je stejná síť po prvním zesílení toku, červeně je vyznačena *augmenting path*. Obrázek 1.4c znázorňuje druhou iteraci, kde lze vidět, že použitím DFS byla v obou případech vybrána cesta přes prostřední hranu, jejíž kapacita je ale několikanásobně menší, než mají ostatní hrany. Další iterace algoritmu by se opakovaly stále stejně, vždy by došlo k zesílení toku pouze o hodnotu jedna. Celkově by tedy bylo provedeno 2000 iterací algoritmu, což je hodnota maximálního toku touto sítí, který je znázorněn na posledním obrázku 1.4d. Naopak v případě použití BFS pro hledání *augmenting path* by k získání maximálního toku stačily pouhé dvě iterace celého algoritmu, protože by byla vybrána vždy nejkratší cesta přes dvě spodní nebo horní hrany [9].



Obr. 1.4: Nejhorší případ algoritmu Ford-Fulkersona. Vrchol A je zdroj  $s$ , D je stok  $t$ , B a C jsou mezilehlé vrcholy. Číslo před lomítkem představuje tok, za lomítkem je uvedena kapacita.

Další algoritmy založené na *augmenting paths* z Ford-Fulkersonova algoritmu vycházejí, v něčem ho mění a vylepšují. Například strom zkonstruovaný BFS prohledáváním se nemusí vytvářet v každém kroku stále znovu od začátku, ale vytváří se, když jsou vyčerpány všechny cesty dané délky. Využívá se principu, že každá nově nalezená nejkratší  $s-t$  cesta je stejně dlouhá nebo delší než ta předchozí [9]. Výběr cesty se dá také měnit, protože na jejím výběru nezáleží z hlediska správné funkčnosti algoritmu, ovlivněna je pouze jeho rychlost. Kromě zde dvou uvedených možností se může vybírat cesta s největší minimální kapacitou, nebo se může použít tzv. *priority-first search*, kdy se z vrcholů v residuální síti vybírá vždy hrana z nich

vedoucí, která má největší kapacitu [31].

Algoritmus navržený v [5] využívá dvou stromů, jednoho s kořenem ve zdroji  $s$ , stejně jako doposud uvedené algoritmy, a druhého s kořenem ve stoku  $t$ . Navíc oba stromy nikdy netvoří zcela znovu, ale snaží se je opětovně použít. To má za následek, že nalezená cesta už nemusí být ta nejkratší a výpočetní náročnost je teoreticky v nejhorším případě větší. Ale v praxi se ukazuje tento algoritmus zejména pro zpracování obrazu jako velmi efektivní.

### 1.5.2 Získání minimálního řezu z maximálního toku

Po nalezení maximálního toku se k určení minimálního řezu může použít strom vytvořený v posledním kroku algoritmu, nebo se například pomocí DFS vytvoří strom nový. Vrcholy v tomto stromu patří do množiny  $S$ , zatímco všechny zbylé vrcholy patří do množiny  $T$ . Součástí řezu jsou ty hrany, jejichž počáteční vrchol leží v  $S$ , zatímco koncový v  $T$ . V praxi se toho dá dosáhnout také tím, že se při tvorbě stromu přidají do řezu jako potenciální všechny hrany, jejichž počáteční vrchol byl objeven, a z řezu se odstraní, pokud je objeven také jejich koncový vrchol. Po dokončení stromu v řezu zůstanou všechny hrany, které do něj správně patří.

## 2 POUŽITÍ PRO ZPRACOVÁNÍ OBRAZU

### 2.1 Segmentace obrazu

Segmentace patří mezi základní kroky v obrazové analýze. Měla by rozdělit obraz do částí, které budou reprezentovat odlišné objekty, v medicíně například různé orgány, kosti, tkáně apod. Segmentace jako taková může vyjadřovat proces vedoucí k rozdělení obrazu, nebo už samotný výsledek tohoto procesu. Obvykle požadujeme, aby jednotlivé oblasti, na které je obraz rozdělen, byly disjunktní, a aby jejich sjednocení pokrývalo celý obraz. V praxi se jednotlivým pixelům nebo voxelům dává určité označení a pixely se stejným označením sdílejí určitou vizuální charakteristiku, například barvu, intenzitu nebo texturu. Tato podobnost už je dána konkrétní aplikací, kvůli které se segmentace provádí. Neexistuje jednotný postup k zajištění nejlepší segmentace, tu navíc bývá v praxi často těžké přesně definovat [17].

### 2.2 Využití řezu grafem k segmentaci

V [4] byla představena metoda segmentace objektů šedotónového obrazu využívající globální optimalizace určité diskretní energie. Globálního optima se dosáhne právě pomocí  $s$ - $t$  řezu grafem, přičemž nezáleží, jestli se jedná o 2D nebo 3D obraz. Tato metoda byla dále rozvedena v [3]. Vychází z metody původně publikované v [15] v roce 1989 určené k restauraci binárních obrazů.

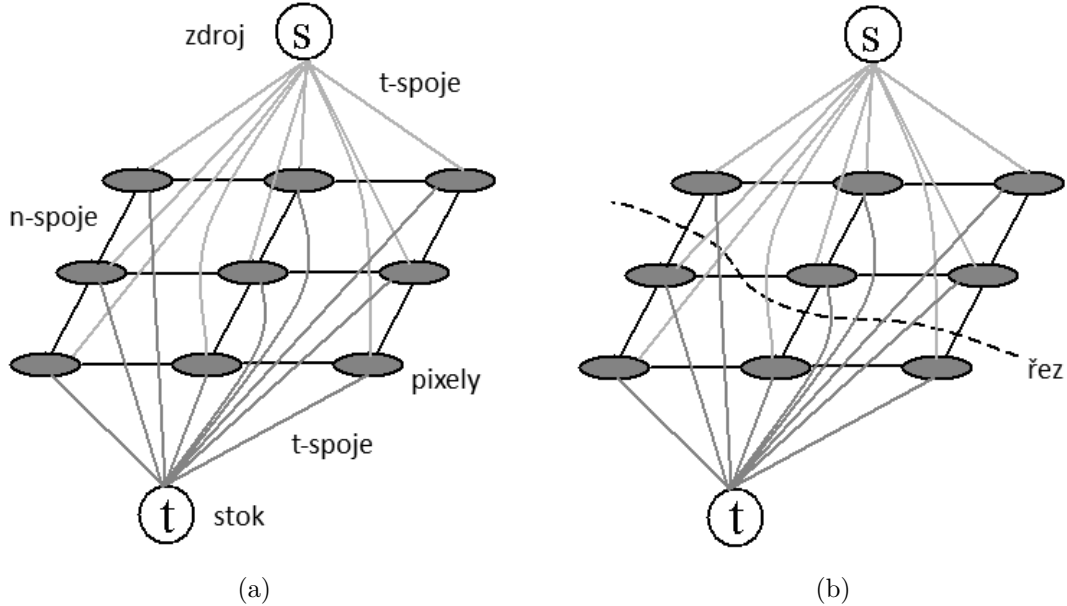
#### 2.2.1 Vytvoření grafu a jeho vlastnosti

Graf  $G = (V, E)$  je definován stejně jako v předcházejícím textu, pro jednoduchost je brán jako neorientovaný, i když je možné použití také orientovaného grafu.

Vrcholy grafu představují jednotlivé pixely nebo voxely, dále jsou ještě přítomny stoky  $s$  a zdroj  $t$ , které představují označení objektu, respektive pozadí. Vrcholy přiřazené sousedícím pixelům jsou spojeny hranou, takže si výsledný graf lze představit jako pravoúhlou mříž. Hrany mezi těmito vrcholy budou nazývány  $n$ -spoje (podle anglického *neighbor*). Všechny pixely jsou ještě dále napojeny na oba terminální vrcholy  $s$  a  $t$ , tyto hrany jsou nazývány  $t$ -spoje. Graf vytvořený z obrazu o velikosti  $3 \times 3$  je na obrázku 2.1a, kde jsou znázorněny mezilehlé vrcholy (pixely), stoky  $t$ , zdroj  $s$ ,  $n$ -spoje a  $t$ -spoje. Pro definici sousedních pixelů je zde využito 4-okolí. Všem hranám jsou poté přiřazeny nezáporné váhy  $w(e)$ .

Hlavním cílem je nalézt na tomto grafu minimální  $s$ - $t$  řez, který rozdělí všechny pixely do dvou skupin, podle toho, na který terminální vrchol zůstanou po provedení

řezu napojeny. Ty jsou nazývány, jak již bylo zmíněno, objekt a pozadí, přičemž objekt se může skládat z několika samostatných segmentů, které mohou také obsahovat díry.



Obr. 2.1: Vizualice grafu 2D obrazu rozměru  $3 \times 3$  pixely [33].

Na obrázku 2.1b si lze všimnout, že pixely na oddělených *n-spojích* leží na hranici segmentace. Takže hodnota těchto spojů podle vztahu 1.9 představuje hodnotu této hranice v obraze mezi objektem a pozadím. Naopak oddělené *t-spoje* mohou představovat určité regionální vlastnosti vytvořených segmentů. Použitím nekonečných vah *t-spojů* lze zajistit jejich požadované umístění v jednom ze dvou segmentů, pokud je známa apriorní znalost jejich přiřazení. *T-spoj* s nekonečnou vahou nebude přítomen v řezu, jelikož hodnota celého řezu by byla také nekonečná.

### 2.2.2 Segmentační energie

Množina všech pixelů nebo voxelů je značena  $P$ , společně s uplatněním zdroje  $s$  a stoku  $t$  musí platit  $V = P \cup \{s, t\}$ . Množina všech neuspořádaných dvojic prvků  $\{p, q\} \in P$ , které spolu v původním obraze sousedí, se značí  $N$ . Sousedící pixely mohou pocházet tradičně z 4-okolí, 8-okolí pro 2D data, nebo 6-okolí, 18-okolí a 26-okolí pro 3D data. Nalezení řezu bude fungovat pro jakékoliv okolí, kdežto výsledky se samozřejmě mohou lišit. Dále se definuje binární vektor  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_{|P|}\}$ , jehož komponenty  $A_p$  přiřazují jednotlivým prvkům  $p \in P$  hodnotu 1, pokud  $p$  přísluší objektu, a 0, pokud přísluší pozadí. Jinými slovy vektor  $A$  definuje segmentaci. Nyní je možné zavést následující funkci energie, která závisí na konkrétní podobě

vektoru  $A$ :

$$E(A) = \lambda \cdot R(A) + B(A), \quad (2.1)$$

kde

$$R(A) = \sum_{p \in P} R_p(A_p), \quad (2.2)$$

$$B(A) = \sum_{\{p,q\} \in N} B_{p,q} \cdot \delta_{A_p \neq A_q} \quad (2.3)$$

a

$$\delta_{A_p \neq A_q} = \begin{cases} 1 & \text{pokud } A_p \neq A_q, \\ 0 & \text{pokud } A_p = A_q. \end{cases} \quad (2.4)$$

Rovnice 2.2 je v článku [3] nazvaná jako *region term* a představuje regionální požadavky (penalizaci za přiřazení pixelu do jednoho ze dvou segmentů), obvykle se při segmentaci požaduje, aby si byly pixely segmentovaného objektu v něčem podobné, například v intenzitě. Rovnice 2.3 naopak značí určité vlastnosti hranice mezi objektem a pozadím, v původní verzi se nazývá *boundary term*. Koeficient  $\lambda \geq 0$  vymezuje významnost regionálního nebo hraničního požadavku pro výslednou segmentaci.

Cílem celého algoritmu je najít takový vektor  $A$ , pro který je energie  $E(A)$  minimální, čímž bude získána globálně optimální segmentace. Přesná hodnota této minimální energie není důležitá.

Rovnice 2.2 předpokládá, že jsou dány postihy pro přiřazení pixelu  $p$  k objektu (značen 1), nebo pozadí (značeno 0). Například  $R_p(\cdot)$  může odrážet, jak pixel s danou intenzitou zapadá do histogramu objektu nebo pozadí, k čemuž se využívá záporných logaritmu pravděpodobností:

$$R_p(A_p = 1) = -\ln \Pr(I_p | A_p = 1), \quad (2.5)$$

$$R_p(A_p = 0) = -\ln \Pr(I_p | A_p = 0). \quad (2.6)$$

Uvedené rovnice zajistí, že nižší pravděpodobnost bude mít větší penalizaci. Následkem přiřazení pixelu segmentu, do jehož histogramu tato intenzita zapadá s nižší pravděpodobností, bude vyústění většího postihu a vyšší hodnoty energie v první rovnici 2.1.

Naproti tomu výraz 2.3 představuje vlastnosti hranice dané segmentace  $A$ . Koeficient  $B_{p,q} \geq 0$  by měl být chápán jako postih za nesouvislost mezi pixely  $p$  a  $q$ , protože  $B_{p,q}$  je různé od nuly jenom v případě, že oba pixely patří do jiného segmentu. Obvykle má  $B_{p,q}$  větší hodnotu, pokud si jsou pixely  $p$  a  $q$  podobné, například v jejich intenzitě, a naopak se blíží nule, pokud jsou velmi odlišné. Postih se také může snižovat jako funkce vzdálenosti mezi oběma pixely. Funkce, která splňuje tyto vlastnosti (i když ty nejsou závazné) je například:

$$B_{p,q} \propto \exp\left(-\frac{(I_p - I_q)^2}{2\sigma^2}\right) \cdot \frac{1}{\text{dist}(p, q)}, \quad (2.7)$$

kde  $\sigma^2$  představuje rozptyl hodnot intenzit v obrazu a vzdálenost v posledním zlomku může být klasická Euklidovská vzdálenost, která vzhledem k propojení pouze sousedních pixelů nabývá pro 2D obraz dvou hodnot 1 a  $\sqrt{2}$  a pro 3D obraz hodnot 1,  $\sqrt{2}$  a  $\sqrt{3}$ . Funkce 2.7 zaručuje vysoké postihy za nespojitost v případě blízkých intenzit, kdy  $|I_p - I_q| < \sigma$ . Naopak pokud jsou pixely velmi odlišné,  $|I_p - I_q| > \sigma$ , je postih malý. Tato funkce také odpovídá distribuci šumu mezi sousedícími pixely v obrazu.

### 2.2.3 Pevná omezení

Jelikož reálné obrazy obvykle nemají regionální vlastnosti objektu příliš odlišné od pozadí, zavádějí z tohoto důvodu v článku [3] pevná omezení. Jedná se o pixely, jejichž přiřazení je předem dané a výsledný řez grafem ho nesmí změnit, čímž se omezí prohledávaná množina možných řešení.

Jsou dány dvě množiny  $O$  (*object*) a  $B$  (*background*), které označují pixely, jejichž přiřazení k objektu nebo k pozadí je apriorně známé. Přirozeně musí platit  $O \subset P$  a  $B \subset P$  a zároveň  $O \cap B = \emptyset$ . Cílem je poté spočítat globální minimum rovnice 2.1 přes všechny segmentace  $A$  splňující omezení:

$$\forall p \in O : A_p = 1, \quad (2.8)$$

$$\forall p \in B : A_p = 0. \quad (2.9)$$

Pevná omezení mohou být použita jak pro inicializaci algoritmu, tak pro editaci výsledků. Většinou jsou zadávána manuálně vybíráním částí obrazů při spuštění, následně se mohou upravit po zobrazení výsledků, čímž se dále omezí prohledávaný prostor možných řešení, pokud je předcházející řešení nedobré a nepřijatelné. Tímto způsobem lze postupně dojít k požadované segmentaci.

Apriorní znalost může být získána také automaticky, například ve specializovaných aplikacích jako je segmentace orgánů z medicínských 2D nebo 3D dat. Ze známého přibližného umístění orgánu se současným použitím šablony jsou získány předem známé pixely nebo voxely pro objekt a pozadí, následně jsou z nich získány charakteristiky rozdělení intenzit obou segmentů pro použití v rovnicích 2.5 a 2.6. Získání těchto charakteristik je, kromě zmenšení prohledávaného prostoru, další možnost využití pevných omezení, která může být uplatněna jak pro manuální selekci, tak pro automatickou. V případě 3D dat může být dostatečné získat omezení pouze v jednom řezu.

### 2.2.4 Přiřazení vah a detaily algoritmu

Jak již bylo zmíněno, je dán graf  $G = (V, E)$ , kde  $V = P \cup \{s, t\}$ , množina  $P$  jsou jednotlivé body obrazu,  $s$  je zdroj a  $t$  je stok. Množina  $E$  se sestává ze dvou typů

hran,  $n$ -*spoje* mezi sousedícími pixely a  $t$ -*spoje* mezi terminálními vrcholy a pixely. Každý pixel  $p$  má dva  $t$ -*spoje*  $\{p, s\}$  a  $\{p, t\}$ , které jej spojují s každým terminálním vrcholem. Každá dvojice sousedících pixelů  $\{p, q\}$  v množině  $N$  je propojena  $n$ -*spojem*. Z toho důvodu platí:

$$E = N \bigcup_{p \in P} \{\{p, s\}, \{p, t\}\}. \quad (2.10)$$

V tabulce 2.1 jsou vypsány přiřazení vah hranám v  $E$ , kde:

$$K = 1 + \max_{p \in P} \sum_{q: \{p, q\} \in N} B_{p, q}. \quad (2.11)$$

Tab. 2.1: Tabulka vah pro hrany  $E$ .

| Hrana      | Váha (kapacita)              | Platí pro                      |
|------------|------------------------------|--------------------------------|
| $\{p, q\}$ | $B_{p, q}$                   | $\{p, q\} \in N$               |
|            | $\lambda \cdot R_p(A_p = 0)$ | $p \in P, p \notin (O \cup B)$ |
| $\{p, s\}$ | $K$                          | $p \in O$                      |
|            | $0$                          | $p \in B$                      |
|            | $\lambda \cdot R_p(A_p = 1)$ | $p \in P, p \notin (O \cup B)$ |
| $\{p, t\}$ | $0$                          | $p \in O$                      |
|            | $K$                          | $p \in B$                      |

Tímto je graf  $G$  kompletně definován. Rovnice 2.11 pro definování hodnoty  $K$  v tabulce 2.1 je použita v původní publikaci [3], ale některé další publikace na ni se odkazující a také používající tuto metodu přidělují hodnotě  $K$  nekonečno. Jednoduše jde o to, přiřadit tomuto  $t$ -*spoji* takovou hodnotu, aby součet vah  $n$ -*spojů* z vrcholu  $p$ , který je na něj napojen, nebyl nikdy větší, čímž se zajistí, že při počítání maximálního toku nebude daný  $t$ -*spoj* nikdy saturován a tudíž nebude součástí minimálního řezu.

Ve vztahu k hodnotě řezu podle rovnice 1.9 lze analogicky prohlásit, že pokud by byl například oddělen  $t$ -*spoj*  $\{p, s\}$  pro  $p \in O$  s váhou  $K$ , dosáhlo by se menší hodnoty řezu zachováním této hrany a oddělením druhého  $t$ -*spoje* a všech  $n$ -*spojů* vedoucím z tohoto pixelu  $p$ . Z čehož plyne, že řez s oddělenou hranou váhy  $K$  nemůže být nikdy minimální řez.

Použití nekonečna bude ve výsledku stejné, i když může být méně náročné na výpočet, protože se pro nalezení hodnoty  $K$  nepoužívá suma a hledání maxima.

S využitím teorie grafů uvedené výše lze pro každý existující řez  $C$  na  $G$  následně psát:

1.  $C$  odděluje právě jeden  $t$ -spoj v každém pixelu  $p$ .
2.  $\{p, q\} \in C$  jestliže  $p$  a  $q$  mají  $t$ -spoj k odlišným terminálním vrcholům.
3. Jestliže  $p \in O$ , potom  $\{p, t\} \in C$ .
4. Jestliže  $p \in B$ , potom  $\{p, s\} \in C$ .

Pro každý řez  $C$  můžeme definovat unikátní související segmentaci  $A(C)$  takovou, že:

$$A_p(C) = \begin{cases} 1 & \text{pokud } \{p, t\} \in C \\ 0 & \text{pokud } \{p, s\} \in C. \end{cases} \quad (2.12)$$

Z bodu 1 je vidět, že každému pixelu  $p$  bude přiřazeno právě jedno označení a bude tak patřit do jednoho segmentu.

Segmentace  $\hat{A} = A(\hat{C})^1$  definovaná minimálním řezem  $\hat{C}$  podle rovnice 2.12 minimalizuje energii v 2.1 přes všechny segmentace splňující omezení 2.8 a 2.9. To může být dokázáno s využitím výše uvedené tabulky 2.1, definice existujících řezů a rovnice 2.12. Pro hodnotu jakéhokoliv existujícího řezu totiž platí:

$$\begin{aligned} |C| &= \sum_{p \notin (O \cup B)} \lambda \cdot R_p(A_p(C)) + \sum_{\{p,q\} \in N} B_{p,q} \cdot \delta_{A_p \neq A_q} = \\ &= E(A(C)) - \sum_{p \in O} \lambda \cdot R_p(=1) - \sum_{p \in B} \lambda \cdot R_p(0). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Z toho plyne  $|C| = E(A(C)) - const$ , protože poslední dvě sumy výsledného výrazu souvisí se zavedenými omezeními a budou pro všechny existující řezy totožné. V případě, že by nebyla žádná pevná omezení předem zavedena, byly by tyto sumy nulové, protože potom  $O = \emptyset \wedge B = \emptyset$ . Rovnice 2.12 přiřazuje každému řezu individuální segmentaci, takže:

$$E(\hat{A}) = |\hat{C}| + const = \min |C| + const = \min E(A(C)) = \min E(A), \quad (2.14)$$

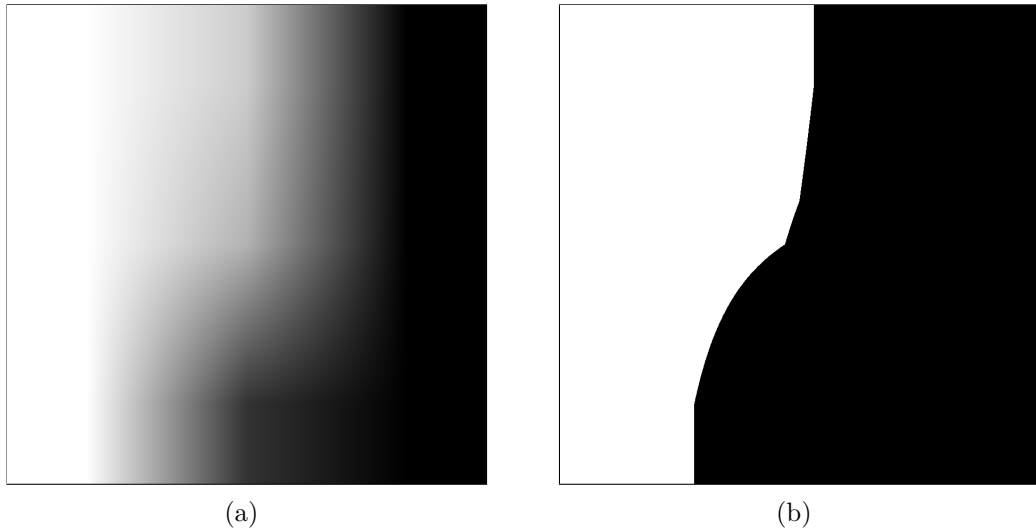
čímž je výše uvedená věta dokázána, a tedy řez grafem provede takovou segmentaci, pro kterou je daná energie v globálním minimu.

### 2.2.5 Shrnutí metody

Největší nevýhodou algoritmu zůstává nutnost zavedení určité apriorní znalosti. I když může být koeficient  $\lambda = 0$ , čímž odpadne potřeba znalosti pravděpodobnostních charakteristik pro obě oblasti, tak je v tomto případě nutné zavedení pevných omezení, aby nebyla hodnota všech  $t$ -spojů podle tabulky 2.1 nulová. V tomto případě by procházel všechen tok přes předem známé pixely a segmentace by závisela pouze na hraničním požadavku. Toho se často využívá při segmentaci objektů z fotografií nebo videa. Zavedení regionálního požadavku pro  $\lambda \neq 0$  je výhodné u medicínských

<sup>1</sup> $\hat{C}$  je označení pro minimální řez,  $\hat{A}$  pro příslušející segmentaci

aplikací. Různou formu apriorní znalosti získávají a využívají další uvedené metody, často více specializované.



Obr. 2.2: Testovací obraz a jeho segmentace.

Na obrázku 2.2 je demonstrace tohoto algoritmu na testovacím obrazu, který byl vytvořen v rámci přípravy na segmentaci lézí. K tvorbě grafu bylo použito 4-okolí, použití 8-okolí přinášelo stejné výsledky. Konstanta  $\lambda$  měla hodnotu 0,5, pravděpodobnost pro rovnice 2.5 a 2.6 byla získaná z histogramů, které byly vytvořeny z částí obou oblastí. Nebyla implementována žádná pevná omezení, pro výpočet hraničního požadavku byla použita rovnice 2.7.

## 2.3 Segmentace s tvarovou znalostí

V [12] vycházejí z předcházející metody segmentace, ale do algoritmu je ještě zakomponován předem známý tvar objektu, který je segmentován. Předcházející metoda nepodává uspokojivé výsledky, pokud jsou přítomny další objekty s podobným profilem intenzity nebo není-li hranice mezi nimi dostatečně kontrastní, vzhledem k ostatním objektům ve scéně. Nevýhodou dále uvedené modifikace je omezení pouze na 2D scénu, kdy je daný tvar reprezentován v jedné rovině.

Hlavní myšlenkou je zakomponování funkce vzdálenosti od kontury šablony do hodnoty vah v grafu, jako dodatek k původním požadavkům na hranici a region. Jedná se o funkci, kde s rostoucí odchylkou polohy pixelu od tvarové šablony roste také funkční hodnota této funkce, tedy roste penalizace. Tím bude do grafu zakomponována jak informace o obraze, tak o předem známém segmentovaném tvaru určeném šablonou.

### 2.3.1 Implementace algoritmu

Princip je stejný jako u předcházejícího algoritmu, graf je definován stejně a úkolem je najít segmentaci zajišťující globální minimum energie. Předpokladem je, že je dána jednoduchá stálá šablona. Energie má tvar:

$$E = (1 - \mu)E_i + \mu E_s, \quad (2.15)$$

kde  $\mu$  je konstanta z intervalu  $(0, 1)$ ,  $E_i$  je energie obrazu ve stejné podobě jako v rovnici 2.1 a  $E_s$  je energie založená na podobnosti se šablonou.

Šablona je definována jako parametricky zadaná křivka  $\bar{\mathbf{c}}(s)$ . Segmentace objektu je dána vektorem  $A$ , poté hraniční křivka objektu může být zapsána jako:

$$\mathbf{c} = bd(\{p \in P : A_p = 1\}), \quad (2.16)$$

kde  $bd(S)$  značí hranici množiny  $S$ . Tato křivka může být také parametrizována, čímž vznikne  $\mathbf{c}(s)$ . Jestliže je parametr  $s$  definován v intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$ , potom má funkce energie tvar:

$$E_s[\mathbf{c}(\cdot)] = \int_0^1 [\mathbf{c}(s) - \bar{\mathbf{c}}(s)]^2 ds. \quad (2.17)$$

Jak je vidět, tato energie bude minimální, pokud bude hraniční křivka segmentovaného objektu shodná s křivkou definující šablonu, tedy  $\mathbf{c}(s) = \bar{\mathbf{c}}(s)$ . Toto vyjádření energie má ale dva zásadní problémy. Prvním je závislost na parametrickém vyjádření obou křivek, kdy by musela být zajištěna spojitost mezi parametrem u  $\mathbf{c}$  a  $\bar{\mathbf{c}}$ , tedy stejná hodnota parametru by musela odkazovat na stejný bod na obou křivkách, jinak by hodnota energie byla nesmyslná a dávala by vysoké hodnoty i pro geometricky shodné křivky, ale s jiným vyjádřením parametru. Druhým problémem je nemožnost použití řezu grafem pro minimalizování této energie. Proto byla zavedena šablona jako funkce vzdálenosti, jejíž nulová hodnota přesně koresponduje s původní křivkou. Je definována  $\bar{\phi} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  taková, že:

$$\bar{\mathbf{c}} = \{x \in \mathbb{R}^2 : \bar{\phi}(x) = 0\}, \quad (2.18)$$

kde  $\bar{\mathbf{c}}$  je daná množina bodů reprezentující požadovaný tvar. Příklad funkce vzdálenosti je vidět na obrázku 2.3c. V článku [12] není přesné vyjádření funkce vzdálenosti uvedeno, ale pravděpodobně by se dala použít normalizovaná Euklidovská vzdálenost, která by byla pro daný pixel počítána jako vzdálenost k nejbližšímu bodu hranice tvarové šablony.

Pomocí funkce  $\bar{\phi}$  může být předchozí rovnice energie šablony přeepsána do tvaru:

$$E_s = \sum_{(p,q) \in N: A_p \neq A_q} \bar{\phi} \left( \frac{p+q}{2} \right), \quad (2.19)$$

kde  $N$  je množina sousedících pixelů definována stejně jako dříve v rovnici 2.1. Tato energie bude nízká, pokud:

$$\bar{\phi}\left(\frac{p+q}{2}\right) \approx 0 \quad (2.20)$$

pro všechny sousedící pixely na hranici objektu a pozadí. Což bude platit, když bude bod  $(p+q)/2$  blízko hranice tvaru v šabloně, jak plyne z rovnice 2.18. Pokud bude hranice objektu dále od požadovaného tvaru, bude také tato energie větší, jelikož  $\bar{\phi}(x)$  roste se vzdáleností.

Celková funkce energie může být pomocí 2.1, 2.15 a 2.19 zapsána jako:

$$E = \lambda \cdot \sum p \in P(1-\mu)R_p(A_p) + \sum_{(p,q) \in N: A_p \neq A_q} \left[ (1-\mu)B_{p,q} + \mu \cdot \bar{\phi}\left(\frac{p+q}{2}\right) \right]. \quad (2.21)$$

V tomto tvaru už může být energie minimalizována pomocí řezu.

Jelikož objekt v obrazu může mít různou velikost a může být různě natočen, je nutné mít možnost šablonu podrobit registraci s objektem. Jsou využívány rigidní transformace s možností změny velikosti. Nejprve je za pomoci rigidních geometrických transformací, jako jsou posunutí a otočení, provedena registrace s body patřícími objektu vybranými uživatelem za účelem vytvoření pravděpodobnostních charakteristik a určení pevných omezení. V podobě prezentované v článku [12] je algoritmus tedy závislý na počáteční manuální selekci několika pixelů objektu a pozadí. Například těžiště bodů vybraných uživatelem jako část objektu dává přibližnou informaci o pozici těžiště objektu jako takového. Takto registrovaná funkce vzdálenosti nese označení  $\bar{\phi}_{trans}$ . Registrace nebude samozřejmě dokonale přesná, ale to nepředstavuje zásadní problém, jelikož algoritmus je poměrně robustní, i když není šablona dokonale přesná.

