

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

KLIKOVÝ MECHANISMUS PLYNOVÉHO VIDLICOVÉHO  
ŠESTNÁCTIVÁLCE  
CRANK MECHANISM OF A GAS V-SIXTEEN ENGINE

## PŘÍLOHOVÁ ČÁST

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. David Čep

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.

BRNO 2010

# OBSAH

1. Silové působení na klikový mechanismus.....	72
1.1 Hlavní charakteristiky motoru.....	72
1.2 Parametry ojnice.....	72
1.3 Redukce ojnice.....	72
2. Kinematika klikového mechanismu.....	73
2.1 Průběh kinematických veličin v závislosti na úhlu natočení klikového hřídele.....	73
2.1.1 Dráha pístu $s$ (mm).....	73
2.1.2 Rychlost pístu $v$ ( $m \cdot s^{-1}$ ).....	73
2.1.3 Zrychlení pístu $a$ ( $m \cdot s^{-2}$ ).....	73
2.1.4 Grafické zobrazení.....	74
3. Průběhy tlaků válcové jednotky.....	76
3.1 $p$ - $\alpha$ diagram válcové jednotky.....	76
3.2 $p$ - $V$ diagram válcové jednotky.....	76
4. Průběh sil přenášených pístním čepem, ojnící a boční síla na píst.....	77
4.1 Síly ve směru osy válce přenášené pístním čepem.....	77
4.2 Síly přenášené ojnící v její ose.....	78
4.3 Boční síla působící na píst.....	79
4.4 Průběh sil a točivého momentu na jednom zalomení.....	79
4.5 Kroutící moment jednoho válce.....	80
4.6 Kroutící momenty na jednotlivých zalomení.....	81
5. Analýza vyvážení klikového hřídele.....	85
5.1 Odstředivé síly.....	86
5.1 Momenty odstředivých síl.....	86
5.3 Silové vyvážení.....	87
5.4 Setrvačné síly posuvných částí I. řádu.....	87
5.5 Setrvačné síly posuvných částí II. řádu.....	89
5.6 Momenty setrvačných síl posuvných částí I. řádu.....	90
5.7 Momenty setrvačných síl posuvných částí II. řádu.....	91

6. Torzní kmitání klikového ústrojí.....	93
6.1 Výpočet frekvencí vlastního kmitání.....	93
6.1.1 Výpočet redukovaných momentů setrvačnosti.....	93
6.1.1.1 Momenty setrvačnosti.....	93
6.1.1.2 Redukované momenty setrvačnosti.....	93
6.1.2 Výpočet redukovaných délek.....	94
6.1.2.1 Redukovaná délka zalomení klikového hřídele.....	95
6.1.2.2 Redukovaná délka předního konce klikového hřídele.....	95
6.1.2.3 Redukovaná délka zadního konce klikového hřídele.....	95
6.1.3 Výpočet torzních tuhostí.....	95
6.1.4 Sestavení matic a výpočet vlastních frekvencí.....	96
6.1.4.1 Tvary vlastních torzních výchylek.....	98
6.1.4.1 Vlastní frekvence.....	99
6.2 Vynucené kmitání.....	99
6.2.1 Fourierova analýza točivého momentu.....	99
6.2.2 Rezonanční otáčky motoru.....	101
6.2.3 Vydatnost rezonancí.....	101
6.2.3.1 Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci.....	101
6.2.3.1 Vydatnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci.....	105
6.2.4 Parametry tlumiče.....	108
6.3 Výpočet torzních výchylek volného konce v rezonanci.....	108
6.3.1 Torzní výchylka pro první vlastní frekvenci.....	108
6.3.2 Torzní výchylka pro druhou vlastní frekvenci.....	110
6.4 Výpočet přídatného torzního napětí v rezonanci.....	111
6.4.1 Torzní napětí pro první vlastní frekvenci.....	111
6.4.2 Torzní napětí pro druhou vlastní frekvenci.....	111
7. Torzní kmitání systému motor – generátor.....	113
7.1 Výpočet vlastních frekvencí soustavy.....	113
7.1.1 Sestavení matic a výpočet vlastních frekvencí.....	113

7.1.2 Vlastní tvary torzních výchylek.....	115
7.1.2 Vlastní frekvence.....	116
7.2 Vynucené kmitání.....	116
7.2.1 Rezonanční otáčky motoru.....	116
7.2.2 Vydátnost rezonancí dané soustavy.....	117
7.2.2.1 Vydátnost rezonancí pro první vlastní frekvenci.....	117
7.2.2.2 Vydátnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci.....	121
7.3 Výpočet torzních výchylek volného konce v rezonanci pro danou soustavu.....	123
6.3.1 Torzní výchylka pro první vlastní frekvenci.....	124
6.3.2 Torzní výchylka pro druhou vlastní frekvenci.....	125
7.4 Výpočet přidavného torzního napětí v rezonanci pro danou soustavu.....	126
6.4.1 Torzní napětí pro první vlastní frekvenci.....	126
6.4.2 Torzní napětí pro druhou vlastní frekvenci.....	126

# 1. Silové působení na klikový mechanismus

## 1.1 Hlavní charakteristiky motoru

$$P_e := 1078 \cdot \text{kW}$$

výkon motoru

$$n := 1500 \cdot \text{min}^{-1}$$

pracovní otáčky

$$n_v := 16$$

počet válců

$$\tau := 0.5$$

taktnost motoru

$$\delta := 65 \cdot \text{deg}$$

úhel rozevření válců

$$D := 170 \cdot \text{mm}$$

vrtání

$$Z := 190 \cdot \text{mm}$$

zdvih

$$V_Z := \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot Z$$

$$V_Z = 4312.621 \cdot \text{cm}^3$$

zdvihový objem válce

$$c_s := 2 \cdot Z \cdot n$$

$$c_s = 9.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

pístová rychlost

$$p_e := \frac{P_e}{V_Z \cdot n_v \cdot n \cdot \tau}$$

$$p_e = 1.25 \cdot \text{MPa}$$

střední efektivní tlak

$$P_{e,m} := \frac{P_e}{n_v \cdot V_Z}$$

$$P_{e,m} = 15.623 \cdot \text{kW} \cdot \text{L}^{-1}$$

měrný výkon motoru

$$\epsilon := 12$$

stupeň komprese

## 1.2 Parametry ojnice

$$r := \frac{Z}{2}$$

$$r = 95 \cdot \text{mm}$$

poloměr kliky

$$l_{oj} := 375 \cdot \text{mm}$$

délka ojnice

$$\lambda := \frac{r}{l_{oj}}$$

$$\lambda = 0.253$$

klikový poměr

## 1.3 Redukce ojnice

$$J_T := 298495.1 \cdot \text{kg} \cdot \text{mm}^2$$

moment setrvačnosti v  
těžišti ojnice

$$a := 282.4 \cdot \text{mm}$$

vzdálenost od osy pístního  
čepu k těžišti ojnice

$$b := l_{oj} - a = 92.6 \cdot \text{mm}$$

vzdálenost od těžiště ojnice  
k ose ojnicního čepu

$$m_{oj} := 12.029 \text{kg}$$

hmotnost ojnice

Do tří hmotných bodů

$$m_1 := \frac{J_T}{a \cdot (a + b)}$$

$$m_2 := \frac{J_T}{b \cdot (a + b)}$$

horní oko:  $m_1 = 2.819 \text{ kg}$

$$m_3 := m_{oj} - m_1 - m_2$$

spodní oko:  $m_2 = 8.596 \text{ kg}$

Do dvou hmotných bodů

těžiště:  $m_3 = 0.614 \text{ kg}$

$$m_{op} := m_1 + m_3 \cdot \frac{b}{l_{oj}} \quad m_{op} = 2.97 \text{ kg}$$

$$m_{or} := m_2 + m_3 \cdot \frac{a}{l_{oj}} \quad m_{or} = 9.059 \text{ kg}$$

## 2. Kinematika klikového mechanismu

### 2.1 Průběh kinematických veličin v závislosti na úhlu natočení klikového hřídele

$$\alpha := 0 \cdot \text{deg}, 10 \cdot \text{deg} \dots 720 \cdot \text{deg}$$

#### 2.1.1 Dráha pístu s (mm)

$$s(\alpha) := r \cdot \left[ 1 - \cos(\alpha) + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha)) \right]$$

celková dráha pístu

$$s_1(\alpha) := r \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

první harmonická složka dráhy pístu

$$s_2(\alpha) := r \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha))$$

druhá harmonická složka dráhy pístu

#### 2.1.2 Rychlost pístu (m.s<sup>-1</sup>)

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot n \quad \omega = 157.08 \cdot \frac{1}{\text{sec}}$$

