



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A  
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND  
BIOMECHANICS

## VÝPOČTOVÁ SIMULACE ROVNÁNÍ TYČÍ NEKRUHOVÉHO PRŮŘEZU

COMPUTATIONAL SIMULATION OF LEVELING OF NON-CIRCULAR RODS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Radim STRÁNÍK

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

prof. Ing. JINDŘICH PETRUŠKA, CSc.

BRNO 2014

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky  
Akademický rok: 2013/2014

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

student(ka): Radim Stráník

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Výpočtová simulace rovnání tyčí nekruhového průřezu**

v anglickém jazyce:

### **Computational simulation of leveling of non-circular rods**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Seznamte se s algoritmem a programem pro simulaci procesu rovnání tyčí nekruhového průřezu na válečkových rovnačkách, vycházejícím z Eulerovského popisu toku materiálu. Doplňte program o uživatelsky jednoduše ovladatelný vstupní modul, umožňující zadání různých typů a rozměrů rovnaných profilů. Ilustrujte výsledky na příkladech rovnání, převzatých z literatury.

Cíle bakalářské práce:

1. Doplnit simulační program rovnání tyčí nekruhových průřezů o modul zadání rovnaných profilů.
2. Ukázka použití vytvořeného programu pro optimální nastavení rovnačky na základě dostupných literárních podkladů.

Seznam odborné literatury:

PETRUŠKA, J.; NÁVRAT, T.; ŠEBEK, F. A New Model for Fast Analysis of Leveling Process. Advanced Materials Research. 2012 (586) p. 389 - 393.

M. Nastran, K. Kuzman: Stabilisation of mechanical properties of the wire by roller straightening, J. Mat. Proc. Tech. 125-126 (2002) 711-719.

MARCINIAK, Zdzisław. Teorie tváření plechů. Praha: SNTL, 1964.

Biempica et al.: Nonlinear analysis of residual stresses in a rail manufacturing proces by FEM, Appl. Math. Mod. 33(2009)34-53

Vedoucí bakalářské práce: prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2013/2014.

V Brně, dne 18.11.2013

L.S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
Ředitel ústavu

---

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.  
Děkan fakulty



## **ABSTRAKT**

Tato bakalářská práce objasňuje princip rovnání dlouhých vývalků pomocí stolových válcových rovnaček s využitím opakované plastické deformace, vycházejících z Eulerovského popisu toku materiálu. Popisuje program na výpočtovou simulaci procesu rovnání tyčí a rozšiřuje ho o snadno ovladatelný vstupní modul pro zadávání tyčí nekruhových průřezů. V závěru také zavádí diskuzi k optimálnímu nastavení všech vstupní parametrů k dosažení co nejakceptovatelnějších výsledků.

### **Klíčová slova**

Rovnění válcovaných vývalků, opakovaná plastická deformace, ideálně pružně plastický materiál, obdélníkový průřez, výpočtová simulace

## **ABSTRACT**

This bachelor's thesis illustrates the principle of straightening rolled through long table roll straightening machines using repeated plastic deformation, based on Eulerian description of the material flow. Thesis describes the program on computational simulation process straightening rods and extends it an easy to use input module for entering non-circular cross-section rods. At the end of the discussion also introduces the optimal settings for all input parameters to achieve best results.

### **Key words**

Leveling of rolled rolling, repeated plastic deformation, an ideal elasto-plastic material, rectangular cross-section, computational simulation

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

STRÁNÍK, R. *Výpočtová simulace rovnání tyčí nekruhového průřezu*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. XY s. Vedoucí bakalářské práce prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc..

### **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma **Výpočtová simulace rovnání tyčí nekruhového průřezu** vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených na seznamu, který tvoří přílohu této práce.

---

Datum

---

Radim Stráník

## **PODĚKOVÁNÍ**

Děkuji tímto prof. Ing. Jindřichu Petruškovi, CSc. za odborné vedení, poskytnutou literaturu, cenné rady, připomínky a náměty, díky nimž jsem mohl vypracovat tuto bakalářskou práci. Dále bych chtěl také poděkovat Ing. Tomáši Návratovi, Ph.D. za ochotu, a také za poskytnutí programu, využitého při řešení této práce.

**OBSAH**

ABSTRAKT .....	4
PROHLÁŠENÍ.....	5
PODĚKOVÁNÍ .....	6
OBSAH.....	7
ÚVOD.....	8
1 FORMULACE PROBLÉMU A CÍLE ŘEŠENÍ .....	9
1.1 Formulace problému.....	9
1.2 Cíle řešení .....	9
2 REŠERŠNÍ STUDIE .....	9
2.1 Rovnací stroje .....	9
2.1.1 Válečkové rovnáčky dlouhých vývalků.....	11
2.2 Ideálně pružný plastický materiál .....	13
2.3 Podmínka plasticity pro jednoosou napjatost .....	13
2.4 Vstupní a výstupní hodnoty .....	14
2.4.1 Zbytková napjatost.....	15
2.5 Metoda Konečných Prvků (MKP) .....	16
2.6 Metoda Newton-Raphson (metoda tečen) .....	17
3 PROGRAM NA ROVNÁNÍ TYČÍ .....	18
3.1 Základní struktura .....	18
3.2 Rovnané průřezy .....	19
3.2.1 Kruh .....	20
3.2.2 Obdélník.....	21
3.3 Příklad rovnání obdélníkového průřezu.....	22
3.4 Výhody a nevýhody .....	27
4 DISKUZE .....	28
4.1 Srovnání s případy z literatury .....	28
4.2 Návrhy pokračování řešení .....	29
ZÁVĚR .....	31
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ .....	31
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK .....	33
PŘÍLOHY .....	34

## ÚVOD

Tato práce je zaměřena na výpočtovou simulaci rovnání tyčí pomocí válečkových rovnaček. Konkrétně na přidání vstupního modulu pro rovnání nekruhových průřezů.

Rovnění vývalku opakovanou plastickou deformací je v současné době naprosto běžný technologický postup. Velká univerzálnost rovnačích strojů podporuje velkou škálu rovnaných materiálu a zároveň si udržuje vysoký standart kvality.

Větší či menší rovnací stroje v počtu 5-23 válců mohou pracovat jak samostatně, tak v různých komplexech válcoven, kde k nim bývají instalovány kromě samotného stroje také zásobníky, podávací válce, odsávače okují a protihlukové kryty [3].

Tento text částečně navazuje na bakalářskou práci *Rovnění vývalků opakovanou plastickou deformací* a na diplomovou práci *Výpočtová analýza rovnání čtvercových tyčí* [1,2].

# 1 FORMULACE PROBLÉMU A CÍLE ŘEŠENÍ

## 1.1 Formulace problému

Při rovnání opakovanou plastickou deformací se pokoušíme co nejlépe přerozdělit reziduální napětí, aby na výstupu byla výsledná křivost co možná nejmenší. Tím dosáhneme, že počáteční křivost je značně zmenšená. Toho efektu dosáhneme, když zakřivený polotovár necháme projít sadou střídavě přesazených válců.

I při opakovaných průchodech rovnačkou se nám však nikdy nepodaří vyrovnat materiál absolutně. Právě tato práce má pomoci navrhnout co nejvhodnější řešení pro nekruhové průřezy, aby mohly být zavedeny co nejefektivnější způsoby počínaje správným nastavením přesazení válců, které nejvíce ovlivňuje správné rovnání, přes ideální míru plastifikace až po vhodné výstupní reziduální napětí.

## 1.2 Cíle řešení

Mezi hlavní cíle této bakalářské práce patří shrnutí samotného procesu rovnání na válečkových rovnačkách, uvedení aktuálních trendů v rovnání dlouhých vývalků, popsání teoretického základu pro pochopení principu simulace rovnání založeném na programu vycházejícího z Eulerovském popisu toku materiálu, seznámení se podrobněji s výše uvedeným programem a přidat jednoduchý vstupní modul pro rovnání nekruhových průřezů, konkrétně jednoduchého obdélníkového průřezu.

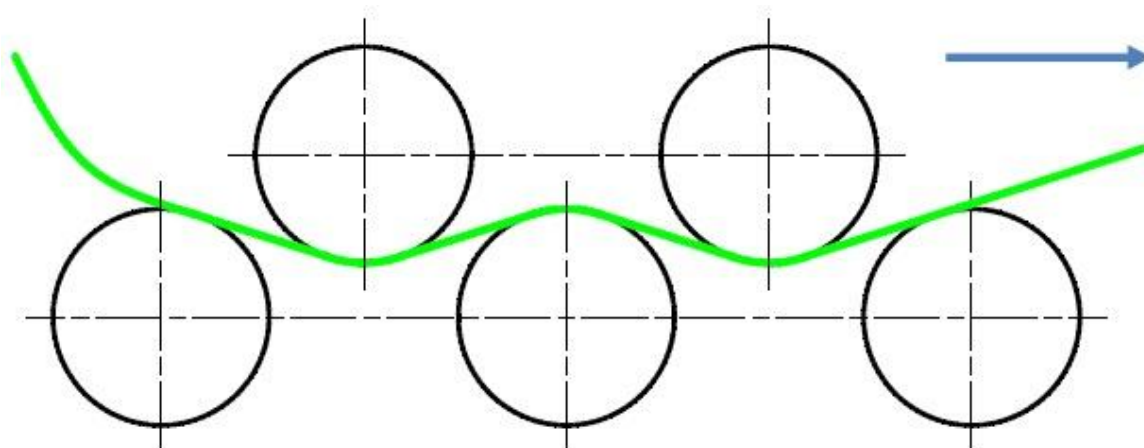
U všech získaných poznatků je pak důležité rozhodnout o validnosti výsledků a porovnat je s teoretickými předpoklady, aby výsledný program mohl pracovat co nejefektivněji a mohl být využit následně v praxi s co možná největší úsporou a přesností.

# 2 REŠERŠNÍ STUDIE

## 2.1 Rovnačí stroje

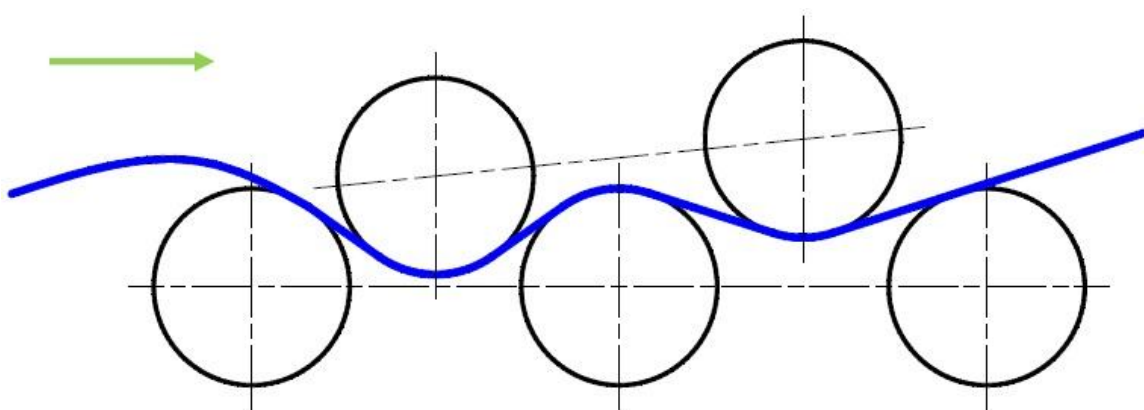
Rovnáni materiálu pomocí rovnačích strojů je technologie, která se používá k co možná největší eliminaci nežádoucích deformací, které vznikají při výrobě, popřípadě další manipulaci. Samotné rovnání využívá principu dosáhnutí plastické deformace pomocí střídavě posazených přesazených válců. Správné nastavení přístroje dokazuje fakt, že pokud by strojem procházel rovný materiál, tak válce by měly být uloženy tak, aby nedocházelo k plastické deformaci, ale pouze k elastické, která jak víme se vrátí do původního stavu. Dostávají bychom se zatěžovacím momentem až k hranici pružné deformace. Z takto nastaveného stroje by rovný i křivý materiál vycházel narovnaný [1].