Následuje změna měřítka pomocí pyramidové dekompozice obrazu, který je v každém kroku podvzorkován s faktorem 2, a provede se minimalizace energie pomocí řezu pro každou úroveň dekompozice. Registrovaná funkce vzdálenosti  $\bar{\phi}_{trans}$  se přitom nemění a její velikost je stále stejná, bude docházet pouze k posunutí pro každé podvzorkování, aby byla registrace stále platná, protože obraz se vždy zmenší o polovinu. Výpočetní náročnost nevzroste nijak zásadně, protože počet pixelů zpracovaných při pyramidové dekompozici je méně než  $4/3$  počtu pixelů původního obrazu (každá úroveň dekompozice má čtvrtinovou velikost předcházející).

Nejllepší segmentace je určena jako nejnižší hodnota z výsledných normalizovaných energií. Normalizace se provede vynásobením energie hodnotou  $4^k$ , kde  $k$  je úroveň příslušné dekompozice. Tato hodnota je znovu dána čtvrtinovou velikostí každé nové úrovně oproti předchozí.

V tabulce 2.2 je uvedeno přiřazení vah grafu, na kterém je prováděn řez. Shodné symboly mají stejný význam jako u přiřazení uvedeném v tabulce 2.1, je zde doplněna tvarová znalost. Pro  $R_p$  mohou být použity rovnice 2.5 a 2.6, pro  $B_{p,q}$  opět 2.7.

Tab. 2.2: Tabulka vah pro hrany s využitím tvarové šablony.

| Hrana      | Váha (kapacita)   | Platí pro                      |
|------------|---|--------------------------------|
| $\{p, q\}$ | $(1 - \mu)B_{p,q} + \mu \cdot \bar{\phi}\left(\frac{p+q}{2}\right)$ | $\{p, q\} \in N$               |
|            | $(1 - \mu)\lambda \cdot R_p(A_p = 0)$                               | $p \in P, p \notin (O \cup B)$ |
| $\{p, s\}$ | $\infty$  | $p \in O$                      |
|            | $0$   | $p \in B$                      |
|            | $(1 - \mu)\lambda \cdot R_p(A_p = 1)$                               | $p \in P, p \notin (O \cup B)$ |
| $\{p, t\}$ | $0$   | $p \in O$                      |
|            | $\infty$  | $p \in B$                      |

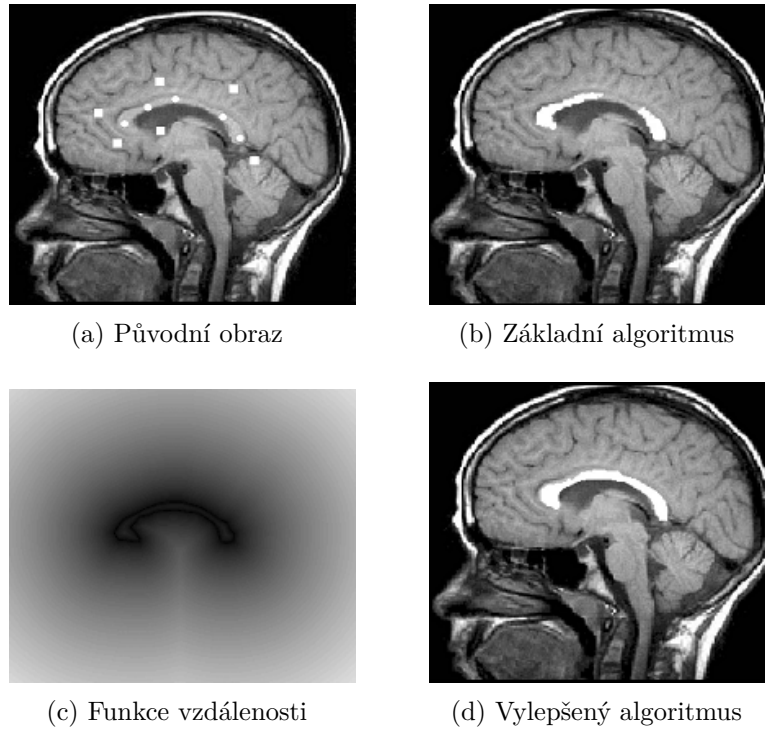
Algoritmus s tvarovou znalostí byl v [12] testován na medicínských CT a MRI datech, kde se prokázal jako úspěšný zejména v případech, kdy měla okolní tkáň stejné rozdělení intenzity. Základní forma algoritmu, která je uvedena v [3], selhávala, nebo by muselo být přidáno větší množství pevných omezení. V případě CT se jednalo o segmentaci močového měchýře, a u MRI o segmentaci kalózního tělesa, u kterého byl problém jak se shodnou intenzitou okolní tkáně, tak s tvarem, kdy díky zúžení v prostřední části bylo původním algoritmem těleso rozděleno na dvě části, jak je vidět na obrázku 2.3b. Na obrázku 2.3d už je za pomoci tvarové šablony provedena segmentace správně.

### 2.3.2 Využití elipsy

V [33] byl zvolen mírně odlišný přístup využití tvarové znalosti, který zde bude stručně představen. Kromě snahy o zakomponování tvaru do vah hran v grafu je tvar také reprezentován výběrem úzké množiny pixelů, na kterých řez probíhá.

Pro vyjádření tvarové znalosti byla vybrána elipsa, protože se jedná o jednoduchý, popisný geometrický útvar, s jehož pomocí se dá modelovat velké množství objektů včetně škály anatomických struktur, jako jsou cévy, lymfatické uzliny, některé kosti apod. Elipsa je rovinný útvar, z toho plyne, že se opět bude jednat o 2D segmentaci. Graf je vytvořen a definován stejně jako v předchozích případech, jak je vidět například na obrázku 2.1, a také je využita stejná energetická funkce 2.1. Nyní jsou ale požadavky na region  $R(A)$  a hranici  $B(A)$  počítány ze dvou různých obrazových matic.

V prvním případě je použit původní obraz, hodnoty pro  $B(A)$  jsou získány stejně jako v rovnici 2.7. Dále je vypočtena průměrná intenzita  $\mu_i$  pixelů uvnitř a  $\mu_o$  vně



Obr. 2.3: Segmetnace kalózního tělesa z MRI hlavy [12].

elipsy, které jsou použity pro určení  $R(A)$  následujícím způsobem:

$$R_p(A_p = 1) = |I(p) - \mu_i|, \quad (2.22)$$

$$R_p(A_p = 0) = |I(p) - \mu_o|, \quad (2.23)$$

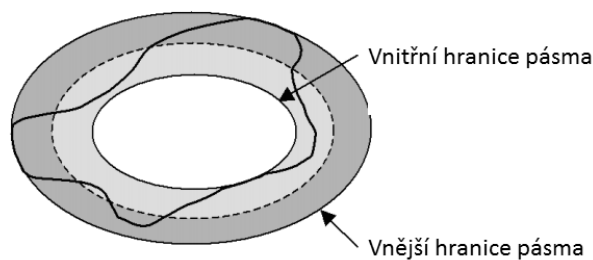
kde  $I(p)$  je intenzita pixelu  $p$ . Jak již bylo uvedeno výše,  $A_p = 1$  přiřazuje pixel objektu,  $A_p = 0$  přiřazuje pixel pozadí. Z těchto rovnic vyplývá, že pokud se bude intenzita pixelu  $p$  blížit průměrné intenzitě elipsy, bude penalizace nízká, a naopak. Totéž platí pro pozadí.

V druhém případě je vytvořena tvarová maska  $M$ , což je binární obraz, pro který platí, že hodnoty 0 jsou uvnitř zvolené elipsy a hodnoty 1 vně. Z masky jsou také vypočteny hodnoty pro energetickou funkci,  $B(A)$  znovu pomocí vztahu 2.7, kde by byly místo  $I(\cdot)$  použity hodnoty  $M(\cdot)$ .  $R(A)$  podle vztahů:

$$R_p(A_p = 1) = |M(p) - 1|, \quad (2.24)$$

$$R_p(A_p = 0) = |M(p) - 0|. \quad (2.25)$$

Pro daný pixel jsou vždy ještě obě hodnoty  $B(A)$  sečteny, stejně tak  $R(A)$ , s určitým váhovacím faktorem, který určuje vliv energie původního obrazu a vytvořené masky. V článku byly hodnoty vypočtené z masky násobeny hodnotou 25.



Obr. 2.4: Znázorněné pásmo kolem elipsy [33].

Graf není vytvářen ze všech pixelů, ale pouze z úzkého pásma kolem elipsy, jak je znázorněno na obrázku 2.4. V tomto pásmu je tedy proveden řez, na který se v dalším kroku registruje nová elipsa. Jednotlivé kroky algoritmu mohou být zapsány:

1. Zavedení počáteční elipsy, buď automaticky nebo manuálním výběrem.
2. Vytvoření tvarové masky této elipsy.
3. Výpočet intenzit pixelů uvnitř a vně masky.
4. Pomocí dilatace se vytvoří pásmo pixelů pro řez.
5. Z pixelů v pásmu se vytvoří graf, váhy jsou dány součtem hodnot energií z tvarové masky a z obrazu. Přesné přiřazení je provedeno jako v tabulce 2.1 s tím rozdílem, že nejsou přítomna pevná omezení.
6. Spočítá se minimální řez. Na obrázku 2.4 je znázorněn jako tmavá kontura.
7. Na tento řez se registruje elipsa.
8. Opakování od kroku 2 dokud nebude elipsa konvergovat.

Konvergence elipsy je určena odlišností poslední od několika předcházejících. Segmentován bude vždy jeden objekt, i když teoreticky není vyloučeno, že by došlo k vytvoření několika malých objektů v daném pásmu, ale následující elipsa pro další krok bude vždy pouze jedna. Jak již bylo zmíněno, segmentace je výhodná pro použití na cévách nebo lymfatických uzlinách v řezu, ale je nutné určení počáteční polohy elipsy.

## 2.4 Automatická segmentace srdce

V [11] je prezentována automatická segmentace srdce včetně věnčitých tepen ze 3D srdečních CT skenů. V této metodě jsou graf a další množiny definovány stejně jako v předchozích případech, pouze se používá seřazených párů v množině sousedících pixelů  $N$ , takže pro každé dva pixely  $p$  a  $q$  jsou v  $N$  dva prvky  $\{p, q\}$  a  $\{q, p\}$ . Jak bude vidět dále, je to z důvodu zavedení další energie, která může mít pro oba prvky jinou hodnotu.

Začíná se nalezením semínka, bodu, který leží uvnitř srdce. Jeho poloha je spočítána jako těžiště objemu váhované intenzitou. Jelikož se pracuje s kontrastním CT, největší intenzity dosahují kosti a krev, a tak je poloha semínka ovlivněna distribucí zejména těchto tkání. Kosti jsou v hrudníku lokalizovány přibližně symetricky v okolí srdce, a krve je nejvíce v srdečních komorách a síních. Pomocí těchto apriorních předpokladů bylo zajištěno, že bylo semínko lokalizováno téměř ve všech případech uvnitř srdce.

Následuje postupná dilatace elipsoidu (ze začátku ve formě koule) z tohoto semínka do všech směrů, kterým budou určena pevná omezení objektu (tedy srdce) pro následující řez grafem. Jakmile se elipsoid dotkne jedné ze srdečních stěn, která se detekuje pomocí nízké intenzity okolí, pokračuje dilatace ve směru opačném k bodu dotyku, jako když se nafukující se balónek dotkne stěny a stále se nafukuje. V této fázi už dochází ke změně polohy středu elipsoidu. Dilatace je ukončena, jakmile se elipsoid dotýká stěn v několika místech a již nemůže být zvětšen. Přesný počet bodů dotyku ale není v článku blíže specifikován. Výsledný elipsoid přibližně odpovídá tvaru srdce, reprezentuje pevná omezení a zároveň jsou z něj určeny pravděpodobnostní charakteristiky objektu pro přiřazení vah podle rovnice 2.5.

Energie pro následnou minimalizaci je upravena přidáním další proměnné, která reprezentuje tvar dilatovaného elipsoidu:

$$E(A) = \lambda \cdot R(A) + B(A) + D(A), \quad (2.26)$$

kde  $R(A)$  a  $B(A)$  má stejný význam jako v rovnicích 2.2 a 2.3, zatímco:

$$D(A) = \sum_{p,q \in N} D_{p,q}(A_p, A_q; C) \cdot \delta_{A_p \neq A_q}, \quad (2.27)$$

kde  $\delta_{A_p \neq A_q}$  má stejný význam jako v rovnici 2.4, . Hodnota  $D_{p,q}$  udává penalizaci pro hranu mezi pixely  $p$  a  $q$ , jejíž hodnota závisí na úhlu mezi úsečkami  $pq$  a  $pC$ , kde  $C$  je střed elipsoidu. Vypočítá se jako:

$$D_{p,q}(A_p, A_q; C) = \begin{cases} \cos^2(pq, pC) & \text{pokud } \cos(pq, pC) < 0, \\ 0 & \text{pokud } \cos(pq, pC) \geq 0. \end{cases} \quad (2.28)$$

Pokud tedy bude úhel v rozmezí  $\langle 90^\circ; 270^\circ \rangle$ , bude hodnota záporná a penalizace nenulová. Pro každou úsečku  $pq$  bude z důvodu seřazených párů v množině  $N$  probíhat výpočet dvakrát, pokaždé pro úhel z jiného konce. Takto definovaná energie bude podporovat segmentaci objektu konvexního tvaru kolem středu elipsoidu. Přiřazení vah je sepsáno v tabulce 2.3.

Aby byla také zajištěna viditelnost věnčitých tepen, je potřeba provést ještě dilataci celého segmentovaného objektu. Velikost dilatace lineárně klesá od srdeční báze směrem k srdečnímu hrotu. V horní části srdce je dilatace největší, protože zde vystupují věnčité tepny z aorty a jejich průměr je zde největší.

Tab. 2.3: Tabulka vah pro hrany s využitím penalizace podle úhlu segmentace.

| Hrana      | Váha (kapacita)              | Platí pro                      |
|------------|------------------------------|--------------------------------|
| $\{p, q\}$ | $B_{p,q} + D_{p,q}$          | $\{p, q\} \in N$               |
| $\{p, s\}$ | $\lambda \cdot R_p(A_p = 0)$ | $p \in P, p \notin (O \cup B)$ |
|            | $\infty$                     | $p \in O$                      |
|            | $0$                          | $p \in B$                      |
| $\{p, t\}$ | $\lambda \cdot R_p(A_p = 1)$ | $p \in P, p \notin (O \cup B)$ |
|            | $0$                          | $p \in O$                      |
|            | $\infty$                     | $p \in B$                      |

## 3 SEGMENTACE LÉZÍ OBRATLŮ

### 3.1 Popis problému a dat

Úkolem bylo provést segmentaci lézí a zdravé tkáně v těle obratlů. Vstupními daty byly CT snímky ve standardním DICOM<sup>1</sup> formátu. Ty již byly podrobeny segmentaci vytvořeným programem podle dizertační práce Ing. Romana Petera, Ph.D. [28]. Program provádí segmentaci těl obratlů C2 až L4<sup>2</sup> z celé páteře (pokud není v akvizici celá páteř, je přirozeně segmentován menší počet obratlů), odstraňována je také vysokointenzitní kortikální kost na povrchu obratlů. Výsledkem segmentace jsou samostatná těla obratlů ve formě 3D obrazových matic, které jsou jednotlivě uloženy ve formátu souborů \*.mat, což je souborový formát programovacího prostředí MATLAB<sup>®</sup> pro ukládání dat. Takto segmentovaná těla obratlů jsou předmětem následující analýzy. Akviziční parametry používané pro získání dat jsou uvedeny v tabulce 3.1.

Tab. 3.1: Tabulka CT akvizičních parametrů.

| Parametr                             | Hodnota                           |
|--------------------------------------|-----------------------------------|
| Velikost obrazové matice             | $768 \times 768 \times \sim 2500$ |
| Tloušťka řezu [mm]                   | 0,67                              |
| Anodové napětí [kV]                  | 140                               |
| Vzdálenost mezi řezy [mm]            | 0,335                             |
| Anodový proud [mA]                   | 232                               |
| Expozice [mGy]                       | 400                               |
| Vzorkovací perioda v rovině x-y [mm] | 0,65                              |
| Bitová hloubka [b]                   | 12                                |

Pacienti podstupují uvedené CT vyšetření páteře z důvodu přítomnosti zhoubného nádoru, který způsobí metastáze v páteřních obratlích. Metastáze bývají dvojího typu<sup>3</sup>, osteolytické a osteoplastické, přičemž osteolytické jsou hypodensní, protože rozpouštějí kost a narušují její stavbu a mají tedy nižší intenzitu, zatímco osteoplastické jsou hyperdensní, protože v nich probíhá zvýšená tvorba kostní tkáně

<sup>1</sup>*Digital Imaging and Communications in Medicine* (DICOM) – Standard pro zpracování, uchování, tisk, zobrazování a přenos informací v medicínském zobrazování. Zahrnuje jak definice formátu souborů, tak komunikační protokoly [26].

<sup>2</sup>C2 značí druhý krční obratel, od latinského *cervicales*, L4 značí čtvrtý bederní obratel – *lumbales*. Hrudní obratle jsou případně značeny Th1 až Th12 podle *thoracicae* [6].

<sup>3</sup>Nejčastěji bývají oba typy metastáz smíšené, což je činí ještě těžší pro segmentaci [19].

a mají tedy vyšší intenzitu než zdravá tkáň. Rozdíl v intenzitách je ale velmi nízký na to, aby byla segmentace těchto lézí jednoduchá. Nízký rozdíl intenzit mezi zdravou a postiženou tkání bývá zapříčiněn také zmíněnou přítomností smíšených lézí. Vzhledem k nutnosti zachovat při akvizici co nejnižší dávku záření (princip ALARA<sup>4</sup>), bývá také problémem poměrně vysoký šum a nízké prostorové rozlišení. Akviziční matice má v transverzálním řezu rozměr  $768 \times 768$  voxelů, tedy vysegmentované tělo obratle má ve stejném řezu velikost pouze přibližně  $50 \times 50$  voxelů (záleží také na typu obratle, lumbární jsou přirozeně větší než krční), což zhoršuje možnosti použití například texturní analýzy, protože při vyšším rozlišení a menším šumu by byla případná textura více patrná. Souběžně proběhlo testování segmentace za pomoci kombinace texturních metod a tvarových příznaků, které bylo řešeno v rámci diplomové práce Michaely Novosadové [27]. V práci Ing. Miloše Malínského, Ph.D. [22] bylo testováno několik texturních metod, ale žádná se zatím neukázala jako použitelná.

V této práci je prezentován algoritmus segmentace na základě intenzity, stejně jako v [22], kde byla nakonec použita klasifikace pomocí Bayesovské statistiky kombinované s Markovovskými rozhodovacími procesy. Zde představený algoritmus je založený na teorii grafů a základní metodě segmentace uvedené v předchozí kapitole, ale bylo potřeba vyřešit několik vzniklých problémů. V prvním případě bylo potřeba klasifikovat tělo obratle do tří tkání, zatímco uvedená metoda rozděluje obraz pouze do dvou tříd – objekt a pozadí.

## 3.2 Nalezení charakteristik obratlů

V [3] je uvedeno, že pro medicínské aplikace je výhodné použití regionálního požadavku, tedy koeficient  $\lambda$  v rovnici energie 2.1 bude větší než nula. Pro možnost použití rovnic 2.5 a 2.6 bylo nutné nejprve získat pravděpodobnostní charakteristiky oblastí. V [13] je prováděna segmentace sklerotických lézí z MRI dat mozku a k určení těchto charakteristik je využíván postup, ve kterém je odstraněno 10 % okrajových hodnot, aby byl algoritmus robustní proti přítomnosti lézí ovlivňujících rozložení intenzity v obrazu. Ze zbylých voxelů je vytvořen model intenzit tří normálně v mozku se vyskytujících tkání. V těle kostních obratlů je pouze jeden druh normálně vyskytující se tkáně (alespoň z hlediska CT dat), ale přesto nelze stejný postup použít. Hlavním důvodem je poměr velikostí lézí. Sklerotické léze v mozku nezabírají jeho podstatnou část, proto bylo zvoleno odstranění 10 % okrajových hod-

---

<sup>4</sup>ALARA – *As Low As Reasonably Achievable*, tedy dosažení tak nízkých dávek, jaké jsou přiměřené objektivním možnostem a potřebám, aby byl výsledek ještě použitelný k proklamovaným cílům [30].

not. Léze obratlů ale mohou zabírat jeho podstatnou část a z tohoto důvodu byl zvolen odlišný přístup.

Získání charakteristik normální a obou druhů postižené tkáně bylo provedeno pomocí lékaři segmentovaných dat, která jsou považována za zlatý standard. Proti těmto datům jsou výsledky navrženého algoritmu také porovnávány. Celkem jsou k dispozici data od 27 pacientů, na kterých byla provedena manuální segmentace lézí. Z nich je 18 skenováno bez použití kontrastní látky a 9 s kontrastní látkou. Data pacientů s kontrastní látkou a bez ní byla zpracovávána zvlášť. Odděleně byly také zpracovávány jednotlivé obratle C3 až L4, každému přísluší jeho vlastní charakteristika jednotlivých tkání. K tomuto kroku bylo přistoupeno, neboť se intenzity normální tkáně mezi obratli mohou lišit. Obratel C2 byl pro zpracování u pacientů bez kontrastní látky vypuštěn, protože je k dispozici v malém počtu a ne s oběma druhy lézí. U pacientů s kontrastní látkou to bylo dokonce více obratlů, které nemohly být zpracovány. Celkové počty obratlů s daným typem tkání jsou uvedeny v příloze v tabulkách C.1 a C.2.

Díky manuálnímu označení bylo možné u konkrétního pacienta v každém obratli vybrat hodnoty intenzit pro normální tkáň, popřípadě pro postiženou osteolytickou a/nebo osteoplastickou, pokud byly přítomny. Tím mohly být získány množiny hodnot intenzit voxelů všech tří tkání pro každý obratel C3 až L4 pro každého jednotlivého pacienta. Z těchto dat byly pomocí *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) získány charakteristiky binomického rozložení  $Bi(n, p)$  a normálního rozložení  $N(\mu, \sigma)$  každé tkáně jednotlivého typu obratle jednotlivých pacientů (za předpokladu, že daný obratel obsahoval všechny tři tkáně) [1]. Hodnota  $n$  u binomického rozložení představuje počet náhodného pokusu a je předem známa, protože v tomto modelu znamená počet stupňů šedi zmenšený o hodnotu 1. Parametr  $p$  je pravděpodobnost úspěšnosti náhodného pokusu a v tomto případě vyjadřuje nejčastěji zastoupenou intenzitu u dané tkáně (pro hodnotu intenzity v intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$ ). Pro výpočet byly ale hodnoty intenzity převedeny na celočíselné hodnoty stupňů šedi v rozsahu  $\langle 0; 4095 \rangle$ , aby bylo možné aproximaci binomickým rozložením provést. Každý stupeň šedi tak představoval počet úspěchů náhodného pokusu.

U normálního rozložení znamená  $\mu$  střední hodnotu a  $\sigma$  směrodatnou odchylku. Nevýhodou použití normálního rozložení pro tuto aplikaci je nutnost diskretizace, protože stupeň šedi je diskrétní veličina, ale funkce hustoty je definována pro spojitou náhodnou veličinu, zatímco binomické rozložení je definováno pro diskrétní náhodnou veličinu. Na druhou stranu výhodou normálního rozložení je přítomnost parametru směrodatné odchylky, který může nabývat v každém typu tkáně jiné hodnoty, zatímco parametr  $n$  bude pro všechny tkáně stejný a budou se lišit pouze v pravděpodobnosti  $p$ , která odpovídá střední hodnotě u normálního rozložení. Použití normálního rozložení by tedy mělo být přesnější, což se ale v této aplikaci

nakonec nepotvrdilo.

Jak již bylo řečeno, celý postup byl proveden zvlášť pro pacienty s kontrastní látkou a bez kontrastní látky. Metodou MLE jsou získány pro daný pravděpodobnostní model takové hodnoty parametrů, pro které by byla pozorovaná data získána s největší pravděpodobností [29]. Více o MLE může být nalezeno v [25], v MATLABu je již implementována funkce *mle*, která je součástí knihovny *Statistical Toolbox*. Výpočet paramterů byl proveden vždy dvakrát, jednou před odstraněním odlehlých hodnot a podruhé po odstranění odlehlých hodnot. Odlehlé hodnoty mohou být způsobeny například šumem v obrazu, nebo chybou operátora při manuální segmentaci. Tyto hodnoty mohou negativně ovlivňovat výsledné parametry. Pro detekci odlehlých hodnot byla zvolena modifikovaná *Thompson tau* technika, která je popsána v [7]. Pro zvolený vzorek hodnot, který v tomto případě představují hodnoty intenzity jedné tkáně, je výpočet následující:

- Vypočte se střední hodnota  $\bar{x}$  jako:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (3.1)$$

a směrodatná odchylka:

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}, \quad (3.2)$$

kde  $N$  je počet hodnot výběru a  $x_i$  jednotlivé konkrétní hodnoty.

- Pro každou hodnotu z výběru je spočtena absolutní odchylka  $\delta_i$  jako:

$$\delta_i = |d_i| = |x_i - \bar{x}|. \quad (3.3)$$

Bod nejvíce podezřelý jako odlehlá hodnota nabývá největší absolutní odchylky  $\delta_i$ .

- Je spočtena hodnota modifikovaného *Thompson*  $\tau$  z kritické hodnoty studentova rozložení  $t_{\alpha/2}$  pro hladinu významnosti  $\alpha = 5\%$  a počet stupňů volnosti  $N - 2$  podle vztahu:

$$\tau = \frac{t_{\alpha/2}(N-1)}{\sqrt{N} \sqrt{n-2 + t_{\alpha/2}^2}}. \quad (3.4)$$

- Pokud pro hodnotu s největší  $\delta_i$  platí

$$\delta_i > \tau S, \quad (3.5)$$

tak se jedná o odlehlou hodnotu, která je z výběru odstraněna, a  $N$  se tedy sníží o jedna. Pokud tato nerovnost neplatí, nejedná se o odlehlou hodnotu.

- Pokud byla odstraněna odlehlá hodnota, tak se celý cyklus opakuje, tedy počítá se nová střední hodnota a směrodatná odchylka atd. V každém cyklu se tedy kontroluje pouze jedna hodnota podezřelá jako odlehlá, ta s největší hodnotou  $\delta_i$ . Pokud není hodnota odstraněna jako odlehlá, cyklus končí.

### 3.2.1 Metoda nejmenších čtverců

Kromě získání charakteristik normálního a binomického rozložení metodou MLE byla také provedena aproximace histogramů jednotlivých tkání Gaussovou funkcí. Ta má tvar [16]:

$$f(x) = ae^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (3.6)$$

kde  $a$ ,  $\mu$  a  $\sigma$  jsou parametry. Funkce má v bodě  $x = \mu$  hodnotu  $a$ . V případě, že je funkce použita pro vyjádření hustoty pravděpodobnosti normálního rozložení, tak má parametr  $a$  hodnotu  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$  a  $\mu$  představuje střední hodnotu a  $\sigma$  směrodatnou odchylku. Aproximace histogramů byla ale provedena s použitím všech tří parametrů jako v rovnici 3.6, takže se již nemůže mluvit o pravděpodobnostním rozložení, protože integrál výsledné funkce nemusí mít hodnotu jedna. Jelikož byly vždy histogramy předem převedeny na pravděpodobnost jednotlivých hodnot intenzity, tak hodnoty výsledné funkce budou také v rozmezí  $\langle 0; 1 \rangle$  a mohou být použity v rovnicích 2.5 a 2.6, které musí být pouze formálně přepsány do tvaru:

$$R_p(A_p = 1) = -\ln f_{A_p=1}(I_p), \quad (3.7)$$

$$R_p(A_p = 0) = -\ln f_{A_p=0}(I_p), \quad (3.8)$$

kde  $f_{A_p=1}$  je Gaussova funkce pro případ, kdy je voxelu  $p$  přiřazena hodnota 1, a  $f_{A_p=0}$  je Gaussova funkce pro případ, kdy je voxelu  $p$  přiřazena hodnota 0. Jak bude uvedeno dále, rovnice 3.8 musela být použita se součtem dvou hodnot  $f_{A_p=0}$  pro dva druhy tkání, obě s vlastními parametry Gaussovy funkce.

Hodnoty všech parametrů byly znovu hledány pro každou tkáň každého obrátle zvlášť. Použita byla metoda nejmenších čtverců, která je v programu MATLAB integrována jako funkce *lsqcurvefit*. Jedním ze vstupů této funkce je počáteční vektor tří parametrů, ze kterého se vychází. Jako vstupní hodnota  $a$  bylo zvoleno maximum v histogramu, za počáteční hodnotu  $\mu$  byla volena poloha tohoto maxima a za parametr  $\sigma$  byla empiricky dosazena hodnota 0,015. Výsledkem byly optimalizované hodnoty parametrů, se kterými se Gaussova funkce nejvíce podobá histogramu.

### 3.2.2 Metoda MSE

Místo metody nejmenších čtverců bylo pro nalezení parametrů Gaussovy funkce využito také střední kvadratické odchylky (*Mean Squared Error* – MSE). Parametr  $a$  byl určen jako maximum histogramu, parametr  $\mu$  byla poloha tohoto maxima a parametr  $\sigma$  byl hledán v rozsahu 0,005 až 0,15 s krokem 0,0001, přičemž jako kritérium podobnosti bylo použito MSE [34]:

$$MSE(h, f) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (h(x_i) - f(x_i))^2, \quad (3.9)$$

kde  $n$  je počet stupňů šedi s hodnotou 4096,  $x_i$  je  $i$ -tý stupeň šedi v rozmezí  $\langle 0; 1 \rangle$ ,  $h(x_i)$  je hodnota histogramu převedená na pravděpodobnost (histogram byl podělen počtem pixelů) a  $f(x_i)$  je hodnota Gaussovy funkce v bodě  $x_i$ . Je zvolena hodnota parametru  $\sigma$ , pro kterou je MSE minimální.

### 3.3 Výsledné chyarakteristiky tkání

Všemi popsányými metodami byly získány parametry pro každý jednotlivý obratel zvlášť, zobrazeny a popsány jsou pouze výsledky normálního rozložení získané metodou MLE, protože všech výsledků je velké množství a jejich hodnoty jsou podobné, rozdíl se pozná až při testování a praktickém využití. Navíc výsledky MLE se dají jako jediné považovat za pravděpodobnost, jelikož metodou nejmenších čtverců a MSE byly hledány tři parametry Gaussovy funkce, která se v tomto obecném tvaru nedá považovat za pravděpodobnostní rozložení. Je vhodné zmínit, že parametr pravděpodobnosti  $p$  binomického rozložení se číselně rovnal střední hodnotě  $\mu$  normálního rozložení, pokud byla tato hodnota převedena do rozsahu intenzity  $\langle 0; 1 \rangle$  (jak na binomické, tak normální rozložení byla použita metoda MLE).