úhlová rychlost

$$v(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \left( \sin(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha) \right)$$

celková rychlost pístu

$$v_1(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \sin(\alpha)$$

první harmonická složka rychlosti pístu

$$v_2(\alpha) := r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha)$$

druhá harmonická složka rychlosti pístu

#### 2.1.3 Zrychlení pístu (m.s<sup>-2</sup>)

$$a(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2\alpha))$$

celkové zrychlení pístu

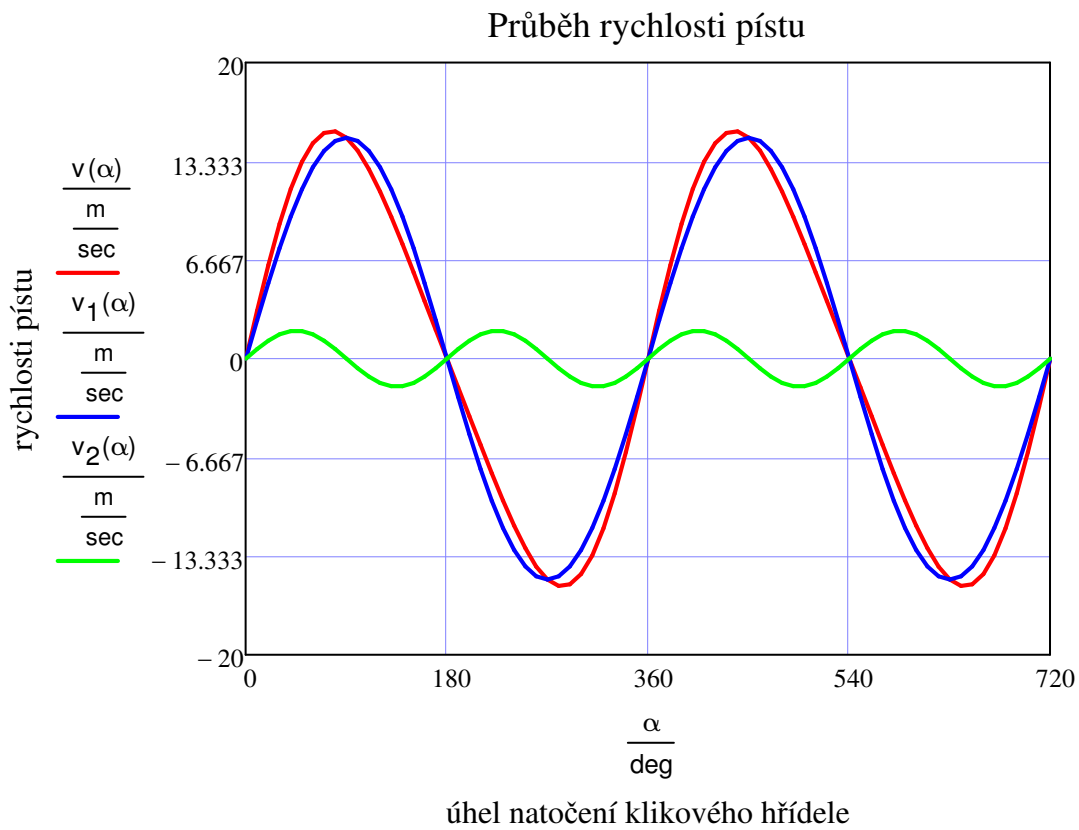
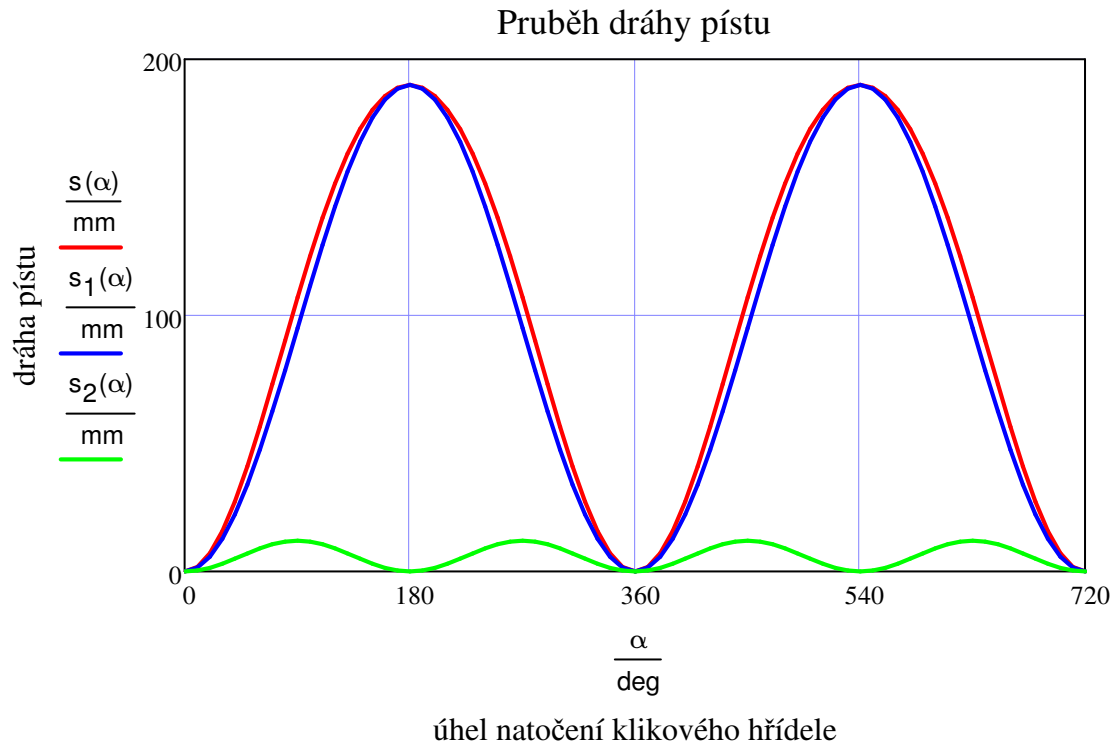
$$a_1(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

