

# Oponentský posudok na dizertačnú prácu

Ing. Marie Klimešovej

## Stochastic Calculus and Its Applications in Biomedical Practice

Predložená práca má rozsah 108 strán a je písaná v anglickom jazyku. Obsahuje štandardné časti ako je úvod, záver a zoznam literatúry. Prípravné sú kapitoly 2, 3, hlavné výsledky práce sú uvedené v kapitolách 4 – 6.

**Prvá kapitola** obsahuje stručný úvod do problematiky.

**V druhej kapitole** sú uvedené základné poznatky z teórie obyčajných diferenciálnych rovníc, hlavne poznatky z teórie stability riešení podľa Lypunova v prípade systémov obyčajných diferenciálnych rovníc s konštantnými koeficientmi.

Wienerov process a integrál Itô sú definované v **tretej kapitole** dizertačnej práce. Táto kapitola je ďalej venovaná stochastickým diferenciálnym rovniciam, vete o existencii a jednoznačnosti riešenia začiatkovej úlohy formulovanej pre stochastickú diferenciálnu rovnicu a taktiež otázkam stability riešení týchto rovníc a systémov. Sú tu uvedené známe výsledky z danej problematiky s odkazmi na literatúru.

**V štvrtej kapitole** predloženej práce sú uvedené podmienky riešiteľnosti systémov stochastických diferenciálnych rovníc v istých špeciálnych prípadoch matíc systému. Odvodené sú aj podmienky stability podľa Lyapunova riešení systémov so špeciálnymi maticami, pričom tieto matice sú vyberané v súlade s potrebami pri matematickom modelovaní biomedicínskych procesov.

**V krátkej piatej kapitole** je metódou krokov odvodené riešenie stochastickej diferenciálnej rovnice a následne systému stochastických diferenciálnych rovníc s oneskoreným argumentom a konštantnými koeficientmi.

Výsledky predchádzajúcich kapitol sú použité v poslednej **šiestej kapitole** venovanej matematickému modelovaniu biomedicínskych procesov prostredníctvom stochastických diferenciálnych rovníc a systémov. Táto aplikačná časť práce je pomerne rozsiahla, obsahuje podrobné opisy rôznych procesov, konštrukciu matematických modelov týchto procesov s poukázaním na využitie predtým dosiahnutých výsledkov pri hľadaní riešení a štúdiu ich stability. Použitím programového systému MATLAB autorka urobila simulácie riešení deterministických i stochastických modelov a ich porovnanie.

Stručné zhrnutie výsledkov práce je možné nájsť v **Závere**, kde sú tiež naznačené ďalšie možnosti pokračovania výskumu v riešenej problematike.

### Hodnotenie práce

- 1) V práci skúmaná problematika je z oblasti stochastických diferenciálnych rovníc, ktoré majú široké uplatnenie v matematike i mimo nej. Matematické modely, ktoré počítajú s istou náhodnosťou, predstavujú realistickejší model študovaných procesov. Preto je možné konštatovať, že ide o vysoko aktuálnu problematiku v študovanom odbore.
- 2) Hlavný prínos práce vidím v odvodení podmienok riešiteľnosti istých špeciálnych systémov stochastických diferenciálnych rovníc a podmienok stability riešení týchto systémov s poukázaním ich aplikovateľnosti pri štúdiu matematických modelov reálnych procesov.

- 3) Hlavné výsledky práce boli publikované a sú uvedené v databázach WoS a SCOPUS.
- 4) Počas svojho štúdia autorka opublikovala 13 prác, niektoré z toho v spoluautorstve. Predložená dizertačná práca je po odbornej stránke dobre spracovaná, prináša nové výsledky vo svojom odbore, je prehľadná a dobre čitateľná, čo potvrdzuje schopnosť autorky vedecky pracovať.

**K predloženej práci mám niekoľko pripomienok:**

- a) Práca je síce dobre čitateľná, avšak pre čitateľa, ktorý nepracuje priamo v danej oblasti, by bolo vhodné na viacerých miestach doplniť komentár a ďalšie sprievodné texty. Niektoré časti práce pôsobia dojmom, že text bol najskôr písaný v češtine a potom preložený do angličtiny, pričom niektoré spojky a predložky zostali nepreložené, napr. str. 11, 14.
- b) Niektoré funkcie sú nesprávne označené. Napr. *min*, *tr* nepíšeme kurzívou, ale píšeme: min, tr.
- c) Na str. 21 v Definition 3.4.1.  $W_t$  je najskôr označený ako  $m$ -rozmerný proces Wienera, potom ako 1-rozmerný biely šum. Pojem „biely šum“ sa dovedy nevyskytuje, bolo by potrebné to vysvetliť. Prechod od rovnice (3.6) k rovnici (3.7) je vysvetlený až po realizácii úpravy.
- d) Na str. 22 namiesto Definition 3.4.2. má byť Theorem 3.3.7. V tejto vete chýba začiatočná podmienka  $X_0 = Z$ , pre ktorú existuje jediné riešenie uvedenej rovnice (3.8).
- e) V Theorem 3.5.1. na str. 24 je použitý pojem „decescent function“. Zrejme ide o preklep?
- f) Theorem 3.5.3. na str. 25, Theorem 3.5.5. na str. 26 a Theorem 4.2.1. na str. 34 nemajú uvedený zdroj, ani dôkaz.
- g) Dôkaz Theorem 4.1.5. na str. 33 nie je označený.
- h) Corollary 4.2.8., 4.2.9., 4.3.2., 4.4.2.- 4.4.5. sú dosť neprehľané. V budúcej práci odporúčam najskôr sformulovať tvrdenie dôsledku a potom ho dokázať. Corollary 4.4.6. by som pomenovala Remark.

Okrem reakcie na vyššie uvedené pripomienky, ktoré sú formálneho charakteru, pri obhajobe prosím zodpovedať na **otázky**:

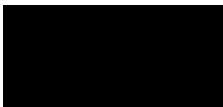
1. V práci je okrem iného skúmaná stabilita riešení systému stochastických diferenciálnych rovníc s maticou systému v špeciálnych tvaroch, pričom je konštatované, že uvedenou metódou nedostaneme žiadne použiteľné výsledky. Prosím objasniť. Je možné získať „použiteľné“ výsledky nejakou inou metódou?

2. V práci je množstvo grafov znázorňujúcich simulácie riešení stochastických i deterministických rovníc. Grafické spracovanie je skutočne veľmi pekné, čo je vidno zvlášť pri porovnaní s prevzatými grafmi. Pri simulácii stochastických diferenciálnych rovníc je znázornená zakaždým iba jedna trajektória. Podľa čoho bola vyberaná práve tá jedna?

**Záver.** Uchádzačka preukázala svoj široký rozhľad, znalosť literatúry a vedeckú erudíciu. Práca obsahuje nové, pôvodné výsledky a dokazuje schopnosť uchádzačky samostatne vedecky pracovať. Dizertačná práca zodpovedá všeobecne uznávaným požiadavkám k udeleniu titulu. Odporúčam preto, aby po úspešnej obhajobe bol

Ing. Marii Klimešovej  
**udelený vedecko-akademický titul Ph.D.**

V Białymstoku 15.11.2019

  
Prof. RNDr. Miroslava Růžičková, CSc.  
Fakulta Matematiky  
Univerzita v Białymstoku