VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

TECHNICKÝ VÝPOČET ZÁŘENÍ SOUSTAV LINEÁRNÍCH ANTÉN

TECHNICAL CALCULATION OF LINEAR ANTENAS ARRAYS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE MARTIN HALM
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE Ing. MICHAL POKORNÝ
SUPERVISOR
BRNO, 2010

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií

Ústav radioelektroniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Elektronika a sdělovací technika

Student:	Martin Halm	***ID:***	98693
Ročník:	3	***Akademický rok:***	2009/2010

NÁZEV TÉMATU:

Technický výpočet záření soustav lineárních antén

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se s přibližným analytickým popisem vyzařování elektromagnetických vln soustavou lineárních antén a s výpočtem vstupní impedance anténní soustavy. Funkčnost postupu výpočtu směrových charakteristik a vstupních impedancí ověřte na vhodně zvolených příkladech.

V programu MATLAB vytvořte program pro výpočet vstupní impedance a vyzařování obecné soustavy lineárních antén. Program doplňte standardním uživatelským rozhraním Windows. Správnou funkci svého programu ověřte porovnáním svých výsledků s výsledky programů SuperNEC a 4NEC.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] NOVÁČEK, Z. Elektromagnetické vlny, antény a vedení. Přednášky. Brno: 2006.

[2] BALANIS, A. C. Antenna Theory: Analysis and Design, 2/E. New York: J. Wiley & Sons, 1996.

Termín zadání:	8.2.2010	***Termín odevzdání:***	28.5.2010

Vedoucí práce: Ing. Michal Pokorný

prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida
Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá výpočtem směrových charakteristik a vstupních impedancí anténních soustav. V první části je tato problematika řešena na teoretické úrovni. Po definici základních parametrů antén je proveden rozbor vlastností dipólu konečné délky jako základního prvku anténních soustav. Poté následuje teorie anténních soustav a metody výpočtu vstupních impedancí dílčích prvků. Na základě těchto poznatků je pak vytvořen program v prostředí MATLAB, který realizuje zmíněné výpočty pro obecnou anténní soustavu.

KLÍČOVÁ SLOVA

Anténní soustavy, vzájemná impedance, vlastní impedance, směrová charakteristika.

ABSTRACT

This project deals with methods of calculation of radiation patterns and input impedances of antenna arrays. The first part describes this issue at a theoretical level. After defining some fundamental parameters of antennas, there is an analysis of finite length dipole. It is followed by the theory of antenna arrays and means of input impedance calculation of antenna array elements. In the final part of the work, a program is designed on the basis of the theory. The program is MATLAB based and implements the above mentioned calculations.

KEYWORDS

Antenna arrays, mutual impedance, self impedance, radiation pattern.

HALM, M. *Technický výpočet záření soustav lineárních antén*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií. Ústav radioelektroniky, 2010. 33 s., Bakalářská práce. Vedoucí práce: Ing. Michal Pokorný.

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Technický výpočet záření soustav antén jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 28. května 2010 .....

podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Michalu Pokornému za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne 28. května 2010 .....

podpis auto

OBSAH

Úvod 1
1 Základní parametry antén 2
1.1 Intenzita záření 2
1.2 Směrovost 2
1.3 Zisk 2
2 Dipól konečné délky 3
2.1 Proudová distribuce 3
2.2 Záření antény 4
2.3 Směrovost 6
3 Soustavy lineárních antén 6
3.1 Dvouprvková soustava 7
3.2 N-prvková soustava 9
4 Vlastní a vzájemná impedance 10
5 Příklady výpočtů 13
5.1 Výpočet vstupní impedance 13
5.2 Výpočet směrové charakteristiky 18
6 Vývoj programu 20
7 Ověření programu 22
7.1 Příklad 1 22
7.2 Příklad 2 26
Závěr 31
Seznam literatury 32
Seznam symbolů 33

ÚVOD

V souladu se zadáním je první část této bakalářské práce věnována obecné teorii záření anténních soustav a problematice vstupních impedancí jednotlivých prvků. Nejprve jsou položeny teoretické základy definováním relevantních parametrů antén. Na to je navázáno analýzou dipólu obecné délky jako základního prvku anténních soustav. Teoretická část pak pokračuje rozborem problematiky soustav lineárních antén. Princip záření anténních soustav je ukázán na fundamentální soustavě dvou dipólů a následně zobecněn na n-prvkovou soustavu s libovolným umístěním i parametry jednotlivých prvků.

Další kapitola se pak zaměřuje na problematiku vzájemných a vlastních impedancí prvků anténní soustavy, uvádí vztahy pro jejich výpočet a následně i souvislost s vstupní impedancí jednotlivých prvků.

Druhá části pak demonstruje funkčnost uvedených teoretických vztahů na modelových příkladech. V práci je tedy ukázán příklad „ručního“ výpočtu směrové charakteristiky a vstupních impedancí prvků jednoduché anténní soustavy.

Hlavním cílem této bakalářské práce je vytvoření programu v prostředí MATLAB pro výpočet těchto parametrů pro obecnou anténní soustavu. Finální část práce se pak zabývá popisem vytvořeného programu a jeho srovnáním s komerčně dostupnými programy.

1 ZÁKLADNÍ PARAMETRY ANTÉN

1.1 Intenzita záření

Intenzita záření v daném směru je definována jako výkon vyzářený anténou na jednotku prostorového úhlu. Intenzita záření je parametr náležící vzdálené oblasti a může být získán vynásobením výkonové hustoty záření druhou mocninou vzdálenosti [1]:

$$U = r^2 W_{rad}, \tag{1.1}$$

kde U je intenzita záření a W_{rad} je výkonová hustota záření.

Celkový vyzářený výkon je pak možné získat integrací intenzity záření přes celý prostor [1]:

$$P_{rad} = \oiint_{\Omega} U \, d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} U \sin\theta \, d\theta \, d\phi \, . \tag{1.2}$$

Pro izotropní zářič je intenzita záření nezávislá na úhlech θ a ϕ a proto platí:

$$P_{rad} = \oiint_{\Omega} U_0 \, d\Omega = U_0 \oiint_{\Omega} d\Omega = 4\pi U_0, \tag{1.3}$$

nebo ekvivalentně pro intenzitu záření izotropního zářiče:

$$U_0 = \frac{P_{rad}}{4\pi}. \tag{1.4}$$

1.2 Směrovost

Směrovost antény je definována jako poměr intenzity záření v daném směru k průměrné intenzitě záření ve všech ostatních směrech. Průměrná intenzita záření je rovna celkovému vyzářenému výkonu anténou poděleného 4π. Pokud není stanoven konkrétní směr záření, bere se maximální intenzita záření. Alternativně, směrovost neizotropního zářiče je rovna poměru jeho intenzity záření v daném směru vůči intenzitě záření izotropního zářiče. Směrovost pak vyjadřuje činitel směrovosti [1]:

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_0} = \frac{4\pi U(\theta, \phi)}{P_{rad}}. \tag{1.5}$$

Pokud není směr specifikován, je použita maximální intenzita záření:

$$D_{max} = D_0 = \frac{U_{max}}{U_0} = \frac{4\pi U_{max}}{P_{rad}}, \tag{1.6}$$

kde D je činitel směrovosti, D_0 je maximální činitel směrovosti, U je intenzita záření, U_{max} maximální intenzita záření, U_0 intenzita záření izotropního zářiče a P_{rad} je celkový vyzářený výkon.

1.3 Zisk

Dalším důležitým parametrem popisující vlastnosti antén je zisk. Ačkoliv je zisk velmi úzce spojen se směrovostí, zahrnuje tato veličina nejenom směrové vlastnosti, ale také účinnost

antény. Zisk antény je definován jako poměr intenzity v daném směru k intenzitě, které by bylo dosaženo, kdyby všechen dodaný výkon do antény byl izotropně vyzářen. Intenzita záření související s izotropně vyzářeným výkonem je rovna vstupnímu výkonu antény vyděleným 4π. Ve formě rovnice je pak zisk vyjádřen jako [1]:

$$\text{Zisk} = 4\pi \frac{\text{intenzita záření}}{\text{celkový vstupní výkon}} = 4\pi \frac{U(\theta,\phi)}{P_{in}}. \tag{1.7}$$

Ve většině případů se setkáváme s relativním ziskem, který je definován jako poměr výkonového zisku v daném směru k výkonovému zisku referenční antény v odpovídajícím směru. Vstupní výkon musí být stejný pro obě antény. Nejčastěji referenci představuje bezeztrátový izotropní zářič, proto [1]:

$$G = \frac{4\pi U(\theta,\phi)}{P_{in}(\text{bezeztrátový izotopní zářič})}. \tag{1.8}$$

Pokud není uveden požadovaný směr, je brán směr maximálního záření. Dle [1] můžeme uvést vztah mezi celkovým vyzářeným výkonem P_{rad} a celkovým vstupním výkonem P_{in} jako:

$$P_{rad} = e_{cd} P_{in}, \tag{1.9}$$

kde e_{cd} je účinnost záření antény, po dosazení do vztahu (1.8):

$$G(\theta,\phi) = e_{cd}\left[4\pi \frac{U(\theta,\phi)}{P_{rad}}\right]. \tag{1.10}$$

Následně je zřejmý i vztah mezi ziskem a činitelem směrovosti:

$$G(\theta,\phi) = e_{cd} D(\theta,\phi). \tag{1.11}$$

2 DIPÓL KONEČNÉ DÉLKY

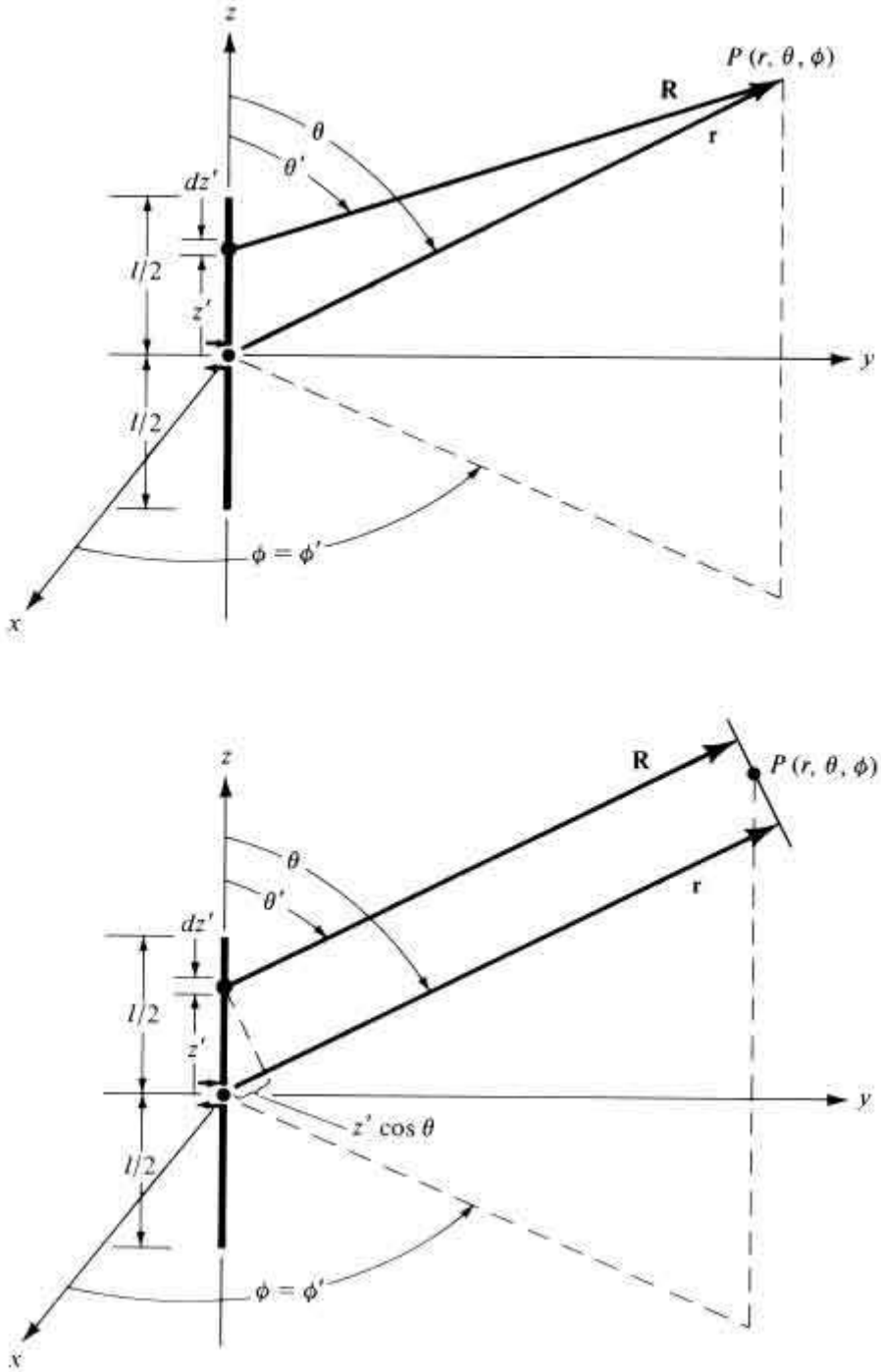
Pro zjednodušení je v následující kapitole předpokládán tenký dipól s průměrem výrazně menším, než je pracovní vlnová délka.