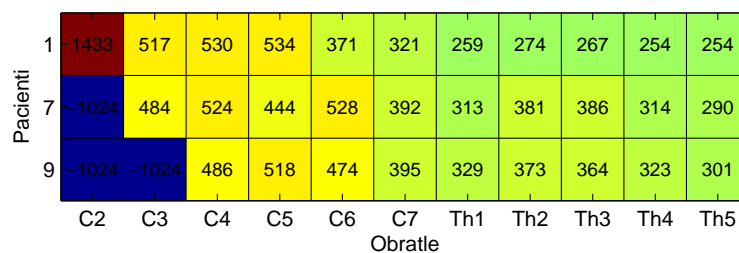
#### 3.3.1 Charakteristiky pacientů bez kontrastní látky

Zmíněným postupem MLE byl proveden výpočet, výsledná střední hodnota intenzity zdravé tkáně pro jednotlivé obratle jednotlivých pacientů snímaných bez kontrastní látky je vynesena na obrázku 3.1. Z důvodu množství dat je celá tabulka příliš obsáhlá, proto byli pro ilustraci vybráni pouze tři pacienti. Kompletní tabulky jsou zobrazeny v příloze A.

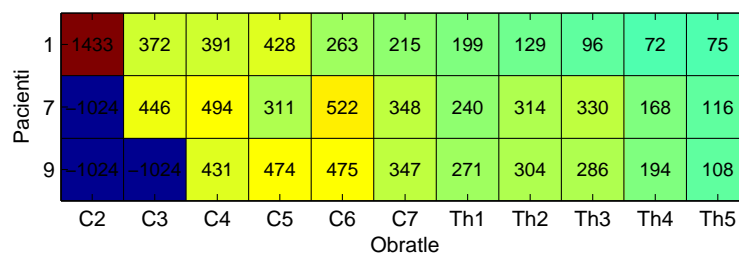
Hodnoty na obrázku 3.1 jsou v Hounsfieldových jednotkách (*Hounsfield Unit* – HU), sloupce tabulky představují jednotlivé obratle C2 až Th5 a řádky jsou tři vybraní pacienti. Při testování a v samotném programu se pracuje s hodnotami intenzity v rozsahu  $\langle 0; 1 \rangle$ , pro převod byl použit vztah:

$$I_{HU} = \left[ (2^{12} - 1) \cdot I - 1024 \right], \quad (3.10)$$

kde  $I$  je intenzita v rozsahu  $\langle 0; 1 \rangle$ , hodnota  $2^{12}$  je počet stupňů šedi a  $-1024$  je minimální hodnota. Tyto dvě konstanty byly vyčteny z informací souborů formátu DICOM. Hodnota  $-1024$  tedy značí původně nulovou intenzitu, což znamená, že konkrétní tkáň nebyla v daném obratli přítomna, popřípadě nebyl vůbec přítomen tento obratel u daného pacienta. Hodnota 1433 v levém horním rohu je přítomna pouze kvůli zobrazení do stejného rozsahu, aby barvy mezi jednotlivými obrázky korespondovaly.



(a) Před odstraněním odlehlých hodnot



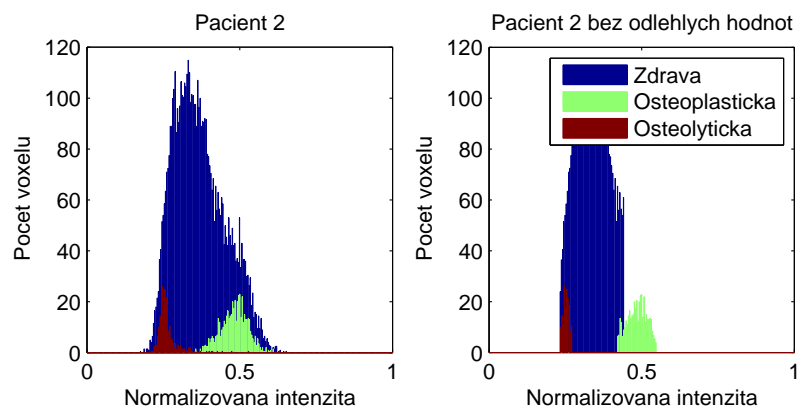
(b) Po odstranění odlehlých hodnot

Obr. 3.1: Střední hodnota intenzity zdravé tkáně pro tři vybrané pacienty bez použití kontrastní látky.

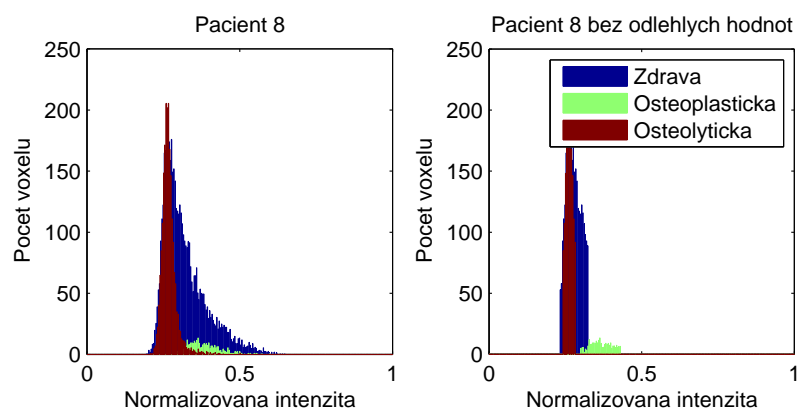
Na obrázku 3.1a jsou hodnoty před odstraněním odlehlých hodnot. Jak lze vidět, průměrná intenzita tkáně mezi jednotlivými obratli značně kolísá. Navíc také velmi kolísá mezi jednotlivými pacienty, tedy hodnoty ve sloupcích se liší. Například obratel Th3 má u pacienta 1 střední hodnotu zdravé tkáně 96 HU, ale u pacienta 7 je tato hodnota 330 HU. Tato druhá vlastnost je špatná pro představenou metodu segmentace, protože její parametry jsou nastaveny podle jednotlivých typů obratlů. Jelikož se ale hodnoty u jednotlivých obratlů značně liší, tak správná segmentace je velmi obtížná a už z principu metody nemůže být nikdy dokonalá, protože použitá metoda segmentace využívající řez grafem vyžaduje, jak již bylo uvedeno, apriorní charakteristiky tkání, které jsou nastaveny pevně pro každý typ obratle.

Po odstranění odlehlých hodnoty dojde obecně k poklesu středních hodnot, jak je vidět na obrázku 3.1b, kde jsou zobrazení stejní pacienti a stejné obratle. To je způsobeno tím, že rozdělení intenzity není přesně normální, což vyjadřují příklady histogramů na obrázku 3.2, kde jsou v jednom grafu zobrazeny histogramy všech tří tkání za sebou. Jedná se o obratel Th7 dvou vybraných pacientů, v levé části jsou histogramy před odstraněním odlehlých hodnot. U zdravé tkáně lze pozorovat pozvolný pokles směrem do oblasti vyšších intenzit. Tyto voxely jsou ale použitým algoritmem vyloučeny jako odlehlé hodnoty, jak lze vidět na histogramech vpravo. Lze usoudit, že od určité hodnoty intenzity přestane podmínka 3.5 platit, což má za následek oříznutí výsledného histogramu.

Na zobrazených histogramech je také názorná složitost celého problému. Kromě



(a) Před odstraněním odlehlých hodnot



(b) Po odstranění odlehlých hodnot

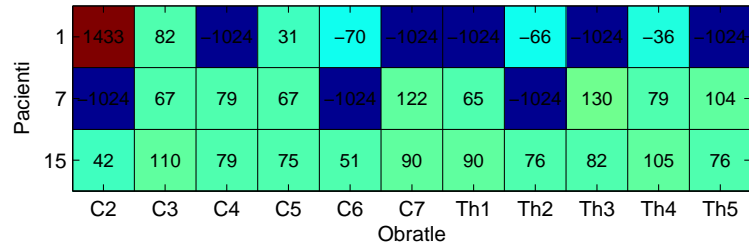
Obr. 3.2: Histogramy všech tří tkání obratle Th7 u dvou vybraných pacientů, vpravo po odstranění odlehlých hodnot.

toho, že se charakteristiky mezi obratli a pacienty u stejné tkáně poměrně značně liší, tak intenzity obou postižených tkání se překrývají s intenzitou zdravé tkáně, od které je chceme oddělit, což obecně velmi zhoršuje možnosti segmentace.

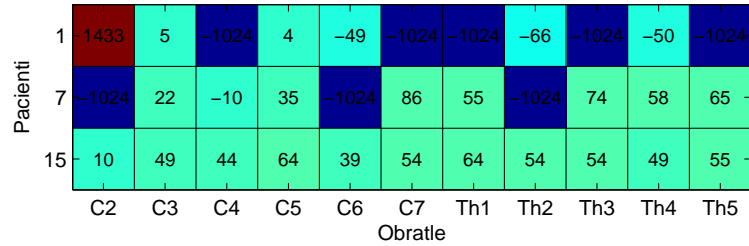
Stejně tak mají vyšší intenzitu některé voxely osteolytické tkáně. Díky tomu dojde znovu k poklesu středních hodnot po odstranění odlehlých hodnot, i když již ne tak výrazně, jak je vidět na obrázku 3.3. Zde lze intuitivně pozorovat, že pacient 7 a pacient 15 mají hodnoty poměrně podobné bez většího rozptylu, ale pacient 1 zasahuje v některých obratlech výrazně do záporných hodnot.

Na obrázku 3.4 je vidět střední hodnota intenzity osteoplastické tkáně pro stejné tři pacienty jako v případě zdravé tkáně (pro osteolytickou tkáň byl zvolen pacient 15, protože pacient 9 neobsahoval dostatek obratlů s osteolytickou tkání pro názornou ilustraci). Lze si všimnout, že zde již neplatí, že po odstranění odlehlých hodnot dojde následně k poklesu středních hodnot. Osteoplastická tkáň má rozdělení, které se nejvíce podobá normálnímu.

U osteoplastické a zdravé tkáně lze obecně pozorovat největší rozptyl středních

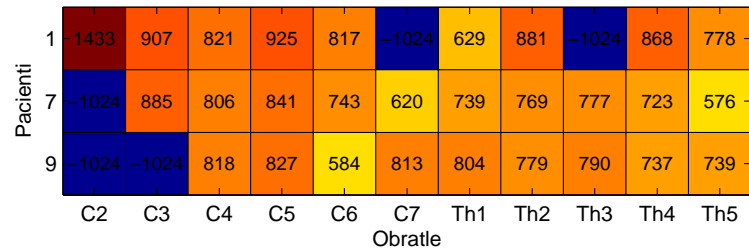


(a) Před odstraněním odlehlých hodnot

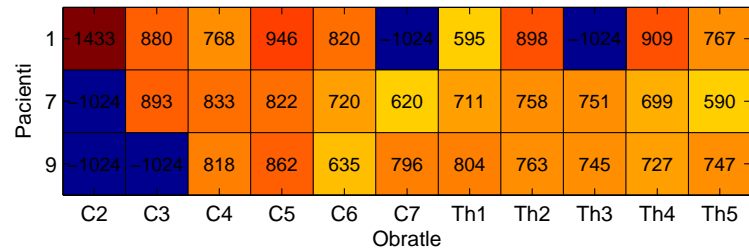


(b) Po odstranění odlehlých hodnot

Obr. 3.3: Střední hodnota intenzity osteolytické tkáně pro tři vybrané pacienty bez použití kontrastní látky.



(a) Před odstraněním odlehlých hodnot

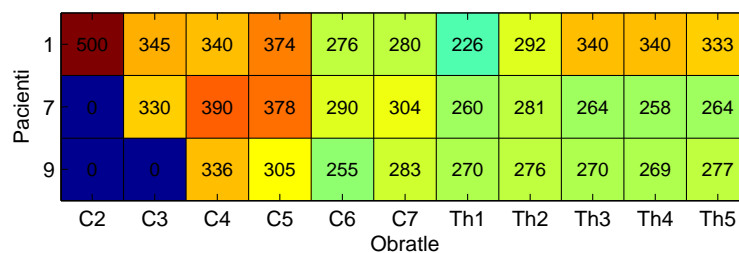


(b) Po odstranění odlehlých hodnot

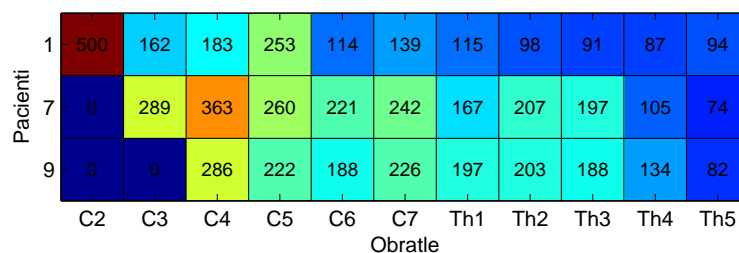
Obr. 3.4: Střední hodnota intenzity osteoplastické tkáně pro tři vybrané pacienty bez použití kontrastní látky.

hodnot. Celkově je rozptýl těchto hodnot dán jak fyziologicky, kdy má některý obratel větší hustotu tkáně než jiný, tak pravděpodobně nedokonalým manuálním značením, kdy pixely jedné tkáně mohou být označeny jinak, než by měly být.

Na obrázcích 3.5, 3.6 a 3.7 jsou postupně zobrazeny směrodatné odchylky zdravé, osteolytické a osteoplastické tkáně, hodnota 500 je zde znovu kvůli zobrazení do vy-

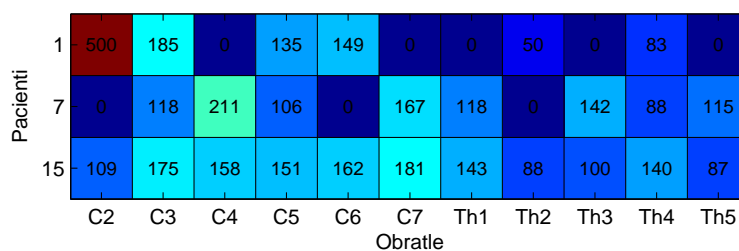


(a) Před odstraněním odlehlých hodnot

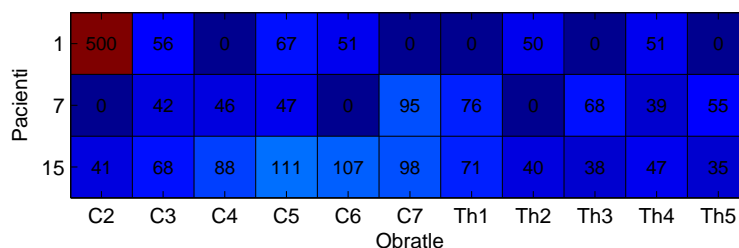


(b) Po odstranění odlehlých hodnot

Obr. 3.5: Směrodatná odchylka intenzity zdravé tkáně pro tři vybrané pacienty bez použití kontrastní látky.



(a) Před odstraněním odlehlých hodnot



(b) Po odstranění odlehlých hodnot

Obr. 3.6: Směrodatná odchylka intenzity osteolytické tkáně pro tři vybrané pacienty bez použití kontrastní látky.

hovujícího rozsahu. Po odstranění odlehlých hodnoty dojde správně k jejich poklesu. Největší směrodatnou odchylku má tkáň zdravá, jejíž profil intenzity se více či méně překrývá s profilem zbylých dvou tkání. Nejmenší směrodatnou odchylku má naopak tkáň osteolytická.

Z celkových charakteristik každého jednotlivého obratle byly následně získány

|          |   |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|----------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Pacienti | 1 | 500 | 242 | 200 | 148 | 236 | 0   | 239 | 243 | 0   | 297 | 151 |
|          | 7 | 0   | 149 | 217 | 268 | 134 | 267 | 159 | 149 | 177 | 198 | 221 |
|          | 9 | 0   | 0   | 200 | 171 | 194 | 163 | 163 | 155 | 189 | 169 | 216 |
|          |   | C2  | C3  | C4  | C5  | C6  | C7  | Th1 | Th2 | Th3 | Th4 | Th5 |

(a) Před odstraněním odlehlých hodnot

|          |   |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|----------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Pacienti | 1 | 500 | 172 | 96  | 83  | 191 | 0   | 168 | 173 | 0   | 256 | 68  |
|          | 7 | 0   | 112 | 148 | 212 | 85  | 229 | 99  | 111 | 127 | 130 | 180 |
|          | 9 | 0   | 0   | 111 | 137 | 97  | 116 | 163 | 113 | 128 | 133 | 158 |
|          |   | C2  | C3  | C4  | C5  | C6  | C7  | Th1 | Th2 | Th3 | Th4 | Th5 |

(b) Po odstranění odlehlých hodnot

Obr. 3.7: Směrodatná odchylka intenzity osteoplastické tkáně pro tři vybrané pacienty bez použití kontrastní látky.

charakteristiky jednotlivých typů obratlů C3 až L4, což bylo prováděno průměrováním pro každou tkáň zvlášť. Nejprve byly popsáním algoritmem modifikované *Thompson tau* metody vyřazeny odlehle střední hodnoty, zbylé byly následně zprůměrovány. Zprůměrovány byly také směrodatné odchylky náležející k těmto nevyřazeným středním hodnotám. Směrodatné odchylky související s odlehlými středními hodnotami nebyly brány v úvahu. Stejně bylo postupováno u parametru  $a$  v případě Gaussovy funkce. Tím byly získány hodnoty parametrů jednotlivých obratlů, se kterými bylo následně prováděno testování. Tyto parametry jsou pevnou součástí výsledného programu a slouží jako apriorní informace při přiřazování vah v rovnicích 2.5 a 2.6, popřípadě 3.7 a 3.8.

Pro obratel C2 byly použity hodnoty obratle C3, protože pro něj nebyl dostatek dat, jak již bylo zmíněno.

### 3.3.2 Charakteristiky pacientů s kontrastní látkou

U charakteristik obratlů pacientů snímaných s kontrastní látkou je situace obdobná, co se týče poměrně velkého rozptylu hodnot. Průměrná střední hodnota zdravé tkáně zůstala přibližně stejná, 257 HU oproti 239 HU u obratlů bez kontrastní látky. Průměrná střední hodnota osteolytické tkáně je ale větší, 93 HU oproti 44 HU, a naopak u osteoplastické tkáně je celková průměrná střední hodnota nižší, 603 HU oproti 692 HU. Tato skutečnost zvyšuje náročnost procesu segmentace. Srovnání středních hodnot zdravé, osteolytické a osteoplastické tkáně s odlehlými hodnotami a

|          |   |      |     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |
|----------|---|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Pacienti | 6 | 1433 | 305 | 325 | 287 | 355 | 276 | 297 | 272 | 214 | 308 | 344  |
|          | 7 | 303  | 371 | 359 | 302 | 271 | 444 | 275 | 428 | 222 | 191 | 200  |
|          | 8 | 1024 | 469 | 526 | 386 | 359 | 330 | 348 | 369 | 481 | 347 | 555  |
|          |   | C7   | Th1 | Th2 | Th3 | Th4 | Th5 | Th6 | Th7 | Th8 | Th9 | Th10 |

(a) Před odstraněním odlehlých hodnot

|          |   |      |     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |
|----------|---|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Pacienti | 6 | 1433 | 285 | 297 | 236 | 319 | 222 | 253 | 235 | 155 | 269 | 311  |
|          | 7 | 248  | 227 | 279 | 210 | 199 | 376 | 152 | 343 | 143 | 135 | 154  |
|          | 8 | 1024 | 479 | 506 | 350 | 315 | 298 | 319 | 324 | 466 | 309 | 549  |
|          |   | C7   | Th1 | Th2 | Th3 | Th4 | Th5 | Th6 | Th7 | Th8 | Th9 | Th10 |

(b) Po odstranění odlehlých hodnot

Obr. 3.8: Střední hodnota intenzity zdravé tkáně pro tři vybrané pacienty s použitím kontrastní látky.

|          |   |      |     |       |       |       |     |       |       |       |       |       |
|----------|---|------|-----|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|
| Pacienti | 6 | 1433 | 85  | 152   | -1024 | 198   | 153 | 159   | 124   | 138   | 104   | 162   |
|          | 7 | 219  | 151 | 121   | 127   | -1024 | 174 | 162   | 204   | -1024 | -1024 | -1024 |
|          | 8 | 1024 | 306 | -1024 | 305   | 215   | 227 | -1024 | -1024 | 298   | 117   | -1024 |
|          |   | C7   | Th1 | Th2   | Th3   | Th4   | Th5 | Th6   | Th7   | Th8   | Th9   | Th10  |

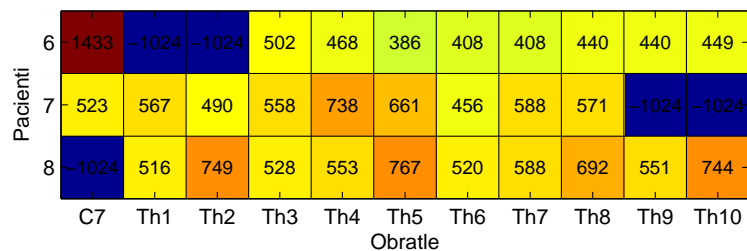
(a) Před odstraněním odlehlých hodnot

|          |   |      |     |       |       |       |     |       |       |       |       |       |
|----------|---|------|-----|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|
| Pacienti | 6 | 1433 | 74  | 133   | -1024 | 176   | 128 | 152   | 105   | 109   | 64    | 141   |
|          | 7 | 213  | 118 | 98    | 88    | -1024 | 167 | 74    | 122   | -1024 | -1024 | -1024 |
|          | 8 | 1024 | 295 | -1024 | 296   | 222   | 163 | -1024 | -1024 | 271   | 85    | -1024 |
|          |   | C7   | Th1 | Th2   | Th3   | Th4   | Th5 | Th6   | Th7   | Th8   | Th9   | Th10  |

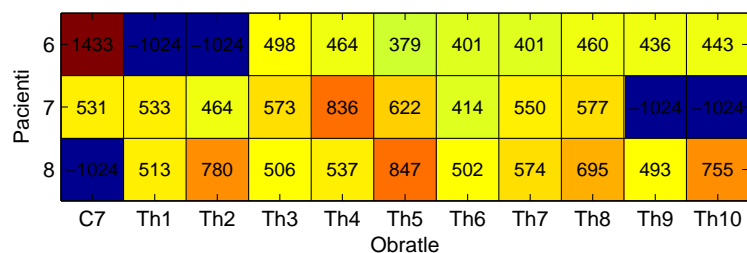
(b) Po odstranění odlehlých hodnot

Obr. 3.9: Střední hodnota intenzity osteolytické tkáně pro tři vybrané pacienty s použitím kontrastní látky.

bez nich je postupně na obrázcích 3.8, 3.9 a 3.10. U zdravé tkáně znovu došlo po odstranění odlehlých hodnot obecně k poklesu, u zbylých tkání k výraznější změně ve středních hodnotách nedošlo. Srovnání směrodatných odchylek všech tří tkání s odlehlými hodnotami a bez nich je na obrázcích 3.11, 3.12 a 3.13. Z důvodu nedostatku dat u krčních obratlů jsou k ilustraci hodnot nyní použity obratle C7 až

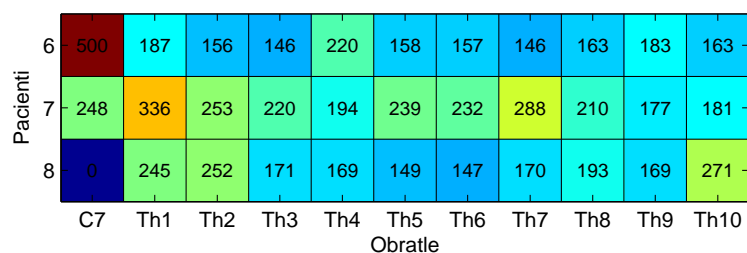


(a) Před odstraněním odlehlých hodnot

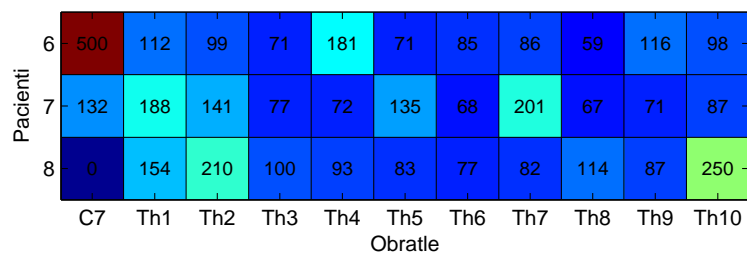


(b) Po odstranění odlehlých hodnot

Obr. 3.10: Střední hodnota intenzity osteoplastické tkáně pro tři vybrané pacienty s použitím kontrastní látky.



(a) Před odstraněním odlehlých hodnot

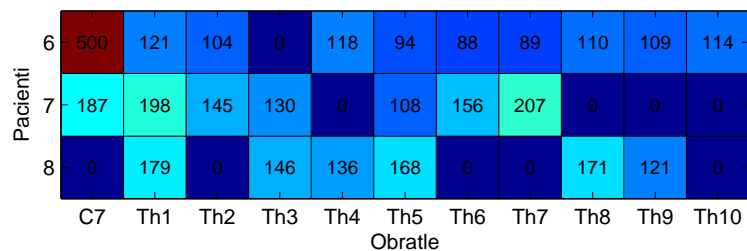


(b) Po odstranění odlehlých hodnot

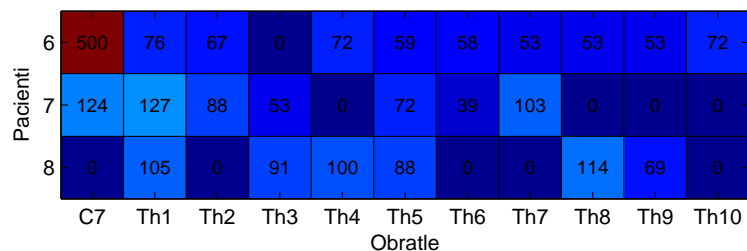
Obr. 3.11: Směrodatná odchylka intenzity zdravé tkáně pro tři vybrané pacienty s použitím kontrastní látky.

Th10, znovu u tří vybraných pacientů. Celé tabulky jsou zobrazeny v příloze B.

Výpočet celkových charakteristik jednotlivých typů obratlů C3 až L4 probíhal stejně jako u obratlů bez kontrastní látky s drobnými úpravami a několika výjimkami. Jelikož u krčních obratlů C2 až C7 byl nedostatek dat pro osteolytickou tkáň a u obratlů C2 až C6 byl nedostatek dat pro osteoplastickou tkáň, byly pro ně použity

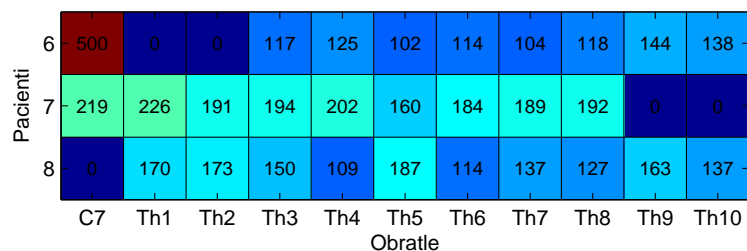


(a) Před odstraněním odlehlých hodnot

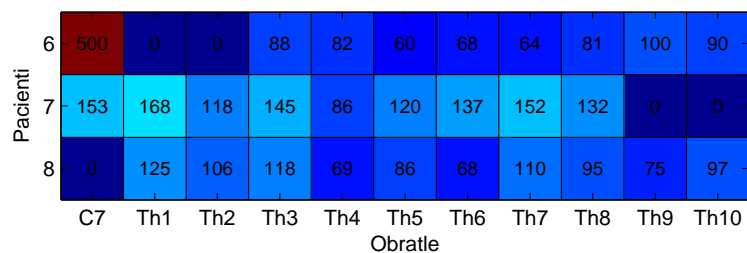


(b) Po odstranění odlehlých hodnot

Obr. 3.12: Směrodatná odchylka intenzity osteolytické tkáně pro tři vybrané pacienty s použitím kontrastní látky.



(a) Před odstraněním odlehlých hodnot



(b) Po odstranění odlehlých hodnot

Obr. 3.13: Směrodatná odchylka intenzity osteoplastické tkáně pro tři vybrané pacienty s použitím kontrastní látky.

hodnoty obratle Th1, resp. C7. U zdravé tkáně byly znovu pro obratel C2 použity parametry zjištěné z obratlů C3.

Z důvodu menšího množství pacientů bylo také upraveno průměrování charakteristik jednotlivých obratlů. Pokud pro získání charakteristiky konkrétního typu obratle bylo k dispozici tři nebo méně hodnot (tedy pouze tři nebo méně obratlů

tohoto typu obsahovalo danou tkáň), tak nebyl použit algoritmus pro odstranění odlehlých hodnot. Stejně tak u ostatních typů obratlů, pokud zbyly po odstranění odlehlých hodnot méně než tři hodnoty, tak bylo toto odstranění zrušeno a pro průměrování byly použity všechny hodnoty.

## 3.4 Volba nastavení algoritmu

### 3.4.1 Možná nastavení algoritmu a konstrukce grafu

Při hledání vhodného algoritmu muselo být bráno v potaz, že celková segmentace bude probíhat ve dvou krocích, kdy bude v každém kroku množina voxelů rozdělena na dvě disjunktní podmnožiny. Nejdříve bylo uvažováno o oddělení zdravé tkáně v prvním kroku od dvou zbylých postižených tkání, ale to se ukázalo jako nevyhovující, protože při průběžných výsledcích nepřesahovala *senzitivita* (SE) ani *specifická* (SP) hodnotu 50 %. Proto bylo z dalšího testování oddělení zdravé tkáně vypuštěno a bylo testováno pouze oddělení osteolytické a osteoplastické tkáně vždy od zbylých dvou druhů tkání, pokaždé s využitím řezu grafem. To bylo prováděno zvlášť pro pacienty bez kontrastní látky a s kontrastní látkou, takže celý proces testování a hledání správného nastavení proběhl celkem čtyřikrát – oddělení osteoplastické s kontrastní a bez kontrastní látky, oddělení osteolytické s kontrastní látkou a bez kontrastní látky. Srovnáváno bylo celkem osm možných nastavení algoritmu segmentace pomocí řezu grafem, která se lišila v použitém rozložení a/nebo v přítomnosti pevných omezení. Tato nastavení byla pro přehlednost označena zkratkami:

**Norm** – Bylo použito normální rozložení získané metodou MLE, nebyla nastavena žádná pevná omezení. Při přiřazování vah s normálním rozložením jsou vždy použity rovnice 2.5 a 2.6.

**HC-M** – Také bylo použito normální rozložení, práh pevného omezení byl nastaven jako průměr středních hodnot zbylých dvou tkání, než byla v daném kroku segmentována, tj. při segmentaci osteolytické tkáně byl práh průměr středních hodnot zdravé tkáně a osteoplastické tkáně. Při segmentaci osteolytické tkáně byly všechny voxely s intenzitou větší než tento práh předem označeny, že nejsou osteolytické, naopak při segmentaci osteoplastické tkáně byly všechny voxely s nižší intenzitou než práh označeny, že nejsou osteoplastické (jsou tedy jedna ze zbylých dvou tkání). Význam zkratky je HC jako *hard constraints* (pevná omezení) a M jako *mean* (průměr).