Dále můžeme rozlišovat tři druhy rovnání nebo můžeme říci tři různé přístupy k rovnání. Prvním přístupem, který rozlišujeme je podle uspořádání válců a to buď rovnoběžným uložením válcových řad, nebo taky toto nastavení můžeme označovat jako uložení válců s konstantním přesazením, kde křivé i rovné materiály vycházejí pouze rovné [2].



Obr. 2.1.1: Válce s konstantním přesazením [2]

Druhý přístup si zakládá na principu jedné pevně vodorovně usazené válcové řady a druhé šikmě usazené řady. Tímto uložením získáváme velké plastické deformace u rovnaných vývalků. Tento druh přístupu se využívá pro rovnání materiálů s menšími rozměry. Jednou z nevýhod tohoto usazení je, že vstupující rovný materiál vychází ze stroje mírně zakřivený. Tyto deformace však nejsou nikterak velké [2].



Obr. 2.1.2: Uspořádání válců s šikmým uložením [2]

U třetí varianty jsou válce uloženy každý s jinou hodnotou přesazení a každý válec se nastavuje individuálně.

Rychlost rovnání u těchto mohutných strojů se odvíjí od velikosti rovnaného materiálu a je běžně mezi 0,1 až 6 m·s<sup>-1</sup>. Dalšími faktory pro co nejkvalitnější a nejpřesnější rovnání jsou jakost povrchu a opotřebení. Čím jakostnější materiál tím větší nároky na přesnost jsou vyžadovány. Opotřebení je nutné co nejvíce eliminovat a pro stanovení velikosti lze používat Hertzovy teorie [1].

Výchozím polotovarem pro linku jsou tyče válcované za tepla. Vstupní parametry jako jakost ocele (uhlíkové, legované, pružinové, ložiskové, nerezové, nástrojové) a délky tyčí (3-12m) se mohou variabilně měnit. Rovnačí stroje jsou součástí velkých automatických linek, do kterých patří následující operace:

- zavážení, kde se předpokládá sledování rozdrůžování tyčí a jejich předávání na řetězový vlečnick před tryskač, zejména u tyčí malých průřezů
- vybrušování povrchových vad u vytříděných tyčí vhodných k opravě
- ruční chemická kontrola vytříděných tyčí
- odbavování halovým jeřábem [3].

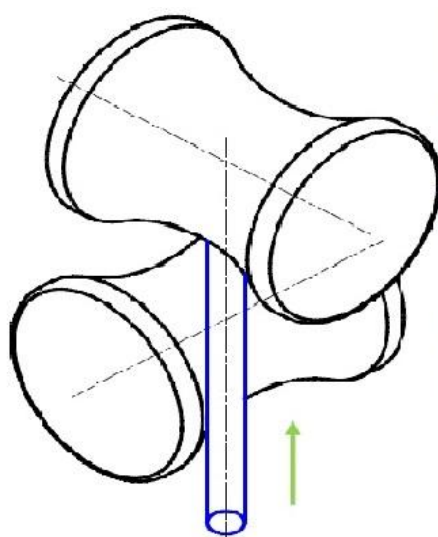
### 2.1.1 Válečkové rovnačky dlouhých vývalků

Válečkové rovnačky se nejčastěji používají v sadách 5-23 válců, kde platí, že čím více válců tím kvalitnější vyrovnání získáme. Válce též mohou být poháněné či nepoháněné, u nepoháněných rovnacích válců se následně musí dopočítat protahovací síla, která se určuje z energetické bilance [1].

Díky různým druhům profilů válců můžeme rovnat nejen kruhové, ale i obdélníkové, traverzové či kolejnicové průřezy. V dnešní době již lze vést velmi hospodárný a spolehlivý provoz a to právě díky jednoduché vyměnitelnosti jednotlivých rovnacích válců, výpočtovým simulacím a následně snadné seřiditelnosti. Samotné válce se vyrábějí z legovaných ocelí, které jsou následně na povrchu zakaleny na tvrdost 55 až 65 HRC. Dále mají vyšší odolnost oproti opotřebení otěrem. Průměry válců, ať už pracovních, či opěrných se volí ve většině případů stejně. Zato v délce válců se můžou rozcházet válce pracovní a opěrné, kde pracovní mohou být delší [1,2].

Dalšími důležitými základními rozměrovými parametry válečkových rovnaček jsou délka těla válců, maximální tloušťka rovnaného materiálu, průměr, počet válců a jejich vzájemná rozteč. Při špatném nastavení těchto proměnných může nastat zvýšení síly na jednotlivé válce a následně špatné výsledné srovnání materiálu. Linky jsou často doplňovány o chlazení, díky nimž lze rovnat i teplý materiál [1].

U vývalků s kruhovým průřezem se používá kosoúhlé uložení válců, kde se již využije rotace polotovaru. Osy válců nejsou uloženy rovnoběžně, ale podle potřeb polotovaru, jak je vidět na Obr. 2.1.1.2 [2].

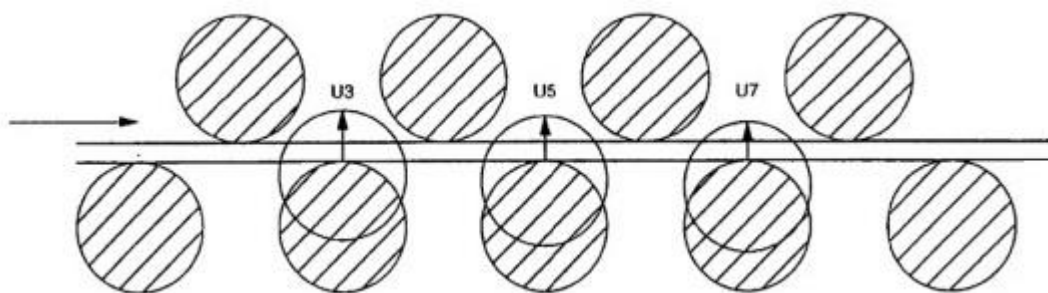


Obr. 2.1.1.1 Uložení válců a polotovaru při kosouhlém rovnání, schematicky (vlevo), z praxe (vpravo) [2,3]

Pro nekuhové průřezy se už nedá použít kosouhlé uložení, protože pro tyto průřezy již nemůžeme aplikovat rotaci. V praxi jsou zaváděny stroje s rovnoběžným nebo šikmým uložním. Tyto válce nemají obvyklý profil a díky tomu je můžeme aplikovat na předem zvolené nekuhové průřezy (kolejnice, traverzy), jak vidíme na Obr. 2.1.1.2 v reálu na kolejnicích a na Obr. 2.1.1.3 v bočním schématu.



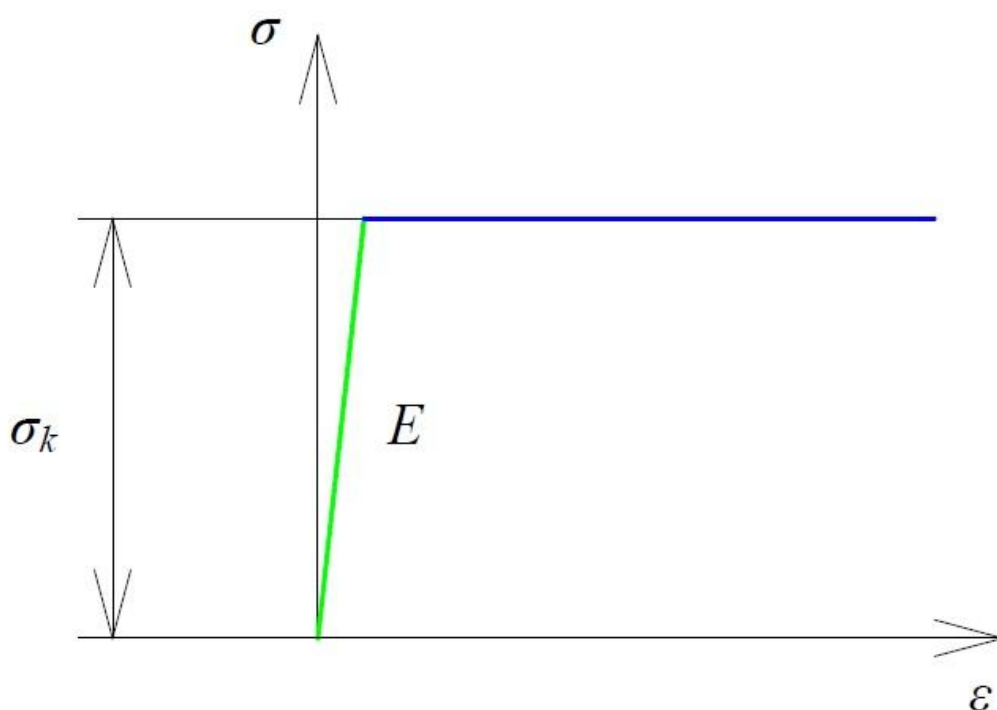
Obr. 2.1.1.2 Válečková rovnačka pro nekuhové průřezy [7]



Obr. 2.1.1.3 Válečková rovnáčka pro nekruhové průřezy - schéma [7]

## 2.2 Ideálně pružný plastický materiál

Ideálně pružným plastickým materiálem je ten, u kterého po dosažení meze kluzu již neprobíhá zpevnění a má průběh napětí rovnoběžný s osou deformace s konstantním průběhem. Na Obr. 2.2.1 zelená křivka prezentuje vlastnosti materiálu, které jsou lineárně elastické až do meze kluzu, kde přechází do modré křivky a zde nastávají ideálně plastické vlastnosti. Je-li materiál poté uvolněn, obnoví se pouze o svou elastickou část [1].



