



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

MOŽNOSTI OPTIMALIZACE KONSTRUKČNÍHO NÁVRHU

POSSIBILITIES OF STRUCTURAL DESIGN OPTIMIZATION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Pavel Kopeček

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Kamil Řehák, Ph.D.

BRNO 2021

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Student:	Pavel Kopeček
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	Ing. Kamil Řehák, Ph.D.
Akademický rok:	2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Možnosti optimalizace konstrukčního návrhu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Nedílnou součástí návrhu jednotlivých součástí je i optimalizace za účelem snížení výrobních nákladů při zachování spolehlivosti dílu napříč provozními podmínkami. Z tohoto důvodu je možné se v praxi setkat s řadou optimalizačních přístupů. Mezi hojně využívaný software je možné zařadit Ansys, jež disponuje nástroji pro optimalizaci.

Cíle bakalářské práce:

- Vyhotovit přehled využívaných přístupů k optimalizaci.
- Provést optimalizaci v Ansys Workbench.
- Provést optimalizaci konstrukčních prvků pro zástavbu do testovacího stavu.

Seznam doporučené literatury:

LAWRENCE, Kent L. ANSYS workbench tutorial: structural & thermal analysis using the ANSYS workbench release 14 environment. Mission: SDC Publications, 2012, ISBN 978-1-58503-754-4.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Josef Štětina, Ph.D.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá problematikou týkající se optimalizace konstrukčních návrhů. S přibývajícím nároky průmyslového světa roste počet typů optimalizací, jež mají za cíl v rámci nejrůznějších přístupů co nejvíce zvýhodnit navrhovanou součást. K těmto optimalizacím jsou z důvodů pokročilejší výpočtové náročnosti využívány různé numerické řešiče, jež usnadňují a zrychlují celý proces optimalizace. Jednou z možností řešení nastíněné problematiky je využití programu Ansys Workbench, jež je předmětem této práce. Optimalizace, která byla vybrána mimo jiné z důvodů dostupnosti v studentské licenci programu Ansys Workbench, se nazývá topologická optimalizace. Jedná se o proces, kterým je u součástí, které v provozním stavu podléhají zatížení, dosaženo nového tvaru součásti. Nová součást disponuje nižší hmotností a dostatečnou tuhostí tak, aby nedošlo k přesažení omezujících materiálových charakteristik, což by vedlo k návrhu, jehož realizace by byla nebezpečná. Výhodou nové součásti o dostatečné tuhosti a zredukované hmotnosti je nižší cena za použitý materiál. Tímto se při kusové, ale především při sériové výrobě, významně snižuje finanční náročnost výrobního procesu. Hlavním výstupem této práce je uvedení stručného přehledu programů využitelných pro topologickou optimalizaci, ukázka topologické optimalizace na elementárních součástech a realizace této optimalizace na konkrétním konstrukčním prvku pro zástavbu do testovacího stavu.

KLÍČOVÁ SLOVA

Optimalizace, topologická optimalizace, Ansys Workbench, MKP

ABSTRACT

This work deals with issues related to the optimization of structural designs. With the increasing demands of the industrial world, the number of types of optimization is growing, which aims to make the proposed component as advantageous as possible within the framework of various approaches. Due to the more advanced computational complexity, various numerical solvers are used for these optimizations, which facilitate and speed up the whole optimization process. One of the possible solutions to the outlined problem is the use of the Ansys Workbench program, which is the subject of this work. The optimization that was selected for availability in the Ansys Workbench student license is called topological optimization. This is the process by which a new part shape is achieved for components that are subject to load in the operating state. The new component has a lower weight and sufficient rigidity so that the limiting material characteristics are not exceeded, which would lead to a design, the implementation of which would be dangerous. The advantage of a new component with sufficient rigidity and reduced weight is a lower price for the used material. This dramatically reduces the financial demands of the production process in a piece, but especially in series production. The main output of this work is the inclusion of a brief overview of programs usable for topological optimization, a demonstration of topological optimization on elementary components and the implementation of this optimization on a specific structural element for installation in the test state.

KEYWORDS

Optimization, topology optimization, Ansys Workbench, FEM

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

KOPEČEK, Pavel. *Možnosti optimalizace konstrukčního návrhu*. Brno, 2021. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. 68 s. Vedoucí diplomové práce Kamil Řehák.



Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením Ing. Kamila Řeháka, Ph.D. a s použitím informačních zdrojů uvedených v seznamu.

V Brně dne 21. května 2021

.....

Pavel Kopeček

PODĚKOVÁNÍ

Touto cestou bych chtěl poděkovat všem, kteří mi byli nápomocni ve tvorbě této práce. Konkrétně hlavně vedoucímu mé práce, Ing. Kamilovi Řehákovi, Ph.D., za veškerou pomoc, která mi byla poskytnuta, za ochotu a snahu mi poradit při každém problému, na který jsem během tvorby narazil.

OBSAH

Úvod.....	15
1 Optimalizace.....	16
1.1 Typy optimalizace.....	16
1.1.1 Topologická optimalizace.....	16
1.1.2 Topografická optimalizace.....	16
1.1.3 Optimalizace tvaru.....	16
1.1.4 Optimalizace volného tvaru.....	16
1.1.5 Optimalizace rozměru.....	16
2 Topologická optimalizace.....	17
2.1 Programy.....	17
2.1.1 Vanderplaats Genesis.....	18
2.1.2 Abaqus ATOM.....	18
2.1.3 Simulia Tosca.....	18
2.1.4 SolidThinking Inspire.....	18
2.1.5 Altair OptiStruct.....	18
2.1.6 Ansys Workbench.....	18
2.1.7 Srovnání Altair OptiStruct a SolidThinking Inspire.....	19
3 Optimalizace v Ansys Workbench.....	21
3.1 Teoretický základ.....	21
3.1.1 Základy obecné pružnosti a pevnosti.....	21
3.1.2 Metoda konečných prvků (MKP).....	25
3.2 Tvorba výpočtového modelu.....	31
3.2.1 Model materiálu.....	31
3.2.2 Model geometrie.....	31
3.2.3 Síť konečných prvků.....	31
3.2.4 Model okrajových podmínek.....	32
3.2.5 Prezentace výsledků.....	32
3.2.6 Pojednání o singularitách.....	32
4 Aplikace optimalizace.....	33
4.1 Konzola.....	33
4.1.1 Model geometrie a síť konečných prvků.....	33
4.1.2 Okrajové podmínky a napěťová analýza.....	34
4.1.3 Topologická optimalizace součásti.....	35
4.1.4 Analýza optimalizované součásti.....	35
4.1.5 Zhodnocení procesu optimalizace.....	36
4.2 Součást mechanismu vertikálních dveří.....	37
4.2.1 Model geometrie a síť konečných prvků.....	37
4.2.2 Okrajové podmínky a napěťová analýza.....	37
4.2.3 Topologická optimalizace součásti.....	38
4.2.4 Analýza optimalizované součásti.....	39
4.2.5 Zhodnocení procesu optimalizace.....	40
4.3 Těhlice předního kola.....	41
4.3.1 Model materiálu.....	41
4.3.2 Model okrajových podmínek.....	41
4.3.3 Model geometrie a síť konečných prvků.....	42
4.3.4 Okrajové podmínky a napěťová analýza.....	43
4.3.5 Topologická optimalizace součásti.....	43

4.3.6	Analýza optimalizované součásti	45
4.3.7	Vyhodnocení dalších zátěžných stavů	46
4.3.8	Zhodnocení všech zátěžných stavů	48
4.4	Optimalizace testovacího stavu	49
4.4.1	Model geometrie	50
4.4.2	Popis zatížení	50
4.4.3	Model materiálu	51
4.4.4	Model kontaktů	51
4.4.5	Síť konečných prvků	53
4.4.6	Model okrajových podmínek	54
4.4.7	Napěťová analýza	55
4.4.8	Topologická optimalizace	58
4.4.9	Analýza optimalizovaných součástí	59
Závěr		63
Použité informační zdroje		66
Seznam použitých obrázků		68

Úvod

V dnešní době, jež se vyznačuje neustálým nejen strojírenským vývojem, je výzkum v oblasti zdokonalení výrobního procesu spotřebních součástí velice aktuálním tématem. Nové výrobní metody, finančně a z hlediska vlastností výhodnější materiály, efektivnější proces samotné výroby například její automatizaci apod. jsou velice diskutovanými tématy a na jejich realizaci se podílí řada mezinárodních společností. Všechna tato zmíněná témata lze shrnout pod jednotný název – optimalizace výrobního procesu. Tato optimalizace má rozmanité cíle, všechny však směřují k stejnému výsledku – redukci finanční náročnosti výroby, tedy k ušetření financí, které mohou být následně použity v jiných sférách výrobních a průmyslových společností. Optimalizačních přístupů, tedy cest, kterými se lze dostat k požadovanému výsledku, je mnoho a jsou založeny na různých postupech. Nejefektivnější a nejvíce používanou metodou je optimalizace topologická. Ta spočívá v hledání předem neznámého tvaru vyšetřované součásti se záměrem optimalizace určitého kritéria, kterým je nejčastěji hmotnost. Minimalizací hmotnosti v místech, která nejsou konstrukčně důležitá a neslouží k přenosu zatížení, je dosažena nová tvarová alternativa výchozí součásti. Tato alternativa lépe pracuje s využitím hmoty, poněvadž ji soustřeďuje pouze tam, kde je z hlediska bezpečnosti a případně dalších omezujících kritérií nezbytně důležitá. Výsledkem tohoto typu optimalizace je tedy nová součást s menší hmotností, jejíž finanční náročnost výroby z důvodu potřeby využití menšího množství materiálu klesá. Jedná se tedy o velice silný nástroj, jenž je vítán v každé společnosti zabývající se výrobou nejen strojních součástí.

1 OPTIMALIZACE

Optimalizace je velice obecný pojem, dá se pochopit jako dosažení co nejefektivnějších vlastností odpovídajících požadavkům při minimalizaci některé z charakteristik, která je nežádoucí. Kdybychom chtěli definovat tento pojem čistě matematicky, tak se jedná o minimalizaci (či maximalizaci) funkcí mnoha proměnných za případných omezujících podmínek [1]. V praxi můžeme za optimalizaci považovat například stavbu mostu o dané nosnosti při nejmenší spotřebě materiálu a tím i nejmenší možné cenové náročnosti.

1.1 TYPY OPTIMALIZACE

Druhy optimalizací používaných v inženýrském světě je mnoho, zde bude jejich výčet zredukován pouze na optimalizace strukturální čili optimalizace konceptů součástí se záměrem vylepšit požadované vlastnosti, obvykle pak se zřetelem na co nejnižší hmotnost [2].

1.1.1 TOPOLOGICKÁ OPTIMALIZACE

Jedná se o vyhledávání předem neznámého tvaru dané součásti se záměrem optimalizace určitého kritéria. Nejčastějším kritériem je hmotnost dané součásti, jejíž minimalizace zaručuje mimo jiné pokles výsledné ceny optimalizovaného tělesa [3].

1.1.2 TOPOGRAFICKÁ OPTIMALIZACE

Topografická optimalizace se svým zacílením soustřeďuje na užší rozsah definovaných komponent, cílem tohoto optimalizačního algoritmu jsou pouze skořepiny, membrány a stanové konstrukce. Jako jediná – z ostatních zde zmíněných – tedy konkretizuje cílovou skupinu součástí, na kterou může být použita [4].

1.1.3 OPTIMALIZACE TVARU

Tento typ optimalizace je založen na minimalizaci koncentrace napětí, přičemž využívá výsledků pevnostní analýzy za účelem modifikace povrchové geometrie komponentu. Tato modifikace je realizována dostatečně dlouhou dobu, dokud není dosaženo požadovaného redukováného napětí. Celkový proces má za cíl takový tvar tělesa, jenž disponuje konstantním napětím po celém svém objemu [5].

1.1.4 OPTIMALIZACE VOLNÉHO TVARU

Jedná se o stejný typ optimalizace jako výše uvedená optimalizace tvaru, rozdíl však spočívá ve skutečnosti, že pohyb vnější hranice vyšetřovaného tělesa je určen automaticky. To znamená, že metoda automaticky vytváří tvarové proměnné a dále pak určuje jejich optimální tvar s ohledem na požadavky zadané řešitelem. Tím se zvětšuje cílové množství možných tvarů, na které může být daná součást upravena. Jedná se o techniku patentovanou společností Altair [5].

1.1.5 OPTIMALIZACE ROZMĚRU

Rozměrová optimalizace vytváří jakýsi kompromis, resp. optimální poměr mezi důležitými vlastnostmi vyšetřované součásti – hmotností, tuhostí a dynamickým chováním – s cílem úspory materiálu a v možných případech zlepšení komfortu [5].

2 TOPOLOGICKÁ OPTIMALIZACE

Optimalizace, která bude využívána v rámci této práce je optimalizace topologická. Každé úloze topologické optimalizace předchází deformačně-napěťová analýza, což je rozbor, jehož výstupem je napěťový stav a deformační chování dané součásti.

V dnešním inženýrském světě se jedná o velice silný nástroj, který pomáhá dosáhnout právě ideálního tvaru součásti, díky kterému je možno redukovat použití přebytečného materiálu v tělese, a tím je dosaženo mimo jiné snížení ceny výrobku. Princip takové optimalizace je úzce spjat s metodou konečných prvků. Jedná se o iterační výpočet, jehož výsledky tvoří základ pro samotnou úpravu topologie součásti, dále je tvarově upravená součást opětovně využita jako výchozí model pro nadcházející iterace. Jakmile je splněna podmínka konvergence výsledku, čili že výsledné hodnoty výpočtů konvergují ke konkrétní hodnotě, která odpovídá požadavkům zadaným uživatelem, je iterační postup ukončen. Na konci procesu je dosažena teoreticky ideální topologie modelu součásti, která odpovídá prvotním nastaveným podmínkám řešitele. Jednou z výchozích podmínek, které může řešitel nastavit, je například požadavek procentuálního snížení hmotnosti vzhledem k hmotnosti výchozí [6].

2.1 PROGRAMY

Vzhledem k náročnosti metody konečných prvků se k realizaci topologické optimalizace používají komerčně dostupné programy, které mají za účel uživatelům dané složité řešení značně zjednodušit. Tyto programy (jako například Ansys Workbench) jsou založeny, jak již bylo zmíněno dříve, na numerických metodách. Navzdory stejnému cíli topologické optimalizace se od sebe tyto řešiče mohou lišit v přístupech výpočtů. Počet programů, které lze využít pro optimalizaci tvaru součásti, je hojný, například:

- Vanderplaats Genesis,
- Abaqus ATOM,
- Simulia Tosca,
- SolidThinking Inspire,
- Altair OptiStruct,
- Ansys Workbench.

2.1.1 VANDERPLAATS GENESIS

Jedná se o plně integrovaný konečnoprvkový software používaný například pro strukturální analýzu nebo optimalizaci designu zaměřenou na topologii vyšetřované součásti. Dále tento program disponuje dalšími různými možnostmi analýzy jako je například analýza modální nebo akustická. Může být také použit pro řešení úloh zabývajících se přenosem tepla, výpočty vzpěru systému apod. Samotná optimalizace návrhu je prováděna skrze vyspělé aproximační koncepty s cílem nalezení optimálního, efektivního a zejména spolehlivého návrhu součásti [7].

2.1.2 ABAQUS ATOM

Atom disponuje výkonným řešičem používaným pro topologickou a tvarovou optimalizaci jednotlivých součástí, ale také sestav, s využitím moderních pokročilých simulačních schopností, které dokáží pokrýt například také nelinearitu materiálu či velké deformace. Tato skutečnost pomáhá inženýrům vytvořit koncept, který by splňoval jejich předem určené požadavky za relativně krátkou dobu, což zaručuje značnou úsporu času, a hlavně značné snížení výsledných nákladů [8].

2.1.3 SIMULIA TOSCA

Jedná se o optimalizační sadu, jež disponuje optimalizací struktur a toků založených na simulacích FEM (finite element method, metoda konečných prvků) a CFD (computational fluid dynamics, výpočetní dynamika tekutin využívající metodu kontrolních objemů), což znamená, že celá sada je ve skutečnosti složena ze dvou dílčích řešičů – Tosca Fluid a Tosca Structure. Tosca Fluid poskytuje návrhy a koncepty optimalizovaného proudění kapaliny. Z hlediska tématu této práce je důležitější právě řešič Tosca Structure, který nabízí optimalizaci konstrukčních návrhů.

Tosca Structure je schopen optimalizačních řešení pro návrh lehkých, tuhých a odolných součástí a sestav za účelem minimalizace využití materiálu a tím taktéž minimalizace hmotnosti. Výsledkem bývají nové možnosti designů odpovídajících zadaným podmínkám. Lze ho využít pro optimalizaci topologie, tvaru, velikosti apod [9].

2.1.4 SOLIDTHINKING INSPIRE

Jedná se o CAD software využitelný pro různé problémy inženýrského charakteru, např. vytváření rychlých návrhů fungujících jako prvotní náhled na různé problémy, mezi které patří samozřejmě i topologická optimalizace [10].

2.1.5 ALTAIR OPTISTRUCT

Altair OptiStruct je dílčí program globální technologické společnosti Altair, která se zabývá softwarovým řešením v oblasti simulací, vysoce výkonných výpočtů a umělé inteligence. OptiStruct nabízí schopnost řešení lineárních i nelineárních problémů napříč statickými, dynamickými, vibračními, akustickými, únavovými úlohami apod. Mimo jiné disponuje možností optimalizace konstrukčních návrhů, jako jsou například optimalizace velikosti nebo optimalizace volného tvaru, což je dokonce patentovaná technika společnosti Altair. Výhodou této metody je větší počet možností dostupných tvarů součástí a je taktéž vysoce účinná při snižování koncentrací vysokých napětí [11].

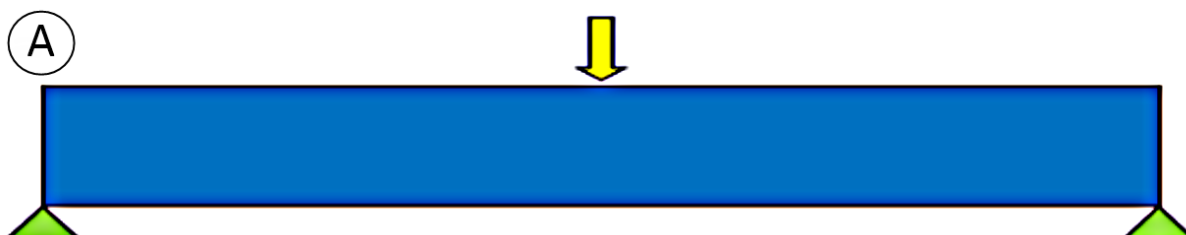
2.1.6 ANSYS WORKBENCH

Výhodou tohoto softwaru je velice přehledné grafické zpracování všech dílčích podprogramů, které dohromady vytvářejí komplexní soubor aplikací, který nese název Ansys Workbench, ve kterém je možnost řešení obsáhlého množství inženýrských problémů za současného využití různých numerických přístupů – např. problematika proudění kapalin, strukturální analýza statická i dynamická, modální analýza, úlohy spjaté s přenosem tepla apod.

2.1.7 SROVNÁNÍ ALTAIR OPTISTRUCT A SOLIDTHINKING INSPIRE

Volba softwaru závisí na daném řešiteli a na jeho preferencích. Výsledky jakékoliv úlohy ve dvou rozdílných řešících totiž v žádném případě při správném nadefinování daného problému nemohou být nijak značně odlišné. Rozdíly spočívají většinou pouze v grafickém rozhraní či v množství aplikacemi nabízených funkcí. Pro ukázkou jsou uvedeny výsledky z článku Reddy a spol. [12], ve kterém bylo provedeno porovnání dvou rozdílných softwarů, Altair OptiStruct a SolidThinking Inspire, při řešení identické úlohy topologické optimalizace. V rámci článku byly nadefinovány a optimalizovány dvě úlohy, které jsou níže označeny jako úloha A a úloha B.

NADEFINOVÁNÍ ÚLOHY A

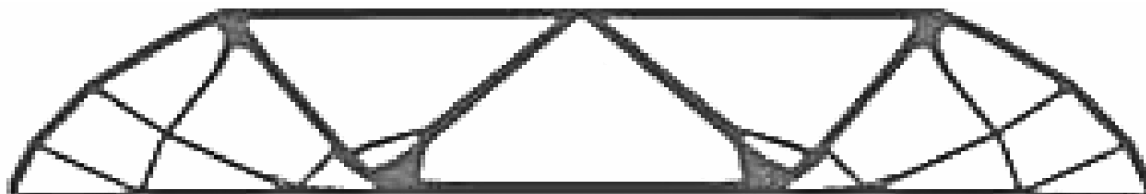


Obrázek 1: Okrajové podmínky úlohy A, převzato z [12].

V úloze A se jedná o mostní konstrukci, jež je uložena pomocí rotační vazby a podpory, žlutá šipka reprezentuje vnější silové zatížení (viz obrázek 1).

VÝSLEDKY TOPOLOGICKÉ OPTIMALIZACE ÚLOHY A

Výsledek pomocí Altair OptiStruct:



Obrázek 2: Altair OptiStruct: výsledek topologické optimalizace úlohy A, převzato z [12].

Výsledek pomocí SolidThinking Inspire:



Obrázek 3: SolidThinking Inspire: výsledek topologické optimalizace úlohy A, převzato z [12].

Za účelem porovnání byly oba výpočty provedeny na stejné výpočetní technice, porovnávány byly jak výsledné konstrukce, tak i časová náročnost výpočtu. Výpočet byl nastaven tak, aby výsledný objem optimalizované konstrukce zaujímal pouze 20% hodnotu objemu výchozího. V časové náročnosti výpočtu byl znatelný rozdíl, pro výpočet softwarem OptiStruct byla potřeba 2 minut, pomocí Inspire byla potřeba 10 minut. Rozdíl v optimalizované konstrukci není nijak razantní, jak lze vidět na obrázcích 2 a 3.

NADEFINOVÁNÍ ÚLOHY B

Obrázek 4: Okrajové podmínky úlohy B, převzato z [12].

V úloze B je řešen prut na jedné straně vetknutý, žlutá šipka na volném konci opět reprezentuje vnější silové zatížení (viz obrázek 4).

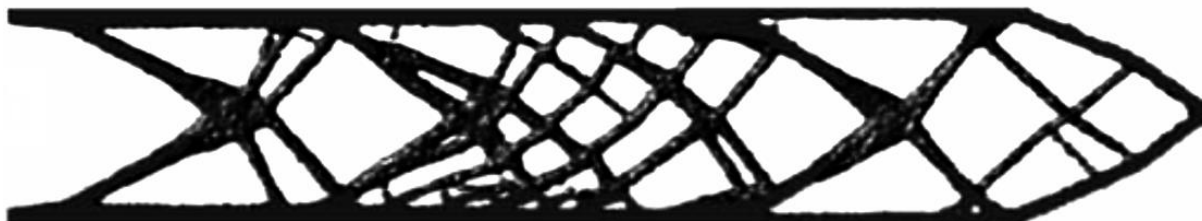
VÝSLEDKY TOPOLOGICKÉ OPTIMALIZACE ÚLOHY B

Výsledek pomocí Altair OptiStruct:



Obrázek 5: Altair OptiStruct: výsledek topologické optimalizace úlohy B, převzato z [12].

Výsledek pomocí SolidThinking Inspire:



Obrázek 6: SolidThinking Inspire: výsledek topologické optimalizace úlohy B, převzato z [12].

Výpočet byl opět nastaven tak, aby výsledný objem optimalizované konstrukce zaujímal pouze 20% hodnotu objemu výchozího. Časový rozdíl byl identický jako v případě A, tedy pro výpočet softwarem OptiStruct byla potřeba 2 minut, pomocí Inspire byla potřeba 10 minut. Rozdíl v optimalizované konstrukci je již znatelnější než v úloze A, opět ale nelze říct, že by se výsledné konstrukce výrazně lišily, viz obrázky 5 a 6.