**HC-2 $\sigma$**  – Obdoba předchozího případu, ale jako práh je brána střední hodnota druhé postižené tkáně, než je právě segmentována, od které je odečtena nebo přičtena dvakrát směrodatná odchylka, která k této střední hodnotě přísluší,

proto také zkratka  $2\sigma$ . Je-li segmentována osteolytická tkáň, je směrodatná odchylka odečítána, práh je tedy nižší. U osteoplastické tkáně je to naopak.

**HC- $\mu$**  – Stejně jako v předchozích dvou případech, ale jako práh je brána pouze střední hodnota druhé postižené tkáně, než je právě segmentována.

**w/o-outliers** – Normální rozložení bez pevných omezení, ale při výpočtu charakteristik byly odstraněny odlehle hodnoty.

**Binom** – Bylo použito binomické rozložení. Při přiřazování vah byly použity rovnice 2.5 a 2.6.

**LSQ** – Pro výpočet byly použity parametry Gaussovy funkce počítány pomocí metody nejmenší čtverců (angl. *Least Squares*). Při přiřazování vah byly použity rovnice 3.7 a 3.8. Dosazovány byly přímo hodnoty z rovnice 3.6.

**MSE** – Pro výpočet byly použity parametry Gaussovy funkce počítány pomocí kritériální funkce MSE. Při přiřazování vah byly použity také rovnice 3.7, 3.8 společně s 3.6.

Před zkratkou je vždy přidána předpona určující, která tkáň je segmentována. Pokud je segmentována osteolytická tkáň, tak je předpona *L-* (od slova *lytic*), pro osteoplastickou tkáň je to předpona *S-* (od slova *sclerotic*). Výsledné zkratky tedy mají tvar např. *L-HC* nebo *S-HC*, v tomto tvaru je nastavení uváděno v následujících tabulkách.

Konstrukce grafu a jeho použití bylo stejné, jak je popsáno v podkapitole 2.2 a znázorněno na obrázku 2.1. Přiřazování vah probíhalo stejně jako v tabulce 2.1, za objekt *O* byla volena právě segmentovaná tkáň (osteolytická nebo osteoplastická), pozadí *B* vždy představovalo zbylé dvě tkáně. Hodnota *K* u pevných omezení byla nastavena na hodnotu nekonečno, v prostředí MATLAB bylo tedy přiřazováno *Inf*. Jedná se o efektivnější řešení, než provádět výpočet podle rovnice 2.11, a funkčnost je v tomto případě shodná.

V případě binomického rozložení byla hodnota pravděpodobnosti v rovnicích 2.5 a 2.6 počítána podle vztahu [1]:

$$\Pr(x = I) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}, \quad (3.11)$$

kde  $p$  je pravděpodobnost úspěšnosti náhodného pokusu,  $I$  je stupeň šedi voxelu a  $n$  je počet obecně náhodných pokusů, v tomto případě je to počet stupňů šedi zmenšený o hodnotu 1, tedy 4095. Stupně šedi  $I$  musely být převedeny na rozsah  $\langle 0; 4095 \rangle$ , pokud byly v Hounsfieldových jednotkách, přičetlo se číslo 1024. Parametr  $p$  byl zjištěný pomocí MLE a číselně se rovnal střední hodnotě normálního rozložení pro daný obratel, pokud byla tato hodnota převedena do rozsahu  $\langle 0; 1 \rangle$ . V programu MATLAB existuje pro vyčíslení rovnice 3.11 příkaz *binopdf*.

V případě normálního rozložení se jedná o spojitou náhodnou veličinu, a tak nemohla být hodnota pravděpodobnosti počítána přímo, ale musela být nejprve

provedena diskretizace. Byly spočítány hodnoty všech 4096 stupňů šedi v intervalu  $\langle 0; 1 \rangle$ , následně byly spočteny hraniční body mezi těmito stupni šedi jako aritmetický průměr dvou sousedních stupňů šedi. Na začátek a konec tohoto vektoru byly přidána 0 a 1, čímž vzniklo 4096 intervalů, v jejichž středu se nacházel daný stupeň šedi, s výjimkou prvního a posledního, které byly poloviční. Pro stupeň šedi  $I$  byla tedy pravděpodobnost spočtena jako [1]:

$$\Pr(I) = F(B_I) - F(A_I), \quad (3.12)$$

kde  $B_I$  a  $A_I$  jsou hraniční body intervalu pro stupeň šedi  $I$ , přičemž platí  $A_I < B_I$ .  $F(\cdot)$  je distribuční funkce normálního rozložení s danou střední hodnotou a směrodatnou odchylkou tkáně, pro kterou je pravděpodobnost počítána. V programu je hodnota distribuční funkce v daných bodech získána příkazem *normcdf*, naprogramování celého postupu lze provést pomocí maticových operací, což představuje elegantní a navíc velmi efektivní řešení.

Jelikož za pozadí  $B$  byly voleny zbylé dvě tkáně od právě segmentované, tak byla v rovnici 2.6 jejich pravděpodobnost vždy sčítána, neboli bylo provedeno sjednocení obou průběhů pravděpodobností, ať už se jednalo o binomické nebo normální rozložení. Stejně tak byly sčítány obě hodnoty Gaussových funkcí v rovnici 3.8.

### 3.4.2 Nastavení algoritmu pro pacienty bez kontrastní látky

Pro porovnávání různých nastavení algoritmu byl zvolen výpočet SE a SP, jako nejlepší nastavení bylo vybráno to, kde byl průměr těchto dvou hodnot nejvyšší, obě hodnoty tedy byly váženy stejně. Hodnota SE byla počítána [20]:

$$SE = \frac{TP}{TP + FN} \quad (3.13)$$

a hodnota SP byla počítána

$$SP = \frac{TN}{TN + FP}, \quad (3.14)$$

kde jsou:

- TP – *true positive* hodnota, počet voxelů, které byly správně označeny za objekt  $O$ , tedy za aktuálně segmentovanou postiženou tkáň.
- TN – *true negative* hodnota, počet voxelů, které byly správně označeny za pozadí  $B$ , tedy jako zbylé dvě tkáně než aktuálně segmentovaná.
- FP – *false positive* hodnota, počet voxelů, které byly nesprávně označeny za objekt  $O$ .
- FN – *false negative* hodnota, počet voxelů, které byly nesprávně označeny za pozadí  $B$ .

Tab. 3.2: Vliv různého nastavení parametru  $\lambda$ , obratel Th7, průměrné hodnoty SE a SP ze všech pacientů bez kontrastní látky, nastavení *L-HC-M*.

|           |     |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\lambda$ | [-] | 0,1   | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,6   | 0,8   | 1     | 2     |
| SE        | [%] | 56,20 | 65,57 | 72,02 | 74,47 | 78,56 | 80,54 | 81,90 | 85,73 |
| SP        | [%] | 84,33 | 79,23 | 77,15 | 75,86 | 74,08 | 72,83 | 71,82 | 68,15 |
| Průměr    | [%] | 70,27 | 72,40 | 74,58 | 75,16 | 76,32 | 76,69 | 76,86 | 76,94 |
| $\lambda$ | [-] | 4     | 6     | 8     | 10    | 20    | 40    | 60    | 80    |
| SE        | [%] | 88,15 | 88,93 | 89,25 | 89,40 | 89,72 | 89,80 | 89,82 | 89,82 |
| SP        | [%] | 64,59 | 62,98 | 62,10 | 61,57 | 60,56 | 60,12 | 60,00 | 59,95 |
| Průměr    | [%] | 76,37 | 75,96 | 75,68 | 75,49 | 75,14 | 74,96 | 74,91 | 74,89 |

Kromě správného nastavení bylo také nutné zjistit ideální hodnotu parametru  $\lambda$  pro přiřazování vah k terminálním vrcholům. V [3] není uveden rozsah hodnot, ve kterých by se měl tento parametr pohybovat, a tak bylo nejprve prováděno testování na jednom obratli s velkým rozsahem, aby bylo nalezeno rozmezí, v jakém se má následně testovat detailněji. Výsledkem bylo mimojiné zjištění, že parametr má největší vliv při nižším nastavení v rozmezí 0 až 1, kdy má tedy v rovnici energie 2.1 větší váhu hraniční požadavek  $B(A)$ . Avšak při vyšších hodnotách (nad 10) jeho vliv klesá a dělení probíhá více na základě regionálního požadavku  $R(A)$  dle zjištěných charakteristik a rozdíl hodnot intenzity mezi sousedními voxely již nemá takovou váhu. Vliv měnící se hodnoty parametru  $\lambda$  je znázorněn v tabulce 3.2. Za zmínku stojí, že s nižší hodnotou parametru byl kladen větší důraz na hodnotu SP, ale s jeho rostoucí hodnotou postupně SP klesala a naopak stoupala hodnota SE.

Pro samotné testování různých nastavení algoritmu nabýval parametr  $\lambda$  postupně hodnoty 0 až 1 s krokem 0,1, 1 až 10 s krokem 1 a 10 až 80 s krokem 10. Srovnávací množina obsahovala obratle C4, C7, Th3, Th7, Th11 a L3. Všechny dostupné obratle nebyly zvoleny z důvodu časové náročnosti výpočtů. Jeden testovací cyklus pro jedno nastavení, který čítal všechny zvolené obratle a hodnoty parametru  $\lambda$ , trval přibližně necelý 1 den, ale bylo možné testovat několik nastavení zároveň díky možnosti paralelizace výpočtů.

Testování probíhalo zvláště pro osteolytickou a osteoplastickou tkáň. Z každého ze šesti vybraných obratlů u každého pacienta, který daný obratel obsahoval, pro každou hodnotu parametru  $\lambda$  byly spočteny SE a SP. Výjimku tvořily pouze obratle, které danou segmentovanou tkáň neobsahovaly, u nich nabývala SE hodnoty 0/0, a tak byla spočtena pouze SP. Následně byly hodnoty SE a SP všech pacientů

Tab. 3.3: Výsledky různých nastavení pro segmentaci osteolytické tkáně bez kontrastní látky, zobrazeny jsou maximální hodnoty průměrů SE a SP.

| Nastavení\Obratel |     | C4    | C7    | Th3   | Th7   | Th11  | L3    | Průměr |
|-------------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| L-Norm            | [%] | 82,13 | 76,34 | 74,46 | 76,94 | 75,29 | 70,08 | 75,87  |
| L-HC-M            | [%] | 82,13 | 76,33 | 74,46 | 76,94 | 75,29 | 70,10 | 75,88  |
| L-HC- $2\sigma$   | [%] | 82,13 | 75,92 | 74,85 | 77,06 | 75,28 | 70,69 | 75,99  |
| L-HC- $\mu$       | [%] | 82,13 | 76,34 | 74,46 | 76,94 | 75,29 | 70,10 | 75,88  |
| L-w/o-outliers    | [%] | 83,47 | 74,85 | 75,69 | 75,72 | 74,45 | 70,68 | 75,81  |
| L-Binom           | [%] | 83,07 | 76,88 | 75,72 | 77,27 | 77,12 | 71,16 | 76,87  |
| L-LSQ             | [%] | 83,45 | 76,17 | 76,34 | 68,58 | 75,82 | 71,15 | 75,25  |
| L-MSE             | [%] | 60,26 | 64,29 | 75,02 | 75,65 | 72,98 | 69,64 | 69,64  |

Tab. 3.4: Hodnoty parametru  $\lambda$  pro tabulku 3.3.

| Nastavení\Obratel | C4  | C7  | Th3 | Th7 | Th11 | L3  |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|------|-----|
| L-Norm            | 30  | 6   | 2   | 2   | 3    | 40  |
| L-HC-M            | 30  | 6   | 2   | 2   | 3    | 40  |
| L-HC- $2\sigma$   | 30  | 6   | 2   | 1   | 5    | 30  |
| L-HC- $\mu$       | 30  | 6   | 2   | 2   | 3    | 40  |
| L-w/o-outliers    | 20  | 8   | 2   | 2   | 3    | 30  |
| L-Binom           | 0,4 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,2  | 0,2 |
| L-LSQ             | 40  | 7   | 2   | 4   | 4    | 60  |
| L-MSE             | 80  | 70  | 2   | 1   | 3    | 80  |

zprůměrovány, čímž vznikla pro každý obratel každého z osmi nastavení podobná tabulka jako je 3.2, pouze obsahovala větší množství hodnot parametru  $\lambda$ . Následně byla nalezena hodnota s největším průměrem a jí odpovídající hodnota parametru. Pro nastavení segmentace osteolytické tkáně jsou vidět výsledky maximálních průměrů SE a SP pro jednotlivé obratle v tabulce 3.3, odpovídající hodnoty parametru  $\lambda$ , při kterých bylo těchto výsledků dosaženo, jsou v tabulce 3.4.

Jako nejlepší nastavení bylo vždy zvoleno to s největší průměrnou hodnotou napříč všemi vybranými obratli. V případě segmentace osteolytické tkáně u pacientů bez kontrastní látky to je tedy nastavení *L-Binom*, tedy použití binomického rozdělení. To bylo ještě zkombinováno s nastavením *L-HC- $2\sigma$* , které také podávalo lepší výsledky než ostatní. Přínos nového *L-Binom-HC- $2\sigma$*  nastavení byl ještě ověřen stejným testováním, kdy výsledná průměrná hodnota dosahovala 76,88 %. Toto

Tab. 3.5: Výsledky různých nastavení pro segmentaci osteoplastické tkáně bez kontrastní látky, zobrazeny jsou maximální hodnoty průměrů SE a SP.

| Nastavení\Obratel |     | C4    | C7    | Th3   | Th7   | Th11  | L3    | Průměr |
|-------------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| S-Norm            | [%] | 79,09 | 77,93 | 78,70 | 75,05 | 78,07 | 81,59 | 78,40  |
| S-HC-M            | [%] | 79,12 | 77,93 | 78,70 | 75,05 | 78,08 | 81,59 | 78,41  |
| S-HC- $2\sigma$   | [%] | 79,12 | 77,93 | 78,70 | 75,05 | 78,07 | 81,59 | 78,41  |
| S-HC- $\mu$       | [%] | 79,09 | 77,93 | 78,70 | 75,05 | 78,07 | 81,59 | 78,40  |
| S-w/o-outliers    | [%] | 79,62 | 78,74 | 80,32 | 77,91 | 80,94 | 82,16 | 79,95  |
| S-Binom           | [%] | 78,57 | 79,11 | 78,68 | 74,92 | 78,13 | 81,57 | 78,50  |
| S-LSQ             | [%] | 79,46 | 78,45 | 80,12 | 78,15 | 80,64 | 82,07 | 79,82  |
| S-MSE             | [%] | 58,78 | 67,98 | 60,80 | 73,21 | 79,93 | 81,53 | 70,37  |

Tab. 3.6: Hodnoty parametru  $\lambda$  pro tabulku 3.5.

| Nastavení\Obratel | C4  | C7  | Th3 | Th7 | Th11 | L3  |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|------|-----|
| S-Norm            | 8   | 30  | 20  | 50  | 4    | 6   |
| S-HC-M            | 8   | 30  | 20  | 50  | 4    | 6   |
| S-HC- $2\sigma$   | 8   | 30  | 20  | 50  | 4    | 6   |
| S-HC- $\mu$       | 8   | 30  | 20  | 50  | 4    | 6   |
| S-w/o-outliers    | 7   | 3   | 2   | 5   | 0,5  | 0,6 |
| S-Binom           | 0,7 | 0,1 | 0,7 | 0,8 | 0,1  | 0,1 |
| S-LSQ             | 20  | 5   | 5   | 20  | 1    | 2   |
| S-MSE             | 40  | 70  | 80  | 0,9 | 0,4  | 0,8 |

nastavení bylo tedy vybráno do konečného algoritmu. Je zajímavé poznamenat, že nastavení využívá dvě různá rozložení, tedy binomické pro výpočet pravděpodobnosti, a směrodatnou odchylku z normálního rozložení pro výpočet prahu pevných omezení.

V tabulce 3.4 lze pozorovat, že pro nastavení *L-Binom* nabýval parametr  $\lambda$  přibližně konstantních hodnot u všech obratlů, u ostatních nastavení se hodnota parametru mezi jednotlivými obratli velmi lišila.

V tabulce 3.5 jsou výsledky různých nastavení pro osteoplastickou tkáň, příslušné hodnoty  $\lambda$  jsou uvedeny v tabulce 3.6. Nejlepší průměrné hodnoty dosáhlo nastavení *S-w/o-outliers*, které bylo zvoleno do konečné podoby algoritmu. Jelikož nastavení *S-LSQ* dosáhlo také dobrého výsledku oproti ostatním, tak bylo otestováno nastavení *S-LSQ-w/o-outliers*, kde jsou parametry Gaussovy funkce zjištěné meto-

dou nejmenších čtverců z dat s odstraněnými odlehlými hodnotami. Toto nastavení ale nepřineslo lepší výsledky. Hodnoty parametru  $\lambda$  pro nastavení *S-w/o-outliers* již sice dosahují většího rozptylu než v předchozím případě, ale u ostatních nastavení je rozptyl většinou ještě větší.

### 3.4.3 Nastavení algoritmu pro pacienty s kontrastní látkou

Pro pacienty, u kterých byla použita kontrastní látka, probíhalo testování stejným způsobem. Z testovací množiny byl vyřazen obratel C4, protože byl přítomen pouze u tří pacientů a bez všech druhů tkání, takže testování probíhalo pouze na obratlech C7, Th3, Th7, Th11 a L3. V tabulce 3.7 jsou zobrazeny výsledky různých nastavení pro segmentaci osteolytické tkáně, příslušné hodnoty parametru  $\lambda$  jsou v tabulce 3.8. Stejně jako u pacientů bez kontrastní látky, tak i v tomto případě dopadlo nejlépe nastavení *L-Binom*, ale zde již nebylo zkombinováno s žádným druhem pevných omezení, protože se u nich neprokázalo zlepšení výsledků při jejich použití. Hodnoty parametru  $\lambda$  příslušné nastavení *L-Binom* dosahovaly velmi malého rozptylu.

Tab. 3.7: Výsledky různých nastavení pro segmentaci osteolytické tkáně s kontrastní látkou, zobrazeny jsou maximální hodnoty průměrů SE a SP.

| Nastavení\Obratel |     | C7    | Th3   | Th7   | Th11  | L3    | Průměr |
|-------------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| L-Norm            | [%] | 68,18 | 66,84 | 75,06 | 75,08 | 69,87 | 71,01  |
| L-HC-M            | [%] | 68,18 | 66,84 | 75,06 | 75,08 | 69,91 | 71,01  |
| L-HC-2 $\sigma$   | [%] | 65,04 | 66,84 | 75,06 | 75,08 | 69,90 | 70,38  |
| L-HC- $\mu$       | [%] | 68,18 | 66,84 | 75,06 | 75,08 | 69,91 | 71,01  |
| L-w/o-outliers    | [%] | 65,44 | 66,87 | 76,78 | 74,34 | 71,43 | 70,97  |
| L-Binom           | [%] | 68,74 | 67,94 | 77,24 | 71,75 | 71,56 | 71,45  |
| L-LSQ             | [%] | 66,50 | 66,34 | 76,42 | 73,47 | 71,80 | 70,91  |
| L-MSE             | [%] | 60,57 | 62,15 | 65,58 | 62,66 | 54,41 | 61,07  |

V případě segmentace osteoplastické tkáně je situace stejná jako u pacientů bez kontrastní látky. Znovu dopadlo nejlépe nastavení *S-w/o-outliers*, jak je vidět v tabulce 3.9, které bylo tedy zvoleno do výsledného algoritmu. V tabulce 3.10 jsou příslušné hodnoty parametru  $\lambda$  k tabulce 3.9. Hodnoty tohoto parametru pro nastavení *S-w/o-outliers* znovu dosahují malého rozptylu, i když v tomto případě dosahují poměrně malého rozptylu parametru téměř všechna nastavení.

Tab. 3.8: Hodnoty parametru  $\lambda$  pro tabulku 3.7.

| Nastavení\Obratel | C7  | Th3 | Th7 | Th11 | L3  |
|-------------------|-----|-----|-----|------|-----|
| L-Norm            | 30  | 80  | 6   | 3    | 10  |
| L-HC-M            | 30  | 80  | 6   | 3    | 10  |
| L-HC- $2\sigma$   | 70  | 80  | 6   | 3    | 10  |
| L-HC- $\mu$       | 30  | 80  | 6   | 3    | 10  |
| L-w/o-outliers    | 20  | 80  | 9   | 2    | 20  |
| L-Binom           | 0,4 | 2   | 0,2 | 0,2  | 0,7 |
| L-LSQ             | 30  | 80  | 7   | 2    | 30  |
| L-MSE             | 60  | 80  | 70  | 2    | 0,9 |

Tab. 3.9: Výsledky různých nastavení pro segmentaci osteoplastické tkáně s kontrastní látkou, zobrazeny jsou maximální hodnoty průměrů SE a SP.

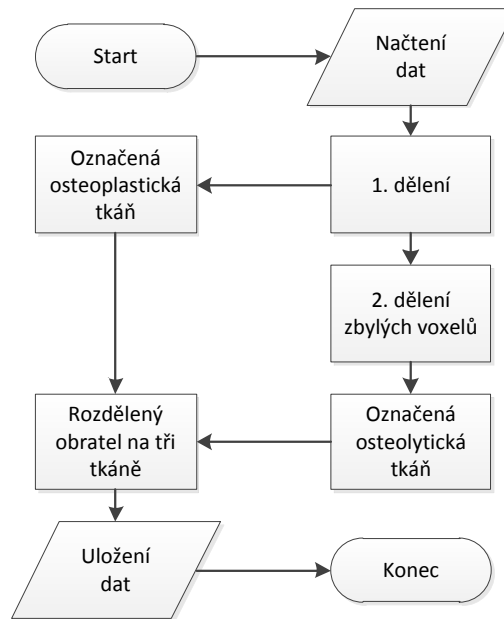
| Nastavení\Obratel |     | C7    | Th3   | Th7   | Th11  | L3    | Průměr |
|-------------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| S-Norm            | [%] | 79,79 | 80,17 | 78,84 | 75,28 | 80,67 | 78,95  |
| S-HC-M            | [%] | 79,86 | 80,15 | 78,83 | 75,28 | 80,70 | 78,96  |
| S-HC- $2\sigma$   | [%] | 79,55 | 79,44 | 78,78 | 75,28 | 80,59 | 78,73  |
| S-HC              | [%] | 79,83 | 80,16 | 78,84 | 75,28 | 80,68 | 78,96  |
| S-w/o-outliers    | [%] | 83,39 | 79,35 | 80,36 | 77,69 | 81,90 | 80,54  |
| S-Binom           | [%] | 81,26 | 79,44 | 78,52 | 75,43 | 78,83 | 78,70  |
| S-LSQ             | [%] | 82,49 | 80,60 | 80,04 | 77,44 | 81,70 | 80,45  |
| S-MSE             | [%] | 68,61 | 80,97 | 80,89 | 77,88 | 81,82 | 78,03  |

Tab. 3.10: Hodnoty parametru  $\lambda$  pro tabulku 3.9.

| Nastavení\Obratel | C7  | Th3 | Th7 | Th11 | L3  |
|-------------------|-----|-----|-----|------|-----|
| S-Norm            | 8   | 4   | 4   | 4    | 2   |
| S-HC-M            | 8   | 4   | 4   | 4    | 2   |
| S-HC- $2\sigma$   | 20  | 4   | 4   | 4    | 2   |
| S-HC              | 8   | 4   | 4   | 4    | 2   |
| S-w/o-outliers    | 1   | 0,7 | 0,7 | 0,5  | 0,3 |
| S-Binom           | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1  | 0,1 |
| S-LSQ             | 4   | 1   | 2   | 1    | 0,6 |
| S-MSE             | 7   | 0,4 | 1   | 0,7  | 0,5 |

### 3.4.4 Popis algoritmu

Vybraná nastavení jsou shrnuta v tabulce 3.11. Blokové schéma výsledného algoritmu je na obrázku 3.14. Na začátku jsou načtena data segmentovaného obratle, v případě nutnosti jsou hodnoty intenzity převedeny do rozsahu  $\langle 0; 1 \rangle$ . Následně je vytvořen graf, z důvodu náročnosti na operační paměť je využíváno pouze 6-okolí pro tvorbu hran spojujících sousední pixely, tedy  $n$ -*spojů*. Přesto ale proces zabírá v průběhu běhu algoritmu až 3 GB operační paměti. Hodnoty  $n$ -*spojů* jsou vždy přiřazeny podle rovnice 2.3. Hodnoty  $t$ -*spojů*, tedy hran spojujících voxely se dvěma terminálními vrcholy, jsou přiřazovány podle rovnic 2.5 a 2.6.



Obr. 3.14: Blokové schéma výsledného algoritmu

Tab. 3.11: Vybraná nastavení pro jednotlivé kroky segmentace.

| Pacienti  | Bez kontrastní látky  | S kontrastní látkou |
|-----------|-----------------------|---------------------|
| 1. dělení | Osteoplastická tkáň   | Osteoplastická tkáň |
| Nastavení | S-w/o-outliers        | S-w/o-outliers      |
| 2. dělení | Osteolytická tkáň     | Osteolytická tkáň   |
| Nastavení | L-Binom-HC- $2\sigma$ | L-Binom             |

Po vytvoření grafu následuje první krok segmentace, v blokovém schématu označený jako *1. dělení*. V tomto kroku je vysegmentována osteoplastická tkáň, ta je

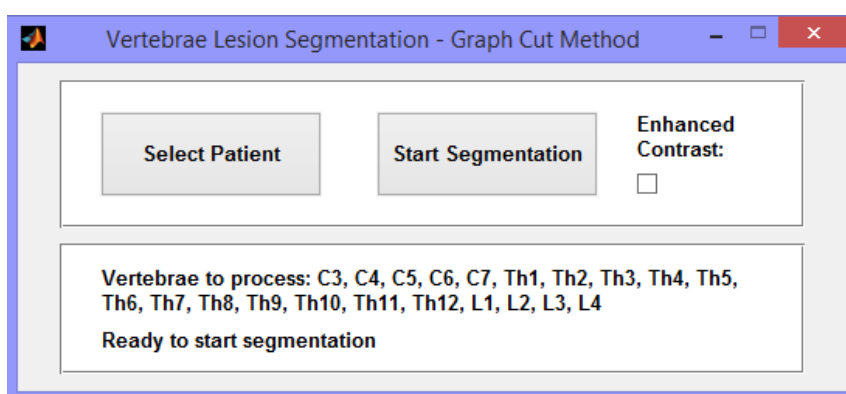
zvolena jako objekt  $O$ , zdravá a osteolytická tkáň je zvolena jako pozadí  $B$ . Osteoplastická tkáň je segmentována jako první, protože bylo dosaženo lepších průměrů SE a SP než u osteolytické tkáně, jak je vidět v tabulkách v předchozí části.

Voxely označené jako osteoplastická tkáň jsou z druhého kroku segmentace vyřazeny, je tedy vytvořen nový graf již bez těchto voxelů. Jako objekt je nyní zvolena osteolytická tkáň, za pozadí jsou zvoleny zdravá a osteoplastická tkáň. I když byla osteoplastická tkáň již odstraněna, tak je zde znovu její pravděpodobnost přičítána, protože první krok segmentace není nikdy dokonalý a při testování bylo zjištěno, že přičítání pravděpodobnosti osteoplastické tkáně ke zdravé tkáni přináší lepší výsledky.

Výsledkem je označená osteolytická tkáň. Spolu s výsledkem z prvního kroku segmentace je celé tělo obratle rozděleno na tři tkáně. Tato matice je následně uložena jako výsledná.

### 3.4.5 Implementace algoritmu a popis programu

Základ algoritmu byl implementován do samostatné funkce *graph\_segmentation.m*. Vstupem této funkce jsou postupně dva parametry, prvním je matice obrazu, který má být rozdělen, druhým je číslo děleného obratle a třetí parametr určuje, zda byla použita kontrastní látka, nebo ne. Výstupem je matice o stejné velikosti, jako je matice obrazu, kde jsou označeny jednotlivé typy tkání. Funkce segmentuje obratle C2 až L4 a byla zakomponována v jednoduchém programu, jehož grafické uživatelské rozhraní (GUI – *Graphic User Interface*) je vidět na obrázku 3.15. Na obrázku 3.14 s blokovým schématem zastává funkce *graph\_segmentation.m* část mezi bloky načtení a uložení dat. Tyto bloky jsou obslouženy pomocí zobrazeného GUI.



Obr. 3.15: Blokové schéma výsledného algoritmu.

Stiskem tlačítka *Select Patient* je následně vybrána složka *final\_segmentation* jednoho pacienta. Tato složka je výstupem již zmiňovaného programu pro segmentaci obratlů z disertační práce [28]. Obsahem jsou jednotlivé podsložky obsahující

data segmentovaných těl obratlů. Čísla těchto obratlů jsou vypsaná v textovém poli v řádku *Vertebrae to process*, jak je vidět na obrázku 3.15. Následně zbývá případně zaškrtnout, jestli se jedná o kontrastní data volbou *Enhanced Contrast* a začít segmentaci stiskem tlačítka *Start Segmentation*, které je před vybráním složky s daty neaktivní.

Pokud by byla vybrána složka neobsahující žádná vhodná data pro segmentaci, tak je tlačítko pro začátek segmentace neaktivní a tato skutečnost by byla sdělena na místě nyní zobrazeného nápisu *Ready to start segmentation*. Kontrola vhodnosti dat probíhá podle názvu podsložek a souborů, proto je nutné tyto názvy po výstupu z předchozího programu pro segmentaci obratlů neměnit.

V průběhu samotné segmentace je navíc uživatel nápisem *Processing vertebra xxx* v textovém poli informován, který obratel je nyní zpracováván, případně je zpraven o ukončení segmentace. Výsledky jsou uloženy do podsložky s názvem *final\_segmentation\segmentation\_graph* do souborů s názvem *vert\_x\_graph.mat*, kde  $x$  je číslo obratle od 2 do 23 (číslo 2 je obratel C2, číslo 23 je obratel L4). Obsahem těchto datových souborů jsou dvě proměnné, *graph\_label* a *vert\_num*. První je matice s označenými tkáněmi, druhá je číslo obratle. Tkáně jsou označovány číslem 1 pro osteolytickou a číslem 2 pro osteoplastickou, zbylé hodnoty jsou 0, ale pokud by byla potřeba, tak zdravá tkáň může být jednoduše zjištěna jako doplněk do celé množiny voxelů v původním těle obratle.

Kromě použití s prezentovaným GUI je funkce *graph\_segmentation.m* naprogramována tak, aby se dala snadno použít v jiném programu. Plánuje se testování a případné nasazení jako jeden z příznaků v segmentaci pomocí neuronové sítě. Tento algoritmus je vyvíjen souběžně v jiné diplomové práci [27]. Část provádějící řez byla integrována do samostatné funkce *graph\_cut.m*, protože se její použití ve funkci *graph\_segmentation.m* několikrát opakuje. K běhu programu je nutná také přítomnost uložených vypočtených charakteristik, které jsou ve složkách *kontrast* pro použití na pacientech s kontrastní látkou a *bez\_kontrastu* pro použití na pacientech bez kontrastní látky. Tyto soubory jsou automaticky načítány v průběhu segmentace.