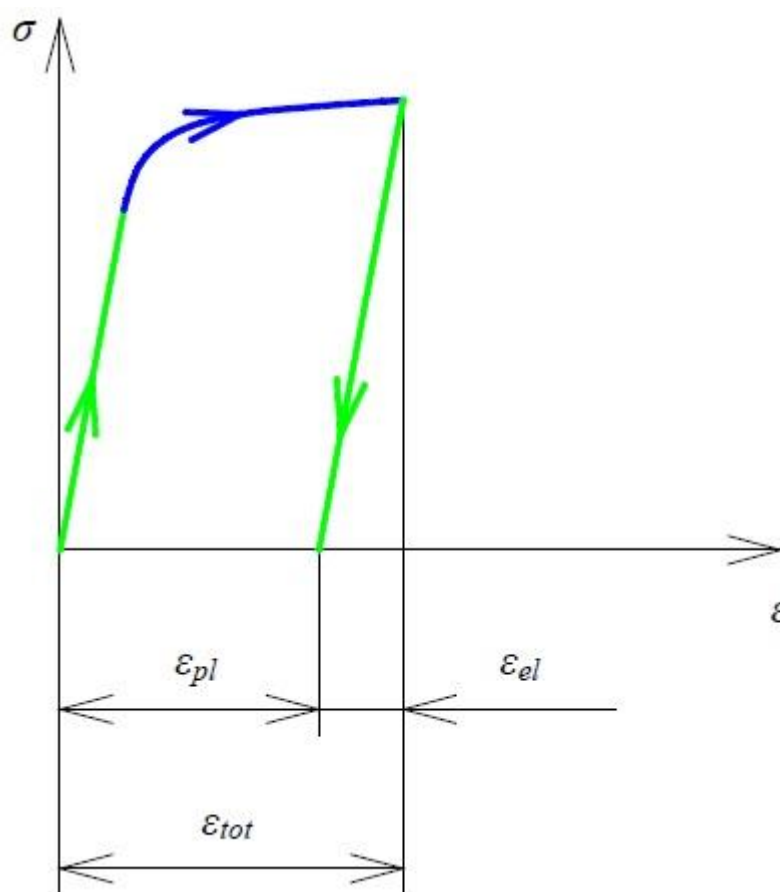
Obr. 2.2.1: Pracovní diagram ideálně pružně plastického materiálu [2]

## 2.3 Podmínka plasticity pro jednoosou napjatost

Při jednoosé napjatosti může být závislost mezi napětím a deformací jak, lineární tak i nelineární. Při zatížení materiálu se nejdříve pohybujeme po lineární křivce a při dosažení

meze kluzu  $\sigma_k$  nastává stav, kdy vznikají první plastické deformace a křivka už není lineární. Po odlehčení se materiál vrací po lineární linii, která je rovnoběžná se zatěžovací linií. Mez kluzu se určuje tahovou zkouškou. Podmínku plasticity pro jednoosou napjatost můžeme tedy zapsat jako [2,4]:

$$\sigma = \sigma_k \quad (2.1)$$



Obr. 2.3.1: Lineární (zelená) a nelineární (modrá) závislost napětí na přetvoření [2]

## 2.4 Vstupní a výstupní hodnoty

Základními vstupními parametry, které nám vstupují do procesu rovnání, jsou mez kluzu, modul pružnosti, vstupní křivost a samozřejmě rozměr průřezu tyče.

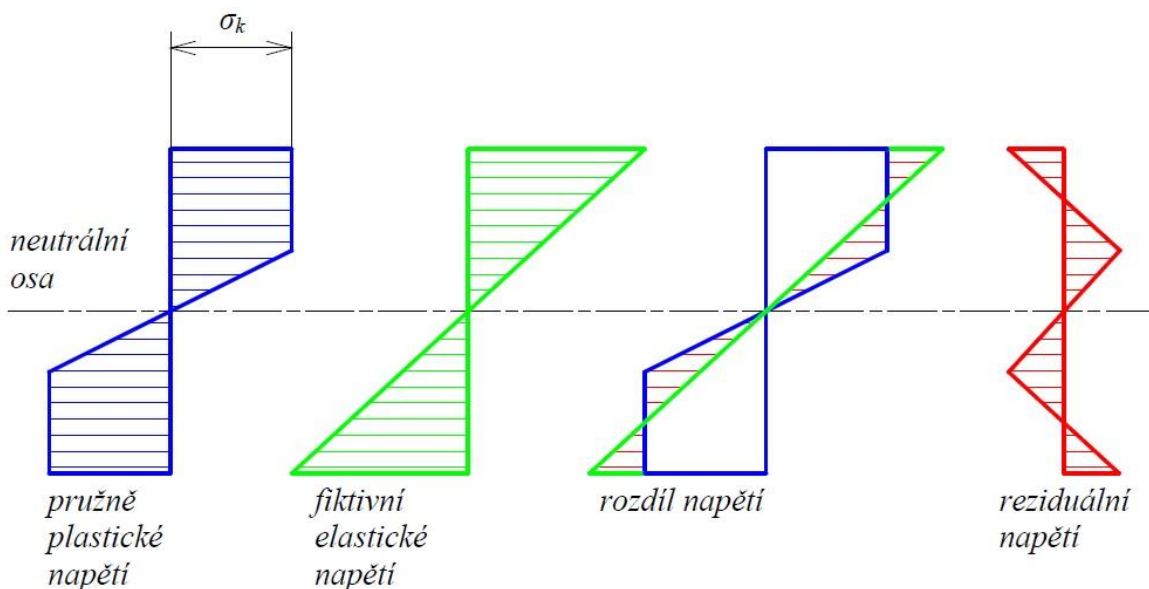
Výstupem z programu je následující sada dat. Reziduální křivost po rovnání, rozložení reziduálního napětí a přetvoření po průřezu při výstupu z rovnačky, závislost průhybu, křivosti, natočení a momentu na vzdálenosti válců a průběh závislosti ohybového momentu na křivosti.

### 2.4.1 Zbytková napjatost

Když zatěžujeme (ohýbáme) materiál, tak nejdříve dochází k elastickým deformacím, které se po odlehčení vrátí do původního stavu, kdežto pokud překonáme mez kluzu, tak nastávají první plastické deformace, u kterých se po odlehčení tyč do původního stavu už nevrátí. Křivka závislosti momentu na křivosti roste v elastické části lineárně a po překročení meze kluzu se začíná chovat nelineárně. Při elastických deformacích v tyči nezůstávají žádná vnitřní pnutí, ale u plastických, kde dosáhneme určité míry plastifikace, s nimi již musíme počítat. Toto napětí nazýváme reziduální. Je to způsobeno tím, že jednotlivá vlákna, která byla zplastizována v plastické oblasti, brání vláknům v elastické oblasti se vrátit do původního stavu a tím vzniká již zmíněné reziduální napětí. Po odlehčení tedy zůstane v materiálu napětí od pružně plastické napjatosti  $\sigma_{PP}$  a napětí od opačné fiktivní elastické napjatosti  $\sigma_{fE}$ , avšak které je způsobeno stejným ohybovým momentem. Pokud bychom to chtěli zjednodušeně zapsat, tak výsledné reziduální napětí se skládá z pružného plastického napětí, od kterého odečteme fiktivní elastické napětí. Pro ně můžeme zapsat vztah [1,2]:

$$\sigma_R = \sigma_{PP} - \sigma_{fE} \quad (2.4.1)$$

Tento vztah lze názorně předvést na Obr. 2.3.1.1, kde je rozdíl těchto dvou napětí zřejmý.



Obr. 2.4.1.1 Tvar reziduálního napětí při uvažování ideálně plastického materiálu [2]

Na povrchu, kde byl materiál natahován, zůstává po odlehčení zbytková tlaková napjatost, kdežto na opačné straně povrchu, kde byl materiál stlačován, zůstává zbytková tahová napjatost. Tato skutečnost má vliv na další ohýbání materiálu. A to tu, že pokud je materiál znovu ohýbán stejným působícím momentem, tak nastává plastická deformace až při mnohem větším ohybovém momentu než kdybychom ho ohýbali momentem opačně působícím. Díky tomuto zbytkovému reziduálnímu napětí, které by se v prvním případě

k zatížení přičítalo a v druhém odečítalo. Moment, při kterém nastávají první plastické deformace a kde rozlišujeme lineární a nelineární chování materiálu, můžeme zapsat [1,2,11]:

$$M_{krit} = W_o \cdot \sigma_k \quad (2.4.2)$$

## 2.5 Metoda Konečných Prvků (MKP)

Metoda konečných prvků slouží k simulaci průběhů napětí, deformací, vlastních frekvencí, proudění tepla, jevů elektromagnetismu, proudění tekutin atd.. Jedná se o přibližnou variační numerickou metodu. Pomocí MKP můžeme simulovat průběh napětí, deformace, vlastní frekvence, proudění tepla, elektromagnetismus, proudění tekutin atd.. Všechny tyto simulace jsou založeny na vytvořených fyzikálních modelech. Metoda pracuje s co nejmenší chybou diskretizovat spojité kontinuum v jednotlivých uzlových bodech na určitý (konečný) počet prvků. V praxi je MKP využíváno nejvíce pro kontrolu navržených zařízení, nebo pro definování kritického místa ve složitých konstrukcích. Při řešení rozdělujeme řešené oblasti na jednotlivé jednodušší geometrické podoblasti (prvky) a vytváříme síť konečných prvků. U každého prvku je kromě dimenze a tvaru důležitý také charakteristický počet a poloha jeho uzlů. Na kvalitě výsledků se výraznou měrou podílí hustota a topologie prvků sítě [8].

Jako první při této metodě si musíme určit řešenou oblast (model), kterou diskretizujeme což znamená, že nahradíme nekonečný objem modelu konečným počtem prvků, resp. uzlových bodů. Pro každý diskretní bod získáme 15 neznámých funkcí proměnných  $x, y, z$ , jak je známo z pružnosti pevnosti. Takže získáme 3 rovnice posuvů ve všech směrech ( $x, y, z$ ), díky nimž můžeme spočítat pole deformací (6 rovnic) mezi něž patří poměrná prodloužení  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  a zkos pravoúhlých stěn  $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$ , dále pole napětí (6 rovnic) mezi, které definujeme napětí v osách  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  a napětí v rovinách na ně kolmých  $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ . Poté nahradíme funkce posuvů polynomem a vyjádříme je. Zavedeme okrajové podmínky, díky nimž spočítáme soustavu lineárních algebraických rovnic, jež jsou deformace a napětí pro jednotlivé uzlové body [8].

První rozvoj MKP vzniká zhruba v 50. letech minulého století, avšak v té době jsme se pohybovali spíše v oblasti teorie. Největší rozmach metody přichází až s nástupem moderní výpočetní techniky, kdy se mohou naplno uplatnit velmi složité matematické modely. Mezi první průkopníky můžeme zařadit např. Clough, Turner, Martin a první knihu o MKP sepsali Zienkiewicz a Cheung. Značnou měrou se na vývoji podíleli matematici z VUT v 60. letech a to Zlámal, Ženíšek a Kolář [8].

V dnešní době již existuje mnoho dalších numerických metod jako metoda sítí, Ritzova metoda, Galerkinova metoda, metoda hraničních prvků a metoda konečných objemů, avšak MKP zde má naprosto dominantní postavení. Z MKP se v současnosti stal samostatný obor obsahující část teoreticko-matematickou, počítačovou a inženýrsko-problémovou. Pro širší využití bylo vytvořeno mnoho programů (ANSYS, ABAQUS, Cosmos ...) [8].