první harmonická složka  
zrychlení pístu

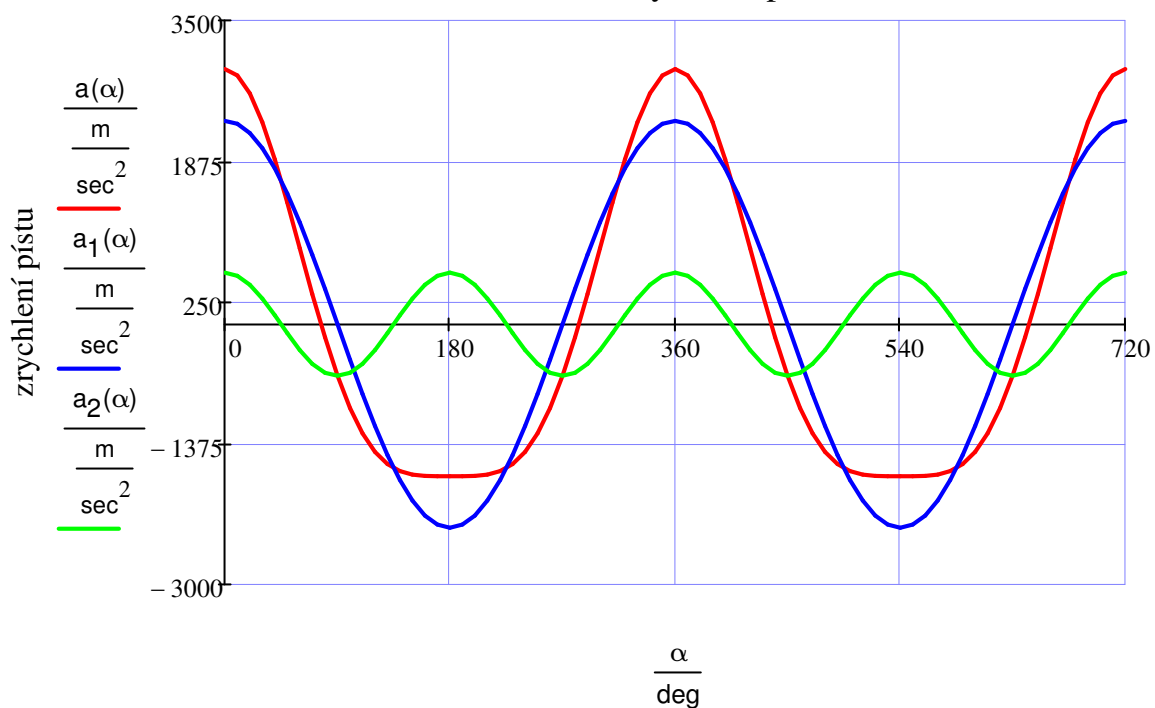
$$a_2(\alpha) := r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha)$$

druhá harmonická složka  
zrychlení pístu

### 2.1.4 Grafické zobrazení

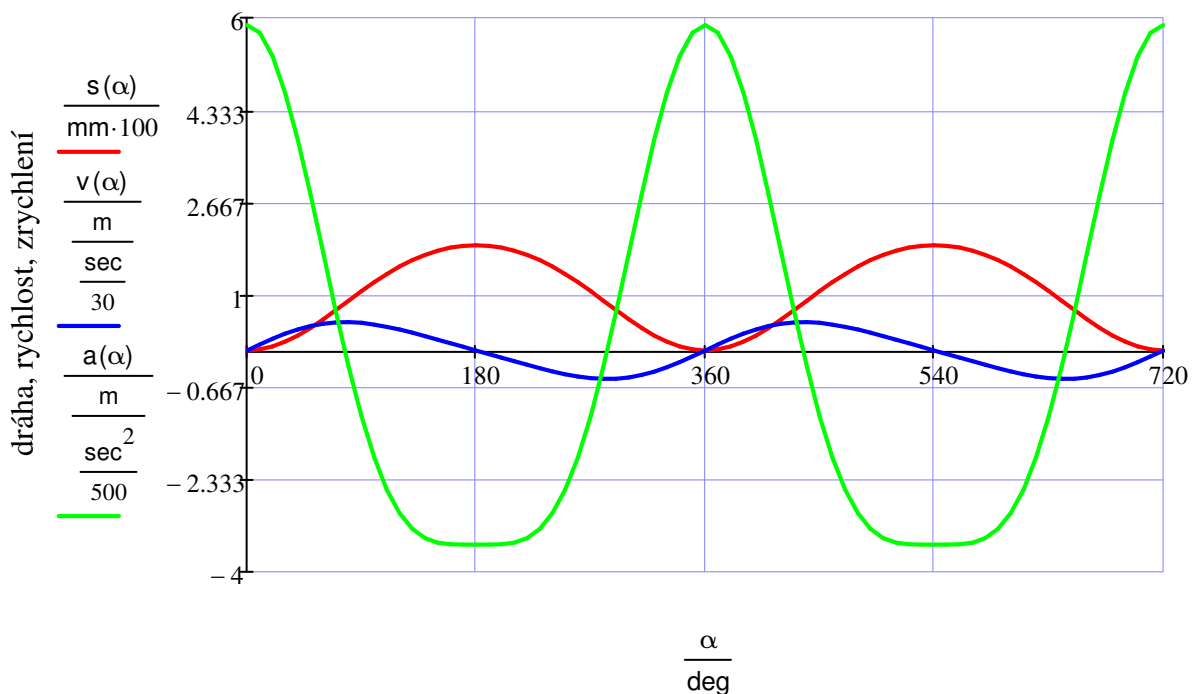


Průběh zrychlení pístu



úhel natočení klikového hřídele

Průběh celkových kinematických veličin



úhel natočení klikového hřídele

### 3. Průběhy tlaků válcové jednotky

#### 3.1 p-α diagram válcové jednotky

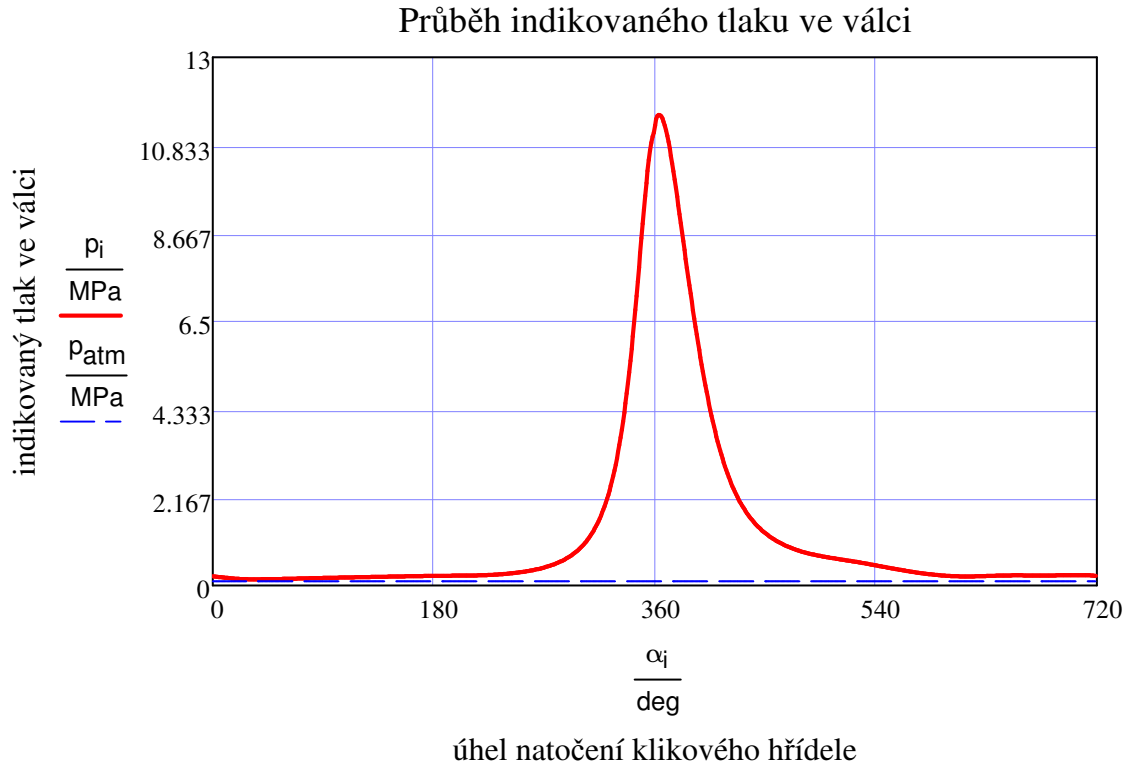
$$p := \text{READPRN}(\text{"In\_diag02.dat"}) \cdot 0.1 \text{ MPa}$$