K výpočtu minimálního řezu je použit zdrojový kód Vladimira Kolmogorova, který je pro výzkumné účely k dispozici v [8]. Kód je napsán v C++, k využití v prostředí MATLAB je nutné aplikování tzv. mex-souboru, který byl použit z [24]. Před jeho použitím je nutná kompilace pomocí funkce *mex*, k tomu je nutné mít nainstalovaný prostředím MATLAB podporovaný C++kompilátor. Implementace je mírně složitější, ale výhodou je velká rychlost a poměrná nenáročnost na výpočetní výkon, kdy provedení samotného řezu trvá kolem 1 s, často i méně. Samotné vytvoření grafu s výpočtem vah trvá déle, většinou v rozmezí 2 až 10 s v závislosti na velikosti vstupních dat. Testovací sestava disponovala 48 GB operační pamětí a dvěma

procesory Intel Xeon E5649 s frekvencí 2,53 GHz s celkovým počtem 12 vláken, ale program využívá pouze jedno vlákno, takže se nejednalo o výhodu. Průměrný výpočetní čas byl kolem 7 minut pro celého jednoho pacienta, čas se samozřejmě lišil podle toho, kolik měl daný pacient obratlů. Lze předpokládat, že na počítači střední třídy s procesorem řady Intel Core i5 by byl výpočetní čas podobný. Větším problémem zůstává potřeba operační paměti. Jak již bylo uvedeno, MATLAB si při výpočtu zabere téměř 3 GB, v závislosti na velikosti aktuálně segmentovaného obratle (u krčních obratlů to je samozřejmě méně). Doporučené minimum je tedy 8 GB operační paměti, což ale znovu spadá do dnešní střední třídy a nejedná se o závažnou překážku.

Původním záměrem bylo využít funkcí z knihovny MatlabBGL (*Matlab Boost Graph Library* [14]), ale zde se nepodařilo zprovoznění pro práci ve 3D, výsledky byly nesmyslné. Je ale možné, že došlo k chybnému nastavení, jelikož dokumentace nebyla nejpodrobnější. Existující funkce integrovaná přímo v programu MATLAB *graphmaxflow* používá pomalý algoritmus a není optimalizována pro zjištění minimálního řezu.

## 4 VÝSLEDKY

### 4.1 Úspěšnost segmentace a výsledný parametr $\lambda$

Na základě výsledků při hledání vhodného nastavení byl pro každé ze čtyř vybraných nastavení podle tabulek 3.4, 3.6, 3.8 a 3.10 zvolen rozsah hodnot parametru  $\lambda$ , ve kterém byla hledána jeho ideální hodnota pro všechny typy obratlů s dostatkem dat. Na základě velikosti těchto rozsahů byl také zvolen krok, který byl menší, pokud byl menší rozsah, a naopak větší, když byl rozsah větší. Testovány byly tyto hodnoty:

- Segmentace osteoplastické tkáně u pacientů bez KL – od 0,1 až 1 s krokem 0,1 a od 1,5 až 11 s krokem 0,5.
- Segmentace osteoplastické tkáně u pacientů s KL – od 0,05 až 1 s krokem 0,05 a od 1,5 až 5 s krokem 0,5.
- Segmentace osteolytické tkáně u pacientů bez KL – od 0,02 až 0,4 s krokem 0,02.
- Segmentace osteolytické tkáně u pacientů s KL – od 0,05 až 1 s krokem 0,05 a od 1,5 až 8 s krokem 0,5.

Ideální hodnota parametru byla vybrána stejně jako u hledání vhodného nastavení v podkapitole 3.4. U každého typu obratle byly pro každého pacienta pro všechny hodnoty  $\lambda$  spočteny SE a SP, které byly následně napříč pacienty zprůměrovány. Hodnota parametru  $\lambda$  s nejvyšším průměrem byla vybrána jako nejvhodnější. SE pro obratle bez přítomnosti právě segmentované tkáně nebyla znovu počítána.

V tabulkách 4.1, 4.2, 4.3 a 4.4 jsou pro vypsání obratle zobrazeny vždy výsledná hodnota parametru  $\lambda$ , výsledná průměrná hodnota SE, výsledná průměrná hodnota SP a průměr těchto dvou hodnot. Zobrazeny jsou vždy typy obratlů, které byly pro danou tkáň testovány. Pro nevypsání obratle nemohly být pro nedostatek dat hodnoty počítány a byla jim přiřazena hodnota parametru  $\lambda$  nejbližšího zpracovaného obratle, stejně jako v případě parametrů pravděpodobnostních charakteristik.

Tabulky 4.1 a 4.2 jsou pro segmentaci osteoplastické tkáně, tedy pro první krok segmentace, a platí po sobě pro pacienty bez kontrastní látky a pro pacienty s kontrastní látkou. V první zmiňované není vypsán obratel C2, má tedy ve funkci nastavenou hodnotu parametru  $\lambda$  stejnou jako C3, ve druhé nejsou vypsány obratle C2 až C6, mají tedy přiřazenu stejnou hodnotu jako C7.

Tabulky 4.3 a 4.4 jsou pro segmentaci osteolytické tkáně, tedy pro druhý krok segmentace, a platí postupně pro pacienty bez kontrastní látky a pro pacienty s kontrastní látkou. V první tabulce znovu není vypsán obratel C2, v programu má přiřazenou stejnou hodnotu parametru  $\lambda$  jako obratel C3, ve druhé tabulce nejsou vypsány obratle C2 až C7 a mají přiřazenou stejnou hodnotu jako Th1.

Tab. 4.1: Výsledné hodnoty pro osteoplastickou tkáň u pacientů bez kontrastní látky.

| Obratel   |     | C3    | C4    | C5    | C6    | C7    | Th1   | Th2   |
|-----------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\lambda$ | [-] | 1     | 6,5   | 9,5   | 1     | 2,5   | 0,9   | 1,5   |
| SE        | [%] | 85,62 | 90,37 | 83,13 | 84,20 | 78,45 | 78,66 | 84,99 |
| SP        | [%] | 79,60 | 69,28 | 72,97 | 80,20 | 79,97 | 83,77 | 82,74 |
| Průměr    | [%] | 82,61 | 79,82 | 78,05 | 82,20 | 79,21 | 81,22 | 83,86 |
| Obratel   |     | Th3   | Th4   | Th5   | Th6   | Th7   | Th8   | Th9   |
| $\lambda$ | [-] | 1,5   | 2,5   | 1,5   | 3,5   | 4,5   | 1,5   | 1     |
| SE        | [%] | 86,64 | 89,41 | 89,08 | 92,66 | 89,90 | 87,62 | 95,32 |
| SP        | [%] | 74,05 | 77,90 | 70,90 | 64,66 | 65,92 | 74,25 | 68,80 |
| Průměr    | [%] | 80,35 | 83,65 | 79,99 | 78,66 | 77,91 | 80,94 | 82,06 |
| Obratel   |     | Th10  | Th11  | Th12  | L1    | L2    | L3    | L4    |
| $\lambda$ | [-] | 0,8   | 0,5   | 0,6   | 0,8   | 1,5   | 0,7   | 0,9   |
| SE        | [%] | 93,28 | 88,08 | 97,48 | 85,85 | 80,14 | 85,68 | 81,90 |
| SP        | [%] | 70,51 | 73,80 | 70,74 | 72,98 | 76,41 | 74,01 | 76,70 |
| Průměr    | [%] | 81,89 | 80,94 | 84,11 | 79,42 | 78,28 | 79,85 | 79,30 |

Tab. 4.2: Výsledné hodnoty pro osteoplastickou tkáň u pacientů s kontrastní látkou.

| Obratel   |     | C7    | Th1   | Th2   | Th3   | Th4   | Th5   | Th6   | Th7   | Th8   |
|-----------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\lambda$ | [-] | 1,5   | 0,85  | 1,5   | 0,7   | 0,55  | 1     | 1     | 0,75  | 1,5   |
| SE        | [%] | 82,66 | 90,01 | 80,24 | 97,19 | 86,03 | 87,82 | 92,45 | 85,50 | 80,88 |
| SP        | [%] | 84,45 | 72,41 | 80,02 | 61,51 | 69,46 | 67,70 | 64,24 | 75,24 | 72,96 |
| Průměr    | [%] | 83,56 | 81,21 | 80,13 | 79,35 | 77,74 | 77,76 | 78,34 | 80,37 | 76,92 |
| Obratel   |     | Th9   | Th10  | Th11  | Th12  | L1    | L2    | L3    | L4    | -     |
| $\lambda$ | [-] | 0,25  | 0,35  | 0,5   | 0,2   | 0,4   | 0,45  | 0,25  | 0,55  | -     |
| SE        | [%] | 92,22 | 92,04 | 83,54 | 97,15 | 90,86 | 86,47 | 91,22 | 84,88 | -     |
| SP        | [%] | 72,74 | 70,48 | 71,85 | 68,36 | 70,93 | 72,68 | 72,58 | 67,58 | -     |
| Průměr    | [%] | 82,48 | 81,26 | 77,69 | 82,76 | 80,90 | 79,57 | 81,90 | 76,23 | -     |

Tab. 4.3: Výsledné hodnoty pro osteolytickou tkáň u pacientů bez kontrastní látky.

| Obratel   |     | C3    | C4    | C5    | C6    | C7    | Th1   | Th2   |
|-----------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\lambda$ | [-] | 0,34  | 0,32  | 0,16  | 0,16  | 0,16  | 0,16  | 0,24  |
| SE        | [%] | 86,86 | 89,68 | 84,89 | 85,54 | 73,33 | 79,26 | 90,77 |
| SP        | [%] | 68,73 | 65,31 | 73,59 | 79,19 | 73,02 | 75,63 | 57,92 |
| Průměr    | [%] | 77,79 | 77,50 | 79,24 | 82,37 | 73,17 | 77,44 | 74,35 |
| Obratel   |     | Th3   | Th4   | Th5   | Th6   | Th7   | Th8   | Th9   |
| $\lambda$ | [-] | 0,06  | 0,2   | 0,02  | 0,02  | 0,02  | 0,04  | 0,02  |
| SE        | [%] | 78,99 | 87,91 | 71,86 | 82,48 | 82,00 | 83,89 | 87,17 |
| SP        | [%] | 63,19 | 50,41 | 68,44 | 48,13 | 51,86 | 55,74 | 53,50 |
| Průměr    | [%] | 71,09 | 69,16 | 70,15 | 65,31 | 66,93 | 69,81 | 70,34 |
| Obratel   |     | Th10  | Th11  | Th12  | L1    | L2    | L3    | L4    |
| $\lambda$ | [-] | 0,08  | 0,02  | 0,02  | 0,04  | 0,08  | 0,04  | 0,02  |
| SE        | [%] | 87,14 | 74,17 | 68,25 | 71,51 | 83,79 | 67,82 | 74,41 |
| SP        | [%] | 42,50 | 70,91 | 73,25 | 56,80 | 54,60 | 66,28 | 63,79 |
| Průměr    | [%] | 64,82 | 72,54 | 70,75 | 64,15 | 69,20 | 67,05 | 69,10 |

Tab. 4.4: Výsledné hodnoty pro osteolytickou tkáň u pacientů s kontrastní látkou.

| Obratel   |     | Th1   | Th2   | Th3   | Th4   | Th5   | Th6   | Th7   | Th8   |
|-----------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\lambda$ | [-] | 1,5   | 0,25  | 8     | 0,85  | 0,5   | 0,15  | 0,3   | 0,35  |
| SE        | [%] | 73,35 | 83,60 | 80,15 | 82,46 | 86,25 | 91,71 | 87,59 | 81,19 |
| SP        | [%] | 56,47 | 65,22 | 38,79 | 49,29 | 55,57 | 49,75 | 58,61 | 43,54 |
| Průměr    | [%] | 64,91 | 74,41 | 59,47 | 65,88 | 70,91 | 70,73 | 73,10 | 62,36 |
| Obratel   |     | Th9   | Th10  | Th11  | Th12  | L1    | L2    | L3    | L4    |
| $\lambda$ | [-] | 0,35  | 0,15  | 0,15  | 0,05  | 0,1   | 0,05  | 0,15  | 0,15  |
| SE        | [%] | 83,84 | 87,32 | 82,87 | 80,97 | 78,05 | 79,35 | 79,11 | 81,43 |
| SP        | [%] | 59,97 | 61,65 | 51,61 | 62,21 | 50,69 | 60,65 | 57,42 | 47,92 |
| Průměr    | [%] | 71,90 | 74,49 | 67,24 | 71,59 | 64,37 | 70,00 | 68,27 | 64,68 |

## 4.2 Ukázka výsledků

Jako ukázka výsledků bylo vybráno celkem 6 transverzálních řezů několika obratlů. Pro pacienty bez kontrastní látky to jsou:

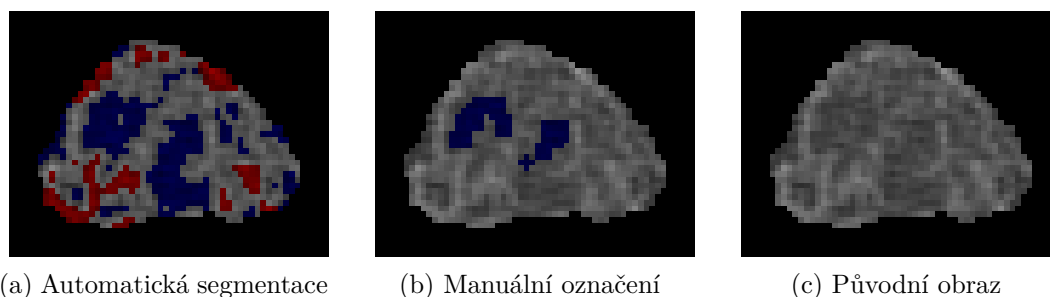
- Pacient 9, obratel Th1, číslo řezu 81, obrázek 4.1.
- Pacient 7, obratel Th11, číslo řezu 79, obrázek 4.2.
- Pacient 1, obratel L2, číslo řezu 52, obrázek 4.3.

Pro pacienty s kontrastní látkou to jsou:

- Pacient 6, obratel Th2, číslo řezu 96, obrázek 4.4.
- Pacient 6, obratel Th9, číslo řezu 78, obrázek 4.5.
- Pacient 2, obratel L2, číslo řezu 68, obrázek 4.6.

Číslo řezu je třetí rozměr matice v datech jednotlivých těl obratlů. Pro každý řez jsou zobrazeny vždy tři obrázky, výsledek automatické segmentace, manuální označení daty lékaři a původní neoznačená data těla obratle. Barvy na obrázcích značí:

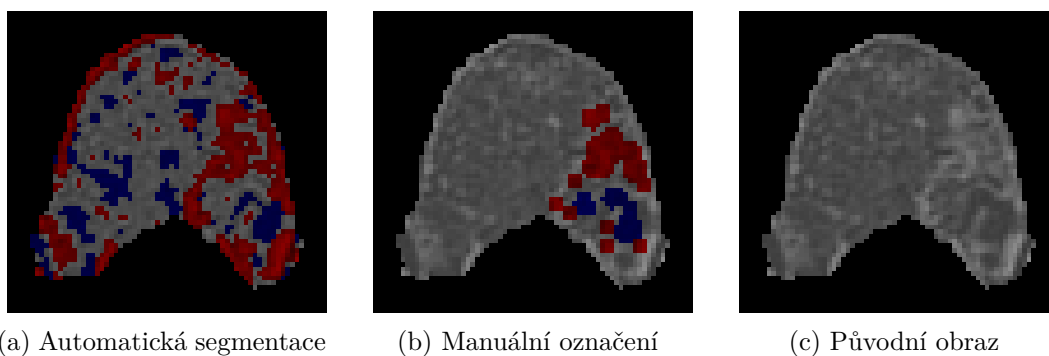
- **Červená barva** – osteoplastická tkáň.
- **Modrá barva** – osteolytická tkáň.



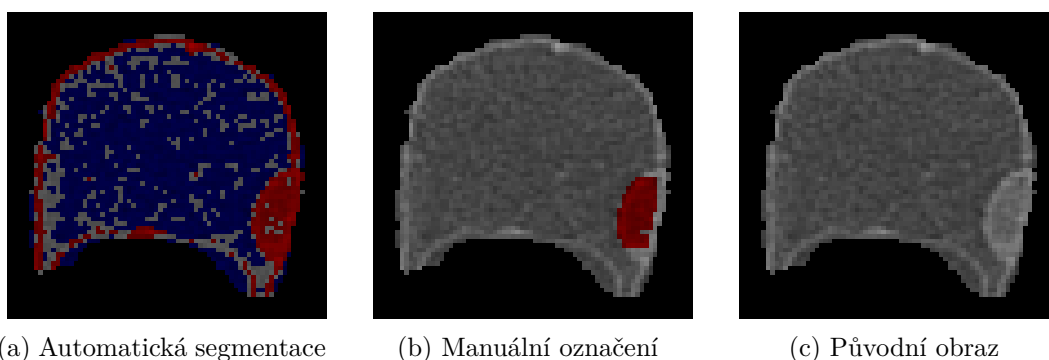
Obr. 4.1: Srovnání testované automatické segmentace s manuálním označením, pacient 9 bez kontrastní látky, obratel Th1, řez 81.

## 4.3 Zhodnocení výsledků

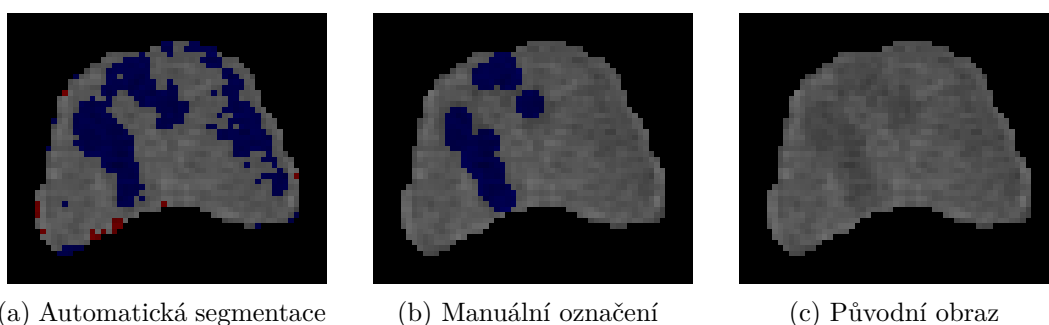
V obou tabulkách 4.1 a 4.2, ve kterých je segmentace osteoplastické tkáně, lze vidět poměrně vysokou hodnotu SE, téměř vždy přesahující hranici 80 %, často dokonce přes 90 %. SP již takto vysokých hodnot nedosahuje, ale o vyložení špatný výsledek se také nejedná. Je ale nutné poznamenat, že hodnoty označené manuálně jako *negative* zde představovaly voxely dvou tkání, což hodnotu SP zvyšuje, než kdyby byla osteoplastická tkáň segmentována až v druhém kroku. Hodnota SP se většinou pohybuje nad 70 %, i když místy klesá pod tuto hranici a naopak někdy stoupá i nad 80 % pro pacienty bez kontrastní látky. Celkově lze říci, že u osteoplastické



Obr. 4.2: Srovnání testované automatické segmentace s manuálním označením, pacient 7 bez kontrastní látky, obratel Th11, řez 79.



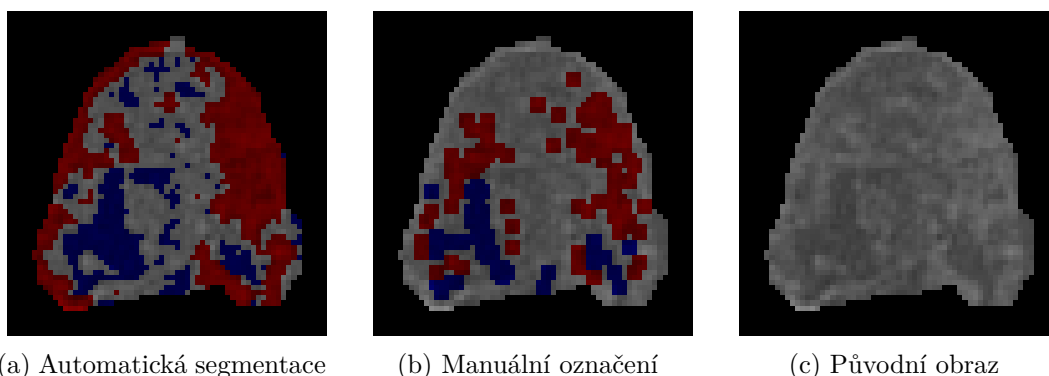
Obr. 4.3: Srovnání testované automatické segmentace s manuálním označením, pacient 1 bez kontrastní látky, obratel L2, řez 52.



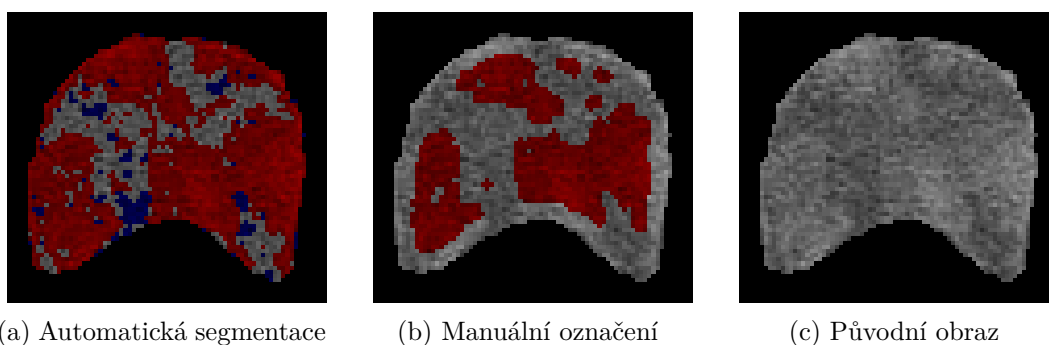
Obr. 4.4: Srovnání testované automatické segmentace s manuálním označením, pacient 6 s kontrastní látkou, obratel Th2, řez 96.

tkáně u pacientů s kontrastní látkou je SP o něco nižší. Velký rozptyl hodnot je pravděpodobně způsoben rozptylem středních hodnot intenzit jednotlivých obratlů.

V případě osteolytické tkáně je situace podobná, ale dosažené hodnoty SE a SP



Obr. 4.5: Srovnání testované automatické segmentace s manuálním označením, pacient 6 s kontrastní látkou, obratel Th9, řez 78.



Obr. 4.6: Srovnání testované automatické segmentace s manuálním označením, pacient 2 s kontrastní látkou, obratel L2, řez 68.

jsou horší než u osotoplastické tkáně, zejména co se SP týče, jak je vidět v tabulkách 4.3 a 4.4. Pro SE jsou výsledky poměrně dobré, hodnoty se znovu pohybují až na jednu výjimku nad 70% a velmi často nad 80%. Ale SP je u některých obratlů velmi nízká, časté jsou hodnoty pod 60%, u obratle Th3 v tabulce 4.4 to bylo dokonce pouze necelých 39%. U pacientů s kontrastní látkou jsou hodnoty SP mírně horší než u pacientů bez kontrastní látky.

Špatná SP je jednak dána tím, že se jedná o druhý krok segmentace, a jednak tím, že se rozložení intenzity zdravé a osteolytické tkáně velmi překrývala a často docházelo k označení celého objemu zdravé tkáně za osteolytickou, jak je vidět na obrázku 4.3. Zde je poměrně správně detekována osteoplastická tkáň, ale prakticky celá vnitřní kostní část byla nesprávně označena za osteolytickou. Podobných případů, jako je tento, se vyskytuje docela velké množství, zejména u obratlů, které osteolytickou tkáň vůbec neobsahují, nebo u větších obratlů, jako jsou například bederní. Další příčinou nepříliš uspokojivých výsledků je velký rozptyl středních

hodnot intenzit všech tkání mezi jednotlivými pacienty a jednotlivými obratli.

Celkově lze výsledky shrnout tím, že hodnoty SE jsou poměrně vysoké a lze tak prohlásit, že postižené voxely označené manuálním výběrem jsou často také označené jako postižené představenou metodou automatické segmentace. Na druhou stranu ale nízká SP znamená, že jsou velmi často označeny za postižené také zdravé voxely. Tyto závěry demonstrují zobrazené obrázky 4.1, 4.2 a např. 4.3. Na obrázku 4.4 je příklad zdařilejší segmentace, kdy byla ale za osteolytickou tkáň označena také oblast s nízkými intenzitami v pravé části. V případě osteoplastické tkáně jsou největším problémem falešné detekce na okrajích obratle, jak je vidět na obrázcích 4.3, 4.5 a 4.6. To je způsobeno nevhodnými vstupními daty, na kterých je nedokonale odstraněna tvrdá kortikální kost na povrchu obratle, která má vyšší intenzitu než houbovitá kost uvnitř, čímž je následně tato kost označena za osteoplastickou tkáň. Posledním větším problémem představeného postupu segmentace je, že vždy je určitý počet voxelů označen za osteolytickou a osteoplastickou tkáň, i když jedna z tkání není obsažena nebo je obratel zdravý, tudíž výsledek nelze použít k rozhodnutí o přítomnosti nebo nepřítomnosti nádorů.

Jak již bylo zmíněno, tak je uvažováno o spojení uvedeného algoritmu s neuronovou sítí z práce [27], kde jsou využívány jak texturní, tak tvarové příznaky. Některé zde uvedené problémy nízké SP by se tím daly potenciálně odstranit, například označení zdravé tkáně za osteolytickou jako na obrázku 4.3 pomocí určitých texturních příznaků, nebo označení kortikální kosti pomocí tvarových příznaků. Kromě toho by bylo možné přidat na výstup představeného algoritmu mediánový filtr nebo filtr založený na pořadí, čímž by mohlo dojít k odstranění drobných falešných detekcí. Negativní důsledkem by ale byla mnohem větší výpočetní náročnost. Mediánová filtrace byla v jedné fázi této práce testována jako předzpracování, ale kvůli zmíněné výpočetní náročnosti, a protože nepřinášela lepší výsledky, byla jako předzpracování vypuštěna. Zda-li bude výsledný algoritmus využit v praxi a zakomponován do většího programového celku prokáže až další testování.

## 5 ZÁVĚR

Cílem diplomové práce bylo popsat základy teorie grafů potřebné k porozumění řešené problematice, uvést segmentační metody, které ji využívají a zejména implementovat vybranou metodu pro segmentaci lézí obratlů. Teorie byla popsána v první kapitole, nejprve byly vysvětleny základní pojmy, že graf se skládá ze dvou množin, z vrcholů  $V$  a z hran  $E$ , a že prvkům obou množin může být přiřazena určitá váha. Prvky množiny hran jsou dvojice vrcholů, které mohou být uspořádané pro orientovaný graf, nebo neuspořádané. Pokud se do orientovaného grafu s nenulovými váhami hran přidají speciální vrcholy, nazývané zdroj  $s$  a stok  $t$ , vznikne síť, skrze kterou může být poslán určitý tok nebo může být proveden řez. Tok je funkce přiřazující každé hraně nezáporné reálné číslo. Řez rozdělí vrcholy sítě do dvou disjunktních množin  $S$  a  $T$ , kdy  $s \in S$  a  $t \in T$ . V řezu jsou všechny hrany směřující z  $S$  do  $T$  a jeho hodnota je součet jejich vah, neboli kapacit. Kapacity určují největší možný tok hranou, díky tomu existuje hodnota maximálního toku, který může být sítí poslán. Pro jakýkoliv váhovaný orientovaný graf je hodnota maximálního toku shodná s hodnotou minimálního řezu.

Zmíněná teorie se využívá v metodě segmentace představené ve druhé kapitole. Nejprve byla uvedena základní metoda představená v [4]. Podstatou je vytvoření sítě z pixelů (nebo voxelů) obrazu, které se napojí na zdroj a stok, mezi kterými je následně proveden řez, čímž jsou pixely rozděleny do dvou množin. Ty jsou nazývány objekt a pozadí. Vlastností řezu je nalezení globálního minima energie, která určuje regionální a hraniční požadavky. Regionální požadavky představují podobnost pixelů v segmentech, hraniční požadavky naopak jejich odlišnost na hranici segmentů, v publikacích je využívána intenzita pixelů.

Ve třetí kapitole je využití k segmentaci lézí obratlů. Nejprve jsou získány pravděpodobnostní charakteristiky obratlů binomického a normálního rozložení metodou MLE a parametry Gaussovy funkce metodou nejmenší čtverců a pomocí MSE. Tyto hodnoty jsou implementovány jako různá nastavení algoritmu, z nich jsou vybrána ta nejvhodnější pro jednotlivé kroky segmentace. V prvním kroku je oddělena osteoplastická a ve druhém osteolytická tkáň. Celý algoritmus byl v rámci práce implementován do jednoduchého programu.

V poslední čtvrté kapitole jsou uvedeny výsledné hodnoty SE a SP a ukázka vybraných řezů. Oba kroky segmentace mají poměrně dobrou SE, ale zejména ve druhém kroku je SP velmi nízká a je přítomno velké množství falešných detekcí, které komplikují další nasazení výsledného algoritmu. Osteoplastická tkáň je segmentována lépe než osteolytická. Praktické nasazení výsledného algoritmu je možné jako jeden z příznaků do neuronové sítě, která je řešena v rámci práce [27].