## 2.6 Metoda Newton-Raphson (metoda tečen)

Dnes již běžně používaná metoda pro řešení nelineárních rovnic, která je využívána ve velké většině komerčně dostupných programů. Metoda využívá tangentní modul, který získá v předchozí iteraci, k získání optimálních výsledků s co nejmenší chybou. Základní myšlenkou je najít nějakého odhadu řešení, pro neznámé hodnoty a v dalším kroku provedení zpřesnění předchozího řešení. Tento postup se aplikuje až do doby než hodnota chyby řešení v jedné iteraci nedosáhne předepsanou hodnotu chyby. Kromě iteračního přístupu se zde aplikuje i inkrementální postup, což znamená, že se zatížení neaplikuje celé najednou, ale po jednotlivých přírůstcích, které se samostatně zpřesňují.

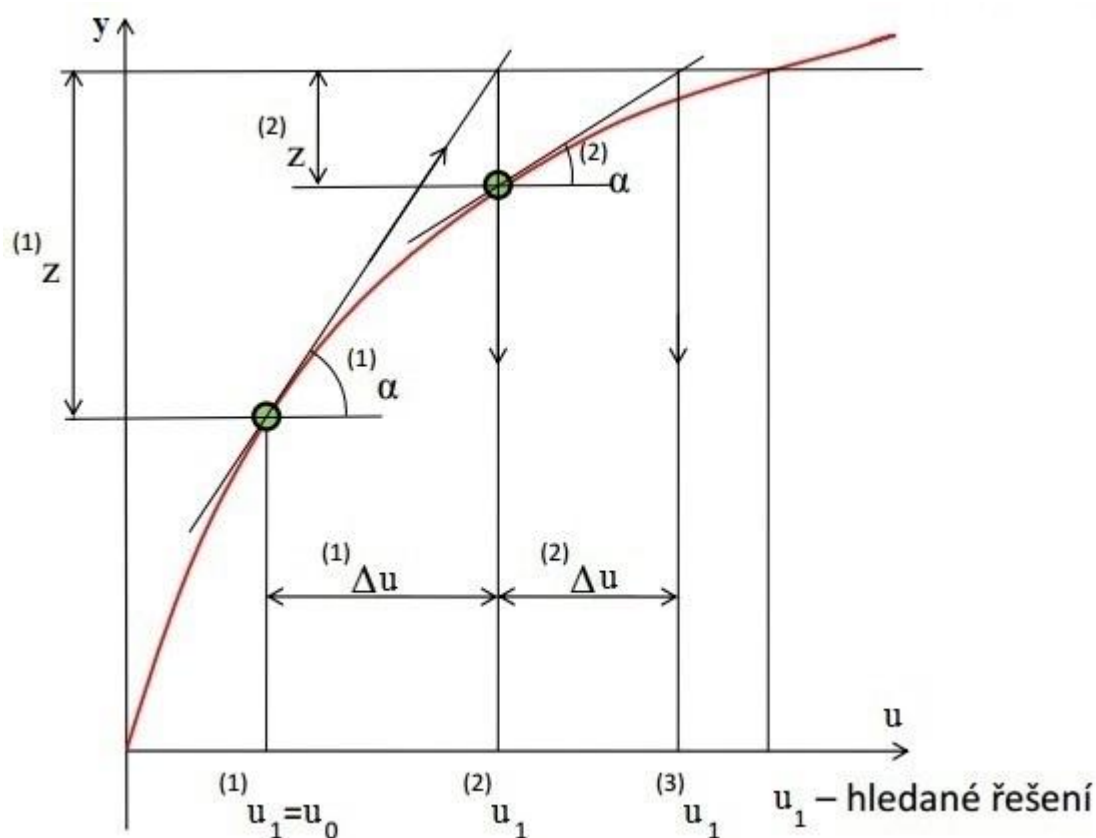
Zavedeme si matici tuhosti celého řešeného systému, u které budeme předpokládat, že je pouze funkcí posuvů. Provedeme rozvoj funkce v Taylorovu řadu v okolí bodu  $u_0$ , který se od hledaného řešení  $u_1$  liší o  $\Delta u$ , zde platí rovnice (2.6). Po přidání Jakobiho matice se další nelineární členy Taylorova rozvoje zpravidla zanedbávají. V tuto chvíli již dokážeme spočítat  $\Delta u$ , které je ale poměrně nepřesné a proto s ní postupně iterujeme a zpřesňujeme mezikroky [10].

Jako názornější ukázka nám poslouží rovnice  $y = F(u)$  pro jeden stupeň volnosti na Obr. 2.6.1 [10]. Počáteční stav bereme  $u_0$ ,  $f_0$ . Hledáme řešení, které bude odpovídat  $u=u_0$ , pro které platí  $k(u_1)u_1 = f_1$ . Vezmeme-li  $u_0$  jako první aproximaci řešení a dosadíme do naší zvolené rovnice, zjistíme, že naše původní rovnice,  $k(u_0)u_0 \neq f_1$ , se nerovná, jelikož nezapočítáváme nevyváženou sílu, která je v Obr. 2.6.1 reprezentována jako hodnota  $z$ . Správnou hodnotu  $z$  získáme, když od původní rovnice odečteme rovnici s dosazenou první aproximovanou hodnotou viz.(2.6.1).

$$z = f_1 - k(u_0)u_0 \quad (2.6.1)$$

V této chvíli potřebujeme znát směrnici funkce v naší zvolené bodě, kterou získáme derivací funkce, jenž se rovná  $\tan(\alpha)$ . Další aproximace řešení již můžeme vyjadřovat pomocí přírůstku, jelikož ostatní členy rozvoje si můžeme dovolit zanedbat. Pokud bychom chtěli jednoduše tuto metodu schematicky vysvětlit, řekneme, že k jednotlivé naší zvolené hodnotě posuvu vyneseme tečnu a průsečík tečny s osou je naše nová hodnota přírůstku posuvu, kterou po sečtení s původní hodnotou můžeme považovat za naši novou hodnotu, pro kterou dále iterujeme a zpřesňujeme výsledek. Vztah pro přepočtení posuvu je:

$$u_i = \Delta u + u_{i-1} \quad (2.6.2)$$



Obr. 2.6.1 Geometrická ukázka metody tečen [10]

### 3 PROGRAM NA ROVNÁNÍ TYČÍ

#### 3.1 Základní struktura

Pro potřeby výpočtové simulace byl se sestaven program, který pracuje na principu iteračního řešení. Díky němu můžeme posoudit všechny potřebné charakteristiky a to nejhlavnější, můžeme správně nastavit rovnicí stroj, aby bylo rovnání co nejefektivnější. Tento původní program sestavil Ing. Tomáš Návrát, Ph.D. s prof. Ing. Jindřichem Petruškou, CSc. a nemalou měrou se na něm podílel i Ing. František Šebek, který na toto téma napsal jak bakalářskou, tak i diplomovou práci, na které teď navazují.

Základním vzorcem pro naši iterační metodu je zobecněný vztah pro řešení soustavy matic [2]:

$$K_{Ti-1} \cdot \Delta U_i = R_{i-1} \quad (3.1)$$

Nejdříve si nadefinujeme iniciační prvkové matice tuhosti pro jednoduchý prutový prvek BEAM. Všechny matice pro jednotlivé elementy jsou stejné, jelikož délka samotných

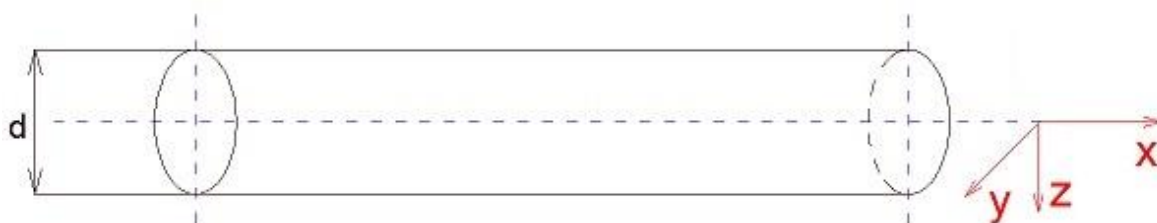
prvků je taky stejná. Každý prvek má dva uzly a v každém uzlu jsou dva neznámé parametry, posuv a natočení. Rozdělíme si polotovar na základních 120 prvků a k nim náležících i 121 uzlů, z toho plyne, že neznámých parametrů ve výsledku bude 242. Vznikne nám tedy globální matice deformačních parametrů o 242 prvcích a v našem případě bude sloupcová, protože ke každému uzlu náleží jeden posuv. Při první iteraci potřebujeme globální matici tečné tuhosti, kterou sestavíme přeložením všech jednotlivých 120 matic přes sebe po hlavní diagonále, tak aby nám vznikla čtvercová matice.

Dále postupujeme v algoritmu tím, že si zavedeme okrajové podmínky. Víme, že pod spodními válci jsou nulové posuny, dále známe jednotlivé posuvy horní řady a tím dokážeme vynulovat některé řádky. Matice jednotlivých ekvivalentních uzlových sil na válcích získáme vynásobením tečné matice tuhosti a matice deformačních parametrů. V tento moment proběhne řešení soustavy matic (3.1) pro  $i$ -tou iteraci.

Po vyřešení můžeme spočítat globální matici posuvů podle (2.6.2). Počáteční posuv definujeme jako nulový. Poté postupně iterujeme každý jednotlivý prvek a zároveň pro něj počítáme ohybový moment. Určíme křivosti uprostřed prvků, průběh napětí a přetvoření v každém prvku, a z nich modifikovanou tuhost. Prvkové matice ekvivalentních uzlových sil spočítáme na závěr, kde končí přepočítání cyklu přes všech 120 prvků. V tento moment přepočítáme pro každý prvek tečnou prvkovou matici tuhosti. Sestavíme novou globální tečnou matici tuhosti. Tu stejnou operaci provedeme s globální maticí ekvivalentních uzlových sil. Úplně na závěr je provedena kontrola konvergence pro námi zvolenou hodnotu tolerance, a pokud je splněna, tak proces končí, pokud ne tak se iterace zvýší o jednu jednotku a proces se opakuje.

### 3.2 Rovnané průřezy

Pro vyhovující nastavení programu je poměrně důležité, jaký profil je rovnán, abychom správně nadefinovali rozměry našich původních matic vstupního napětí a to až už plastického, elastického nebo celkového a matic přetvoření. Průřezy rozdělíme na jednotlivé prvky a k nim příslušné uzly, kde budeme uvažovat stejné napětí. Pro správné uvažování souřadnicového systému vezmeme kruhovou tyč s charakteristickým rozměrem  $d$  na Obr. 3.2, kde osa  $x$  označuje longitudinální směr, osa  $y$  příčný směr a osa  $z$  směr radiální. Ohýbání materiálu uvažujeme kolem osy  $y$ .