2.1 Proudová distribuce

S dobrou aproximací je možné pro velmi tenký dipól považovat proudovou distribuci za následující [1]:

$$I_e(x' = 0, y' = 0, z') \begin{cases} \hat{a}_z I_0 \sin\left[k\left(\frac{l}{2} - z'\right)\right], 0 \le z' \le l/2 \\ \hat{a}_z I_0 \sin\left[k\left(\frac{l}{2} + z'\right)\right], -l/2 \le z' \le 0 \end{cases}. \tag{2.1}$$

Předpokladem tohoto rozložení je buzení ve středu antény a nulový proud na koncích dipólu ($z' = \pm l/2$). Experimentálně bylo dokázáno, že proud v centrálně buzené drátové anténě má sinusový průběh s nulami na koncích. Geometrie antény je na obr. 1.



Obr. 1: Geometrie dipólu konečné délky a aproximace vzdálené oblasti, převzato z [1]

2.2 Záření antény

Dipól konečné délky může být dle obr. 1 rozdělen na určitý počet nekonečně malých dipólů délky $\Delta z'$. S vzrůstajícím počtem dělení se každý dipól blíží délce dz'. Pro nekonečně malý dipól délky dz' umístěny na pozici z' podél osy z platí pro složky elektrického a magnetického pole ve vzdálené oblasti [1]:

$$dE_\theta \cong j\eta \frac{k l_e(x', y', z') e^{-jkR}}{4\pi R} \sin\theta \, dz', \tag{2.2}$$

$$dE_r \cong dE_\phi = dH_r = dH_\theta = 0, \tag{2.3}$$

$$dH_\theta \cong j\frac{kl_e(x', y', z')e^{-jkR}}{4\pi R}\sin\theta\, dz', \tag{2.4}$$

kde

$$R = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2) + (-2zz' + z'^2)} = \sqrt{r^2 + (-2rz'\cos\theta + z'^2)} \tag{2.5}$$

s významem jednotlivých parametrů zřejmým z obr. 1.

Zavedením aproximace vzdáleného pole může být vztah (2.2) vyjádřen jako [1]:

$$dE_\theta \cong j\eta\frac{kl_e(x', y', z')e^{-jkR}}{4\pi R}\sin\theta\, e^{+jkz'\cos\theta}dz'. \tag{2.6}$$

Integrací příspěvků všech dílčích dipólů dostaneme:

$$E_\theta = \int_{-l/2}^{+l/2} dE_\theta = j\eta\frac{ke^{-jkr}}{4\pi r}\sin\theta\left[\int_{-l/2}^{+l/2} l_e(x', y', z')\, e^{jkz'\cos\theta}dz'\right] \tag{2.7}$$

a po matematických úpravách získáme předchozí výraz ve tvaru [1]:

$$E_\theta \cong j\eta\frac{I_0 e^{-jkr}}{2\pi r}\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right]. \tag{2.8}$$

Průměrná hodnota Poyntingova vektoru dipólu je [1]:

$$\boldsymbol{W}_{av} = \hat{\boldsymbol{a}}_r W_{av} = \hat{\boldsymbol{a}}_r\frac{1}{2\eta}|E_\theta|^2 = \hat{\boldsymbol{a}}_r\eta\frac{|I_0|^2}{8\pi^2 r^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2 \tag{2.9}$$

a intenzity záření [1]:

$$U = r^2 W_{av} = \eta\frac{|I_0|^2}{8\pi^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2. \tag{2.10}$$

Celkový vyzářený výkon je určen integrací průměrné hodnoty Poyntingova vektoru přes kulovou plochu o poloměru r [1]:

$$P_{rad} = \oiint_S \boldsymbol{W}_{av}\cdot ds = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} W_{av} r^2\sin\theta\;\, d\theta\, d\phi \tag{2.11}$$

a využitím výrazu (2.9) může být předchozí vztah upraven do tvaru:

$$P_{rad} = \eta\frac{|I_0|^2}{4\pi}\int_0^{\pi}\frac{\left[\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)\right]^2}{\sin\theta}d\theta. \tag{2.12}$$

2.3 Směrovost

Činitel směrovosti může být definován jako [1]:

$$D_0 = 4\pi \frac{F(\theta,\phi)|_{max}}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} F(\theta,\phi)\sin\theta \ d\theta \ d\phi}, \tag{2.13}$$

kde $F(\theta,\phi)$ je funkce záření vztažená k intenzitě záření dle vztahu $U = B_0 F(\theta,\phi)$.

Ze vztahu (2.10) pro dipól délky l platí:

$$F(\theta,\phi) = F(\theta) = \left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2 \tag{2.14}$$

a

$$B_0 = \eta \frac{|I_0|^2}{8\pi^2}. \tag{2.15}$$

Protože činitel směrovosti je pouze funkcí θ, výraz (2.13) pro obecný případ přechází do tvaru:

$$D(\theta) = \frac{2F(\theta)}{\int_0^{\pi} F(\theta)\sin\theta \ d\theta}. \tag{2.16}$$

3 SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ANTÉN

V předchozí kapitole byly uvedeny základní parametry platné pro dipól konečné délky. Obvykle je vyzařovací charakteristika jediného prvku poměrně široká s nízkou hodnotou činitele směrovosti (zisku). V mnoha aplikacích je však nutné navrhnout antény s velmi vysokou směrovostí (velmi vysokým ziskem) pro umožnění komunikace na dlouhé vzdálenosti. Jedním z možných způsobů jak toho dosáhnout je sestavení více zářících prvků dle specifické elektrické a geometrické konfigurace. Prvky takto sestavené nové antény bývají z praktického hlediska většinou rozměrově identické.

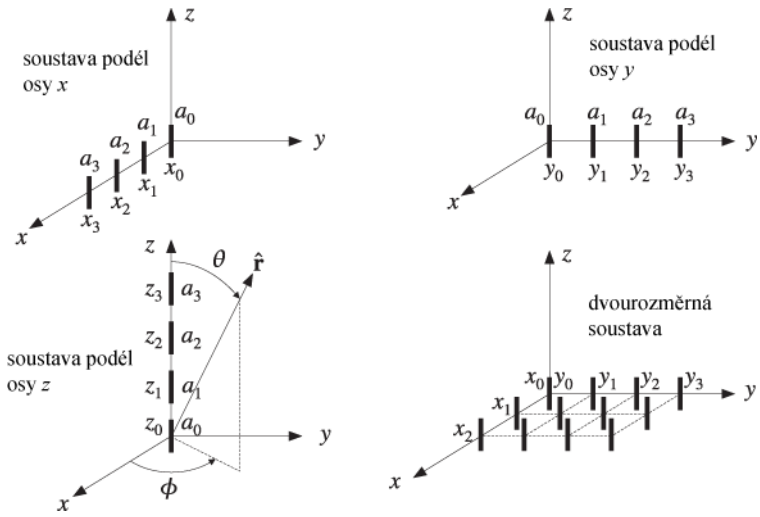
Výsledné záření soustavy se pak určí jako vektorový součet jednotlivých charakteristik dílčích elementů. Pro zajištění velmi směrové charakteristiky je nutné, aby docházelo ke konstruktivní interferenci v požadovaném směru a naopak k destruktivní ve všech ostatních směrech. Tento přístup je však ideální, prakticky je možné se k němu jen přiblížit. Při návrhu je nutné zvážit alespoň pět následujících parametrů, jimiž je možné tvarovat výslednou směrovou charakteristiku antény [2]:

1. Geometrické konfigurace celé soustavy.
2. Vzájemné vzdálenosti mezi elementy.
3. Amplitudy buzení dílčích elementů.
4. Fáze buzení dílčích elementů.
5. Vzájemné charakteristiky dílčích elementů.

Vzájemný vliv těchto parametrů a určení celkového vyzařování pak bude předmětem této kapitoly.

Obr. 2 zachycuje některé příklady jedno a dvojrozměrných soustav obsahující identické lineární antény. Pokud je dílčí element rovnoběžný s osou z, tak vzhledem k úhlu ϕ (rovina xy) září všesměrově. Duplikací prvků podél osy x nebo y je tato všesměrovost narušena. Vhodně zvolenými napájecími koeficienty a_n pak může být dosaženo požadovaného zisku $G(\phi)$.

Pokud jsou elementy duplikovány podél osy z, je všesměrovost vzhledem k úhlu ϕ zachována a s dostatečným počtem prvků pole je pak možné dosáhnout libovolné charakteristiky vzhledem k polárnímu úhlu $G(\theta)$.



Obr. 2: Typické konfigurace anténních soustav

3.1 Dvouprvková soustava

Nejprve předpokládejme, že vyšetříme vlastnosti soustavy složené ze dvou nekonečně malých horizontálních dipólů umístěných podél osy z tak, jak je zachyceno na obr 3. Celková intenzita elektrického pole je dána součtem příspěvků intenzit dílčích prvků s pro rovinu yz platí [1]:

$$\boldsymbol{E}_t = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 = \hat{\boldsymbol{a}}_\theta j\eta \frac{kI_0 l}{4\pi}\left\{\frac{e^{-j[kr_1-(\beta/2)]}}{r_1}\cos\theta_1 + \frac{e^{-j[kr_2+(\beta/2)]}}{r_2}\cos\theta_2\right\}, \tag{3.1}$$

kde β je fázový rozdíl mezi proudy na vstupu jednotlivých prvků, amplituda proudu na prvcích je identická. Při zavedení zjednodušení pro vzdálenou oblast dle obr. 3:

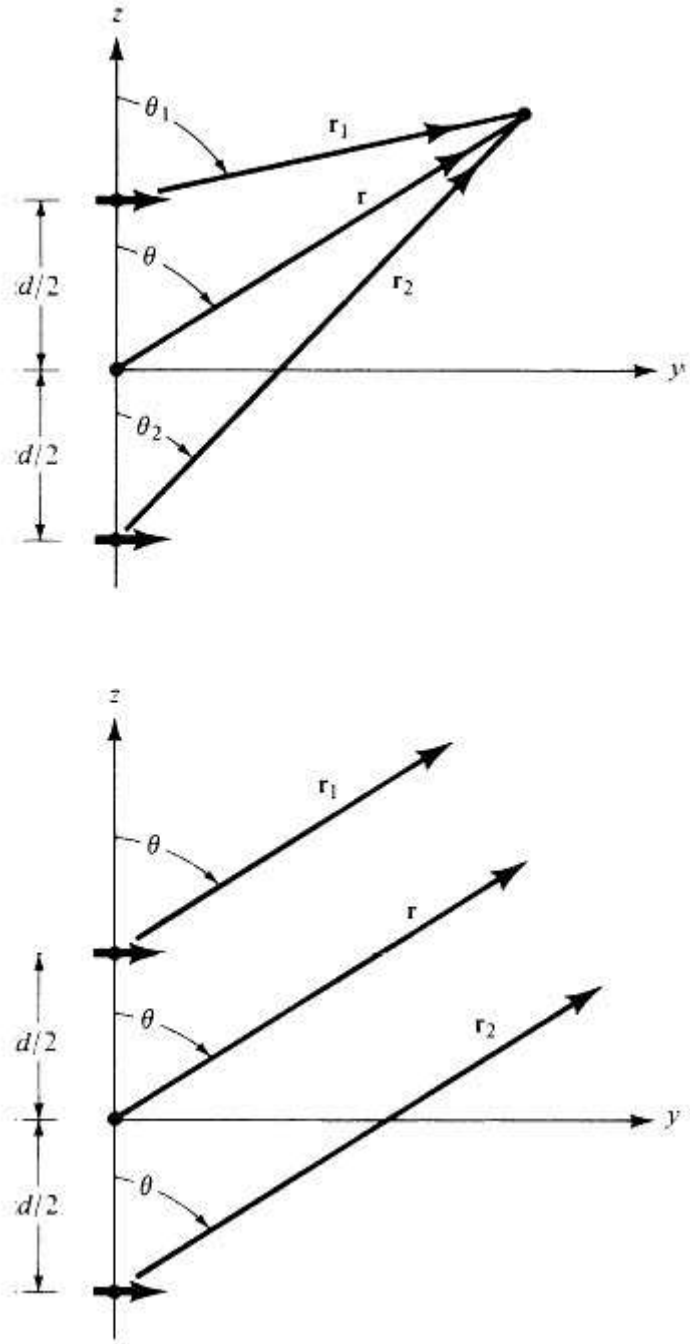
$$\begin{aligned}\theta_1 &\cong \theta_2 \\ &\cong \theta,\end{aligned} \tag{3.2}$$

$$\left.\begin{aligned} r_1 &\cong r - \frac{d}{2}\cos\theta \\ r_2 &\cong r + \frac{d}{2}\cos\theta \end{aligned}\right\} \text{pro změnu fáze} \tag{3.3}$$

$$r_1 \cong r_2 \cong r \ \text{ pro změnu amplitudy} \tag{3.4}$$

se rovnice (3.1) zjednoduší do tvaru [1]:

$$E_t = \hat{\boldsymbol{a}}_\theta j\eta \frac{kI_0 l e^{-jkr}}{4\pi r} \cos\theta \left\{ 2\cos\left[\frac{1}{2}(kd\cos\theta + \beta)\right]\right\}. \tag{3.5}$$



Obr. 3: Geometrie a aproximace vzdálené oblasti dvouprvkové soustavy, převzato z [1]

Z předchozího vztahu je zřejmé, že se celková intenzita pole rovná intenzitě jediného prvku umístěného v počátku vynásobeného členem, který bývá označován jako faktor soustavy. Pro dvouprvkové pole s konstantní amplitudou proudu je tedy faktor soustavy dán vztahem [1]:

$$AF = 2\cos\left[\frac{1}{2}(kd\cos\theta + \beta)\right]. \tag{3.6}$$

V normovaném tvaru pak:

$$(AF)_n = \cos\left[\frac{1}{2}(kd\cos\theta + \beta)\right]. \tag{3.7}$$

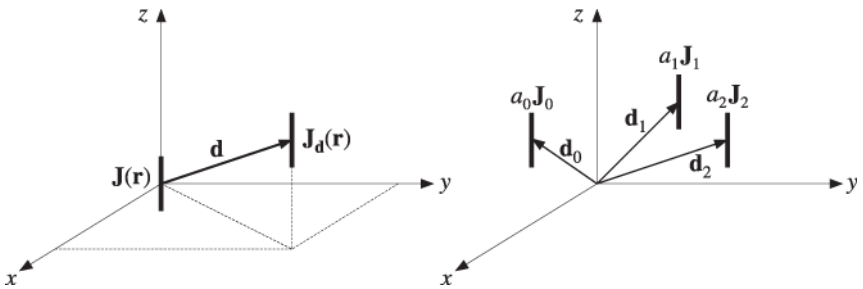
Faktor soustavy je funkcí geometrie pole a fázového rozdílu mezi proudy na dílčích elementech. Změnou vzdálenosti mezi prvky d a/nebo fáze mezi elementy β může tedy být řízeno celkové vyzařování soustavy.