## LITERATURA

- [1] BAŠTINEC, J. a Z. SVOBODA. *Náhodné procesy* (skripta). Vysoké učení technické v Brně, 2013.
- [2] BONDY, J.A. a U.S.R. MURTHY. *Graph theory with applications*. New York: Elsevier Science Publishing Co., Inc., 1976. ISBN 0-444-19451-7.
- [3] BOYKOV, Y a G. FUNKA-LEA. Graph Cuts and Efficient N-D Image Segmentation. *International Journal of Computer Vision*. Netherlands: Springer. November 2006, Vol. 70, No. 2, pp. 109-131. ISSN: 0920-5691 (Print) 1573-1405 (Online).
- [4] BOYKOV, Y. a M.-P. JOLLY. Interactive Graph Cuts for Optimal Boundary & Region Segmentation of Objects in N-D Images. *Proceedings of „International Conference on Computer Vision“*. IEEE Computer Society. July 2001, Vol. 1, pp. 105-112. ISBN 0-7695-1143-0.
- [5] BOYKOV, Y a V. KOLMOGOROV. An Experimental Comparison of Min-Cut/Max-Flow Algorithms for Energy Minimization in Vision. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. IEEE Computer Society. September 2004, Vol. 26, No. 9, pp. 1124-1137. ISSN 0162-8828.
- [6] ČIHÁK, R. *Anatomie 1*. 3., upr. a dopl. vyd. Editor Miloš Grim, Oldřich Fejfar. Praha: Grada, 2011, 534 s. ISBN 978-80-247-3817-8.
- [7] CIMBALA, J.M. *Outliers* [online]. Penn State University. Poslední revize 12.9.2011 [cit. 30.12.2013]. Dostupné z URL: <<http://www.mne.psu.edu/me345/Lectures/Outliers.pdf>>.
- [8] Computer Vision at Western - Code. *Computer Vision at Western* [online]. 2010, aktualizace 10.4.2014 [cit. 12.5.2014]. Dostupné z URL: <<http://vision.csd.uwo.ca/code/>>.
- [9] CORMEN, T.H., C.E. LEISERSON, R.L. RIVEST, a C. STEIN. *Introduction to Algorithms*. Third Edition. Cambridge, MA (USA): The MIT Press, 2009. ISBN 978-0-262-03384-8.
- [10] DIESTEL, R. *Graph Theory*. Electronic edition of the Second Edition. New York: Springer-Verlag, 2000. ISBN 0-387-98976-5 (softcover).
- [11] FUNKA-LEA, G., Y. BOYKOV, C. FLORIN, M.-P. JOLLY, R. MOREAU-GOBARD, R. RAMARAJ, a D. RINCK. Automatic heart isolation for CT coronary visualization using graph-cuts. *2006 3rd IEEE International Symposium*

- on *Biomedical Imaging: Macro to Nano*. IEEE Computer Society. April 2006, pp. 614-617. ISBN 0-7803-9577-8.
- [12] FREEDMAN D. a T. ZHANG. Interactive Graph Cut Based Segmentation With Shape Priors. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2005*. IEEE Computer Society. June 2005, Vol. 1, pp. 755-762. ISSN 1063-6919.
- [13] GARCÍA-LORENZO, D., J. LECOUCER, D.L. ARNOLD, D.L. COLLINS, a C. BARILLOT. Multiple Sclerosis lesion segmentation using an automatic multi-modal Graph Cuts. *International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention, part II*. Springer Berlin Heidelberg. September 2009, Vol. 5762, pp. 584-591. ISBN 978-3-642-04271-3.
- [14] GLEICH, D. *MatlabBGL - A Matlab Graph Library*. Knihovna funkcí pro MATLAB. Dostupná z URL: <[https://www.cs.purdue.edu/homes/dgleich/packages/matlab\\_bgl/](https://www.cs.purdue.edu/homes/dgleich/packages/matlab_bgl/)>.
- [15] GREIG, D.M., B.T. PORTEOUS, A.H. SEHEULT. Exact Maximum A Posteriori Estimation for Binary Images. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*. Royal Statistical Society. 1989, Vol. 51, No. 2, pp. 271-279. ISSN 0035-9246.
- [16] GUO, H. A Simple Algorithm for Fitting a Gaussian Function [DSP Tips and Tricks]. *IEEE Signal Processing Magazine*. 2011, Vol. 28, No. 5, pp. 134-137. DOI: 10.1109/MSP.2011.941846. Dostupné z URL: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5999593>>.
- [17] JAN, J. *Medical Image Processing, Reconstruction and Restoration: Concepts and Methods*. Boca Raton (USA): CRC Press – Taylor & Francis Group, 2006. ISBN 0-8247-5849-8.
- [18] JÍROVSKÝ, L. *Teorie grafů ve výuce na střední škole* [online]. MFF Univerzita Karlova v Praze, 2010. poslední aktualizace 23. 9. 2010 [cit. 10. 11. 2013]. Dostupné z URL: <<http://teorie-grafu.cz/>>.
- [19] KOLÁŘ, J. Metastáze do skeletu [online]. *Referátový výběr z radiodiagnostiky*. Národní lékařská knihovna. 2005, svazek 51, č. 6/2005 [cit. 31. 12. 2013]. Dostupné z URL: <<http://www.nlk.cz/publikace-nlk/referatove-vybery/radiodiagnostika/2005/metastazy-do-skeletu>>.
- [20] LALKHEN, A. G. a A. MCCLUSKEY. Clinical tests: sensitivity and specificity. *Continuing Education in Anaesthesia, Critical Care*. 12.1.2008, Vol. 8, No. 6,

- pp. 221-223. DOI: 10.1093/bjaceaccp/mkn041. Dostupné z URL: <<http://bjarev.oxfordjournals.org/cgi/doi/10.1093/bjaceaccp/mkn041>>.
- [21] LÉZORAY, O. a L. GRADY. *Image Processing and Analysis with Graphs: Theory and Practice*. Boca Raton (USA): CRC Press – Taylor & Francis Group, 2012. ISBN 978-1-4398-5507-2.
- [22] MALÍNSKÝ, M. *Pokročilé algoritmy fúze 3D medicínských dat pro specifické lékařské problémy*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2013. 95 s. Vedoucí dizertační práce prof. Ing. Jiří Jan, CSc.
- [23] MAURER, P.M. *Graph Algorithms* [online]. Baylor University [cit. 6. 12. 2013]. Dostupné z URL: <<http://cs.ecs.baylor.edu/~maurer/graphs/>>.
- [24] Maxflow. RUBINSTEIN, M. *File Exchange - MATLAB Central* [online]. 2008, aktualizace 16.9.2008 [cit. 12.5.2014]. Dostupné z URL: <<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/21310-maxflow/content/maxflow.m>>.
- [25] MYUNG, IN JAE. Tutorial on maximum likelihood estimation. *Journal of Mathematical Psychology*. Elsevier Inc. February 2003, Vol. 47, Iss. 1, pp. 90-100. ISSN: 0022-2496.
- [26] National Electrical Manufacturers Association. *Digital Imaging and Communications in Medicine (DICOM), Part 1: Introduction and Overview*. National Electrical Manufacturers Association, 2011. Dostupné z URL: <[http://medical.nema.org/Dicom/2011/11\\_01pu.pdf](http://medical.nema.org/Dicom/2011/11_01pu.pdf)>.
- [27] NOVOSADOVÁ, M. *Segmentace 3D obrazových dat s využitím pokročilých texturních a tvarových příznaků*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2014. 96 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Jiří Jan, CSc.
- [28] PETER, R. *Fusion and analysis of multidimensional medical image data*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2012. 109 s. Vedoucí dizertační práce prof. Ing. Jiří Jan, CSc.
- [29] TOBIAS, P. *NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods*, autor 8. kapitoly [online]. National Institute of Standards and Technology, 2003, poslední aktualizace 30. 10. 2013 [cit. 30. 12. 2013]. Dostupné z URL: <<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/apr/section4/apr412.htm>>.

- [30] ULLMANN, V. Biologické účinky ionizujícího záření: Radiační ochrana [online]. *Jaderná fyzika a fyzika ionizujícího záření*. [cit. 31. 12. 2013]. Dostupné z URL: <<http://astronuklfyzika.cz/RadiacniOchrana.htm#3>>.
- [31] WAYNE, K. *Max Flow, Min Cut* [online]. Algorithms and Data Structures. Princeton University, 2004, poslední aktualizace 2004 [cit. 22. 12. 2013]. Dostupné z URL: <<http://www.cs.princeton.edu/courses/archive/spr04/cos226/lectures/maxflow.4up.pdf>>.
- [32] WILSON, R.J. *Introduction to Graph Theory*. Fourth Edition. Harlow, England: Addison Wesley Longman Limited, 1996. ISBN 0-582-24993-7.
- [33] SLABAUGH G. a G. UNAL. Graph cuts segmentation using an elliptical shape prior. *IEEE International Conference on Image Processing, 2005*. IEEE Computer Society. September 2005, Vol. 2, pp. 1222-1225. ISBN 0-7803-9134-9.
- [34] ZHOU W. a A.C. BOVIK. Mean squared error: Love it or leave it? A new look at Signal Fidelity Measures. *IEEE Signal Processing Magazine*. 2009, Vol. 26, No. 1, pp. 98-117. DOI: 10.1109/MSP.2008.930649. Dostupné z URL: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=4775883>>.

## SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

BFS *Breadth-first search*

CT *Computed Tomography*

DFS *Depth-first search*

DICOM *Digital Imaging and Communications in Medicine*

HU *Hounsfield Unit*

GUI *Graphic User Interface*

MLE *Maximum Likelihood Estimation*

MRI *Magnetic Resonance Imaging*

MSE *Mean Squared Error*

SE *Senzitivita*

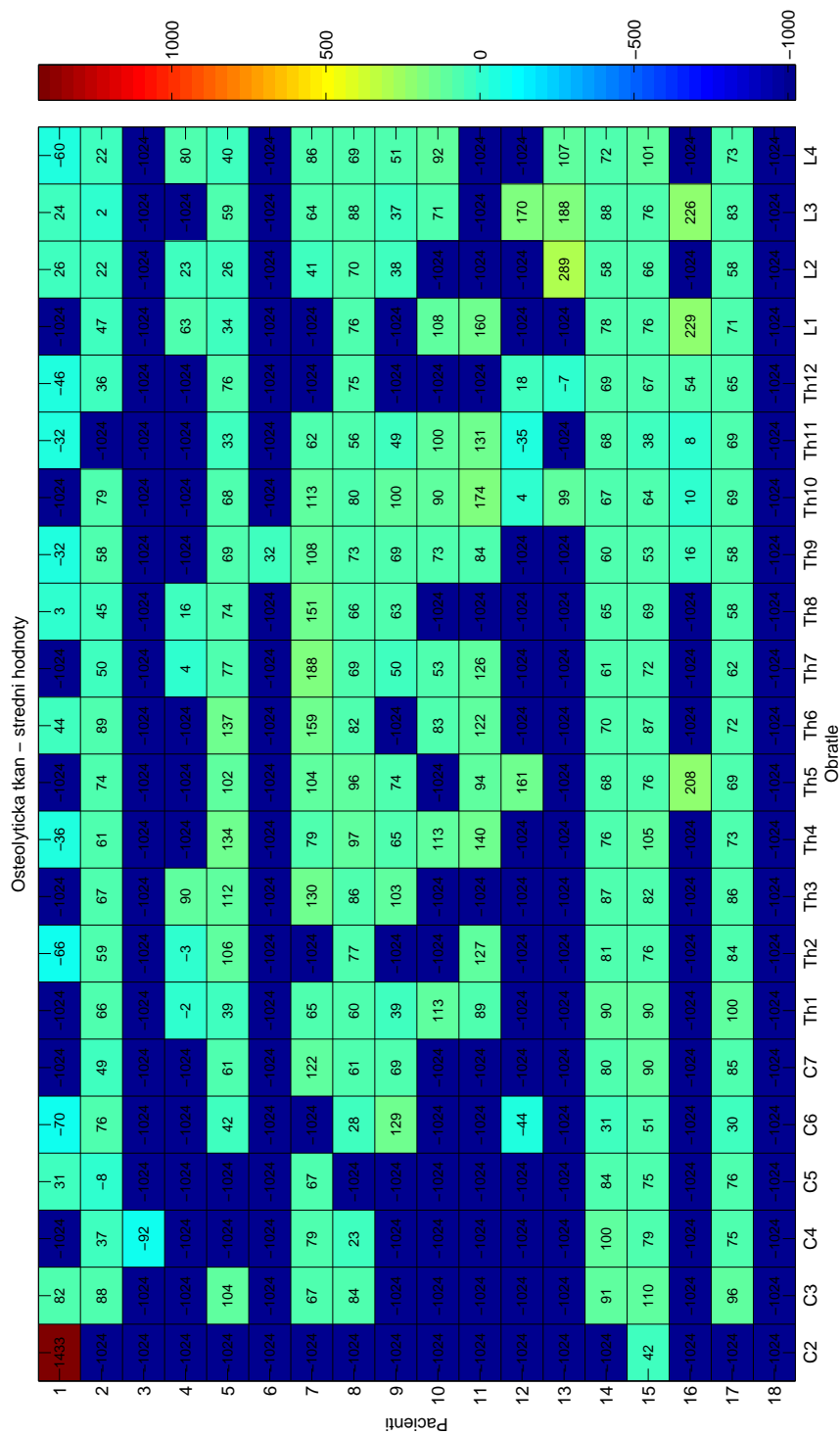
SP *Specificita*

# SEZNAM PŘÍLOH

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>A</b> | <b>Charakteristiky obratlů bez kontrastní látky</b>        | <b>76</b>  |
| A.1      | Střední hodnoty . . . . .                                  | 76         |
| A.2      | Směrodatné odchytky . . . . .                              | 82         |
| <b>B</b> | <b>Charakteristiky obratlů s použitím kontrastní látky</b> | <b>88</b>  |
| B.1      | Střední hodnoty . . . . .                                  | 88         |
| B.2      | Směrodatné odchytky . . . . .                              | 94         |
| <b>C</b> | <b>Počty tkání</b>   | <b>100</b> |

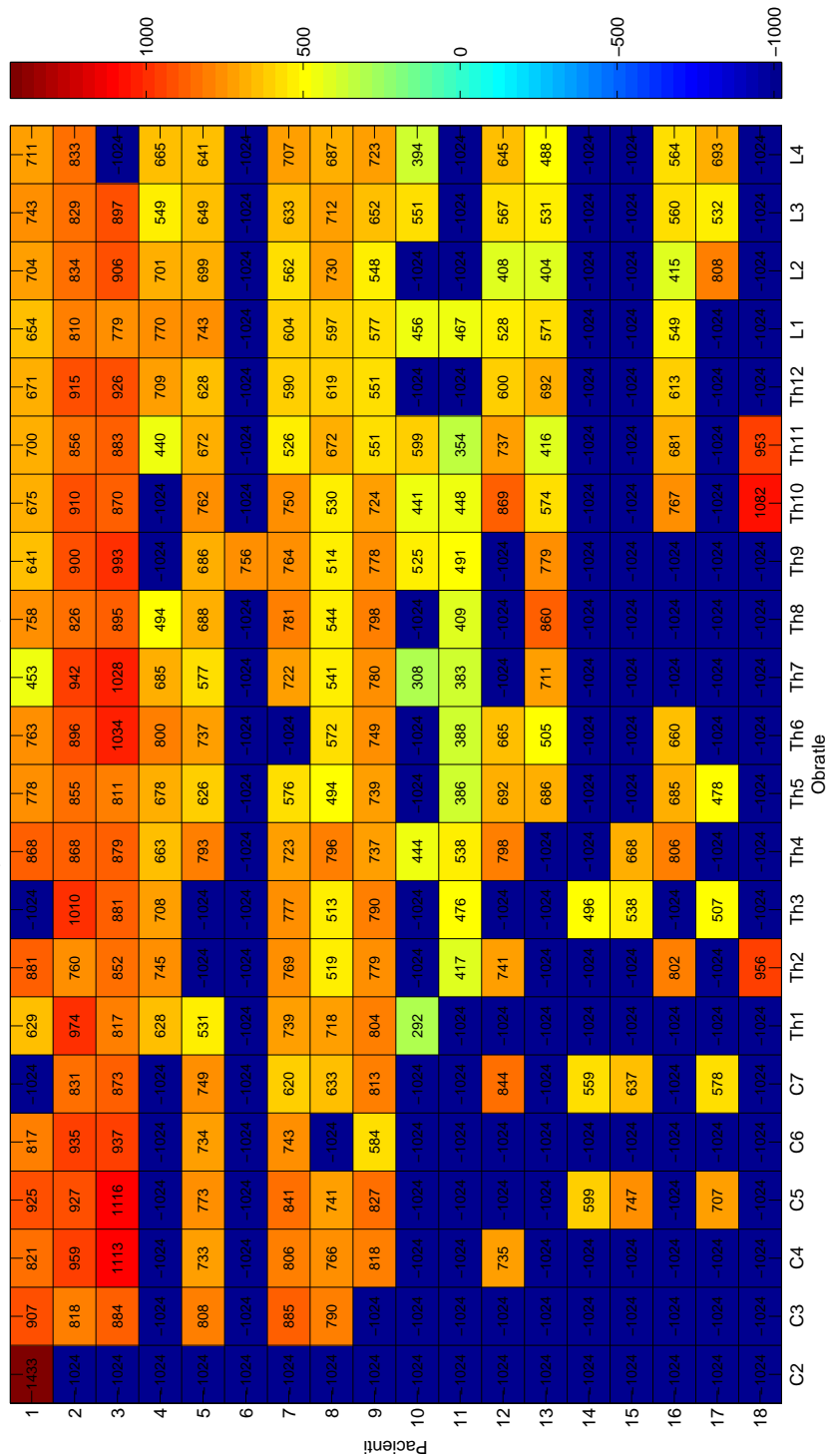
# A CHARAKTERISTIKY OBRATLŮ BEZ KONTRASTNÍ LÁTKY

## A.1 Střední hodnoty

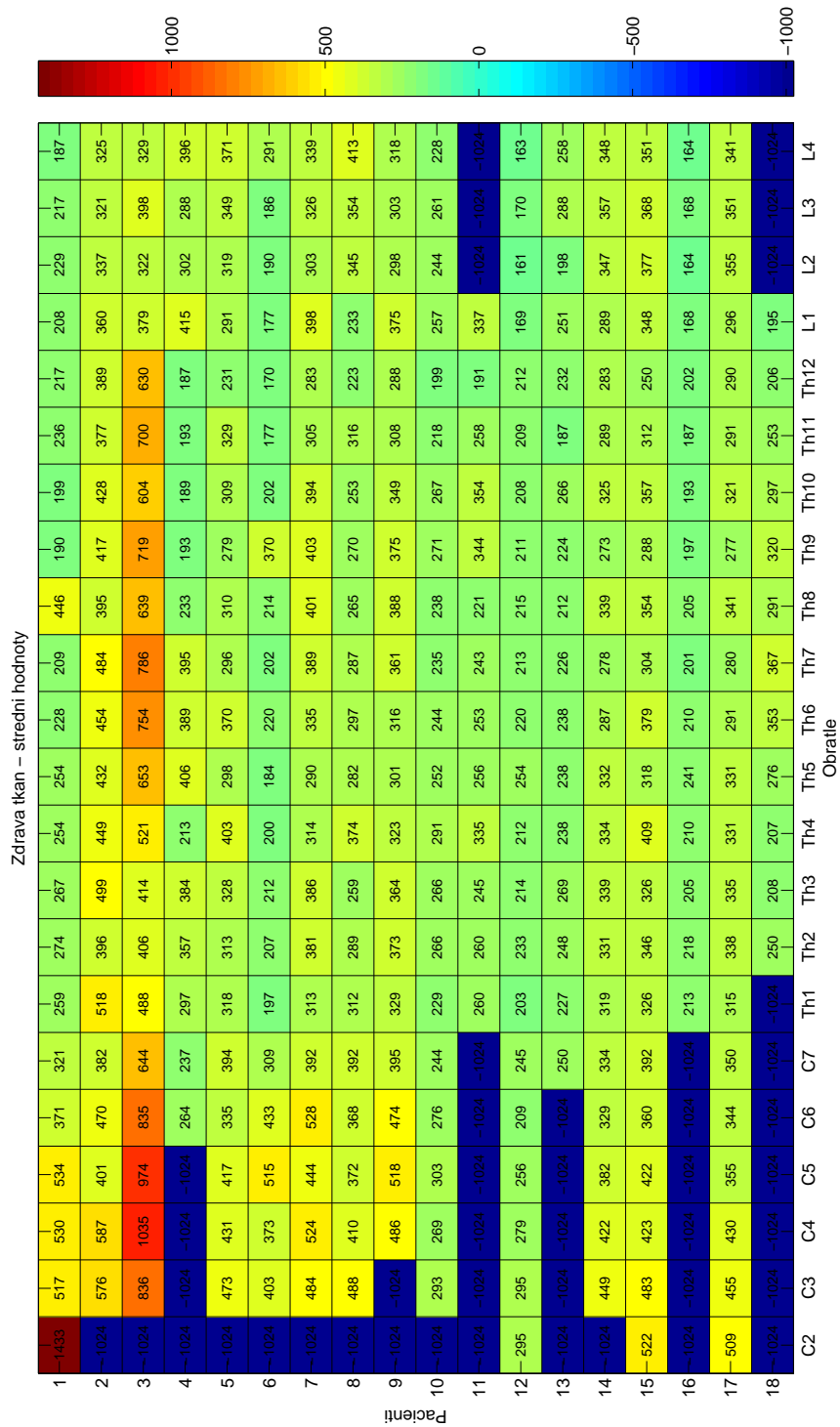


Obr. A.1: Střední hodnoty osteolytické tkáně s odlehými hodnotami (bez KL).

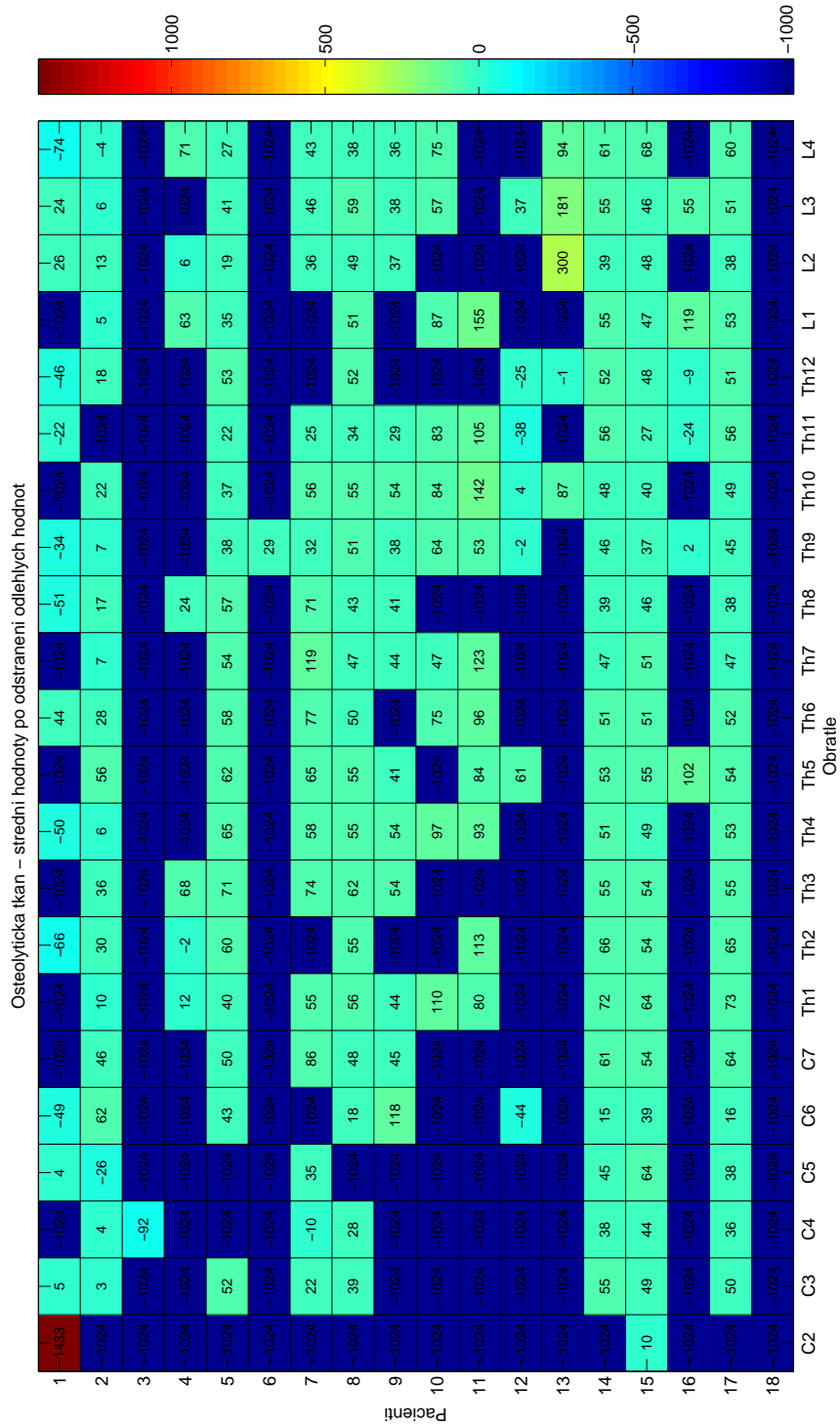
Osteoplastická tkáň – střední hodnoty



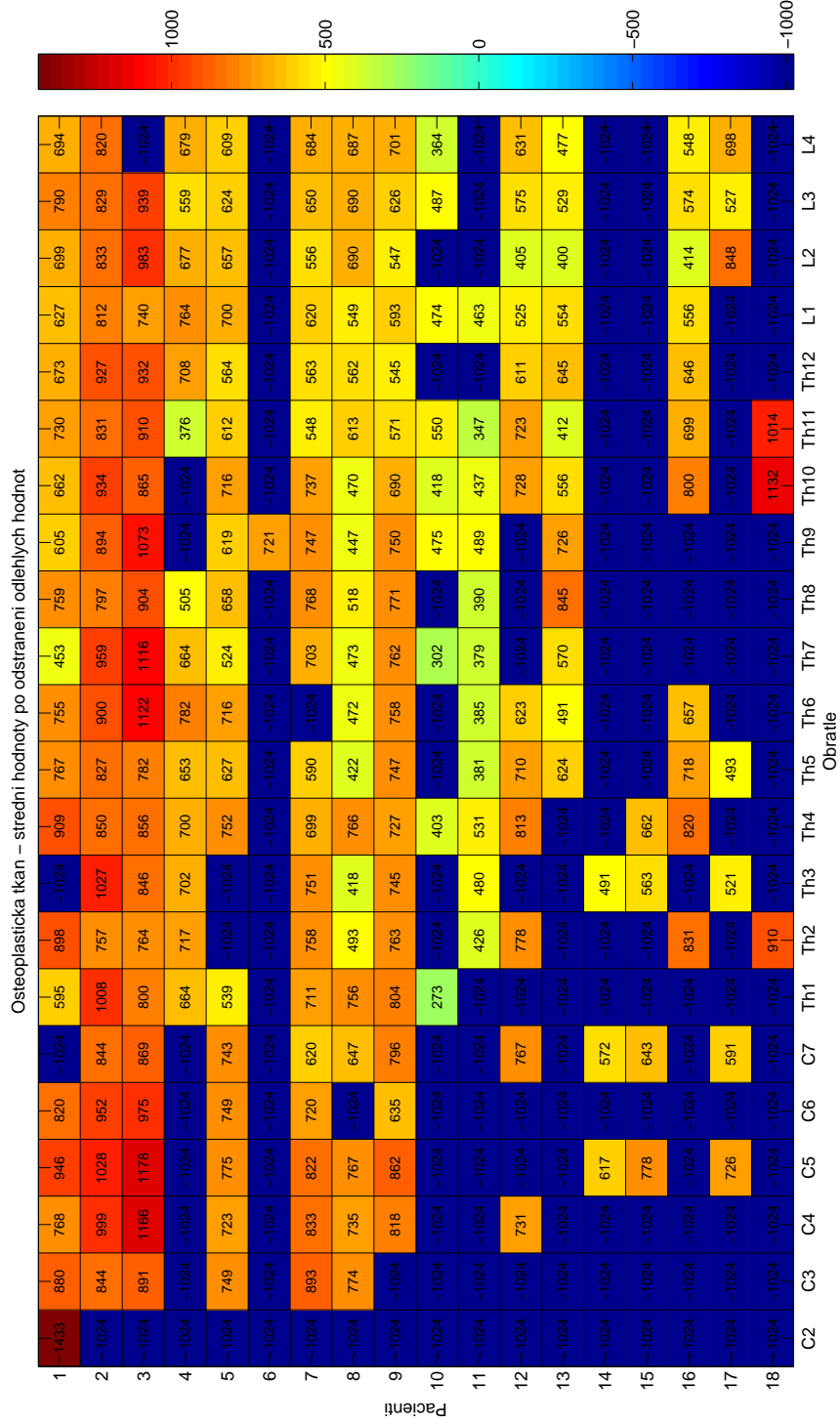
Obr. A.2: Střední hodnoty osteoplastické tkáně s odlehlými hodnotami (bez KL).



Obr. A.3: Střední hodnoty zdravé tkáně s odlehlými hodnotami (bez KL).

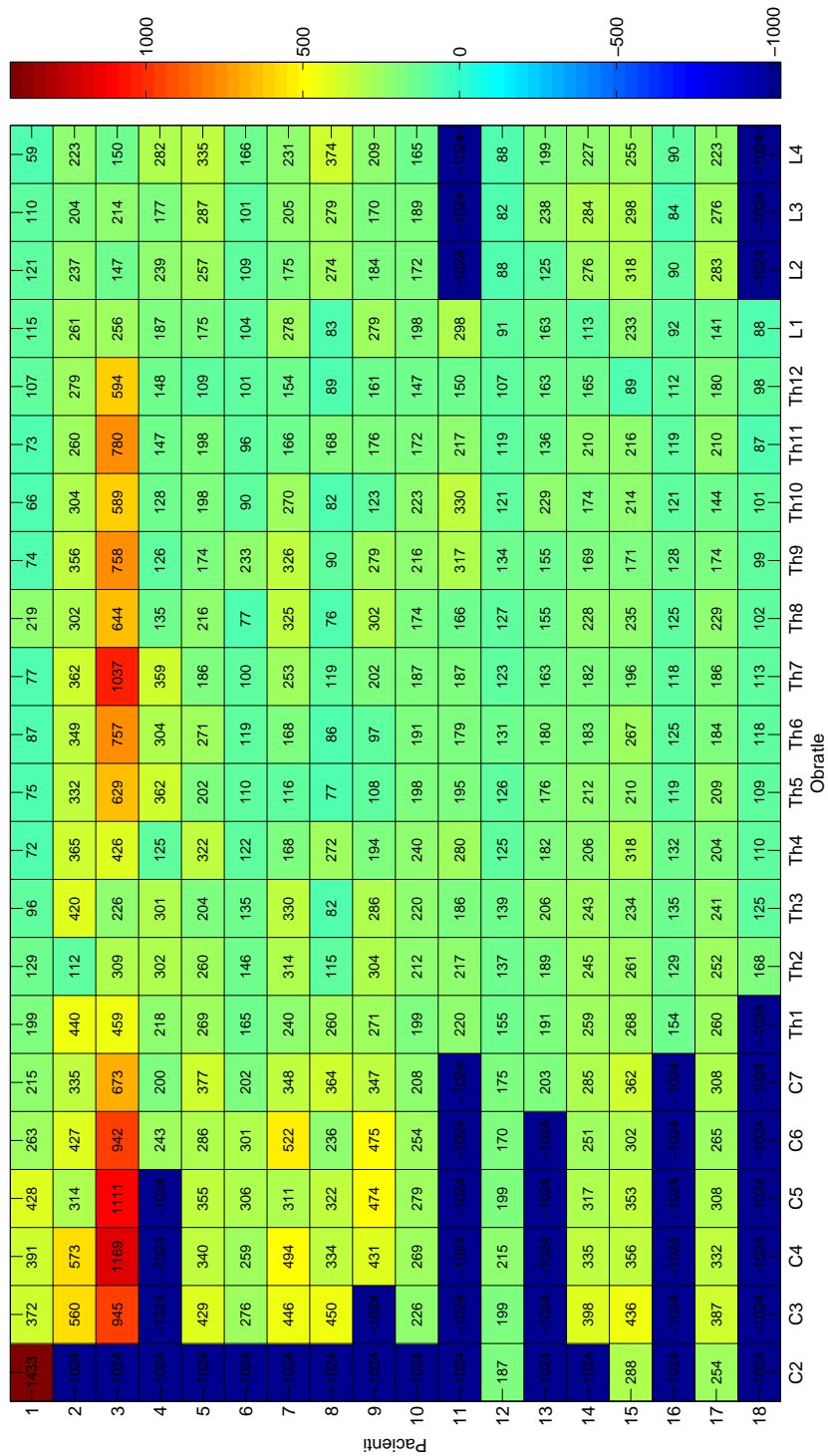


Obr. A.4: Střední hodnoty osteolytické tkáně bez odlehlých hodnot (bez KL).