$$n_p := 720$$

$$i := 0..n_p - 1 \quad \alpha_i := i \cdot \text{deg}$$

$$p_i := p_{i+1}$$

$$p_{\text{atm}} := 0.1 \text{ MPa}$$



$$p_{i\text{max}} := \max(p)$$

$$p_{i\text{max}} = 11.581 \cdot \text{MPa}$$

$$p_{i\text{min}} := \min(p)$$

$$p_{i\text{min}} = 0.153 \cdot \text{MPa}$$

#### 3.2 p-V diagram válcové jednotky

$$V_Z = 4312.621 \cdot \text{cm}^3$$

$$V_k := \frac{V_Z}{\varepsilon - 1}$$

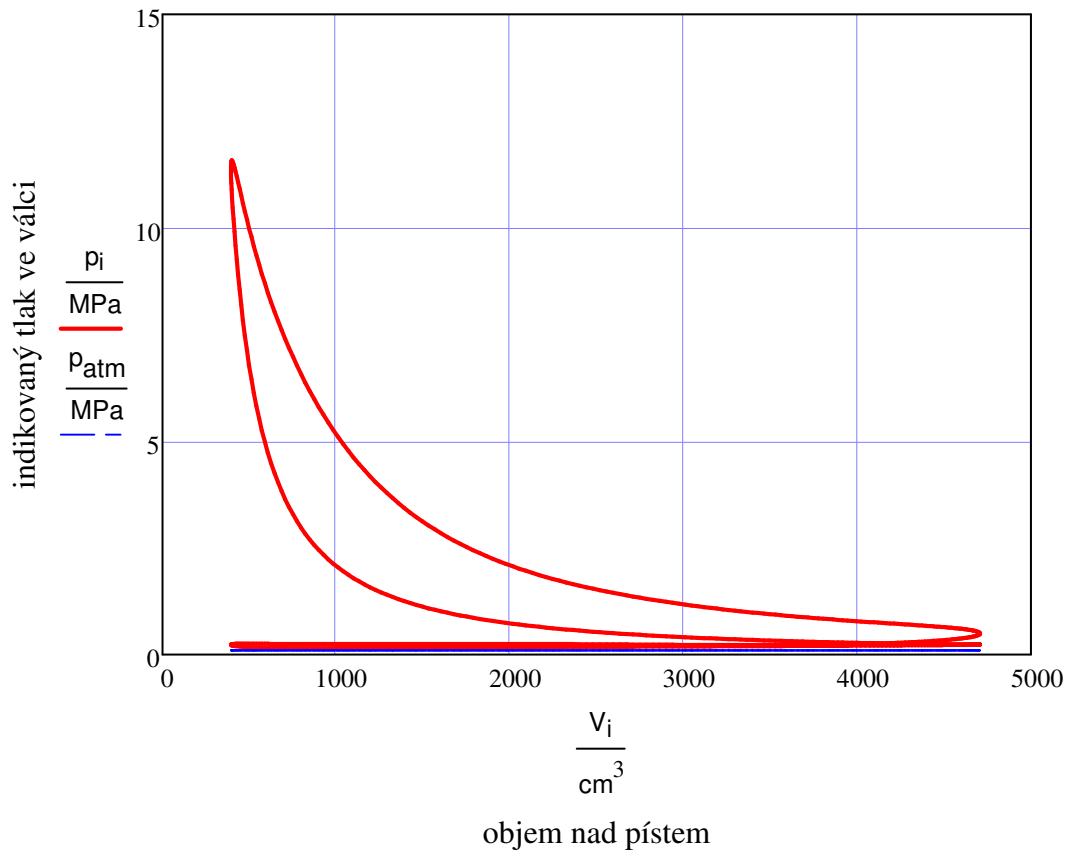
$$V_k = 392.056 \cdot \text{cm}^3$$

$$V(\alpha) := V_k + \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot s(\alpha)$$

$$s(\alpha) := r \cdot \left[ 1 - \cos(\alpha) + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha)) \right]$$

$$V_i := V_k + \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot s(\alpha_i)$$

## Průběh indikovaného tlaku ve válci



## 4. Průběh sil přenášených pístním čepem, ojnicí a boční síly na píst

### 4.1 Síly ve směru osy válce přenášené pístním čepem

$$m_{\text{pist}} := 6.12 \cdot \text{kg}$$

hmotnost pístu

$$m_{\text{psk}} := 9.83 \cdot \text{kg}$$

hmotnost pístní skupiny

$$m_{\text{op}} = 2.97 \text{ kg}$$

redukována hmotnost  
posuvných částí ojnice

$$m_{\text{or}} = 9.059 \text{ kg}$$

redukována hmotnost  
rotačních částí ojnice

$$m_{\text{ol}} := 0.83 \cdot \text{kg}$$

hmotnost ojničního ložiska

$$S_p := \frac{\pi \cdot D^2}{4}$$

$$S_p = 0.023 \text{ m}^2$$

plocha pístu

$$F_{p_i} := (p_i - p_{\text{atm}}) \cdot S_p$$

síla od tlaku plynů (primární)

$$F_{p\max} := \max(F_p) = 260.602 \cdot \text{kN} \quad \text{maximum síly}$$

$$F_{p\min} := \min(F_p) = 1.193 \cdot \text{kN} \quad \text{minimum síly}$$

$$F_{s_i} := -m_{psk} \cdot a(\alpha_i) \quad \text{setrvačné síly od pístitní skupiny}$$

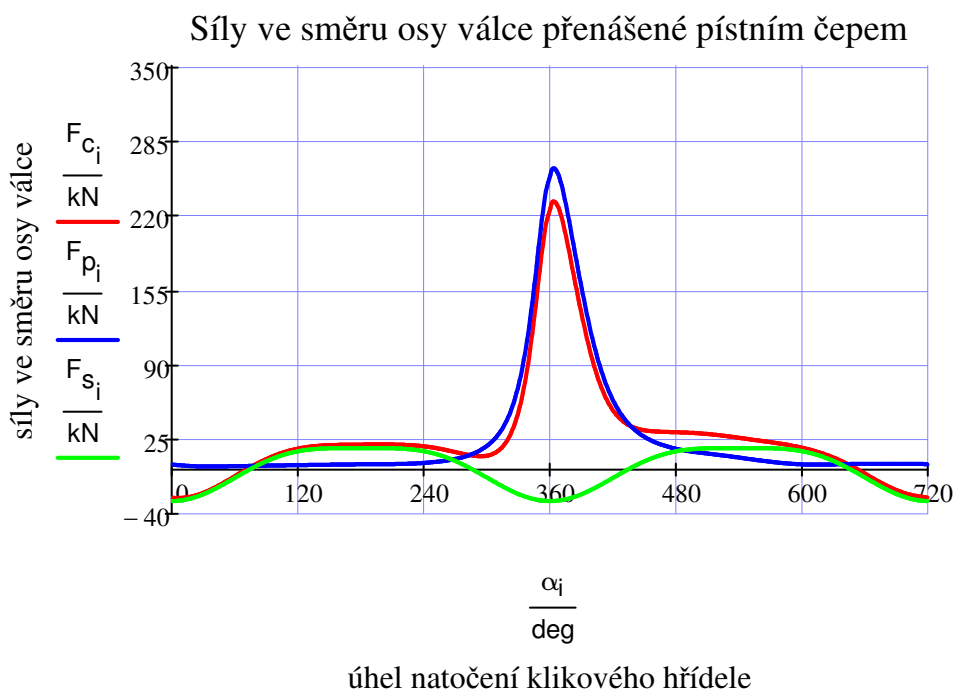
$$F_{s\max} := \max(F_s) = 17.207 \cdot \text{kN} \quad \text{maximum síly}$$

$$F_{s\min} := \min(F_s) = -28.879 \cdot \text{kN} \quad \text{minimum síly}$$

$$F_{c_i} := F_{p_i} + F_{s_i} \quad \text{celkové síly působící ve směru ojnice}$$