Obr. 3.2 Kruhová tyč se souřadným systémem

Při přepočítávání těchto matic začínáme výpočtem změny křivosti pro každý prvek vzorcem, který vychází z MKP. Ze změny natočení, které známe z matice deformačních parametrů:

$$\Delta k_i = \frac{\Delta\varphi_{i+1} - \Delta\varphi_i}{L} \quad (3.2.1)$$

Když známe křivost, můžeme díky ní spočítat i přetvoření:

$$\Delta\varepsilon_i = \Delta k_i \cdot z \quad (3.2.2)$$

A z přetvoření i napětí:

$$\sigma_i = \sigma_{i-1} + E \cdot \Delta\varepsilon_i \quad (3.2.3)$$

Zde si musíme dát pozor na překročení meze kluzu, kde bychom při překročení museli napětí zkorigovat. V tuto chvíli již známe napětí i přetvoření po průřezu. Díky znalosti těchto proměnných můžeme spočítat i ohybový moment po celém průřezu:

$$M_i = \int_S \sigma_i \cdot z \cdot dS \quad (3.2.4)$$

Kde  $dS$  odpovídá při numerické integraci červené plošce na Obr. 3.2.1 a 3.2.2, na které je vždy přetvoření i napětí konstantní. Všechny takto získané veličiny dále zpřesňujeme až po dosažení potřebné chyby konvergence.

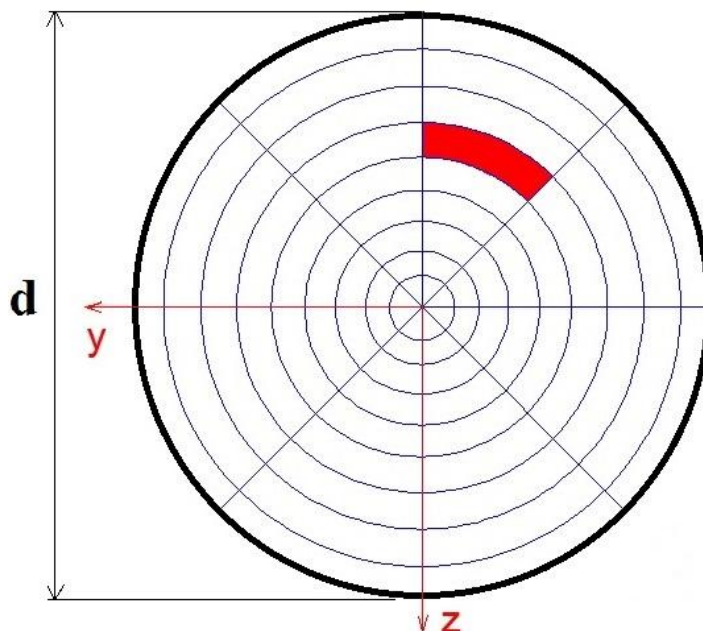
### 3.2.1 Kruh

U kruhového průřezu si profil rozdělíme v úsecích po stupních a tyto úseky poté na další části, jak je vidět na Obr. 3.2.1. Pro osový kvadratický moment tohoto průřezu lze psát rovnici [11]:

$$J = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \quad (3.2.5)$$

Průřezový modul v ohybu pro tento průřez lze psát [11]:

$$W_o = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \quad (3.2.6)$$



Obr. 3.2.1 Kruhové dělení příčného průřezu

V tomto případě podle Obr. 3.2.1 by matice napětí měla velikost 10 x 9, i když je vidět rozdělení pouze 9 x 8, ale přičítá se plus jedna, jelikož počet uzlů na průřezu, které počítáme je vždy o jedna větší než počet prvků. Poté by byla ještě rozšířena v třetí směru a to podle toho kolik by měla uzlů, které jsme si nadefinovali v matici tuhosti což je 121.

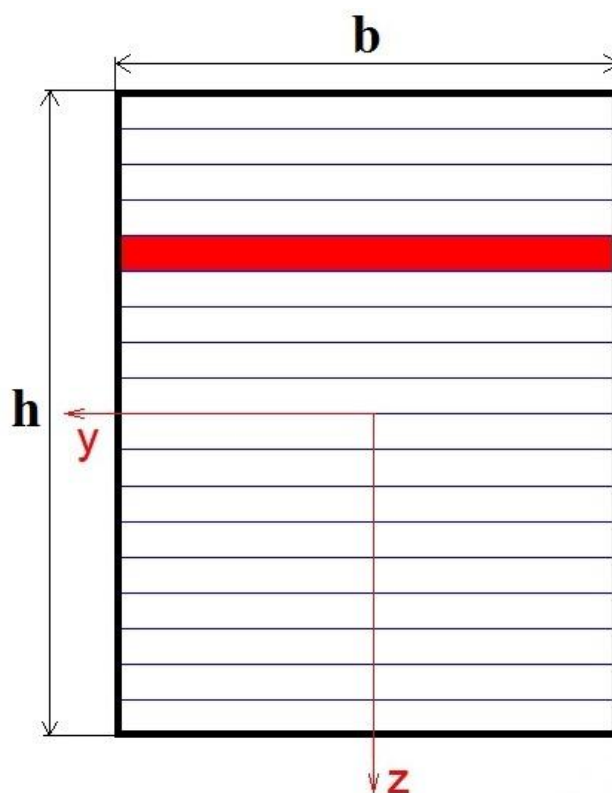
### 3.2.2 Obdélník

U obdélníkového průřezu si můžeme dovolit dělit průřez pouze ve vertikálním směru po vrstvách, jak je vidět na Obr. 3.2.2, jelikož se zde vyskytuje nelinearita v podobě materiálového chování. Po celé šířce průřezu v příčném směru je napětí i přetvoření v jednotlivých vrstvách stejné. Ve všech vrstvách se spočítá napětí a přetvoření, které nám ve výsledku dá celkový obraz rozložení napětí a přetvoření po celém průřezu. Pro osový kvadratický moment tohoto průřezu lze psát rovnici [11]:

$$J = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (3.2.7)$$

Průřezový modul v ohybu pro tento průřez lze psát [11]:

$$W_o = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad (3.2.8)$$



Obr. 3.2.2 Obdélníkové dělení příčného průřezu

V případě na Obr. 3.2.2 nám vznikne matice sloupcová o 19 řádcích a opět s třetím rozměrem, který je závislý od počtu uzlů matice tuhosti.

### 3.3 Příklad rovnání obdélníkového průřezu

Optimální nastavení rovnicího programu v softwaru Matlab R2012b o 7 válcích, kde válce A, C, E a G jsou válce horní průhybové přesazené nepoháněné a válce B, D a F jsou válce dolní poháněné, jak je vidět na Obr.3.3.1, o těchto vstupních hodnotách:

Šířka tyče	[mm]	$b = 70$
Výška tyče	[mm]	$h = 50$
Mez kluzu	[MPa]	$Re = 500$
Modul pružnosti	[MPa]	$Em = 206000$
Počáteční křivost	[1/mm]	$k_0 = 1e-4$
		( $R = 10.0 \text{ m}$ , $12.51 \text{ mm/m}$ )

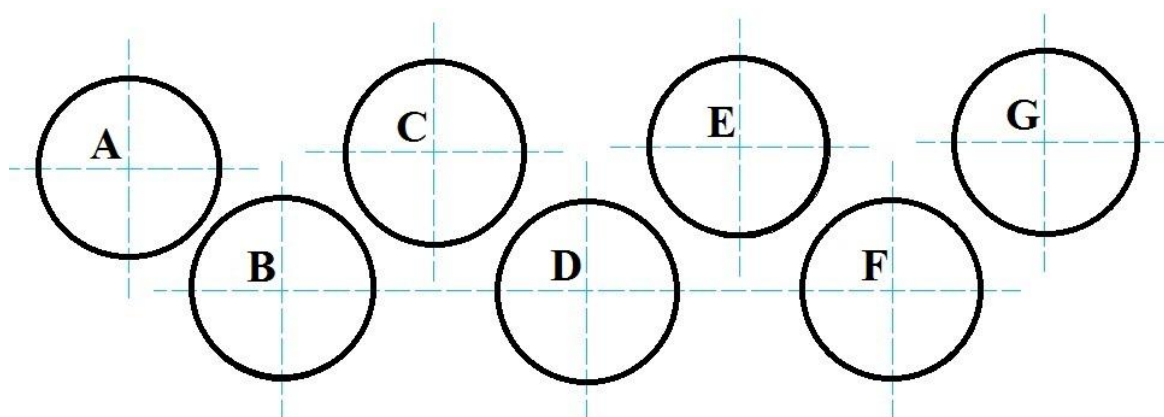
Přesazení válců  $v$  [mm]:

$$w_A = 16$$

$$w_C = 14$$

$$w_E = 12$$

$$w_G = 10$$



Obr. 3.3.1 Označení a přesazení válců

Pro tyto vstupní hodnoty postačuje rozdělení průřezu do 100 vrstev, tento počet dělení se ukázal jako optimální v závislosti na přesnosti měření a výpočtovém času. Větší hodnoty přesazení válců již způsobují nestabilní divergující řešení. Při změně vstupního skutečného reziduálního napětí na pouze její elastickou část jsou výsledky velmi obdobné, kde nejvýraznější změnu je možno zaregistrovat u času potřebnému k výpočtu, který se zkrátil na 40,17 s.

Výstupy z programu pro uvedené vstupní hodnoty:

- Reakční síly na jednotlivých válcích a jejich součet

$$F_A = -7.35 \text{ kN}$$

$$F_B = -10.09 \text{ kN}$$

$$F_C = 64.74 \text{ kN}$$

$$F_D = -93.66 \text{ kN}$$

$$F_E = 87.40 \text{ kN}$$

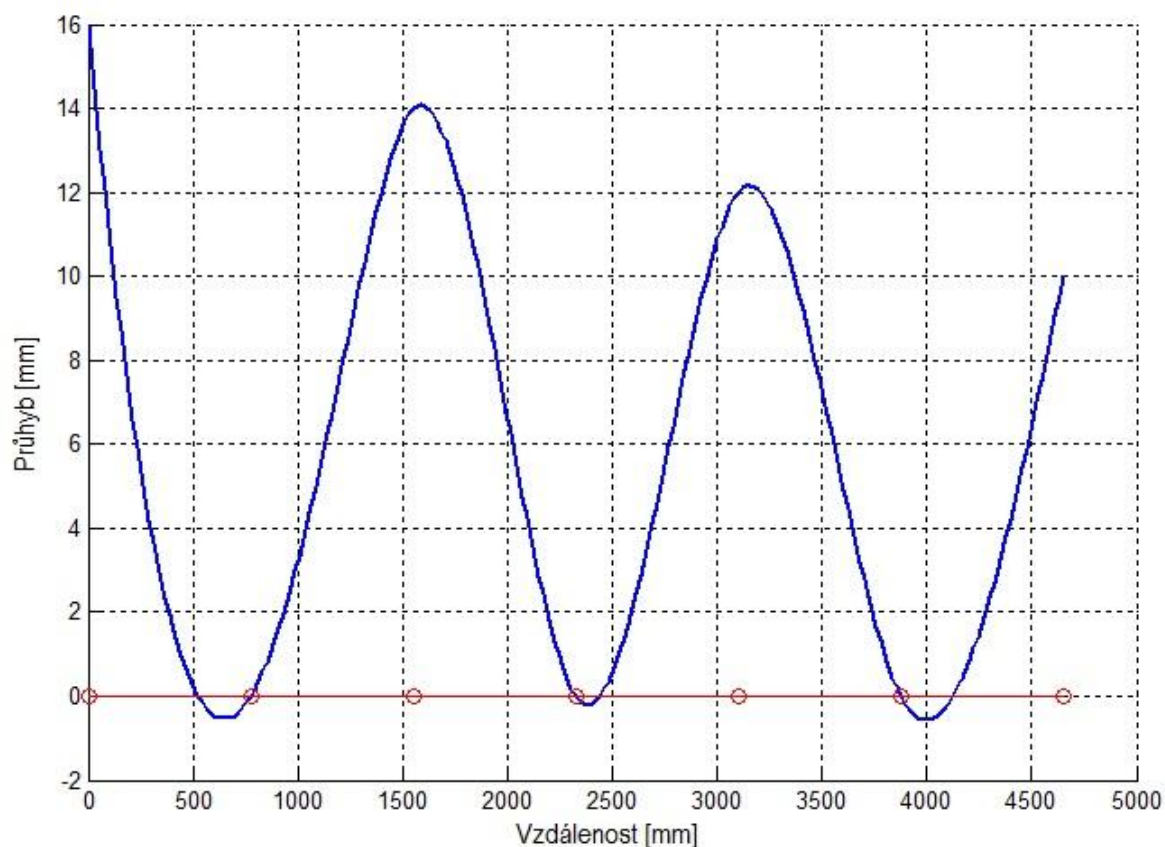
$$F_F = -58.24 \text{ kN}$$

$$F_G = 17.20 \text{ kN}$$

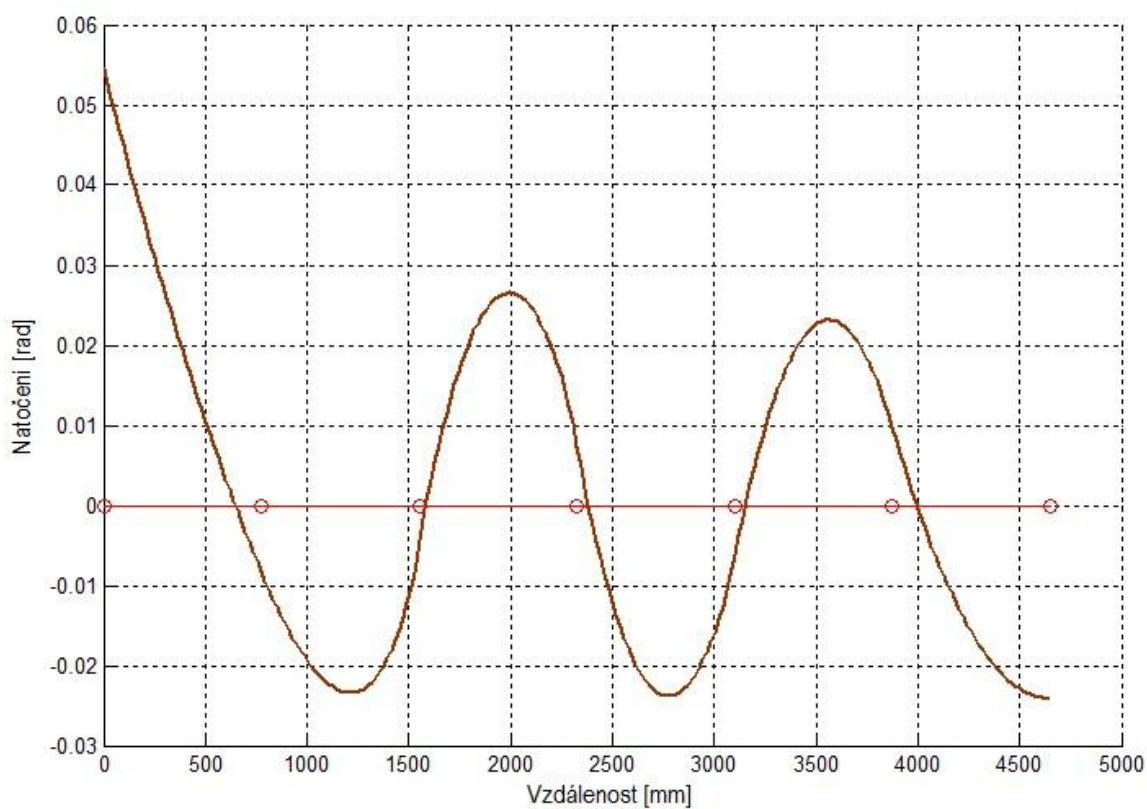
$$F_{SUMA} = 7.28e-12 \text{ N}$$

- Výpočtový čas = 42.60 s
- Potřebný výkon (ze spotřebované plastické práce)  
 $P_p = 1.45 \text{ kW}$
- Celkový potřebný výkon  
 $P_c = 2.50 \text{ kW}$
- Celkový krouticí moment  
 $M_K = 0.67 \text{ kN}\cdot\text{m}$
- Výstupní křivost  
 $k_{end} = 6.32e-7 \text{ 1/mm}$  ( $R = 1582.1 \text{ m}$ ,  $0.08 \text{ mm/m}$ )

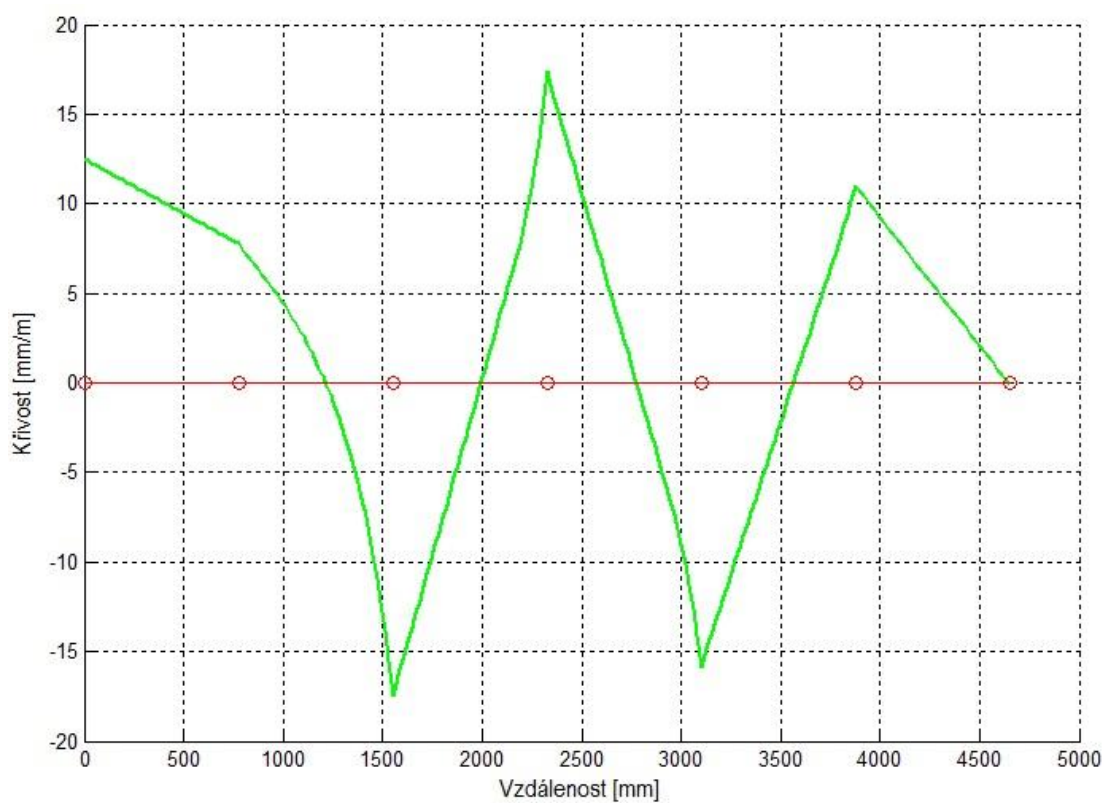
Ohybový moment, při kterém materiál zplastizuje při použití vzorců (2.4.2) a (3.2.8) nabývá hodnoty přibližně 14,6 kN·m. Jak je vidět na Obr. 3.3.4 tato hodnota byla překročena, takže jsme se dostali do plastické oblasti a materiál byl zplastizovaný. Z Obr. 3.3.5 můžeme vyčíst hodnoty napětí, které dosahují meze kluzu  $\sigma_k$ , což nám dokazuje, že jsme dosáhli do oblasti plastických deformací a materiál rovnáme.



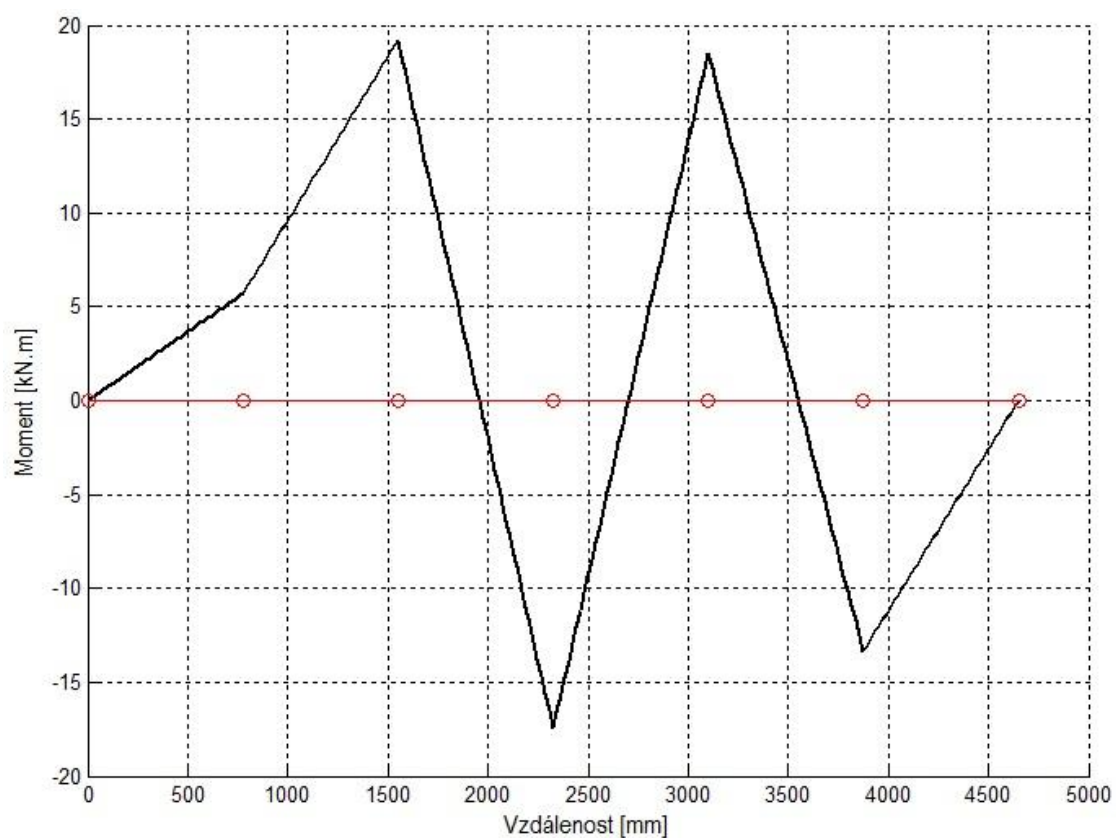
Obr. 3.3.2 Průhybová čára tyče po deformačním zatížení válci