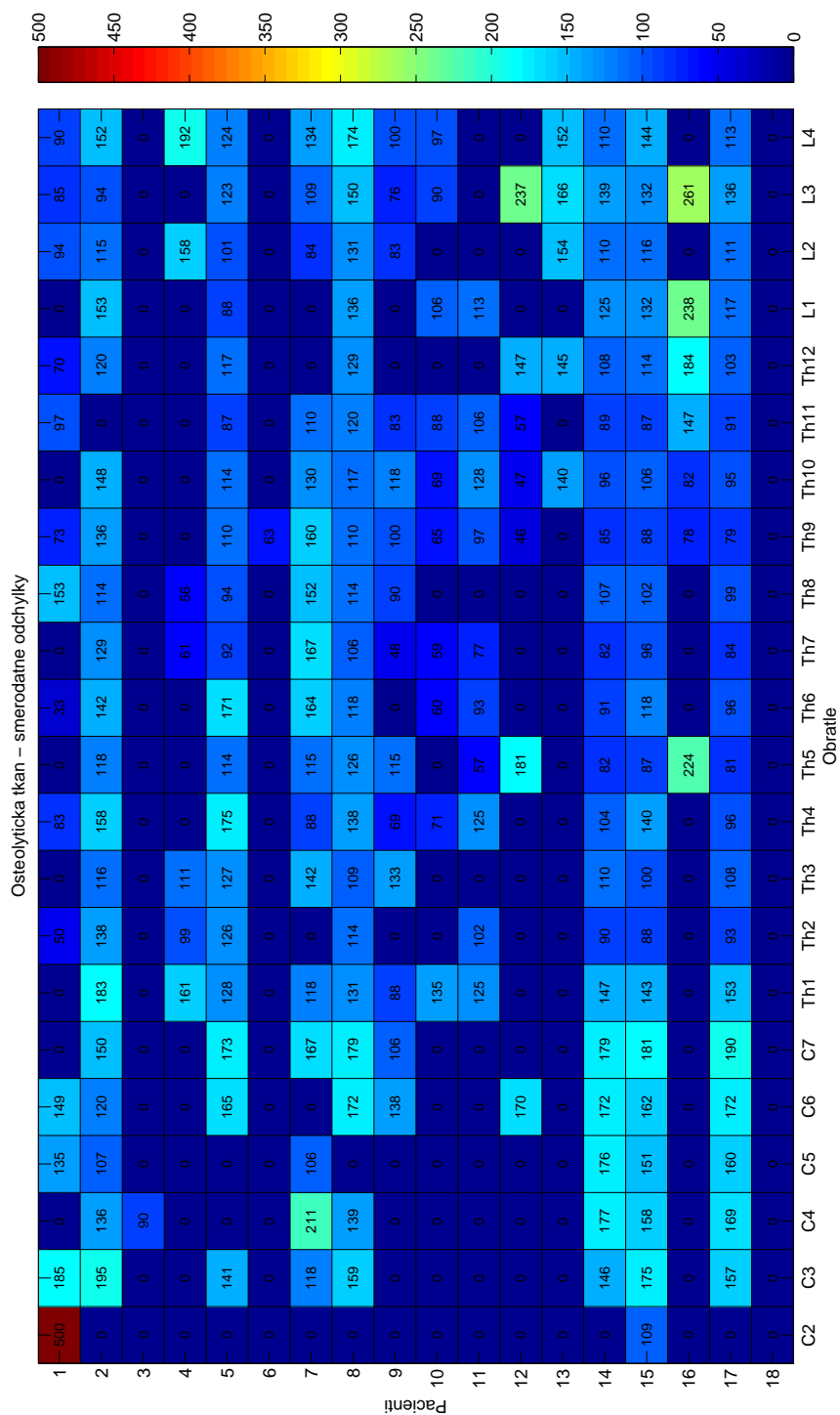
Obr. A.5: Střední hodnoty osteoplastické tkáně bez odlehlých hodnot (bez KL).

Zdrava tkan – střední hodnoty po odstranění odlehlých hodnot

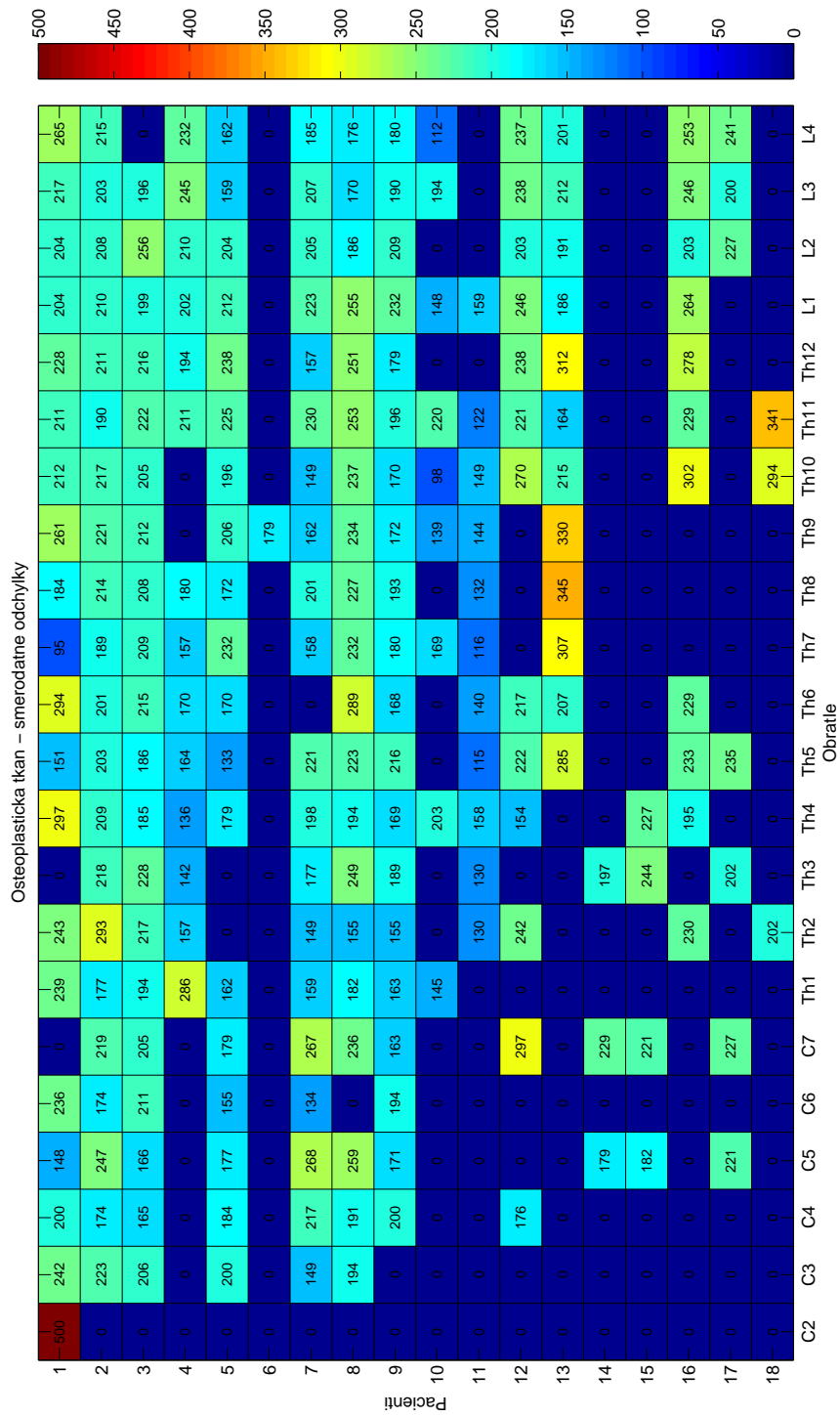


Obr. A.6: Střední hodnoty zdravé tkáně bez odlehlých hodnot (bez KL).

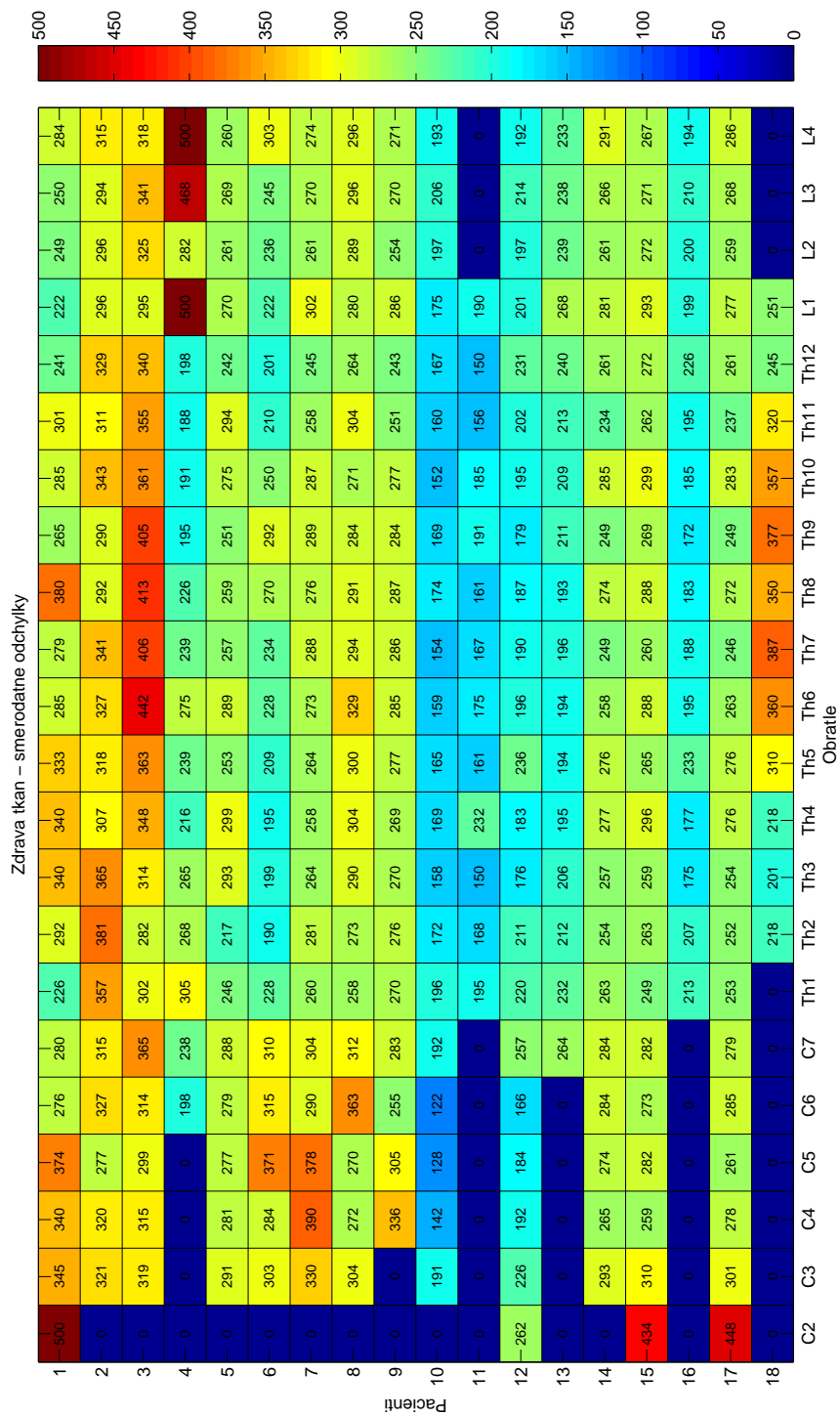
## A.2 Směrodatné odchylky



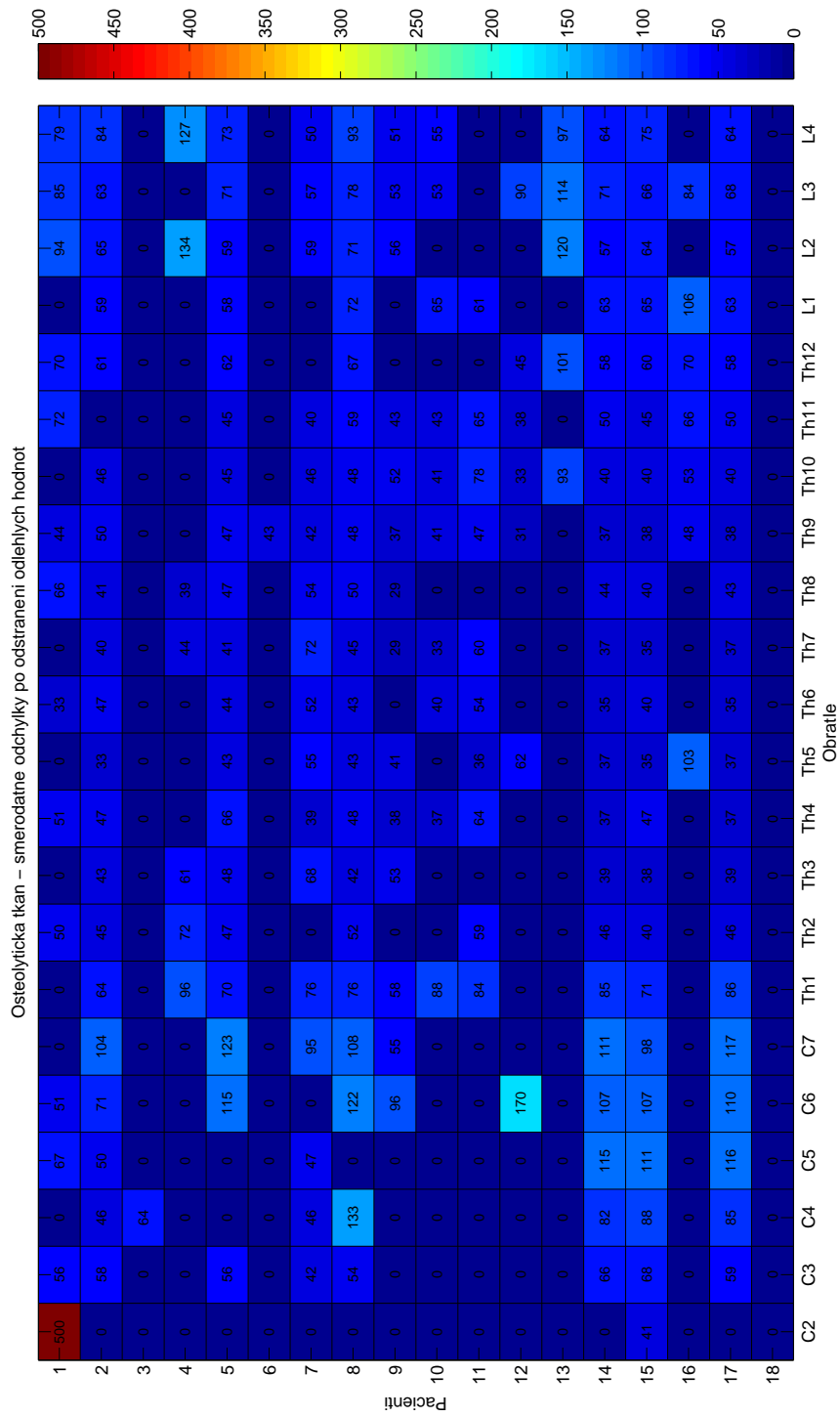
Obr. A.7: Směrodatné odchylky osteolytické tkáně s odlehými hodnotami (bez KL).



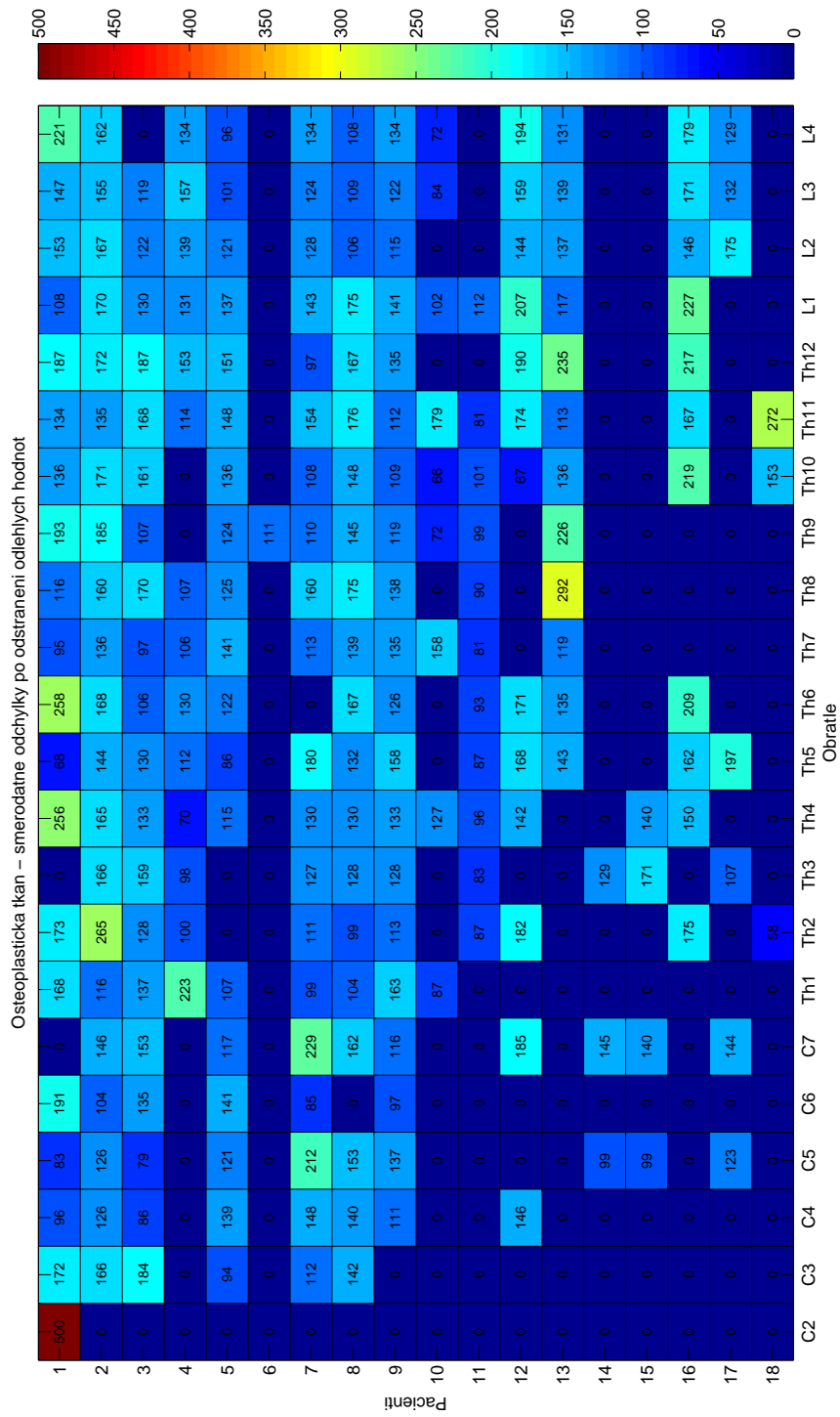
Obr. A.8: Směrodatné odchyšky osteoplastické tkáně s odlehlými hodnotami (bez KL).



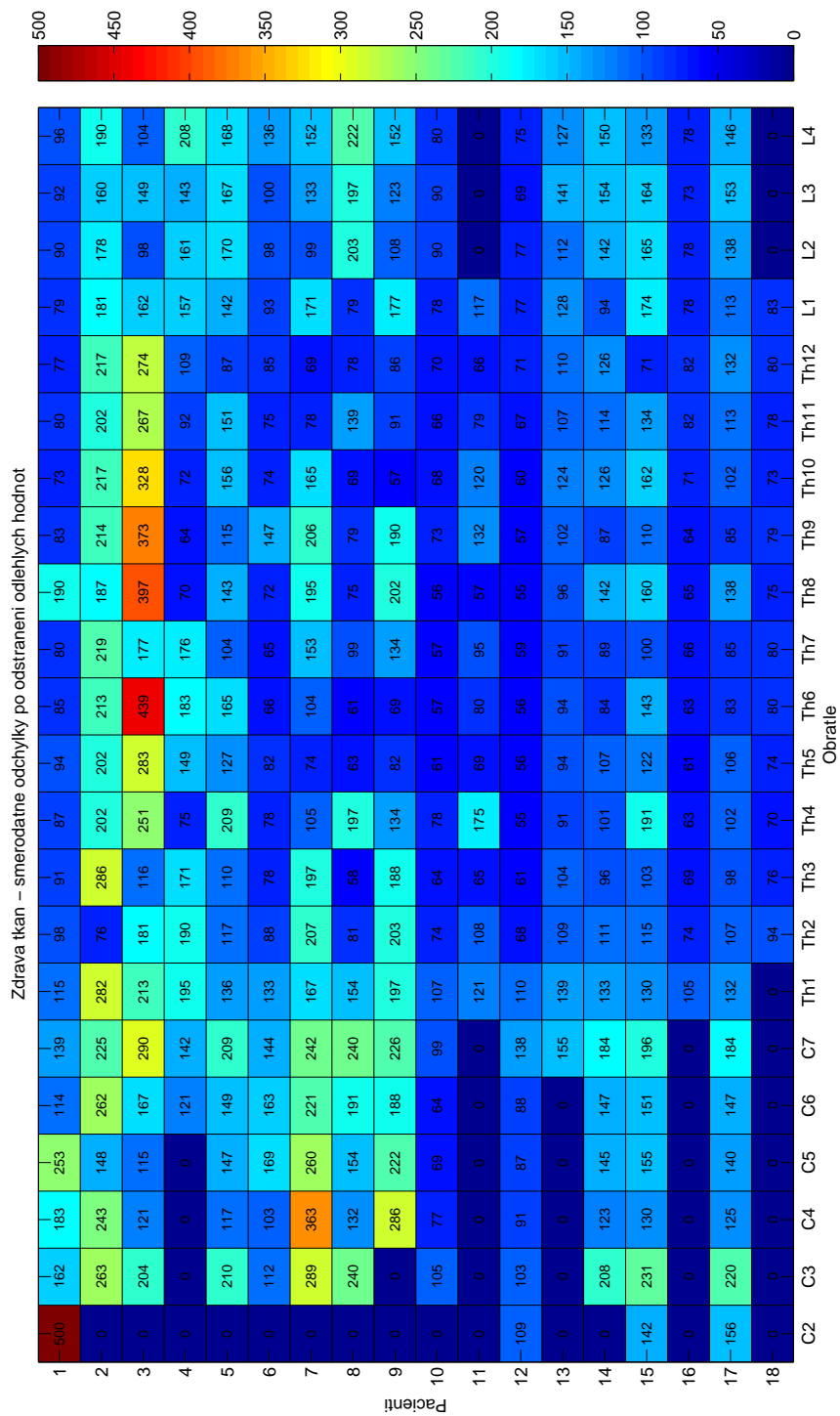
Obr. A.9: Směrodatné odchytky zdravé tkáně s odlehými hodnotami (bez KL).



Obr. A.10: Směřované odchylky osteolytické tkáně bez odlehlých hodnot (bez KL).



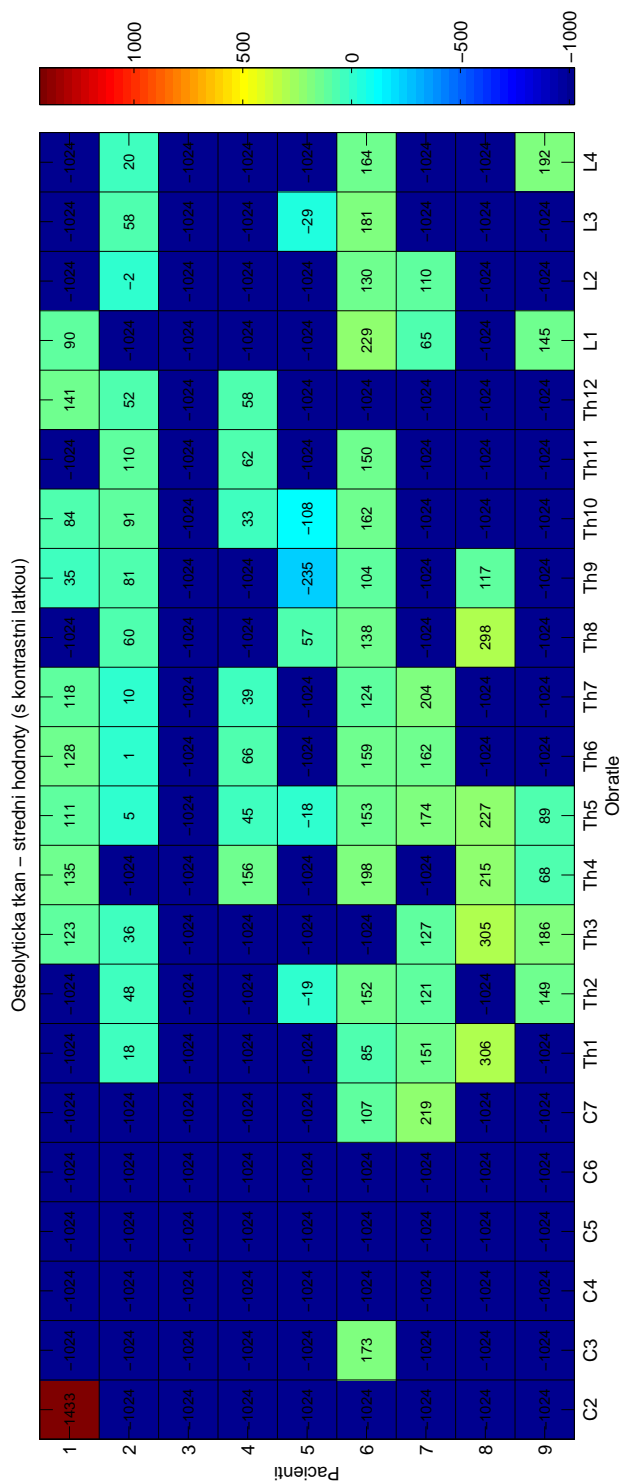
Obr. A.11: Směrodatné odchylky osteoplastické tkáně bez odlehlých hodnot (bez KL).



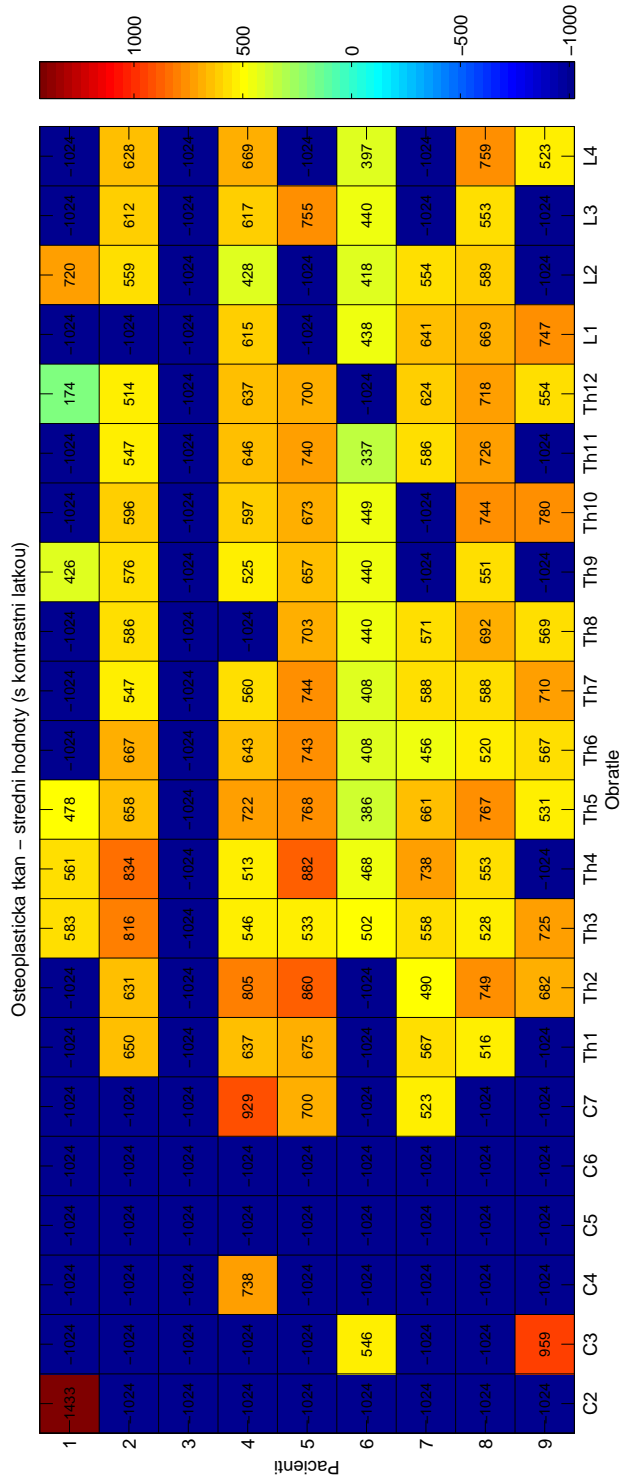
Obr. A.12: Směrodatné odchytky zdravé tkáně bez odlehlých hodnot (bez KL).