$$F_{c\max} := \max(F_c) = 231.786 \cdot \text{kN} \quad \text{maximum síly}$$

$$F_{c\min} := \min(F_c) = -26.283 \cdot \text{kN} \quad \text{minimum síly}$$



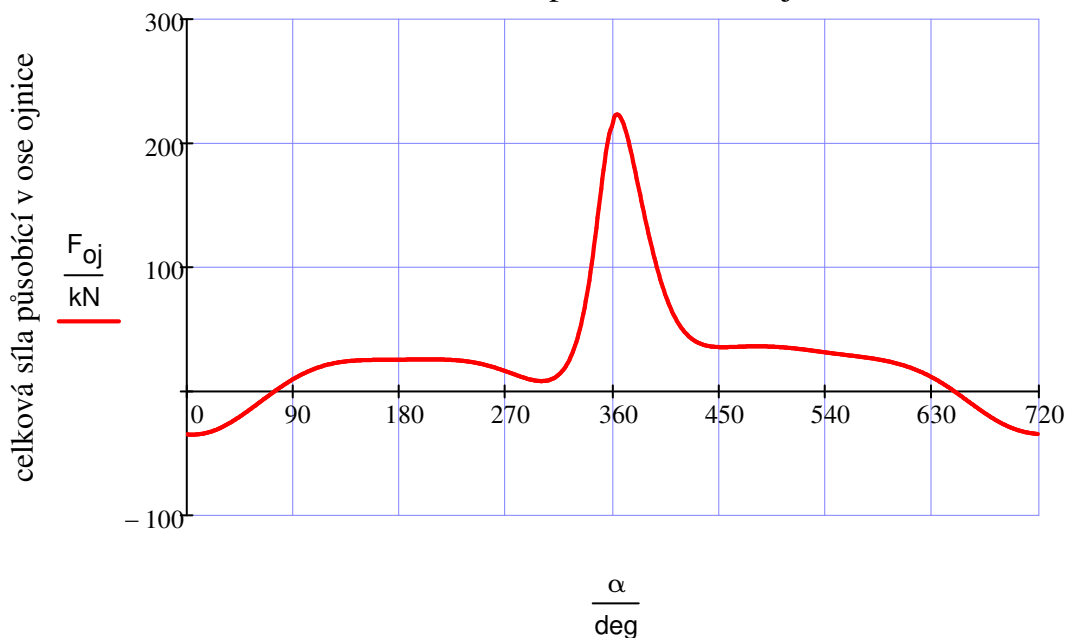
## 4.2 Síla přenášená ojnici v její ose

$$\beta_i := \text{asin}(\lambda \cdot \sin(\alpha_i)) \quad \text{odklon ojnice}$$

$$F_{cs} := -(m_{psk} + m_{op}) \cdot a(\alpha) \quad \text{celková setrvačná síla posuvných hmot}$$

$$F_{oj} := \frac{F_{cs} + F_p}{\cos(\beta)} \quad \text{celková síla působící v ose ojnice}$$

### celková síla působící v ose ojnice



úhel natočení klikového hřídele

$$F_{Ojmax} := \max(F_{Oj}) = 223.099 \cdot \text{kN}$$

maximální síla působící v ose ojnice

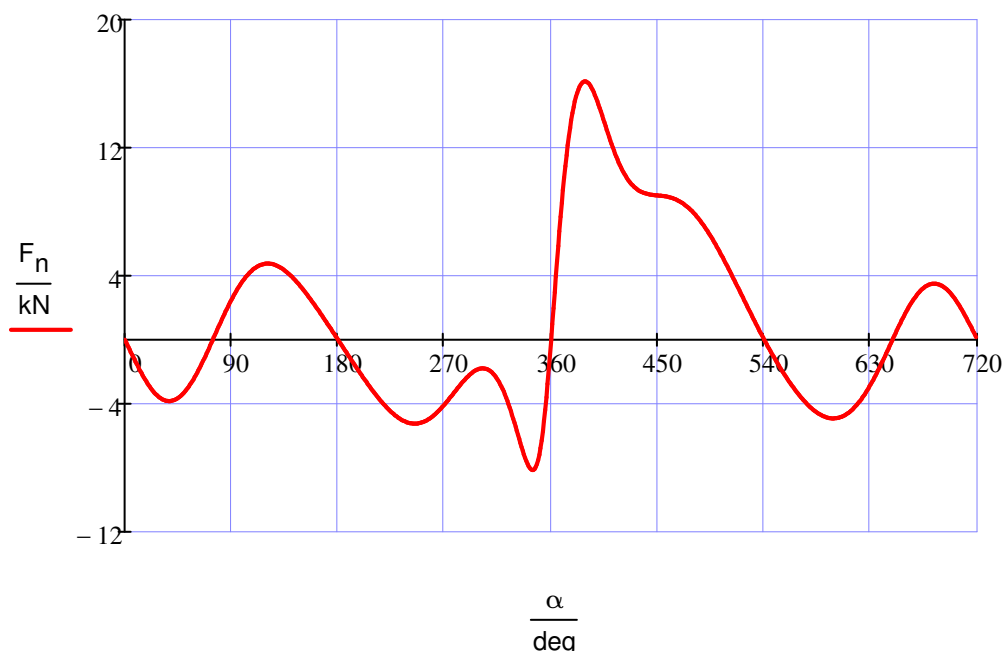
$$F_{Ojmin} := \min(F_{Oj}) = -34.965 \cdot \text{kN}$$

minimální síla působící v ose ojnice

### 4.3 Boční síla působící na píst

$$F_{n_i} := F_{Oj_i} \cdot \sin(\beta_i)$$

celková boční síla působící na píst



$$F_{nmax} := \max(F_n) = 16.146 \cdot \text{kN}$$

maximální boční síla působící na píst

$$F_{nmin} := \min(F_n) = -8.149 \cdot \text{kN}$$

minimální boční síla působící na píst

### 4.4 Průběh sil a točivého momentu na jednom zalomení

$$F_{r_i} := (-F_{Oj_i}) \cdot \cos(\alpha_i + \beta_i)$$

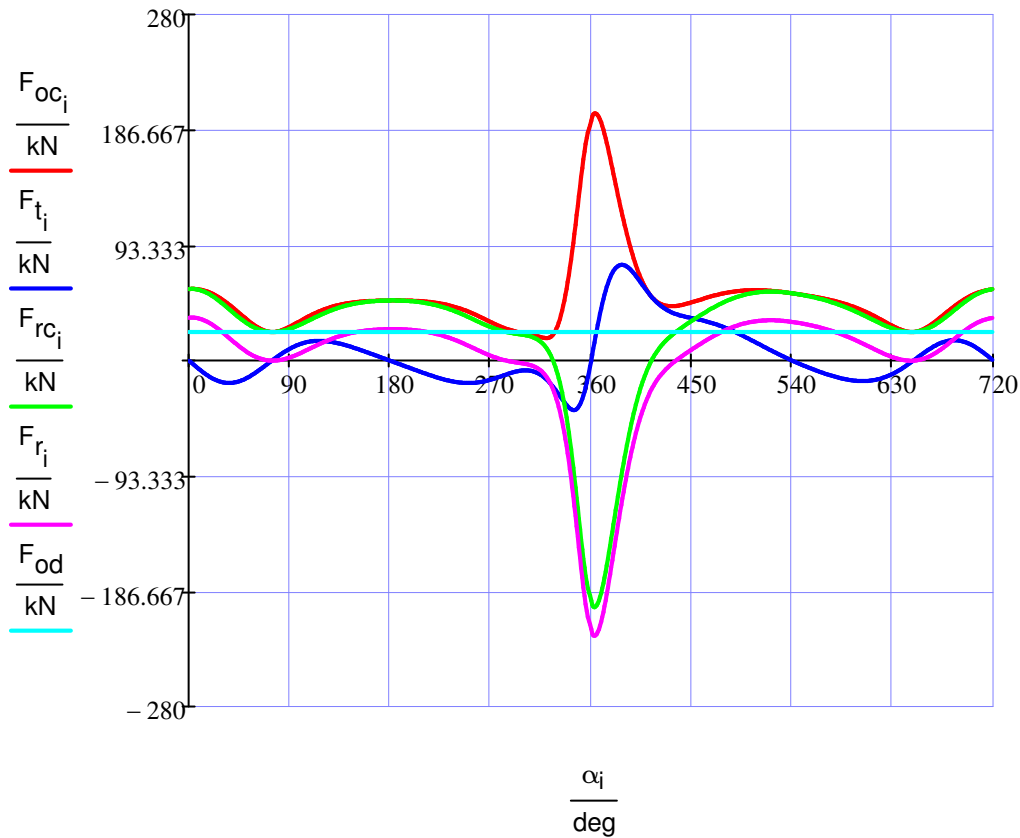
$$F_{od} := (m_{or} + m_{ol}) \cdot r \cdot \omega^2 \quad F_{od} = 23.179 \cdot \text{kN}$$