Bylo tedy naznačeno, že pole ve vzdálené oblasti dvouprvkové soustavy je dáno součinem intenzity pole jednoho prku na zvoleném referenčním místě (obvykle počátku) a faktoru soustavy. Každá soustava má svůj vlastní faktor. Faktor soustavy je obecně funkcí počtu prvků, jejich geometrického rozmístění, vzájemných amplitud a fází proudu a vzájemných vzdáleností mezi prvky. V následujícím textu bude ukázáno odvození vztahu pro tento obecný případ soustavy antén.

3.2 N-prvková soustava

Obecně předpokládejme trojrozměrnou soustavu několika identických antén umístěných na pozicích $\boldsymbol{d}_0,\ \boldsymbol{d}_1,\ \boldsymbol{d}_2, \ldots$ s relativními budícími koeficienty $a_0,\ a_1,\ a_2, \ldots$, tak jak je zachyceno na obr. 4. Pro relativní budící koeficienty platí $a_n = I_n/|I_n|_{max}$, kde I_n je proud na vstupních svorkách $n$tého dipólu. Proudová hustota $n$té antény je pak $\boldsymbol{J}_n(\boldsymbol{r}) = a_n \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{d}_n)$ a související vektor záření [3]:

$$\boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{k}) = a_n e^{j\boldsymbol{k}\boldsymbol{d}_n} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{k}). \tag{3.8}$$



Obr. 4: Obecná soustava antén, převzato z [3]

Celkový vektor záření je pak [3]:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F}_{tot}(\boldsymbol{k}) &= \boldsymbol{F}_0 + \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \cdots \\ &= a_0 e^{j\boldsymbol{k}\boldsymbol{d}_0} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{k}) + a_1 e^{j\boldsymbol{k}\boldsymbol{d}_1} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{k}) + a_2 e^{j\boldsymbol{k}\boldsymbol{d}_2} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{k}) + \cdots .\end{aligned} \tag{3.9}$$

Člen $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{k})$ zastupuje jeden anténní prvek a je tedy stejný pro všechny složky. Tímto dostáváme výraz definující vlastnost násobení vyzařovacích charakteristik:

$$\boldsymbol{F}_{tot}(\boldsymbol{k}) = AF(\boldsymbol{k}) \boldsymbol{F}(\boldsymbol{k}), \tag{3.10}$$

kde $AF(\boldsymbol{k})$ je faktor soustavy:

$$AF(\boldsymbol{k}) = a_0 e^{j\boldsymbol{k}\boldsymbol{d}_0} + a_1 e^{j\boldsymbol{k}\boldsymbol{d}_1} + a_2 e^{j\boldsymbol{k}\boldsymbol{d}_2} + \cdots . \tag{3.11}$$

Součin $\boldsymbol{k}\boldsymbol{d}_0$ je možné rozepsat jako $k\Delta x_n \sin\theta \cos\phi + k\Delta y_n \sin\theta \sin\phi + k\Delta z_n \cos\theta$, kde k je vlnové číslo a $\Delta \ldots_n$ je rozdíl aktuální pozice antény a referenčního bodu na příslušné ose, pak je možné předchozí vztah vyjádřit ve tvaru:

$$AF(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^{N} a_n e^{j(k\Delta x_n \sin\theta \cos\phi + k\Delta y_n \sin\theta \sin\phi + k\Delta z_n \cos\theta)} . \tag{3.12}$$

Související celková intenzita záření a celkový zisk soustavy může být zapsán v obdobném tvaru [3]:

$$U_{tot}(\theta,\phi) = |AF(\theta,\phi)|^2 U(\theta,\phi), \tag{3.13}$$

$$G_{tot}(\theta,\phi) = |AF(\theta,\phi)|^2 G(\theta,\phi), \tag{3.14}$$

kde $U(\theta,\phi)$ a $G(\theta,\phi)$ je intenzita záření a výkonový zisk jednoho prvku soustavy. Pro N-prvkovou soustavu s obecnými délkami jednotlivých dipólů platí [3]:

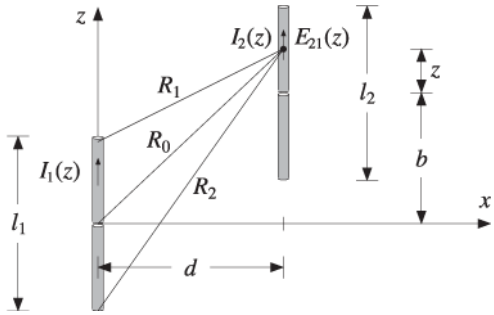
$$U_{tot}(\theta,\phi) = \left|\sum_{n=1}^{N}\left(a_n e^{j(k\Delta x_n \sin\theta\cos\phi + k\Delta y_n \sin\theta\sin\phi + k\Delta z_n \cos\theta)}\right)^2 U_n(\theta,\phi)\right|, \tag{3.15}$$

$$G_{tot}(\theta,\phi) = \left|\sum_{n=1}^{N}\left(a_n e^{j(k\Delta x_n \sin\theta\cos\phi + k\Delta y_n \sin\theta\sin\phi + k\Delta z_n \cos\theta)}\right)^2 G_n(\theta,\phi)\right|. \tag{3.16}$$

4 VLASTNÍ A VZÁJEMNÁ IMPEDANCE

Při malých vzdálenostech mezi anténami nemohou být opomenuty jejich vzájemné vazby. Mírou těchto vazeb je právě vzájemná impedance.

Zvažme dva paralelní centrálně buzené lineární dipóly tak, jak je zachyceno na obr. 5. jejich vzdálenost podél osy x je d a jejich středy jsou vzdáleny o hodnotu b na ose z.



Obr. 5: Paralelní dipóly, převzato z [3]

Pokud je anténa 1 buzena a anténa 2 je naprázdno, pak blízké pole vyvolané proudem na anténě 1 vyvolá napětí na U_{21} na svorkách antény 2. Vzájemná impedance mezi anténou 2 a anténou 1 je pak definovaná jako:

$$Z_{21} = \frac{U_{21}}{I_1}, \tag{4.1}$$

kde I_1 je vstupní proud antény 1. Vzájemně platí, že $Z_{12} = Z_{21}$. Obecněji, pokud jsou buzeny obě antény, pak pro budící napětí platí:

$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2, \tag{4.2}$$

$$U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2. \tag{4.3}$$

Hodnoty Z_{11} a Z_{22} představují vlastní impedance daných antén a jsou přibližně rovny vstupním impedancím jednotlivých izolovaných antén, tedy v případě že druhá anténa není přítomna.

Pokud je anténa 2 naprázdno a z-složka elektrického pole vyvolané anténou 1 a dopadající na anténu 2 je $E_{21}(z)$, pak napětí na svorkách antény je [3]:

$$U_{21} = -\frac{1}{I_2}\int_{-h_2}^{h_2} E_{21}(z) I_2(z) dz\,. \tag{4.4}$$

Za předpokladu, že rozložení proudu na anténě je sinusové [3]:

$$I_1(z) = I_1 \frac{\sin\big(k(h_1 - |z|)\big)}{\sin kh_1} = I_{m1} \sin\big(k(h_1 - |z|)\big)\,, \tag{4.5}$$

$$I_2(z) = I_2 \frac{\sin\big(k(h_2 - |z|)\big)}{\sin kh_2} = I_{m2} \sin\big(k(h_2 - |z|)\big)\,, \tag{4.6}$$

pak elektrické pole $E_{21}(z)$ podél antény 2 je [3]:

$$E_z(z) = -\frac{j\eta I_{m1}}{4\pi}\left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2\cos kh_1 \frac{e^{-jkR_0}}{R_0}\right], \tag{4.7}$$

kde $-h_2 \leq z \leq h_2$ a význam parametrů R_1, R_2, R_0 je zřejmý z obr. 5, jejich velikost je:

$$R_0 = \sqrt{d^2 + (z+b)^2}, \tag{4.8}$$

$$R_1 = \sqrt{d^2 + (z+b-h_1)^2}, \tag{4.9}$$

$$R_1 = \sqrt{d^2 + (z+b+h_1)^2}. \tag{4.10}$$

Dosazením rovnice (4.7) do (4.4) a úpravou dostaneme výraz pro vzájemnou impedanci Z_{21}:

$$Z_{21} = \frac{j\eta}{4\pi \sin kh_1 \, \sin kh_2}\int_{-h_2}^{h_2} F(z)\, dz\,, \tag{4.11}$$

kde

$$F(z) = \left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2\cos kh_1 \frac{e^{-jkR_0}}{R_0}\right] \sin\big(k(h_2 - |z|)\big)\,. \tag{4.12}$$

Tato hodnota vzájemné impedance je vztažena k hodnotě proudu na vstupních svorkách antény. Pokud ovšem jedna nebo obě antény mají délku rovnou celočíselným násobkům vlnové délky, pak jeden nebo oba prvky jmenovatele $\sin(kh_1)$, $\sin(kh_2)$ budou nulové, což má za následek nekonečnou hodnotu vzájemné impedance. Toto omezení je způsobeno předpokladem sinusového rozložení proudu, které je plně dostačující pro většinu praktických aplikací, kdy délky dipólu jsou blízké polovině vlnové délky

Vzájemnou impedanci je také možné vztáhnout k maximální hodnotě proudu $I_{m1}I_{m2}$ namísto $I_1 I_2$. V tomto případě je vzájemná impedance [3]:

$$Z_{21m} = \frac{j\eta}{4\pi}\int_{-h_2}^{h_2} F(z)\, dz\,. \tag{4.13}$$

Vlastní impedance antény může být vypočítána použitím stejného výrazu (4.11) s dosazením $d = a$, kde a je poloměr antény, a nastavením $h_1 = h_2$ a $b = 0$. Pak dostáváme:

$$Z_{11} = -\frac{1}{I_1^2}\int_{-h_1}^{h_1} E_{11}(z) I_1(z) dz = \frac{j\eta}{4\pi \sin^2 kh_1}\int_{-h_1}^{h_1} F(z) dz, \tag{4.14}$$

kde

$$F(z) = \left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1} + \frac{e^{-jkR_2}}{R_2} - 2\cos kh_1 \frac{e^{-jkR_0}}{R_0}\right] \sin\big(k(h_1 - |z|)\big) \tag{4.15}$$

a

$$R_0 = \sqrt{a^2 + z^2}, \tag{4.16}$$

$$R_1 = \sqrt{a^2 + (z - h_1)^2}, \tag{4.17}$$

$$R_1 = \sqrt{a^2 + (z + h_1)^2}. \tag{4.18}$$

Alternativní metodou výpočtu vzájemných impedancí je redukce integrálu (4.11) na exponenciální integrál $E_1(z) = \int_x^\infty \frac{e^{-t}}{t} dt$ a následně využít funkce `expint` v MATLABu. Rozdělením integrační oblasti $[-h_1, h_1]$ na polovinu a zápisem $\sin(k(h_2 - |z|))$ jako suma exponenciál, může být rovnice (4.11) upravena do podoby sumy výrazů ve tvaru [3]:

$$G(z_0, s) = \int_0^{h_1} \frac{e^{-jkR}}{R} e^{-jksz} dz, \quad R = \sqrt{d^2 + (z - z_0)^2}, \quad s = \pm 1 \tag{4.19}$$

Které mohou být upraveny s využitím $E_1(z)$ jako [3]:

$$G(z_0, s) = s e^{-jksz_0} [E_1(ju_0) - E_1(ju_1)] \tag{4.20}$$

s

$$u_0 = k\left[\sqrt{d^2 + z_0^2} - sz_0\right], \tag{4.21}$$

$$u_1 = k\left[\sqrt{d^2 + (h_1 + z_0)^2} + s(h_1 - z_0)\right]. \tag{4.22}$$

Následně může být integrál (4.11) přepsán do tvaru lineární kombinace těchto deseti výrazů [3]:

$$\int_{-h_1}^{h_1} F(z) dz = \sum_{i=1}^{10} c_i G\left(z_{i,} s_i\right) \tag{4.23}$$

s hodnotami z_i, c_i a s_i, kde $c_1 = e^{jkh_2}/(2j)$ uvedenými v tab. 1.