3 OPTIMALIZACE V ANSYS WORKBENCH

V předkládané práci je optimalizace prováděna právě v programovém prostředí Ansys Workbench. Na Fakultě strojního inženýrství Vysokého učení technického v Brně je tento software využíván k výuce jak v rámci bakalářského studijního programu (volitelný předmět), tak i v rámci specializací v navazujícím magisterském studiu. K dispozici je i volně přístupná studentská verze. Ansys Workbench je uživatelsky velice přehledný a pro základní úlohy tohoto typu poměrně jednoduchý program. Disponuje přehledným designem, který umožňuje snadnou orientaci mezi potřebnými funkcemi.

3.1 TEORETICKÝ ZÁKLAD

Tato kapitola je věnována obecnému teoretickému základu, na kterém jsou postaveny jednotlivé postupy a optimalizační výpočty realizované ve vybraném programu Ansys Workbench. Tento text čerpá z následujících podkladů [13], [14].

3.1.1 ZÁKLADY OBECNÉ PRUŽNOSTI A PEVNOSTI

Pro možnost následujícího popisu metody konečných prvků, je potřeba si nejdříve nadefinovat základní hodnoty a vztahy obecné pružnosti a pevnosti. Bude zde pojednáno pouze o nezbytně nutných skutečnostech tak, aby základní popis numerické metody konečných prvků mohl na těchto informacích zakládat a aby toto dané téma bylo definováno jako celek.

Při vyhodnocování celkové deformace a celkového napjatostního stavu řešené součásti, které funguje jako základ topologické optimalizace, se každá analýza opírá o 15 vzájemně nezávislých neznámých funkcí závislých na proměnných x , y a z . Mezi tyto funkce patří:

- tři posuvy u , v , w ,
- šest přetvoření ε_x , ε_y , ε_z , γ_{xy} , γ_{yz} , γ_{zx} a
- šest napětí σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{zx} .

Všech 15 výše zmíněných funkcí je sjáto systémem tří základních rovnic pružnosti, které musí uvnitř řešení oblasti platit. Jedná se o **rovnice rovnováhy**, které jsou známy ze statiky, **rovnice konstitutivní** (nebo také konstitutivní vztahy) a **rovnice geometrické**. Tento systém zcela popisuje prostor uvnitř řešené oblasti. Dále však musí být definováno chování na přechodu mezi řešenou oblastí a okolím, tzn. na hranici řešené oblasti, tento popis je popsán pomocí předepsaných **okrajových podmínek**.

ROVNICE ROVNOVÁHY

Jedná se o rovnice popisující podmínky rovnováhy elementárního prvku uvnitř dané vyšetřované součásti. Podmínky rovnováhy nám vyjadřují skutečnost, že vyšetřované těleso je, co se týče pohybového stavu, po celou dobu jeho vnějšího zatěžování v klidu, jediná změna polohy, která je zaznamenána, je samotná deformace tělesa, která nemá však s pohybem tělesa jako celkem nic společného. Celkové působení na tento prvek je složeno z dílčích působících napětí a dále například z vnější objemové síly gravitační o jednotce $[N \cdot m^{-3}]$, která je popsána složkami v každém směru o_x , o_y , o_z .

Tyto vztahy definují vzájemné chování dílčích složek napětí a platí bez ohledu na typ materiálu dané součásti, deformace apod.

Platí:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + o_x = 0,$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + o_y = 0,$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + o_z = 0.$$

Tato určitá trojice vztahů popisuje konkrétně statické zatěžování, kterým se také ve všech následujících analýzách budeme zabývat.

ROVNICE KONSTITUTIVNÍ

Druhá sada rovnic dává do vztahu deformaci a napjatost vyšetřované součásti. Následující vztahy jsou odvozeny pro lineárně elastický, izotropní hookovský materiál. Jeho veškeré vlastnosti jsou popsány pomocí dvou nezávislých materiálových konstant – modulu pružnosti v tahu (Youngův modul) E a Poissonovy konstanty μ .

Platí:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_x - \mu \cdot (\sigma_y + \sigma_z)],$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_y - \mu \cdot (\sigma_x + \sigma_z)],$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z - \mu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)],$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{xy},$$

$$\gamma_{yz} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{yz},$$

$$\gamma_{zx} = \frac{1}{G} \cdot \tau_{zx},$$

kde:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}$$

je modul pružnosti ve smyku.

ROVNICE GEOMETRICKÉ

Třetí typ rovnic popisuje vztahy mezi posuvy a přetvořeními. Je potřeba podotknout, že následující vztahy platí pouze pro velice malá přetvoření v řádech 10^{-2} a menší.

Platí:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}.$$

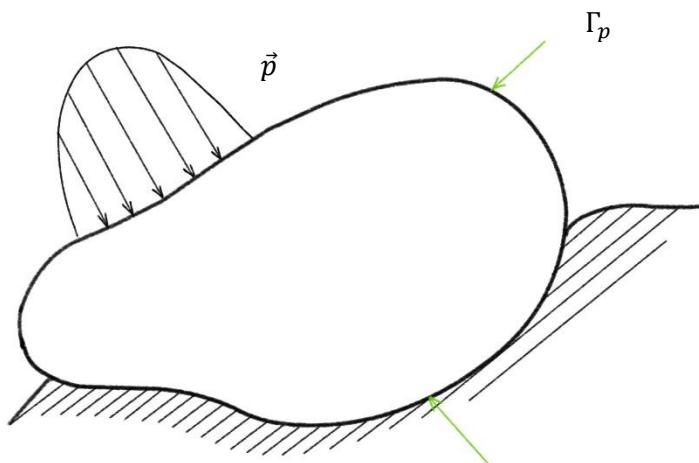
OKRAJOVÉ PODMÍNKY

Posledním souborem doplňkových rovnic, které musí být definovány pro úplný popis vyšetřování dané součásti, jsou okrajové podmínky. Ty se podle charakteru dělí na **geometrické** a **silové**. Je nutno podotknout, že **v jednom určitém místě na tělese a v jednom směru** můžeme předeepsat pouze jeden z těchto uvedených typů podmínek.

Okrajové podmínky geometrické definují předem známé (z charakteru uložení, známých posuvů atd.) zadané posuvy na částech povrchu vyšetřovaného tělesa Γ_v (viz obrázek 7). Jsou označovány jako \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} .

Platí tedy:

$$\Gamma_v: \quad u = \bar{u}, \quad v = \bar{v}, \quad w = \bar{w}.$$



Obrázek 7: Zobrazení okrajových podmínek na řešené oblasti Γ_p , převzato z [13].

Okrajové podmínky silové definují statickou rovnováhu mezi silovým působením vnějším a vnitřním na elementárním prvku ležícím na hranici řešené oblasti Γ_p (viz obrázek 7).

Je-li zadáno:

$$\mathbf{p}^T = [p_x, p_y, p_z],$$

$$\vec{n} = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z),$$

pak platí:

$$\begin{aligned} \Gamma_p: \quad p_x &= \sigma_x \cdot \alpha_x + \tau_{xy} \cdot \alpha_y + \tau_{xz} \cdot \alpha_z, \\ p_y &= \tau_{xy} \cdot \alpha_x + \sigma_y \cdot \alpha_y + \tau_{yz} \cdot \alpha_z, \\ p_z &= \tau_{xz} \cdot \alpha_x + \tau_{yz} \cdot \alpha_y + \sigma_z \cdot \alpha_z, \end{aligned}$$

kde:

\mathbf{p}^T ... matice vnějšího plošného zatížení,

Γ_p ... hranice řešené oblasti,

\vec{n} ... jednotkový vektor normály k povrchu.

3.1.2 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ (MKP)

Metoda konečných prvků je v dnešním inženýrském světě dominující způsob řešení napětově-deformačních analýz. Její použití se však vztahuje i na problematiku např. vedení tepla, proudění kapalin, elektřiny, magnetismu apod. Na rozdíl od analytických metod, metoda MKP je založena na naprosto jiném principu – variačním počtu, jenž se zabývá maximalizací či minimalizací funkcionálů. Funkcionál je druh zobrazování, který přiřazuje nějaké funkci číslo – příkladem funkcionálu je třeba určitý integrál. V úlohách pružnosti a pevnosti je funkcionálem energie napjatosti vyšetřovaných těles, což je energie, která se akumuluje v tělese během jeho deformace. Vzhledem k definici funkcionálu je tedy energie napjatosti číslo, které se přiřazuje funkcím popisujícím například deformační posuvy jednotlivých bodů tělesa – v takovém případě se jedná o deformační variantu MKP. Vzhledem k platnosti tzv. věty o minimu kvadratického funkcionálu, jež definuje přírodní princip, že z jakýchkoliv možných dějů proběhne vždy ten, který při svém konání spotřebuje minimum energie (je nejméně energeticky náročný), je deformační tvar daného tělesa odpovídající okrajovým podmínkám vždy jednoznačně určen. Pro stanovení skutečného deformovaného tvaru součásti se využívá energetický funkcionál – celková potenciální energie tělesa Π , jež je definována jako rozdíl energie napjatosti tělesa W a potenciálu vnějšího zatížení P . Platí tedy:

$$\Pi = W - P.$$

Z minimalizace tohoto funkcionálu – při dodržení okrajových podmínek – se tedy získávají deformační posuvy bodů tělesa, z nichž se určí tenzor přetvoření a pomocí konstitutivních stavů lze dojít až ke složkám tenzoru napětí.

Vzhledem ke komplexnosti této numerické metody není účelem ji zde popisovat detailně, její algoritmus v rámci řešení úloh pružnosti a pevnosti (resp. mechaniky těles) bude tedy ukázán na jednoduché jednorozměrné úloze, což je pro účely této práce dostačující. Taktéž nesmí být opomenuta skutečnost, že popisována bude tzv. deformační varianta MKP.

APROXIMACE POSUVŮ NAD KONEČNÝMI PRVKY

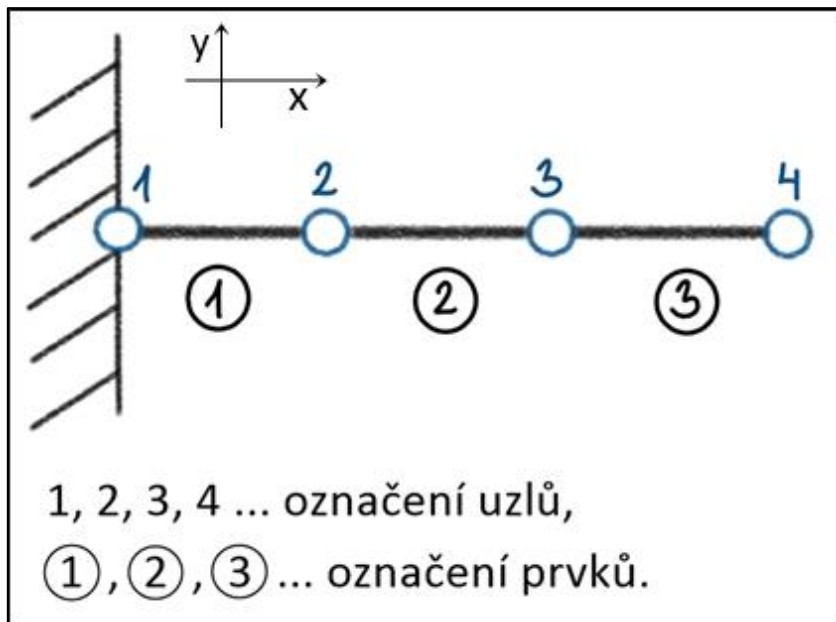
Analýza součásti prostřednictvím MKP je založena na diskretizaci, čili rozdělení spojité řešené oblasti na konečný počet podoblastí – prvků. Aby mohla být diskretizace považována za úspěšnou, tyto prvky musí danou oblast spojitě a jednoznačně vyplňovat. Každý dílčí prvek je charakterizován dimenzí, svým tvarem a dále počtem a polohou jeho uzlů – bodů, ve kterých hledáme parametry řešení, tedy deformační posuvy. Ty jsou hledány, jak již bylo dříve zmíněno, minimalizací funkcionálu Π :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Pi}{\partial u_1} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \Pi}{\partial w_n} = 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{yields}} u_1, u_2, \dots, w_n,$$

kde:

Π ... celková potenciální energie vyšetřované součásti,
 u_i, w_i ... deformační posuvy a natočení v uzlech.

Výsledkem tedy dostáváme deformační posuvy. Z fyzikálního hlediska jde o posuvy a natočení jednotlivých uzlových bodů. Prvky společně s jejich uzly vyplňují celkové těleso a tvoří tzv. síť konečných prvků, jejíž podoba přímo ovlivňuje kvalitu, respektive správnost výsledků a také časovou náročnost samotného výpočtu. Algoritmus výpočtu bude demonstrován na následující úloze:



Obrázek 8: Diskretizace prutu v ukázkové úloze MKP, převzato z [13], upraveno.

Tento prut byl rozložen na tři dílčí prvky obsahující celkově čtyři uzly. Pro jednoduchost uvažujeme vnější zatížení tahové pouze v axiálním směru prutu (osa x). Pro prvek číslo 1 s uvažováním lineární aproximace posuvu $u(x)$ po celé délce prvku platí:

$$u(x) = \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\delta} = [N_1 \quad N_2] \cdot [u_1 \quad u_2]^T,$$

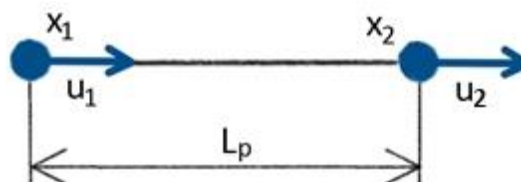
kde:

\mathbf{N} ... matice bázových funkcí posuvu,

$\boldsymbol{\delta}$... matice deformačních parametrů.

Bázové funkce přísluší každému uzlu. Každá bázová funkce je tedy definovaná pro jeden uzel a v tomto uzlu nabývá hodnoty rovné jedné, v ostatních uzlech hodnoty nulové. Platí tedy:

$$N_1 = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}, \quad N_2 = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1},$$

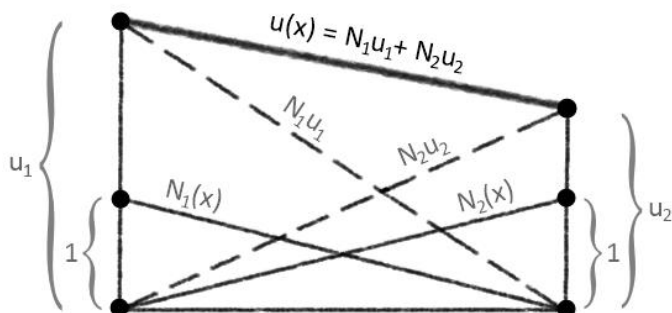


kde x_i jsou souřadnice uzlových bodů.

Obrázek 9: Grafické zobrazení posuvů v uzlech prvku č. 1, převzato z [13].

Deformace, v tomto případě pouze posuvy, jakéhokoliv bodu nacházejícího se mezi uzlovými body, je jednoznačně určena následujícím vztahem:

$$u(x) = N_1(x) \cdot u_1 + N_2(x) \cdot u_2.$$



Obrázek 10: Zobrazení aproximační (bázové) funkce posuvů nad prvkem č. 1, převzato z [13].

Společný uzel mezi dvěma prvky zajišťuje tentýž deformační parametr mezi těmito prvky – automatická garance meziprvkové spojitosti deformačního posuvu $u(x)$. Obrázek 10 zobrazuje bázovou funkci prutového prvku, pro lepší názornost jsou zde posuvy v axiální ose $u(x)$ zobrazeny v kolmém směru na prut.

MATICE TUHOSTI PRVKU

Vzhledem k vlastnostem celkové potenciální energie Π platí:

$$\Pi = \sum_{i=1}^3 \Pi_i,$$

dále bude řešen pouze prvek č. 1, pro který platí:

$$\Pi_1 = W_1 - P_1,$$

kde

$$W_1 = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \varepsilon \cdot S \cdot dx,$$

kde:

Π_1 ... celková potenciální energie prvku 1,

P_1 ... potenciál vnějšího zatížení, jež působí na prvek 1,

W_1 ... energie napjatosti prvku 1,

σ ... napětí působící na prvek 1,

ε ... poměrné přetvoření prvku 1,

S ... příčný průřez prvku 1.

Pro schopnost výpočtu musí být napětí i přetvoření vyjádřeny jako funkce deformačních posuvů, toho lze dosáhnout:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\delta}) = \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\delta},$$

tzn.:

$$\mathbf{B} = \frac{d\mathbf{N}}{dx} = \frac{1}{x_2 - x_1} \cdot [-1 \quad 1] = \frac{1}{L_p} \cdot [-1 \quad 1],$$

proměnné viz obrázek 9.

Matice \mathbf{B} udává tvar funkce přetvoření nad prvkem. Vzhledem ke skutečnosti, že je tato matice derivací matice bázových funkcí posuvu \mathbf{N} , znamená to, že při lineárním přístupu aproximace posuvů je přetvoření nad celým prvkem konstantní:

$$\varepsilon_x = \frac{(u_2 - u_1)}{L_p}$$

a se znalostí Hookova zákona je lineární taktéž napětí a nabývá tvaru:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_x = E \cdot \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\delta}^T \cdot \mathbf{B}^T \cdot E.$$

Nyní lze převyjádrřit energii napjatosti prvku č. 1 tvarem:

$$W_1 = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \varepsilon_x \cdot S \cdot dx = W_1 = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{\delta}^T \cdot \mathbf{B}^T \cdot E \cdot \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\delta} \cdot S \cdot dx,$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{\delta}^T \cdot \left(E \cdot S \int_{x_1}^{x_2} \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{B} \cdot dx \right) \cdot \boldsymbol{\delta} = \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{\delta}^T \cdot \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\delta},$$

tzn.:

$$\mathbf{k} = \frac{E \cdot S}{L_p} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix},$$

kde \mathbf{k} je prvková matice tuhosti, jejíž prvky mají fyzikální rozměr tuhosti.

MATICE ZATÍŽENÍ PRVKU

Druhou částí celkové potenciální energie je potenciál vnějšího zatížení, který bude opět vyjádřen pro prvek č. 1. Platí:

$$P_1 = \int_{x_1}^{x_2} u \cdot \rho \cdot g \cdot S \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\delta} \cdot \rho \cdot g \cdot S \cdot dx = \boldsymbol{\delta}^T \cdot \mathbf{f},$$

tzn.:

$$\mathbf{f} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot S \cdot L_p \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

kde:

ρ ... hustota materiálu prutu,

g ... tíhové zrychlení,

S ... plocha příčného průřezu prutu,

L_p ... délka prutu viz obrázek 9.

Prvky této matice reprezentují celkovou objemovou sílu působící na krajní uzly prvku v podobě uzlových sil. Do dílčích uzlů prvků by obdobně byla rozdělena i zatížení další – např. plošná. S ohledem na takovou distribuci zatížení po prvku to znamená, že jakékoliv vnější silové působení na součást je v této metodě situováno do jednotlivých prvků bez ohledu na jeho typ.

GLOBÁLNÍ MATICE TUHOSTI A ZATÍŽENÍ

Pro matice tuhosti a zatížení ostatních prvků by postup byl analogický. Celkové matice našeho dvouprvkového prutu by tedy měly podobu:

$$\mathbf{W} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{W}_i = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{U}^T \cdot (\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_3) \cdot \mathbf{U} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{U},$$

kde matice \mathbf{U} je globální matice deformačních parametrů,

tzn.:

$$\mathbf{K} = \frac{E \cdot S}{L_p} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

se nazývá globální matice tuhosti řešené oblasti.

$$\mathbf{P} = \sum_{i=1}^3 \mathbf{P}_i = \mathbf{U}^T \cdot (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3) = \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{F},$$

tzn.:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{2} \rho \cdot g \cdot S \cdot L_p \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

se nazývá globální matice zatížení.

ZÁKLADNÍ ROVNICE MKP

$$\Pi = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} - \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{F},$$

při splnění minimalizace celkové potenciální energie platí:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{U}} = 0$$

a z parciálních derivací Π podle proměnných u_1, u_2, u_3, u_4 vznikne soustava čtyř lineárních algebraických rovnic popsaných maticově:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F},$$

což je mnoha inženýry obecně známá základní soustava rovnic metody konečných prvků. Pro výpočet však pouze tato rovnice nestačí, při kontrole singularity globální matice tuhosti se totiž jednoduše dá zjistit, že je daná matice singulární, čili celková soustava rovnic nemá jednoznačné řešení. Konkretizace obecného řešení na jeden výsledek je provedena pomocí zadefinování okrajových podmínek. Tyhle okrajové podmínky jednoznačně definují těleso v prostoru prostřednictvím zamezení jeho pohyblivosti v osách zvoleného souřadného systému.

Pro ukázkový příklad, na kterém je zde MKP popisována platí okrajové podmínky:

$$u_1 = 0,$$

která reprezentuje vetknutí v uzlu č. 1. To znamená, že veškeré rovnice obsahující neznámou u_1 musí být ze soustavy $\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F}$ vypuštěny. Upravená soustava rovnic tedy vypadá následovně:

$$\frac{E \cdot S}{L_p} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot S \cdot L_p \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Řešením této rovnice jsou získány deformační posuvy uzlových bodů u_2, u_3 a u_4 . Pro libovolné body řešené oblasti lze deformační posuvy zjistit pomocí rovnice $u(x) = \mathbf{N} \cdot \boldsymbol{\delta}$, přetvoření pomocí $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$ a napětí z rovnice $\sigma = E \cdot \varepsilon_x$.

3.2 TVORBA VÝPOČTOVÉHO MODELU

Při každém výpočtu v Ansys Workbench je vyšetřovaná součást podrobena aproximaci vlastností a okolností potřebných pro řešení – materiálu, geometrie, okrajových podmínek a dalších. Od reálného tělesa se tedy přechází k výpočtovému modelu. Tento model disponuje pouze těmi vlastnostmi, které jsou z hlediska jeho analýzy nezbytně důležité a skládá se ze tří dílčích částí – modelu materiálu, modelu geometrie a modelu okrajových podmínek. Dále v této kapitole bude hovořeno o síti konečných prvků, prezentaci výsledků a o singularitách.

3.2.1 MODEL MATERIÁLU

Při popisu materiálu je potřeba nadefinovat pouze ty materiálové vlastnosti, které jsou nezbytně potřebné pro samotný výpočet výstupů, které požadujeme. V úlohách týkajících se lineární napěťové statické analýzy se využívá hookovský izotropní model materiálu, k jehož popisu jsou stěžejní dvě materiálové konstanty:

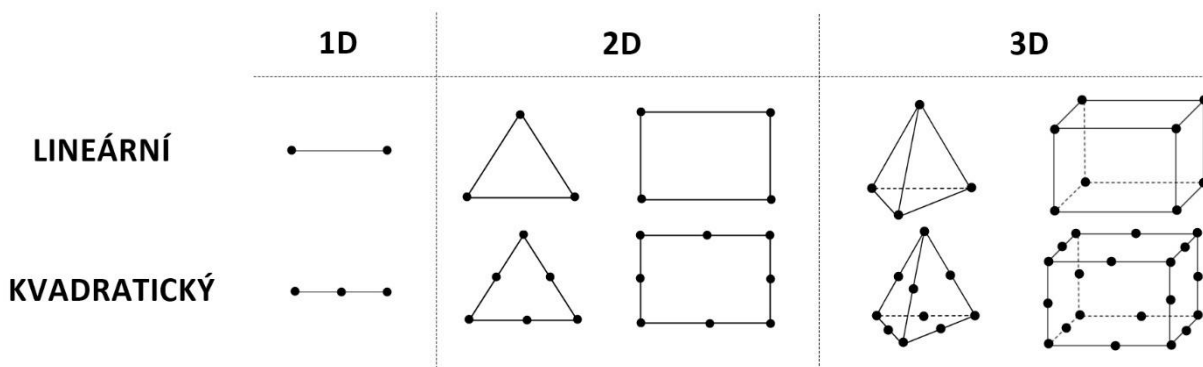
- Youngův modul pružnosti v tahu E a
- Poissonova konstanta μ .