odstředivá síla redukované rotační hmoty a ojnicního ložiska

$$F_{rc_i} := F_{r_i} + F_{od}$$

$$F_{t_i} := F_{oj_i} \cdot \sin(\alpha_i + \beta_i)$$

$$F_{oc} := \sqrt{F_t^2 + F_{rc}^2}$$



$$F_{tmax} := \max(F_t) = 77.515 \cdot \text{kN}$$

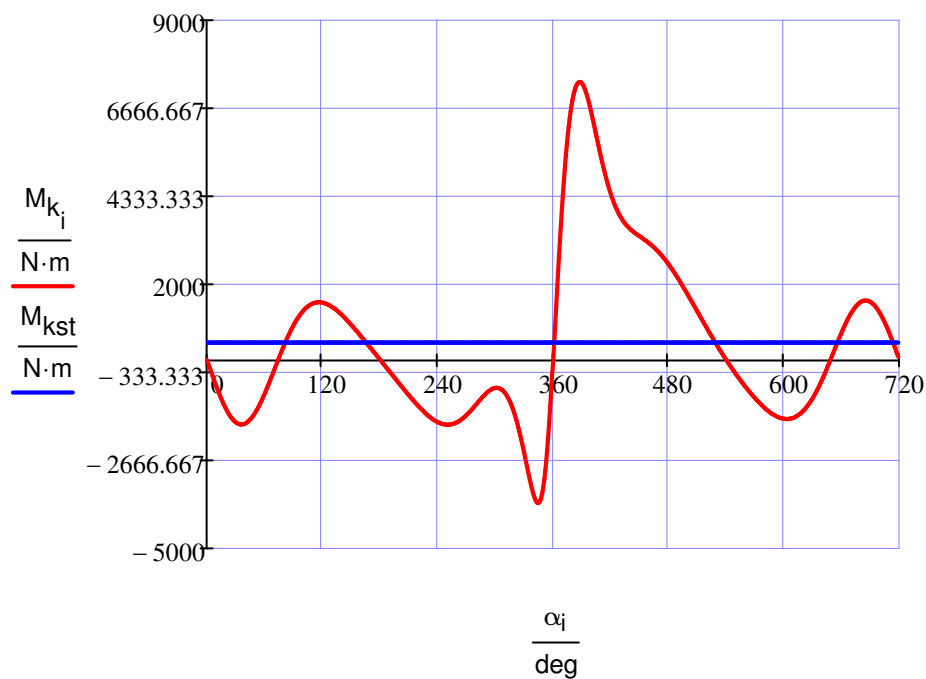
$$F_{tmin} := \min(F_t) = -39.929 \cdot \text{kN}$$

$$F_{tst} := \text{mean}(F_t) = 4.801 \cdot \text{kN}$$

## 4.5 Kroucí moment jednoho válce

$$M_{k_i} := F_{t_i} \cdot r$$

$$M_{kst} := \text{mean}(M_k) = 456.111 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$



$$M_{k\max} := \max(M_k) = 7363.936 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{k\min} := \min(M_k) = -3793.277 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$\alpha_c := 720 \cdot \text{deg} \quad j2C := 0.. 2 \cdot n_p - 1 \quad j := 0.. n_p - 1$$

$$M_{k2C_j} := M_{k_j} \quad M_{k2C_{j+n_p}} := M_{k_j} \quad \alpha_{j+n_p} := \alpha_c + \alpha_j$$

## 4.6 Kroucí momenty na jednotlivých zalomeních

Pořadí zapalování

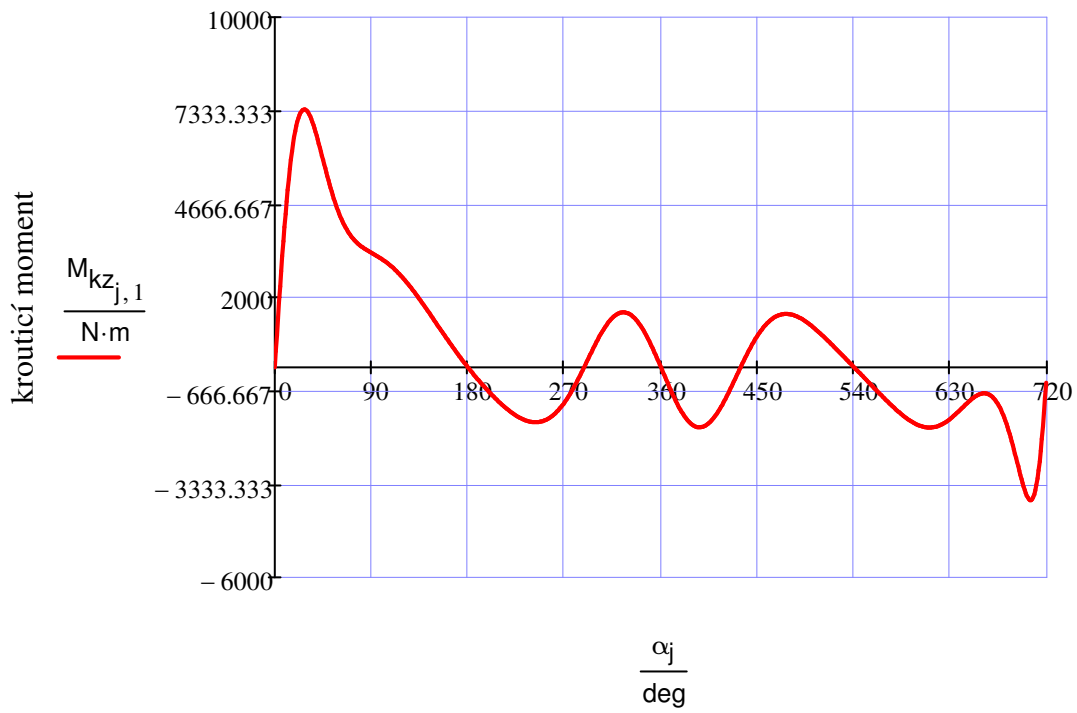
1 – 9 – 3 – 11 – 2 – 10 – 5 – 13 – 8 – 16 – 6 – 14 – 7 – 15 – 4 – 12

$$M_{kz_{j,1}} := M_{k2C_{j+360}} \quad M_{kz_{j,2}} := M_{k2C_{j+270}} \quad M_{kz_{j,3}} := M_{k2C_{j+180}}$$

$$M_{kz_{j,4}} := M_{k2C_{j+90}} \quad M_{kz_{j,5}} := M_{k2C_{j+0}} \quad M_{kz_{j,6}} := M_{k2C_{j+630}}$$