Dvojici dipólů je obecně možné rozšířit na soustavu n prvků buzených proudy I_n na jejich vstupních svorkách. V analogii s rovnicemi (4.2) a (4.3) jsou tedy vstupní napětí jednotlivých prvků určena následující soustavou rovnic [4]:

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + \cdots + Z_{1n}I_n \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + \cdots + Z_{2n}I_n. \\ &\vdots \\ U_n &= Z_{n1}I_1 + Z_{n2}I_2 + \cdots + Z_{nn}I_n \end{aligned} \tag{4.24}$$

i	z_i	s_i	c_i
1	$h_1 - b$	1	c_1
2	$-h_1 + b$	1	c_1
3	$-h_1 - b$	1	c_1
4	$h_1 + b$	1	c_1
5	b	1	$-4c_1 \cos kh_1$
6	$-h_1 + b$	-1	c_1^*
7	$-h_1 - b$	-1	c_1^*
8	$h_1 - b$	-1	c_1^*
9	$h_1 + b$	-1	c_1^*
10	b	-1	$-4c_1^* \cos kh_1$

Tab. 1: Tabulka koeficientů

Tato soustava rovnic umožňuje také výpočet poměru mezi kteroukoliv dvojicí neznámých veličin. Vstupní impedanci $i$tého prvku Z_{vsti} pak získáme vydělením $i$té rovnice vstupním proudem $i$tého prvku I_i [4]:

$$Z_{vsti} = \frac{U_i}{I_i} = Z_{i1}\frac{I_1}{I_i} + Z_{i2}\frac{I_2}{I_i} + \cdots + Z_{ii} + \cdots + Z_{in}\frac{I_n}{I_i}. \tag{4.25}$$

5 PŘÍKLADY VÝPOČTŮ

5.1 Výpočet vstupní impedance

Jako vzorový příklad byla zvolena soustava dvou paralelních půlvlnných dipólů o poloměru $a = 0.001\lambda$ umístěných podél jedné osy ($b = 0$) vzdálených polovinu vlnové délky od sebe ($d = 0.5\lambda$). Oba dipóly jsou buzeny stejným proudem se shodnou amplitudou a fází. Ve výpočtech pak vstupní proudy vystupují v poměru, proto není jejich absolutní hodnota důležitá. Pro názornost však předpokládejme, že amplituda budících proudů je 0.1A a fáze je 0°. V následujících výpočtech se pak všechny související parametry objevují v rozměru vlnových délek.

Nejprve je nutné vypočítat koeficienty v tab. 1. Platí že $h_1 = h_2 = l/2 = 0.25$ a $b = 0$. Tabulka koeficientů s dosazením těchto parametrů pak má podobu:

i	z_i	s_i	c_i
1	0,25	1	$e^{j2\pi 0.25}/2j$
2	-0,25	1	$e^{j2\pi 0.25}/2j$
3	-0,25	1	$e^{j2\pi 0.25}/2j$
4	0,25	1	$e^{j2\pi 0.25}/2j$
5	0	1	$-4(e^{j2\pi 0.25}/2j)\cos(2\pi 0.25)$
6	0,25	-1	$-e^{-j2\pi 0.25}/2j$
7	-0,25	-1	$-e^{-j2\pi 0.25}/2j$
8	-0,25	-1	$-e^{-j2\pi 0.25}/2j$
9	0,25	-1	$-e^{-j2\pi 0.25}/2j$
10	0	-1	$4(e^{-j2\pi 0.25}/2j)\cos(2\pi 0.25)$

V další fázi je možné vypočítat deset koeficientů dle vztahu (4.23) a (4.20) s využitím (4.21) a (4.22)

Nejprve je ukázán vypočet vzájemné impedance, tedy $Z_{21} = Z_{12}$ s dosazováním $d = 0.5$.

$i = 1$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}25^2} - 0{,}25\right] = 1{,}9416$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + (0{,}25 - 0{,}25)^2} + 0\right] = \pi$$

$$c_1 G(z_1, s_1) = \frac{e^{j2\pi 0{,}25}}{2j} e^{-j2\pi 0{,}25}[E_1(j1{,}9416) - E_1(j\pi)] = -0{,}1364 + 0{,}1804\,j$$

$i = 2$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}25^2} + 0{,}25\right] = 5{,}0832$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}5^2} + 0{,}5\right] = 7{,}5845$$

$$c_1 G(z_2, s_2) = \frac{e^{j2\pi 0{,}25}}{2j} e^{j2\pi 0{,}25}[E_1(j5{,}0832) - E_1(j7{,}5845)] = -0{,}0065 + 0{,}1519\,j$$

$i = 3$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}25^2} + 0{,}25\right] = 5{,}0832$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}5^2} + 0{,}5\right] = 7{,}5845$$

$$c_1 G(z_3, s_3) = \frac{e^{j2\pi 0{,}25}}{2j} e^{j2\pi 0{,}25}[E_1(j5{,}0832) - E_1(j7{,}5845)] = -0{,}0065 + 0{,}1519\,j$$

$i = 4$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}25^2} - 0{,}25\right] = 1{,}9416$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + (0{,}25 - 0{,}25)^2} + 0\right] = \pi$$

$$c_1 G(z_4, s_4) = \frac{e^{j2\pi 0{,}25}}{2j} e^{-j2\pi 0{,}25}[E_1(j1{,}9416) - E_1(j\pi)] = -0{,}1364 + 0{,}1804j$$

$i = 5$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2} - 0\right] = \pi$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}25^2} + 0{,}25\right] = 5{,}0832$$

$$c_1 G(z_5, s_5) = -4\frac{e^{j2\pi 0{,}25}}{2j}\cos(2\pi 0{,}25) e^{-j2\pi 0}[E_1(j1{,}9416) - E_1(j\pi)] = 0$$

$i = 6$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}25^2} + 0{,}25\right] = 5{,}0832$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + (0{,}25 - 0{,}25)^2} + 0\right] = \pi$$

$$c_1 G(z_6, s_6) = -\frac{e^{-j2\pi 0{,}25}}{2j}(-1) e^{j2\pi 0{,}25}[E_1(j5{,}0832) - E_1(j\pi)] = -0{,}1588 - 0{,}1292j$$

$i = 7$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}25^2} - 0{,}25\right] = 1{,}9416$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + (0{,}25 + 0{,}25)^2} - 0{,}5\right] = 1{,}3013$$

$$c_1 G(z_7, s_7) = -\frac{e^{-j2\pi 0{,}25}}{2j}(-1) e^{j2\pi 0{,}25}[E_1(j1{,}9416) - E_1(j1{,}3013)] = -0{,}1966 + 0{,}0057j$$

$i = 8$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}25^2} - 0{,}25\right] = 1{,}9416$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + (0{,}25 + 0{,}25)^2} - 0{,}5\right] = 1{,}3013$$

$$c_1 G(z_8, s_8) = -\frac{e^{-j2\pi 0{,}25}}{2j}(-1) e^{j2\pi 0{,}25}[E_1(j1{,}9416) - E_1(j1{,}3013)] = -0{,}1966 + 0{,}0057j$$

$i = 9$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + 0{,}25^2} + 0{,}25\right] = 5{,}0832$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}5^2 + (0{,}25 - 0{,}25)^2} + 0\right] = \pi$$

$$c_1 G(z_9, s_9) = -\frac{e^{-j2\pi 0,25}}{2j}(-1)e^{j2\pi 0,25}[E_1(j5,0832) - E_1(j\pi)] = -0,1588 - 0,1292j$$

$i = 10$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0,5^2} + 0\right] = \pi$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0,5^2 + 0,25^2} - 0,25\right] = 1,9416$$

$$c_1 G(z_{10}, s_{10}) = 4\frac{e^{-j2\pi 0,25}}{2j}\cos(2\pi 0,25)(-1)e^{-j2\pi 0}[E_1(j\pi) - E_1(j1,9416)] = 0$$

Následně je možné dle (4.23) vypočítat integrál sumací výše vypočtených koeficientů

$$\sum_{i=1}^{10} c_i G(z_i, s_i) = -0,9976 + 0,4177j,$$

dosadit do vztahu (4.11) a tím určit vzájemnou impedanci:

$$Z_{21} = \frac{j376,7303}{4\pi\sin(2\pi 0,25)\sin(2\pi 0,25)}(-0,9976 + 0,4177j) = -12,5235 - 29,9076j\ \Omega.$$

Výpočet vlastní impedance probíhá takřka identicky pouze s tím rozdílem, že za d ve vzorcích se dosazuje poloměr dipólu, tedy $d = 0.001$.

$i = 1$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0,001^2 + 0,25^2} - 0,25\right] = 1,2566e^{-5}$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0,001^2 + (0,25 - 0,25)^2} + 0\right] = 6,2832e^{-3}$$

$$c_1 G(z_1, s_1) = \frac{e^{j2\pi 0,25}}{2j}e^{-j2\pi 0,25}[E_1(j1,2566e^{-5}) - E_1(j6,2832e^{-3})] = -0,0031 + 3,1073j$$

$i = 2$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0,001^2 + 0,25^2} + 0,25\right] = 3,1416$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0,001^2 + (0,25 + 0,25)^2} + 0,5\right] = 6,2832$$

$$c_1 G(z_2, s_2) = \frac{e^{j2\pi 0,25}}{2j}e^{j2\pi 0,25}[E_1(j3,1416) - E_1(j6,2832)] = -0,2169 - 0,0481j$$

$i = 3$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0,001^2 + 0,25^2} + 0,25\right] = 3,1416$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0,001^2 + (0,25 + 0,25)^2} + 0,5\right] = 6,2832$$

$$c_1G(z_3,s_3)=\frac{e^{j2\pi 0,25}}{2j}e^{j2\pi 0,25}[E_1(j3,1416)-E_1(j6,2832)]=-0,2169-0,0481j$$

$i=4$:

$$u_0=2\pi\left[\sqrt{0,001^2+0,25^2}-0,25\right]=1,2566e^{-5}$$

$$u_1=2\pi\left[\sqrt{0,001^2+(0,25-0,25)^2}+0\right]=6,2832e^{-3}$$

$$c_1G(z_4,s_4)=\frac{e^{j2\pi 0,25}}{2j}e^{-j2\pi 0,25}[E_1(j1,2566e^{-5})-E_1(j6,2832e^{-3})]=-0,0031+3,1073j$$

$i=5$:

$$u_0=2\pi\left[\sqrt{0,001^2}-0\right]=6,2832e^{-3}$$

$$u_1=2\pi\left[\sqrt{0,001^2+0,25^2}+0,25\right]=3,1316$$

$$c_1G(z_5,s_5)=-4\frac{e^{j2\pi 0,25}}{2j}\cos(2\pi 0,25)e^{-j2\pi 0}[E_1(j6,2832e^{-3})-E_1(j3,1416)]=0$$

$i=6$:

$$u_0=2\pi\left[\sqrt{0,001^2+0,25^2}+0,25\right]=3,1416$$

$$u_1=2\pi\left[\sqrt{0,001^2+(0,25-0,25)^2}+0\right]=6,2832e^{-3}$$

$$c_1G(z_6,s_6)=-\frac{e^{-j2\pi 0,25}}{2j}(-1)e^{j2\pi 0,25}[E_1(j3,1416)-E_1(j6,2832e^{-3})]=0,9228+2,2832j$$

$i=7$:

$$u_0=2\pi\left[\sqrt{0,001^2+0,25^2}-0,25\right]=1,2566e^{-5}$$

$$u_1=2\pi\left[\sqrt{0,001^2+(0,25+0,25)^2}-(0,25+0,25)\right]=6,2832e^{-6}$$

$$c_1G(z_7,s_7)=-\frac{e^{-j2\pi 0,25}}{2j}(-1)e^{-j2\pi 0,25}[E_1(j1,2566e^{-5})-E_1(j6,2832e^{-6})]=0-0,3466j$$

$i=8$:

$$u_0=2\pi\left[\sqrt{0,001^2+0,25^2}-0,25\right]=1,2566e^{-5}$$

$$u_1=2\pi\left[\sqrt{0,001^2+(0,25+0,25)^2}-(0,25+0,25)\right]=6,2832e^{-6}$$

$$c_1G(z_8,s_8)=-\frac{e^{-j2\pi 0,25}}{2j}(-1)e^{-j2\pi 0,25}[E_1(j1,2566e^{-5})-E_1(j6,2832e^{-6})]=0-0,3466j$$

$i=9$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}001^2 + 0{,}25^2} + 0{,}25\right] = 3{,}1416$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}001^2 + (0{,}25 - 0{,}25)^2} + 0\right] = 6{,}2832e^{-3}$$

$$c_1 G(z_9, s_9) = -\frac{e^{-j2\pi 0{,}25}}{2j}(-1)e^{j2\pi 0{,}25}[E_1(j3{,}1416) - E_1(j6{,}2832e^{-3})] = 0{,}9228 + 2{,}2832\,j$$

$i = 10$:

$$u_0 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}001^2} + 0\right] = 6{,}2832e^{-3}$$

$$u_1 = 2\pi\left[\sqrt{0{,}001^2 + 0{,}25^2} - 0{,}25\right] = 1{,}2566e^{-5}$$

$$c_1 G(z_5, s_5) = 4\frac{e-^{j2\pi 0{,}25}}{2j}\cos(2\pi 0{,}25)e^{-j2\pi 0}[E_1(j6{,}2832e^{-3}) - E_1(j1{,}2566e^{-5})] = 0$$

Obdobně je opět provedena sumace jednotlivých prvků:

$$\sum_{i=1}^{10} c_i G(z_i, s_i) = 1{,}4056 - 2{,}4376j$$

a následně i výpočet vlastní impedance:

$$Z_{11} = \frac{j376{,}7303}{4\pi\sin(2\pi 0{,}25)\sin(2\pi 0{,}25)}(1{,}4056 - 2{,}4376j) = 73{,}0784 + 42{,}1386j\ \Omega$$

Při znalosti vzájemných a vlastních impedancí je možné vypočítat vstupní impeance pro jednotlivé prvky soustavy podle vztahu (4.25):

$$Z_{vst1} = \frac{U_{vst1}}{I_{vst1}} = Z_{11}\frac{I_{vst1}}{I_{vst1}} + Z_{12}\frac{I_{vst2}}{I_{vst1}} = (73{,}0784 + 42{,}1386\,j)\frac{0{,}1}{0{,}1} + (-12{,}5235 - 29{,}9076\,j)\frac{0{,}1}{0{,}1}$$
$$= \underline{\underline{(60{,}5549 + 12{,}231\,j)\Omega}}$$

$$Z_{vst2} = \frac{U_{vst2}}{I_{vst2}} = Z_{21}\frac{I_{vst1}}{I_{vst2}} + Z_{22}\frac{I_{vst2}}{I_{vst2}} = (-12{,}5235 - 29{,}9076\,j)\frac{0{,}1}{0{,}1} + (73{,}0784 + 42{,}1386\,j)\frac{0{,}1}{0{,}1}$$
$$= \underline{\underline{(60{,}5549 + 12{,}231\,j)\Omega}}$$

5.2 Výpočet směrové charakteristiky

Příklad výpočtu směrové charakteristiky pro horizontální rovinu (xy) je ukázán na dvouprvkové soustavě s délkou dipólů $l = 0.5\lambda$. Dipóly jsou orientovány rovnoběžně s osou z a umístěny podél osy x s rozestupem $d = 0.5\lambda$. Výpočet předpokládá v amplitudě shodné hodnoty proudu na vstupu obou antén s fázovým rozdílem $\beta = 90°$.