3.2.2 MODEL GEOMETRIE

Geometrie reálného tělesa obsahuje části, které nikterak neovlivňují výsledky analýzy a při jejich zachování by pro popis bylo nutné využít velké množství elementů. Z tohoto důvodu se pro model geometrie použitý v analýze využívá zjednodušení, které spočívá v odstranění těchto entit. Jedná se například o některá zaoblení, zkosení hran, tvarové změny součásti v místech, která neovlivňují výsledky analýzy apod.

3.2.3 SÍŤ KONEČNÝCH PRVKŮ

Na modelu geometrie je dále nutné provedení diskretizace, což je proces, ve kterém jsou bodům modelu tělesa přiřazovány konečně velké prvky, jejichž vzájemné propojení je realizováno pomocí uzlů. V těchto uzlech jsou také definovány veškeré okrajové podmínky. Prvky lze podle základních typů rozčlenit následovně:



Obrázek 11: Základní rozdělení prvků, převzato z [15] a upraveno.

Na obrázku 11 je vyobrazeno základní rozdělení prvků, tečky v obrázcích reprezentují uzly nacházející se na jednotlivých prvcích, lze vidět, že kvadratický prvek má na rozdíl od lineárního uzly i po délce hrany, disponuje tedy jejich větším počtem. Tyto prvky jsou tedy z hlediska přesnosti výsledků analýzy kvalitnější.

V programu Ansys Workbench je na výběr více metod, prostřednictvím kterých lze diskretizaci provést. Tyto metody se liší například typem prvků, algoritmem tvorby sítě apod. Vhodnost jednotlivých metod závisí na typu tělesa, jenž je vyšetřováno, neexistuje žádná univerzální metoda, která by v každém případě zaručovala kvalitní síť konečných prvků. Kvalitu již vytvořené sítě však analyzovat lze, a to pomocí kritériálních parametrů přítomných v Ansys Workbench, jejichž číselné hodnoty jsou definovány pro každý prvek tělesa. Rozdíl mezi těmito hodnotami a hodnotami ideálními, jež popisují správně vytvořený prvek, přímo kvalitu sítě reprezentuje.

3.2.4 MODEL OKRAJOVÝCH PODMÍNEK

Jedná se o popis zátěžného stavu (veškeré vnější zatížení) a polohy tělesa, která je jednoznačně určena pomocí vazeb. Všechny okrajové podmínky jsou definovány v uzlech sítě konečných prvků součásti. Model okrajových podmínek popisující polohu vyšetřovaného tělesa nahrazuje vazby, které v realitě omezují jeho pohyb, určením takzvaných nulových posuvů a natočení. Tyto nulové posuvy a natočení přibližně reprezentují reálné vazby. Například skutečné vetknutí se v modelu okrajových podmínek popíše nulovými posuvy a natočeními ve všech směrech kartézského souřadného systému, obecná podpora naopak nulovým posuvem pouze v jednom směru. Rozdíl mezi modelem vazeb a vazbami reálnými je například v tuhosti, skutečné vetknutí totiž z důvodu možnosti deformace základního tělesa nebude disponovat dokonalou tuhostí, model této vazby však dokonale tuhý je. Rozdíly tuhostí mohou vytvářet nežádoucí chyby ve výsledcích, například takzvané napěťové singularity, kterých se lze zbavit například zdokonalováním modelu vazeb. Jedním ze způsobů zdokonalování je vymodelování celé vazebné dvojice, tzn. základního tělesa a vyšetřované součásti, v takovém případě lze právě postihnout nedokonalost tuhosti vazby a tím celou analýzu přiblížit skutečnosti.

3.2.5 PREZENTACE VÝSLEDKŮ

V poslední fázi analýzy – po dokončení všech stanovených výpočtů – program Ansys Workbench disponuje grafickým zobrazením výsledků. Tato grafická reprezentace, jež spočívá v nahrazení číselných výsledků (například v případě hodnot napětí) jejich barevným vykreslením po objemu modelu vyšetřované součásti, však není zcela přesná a závisí například na typu použitých prvků. Při použití lineárních prvků je výsledek napětí na každém z těchto elementů konstantní. Ansys Workbench výsledek však vykresluje prostřednictvím aritmetického průměru na hranicích elementů tak, aby nebyly vykresleny skokové změny napětí, které mezi nimi jsou, ale aby byl průběh napětí více spojitý.

3.2.6 POJEDNÁNÍ O SINGULARITÁCH

Singularity, respektive místa vyznačující se singulárním (ojedinělým) chováním, jsou oblasti vyskytující se po objemu tělesa, které se vyznačují výsledky, jež jsou postiženy chybou. Chybné výsledky mohou být způsobeny nekvalitně vytvořenou sítí konečných prvků, tuhostí modelů vazeb, které chybně reprezentují reálné poddajné vazby nebo například ostrými rohy, které v realitě vždy disponují určitým zaoblením, ve kterých konkrétně při napěťových analýzách dochází k nekonečnému teoretickému nárůstu napětí.

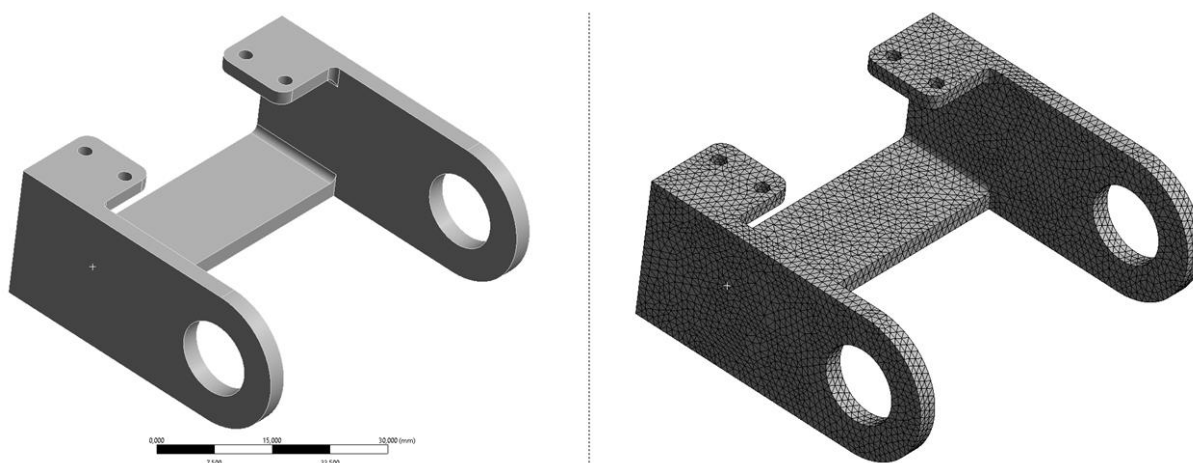
4 APLIKACE OPTIMALIZACE

4.1 KONZOLA

První součást, na které bude provedena ukázka topologické optimalizace je konzola, která slouží jako nosný a spojovací článek mezi dvěma spojovanými součástmi. Algoritmus řešení této úlohy v programu Ansys bude popsán prostřednictvím obrázků, které zachycují součást v každém kroku postupu optimalizace – model geometrie, síť konečných prvků, okrajové podmínky, napěťová analýza a topologická optimalizace.

4.1.1 MODEL GEOMETRIE A SÍŤ KONEČNÝCH PRVKŮ

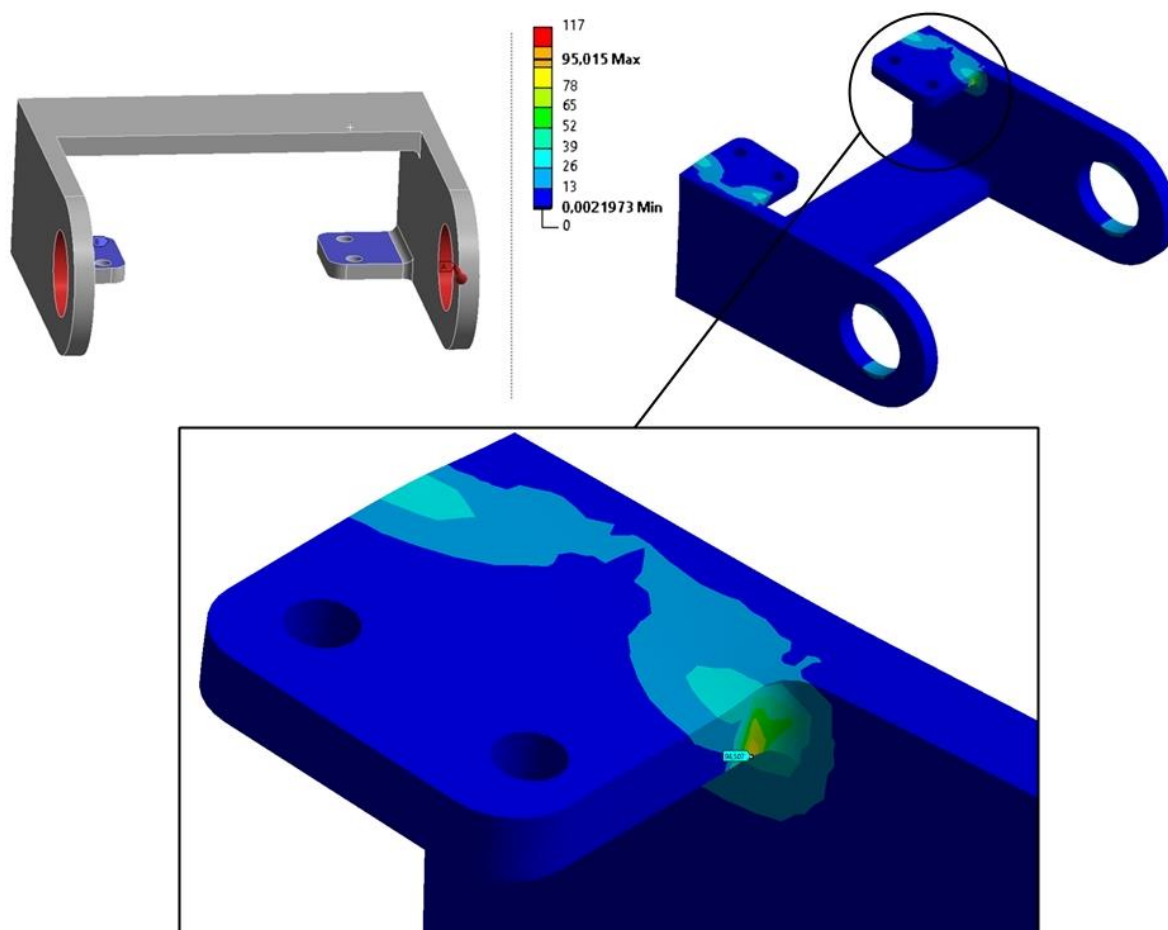
V prvním kroku byl v dílčím programu Ansys Workbench s názvem Spaceclaim vytvořen výpočtový model geometrie reálného tělesa (viz obrázek 12 nalevo), následovalo provedení diskretizace pomocí Ansys Mechanical, čili vytvoření sítě konečného počtu elementů (viz obrázek 12 napravo) a byla vyhotovena citlivostní studie na velikost prvků. Z důvodů malé velikosti součásti bylo možno použít jemné členění prvků o malých velikostech, čímž bylo dosaženo většího množství prvků (51078) a uzlů (81163), jsou tedy zaručeny přesnější výsledky a kvůli malé velikosti modelu taktéž krátký výpočtový čas. Síť konečných prvků byla vytvořena tetraedrálními prvky. Jako materiál byla použita klasická konstrukční ocel, přičemž byl použit lineární elastický izotropní model materiálu s Youngovým modulem pružnosti 210 GPa a poissonovým poměrem 0,33.



Obrázek 12: Model geometrie a diskretizace modelu konzoly.

4.1.2 OKRAJOVÉ PODMÍNKY A NAPĚŤOVÁ ANALÝZA

Po diskretizaci výpočetního modelu součásti nadchází definice okrajových podmínek, což obsahuje určení vnějšího silového zatížení a zadání předem známých posuvů reprezentujících reálné vazby. Modře zabarvené plochy (viz obrázek 13 nalevo) představují nulové posuvy a natočení ve všech směrech kartézského souřadného systému, tento model vazeb představuje skutečnou třecí vazbu mezi konzolou a základním tělesem vytvořenou předpětím čtyř šroubů spojujících tuto vazebnou dvojici. Červená plocha (viz obrázek 13 nalevo) reprezentuje model vnějšího silového zatížení, které odpovídá zavěšení čepu do kruhových děr konzoly. Dále byla provedena deformačně-napěťová analýza, jejíž výstupem může být variace různých výsledků jako například celková či složkové deformace, normálové či smykové napětí, redukované napětí, bezpečnost vůči únavovému porušení apod. Vzhledem k charakteru úlohy je v této analýze pro schopnost hodnocení využito rozložení redukovaného napětí (viz obrázek 13 napravo) po objemu tělesa, a to z důvodu znalosti maximální dovolené hodnoty napětí (meze kluzu), jež je pro tento materiál používána.

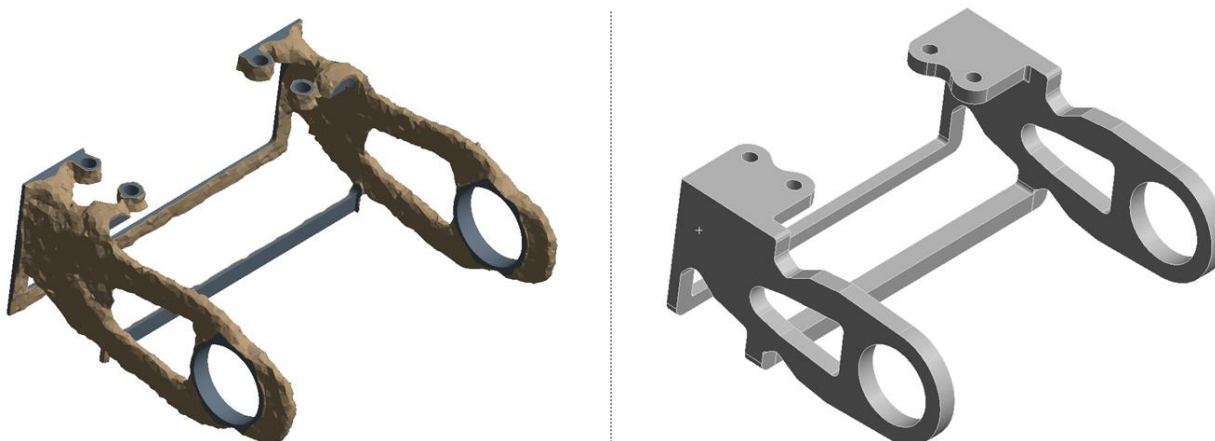


Obrázek 13: Okrajové podmínky a redukované napětí vykreslené na modelu konzoly.

Díky velkému množství hmoty na součásti konzoly, které není zatíženo napětím, je tato součást vhodná k topologické optimalizaci.

4.1.3 TOPOLOGICKÁ OPTIMALIZACE SOUČÁSTI

Všechny vysoké hodnoty redukovaného napětí jsou soustředěny do malých oblastí (viz obrázek 13 – detail), tyto oblasti se označují jako nebezpečná místa z hlediska bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti, z obrázku 13 je tedy zřejmé, že součást obsahuje velké množství hmoty, jež není zatěžována, respektive hodnoty napětí v těchto oblastech nabývají malých hodnot. Tato konzola je tedy vhodná pro topologickou optimalizaci. Části modelu geometrie, ve kterých byla hodnota napětí v porovnání s ostatními částmi výrazně nižší, byly odebrány (viz obrázek 14 nalevo). Postup odebrání hmoty je iterační, požadavek snížení hmotnosti byl nastaven tak, aby topologicky zoptimalizovaná součást měla 35 % hmotnosti součásti výchozí.

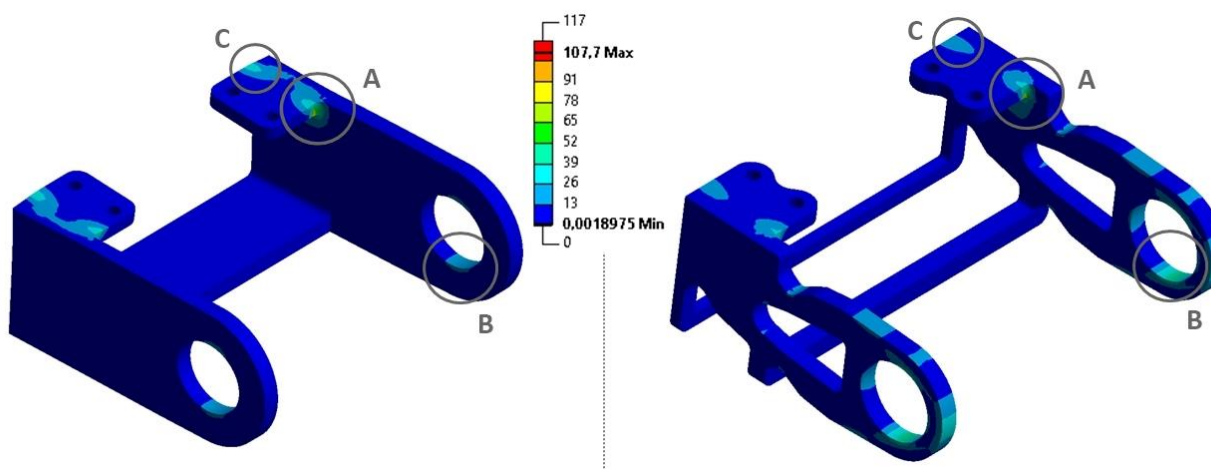


Obrázek 14: Topologicky zoptimalizovaná konzola a model podle ní vytvořený.

Po topologické optimalizaci provedené programem Ansys Workbench následuje vytvoření modelu zoptimalizovaného tělesa (viz obrázek 14 napravo).

4.1.4 ANALÝZA OPTIMALIZOVANÉ SOUČÁSTI

Na zoptimalizované součásti musí být provedena validace výsledku topologické optimalizace. Jedná se o napěťovou analýzu nové tvarově optimalizované součásti za účelem zjištění rozložení napětí po objemu tohoto tělesa a možnosti porovnání těchto hodnot s hodnotami na součásti výchozí. Na obrázku 15 je vyobrazeno porovnání redukovaného napětí (vykresleného po objemu součásti) mezi výchozí a zoptimalizovanou součástí.



Obrázek 15: Analýza topologicky zoptimalizovaného modelu konzoly.

Tabulka 1: Porovnání maximálního redukovaného napětí ve vybraných

Maximální redukované napětí	A	B	C
Výchozí součást	94,5 MPa	21,0 MPa	65,0 MPa
Optimalizovaná součást	107,0 MPa	42,5 MPa	90,0 MPa

Redukované napětí ve vybraných oblastech na optimalizované součásti z důvodu redukce hmotnosti očekávaně vzrostlo, jak lze vidět v tabulce 1. Navýšené hodnoty napětí jsou však výrazně menší než hodnota meze kluzu obvyklých používaných konstrukčních ocelí. Dále je také provedeno porovnání maximálních hodnot redukovaného napětí po objemu celé součásti a srovnání hmotnosti výchozí a zoptimalizované součásti (viz tabulka 2).

Tabulka 2: Porovnání výsledků topologické optimalizace mezi výchozí a zoptimalizovanou součástí.

Porovnání	Hmotnost	Maximální redukované napětí	Bezpečnost vůči MSP ¹
Výchozí součást	46,100 g	95 MPa	2,6
Optimalizovaná součást	24,159 g	108 MPa	2,3

4.1.5 ZHODNOCENÍ PROCESU OPTIMALIZACE

Hmotnost optimalizované součásti dosahuje **52,5%** hmotnosti součásti výchozí, a to s nevýraznou změnou maximální hodnoty redukovaného napětí přibližně $\Delta\sigma_{redukované}^{max} = 13 \text{ MPa}$. Byla použita konstrukční ocel s mezí kluzu $R_e = 250 \text{ MPa}$, bezpečnost optimalizovaného tělesa nabývá hodnoty $k_k \approx 2,3$. Skutečnost, že hmotnost byla přibližně dvakrát zmenšena a bezpečnost dostatečně přesahuje mezní hodnotu ($k_{k,mezní} \approx 1$), reprezentuje **úspěšně** provedenou optimalizaci. Stručnější porovnání bylo provedeno pomocí tabulky 2.

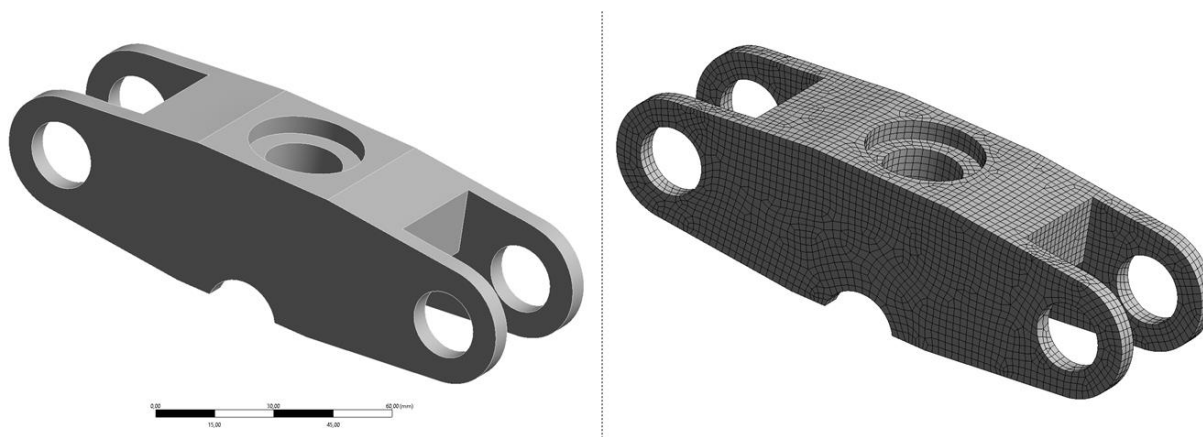
¹ Bezpečnost vůči MSP – bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti, dále pouze bezpečnost.

4.2 SOUČÁST MECHANISMU VERTIKÁLNÍCH DVEŘÍ

Další optimalizace byla provedena na části mechanismu otevírání vertikálních dveří auta. Optimalizace této součásti je v praxi značně důležitá, poněvadž jakákoliv redukce hmotnosti auta se zachováním funkčnosti a bezpečnosti optimalizovaného tělesa a mechanismu, kterého je součástí, je vyžadována a v konečném důsledku přispívá ke snížení spotřeby paliva a také zvýšení výkonu vozidla.