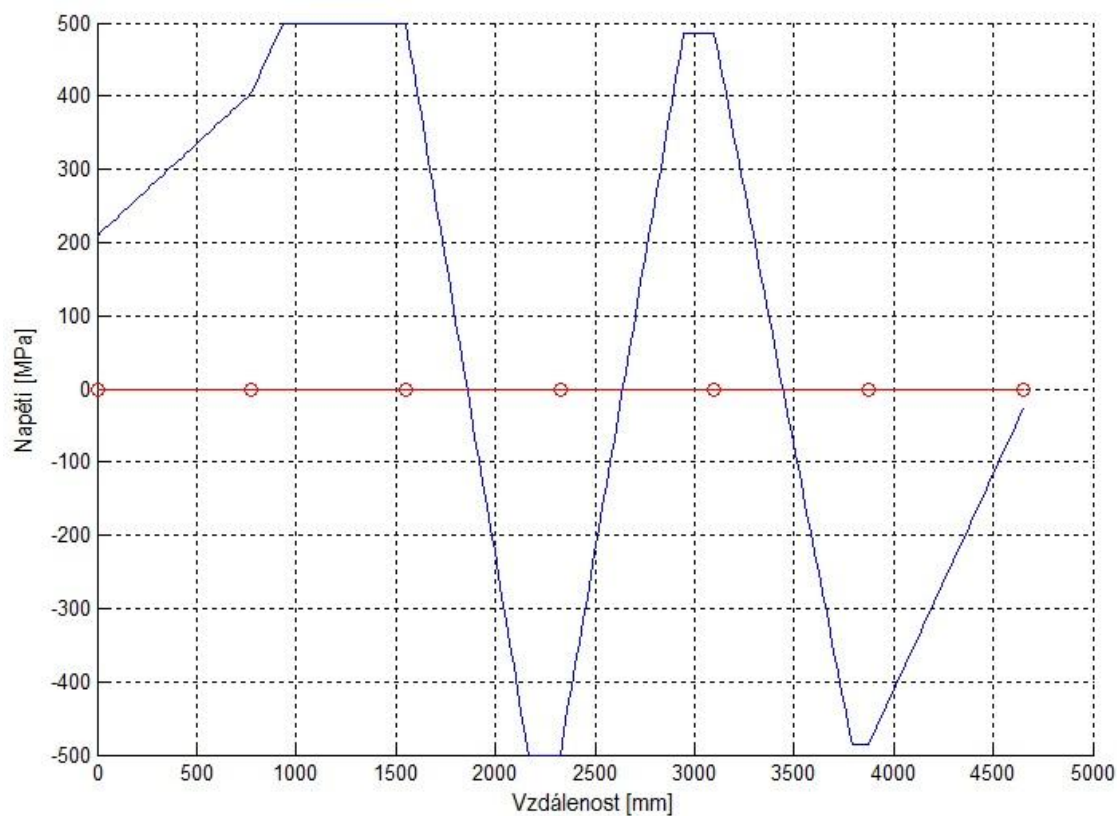
Obr. 3.3.3 Průběh natočení po deformačním zatížení tyče válci



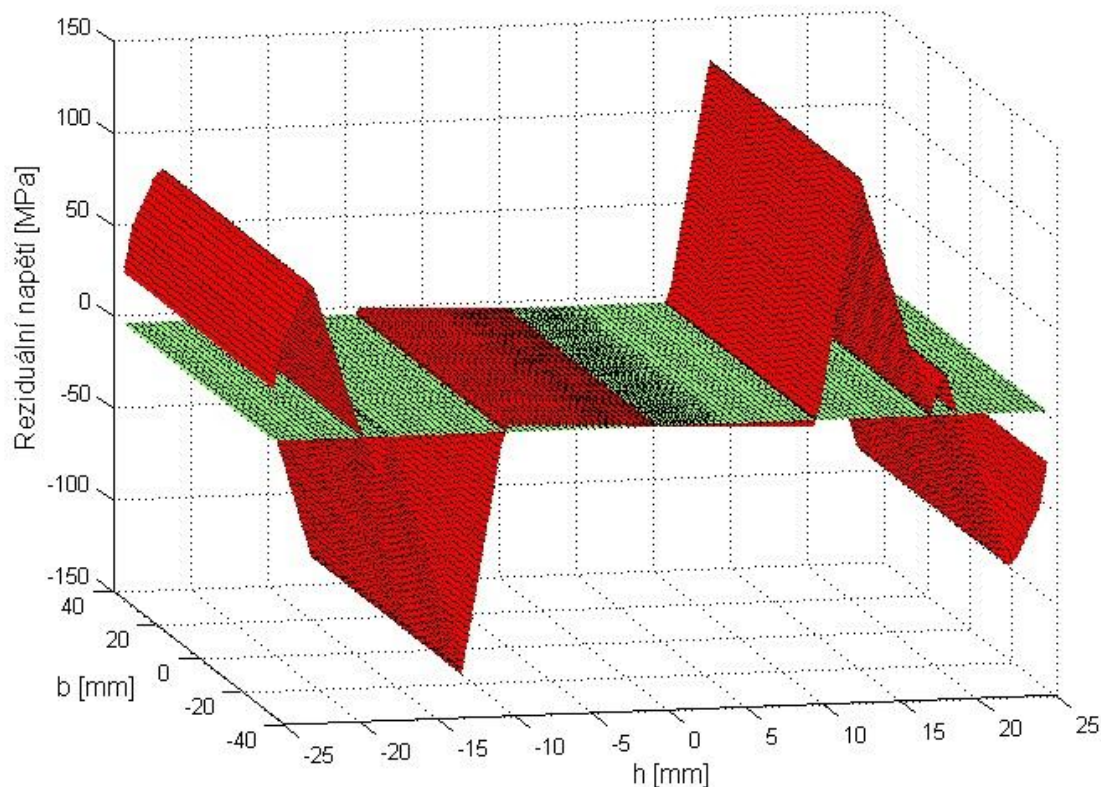
Obr. 3.3.3 Průběh křivosti po deformačním zatížení tyče válci



Obr. 3.3.4 Průběh momentu po deformačním zatížení tyče válci



Obr. 3.3.5 Průběh napětí po deformačním zatížení tyče válci



Obr. 3.3.6 Výsledné přerozdělené reziduální napětí na průřezu po deformačním zatížení

### 3.4 Výhody a nevýhody

Námi zvolený přístup pomocí metody Newton-Raphson, který byl vybrán díky svým vhodným konvergenčním vlastnostem za předpokladu jednoosé napjatosti v longitudinálním směru, nám dává poměrně přesnou představu o změně hodnoty vstupní a výstupní křivosti, kde jsme snížili křivost z 0,000 1 1/mm na 0,000 000 632 1/mm. Tuto hodnotu můžeme považovat za poměrně úspěšné narovnání materiálu.

Mezi menší nedostatky této metody můžeme brát divergující řešení při nevhodně zvolených vstupních hodnotách.

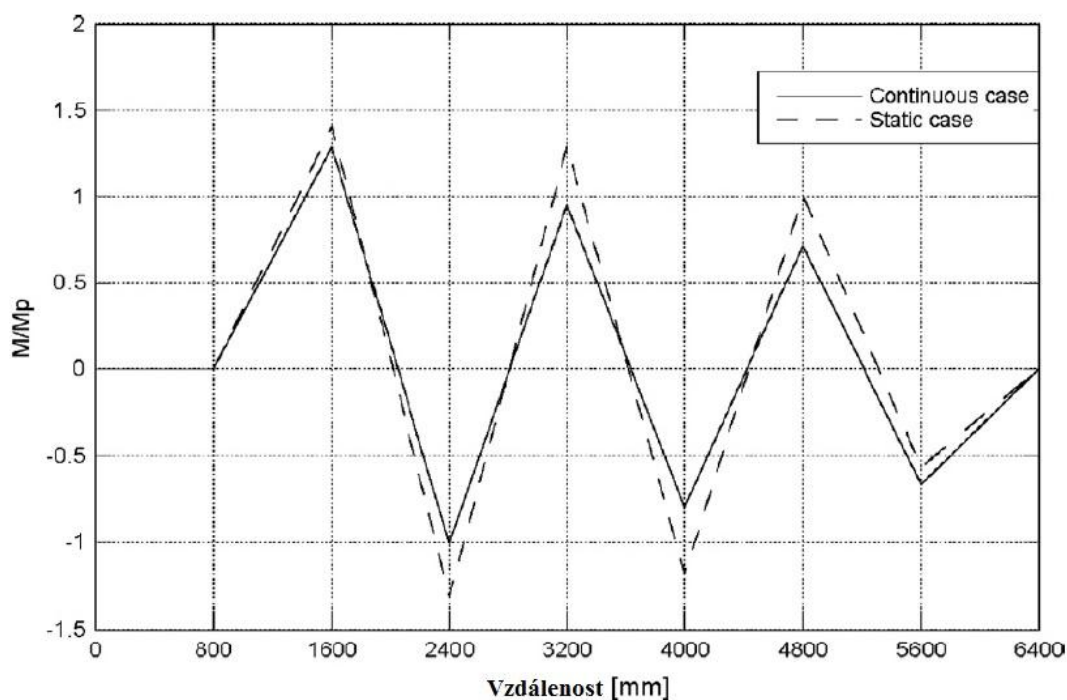
## 4 DISKUZE

### 4.1 Srovnání s případy z literatury

Na obdobné téma, avšak s rozdílným průřezem a to kolejnicovým, můžeme v literatuře najít článek ze Španělska, který zpracovali Betegon Biempica, del Coz Diaz, Garcia Nieto a Penuelas Sanchez s názvem *Nelineární analýza zbytkového napětí při výrobě kolejnic metodou MKP* (Nonlinear analysis of residual stresses in a rail manufacturing process by FEM). Faktem je, že při tom rozdílného průřezu nemůžeme provést úplné srovnání s našim případem, ale můžeme alespoň porovnat výstupní hodnoty, které jsou velmi obdobné [7].