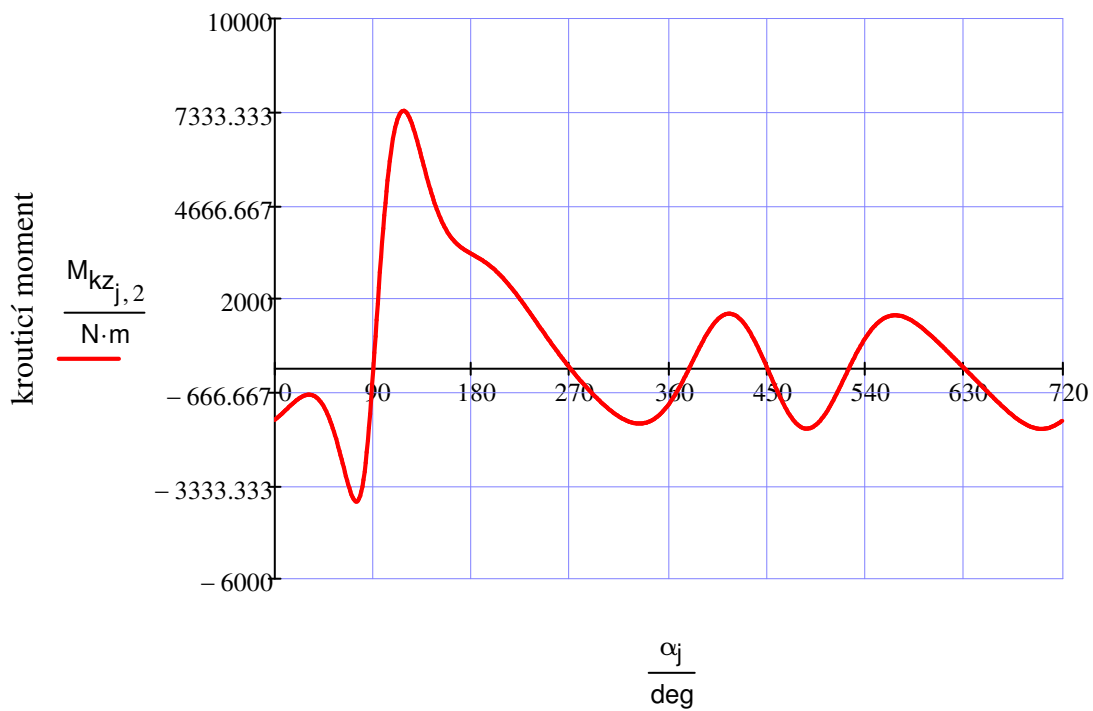
$$M_{kz_{j,7}} := M_{k2C_{j+540}} \quad M_{kz_{j,8}} := M_{k2C_{j+450}}$$