4.2.1 MODEL GEOMETRIE A SÍŤ KONEČNÝCH PRVKŮ

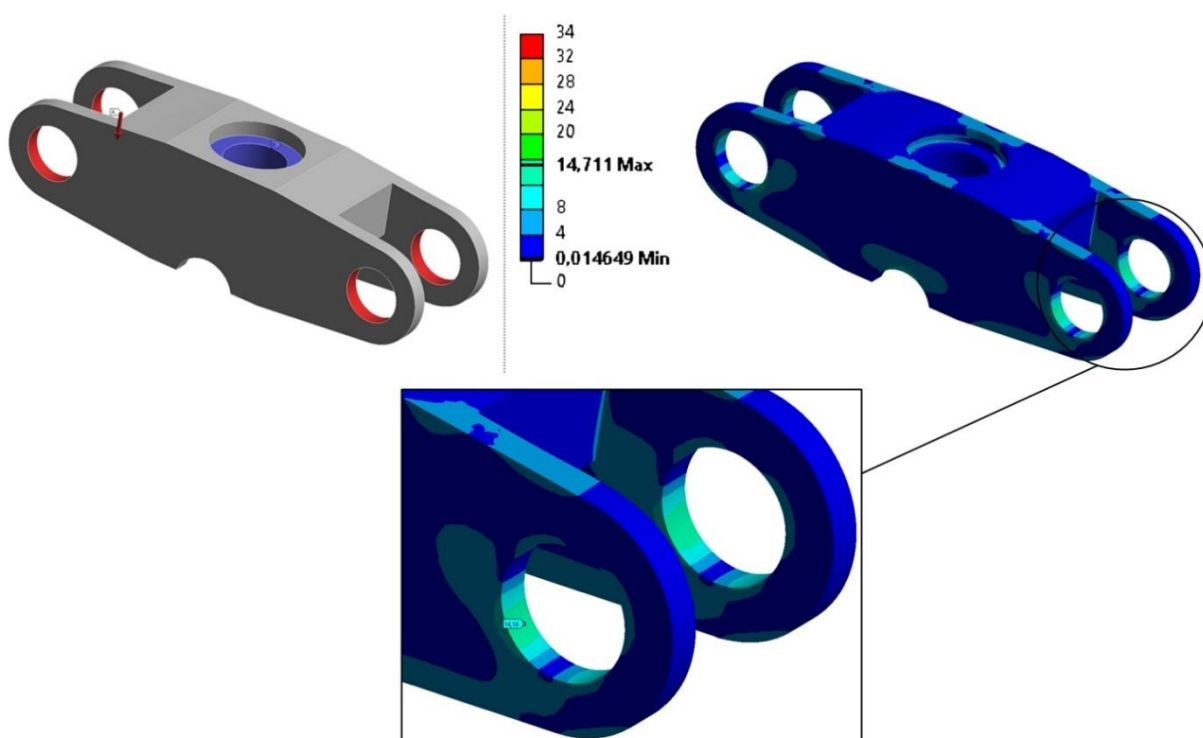
V prvním kroku byl vytvořen výpočtový model geometrie reálného tělesa v programu SpaceClaim (viz obrázek 16 nalevo), následovalo provedení diskretizace modelu vytvářející síť konečných prvků v programu Ansys Mechanical (viz obrázek 16 napravo) a byla provedena citlivostní studie na velikost prvků. Z důvodů malé velikosti součásti bylo možno použít jemné členění prvků o malých velikostech, čímž bylo dosaženo většího množství prvků (19157) a uzlů (73267), jsou tedy zaručeny přesnější výsledky a kvůli malé velikosti modelu taktéž krátký výpočtový čas. Síť konečných prvků byla vytvořena hexaedrálními prvky. Jako materiál byla použita klasická konstrukční ocel, přičemž byl použit lineární elastický izotropní model materiálu s Youngovým modulem pružnosti 210 GPa a poissonovým poměrem 0,33.



Obrázek 16: Model geometrie a diskretizace modelu součásti mechanismu vertikálních dveří.

4.2.2 OKRAJOVÉ PODMÍNKY A NAPĚŤOVÁ ANALÝZA

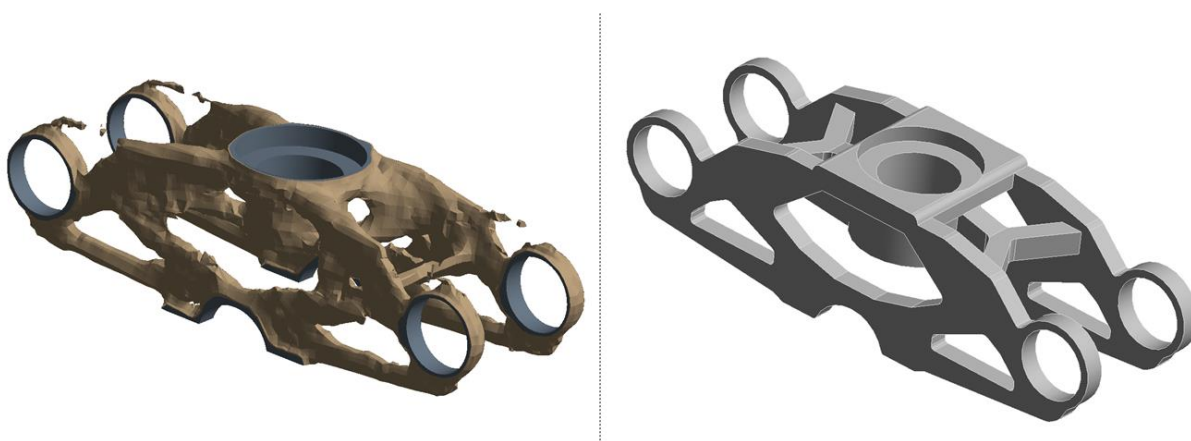
Po diskretizaci výpočetního modelu součásti nadchází definice okrajových podmínek, což obsahuje určení vnějšího silového zatížení a zadání předem známých posuvů reprezentujících reálné vazby. Modře zabarvené plochy (viz obr. 17 nalevo) představují nulové posuvy a natočení ve všech směrech kartézského souřadného systému, tento model vazeb představuje spojení součásti pomocí čepu vůči základnímu tělesu. Červená plocha (viz obr. 17 nalevo) reprezentuje model vnějšího silového zatížení, které odpovídá zavěšení dveří automobilu na součást prostřednictvím čepů nacházejících se v dírách tělesa. Následně byla provedena deformačně-napěťová analýza, jejíž výstupem může být variace různých výsledků jako například celková či složkové deformace, normálové či smykové napětí, redukované napětí, bezpečnost vůči únavovému porušení apod. Vzhledem k charakteru úlohy je v této analýze pro schopnost hodnocení využito rozložení redukovaného napětí (viz obr. 17 napravo) po objemu tělesa, a to z důvodu znalosti maximální dovolené hodnoty napětí (meze kluzu), jež je pro tento materiál používána.



Obrázek 17: Okrajové podmínky a redukované napětí vykreslené na modelu součásti mechanismu vertikálních dveří.

4.2.3 TOPOLOGICKÁ OPTIMALIZACE SOUČÁSTI

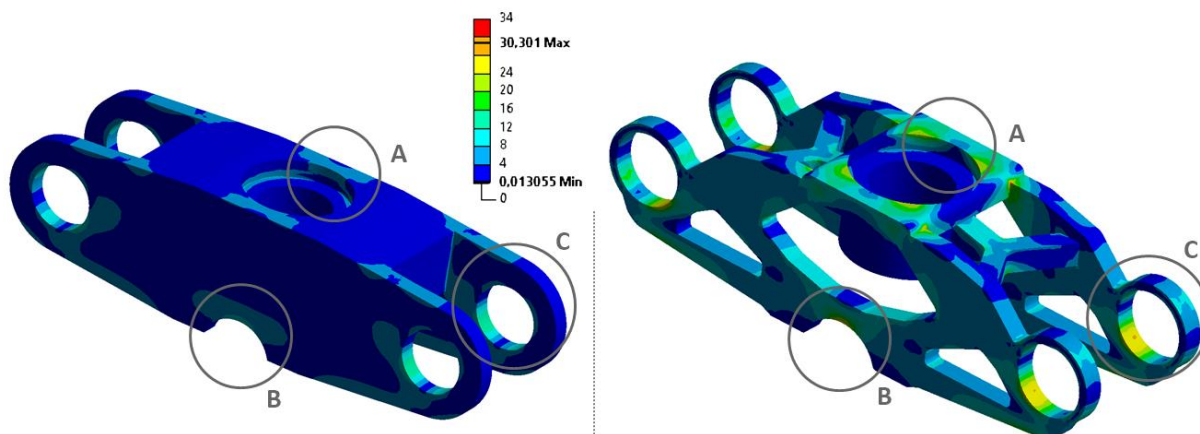
Vzhledem k opětovné centralizaci redukovaného napětí do malých oblastí po objemu součásti je většina hmoty velmi málo zatížena, což odpovídá nízkým hodnotám napětí v mnoha oblastech (viz obrázek 17). Na základě poměru počtu oblastí s vysokými a nízkými hodnotami napětí je možné říci, že je tato součást vhodná pro topologickou optimalizaci. V částech modelu geometrie, ve kterých nabývalo napětí v porovnání s ostatními částmi malých hodnot, došlo k odebrání materiálu (viz obrázek 18 nalevo). Postup odebrání hmoty je iterační proces, požadavek snížení hmotnosti byl nastaven tak, aby topologicky zoptimalizovaná součást měla 35 % hmotnosti součásti výchozí. Po topologické optimalizaci provedené programem Ansys Workbench následuje vytvoření modelu zoptimalizovaného tělesa (viz obrázek 18 napravo).



Obrázek 18: Topologicky zoptimalizovaná součást mechanismu vertikálních dveří a model podle ní vytvořený.

4.2.4 ANALÝZA OPTIMALIZOVANÉ SOUČÁSTI

Na zoptimalizované součásti musí být provedena validace výsledku topologické optimalizace. Jedná se o napěťovou analýzu nové tvarově optimalizované součásti za účelem zjištění rozložení napětí po objemu tohoto tělesa a možnosti porovnání těchto hodnot s hodnotami na součásti výchozí. Na obrázku 19 je vyobrazeno porovnání redukovaného napětí (vykresleného po objemu součásti) mezi výchozí a zoptimalizovanou součástí.



Obrázek 19: Analýza topologicky zoptimalizovaného modelu součásti mechanismu vertikálních dveří.

Redukované napětí ve vybraných oblastech na optimalizované součásti z důvodu redukce hmotnosti očekávaně vzrostlo, jak lze vidět v tabulce 3. Navýšené hodnoty napětí jsou však výrazně menší než hodnota meze kluzu obvyklých používaných konstrukčních ocelí. Dále je také provedeno porovnání maximálních hodnot redukovaného napětí po objemu celé součásti a srovnání hmotnosti výchozí a zoptimalizované součásti, viz tabulka 4.

Tabulka 3: Porovnání maximálního redukovaného napětí ve vybraných bodech.

Maximální redukované napětí	A	B	C
Výchozí součást	5,5 MPa	13,0 MPa	14,5 MPa
Optimalizovaná součást	24,5 MPa	29,0 MPa	28,5 MPa

4.2.5 ZHODNOCENÍ PROCESU OPTIMALIZACE

Optimalizovaná součást dosahuje hmotnosti $m_{\text{optimalizované}} = 283,39 \text{ g}$, hmotnost součásti výchozí je $m_{\text{výchozí}} = 663,92 \text{ g}$, jedná se o snížení na **42,7 %** původní hodnoty. Změna redukovaného napětí mezi výchozí a optimalizovanou součástí činí přibližně $\Delta\sigma_{\text{redukované}}^{\text{max}} = 27 \text{ MPa}$. Byla použita konstrukční ocel s mezí kluzu $R_e = 250 \text{ MPa}$, bezpečnost optimalizovaného tělesa nabývá hodnoty $k_k \approx 8,25$. Skutečnost, že hmotnost byla více než dvakrát zmenšena a bezpečnost přesahuje minimální mezní hodnotu ($k_{k,\text{mezní}} \approx 1$), reprezentuje **úspěšně** provedenou optimalizaci. Porovnání dosažených hodnot základní a optimalizované geometrie je přehledně zpracováno pomocí tabulky 4.

Tabulka 4: Porovnání výsledků topologické optimalizace mezi výchozí a optimalizovanou součástí.

Porovnání	Hmotnost	Maximální redukované napětí	Bezpečnost
Výchozí součást	663,92 g	3,3 MPa	75,80
Optimalizovaná součást	283,39 g	30,3 MPa	8,25

4.3 TĚHLICE PŘEDNÍHO KOLA

Jako další těleso, jenž bylo podrobena optimalizaci, byla těhlice předního kola elektrické formule. Jeho komplexnost je jak ve tvaru, tak i v určení okrajových podmínek, konkrétně v určení vnějšího silového působení. Vzhledem k tomu, že zatížení předního kola jakéhokoliv vozu je časově proměnné, čili se nejedná o statickou úlohu, je potřeba se zaměřit na jednotlivé zátěžné stavy. U každého jednotlivého zátěžného stavu již může být konstatováno, že se jeho definující vnější silové zatížení v čase nemění. Byly tedy vyčleněny tři dílčí zátěžné stavy:

- a) **náhlé brždění a zatáčení,**
- b) **náhlé brždění a**
- c) **náhlé zatáčení.**

Topologická optimalizace bude prováděna na prvním ze zmíněných zátěžných stavů, tedy na stavu **náhlého brždění a zatáčení**, a to z důvodu, že tato situace disponuje největším nebezpečím vůči jakémukoliv meznímu stavu, jenž by u této součásti mohl nastat.

U této součásti se poprvé setkáme s iteračním postupem optimalizace. Je to způsobeno vyšší náročností geometrie. K ideálnímu konečnému tvaru se v praxi takřka nikdy řešitel nedostane pouze jednou iterací optimalizace, je tedy skutečností, že tento příklad reprezentuje přechod od akademického využití optimalizace k využití praktickému.

4.3.1 MODEL MATERIÁLU

Jako materiál byla zvolena hliníková slitina 7075-T651 (AlZnMgCu1,5). Tento materiál se využívá v případech nutnosti potřeby kombinace vysoké tvrdosti a nízké hmotnosti, což jsou v případě těhlice automobilu jedny z nejdůležitějších vlastností, které jsou vyžadovány. Model tohoto materiálu disponuje následujícími vlastnostmi [17]:

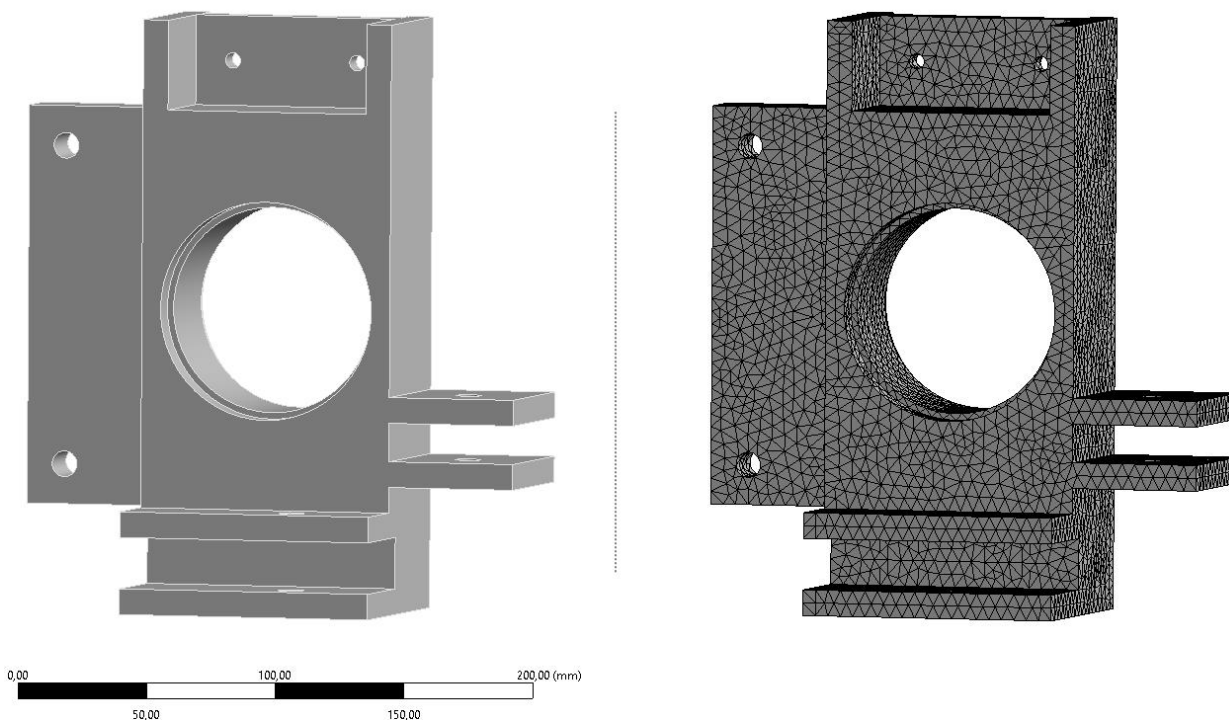
- $E = 71,7 \text{ GPa}$,
- $\mu = 0,33$,
- $R_e = 280 \text{ MPa}$.

4.3.2 MODEL OKRAJOVÝCH PODMÍNEK

Vzhledem k vyčlenění tří zátěžných stavů, jimiž těhlice při provozu formule podléhá, musely být nadefinovány tři sady okrajových podmínek, z nichž každá popisuje jednotlivý zátěžný stav. Analýza silového působení na těhlici předního kola během jejího používání napříč všemi zátěžnými stavy je značně složitá procedura, jejíž cílem je co nejpřesněji popsat vnější silové zatížení, a tento samotný proces nespadá do náplně této práce, celkové okrajové podmínky byly tedy převzaty z článku Jixiong Li a spol. [16].

4.3.3 MODEL GEOMETRIE A SÍŤ KONEČNÝCH PRVKŮ

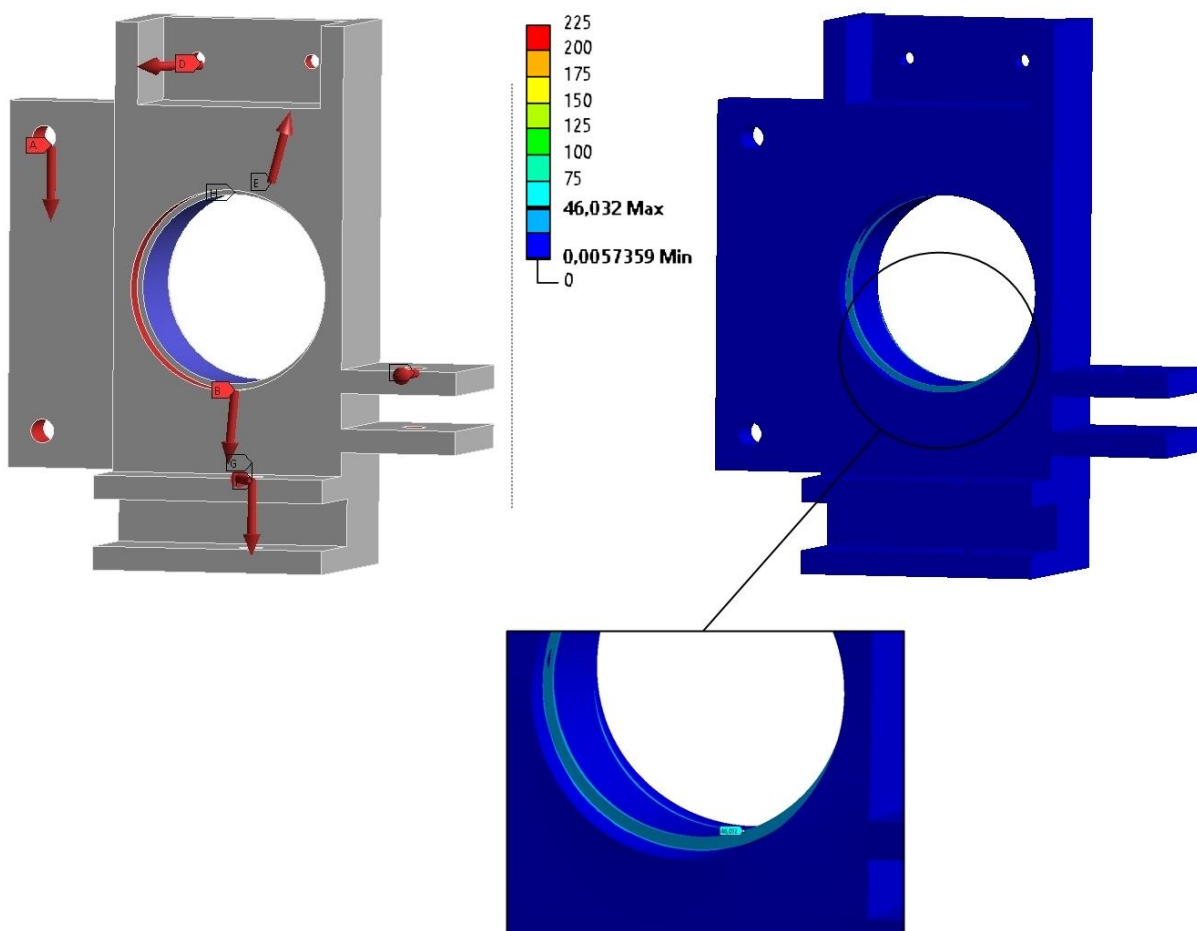
Jedná se o model složité součásti opět vytvořený v programu SpaceClaim (viz obrázek 20 nalevo), na jehož diskretizaci pomocí konstantní velikosti prvku v programu Ansys Mechanical bylo použito velkého počtu prvků (viz obrázek 20 napravo). Z tohoto důvodu byla síť konečných prvků nastavena s ohledem na využití studentské licence programu Ansys Workbench. Síť konečných prvků byla vytvořena tetraedrálními prvky a disponuje 82565 prvky a 123260 uzly.



Obrázek 20: Model výchozí geometrie a diskretizace modelu výchozí těhlice.

4.3.4 OKRAJOVÉ PODMÍNKY A NAPĚŤOVÁ ANALÝZA

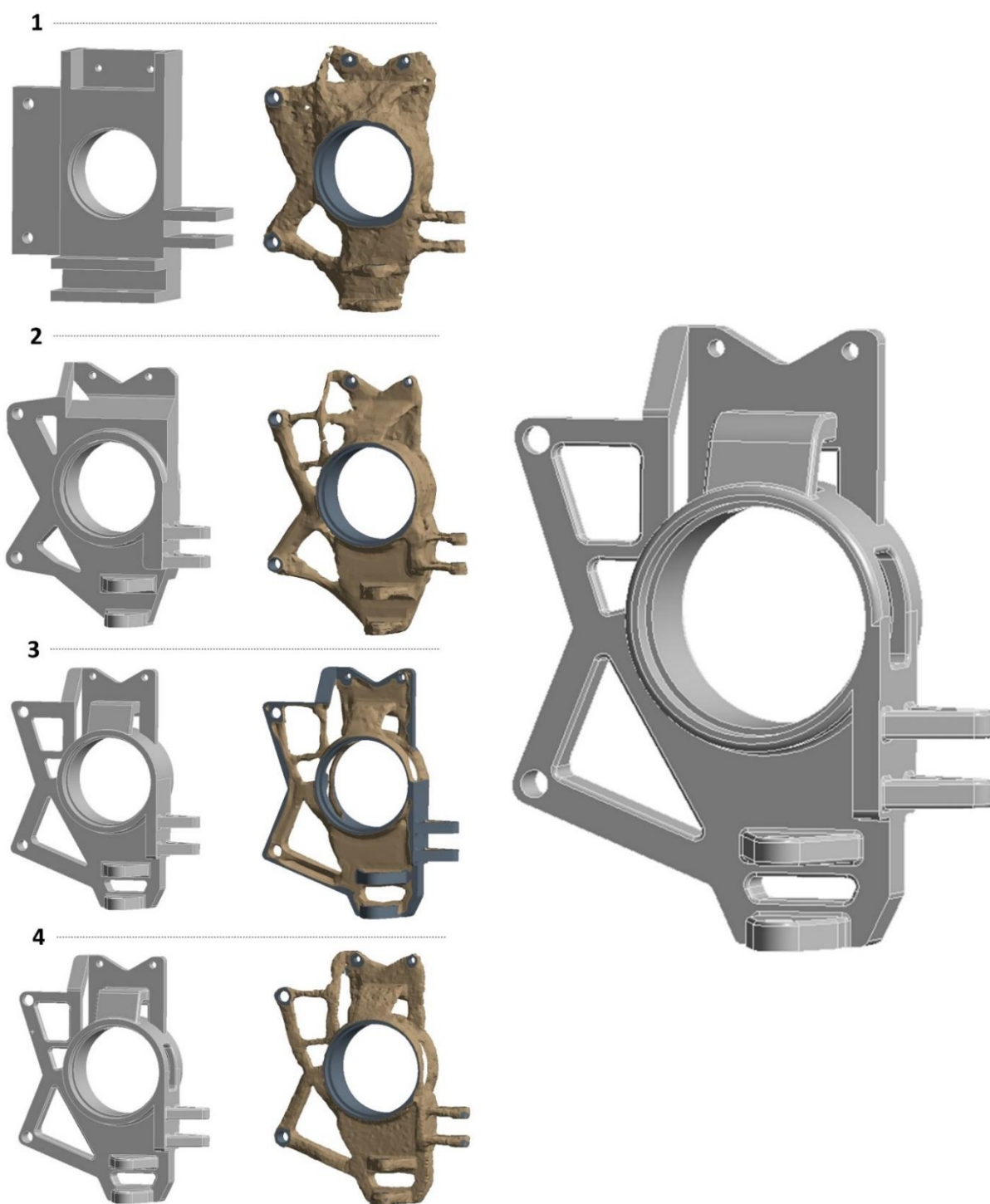
Po diskretizaci výpočetního modelu součásti pokračuje proces topologické optimalizace definicí okrajových podmínek, což obsahuje určení vnějšího silového zatížení a zadání předem známých posuvů reprezentujících reálné vazby. Modře zbarvená plocha (viz obrázek 21 nalevo) představuje nulové posuvy a natočení ve všech směrech kartézského souřadného systému, tento model vazeb představuje chycení součásti ke kolu formule, které je realizováno přes ložisko. Červené plochy (viz obrázek 21 nalevo) reprezentuje model vnějšího silového zatížení, které odpovídá zátěžnému stavu náhlého brždění a zatáčení. Dále byla provedena deformačně-napěťová analýza. Vzhledem k charakteru úlohy je v této analýze pro schopnost hodnocení využito rozložení redukovaného napětí (viz obrázek 21 napravo) po objemu tělesa, a to z důvodu znalosti maximální dovolené hodnoty napětí (meze kluzu), jež je pro tento materiál používána.