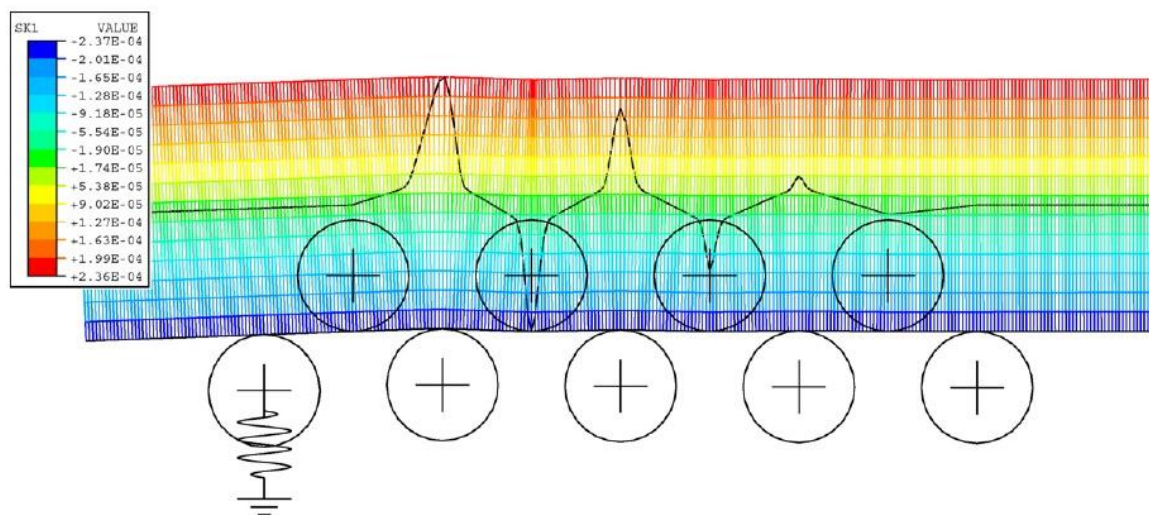
V této publikaci autoři pracují s rovnacím strojem o devíti válci, kde horní válce jsou pevně usazeny, a přesazení se aplikuje na spodní sadu válců. Dále předpokládají, že hodnoty posuvů budou klesat od největších ( $w_3 > w_5 > w_7 > w_9$ ) k nejmenším. Tímto sestavením získají sedm po sobě jdoucích ohybů. Je potřeba ještě upřesnit, že se jedná o zjednodušení v podobě jednorozměrného modelu, protože v praxi detailní trojrozměrný model není proveditelný kvůli velkému počtu stupňů volnosti. Přesto by tento model měl být schopen zachytit hlavní rysy procesu rovnání a zejména ty charakteristiky, které nám dají nejrealističtější popis průběhu momentu, křivosti a zbytkových napětí [7].

Na Obr. 4.1.1 můžeme vidět průběh momentu a to ve dvou případech. U prvního se jedná o statické zatížení (Static case) a druhý případ (Continuous case) více komplexnější, který se snaží reprodukovat celý proces rovnání.



Obr. 4.1.1 Průběh momentu v závislosti na vzdálenosti [7]

Vývoj zakřivení v každé části nosníku podél rovního stroje je znázorněn na Obr. 4.1.2. Zde je zřejmé, že zakřivení způsobené prvními válci je mnohem větší (řádově 100 krát), než od posledních válců. Tato velká hodnota je postupně na dalších válcích zmenšována až po dosažení požadované křivosti.

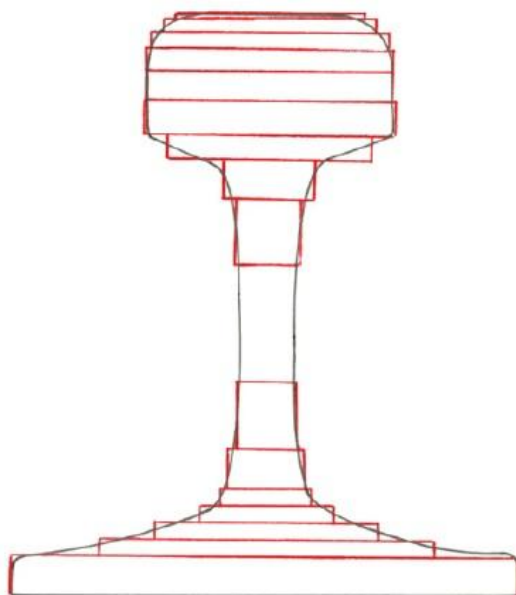


Obr. 4.1.2 Průběh křivosti při průchodu rovními stroji [7]

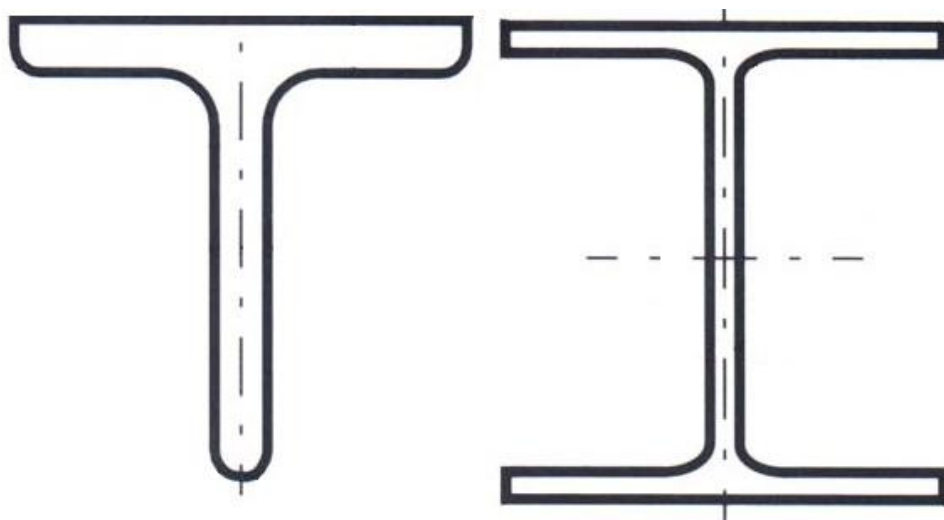
## 4.2 Návrhy pokračování řešení

Jako doporučení k pokračování řešení daného problému bych navrhol přidat další vstupní moduly pro další odlišné průřezové charakteristiky jako např. kolejnice (Obr. 4.2.1), traverzy o profilech T a H (Obr. 4.2.2) atd., kde je poněkud obtížnější správné rozdělení průřezu.

Základním předpokladem správného určení vstupních matic napětí a přetvoření u těchto složitějších průřezů je určení správné šířky, vhodnou úpravou vzorců z kapitoly 3.2, každé jednotlivé vrstvy odpovídajících profilů.



Obr. 4.2.1 Kolejnicový profil s návrhem dělení průřezu [7]



Obr. 4.2.2 Profily traverz do T a H průřezu

## ZÁVĚR

Primárním úkolem této práce bylo přidání vstupního modulu pro rovnání nekruhových průřezů a bližší seznámení s programem na rovnání dlouhých vývalků.

Na úvod po základní formulaci problému a představením cíle jeho řešení byly shrnuty dosavadní poznatky o rovnacích strojích a jednotlivých přístupech rovnání, které jsou momentálně využívány. Dále byly popsány jednotlivé problematiky zabývající se chováním materiálů při ohýbání, využívající plastické deformace, od definice ideálně pružně plastického materiálu přes zbytkové reziduální napětí až po výpočtové metody MKP a Newton-Raphson.

V části o výpočtovém programu na simulaci ohýbání byla představena jeho základní struktura, o kterou se celá metoda opírá. Byla zavedena obecná představa o dělení příčného průřezu profilu a to jak kruhové, tak i obdélníkové geometrie. S přidáním vstupního modulu pro nekruhové průřezy bylo provedeno optimální nastavení výpočtového programu pro zadané vstupní parametry s ukázkami výstupních hodnot a diagramů.

Na závěr byly výsledky srovnány s příklady z dostupné literatury a představily se návrhy na pokračování v řešení této problematiky.

**SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ**

1. ŠEBEK, František. *Rovnění vývalků opakovanou plastickou deformací*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 35 s. Vedoucí bakalářské práce prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
2. ŠEBEK, F. *Výpočtová analýza rovnění čtvercových tyčí*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 65 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
3. ŽĎAS a.s. [online]. [cit. 2014-3-18]. Dostupné z: [www.zdas.cz](http://www.zdas.cz)
4. PEŠINA, Eugen. *Základy užité teorie plasticity*. Praha: SNTL, 1966.
5. MARCINIAK, Zdzisław. *Teorie tváření plechů*. Praha: SNTL, 1964.
6. PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech*. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky.
7. BETEGÓN BIEMPICA, C. del COZ DÍAZ, J.J.. GARCÍA NIETO, P.J. PEÑULAS SÁNCHEZ, I. *Nonlinear analysis of residual stresses in a rail manufacturing process by FEM*. Department of Construction and Engineering of Production, 33204 Gijón, Spain, Department of Mathematics, Faculty of Sciences, 33007 Oviedo, Spain.
8. VRBKA, M., VAVERKA, M. *Metoda konečných prvků* [online]. Vysoké učení technické v Brně, Ústav konstruování: 2010 [cit. 2014-03-29]. Dostupné z: [http://old.uk.fme.vutbr.cz/kestazeni/MKP/prednaska1\\_mkp.pdf](http://old.uk.fme.vutbr.cz/kestazeni/MKP/prednaska1_mkp.pdf)
9. BRDIČKA, Miroslav. *Mechanika kontinua*. Vyd. 2., opr. Academia, 2000, 799 s. ISBN 80-200-0772-5.
10. FUSEK, M., HALAMA, R. *MKP a MHP* [online]. Západočeská univerzita v Plzni, Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava [cit. 2014-03-29]. Dostupné z: [http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/metoda\\_konecných\\_prvku\\_a\\_hraničních\\_prvku.pdf](http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/metoda_konecných_prvku_a_hraničních_prvku.pdf)
11. JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VRBKA a Jiří BURŠA. *Mechanika těles: Pružnost a pevnost I*. Brno: CERM, 2004. ISBN 80-214-2592-X.

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Zkratka	Jednotka	Popis
$\sigma_k$	[MPa]	mez kluzu
$\sigma_R$	[MPa]	reziduální napětí
$\sigma_{PP}$	[MPa]	pružně plastické napětí při zatížení určitým momentem
$\sigma_{fE}$	[MPa]	fiktivní elastické napětí při zatížení stejným momentem
$K_T$	[N·mm <sup>-1</sup> ]	globální tečná matice tuhosti
U	[N·mm <sup>-1</sup> ]	globální matice deformačních parametrů
R	[N]	globální matice ekvivalentních uzlových sil
u	[mm]	posuv
$\varepsilon$	[-]	přetvoření
$\varepsilon_{pl}$	[-]	plastická složka přetvoření
$\varepsilon_{el}$	[-]	elastická složka přetvoření
$\varepsilon_{tot}$	[-]	celkové přetvoření
$W_o$	[mm <sup>3</sup> ]	modul průřezu v ohybu
M	[N·mm]	ohybový moment
$M_{krit}$	[N·mm]	ohybový moment na mezi elastických a plastických deformací
$\varphi$	[rad]	natočení
L	[mm]	délka prvku
x	[mm]	longitudinální souřadnice
y	[mm]	příčná (horizontální) souřadnice
z	[mm]	radiální (vertikální) souřadnice
k	[mm <sup>-1</sup> ]	křivost
E	[MPa]	modul pružnosti v tahu
$\sigma$	[MPa]	napětí

## **PŘÍLOHY**

K tištěné bakalářské práci je přiložen CD-ROM s tímto obsahem:

- bakalářská práce ve formátu PDF (*Adobe Reader*),
- část programu na rovnání ve formátu M