Výpočet vychází ze vztahu (3.14), který je možné pro maximální účinnost vyjádřit ve tvaru:

$$G_{tot}(\theta, \phi) = |AF(\theta, \phi)|^2 D(\theta, \phi). \tag{5.1}$$

Pro rovinu xy platí, že $\theta = 90°$ a tedy funkce záření daná vztahem

$$F(\theta,\phi) = F(\theta) = \left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right) - \cos\left(\frac{kl}{2}\right)}{\sin\theta}\right]^2 . \tag{5.2}$$

je konstantní. Po dosazení vychází $F = 1$.

Výraz pro činitel směrovosti vychází ze vztahu (2.16). Po úpravě a dosazení získáme konstantní hodnotu činitele směrovosti:

$$D(\theta) = D = \frac{2F(\theta)}{\int_0^\pi F(\theta)\sin\theta \ d\theta} = \frac{2}{1.2188} = 1.64$$

Pro tento modelový příklad je možné použít zjednodušený vztah pro faktor soustavy (3.6) ve tvaru:

$$AF(\phi) = 2\cos\left(\frac{1}{2}(kd\cos\phi + \beta)\right). \tag{5.3}$$

Dosazení zvolených hodnot úhlu ϕ a další průběh výpočtu pak dokumentuje tab. 2.

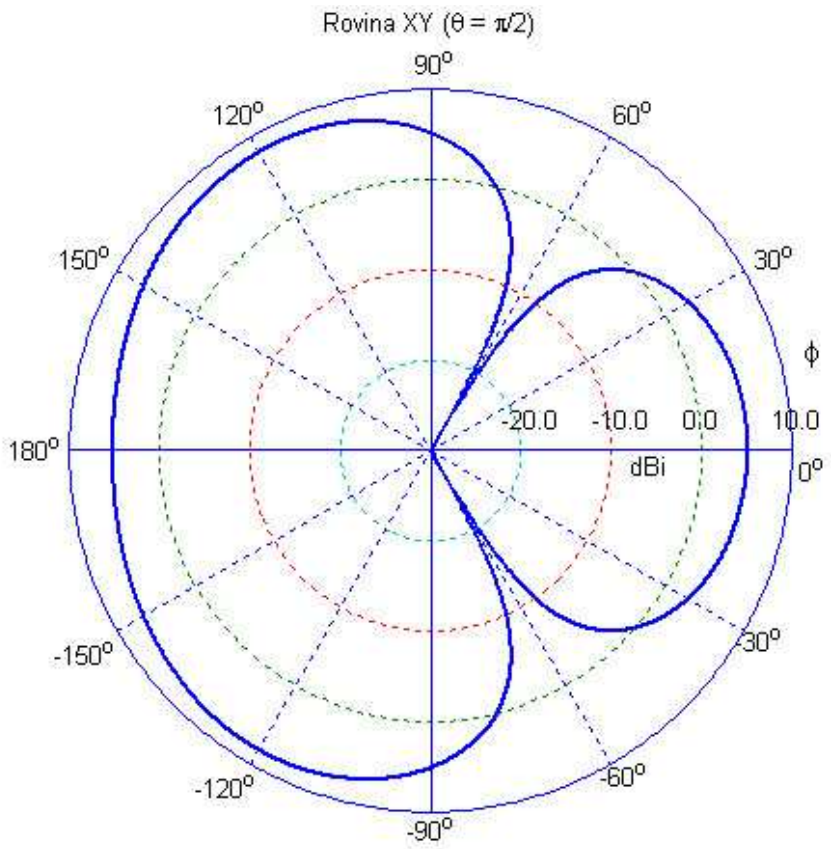
Dalším krokem je tedy umocnění absolutní hodnoty faktoru soustavy a vynásobení činitelem směrovosti D podle vztahu (5.1). Tím se získá absolutní hodnota zisku soustavy v závislosti na úhlu ϕ. Výsledná hodnota zisku G_{dB} v jednotce dBi byla vypočtena dle vztahu:

$$G_{dB} = 10\log G . \tag{5.4}$$

V grafické podobě je výsledek výpočtu znázorněn na obr. 6.

Φ	AF	$\lvert AF\rvert^2$	D	G	G_{dB}
[°]	[-]	[-]	[-]	[-]	[dBi]
0	-1.414	2.000	1.64	3.282	5.16
15	-1.337	1.786	1.64	2.931	4.67
30	-1.088	1.183	1.64	1.941	2.88
45	-0.639	0.409	1.64	0.671	-1.74
60	0.000	0.000	1.64	0.000	-30.00
75	0.740	0.547	1.64	0.898	-0.47
90	1.414	2.000	1.64	3.282	5.16
105	1.858	3.453	1.64	5.666	7.53
120	2.000	4.000	1.64	6.564	8.17
135	1.895	3.591	1.64	5.893	7.70
150	1.678	2.817	1.64	4.623	6.65
165	1.488	2.214	1.64	3.632	5.60
180	1.414	2.000	1.64	3.282	5.16
195	1.488	2.214	1.64	3.632	5.60
210	1.678	2.817	1.64	4.623	6.65
225	1.895	3.591	1.64	5.893	7.70
240	2.000	4.000	1.64	6.564	8.17
255	1.858	3.453	1.64	5.666	7.53
270	1.414	2.000	1.64	3.282	5.16
285	0.740	0.547	1.64	0.898	-0.47
300	0.000	0.000	1.64	0.000	-30.00
315	-0.639	0.409	1.64	0.671	-1.74
330	-1.088	1.183	1.64	1.941	2.88
345	-1.337	1.786	1.64	2.931	4.67

Tab. 2: Výpočet směrové charakteristiky dané soustavy



Obr. 6: Směrová charakteristika dané soustavy

6 VÝVOJ PROGRAMU

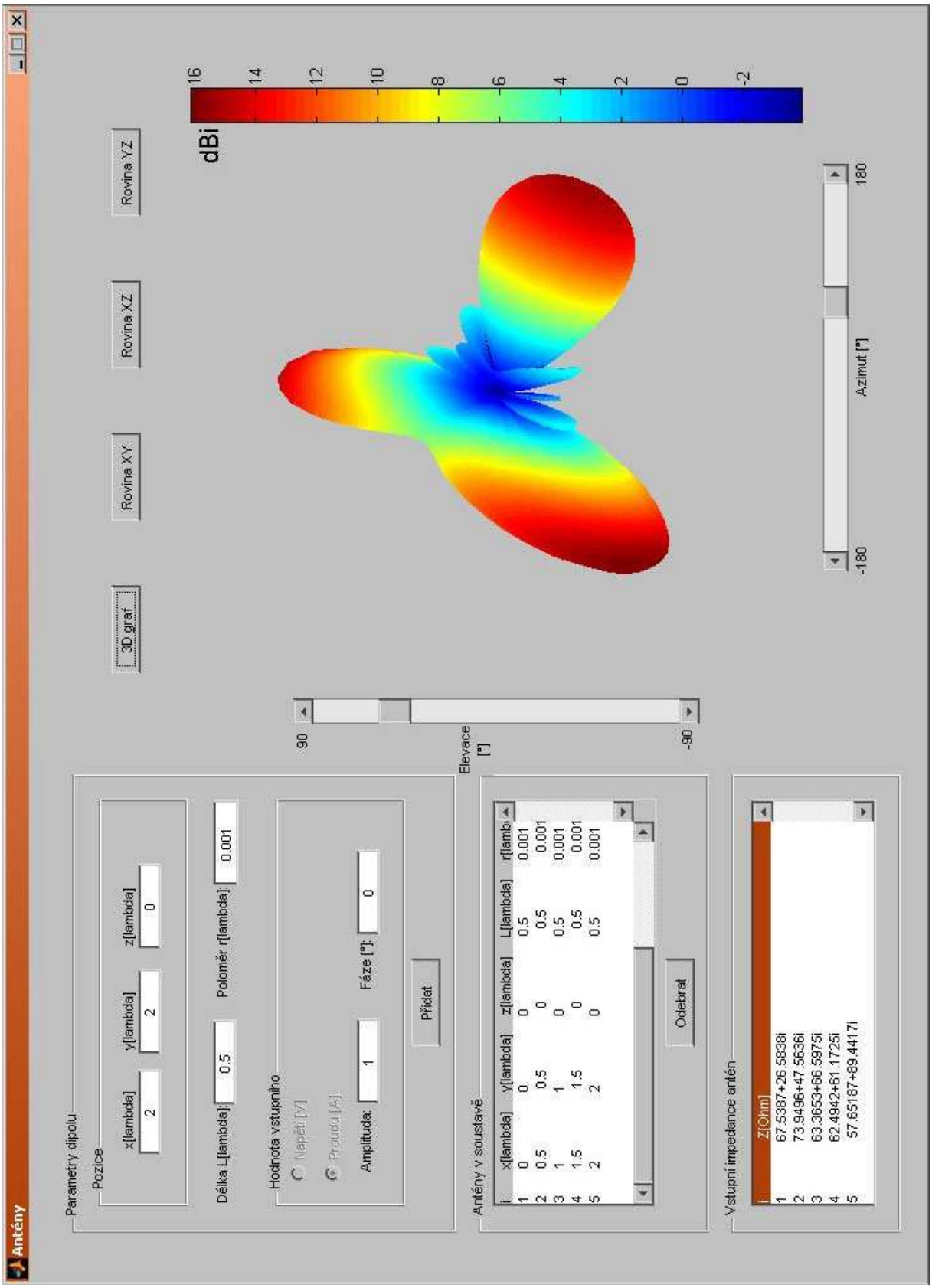
Vlastní program byl dle zadání vytvořen v programovém prostředí MATLAB. Pro výpočet vzájemných a vlastních impedancí program využívá stejné vztahy, které byly použity na výše uvedeném příkladu. Konkrétně jde o vztahy (4.14) s využitím (4.23) a dosazením dle (4.20), (4.21) a (4.22).

Výpočet zisku soustavy v požadovaném směru pak probíhá dle obecného vztahu (3.16) s dosazováním zisku, respektive činitele směrovosti, daného dipólu dle rovnice (2.16).

Z uživatelského hlediska je vhodnější funkci programu popsat s využitím uživatelského rozhraní na obr. 7.

V sekci „Parametry dipólu“ může uživatel zadat zvolenou pozici antény kdekoliv v prostoru, dipól je však vždy orientován rovnoběžně s osou z. Všechny souřadnice i parametry se zadávají v jednotkách vlnových délek. Dále je možné zvolit délku dipólu a jeho poloměr.

Uživatel může rozhodnout, zda využije znalosti vstupního proudu daného dipólu, nebo budícího napětí. Typ buzení pak musí zůstat pro všechny prvky soustavy stejný. Pokud je využito napěťové buzení, program s pomocí matice vzájemných a vlastních impedancí přepočítá vstupní napětí dipólů na odpovídající vstupní proudy a z nich jsou následně vypočítány budící koeficienty, které jsou pak dosazovány do vztahu (3.16). Z tohoto důvodu je tedy možné do soustavy zahrnout i pasivní prvky (vstupní napětí je nulové) a zkoumat jejich vliv na celkové záření soustavy.



Obr. 7: Uživatelské rozhraní programu

Po přidání se parametry prvků objeví v sekci „Antény v soustavě“. Pomocí tohoto dialogového okna může uživatel jednotlivé prvky v soustavě libovolně odebírat. Po provedení výpočtu se v sekci „Vstupní impedance antén“ objeví výpis vstupních impedancí jednotlivých

prvků soustavy v pořadí odpovídající seznamu v předchozí části. Současně se zobrazí 3D směrová charakteristika s možností zobrazení řezů v daných rovinách.