Obrázek 21: Okrajové podmínky a redukované napětí vykreslené na výchozím modelu těhlíce.

4.3.5 TOPOLOGICKÁ OPTIMALIZACE SOUČÁSTI

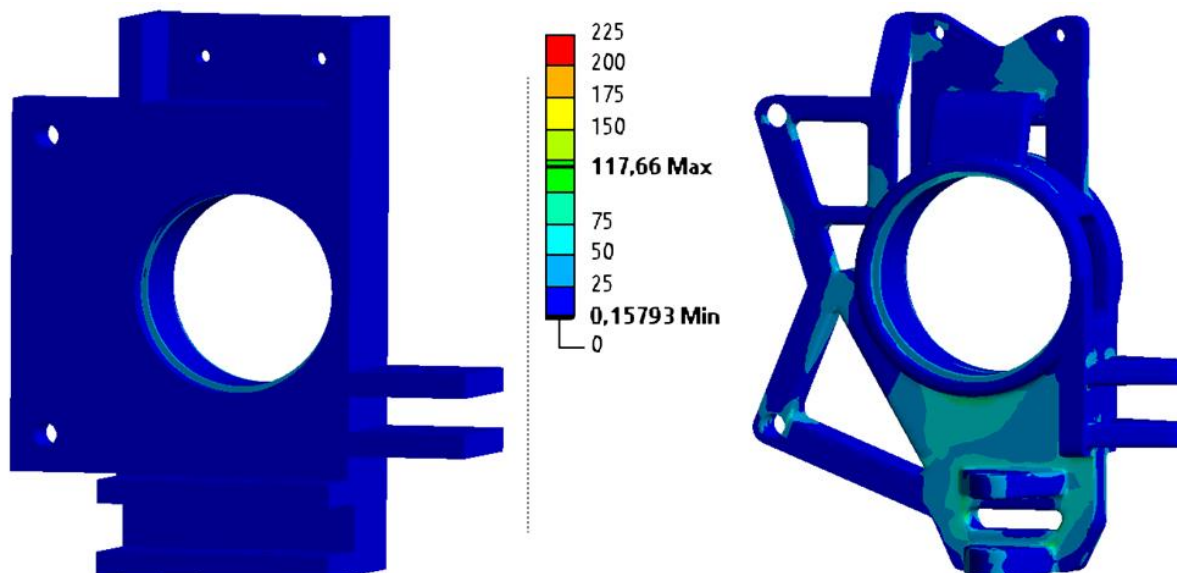
Vzhledem k velkému poměru počtu oblastí s nízkými a vysokými hodnotami napětí je tato součást vhodná pro topologickou optimalizaci. V oblastech modelu geometrie, ve kterých nabývalo napětí v porovnání s ostatními malých hodnot, došlo opět k odebrání materiálu. Tentokrát se však jedná o složitější postup, topologická optimalizace byla totiž prováděna celkově čtyřikrát (viz obrázek 22 nalevo) za účelem dosažení co nejefektivnějšího tvaru součásti (viz obrázek 22 napravo). Čísla v obrázku 22 popisují pořadí příslušných iterací procesu topologické optimalizace.



Obrázek 22: Iterační postup topologické optimalizace těhlice.

4.3.6 ANALÝZA OPTIMALIZOVANÉ SOUČÁSTI

Na zoptimalizované součásti musí být provedena validace výsledku topologické optimalizace. Jde o napěťovou analýzu nové tvarově optimalizované součásti za účelem zjištění rozložení napětí po objemu tohoto tělesa a možnosti porovnání těchto hodnot s hodnotami na součásti výchozí.



Obrázek 23: Napěťová analýza topologicky zoptimalizovaného modelu těhlice.

Na obrázku 23 je vyobrazeno porovnání redukovaného napětí (vykresleného po objemu součásti) mezi výchozí a zoptimalizovanou součástí. Dále je provedeno porovnání maximálních hodnot redukovaného napětí po objemu celé součásti a srovnání hmotnosti výchozí a zoptimalizované součásti, viz tabulka 5. Porovnání maximálního redukovaného napětí v oblastech na těhlici provedeno není vzhledem k výrazné tvarové odlišnosti výchozí a optimalizované součásti.

Tabulka 5: Porovnání výsledků topologické optimalizace mezi výchozí a optimalizovanou součástí.

Porovnání	Hmotnost	Maximální redukované napětí	Bezpečnost
Výchozí součást	3,2978 kg	46 MPa	6,08
Optimalizovaná součást	1,0309 kg	118 MPa	2,38

Tabulka 5 obsahuje porovnání vlastností mezi výchozí a zoptimalizovanou součástí. Redukce hmotnosti o $\Delta m = 2,2669 \text{ kg}$ na 31,3 % hodnoty hmotnosti výchozí zapříčinila vzrůst maximálního redukovaného napětí o $\Delta \sigma_{\text{redukované}}^{\text{max}} = 72 \text{ MPa}$ a s touto skutečností logicky spjatý pokles bezpečnosti na hodnotu $k_{\kappa, \text{optimalizovaná}} = 2,38$.

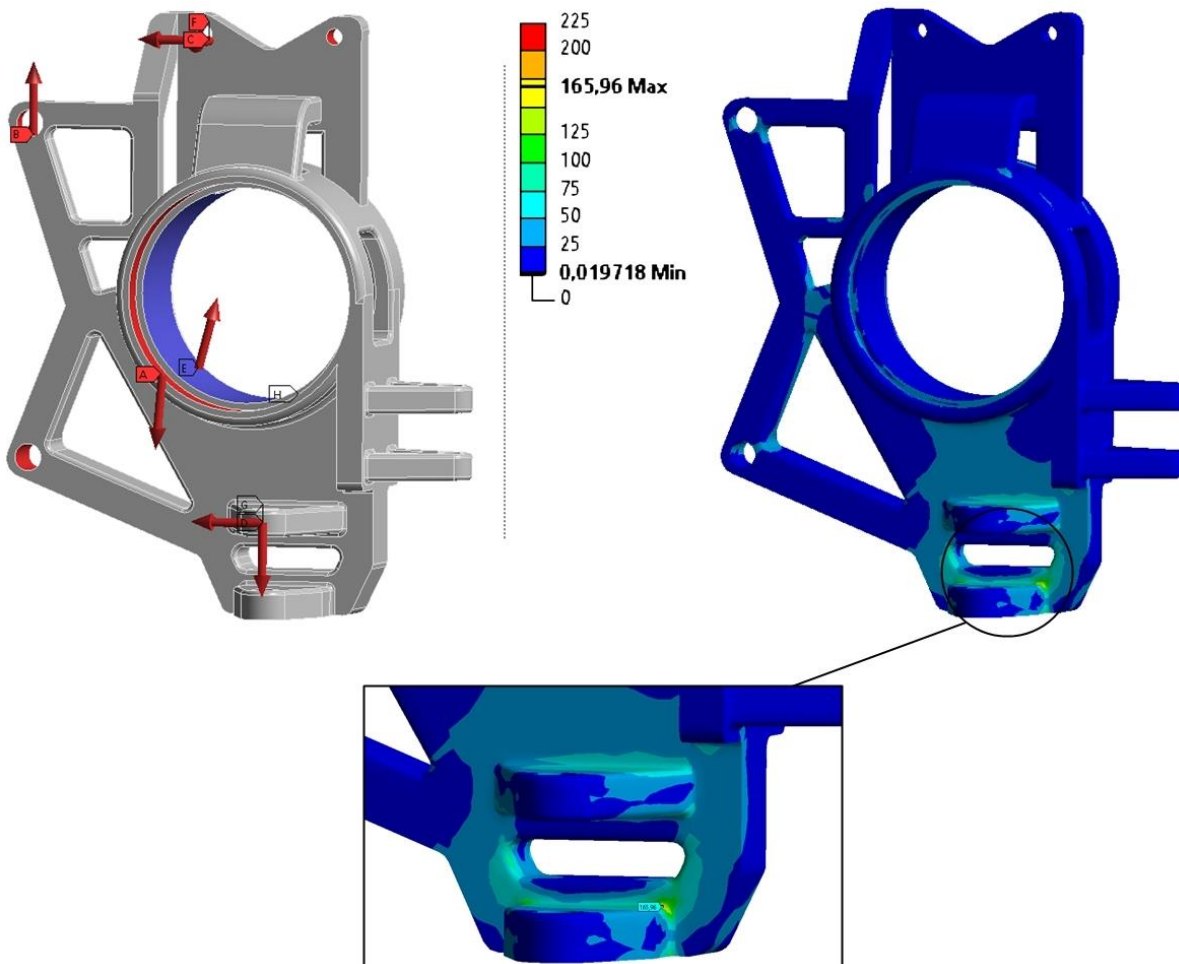
4.3.7 VYHODNOCENÍ DALŠÍCH ZÁTĚŽNÝCH STAVŮ

Dále bylo nutné vyhodnotit bezpečnost optimalizovaného modelu těhlice v dalších zátěžných stavech, které byly zadány:

- stav náhlého brždění a
- stav náhlého zatačení.

ZÁTĚŽNÝ STAV NÁHLÉHO BRŽDĚNÍ

Vzhledem ke komplexnosti časově proměnného zatížení těhlice předního kola elektrické formule musí být na optimalizované součásti provedena napěťová analýza také pro zátěžný stav náhlého brždění. Okrajové podmínky (viz obrázek 24 nalevo) sestávají ze zamezeného pohybu ve všech směrech kartézského souřadného systému na modré ploše a z vnějšího silového zatížení odpovídajícího zátěžnému stavu náhlého brždění na plochách červených. Důležitým výstupem z této analýzy je z důvodu známé maximální dovolené hodnoty napětí (meze kluzu) vykreslení napětí po objemu celé součásti (viz obrázek 24 napravo).



Obrázek 24: Okrajové podmínky a redukované napětí vykreslené na modelu optimalizované těhlice – zátěžný stav náhlého brždění.

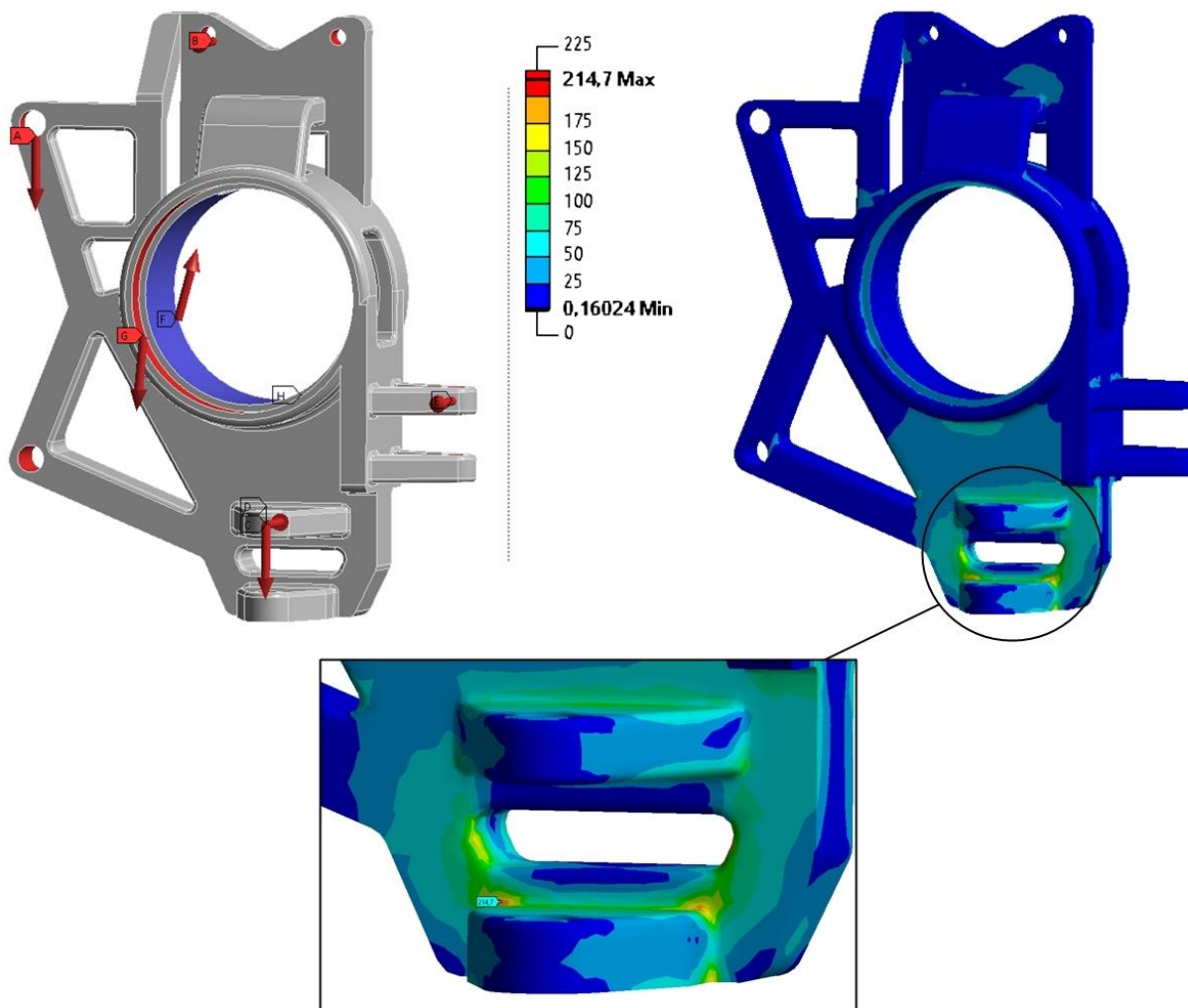
VYHODNOCENÍ BEZPEČNOSTI

$$\sigma_{\text{redukované, optimalizované}}^{\text{max}} = 165,96 \text{ MPa,}$$

$$k_{\kappa} = 1,69.$$

ZÁTĚŽNÝ STAV NÁHLÉHO ZATÁČENÍ

Další zátěžný stav, který musel být zkontrolován, byl zátěžný stav náhlého zatáčení. Okrajové podmínky (viz obrázek 25 nalevo) sestávají ze zamezeného pohybu ve všech směrech kartézského souřadného systému na modré ploše a z vnějšího silového zatížení odpovídajícího zátěžnému stavu náhlého zatáčení na plochách červených. Výsledkem je vykreslení redukovaného napětí po objemu celé součásti (viz obrázek 25 napravo).



Obrázek 25: Okrajové podmínky a redukované napětí vykreslené na modelu optimalizované těhlice – zátěžný stav náhlého zatáčení.

VYHODNOCENÍ BEZPEČNOSTI

$$\sigma_{\text{redukované, optimalizované}}^{\text{max}} = 214,7 \text{ MPa,}$$

$$k_{\kappa} = 1,304.$$

4.3.8 ZHODNOCENÍ VŠECH ZÁTĚŽNÝCH STAVŮ

Opětovná napěťová analýza optimalizované součásti ve třech předem určených zátěžných stavech přinesla následující výsledky:

Tabulka 6: Porovnání maximálního redukovaného napětí ve vybraných zátěžných

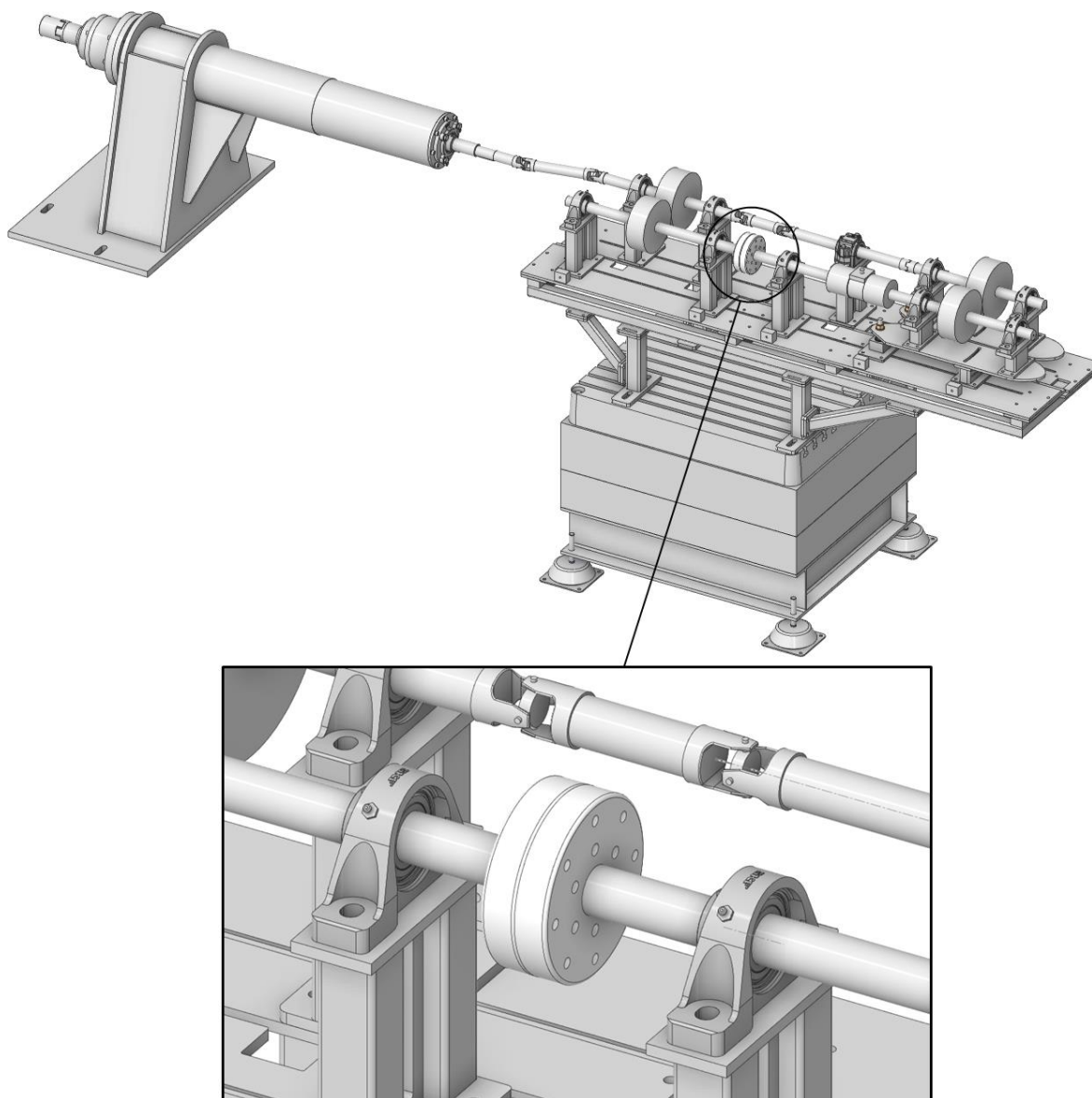
Optimalizovaná součást	Náhlé brždění a zatáčení	Náhlé brždění	Náhlé zatáčení
Maximální redukované napětí	118 MPa	166 MPa	215 MPa
Bezpečnost vzhledem k meznímu stavu pružnosti	2,38	1,69	1,30

I se značnou redukcí hmotnosti bylo v každém zátěžném stavu dosaženo přijatelné bezpečnosti (viz tabulka 6). Optimalizace těhlice předního kola studentské formule byla **úspěšná**.

4.4 OPTIMALIZACE TESTOVACÍHO STAVU

Předmětem optimalizace je testovací stav, jenž je určený pro výzkum a vývoj záběru v ozubení v oblasti automobilních aplikací (převodová ústrojí). Tento testovací stav má splnit velikostní kritéria tak, aby jej bylo možno umístit do bezdozvukové místnosti na ÚADI z důvodu možnosti provádění měření hluku s vysokou mírou opakovatelnosti.

Převodová ústrojí osobních automobilů musí být navržena tak, aby byla schopna zajistit využití pohonné jednotky při optimálních provozních podmínkách, a to napříč všemi jednotlivými jízdními režimy. Z tohoto důvodu jejich vlastnosti, jako je například tvar, hmotnost, velikost, efektivnost apod. podléhají neustálému vývoji. Tento vývoj má přinést zdokonalení, jako je například snižování ztrát převodového ústrojí, snižování emisí, zlepšení komfortu, což je spjato s vibracemi a hlukem, **zmenšení zástavbových rozměrů** nebo **snížení hmotnosti jednotlivých komponent**, a to vše při zachování požadované minimální životnosti. V důsledku nároků kladených na testovací stav byla podrobena část testovacího stavu sloužící pro vyvození předepnutí (viz obrázek 26 detail) optimalizaci.

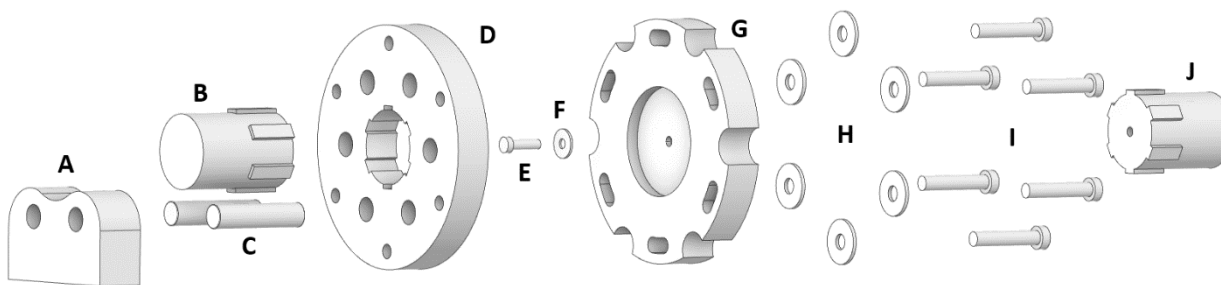


Obrázek 26: Model celkového testovacího stavu s detailem na optimalizovanou soustavu.

Na obrázku 26 je zobrazen model celkového testovacího stavu (nahore) s detailem na sestavu, která je předmětem optimalizace (dole). Tento obrázek představuje koncepční návrh sestavy, takže není dostatečně detailní (např. chybějící rovnoboké drážkování, chybějící šrouby apod.).