# B CHARAKTERISTIKY OBRATLŮ S POUŽITÍM KONTRASTNÍ LÁTKY

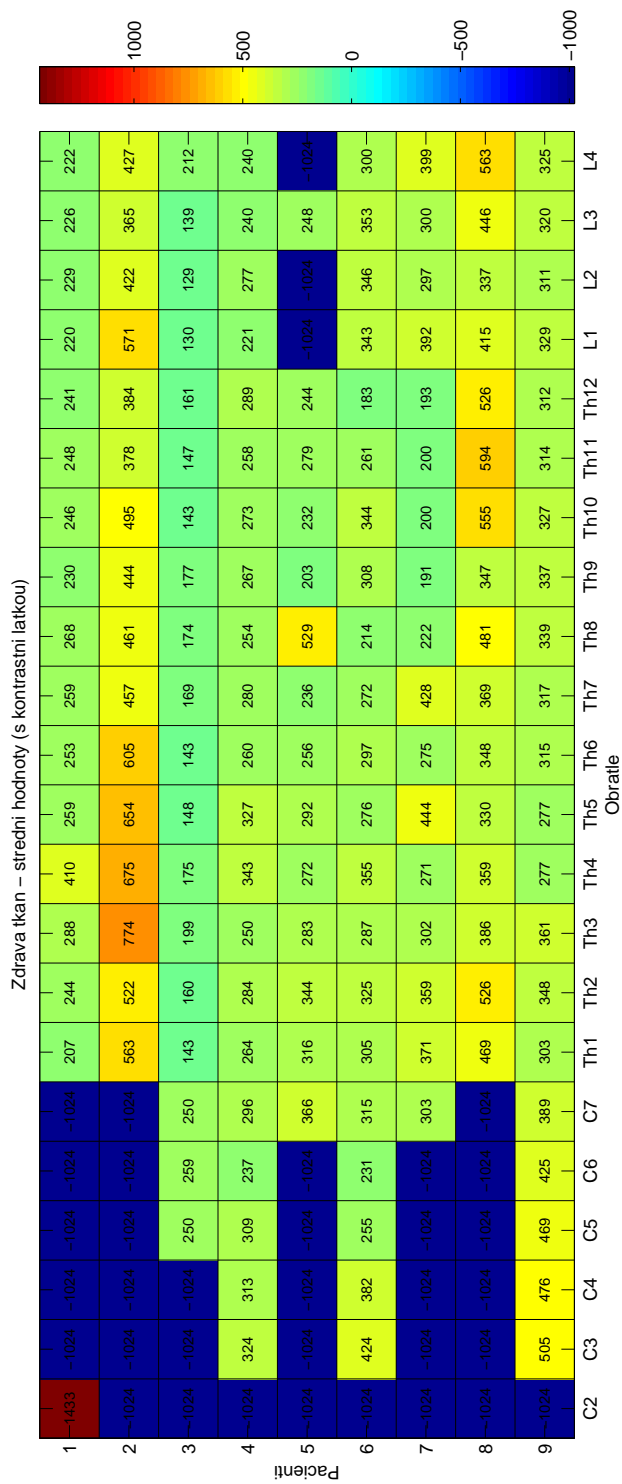
## B.1 Střední hodnoty



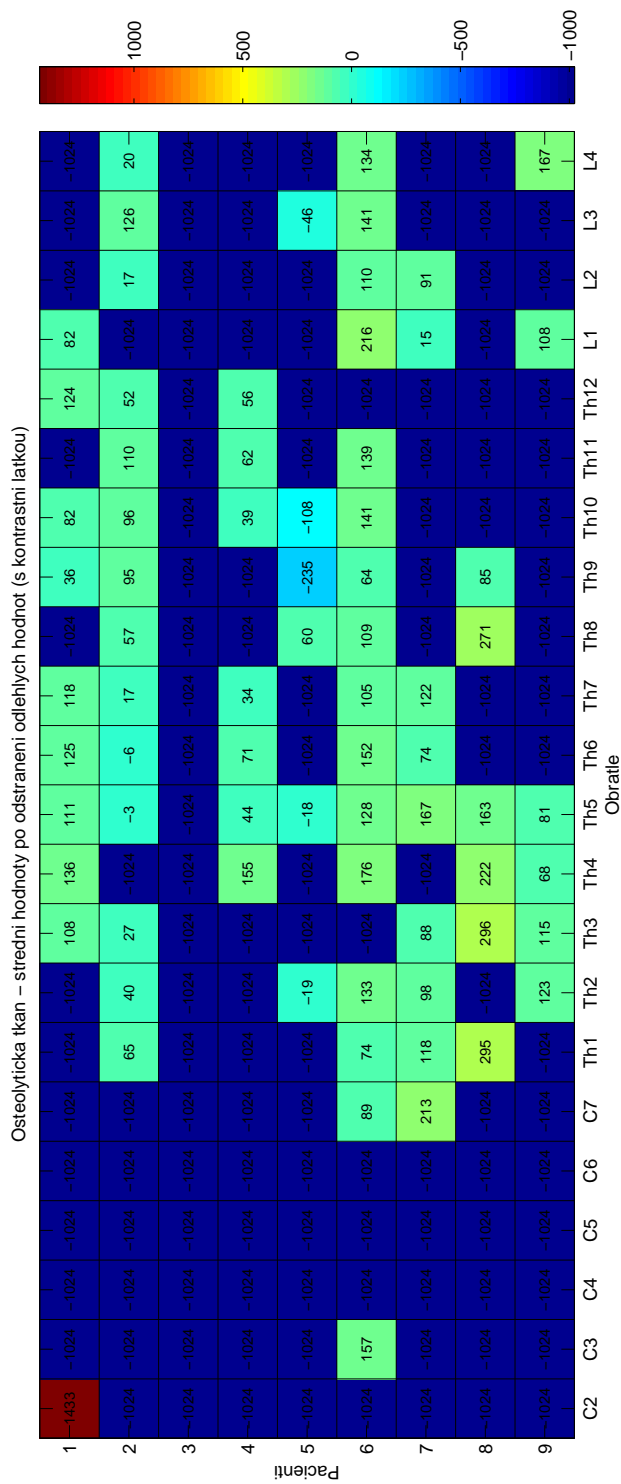
Obr. B.1: Střední hodnoty osteolytické tkáně s odlehými hodnotami (s KL).



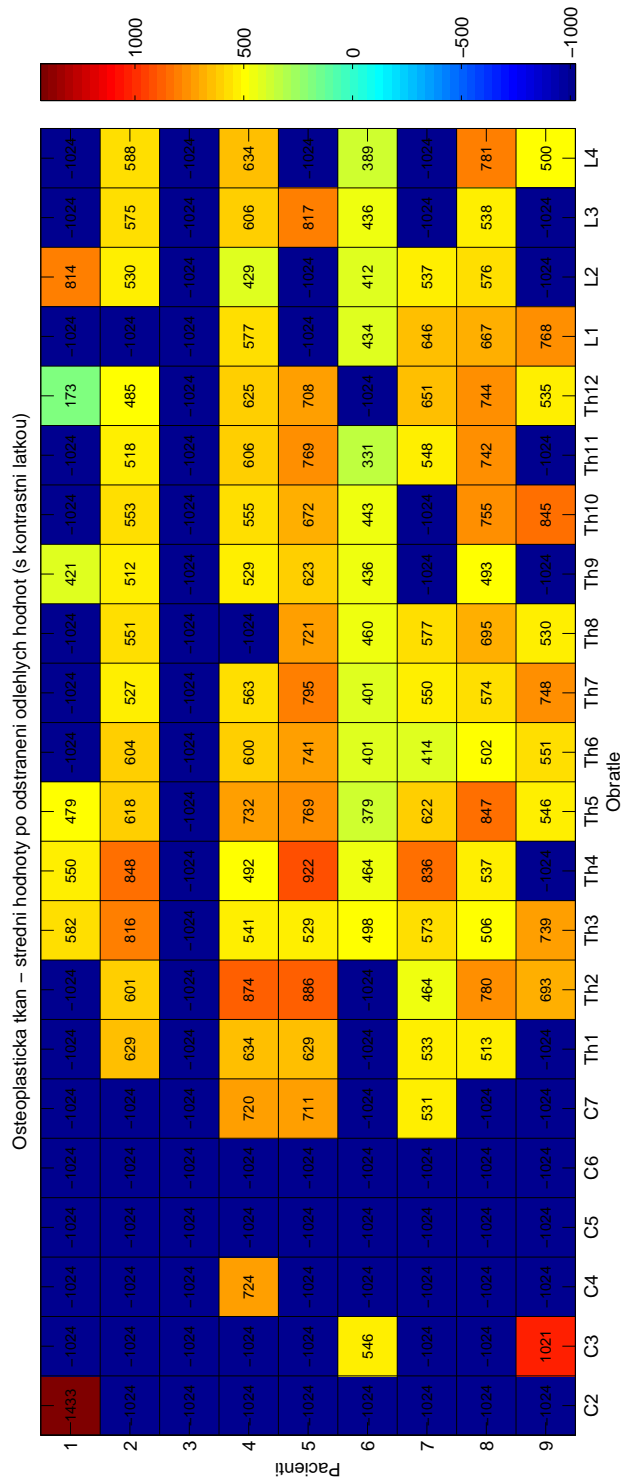
Obr. B.2: Střední hodnoty osteoplastické tkáně s odlehými hodnotami (s KL).



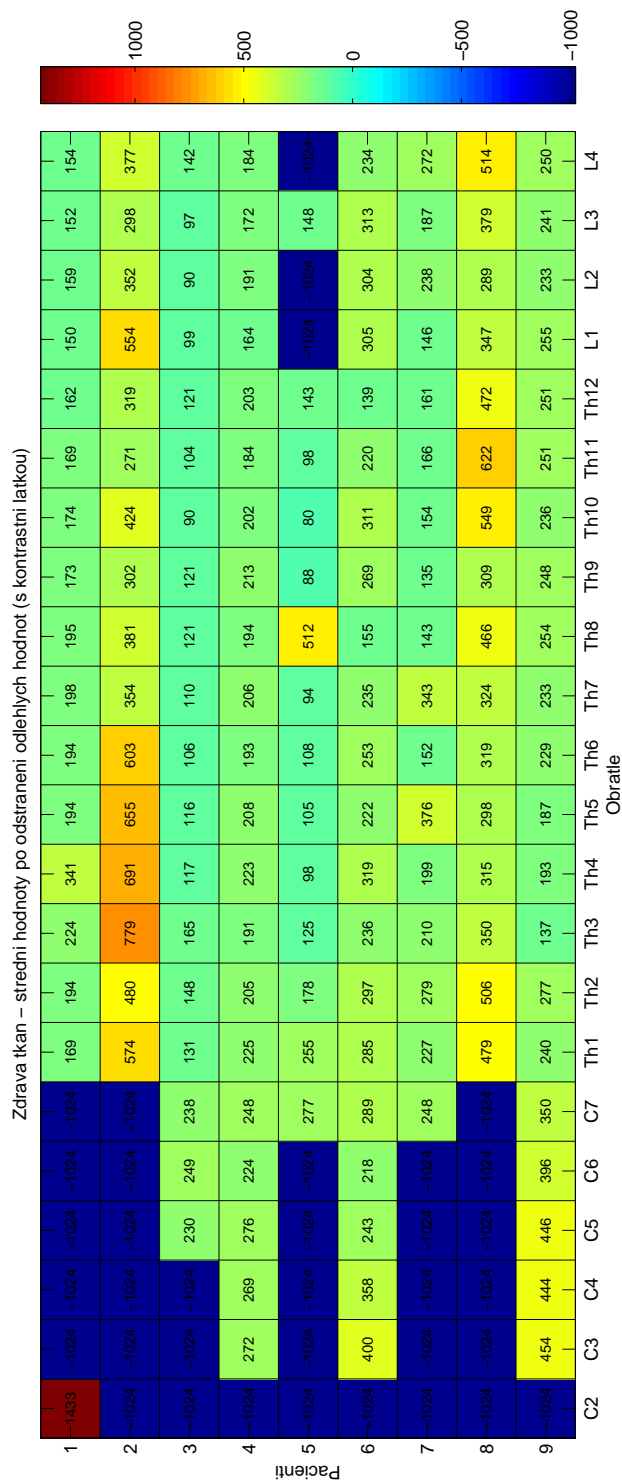
Obr. B.3: Střední hodnoty zdravé tkáně s odlehými hodnotami (s KL).



Obr. B.4: Střední hodnoty osteolytické tkáně bez odlehých hodnot (s KL).

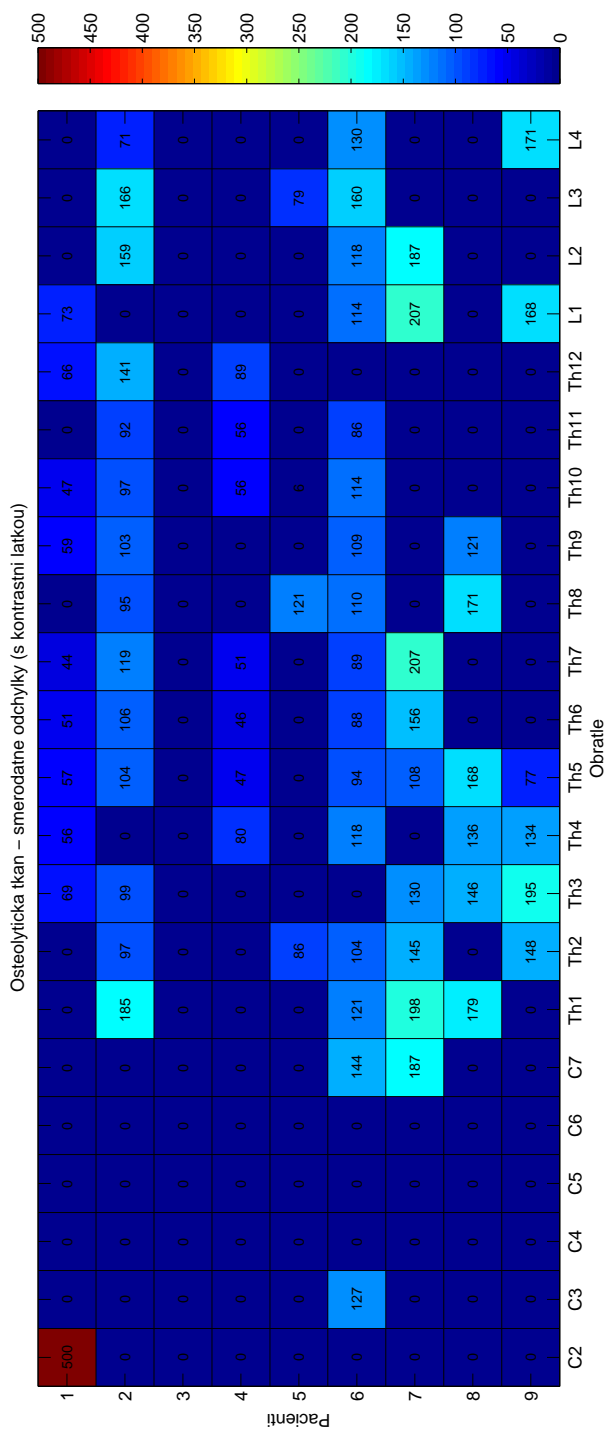


Obr. B.5: Střední hodnoty osteoplastické tkáně bez odlehlých hodnot (s KL).

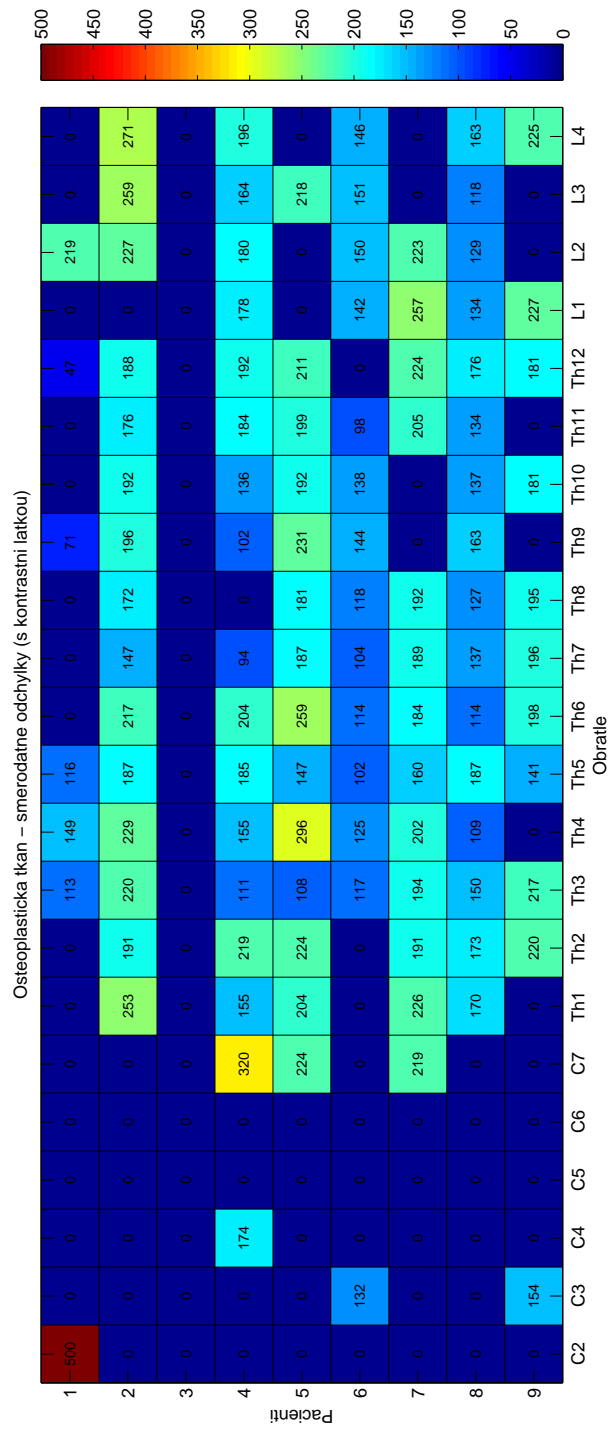


Obr. B.6: Střední hodnoty zdravé tkáně bez odlehých hodnot (s KL).

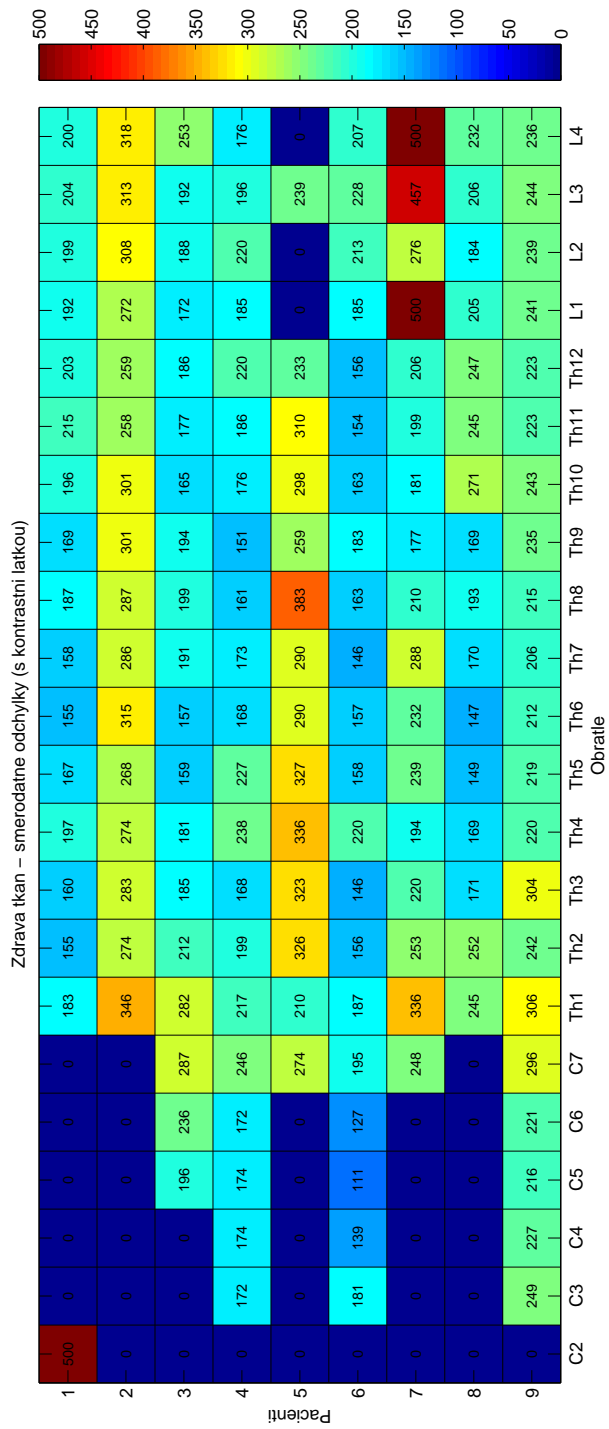
## B.2 Směrodatné odchyly



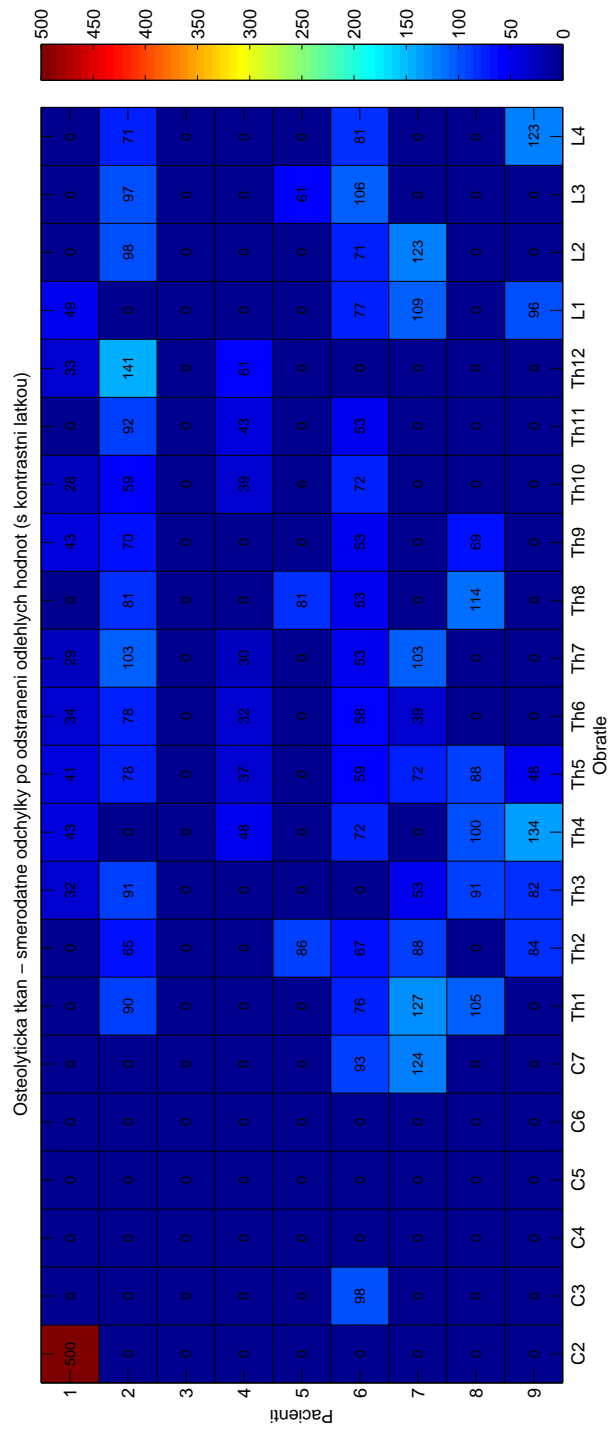
Obr. B.7: Směrodatné odchyly osteolytické tkáně s odlehými hodnotami (s KL).



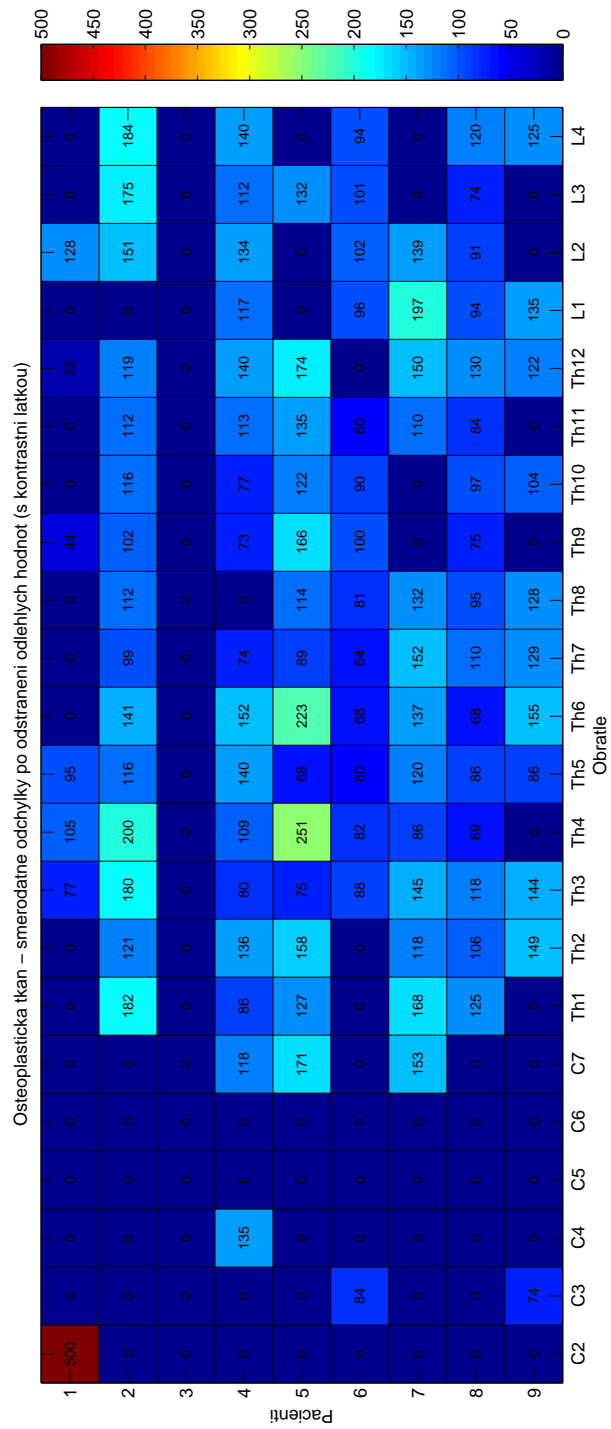
Obr. B.8: Směřované odchylky osteoplastické tkáně s odlehými hodnotami (s KL).



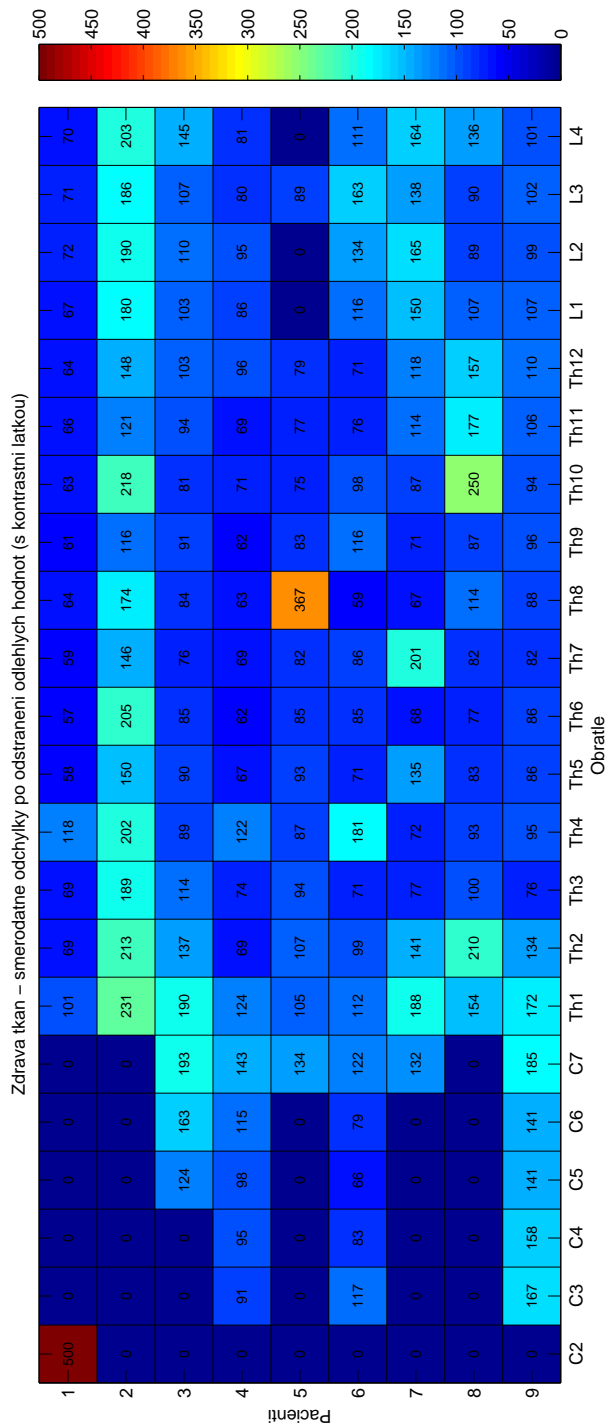
Obr. B.9: Směrodatné odchylky zdravé tkáně s odlehými hodnotami (s KL).



Obr. B.10: Směřované odchylky osteolytické tkáně bez odlehlých hodnot (s KL).



Obr. B.11: Směřované odchylky osteoplastické tkáně bez odlehých hodnot (s KL).



Obr. B.12: Směrodatné odchylky zdravé tkáně bez odlehlých hodnot (s KL).

## C POČTY TKÁNÍ

Tab. C.1: Počet obratlů s daným typem tkání u pacientů bez kontrastní látky

| Tkáň\Obratel   | C3   | C4   | C5   | C6  | C7  | Th1 | Th2 |
|----------------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|
| Zdravá         | 12   | 13   | 13   | 14  | 15  | 17  | 18  |
| Osteolytická   | 8    | 7    | 6    | 9   | 8   | 11  | 9   |
| Osteoplastická | 6    | 8    | 10   | 6   | 10  | 9   | 11  |
| Tkáň\Obratel   | Th3  | Th4  | Th5  | Th6 | Th7 | Th8 | Th9 |
| Zdravá         | 18   | 18   | 18   | 18  | 18  | 18  | 18  |
| Osteolytická   | 9    | 11   | 11   | 10  | 11  | 10  | 13  |
| Osteoplastická | 10   | 13   | 13   | 11  | 11  | 10  | 11  |
| Tkáň\Obratel   | Th10 | Th11 | Th12 | L1  | L2  | L3  | L4  |
| Zdravá         | 18   | 18   | 18   | 18  | 16  | 16  | 16  |
| Osteolytická   | 13   | 12   | 10   | 10  | 11  | 13  | 12  |
| Osteoplastická | 13   | 14   | 11   | 13  | 12  | 13  | 12  |

Tab. C.2: Počet obratlů s daným typem tkání u pacientů s kontrastní látkou

| Tkáň\Obratel   | C3   | C4   | C5   | C6  | C7  | Th1 | Th2 |
|----------------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|
| Zdravá         | 3    | 3    | 4    | 4   | 6   | 9   | 9   |
| Osteolytická   | 1    | 0    | 0    | 0   | 2   | 4   | 5   |
| Osteoplastická | 2    | 1    | 0    | 0   | 3   | 5   | 6   |
| Tkáň\Obratel   | Th3  | Th4  | Th5  | Th6 | Th7 | Th8 | Th9 |
| Zdravá         | 9    | 9    | 9    | 9   | 9   | 9   | 9   |
| Osteolytická   | 5    | 5    | 8    | 5   | 5   | 4   | 5   |
| Osteoplastická | 8    | 7    | 8    | 7   | 7   | 6   | 6   |
| Tkáň\Obratel   | Th10 | Th11 | Th12 | L1  | L2  | L3  | L4  |
| Zdravá         | 9    | 9    | 9    | 8   | 8   | 9   | 8   |
| Osteolytická   | 5    | 3    | 3    | 4   | 3   | 3   | 3   |
| Osteoplastická | 6    | 6    | 7    | 5   | 6   | 5   | 5   |