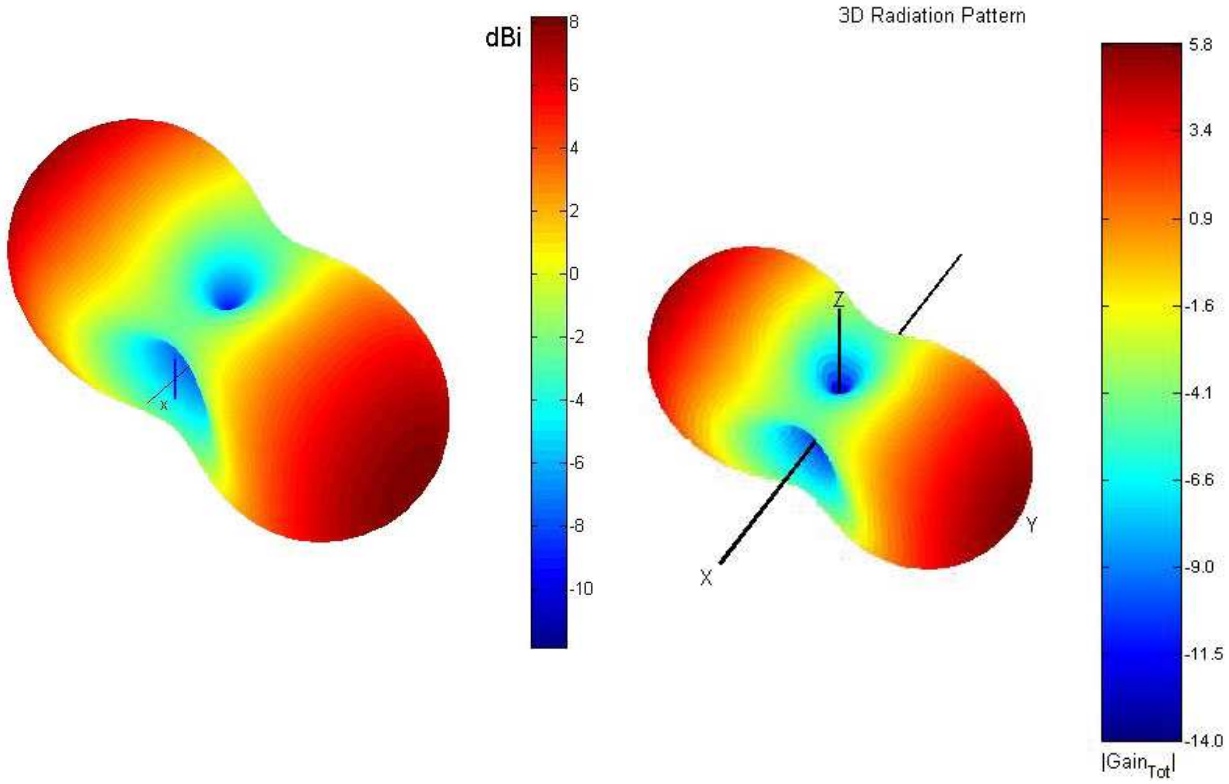
7 OVĚŘENÍ PROGRAMU

Dle zadání má být funkčnost programu ověřena porovnáním výsledků s programy SuperNEC a 4NEC. Testováním bylo zjištěno, že tyto dva programy poskytují takřka shodné výsledky, proto je v následující části ukázáno srovnání pouze s programem SuperNEC a to především z důvodu vyšší uživatelské přívětivosti.

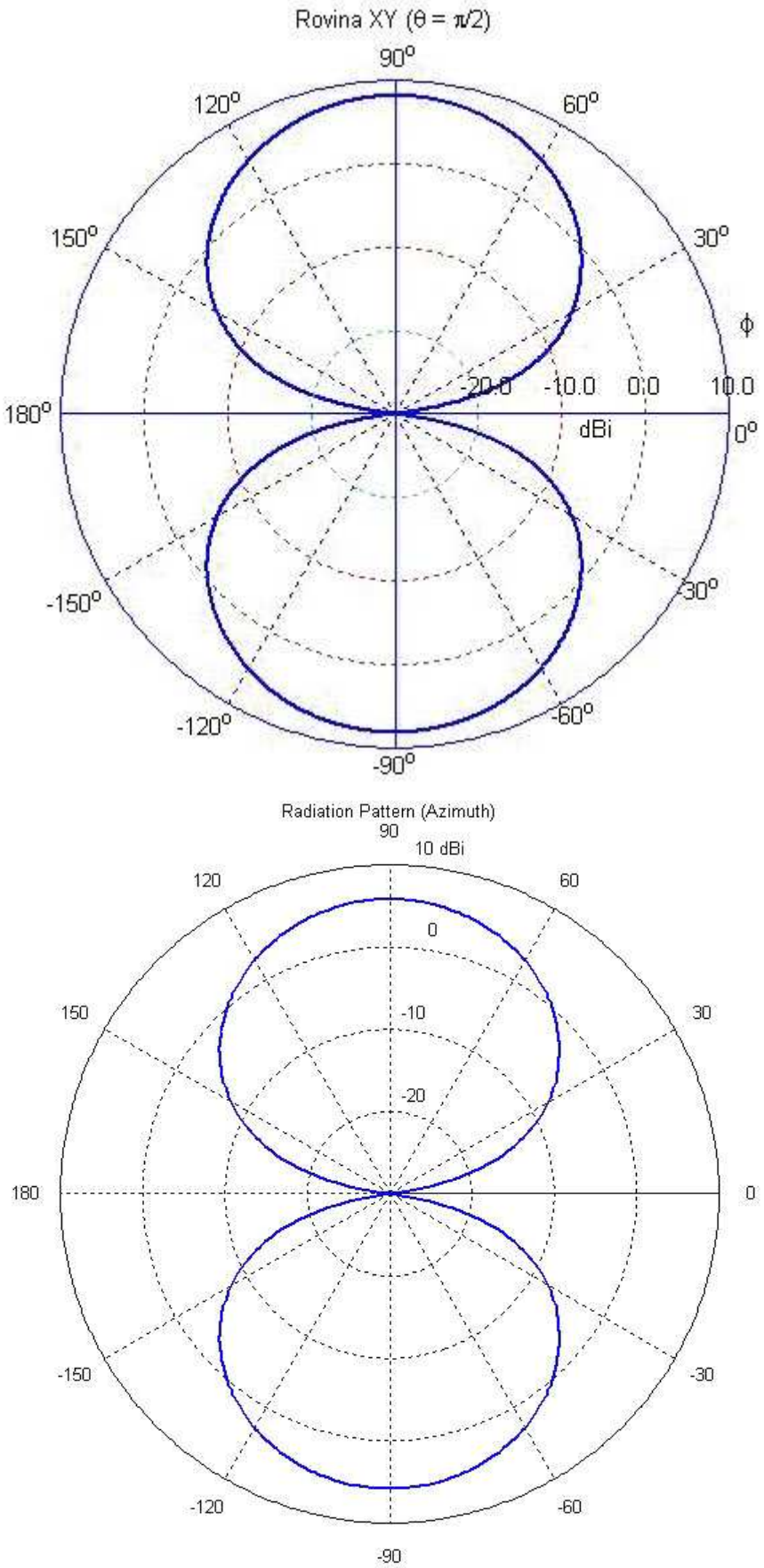
Srovnání je dále ukázáno na dvou příkladech.

7.1 Příklad 1

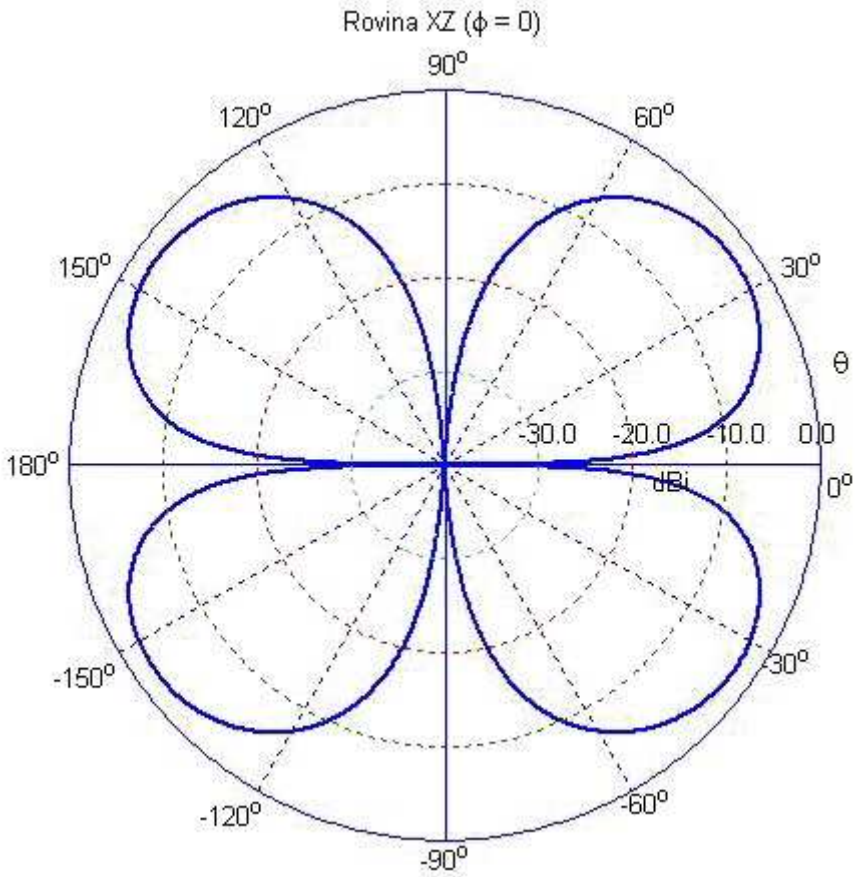
Pro první příklad byla zvolena stejná struktura soustavy jako pro ukázkový výpočet vstupní impedance. Jde tedy o půlvlnné dipóly orientované paralelně s osou z s rozestupem $d = 0.5\lambda$. a poloměrem $a = 0.001\lambda$.. První z nich byl umístěn do počátku souřadnic [0 0 0], druhý pak byl umístěn do odpovídající pozice [0,5 0 0] (všechny rozměry jsou ve vlnových délkách). Budící napětí obou antén bylo shodné – amplituda 1V a fáze 0°.

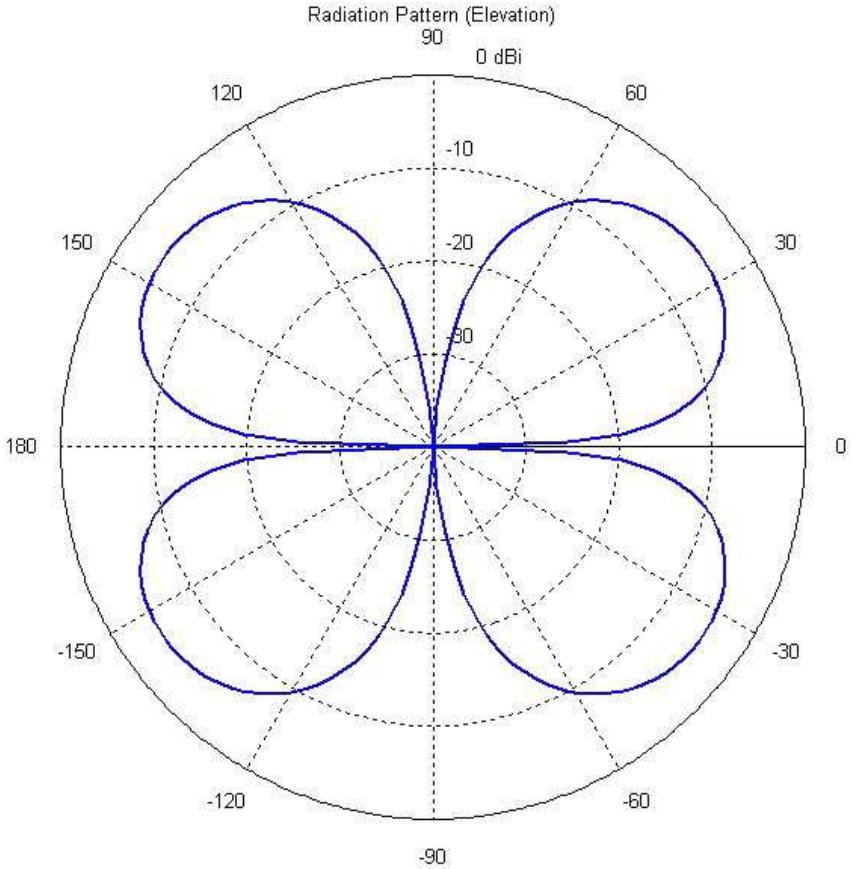


Obr. 8: 3D směrové charakteristiky, vlastní program (vlevo) a SuperNEC (vpravo)