4.4.1 MODEL GEOMETRIE

Předmětem optimalizace budou **pevná a volná příruba**. Model geometrie, který však bude používán v procesu topologické optimalizace, bude obsahovat komponenty navíc, které jsou stěžejní z hlediska uložení nebo z hlediska tvorby vazeb. Mezi tyto komponenty patří čepy, pomocí kterých je realizována aretace volné příruby, základní těleso v podobě „domku“, které je používáno pro uchycení čepů, hřídele, na kterých jsou pomocí rovnobokého drážkování chyceny příruby, sada sedmi šroubů (šest šroubů se šestihrannou hlavou M12, jeden šroub se šestihrannou hlavou M8). Chycení volné příruby je realizováno pouze pomocí rovnobokého drážkování, pohyb v axiálním směru je tedy možný, pevná příruba disponuje identickým chycením jako příruba volná, pohyb v axiálním směru je však zamezen spojením této příruby s hřídelem prostřednictvím předepjatého šroubového spoje šroubem se šestihrannou hlavou M8). V druhém kroku zatížení jsou pevná a volná příruba spojeny prostřednictvím předepjatých šroubových spojů pomocí sady šesti šroubů se šestihrannou hlavou M12. Podložky pod šrouby jsou přítomny z důvodu zvětšení styčné plochy mezi šrouby a pevnou přírubou. V obrázku 27 je zobrazen model geometrie celkové soustavy složen z dílčích součástí:



Obrázek 27: Popis modelu geometrie celkové soustavy.

- A – základní těleso v podobě domku,
- B – hřídel pro chycení volné příruby,
- C – čepy pro aretaci volné příruby,
- D – volná příruba,
- E – šroub s šestihrannou hlavou M8 pro chycení pevné příruby,
- F – podložka pod šroub s šestihrannou hlavou M8,
- G – pevná příruba,
- H – podložky pod sadu šesti šroubů se šestihrannou hlavou M12,
- I – sada šesti šroubů se šestihrannou hlavou M12 pro vzájemné uchycení obou přírub,
- J – hřídel pro chycení pevné příruby.

4.4.2 POPIS ZATÍŽENÍ

Průběh zatížení na sestavě se skládá z následujících dílčích částí:

- 1) Volná příruba je uchycena pomocí čepů k základnímu tělesu,
- 2) na pevné přírubě je pomocí páky vyvozeno zatížení v podobě krouticího momentu o velikosti 3000 N·m,
- 3) obě příruby jsou spojeny předepjatým šroubovým spojem a uchycení volné příruby je odstraněno,
- 4) testovací stav je provozován napříč celým otáčkovým rozsahem.

Celý průběh zatížení je navrhnut tak, aby byla v kroku 3) vytvořena smyčka s uzavřeným tokem krouticího momentu. Tato skutečnost například umožňuje volné vytažení čepů (uchycení volné příruby) z příruby.

4.4.3 MODEL MATERIÁLU

Jako materiál byla použita klasická konstrukční ocel, jejíž model – model hookovského izotropního lineárního materiálu – disponuje následujícími vlastnostmi:

- $E = 210 \text{ GPa}$,
- $\mu = 0,3$,
- $R_e = 300 \text{ MPa}$.

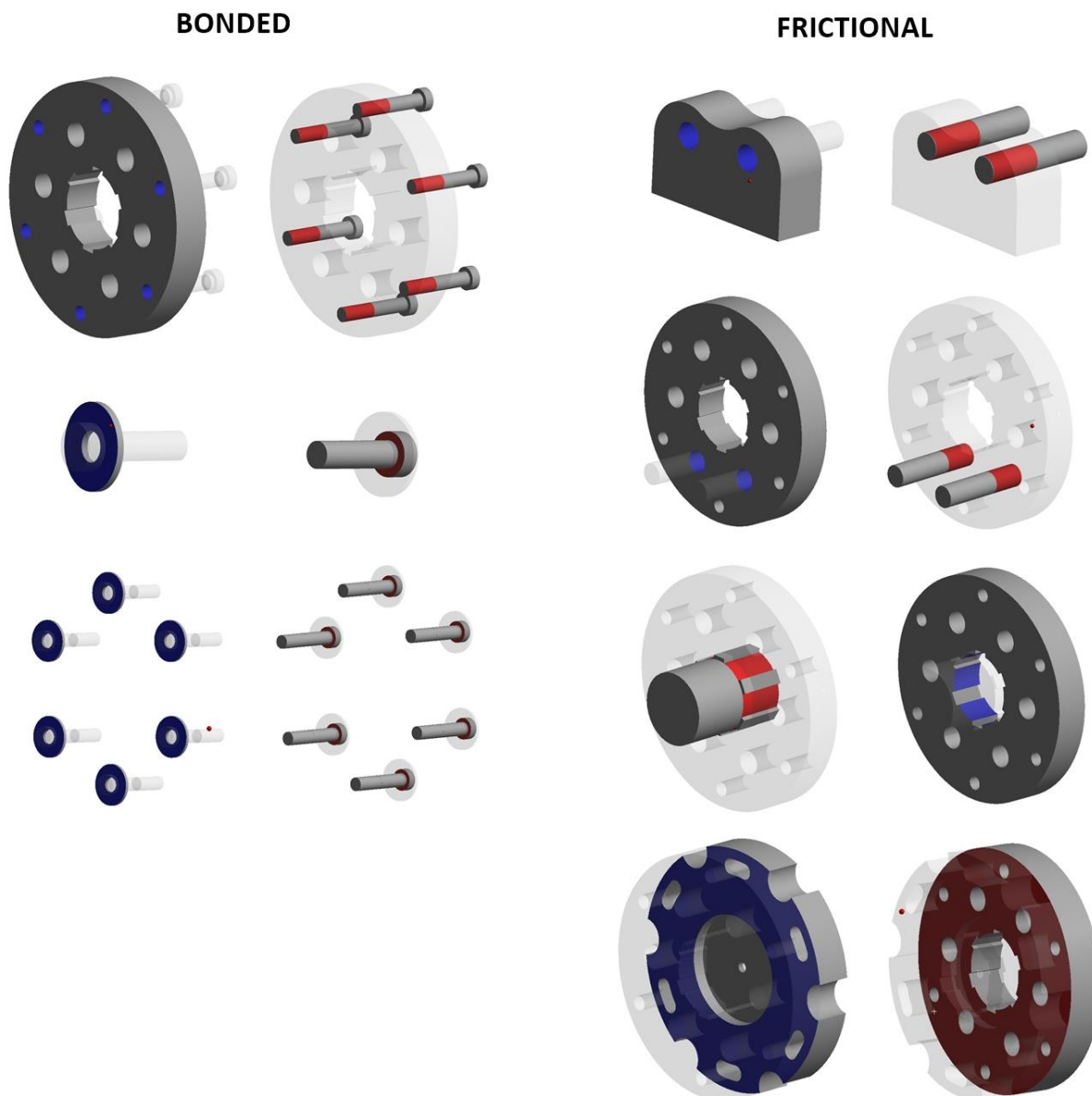
4.4.4 MODEL KONTAKTŮ

Poněvadž jsou předmětem topologické optimalizace součásti, jež jsou dílčími částmi celkové soustavy, musel být brán zřetel na správné nastavení vzájemných kontaktů všech těles tvořící tuto sestavu. V analýze byly využity dva typy kontaktů, které Ansys Workbench mimo jiné poskytuje. Jedná se o kontakt typu **bonded** a kontakt typu **frictional**.

Bonded kontakt mezi dvěma tělesy představuje nerozdělitelnou vazbu, tento model kontaktu se používá v místech, kde je předpokládán nulový relativní pohyb v rámci kontaktní dvojice. V této analýze byl bonded kontakt použit v kontaktní dvojici, jež představuje spoj mezi profilem šroubu a závitem (viz obrázek 28 nalevo) a mezi podložkami a čelem hlavy šroubů pro zvětšení styčné plochy mezi šroubem a přírubou.

Fricitonal kontakt mezi dvěma tělesy představuje vazbu, v níž je předpokládán nenulový relativní pohyb v rámci kontaktní dvojice. Tento pohyb je však doprovázen třením, nezbytným parametrem pro úplné definování této vazby je tedy součinitel tření, jenž je přímo definován pro různé kontaktní dvojice. V této analýze byl použit frictional kontakt ve všech místech, v nichž mezi kontaktními dvojicemi dochází ke tření (viz obrázek 28 napravo). Hodnota součinitele tření byla nastavena na 0,2, což je obvyklá hodnota pro tření mezi ocelovými povrchy.

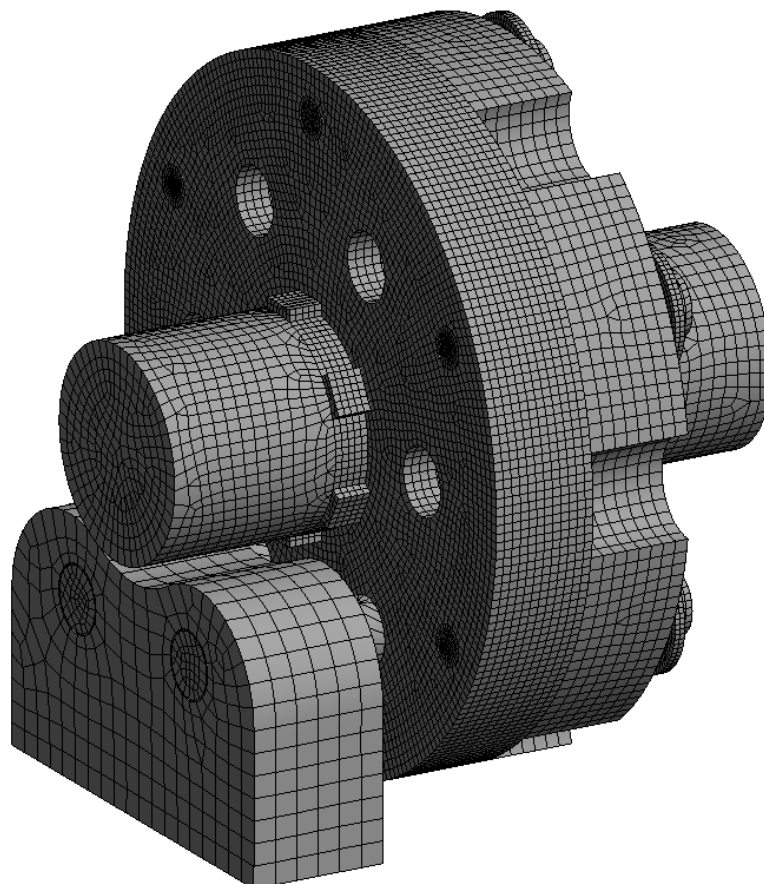
V obrázku 28 jsou zobrazeny příklady kontaktů frictional a bonded na sestavě podléhající analýze. Z důvodu velkého množství použitých kontaktů nebyly zobrazeny všechny. Červené plochy označují „contacts“ a modré plochy označují „targets“ (viz terminologie označení kontaktních dvojic v Ansys Workbench), obě plochy dohromady tvoří kontaktní dvojici.



Obrázek 28: Ukázka kontaktů použitých v analýze.

4.4.5 SÍŤ KONEČNÝCH PRVKŮ

Po vytvoření kontaktů mezi dílčími tělesy sestavy sloužících pro přesný popis vzájemného chování těles byla provedena diskretizace modelu (viz obrázek 29). Na jednotlivá tělesa byla předepsána velikost elementů s ohledem na vzájemné kontaktní oblasti. Právě vzhledem k vzájemnému kontaktu těles ve válcových oblastech bylo nutné věnovat zvýšenou pozornost nastavení sítě. Síť konečných prvků disponovala 264337 prvky a 960046 uzly. Bylo nutno použití plné licence programu Ansys Workbench.

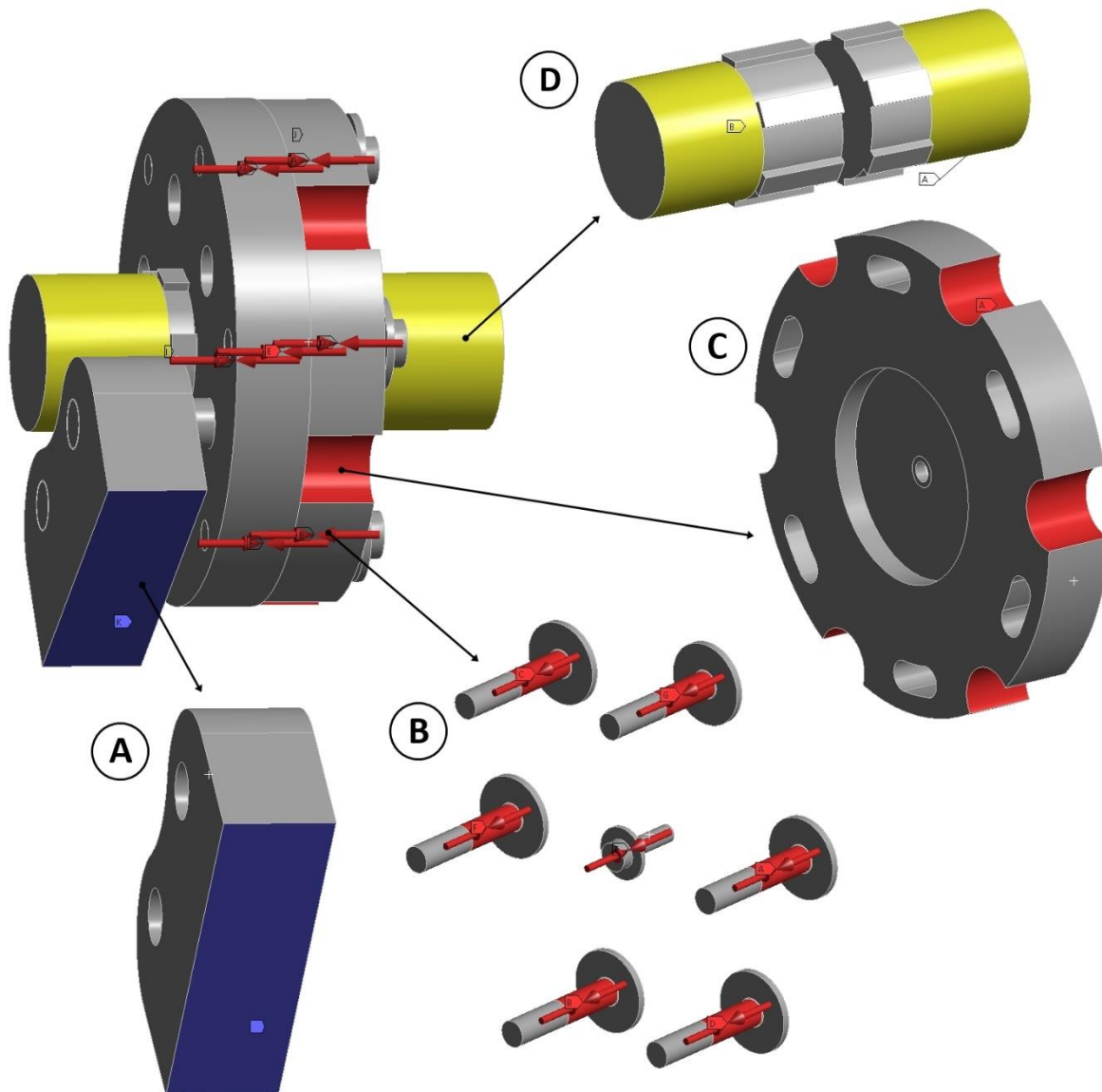


Obrázek 29: Síť konečných prvků modelu geometrie řešené sestavy.

4.4.6 MODEL OKRAJOVÝCH PODMÍNEK

Zatížení sestává z vnějšího silového působení způsobeného:

- tvorbou krouticího momentu, který je zpočátku přenášen skrze hřídele a ozubená kola z pevné příruby na přírubu volnou, následně prostřednictvím spojení obou přírub,
- tvorbou zatížení prostřednictvím třecího spoje obou přírub realizovaného pomocí vytvoření předpětí ve spojovacích šroubech.



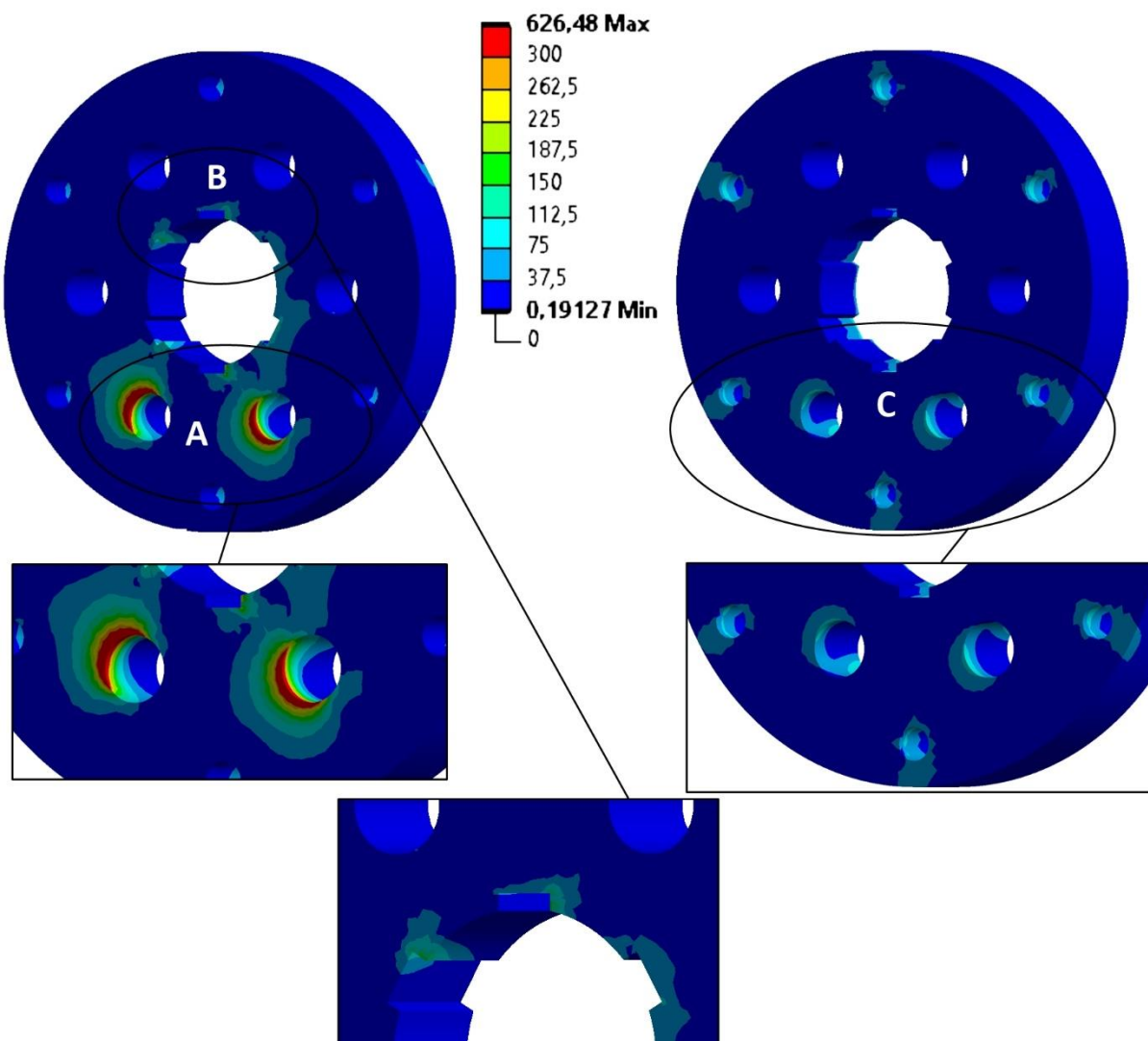
Obrázek 30: Model okrajových podmínek řešené sestavy.

Na obrázku 30 jsou vyobrazeny kompletní okrajové podmínky řešené soustavy. Modrá plocha, tedy část A, představuje vazbu, jež zamezuje pohyb ve všech směrech kartézského souřadného systému, tato vazba reprezentuje pevné spojení domku s kostrou konstrukce. Okrajové podmínky v části B představují předpětí vytvořené v sadě sedmi šroubů, hodnoty osové síly vytvořené předpětím těchto šroubů byly brány z dostupných tabulek [18]. Okrajová podmínka v oblasti C reprezentuje krouticí moment vytvořený pomocí páky o velikosti 3000 N·m. Poslední okrajové podmínky označené žlutou barvou, tedy část D, povolují pouze rotaci v axiálním směru hřídele, reprezentují tedy uložení těchto hřídelů do ložisek.

4.4.7 NAPĚŤOVÁ ANALÝZA

VOLNÁ PŘÍRUBA

Po provedení diskretizace a nadefinování okrajových podmínek byla uskutečněna napěťová analýza celé soustavy. Stěžejní jsou z hlediska topologické optimalizace výsledky redukovaného napětí po objemu volné a pevné příruby (viz obrázky 31 a 32), poněvadž pouze ty jsou předmětem optimalizace. Celková konstrukce soustavy byla však dimenzována tak, aby nedošlo k překročení mezní hodnoty bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti, respektive aby omezující podmínka maximálního napětí byla splněna. Na obrázku 31 je vyobrazena napěťová analýza modelu volné příruby.



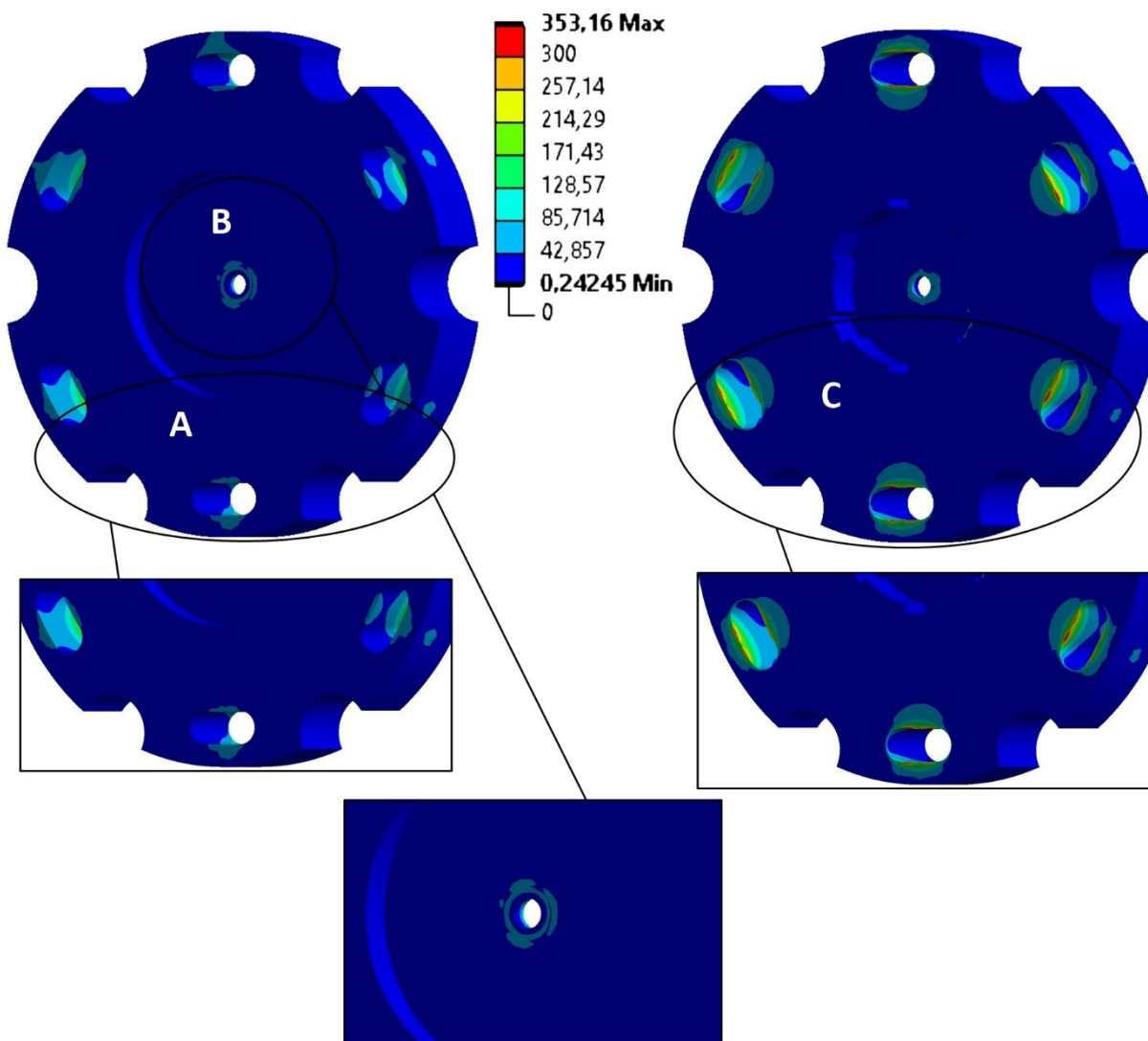
Obrázek 31: Napěťová analýza výchozí součásti volné příruby.

ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

Z obrázku 31 lze vidět, že napětí rozložené po objemu součásti volné příruby nabývá značně vyšších hodnot, než je maximální dovolená hodnota napětí (mez kluzu). Je nutné si ovšem uvědomit validnost těchto výsledků, vzhledem ke skutečnosti, že v oblasti A se s posunem v radiálním směru směrem k díře rapidně zvedá napětí v rámci velice malé vzdálenosti a že při analýze oblasti, jež není bezprostředně blízko dířám pro čepy se hodnota napětí skokově snižuje na přibližně 260 MPa, lze tedy konstatovat, že se jedná o singularitu, čili že napětí roste do teoretických nekonečných hodnot, to znamená, že získané napětí 626 MPa tedy neodpovídá skutečnosti. Dále je nutné brát v úvahu, že je celá tato oblast namáhána tlakovým kontaktním zatížením. Tento fakt je potřeba zvážit z důvodu, že materiálové charakteristiky pro tahové a tlakové zatížení jsou odlišné, v případě zde použitého materiálu jsou charakteristiky v tlaku vyšší. V neposlední řadě na reálné součásti dojde ke zkosení hran, čímž dojde k odstranění oblasti s nejvyšší hodnotou napětí, pro detailní analýzu by bylo nutné modelovat součásti s tímto zkosením. V tabulkovém porovnávání budou tyto skutečnosti brány v úvahu a u každé oblasti proběhne posouzení validnosti výsledků s ohledem na možné singularity.

PEVNÁ PŘÍRUBA

Na obrázku 32 je vyobrazena napěťová analýza modelu pevné příruby.



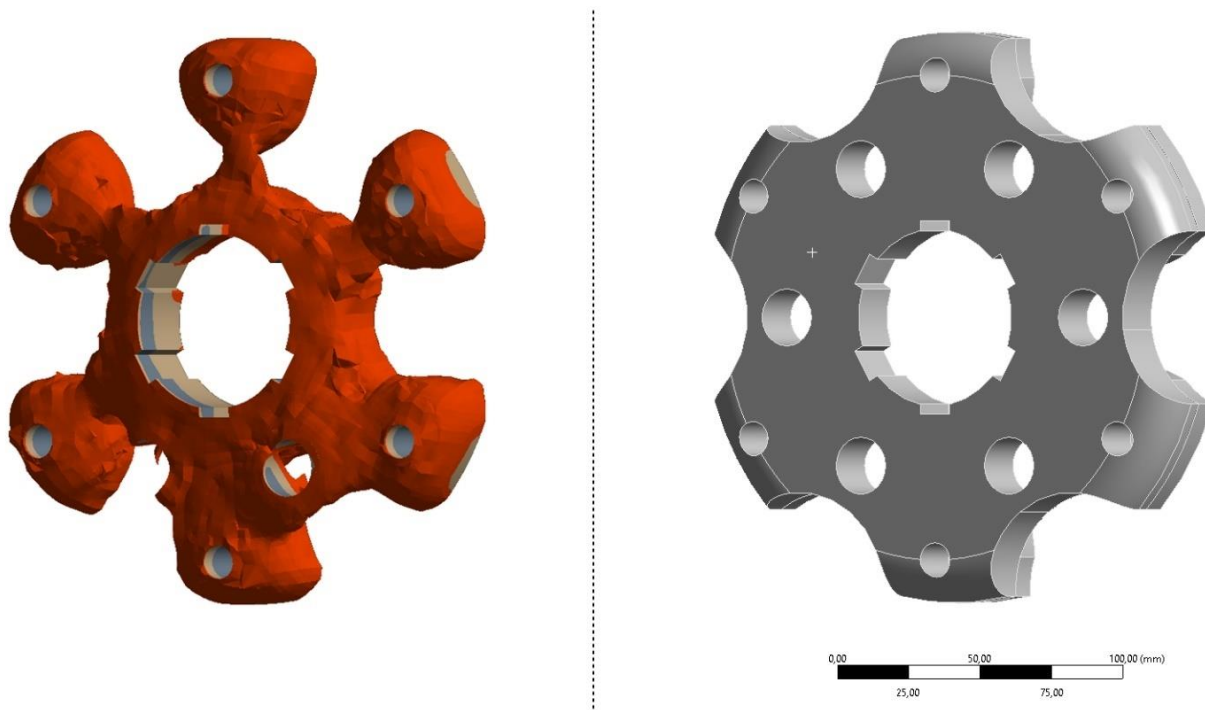
Obrázek 32: Napěťová analýza výchozí součásti pevné příruby

ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

Po analýze obrázku 32 lze říci, že napětí rozložené po objemu součásti volné příruby nabývá značně vyšších hodnot, než je maximální dovolená hodnota napětí (mez kluzu). Při zhodnocování těchto výsledků je ovšem nutné si uvědomit jejich validnost, poněvadž konkrétně v oblasti C se vysoké hodnoty napětí koncentrují pouze na hranách děr pro šrouby a s nepatrným posunem od těchto míst dále napětí skokově klesá na hodnoty přibližně 210 MPa a menší. Na základě této skutečnosti je viditelné, že se jedná o singularitu a získané napětí 353 MPa tedy neodpovídá skutečnosti. Následně je opět nutné brát v úvahu, že je celá tato oblast namáhána tlakovým kontaktním zatížením. Tento fakt je potřeba zvážit z důvodu, že materiálové charakteristiky pro tahové a tlakové zatížení jsou odlišné, v případě zde použitého materiálu jsou charakteristiky v tlaku vyšší. V tabulkovém porovnávání budou tyto skutečnosti brány v úvahu a u každé oblasti proběhne posouzení validnosti výsledků s ohledem na možné singularitu.

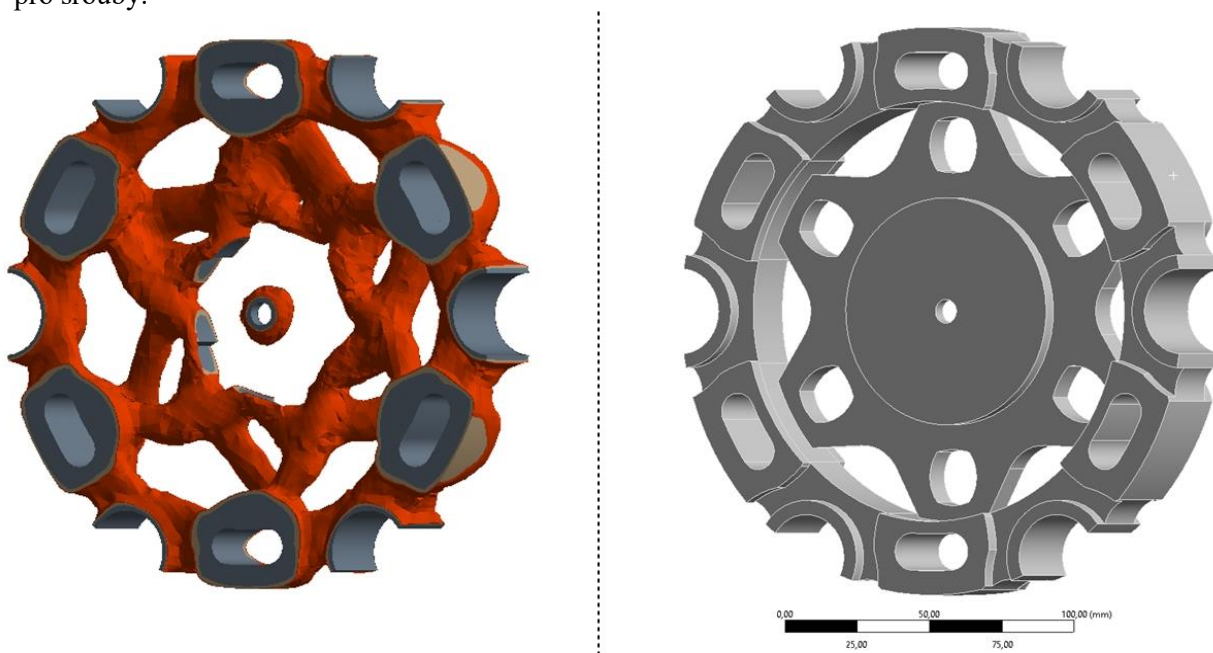
4.4.8 TOPOLOGICKÁ OPTIMALIZACE

Napětí po objemu modelu volné a pevné příruby je koncentrováno pouze v určitých místech (viz obrázky 31 a 32). Velké množství hmoty je málo zatíženo, což odpovídá nízkým hodnotám napětí, tyto součásti jsou tedy ideálními předměty pro topologickou optimalizaci. V obrázcích 33 a 34 jsou vyobrazeny zoptimalizované modely volné a pevné příruby.



Obrázek 33: Topologicky zoptimalizovaná volná příruba a model podle ní vytvořený.

Při vytváření modelu optimalizované součásti volné příruby byl dodržen požadavek šesti děr pro jednodušší vymezení pozice těchto děr vůči dvěma čepům (viz obrázek 33 napravo). Většinová hmotnostní redukce byla provedena zmenšením tloušťky součásti a odebráním materiálu mezi dírami pro šrouby.



Obrázek 34: Topologicky zoptimalizovaná pevná příruba a model podle ní vytvořený.

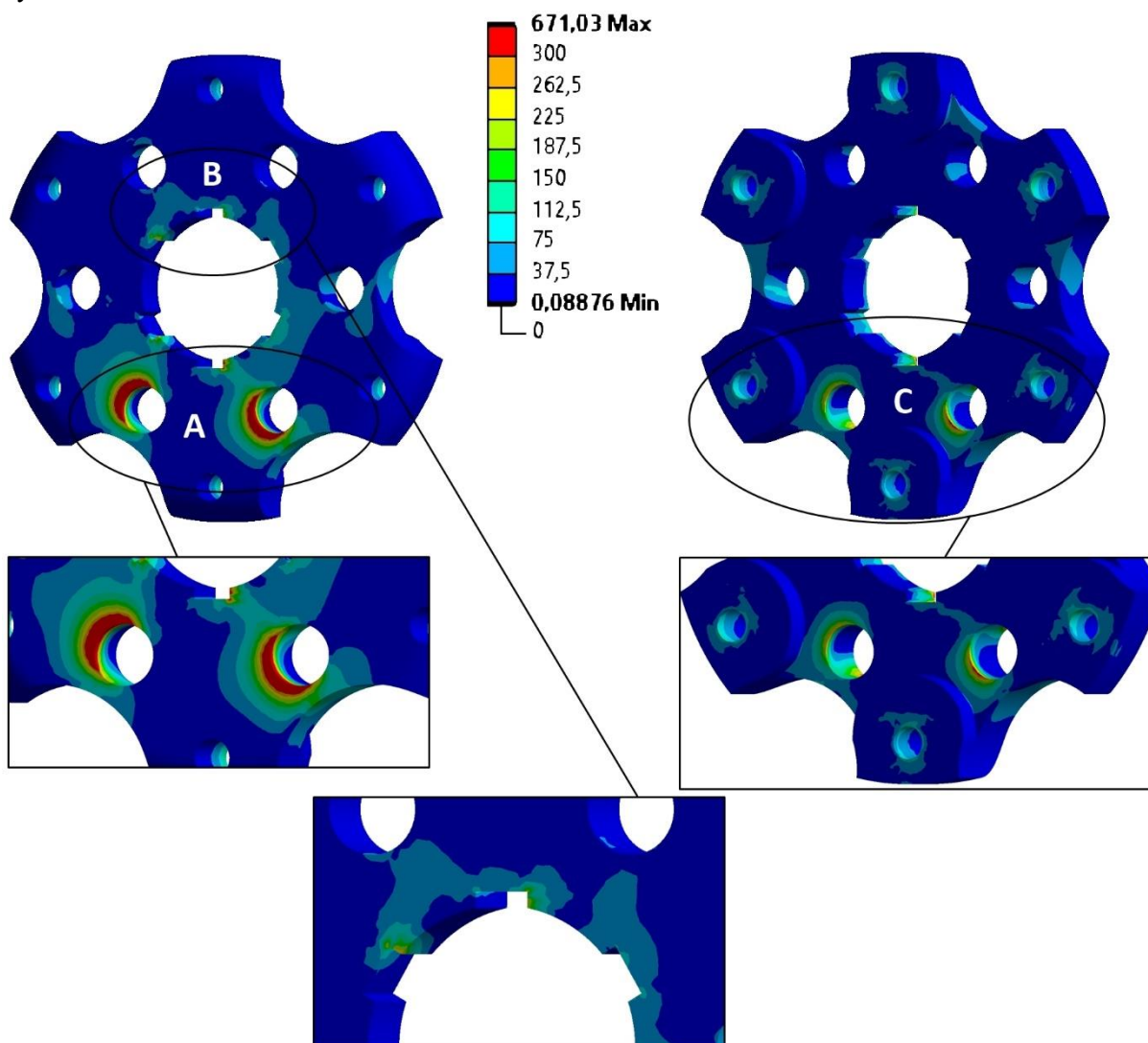
Při vytváření modelu optimalizované součásti pevné příruby byla ponechána hmota ve středu této příruby, která zde figuruje jako dosedací plocha pro hřídel, jedná se tedy o funkční plochu a z tohoto důvodu nemohla být odstraněna (viz obrázek 34).

Proces topologické optimalizace byl nastaven tak, aby optimalizovaná součást zaujímala 35 % hmotnosti součásti výchozí. Toto nastavení bylo použito z důvodu lepších a efektivnějších výsledků, konečný tvar získaný u obou přírub po topologické optimalizaci byl však zredukován příliš – oranžově zabarvená hmota na obrázcích 33 a 34 by byla odstraněna také. To by však vedlo k nebezpečnému řešení optimalizace, pro modelování optimalizované součásti byly tedy použity dřívější iterace procesu topologické optimalizace, v nichž již redukce materiálu nebyla tak razantní – tento tvar tedy splňuje omezující podmínku maximální dovolené hodnoty napětí (meze kluzu), respektive bezpečnost těchto součástí je vyšší než bezpečnost mezní (minimální dovolená).

4.4.9 ANALÝZA OPTIMALIZOVANÝCH SOUČÁSTÍ

VOLNÁ PŘÍRUBA

Analýza optimalizované součásti slouží jako validace výsledků topologické optimalizace. Výstupem tohoto procesu je zjištění rozložení hodnot napětí na optimalizované součásti. Na obrázku 35 je vyobrazena analýza optimalizované geometrie volné příruby s detaily oblastí, tyto oblasti A (dvě díry pro čepy), B (díra s drážkováním pro uchycení hřídele) a C (díry pro šrouby) slouží k bližšímu porovnání hodnot redukovaného napětí (viz tabulka 7) mezi optimalizovanou součástí a součástí výchozí.



Obrázek 35: Napěťová analýza topologicky optimalizované součásti volné příruby.

Vybraná místa byla zvolena v okolí spojů volné příruby s ostatními tělesy z důvodu zdejší koncentrace napětí, jedná se tedy o nejnebezpečnější místa z hlediska bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti na modelu volné příruby. Porovnání maximálních hodnot napětí v těchto oblastech je v tabulce 7.

ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

Na obrázku 35 lze vidět, že napětí objevující se na součásti volné příruby nabývá značně vyšších hodnot, než je maximální dovolená hodnota napětí (mez kluzu). Opět je nutné si uvědomit správnost těchto hodnot vzhledem ke skutečnosti, že v oblasti A se opět s posunem v radiálním směru směrem k díře významně zvedá napětí v rámci malé vzdálenosti a že při analýze oblasti, jež není bezprostředně blízko díram pro čepy, se hodnota napětí skokově snižuje na přibližně 200 MPa. Na základě této skutečnosti je vyvozen závěr, že se jedná o singularitu a získané napětí 670 MPa tedy neodpovídá skutečnosti. Následně je nutné brát v úvahu, že je celá tato oblast namáhána tlakovým kontaktním zatížením. Tento fakt je potřeba zvážit z důvodu, že materiálové charakteristiky pro tahové a tlakové zatížení jsou odlišné, v případě zde použitého materiálu jsou charakteristiky v tlaku vyšší. V neposlední řadě na reálné součásti dojde ke zkosení hran, čímž dojde k odstranění oblasti s nejvyšší hodnotou napětí, pro detailní analýzu by bylo nutné modelovat součásti s tímto zkosením. V tabulkovém porovnávání budou tyto skutečnosti brány v úvahu a u každé oblasti proběhne posouzení validnosti výsledků s ohledem na možnou singularitu. V tabulce 7 jsou porovnány hodnoty maximálního redukovaného napětí v nejnebezpečnějších místech mezi optimalizovaným a výchozím modelem volné příruby.

Tabulka 7: Porovnání napětí ve vybraných oblastech.

Maximální redukované napětí	A	B	C
Výchozí součást	260 MPa	170 MPa	100 MPa
Optimalizovaná součást	270 MPa	170 MPa	160 MPa

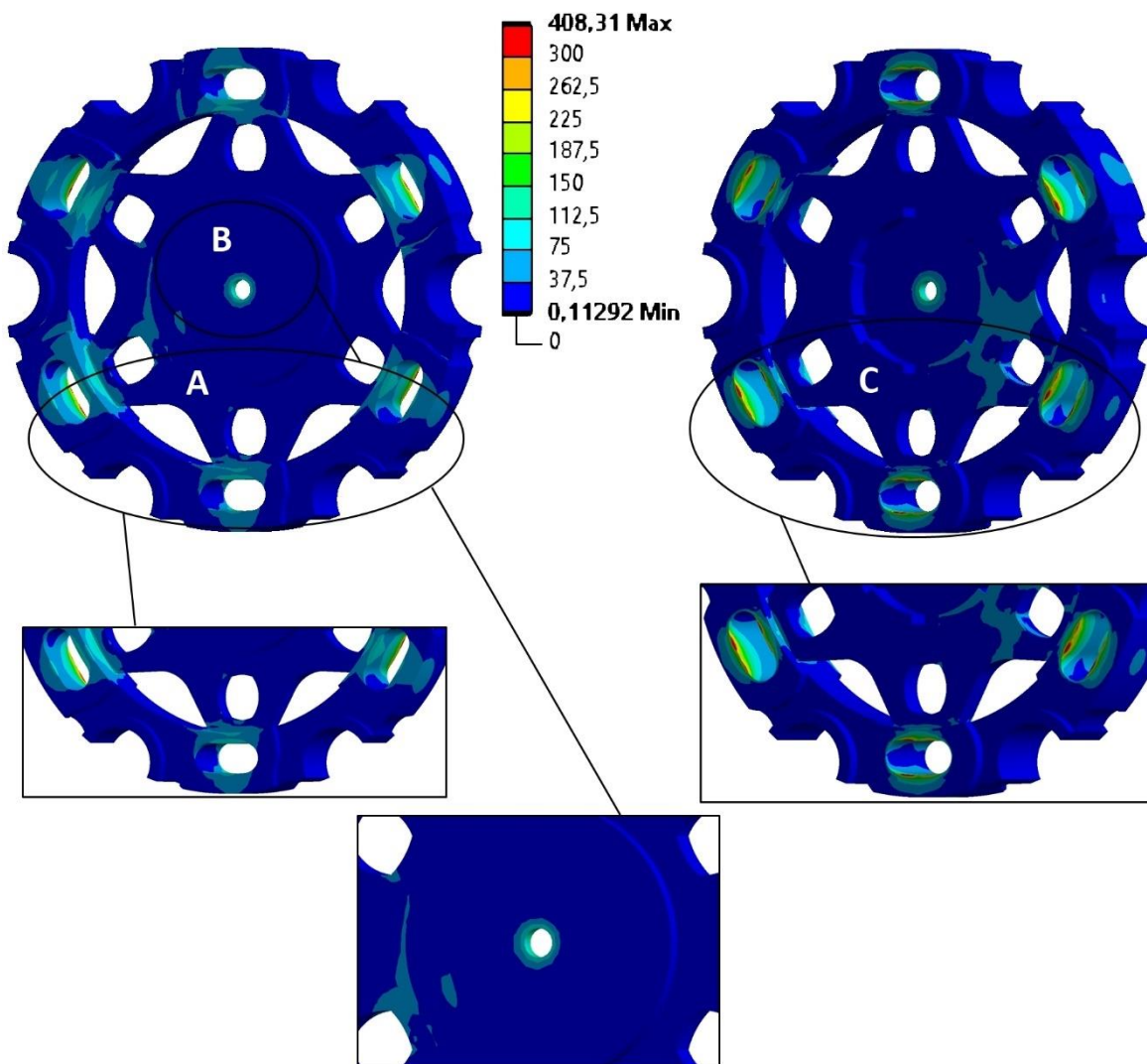
Hmotnost optimalizované součásti zaujímá **60,2 %** hmotnosti součásti výchozí. Redukované napětí vzrostlo o hodnotu o $\Delta\sigma_{\text{redukované}}^{\text{max}} = 10 \text{ MPa}$ a došlo k poklesu bezpečnosti na hodnotu $k_{\kappa, \text{optimalizovaná}} = 1,111$. S významným snížením hmotnosti spolu se zachováním bezpečnosti modelu volné příruby (viz tabulka 8) při použití dříve zmíněného materiálu lze prohlásit optimalizaci za **úspěšnou**.

Tabulka 8: Porovnání výsledků topologické optimalizace mezi výchozí a optimalizovanou součástí.

Porovnání	Hmotnost	Maximální redukované napětí	Bezpečnost
Výchozí součást	6,03 kg	260 MPa	1,154
Optimalizovaná součást	3,63 kg	270 MPa	1,111

PEVNÁ PŘÍRUBA

Stejný proces byl proveden taktéž na pevné přírubě. Na obrázku 36 je zobrazena napěťová analýza optimalizované geometrie pevné příruby spolu s detaily vybraných oblastí obsahujících koncentrace napětí – nejnebezpečnějších míst na modelu pevné příruby – A (díry pro šrouby), B (středová díra pro šroub) a C (díry pro šrouby). Tyto oblasti slouží pro konkrétnější porovnání hodnot redukovaného napětí po objemu modelu pevné příruby mezi optimalizovanou a výchozí verzí.



Obrázek 36: Napěťová analýza topologicky optimalizované součásti pevné příruby.

ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

Z obrázku 35 lze vidět, že napětí po objemu součásti pevné příruby nabývá značně vyšších hodnot, než je maximální dovolená hodnota napětí (mez kluzu). Je nutné si ovšem uvědomit validnost těchto výsledků, vzhledem ke skutečnosti, že v oblasti C se vysoké hodnoty napětí koncentrují pouze po hranách děr pro šrouby a s nepatrným posunem od těchto hran dále napětí skokově klesá na hodnoty přibližně 200 MPa a menší, lze konstatovat, že se jedná o singularitu a získané napětí 408 MPa tedy neodpovídá skutečnosti. Dále je nutno brát v úvahu, že je celá tato oblast namáhána tlakovým kontaktním zatížením, přičemž materiálové charakteristiky pro tahové a tlakové zatížení jsou odlišné a v případě použitého materiálu jsou jeho charakteristiky v tlaku vyšší. V tabulkovém porovnávání budou tyto skutečnosti brány v úvahu a u každé oblasti proběhne posouzení validnosti výsledků s ohledem na možnou singularitu. V tabulce 9 jsou porovnány hodnoty maximálního redukovaného napětí v nejnebezpečnějších místech mezi optimalizovaným a výchozím modelem pevné příruby.