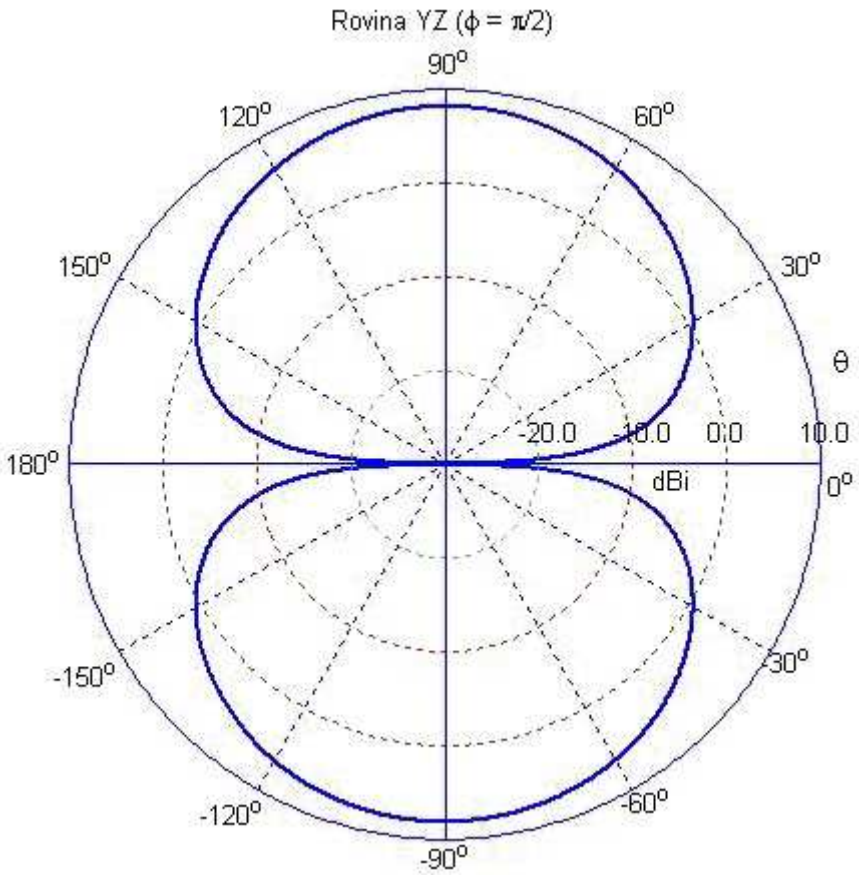


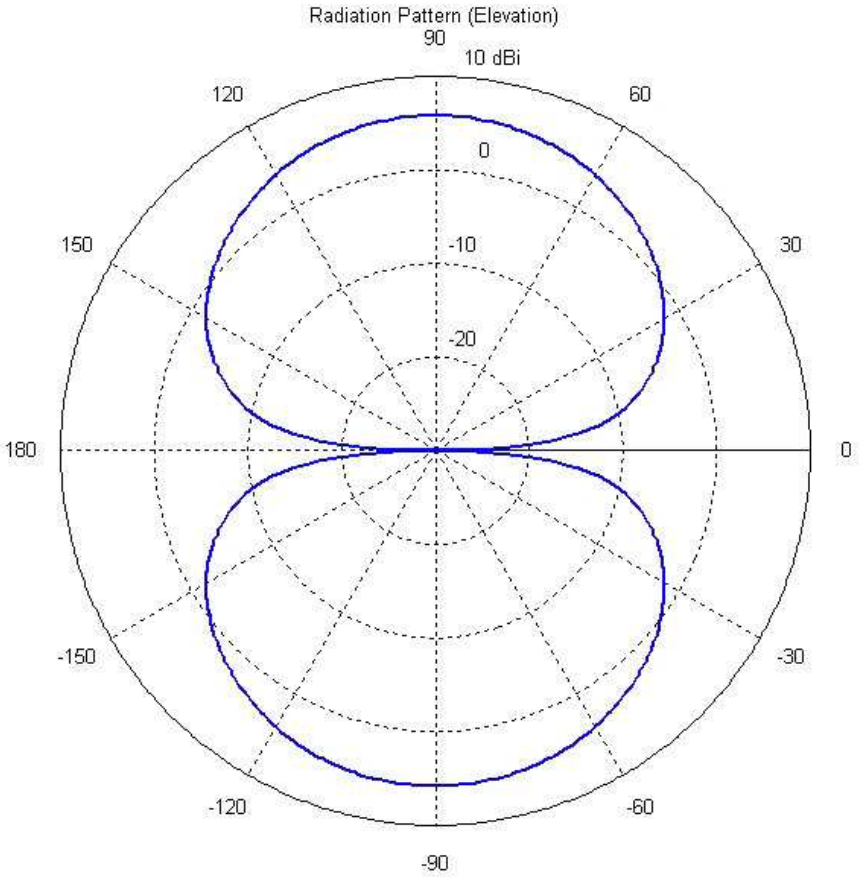
Obr. 9: Směrová charakteristika v rovině XY, vlastní program (nahoře) a SuperNEC (dole)





Obr. 10: Směrová charakteristika v rovině XZ, vlastní program (nahoře) a SuperNEC (dole)



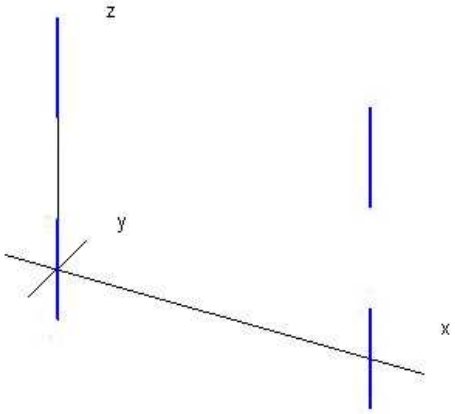


Obr. 11: Směrová charakteristika v rovině YZ, vlastní program (nahoře) a SuperNEC (dole)

Dle vlastního programu byla vstupní impedance pro oba dva dipóly stejná a to $Z_{vst1} = Z_{vst2} = (60{,}6 + 12{,}2j)\Omega$, což odpovídá ručně provedenému výpočtu. Výsledky programu SuperNEC byly $Z_{vst1} = Z_{vst2} = (65{,}7 + 11{,}9j)\Omega$. Za zmínku také stojí, že dle výpočtu vlastního programu je vstupní impedance samostatného půlvlnného dipólu $(73{,}1 + 42{,}1j)\Omega$, což je v souladu s teorií (např. viz [4]). Naproti tomu, vstupní impedance dle programů SuperNEC i 4NEC je přibližně $(82{,}7 + 46{,}3j)\Omega$. Z výše uvedených výsledků simulací je také zřejmé, že maximální zisk dle programu SuperNEC je přibližně o 2 dB vyšší než je maximální zisk vytvořeného programu. Tato chyba může souviset s rozdílným výpočtem vstupních a tedy i vzájemných impedancí mezi prvky soustavy.

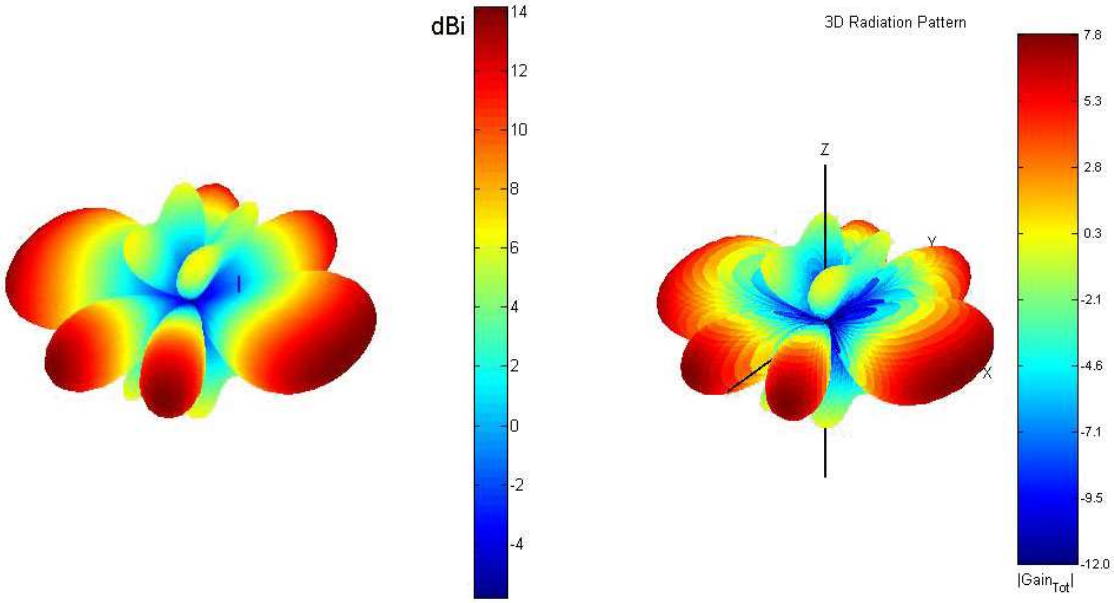
7.2 Příklad 2

Jako druhý příklad byla simulována soustava se čtyřmi půlvlnnými dipóly na pozicích [0 0 0], [1,5 0 0], [1,5 0 1] a [0 0 1]. Geometrie soustavy je zachycena na obr. 12.

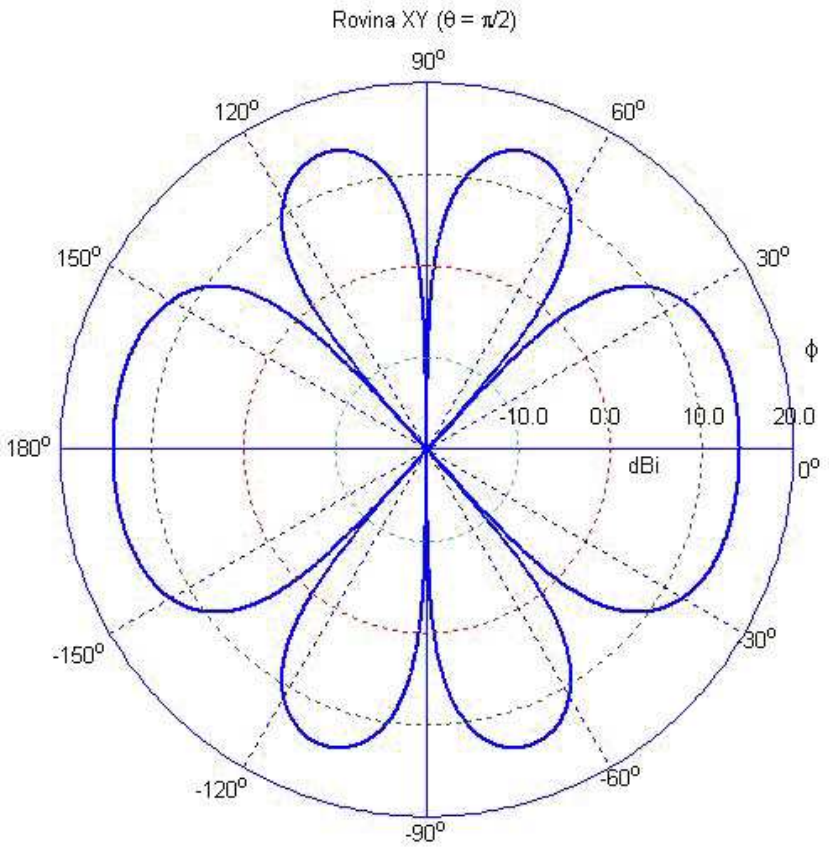


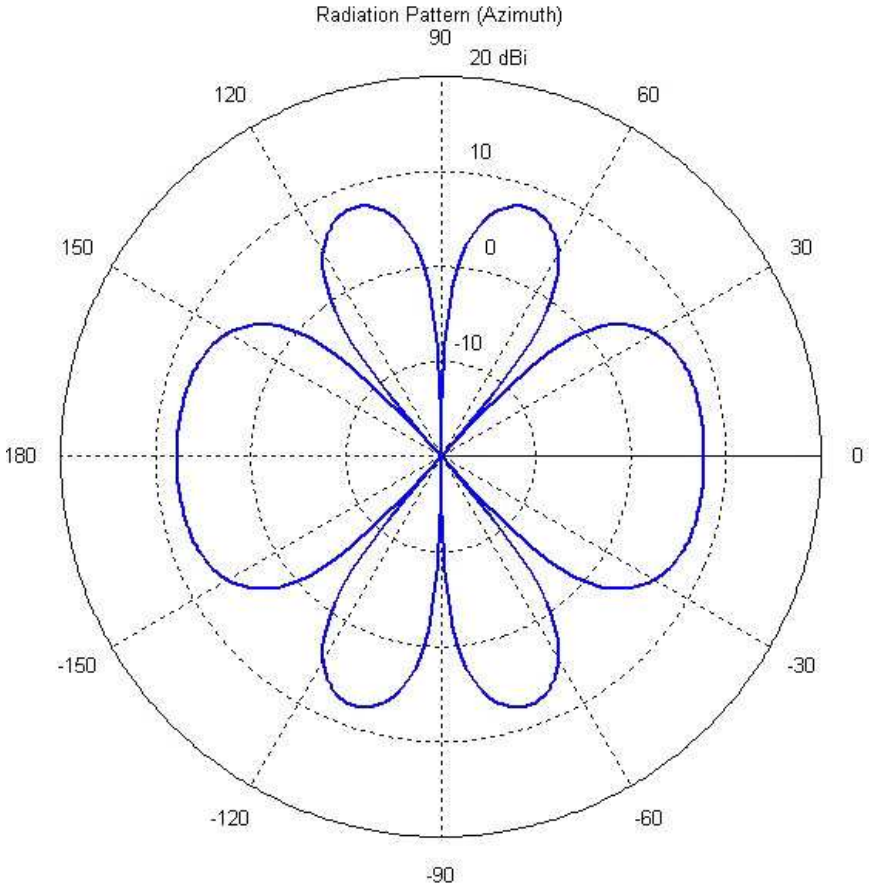
Obr. 12: Geometrie anténní soustavy

Poloměr dipólů je opět $a = 0.001\lambda$. Všechny prvky jsou buzeny soufázově s amplitudou vstupního napětí 1V.

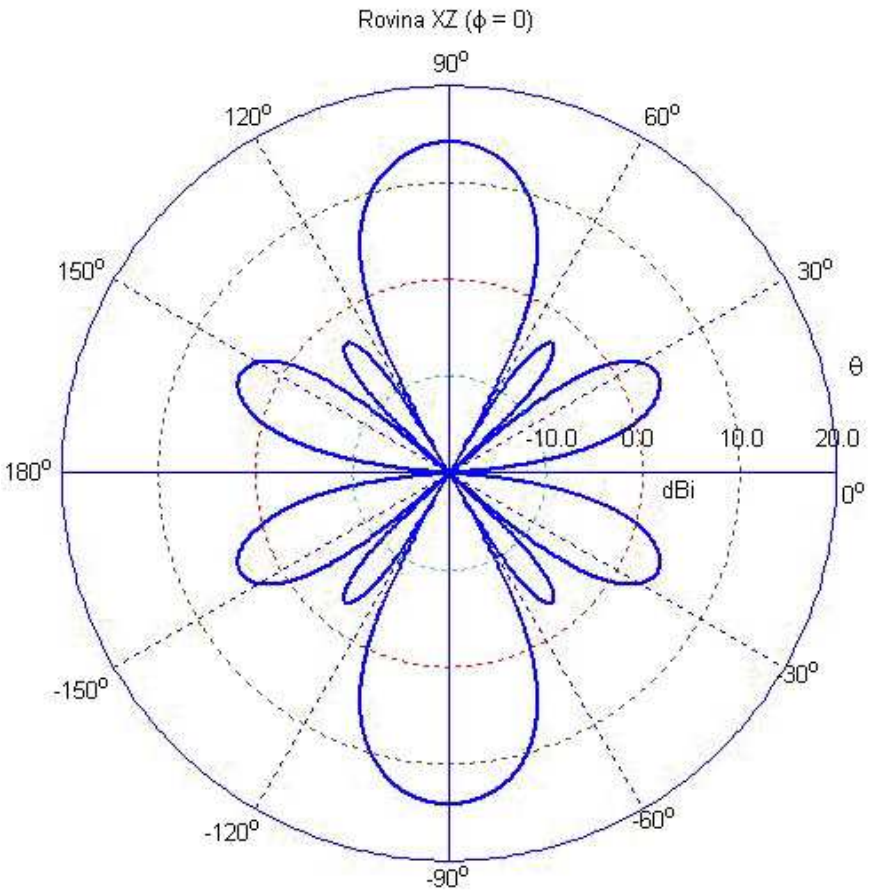


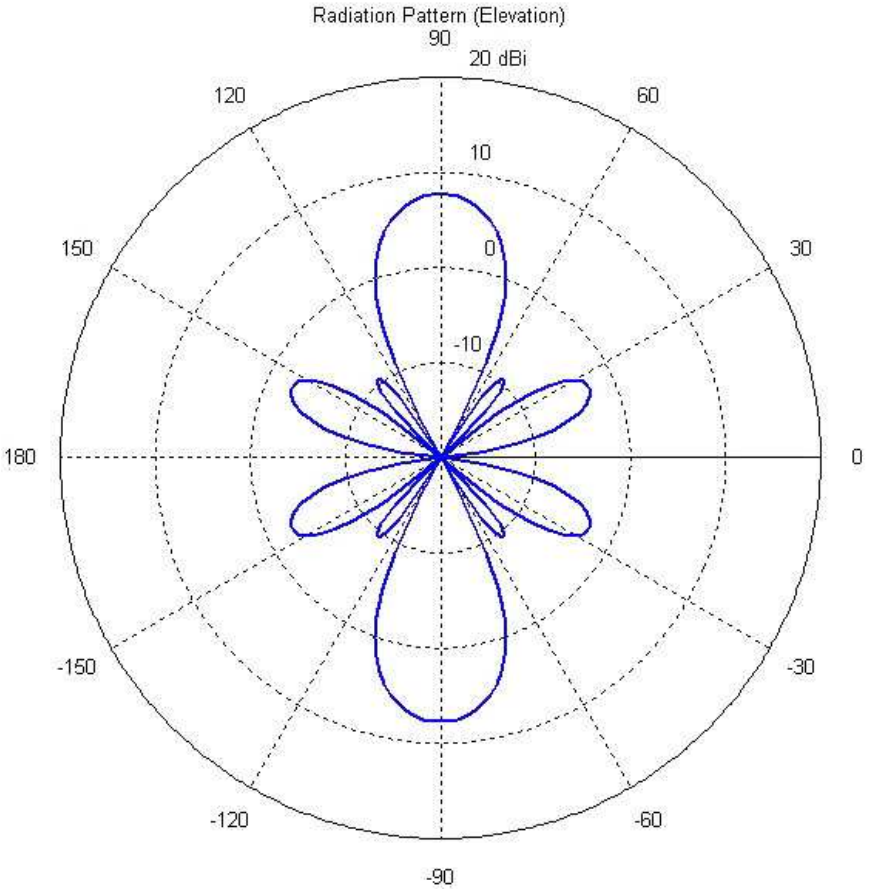
Obr. 13: 3D směrové charakteristiky, vlastní program (vlevo) a SuperNEC (vpravo)



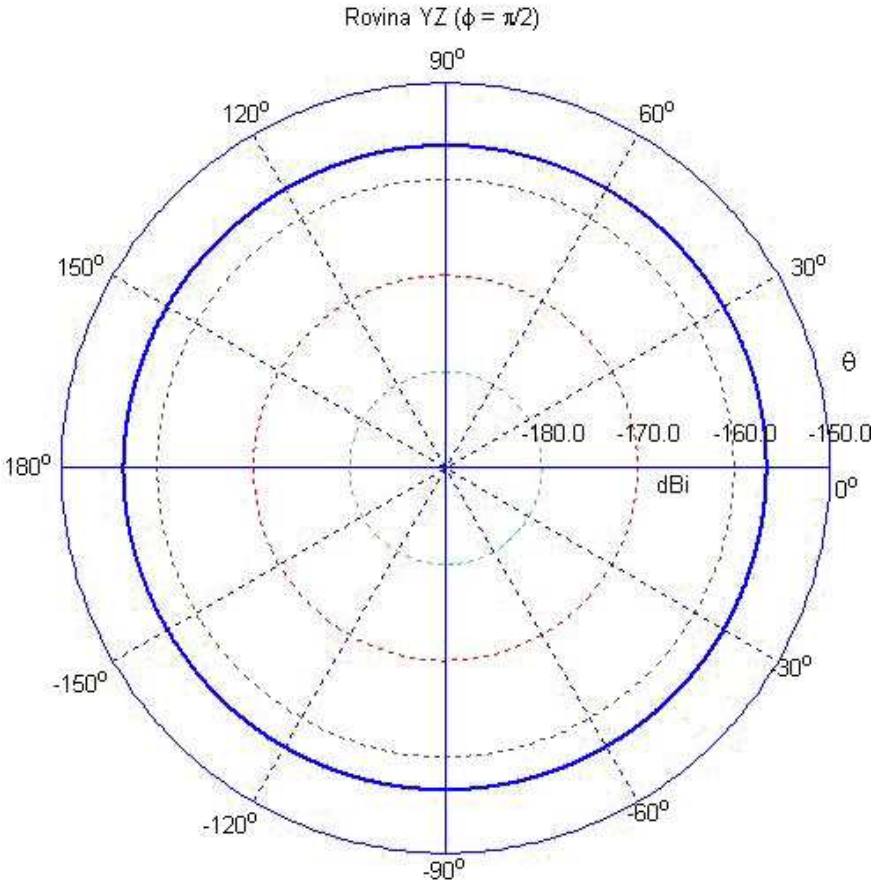


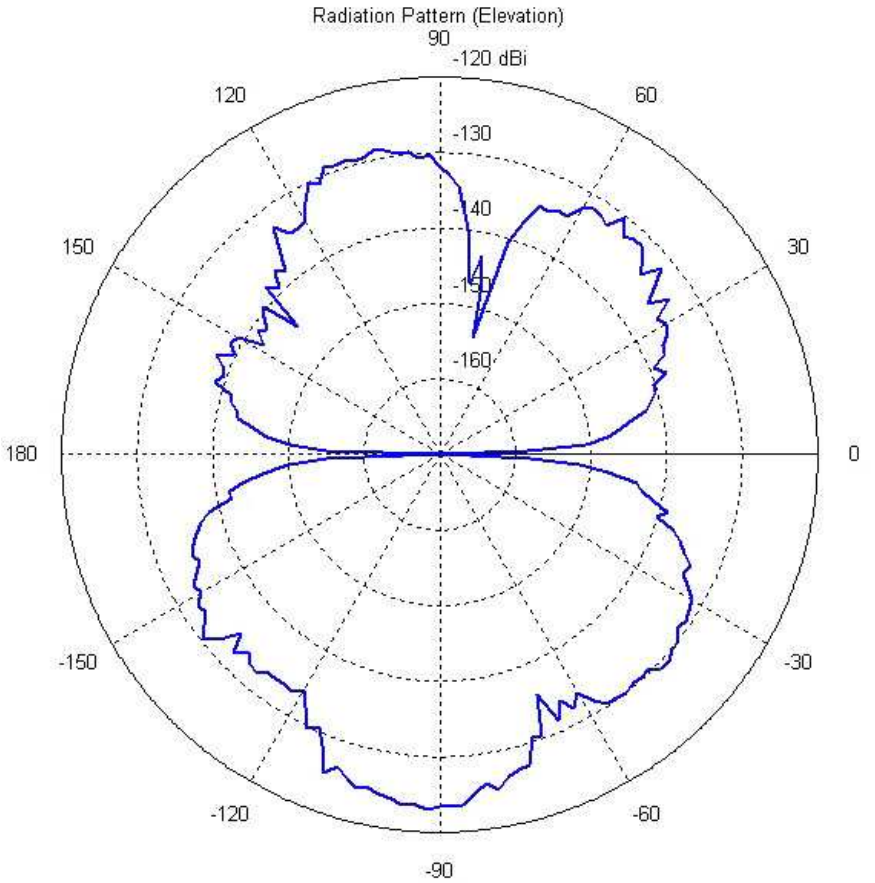
Obr. 14: Směrová charakteristika v rovině XY, vlastní program (nahoře) a SuperNEC (dole)





Obr. 15: Směrová charakteristika v rovině XZ, vlastní program (nahoře) a SuperNEC (dole)





Obr. 16: Směrová charakteristika v rovině YZ, vlastní program (nahoře) a SuperNEC (dole)

Vstupní impedance je pro všechny čtyři prvky shodná, podle vytvořeného programu je $Z_{vst1} = Z_{vst2} = Z_{vst3} = Z_{vst4} = (76{,}4 + 51{,}8j)\Omega$ a podle programu SuperNEC $Z_{vst1} = Z_{vst2} = Z_{vst3} = Z_{vst4} = (86{,}7 + 54{,}5j)\Omega$. Opět je zřejmý rozdíl mezi maximálními hodnotami zisku – zatímco dle vytvořeného programu je pro danou soustavu $G_{max} = 14\text{dBi}$, podle programu SuperNEC je G_{max} přibližně o 6 dB nižší. Relativní tvar charakteristik je však shodný. Poměrně značné vizuální rozdíly vyzařování v rovině YZ je nutné brát s rezervou. Soustava v tomto směru prakticky nezáří a výsledná charakteristika u vytvořeného programu je daná nenulovým prahem nutným pro logaritmování.

ZÁVĚR

Dle zadání byla v úvodu práce provedena analýza vyzařování elektromagnetických vln anténní soustavou a naznačen způsob výpočtu vzájemných a vlastních impedancí jednotlivých prvků soustavy. Teoretické metody výpočtu směrové charakteristiky soustavy a vstupních impedancí pak byly ověřeny na základní struktuře anténní soustavy.

Na základě těchto poznatků byl vytvořen program v prostředí MATLAB pro realizaci těchto výpočtů. S pomocí uživatelského rozhraní program umožňuje výpočet směrové charakteristiky a vstupních impedancí prvků obecné soustavy antén. U dílčích dipólů je možné libovolně nastavit jejich délky a poloměry a mohou být rozmístěny kdekoliv v prostoru. Při zvolení napěťového buzení je možné do soustavy zahrnout i pasivní dipóly a zkoumat tak jejich vliv na vlastnosti celé soustavy. Snad jediným omezením je, že všechny dipóly musí být orientovány shodně a to rovnoběžně s osou z. Při výpočtech se předpokládá sinusové rozložení proudu na dipólu. Při použití prvků, jejichž délka je blízká celočíselným násobkům vlnové délky, je tedy nutné brát výslednou vstupní impedanci s rezervou.

Funkčnost vytvořeného programu byla porovnána s komerčně dostupným programem SuperNEC a v práci dokumentována na dvou příkladech. Směrové charakteristiky vypočtené vytvořeným program zpravidla dosahují vyššího zisku (o nízké jednotky dB) než u programu SuperNEC. Relativní poměry směrových charakteristik jsou však shodné. Pro délky prvků v okolí poloviny vlnové délky SuperNEC udává vyšší impedanci než navržený program. Konkrétně pro samostatný půlvlnný dipól je vstupní impedance $(82{,}7 + 46{,}3j)\Omega$ dle programu SuperNEC a $(73{,}1 + 42{,}1j)\Omega$ dle vytvořeného programu. Vzhledem ke způsobu výpočtu směrové charakteristiky, s využitím vzájemných a vlastních impedancí, je pravděpodobné, že rozdíl ve výpočtu impedancí souvisí s rozdílným ziskem směrových charakteristik.

SEZNAM LITERATURY

[1] BALANIS, A. C. *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2/E. New York: J. Wiley & Sons, 1996. 3.vydání, ISBN: 978-0471667827.

[2] NOVÁČEK, Z. Elektromagnetické vlny, antény a vedení. Přednášky. Brno: 2006.

[3] ORFANIDIS, S. J. Electromagnetic Waves and Antennas [online]. ECE Department Rutgers University, Aktualizace 14.července 2008, [cit. 2009-10-10]. Dostupné z WWW: <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/>

[4] RAIDA, Z. a kolektiv. Multimediální učebnice [online]. VUT Brno, 2010, [cit. 2009-11-10]. Dostupné z WWW: <http://www.urel.feec.vutbr.cz/~raida/multimedia/index.php>

SEZNAM SYMBOLŮ

AF	Faktor soustavy
D	Činitel směrovosti
E	Intenzita
F	Funkce záření
G	Zisk
h	Polovina délky dipólu
J	Proudová hustota
k	Vlnové číslo
l	Délka dipólu
P_{rad}	Celkový vyzářený výkon
U	Intenzita záření
W	Výkonová hustota záření
Z	Impedance
η	Charakteristická impedance volného prostředí