Tabulka 9: Porovnání napětí ve vybraných oblastech.

Maximální redukované napětí	A	B	C
Výchozí součást	210 MPa	120 MPa	210 MPa
Optimalizovaná součást	125 MPa	150 MPa	220 MPa

Hmotnost optimalizované součásti zaujímá **53,9 %** hmotnosti součásti výchozí. Redukované napětí vzrostlo o hodnotu o $\Delta\sigma_{redukované}^{max} = 10 \text{ MPa}$ a došlo k poklesu bezpečnosti na hodnotu $k_{x,optimalizovaná} = 1,364$. S významným snížením hmotnosti spolu se zachováním bezpečnosti modelu volné příruby (viz tabulka 10) při použití dříve zmíněného materiálu lze prohlásit optimalizaci za **úspěšnou**.

Tabulka 10: Porovnání výsledků topologické optimalizace mezi výchozí a optimalizovanou součástí.

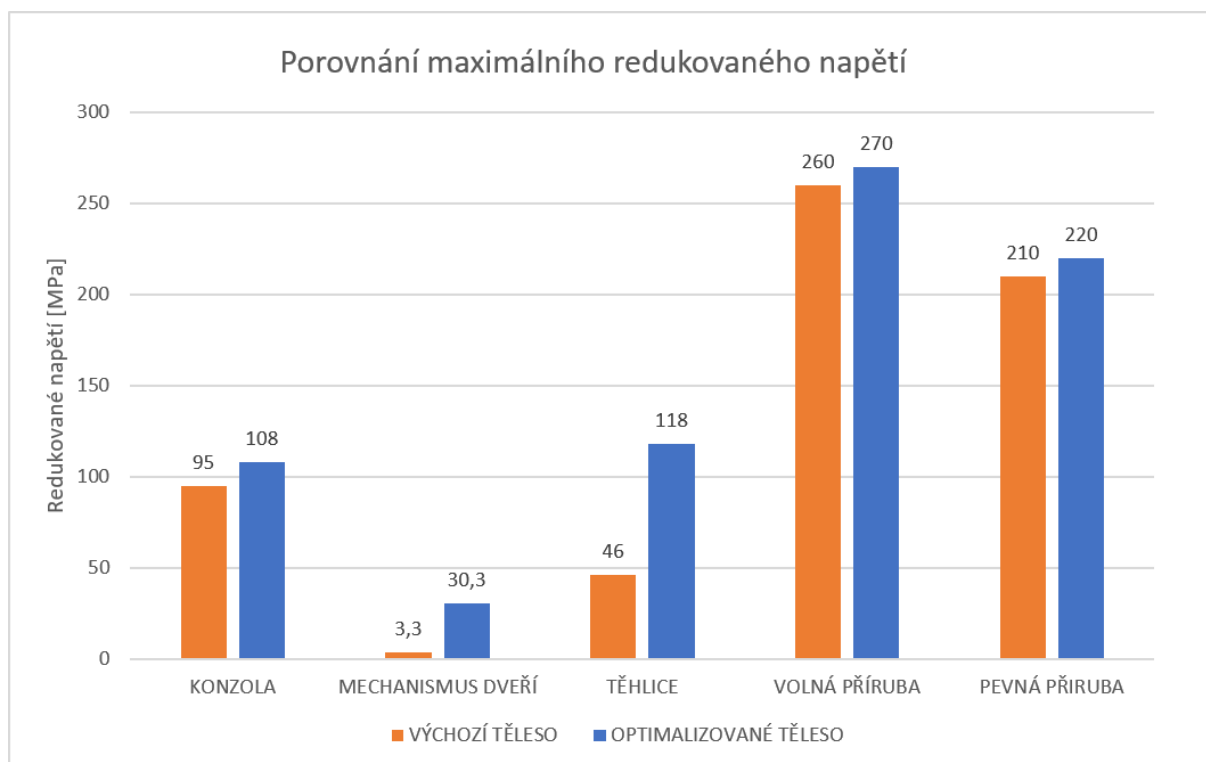
Porovnání	Hmotnost	Maximální redukované napětí	Bezpečnost
Výchozí součást	5,5489 kg	210 MPa	1,429
Optimalizovaná součást	2,9898 kg	220 MPa	1,364

Závěr

Cílem této práce, jež byla zaměřena na optimalizaci konstrukčních návrhů, byl souhrn využívaných přístupů, respektive numerických řešičů vhodných pro použití optimalizace, ukázka optimalizace v programu Ansys Workbench a využití této optimalizace na konstrukčním prvku pro zástavbu do testovacího stavu. Optimalizovány bylo celkově pět součástí, **konzola**, **mechanismus vertikálních dveří**, **těhlice** předního kola elektrické formule a nakonec **pevná a volná příruba**, jež jsou součástí zátěžného stavu pro testování ozubených soukolí. V následujících obrázcích (viz obrázky 37, 38 a 39) je uvedeno porovnání třech stěžejních hodnot (redukované napětí, bezpečnost vůči MSP a hmotnost), pomocí nichž lze vyhodnotit kvalitu provedené topologické optimalizace.

POROVNÁNÍ MAXIMÁLNÍHO REDUKOVANÉHO NAPĚTÍ

Prvním porovnávaným kritériem je maximální redukované napětí na součástech, viz obrázek 37.

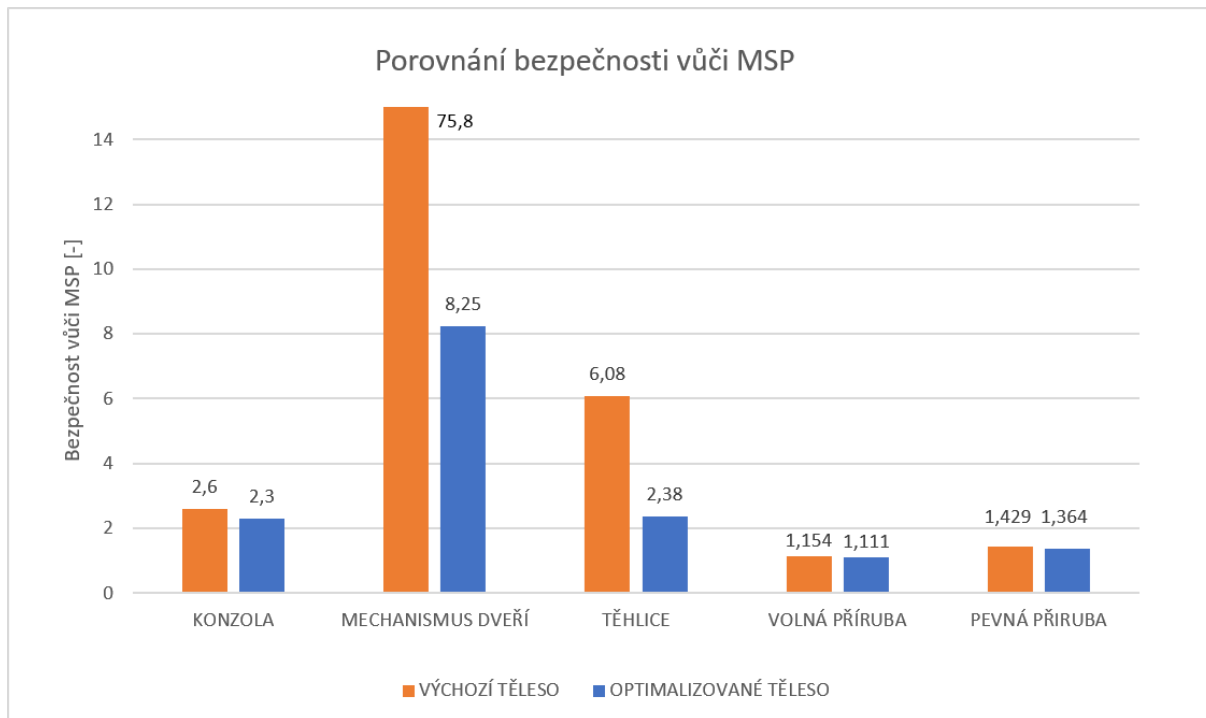


Obrázek 37: Porovnání maximálních hodnot napětí napříč všemi součástmi.

Dle obrázku 37 lze vidět, že u každé řešené součásti došlo po její topologické optimalizaci k nárůstu maximální hodnoty redukovaného napětí. Nárůst však nebyl razantní a ani v jednom případě nebylo dosaženo maximální dovolené hodnoty napětí (meze kluzu).

POROVNÁNÍ BEZPEČNOSTI

Dalším porovnávaným kritériem jsou bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti. Dle obrázku 38 lze vidět, že u každé řešené součásti došlo po její topologické optimalizaci k poklesu hodnoty bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti. Pokles však ani v jednom procesu topologické optimalizace nebyl natolik razantní, aby daná bezpečnost klesla pod minimální (hraniční) hodnotu bezpečnosti, která byla definována následovně: $k_{\kappa, \text{minimální}} = 1$.



Obrázek 38: Porovnání bezpečností vůči MSP napříč všemi součástmi.

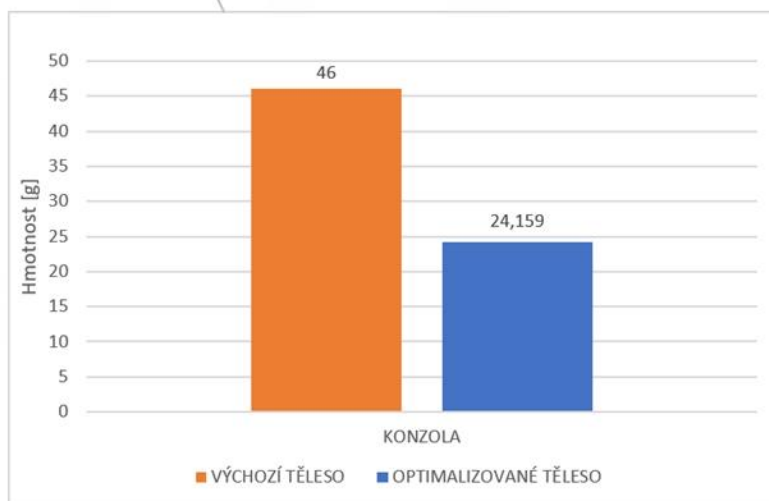
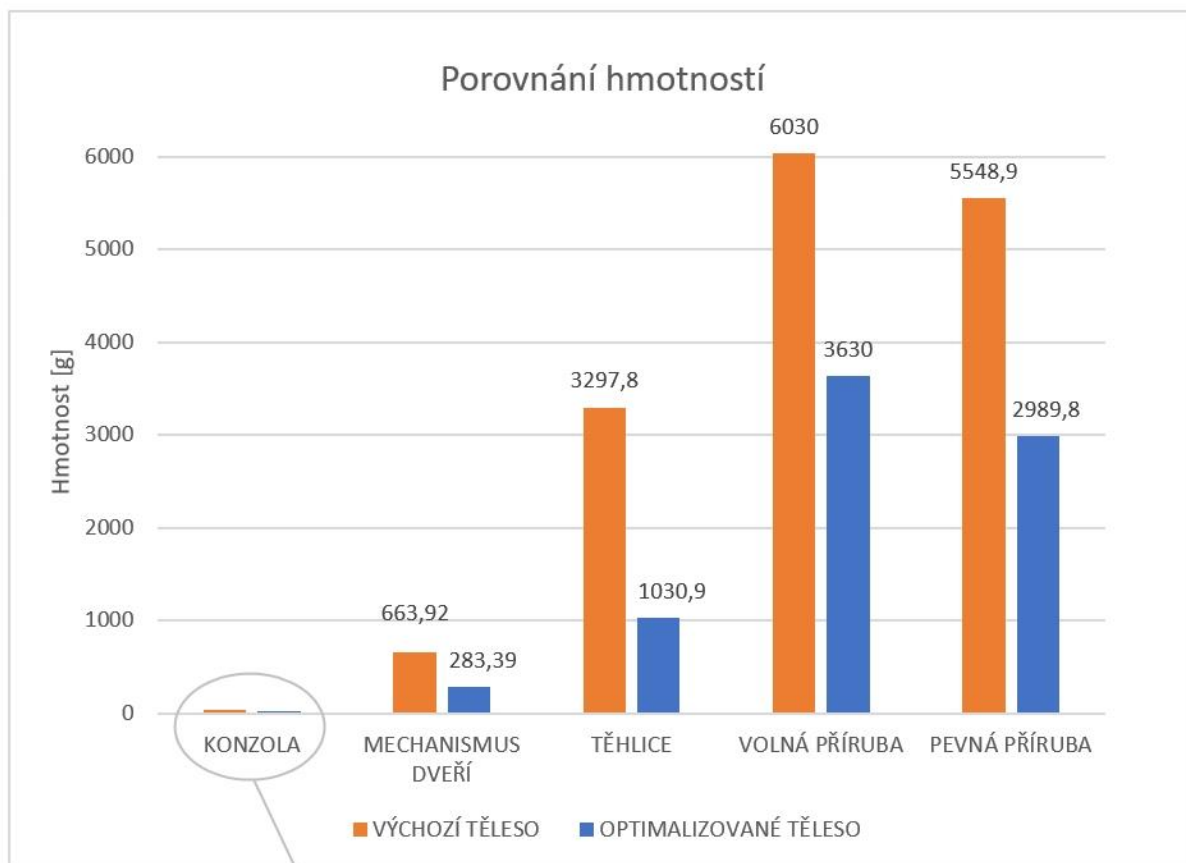
POROVNÁNÍ HMOTNOSTÍ

Posledním porovnávaným kritériem jsou hmotnosti. Dle obrázku 39 lze vidět, že u každé řešené součásti došlo po její topologické optimalizaci k poklesu hmotnosti. Poklesy u všech součástí byly razantní, velká část materiálu byla tedy ušetřena, čímž by mělo v praxi dojít i k ušetření vynaložených finančních prostředků.

SOUHRN

Na základě všech porovnávacích kritérií lze posoudit procesy topologické optimalizace u všech součástí, kterým se bylo v této práci věnováno, za **úspěšné**. Hmotnosti byly zredukovány za dodržení všech omezujících podmínek stanovených řešitelem.

Model součásti volné příruby vykazoval nejvyšší redukované napětí ze všech součástí, z tohoto důvodu se objevuje možnost návrhu alternativy provedení spojení mezi touto přírubou a domkem, protože nejvyšší napětí se centralizovalo právě kolem děr pro čepy, které fungují právě jako spoj mezi těmito dvěma komponentami. Nové navrhované spojení by bylo provedeno spojem prostřednictvím sady dvou šroubů, opět by se tedy jednalo o předepjatý šroubový spoj, jenž by zvýšil kvalitu této vazby a snížil napětí v jejím okolí. Použitím této alternativy by byla taktéž zachována jednotnost v rámci realizace spojů mezi dílčími součástmi napříč celou soustavou vzhledem ke skutečnosti, že předepjatého šroubového spoje je využíváno taktéž ke spojení obou přírub a k fixaci pevné příruby k hřídeli.



Obrázek 39: Porovnání hmotností napříč všemi součástmi.

POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] Optimalizace. WERNER, Tomáš. Optimalizace [online]. Verze ze dne 23. září 2011. Praha, 2011, s. 7 [cit. 2021-5-17]. Dostupné z: https://cw.fel.cvut.cz/old/_media/courses/a4b33opt/cviceni/opt1.pdf
- [2] Strukturální optimalizace. Engineering [online]. Žilina: Engineering.sk, [2020] [cit. 2021-5-16]. Dostupné z: <https://www.engineering.sk/clanky2/informacne-technologie/9231-strukturalni-optimalizace>
- [3] DOLEŽAL, Tomáš. Těhlice formulového vozu z hliníkové slitiny [online]. Brno, 2020 [cit. 2021-5-20]. Dostupné z: <https://dspace.vutbr.cz/xmlui/bitstream/handle/11012/191774/final-thesis.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně. Vedoucí práce Ing. Michal Janoušek, Ph.D.
- [4] Topologická optimalizace příhradových konstrukcí: Nelineární návrh příhradových konstrukcí na více zatěžovacích stavu a optimalizace tvaru konstrukce [online]. Praha, 2005 [cit. 2021-5-17]. Dostupné z: https://mech.fsv.cvut.cz/wiki/images/d/dd/Bazant_2005_snajdr.pdf
- [5] ŠEDIVÝ, Jiří. *Topologická optimalizace a bionické konstrukce v aditivní výrobě* [online]. Ostrava, 2017 [cit. 2021-5-16]. Dostupné z: https://www.3dprint-research.com/wp-content/uploads/2019/01/Sedivy_Jiri_text_DP.pdf. Diplomová práce. Vysoká škola Báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní. Vedoucí práce Ing. Marek Pagáč, Ph.D.
- [6] MENŠÍK, Martin. Optimalizace konstrukce skořepiny Praga R1 [online]. Praha, 2017 [cit. 2021-5-16]. Dostupné z: https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/73344/F2-DP-2017-Mensik-Martin-DP_Mensik.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, Ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel. Vedoucí práce Ing. Michal Vašíček, Ph.D.
- [7] GENESIS. Vanderplaats [online]. Michigan: Vanderplaats, 2021 [cit. 2021-5-16]. Dostupné z: <http://www.vrand.com/products/genesis/>
- [8] Abaqus Topology Optimization Module (ATOM): Nonlinear Structural Optimization for Improved, Rapid Product Design. Dassault Systemes [online]. 2012, , 2 [cit. 2021-5-20]. Dostupné z: <https://www.3ds.com/fileadmin/PRODUCTS-SERVICES/SIMULIA/RESOURCES/SIMULIA-Abaqus-Topology-Optimization-Module.pdf>
- [9] Simulia Tosca. Dassault Systemes [online]. Paris: Dassault Systemes, [2021] [cit. 2021-5-16]. Dostupné z: <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/tosca/>
- [10] ABBEY, Tony. Optimization Overview: solidThinking Inspire. Digital Engineering [online]. Framingham, Massachusetts: Digital Engineering, 2018, 1. 4. 2018 [cit. 2021-5-16]. Dostupné z: <https://www.digitalengineering247.com/article/optimization-overview-solidthinking-inspire>
- [11] Altair OptiStruct. Altair [online]. Detroit, Michigan: Altair, [2021] [cit. 2021-5-16]. Dostupné z: <https://www.altair.com/optistruct/>
- [12] REDDY K., Sai Nithin. Topology optimization software for additive manufacturing: a review of current capabilities and a real-world example. ASME 2016 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference [online]. Charlotte, North Carolina, USA, 2016, , 12 [cit. 2021-5-16]. Dostupné z: doi:10.1115/DETC2016-59718
- [13] PETRUŠKA, Jindřich. MKP v inženýrských výpočtech [online]. Brno [cit. 2021-5-17]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/images/opory/MKP%20v%20inzenyrskych%20vypoctech/RIV.pdf>

- [14] BROŽOVSKÝ, Jiří a Petr KONEČNÝ. Metoda konečných prvků ve stavební mechanice [online]. Ostrava, 2012 [cit. 2021-5-17]. Dostupné z: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/metoda_konecnych_prvku_stavebni_mechanika_interaktivne.pdf
- [15] ANDUJAR, Rabindranath. Understanding Finite-Element Modal Analysis. In: Scicomp [online]. 2016 [cit. 2021-5-16]. Dostupné z: <https://scicomp.stackexchange.com/q/24697>
- [16] LI, Jixiong. Lightweight Design of Front Suspension Upright of Electric Formula Car Based on Topology Optimization Method. World Electric Vehicle Journal [online]. 2020, 1. 2. 2020, s. 14 [cit. 2021-5-17]. Dostupné z: <https://www.mdpi.com/2032-6653/11/1/15>
- [17] EN AW-7075 T6 (AlZnMgCu1,5). Alunet - hliníkové profily na míru [online]. Pardubice [cit. 2021-5-17]. Dostupné z: <http://www.alunet.cz/ENAW-7075>
- [18] Utahovací momenty šroubů. Briol - spojovací materiály [online]. Litomyšl [cit. 2021-5-17]. Dostupné z: <https://www.briol.cz/technicke-informace/utahovaci-momenty-sroubu>

SEZNAM POUŽITÝCH OBRÁZKŮ

Obrázek 1: Okrajové podmínky úlohy A, převzato z [12].	19
Obrázek 2: Altair OptiStruct: výsledek topologické optimalizace úlohy A, převzato z [12].	19
Obrázek 3: SolidThinking Inspire: výsledek topologické optimalizace úlohy A, převzato z [12].	19
Obrázek 4: Okrajové podmínky úlohy B, převzato z [12].	20
Obrázek 5: Altair OptiStruct: výsledek topologické optimalizace úlohy B, převzato z [12].	20
Obrázek 6: SolidThinking Inspire: výsledek topologické optimalizace úlohy B, převzato z [12].	20
Obrázek 7: Zobrazení okrajových podmínek na řešené oblasti Γ_p , převzato z [13].	23
Obrázek 8: Diskretizace prutu v ukázkové úloze MKP, převzato z [13].	26
Obrázek 9: Grafické zobrazení posuvů v uzlech prvku č. 1, převzato z [13].	26
Obrázek 10: Zobrazení aproximační (bázové) funkce posuvů nad prvkem č. 1, převzato z [13].	27
Obrázek 11: Základní rozdělení prvků, převzato z [15] a upraveno.	31
Obrázek 12: Model geometrie a diskretizace modelu konzoly.	33
Obrázek 13: Okrajové podmínky a redukované napětí vykreslené na modelu konzoly.	34
Obrázek 14: Topologicky zoptimalizovaná konzola a model podle ní vytvořený.	35
Obrázek 15: Analýza topologicky zoptimalizovaného modelu konzoly.	35
Obrázek 16: Model geometrie a diskretizace modelu součásti mechanismu vertikálních dveří.	37
Obrázek 17: Okrajové podmínky a redukované napětí vykreslené na modelu součásti mechanismu vertikálních dveří.	38
Obrázek 18: Topologicky zoptimalizovaná součást mechanismu vertikálních dveří a model podle ní vytvořený.	38
Obrázek 19: Analýza topologicky zoptimalizovaného modelu součásti mechanismu vertikálních dveří.	39
Obrázek 20: Model výchozí geometrie a diskretizace modelu výchozí těhlice.	42
Obrázek 21: Okrajové podmínky a redukované napětí vykreslené na výchozím modelu těhlice.	43
Obrázek 22: Iterační postup topologické optimalizace těhlice.	44
Obrázek 23: Napěťová analýza topologicky zoptimalizovaného modelu těhlice.	45
Obrázek 24: Okrajové podmínky a redukované napětí vykreslené na modelu optimalizované těhlice – zátěžný stav náhlého brždění.	46
Obrázek 25: Okrajové podmínky a redukované napětí vykreslené na modelu optimalizované těhlice – zátěžný stav náhlého zatáčení.	47
Obrázek 26: Model celkového testovacího stavu s detailem na optimalizovanou soustavu.	49
Obrázek 27: Popis modelu geometrie celkové soustavy.	50
Obrázek 28: Ukázka kontaktů použitých v analýze.	52
Obrázek 29: Síť konečných prvků modelu geometrie řešené sestavy.	53
Obrázek 30: Model okrajových podmínek řešené sestavy.	54
Obrázek 31: Napěťová analýza výchozí součásti volné příruby.	55
Obrázek 32: Napěťová analýza výchozí součásti pevné příruby.	56
Obrázek 33: Topologicky zoptimalizovaná volná příruba a model podle ní vytvořený.	58
Obrázek 34: Topologicky zoptimalizovaná pevná příruba a model podle ní vytvořený.	58
Obrázek 35: Napěťová analýza topologicky optimalizované součásti volné příruby.	59
Obrázek 36: Napěťová analýza topologicky optimalizované součásti pevné příruby.	61
Obrázek 37: Porovnání maximálních hodnot napětí napříč všemi součástmi.	63
Obrázek 38: Porovnání bezpečností vůči MSP napříč všemi součástmi.	64
Obrázek 39: Porovnání hmotností napříč všemi součástmi.	65