### 1. zalomení



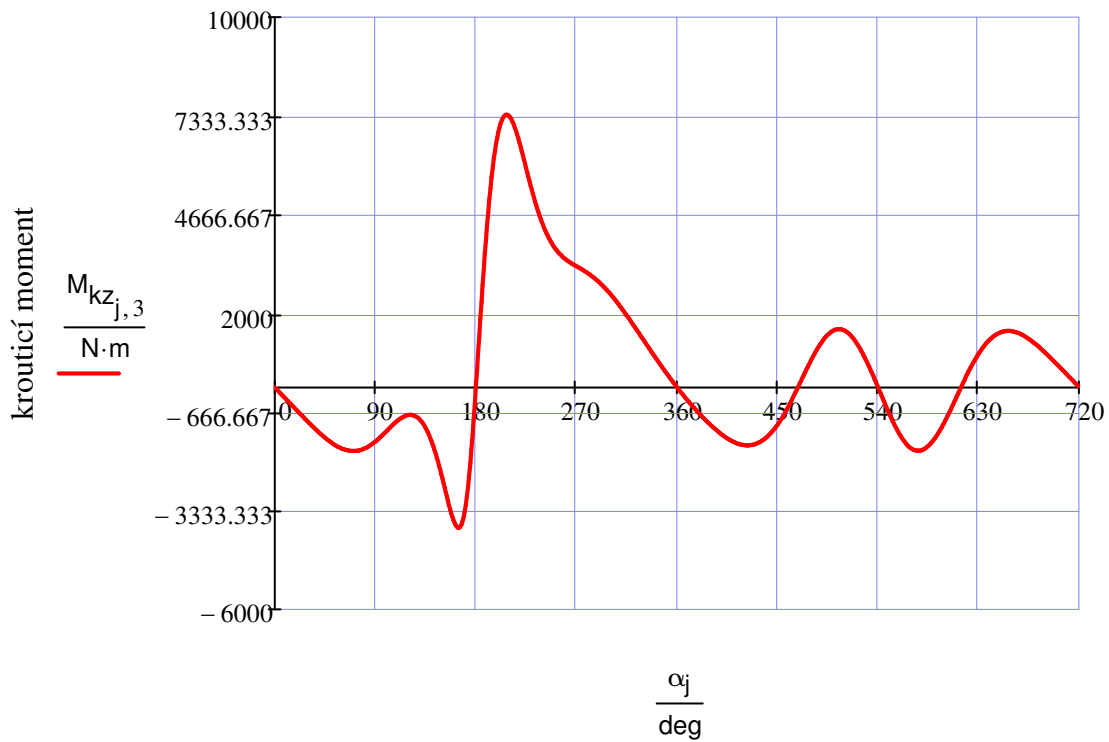
úhel natočení klikového hřídele

### 2. zalomení



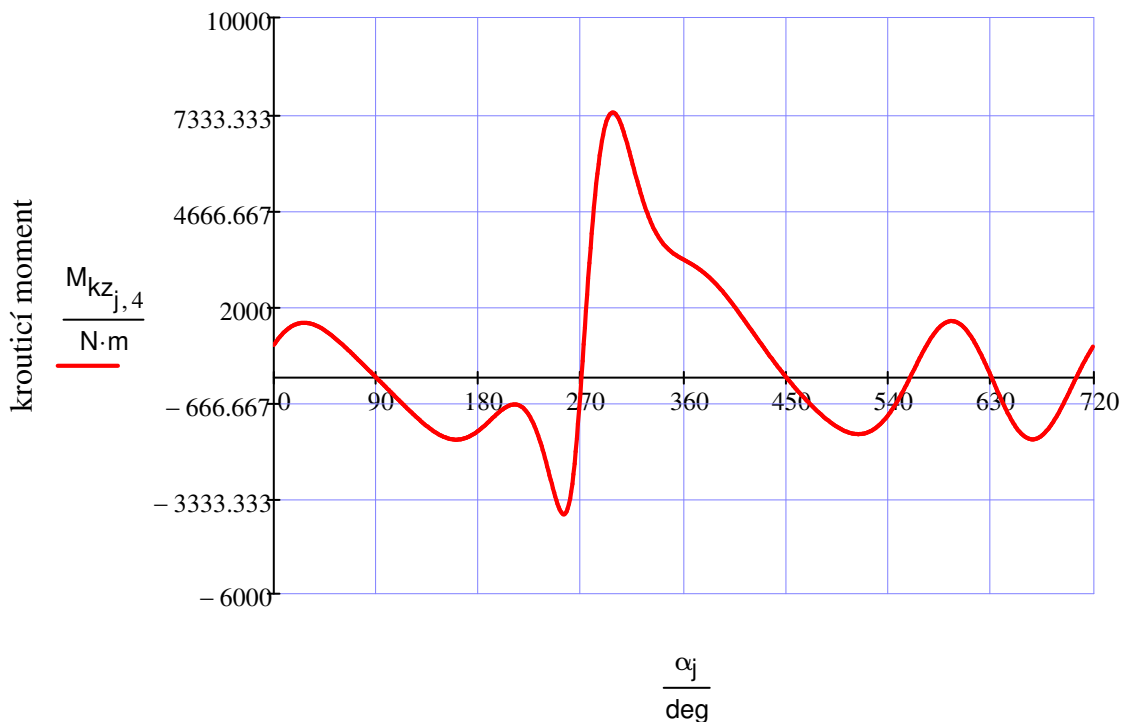
úhel natočení klikového hřídele

### 3. zalomení



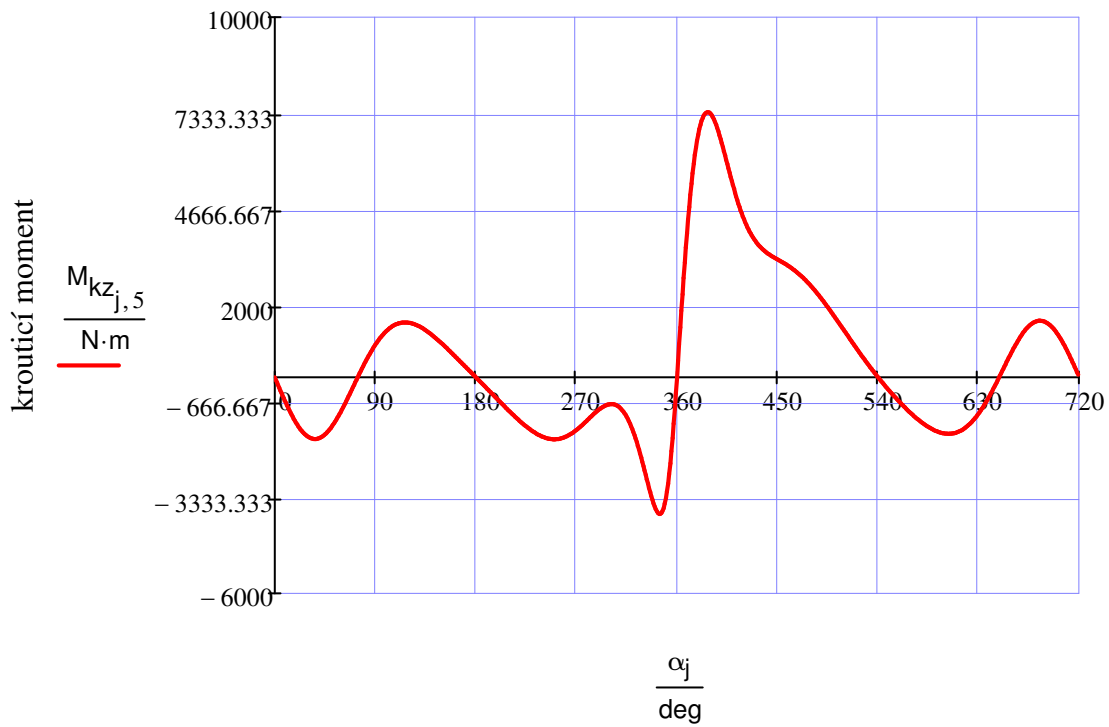
úhel natočení klikového hřídele

### 4. zalomení



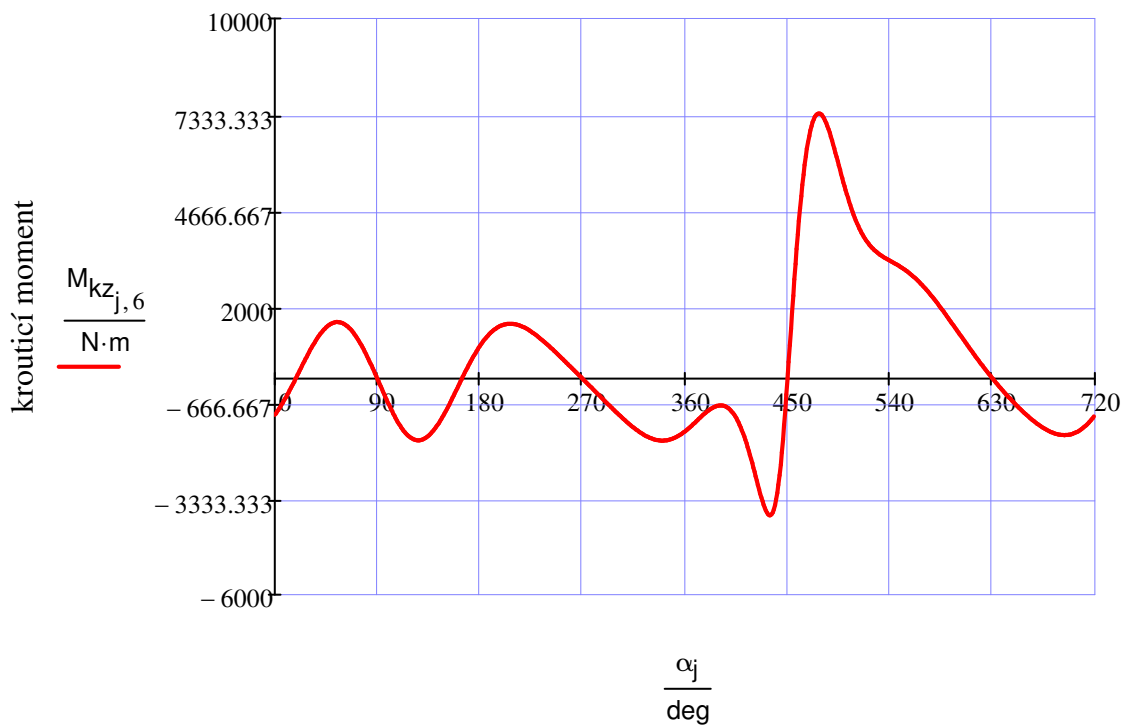
úhel natočení klikového hřídele

### 5. zalomení



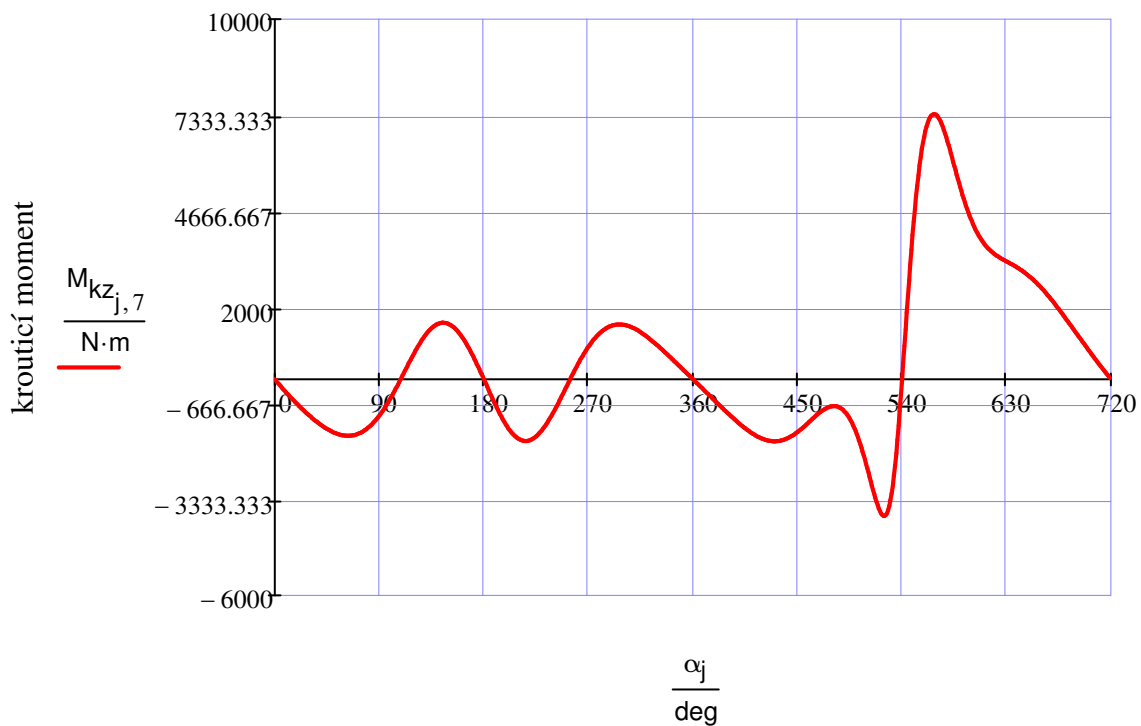
úhel natočení klikového hřídele

### 6. zalomení

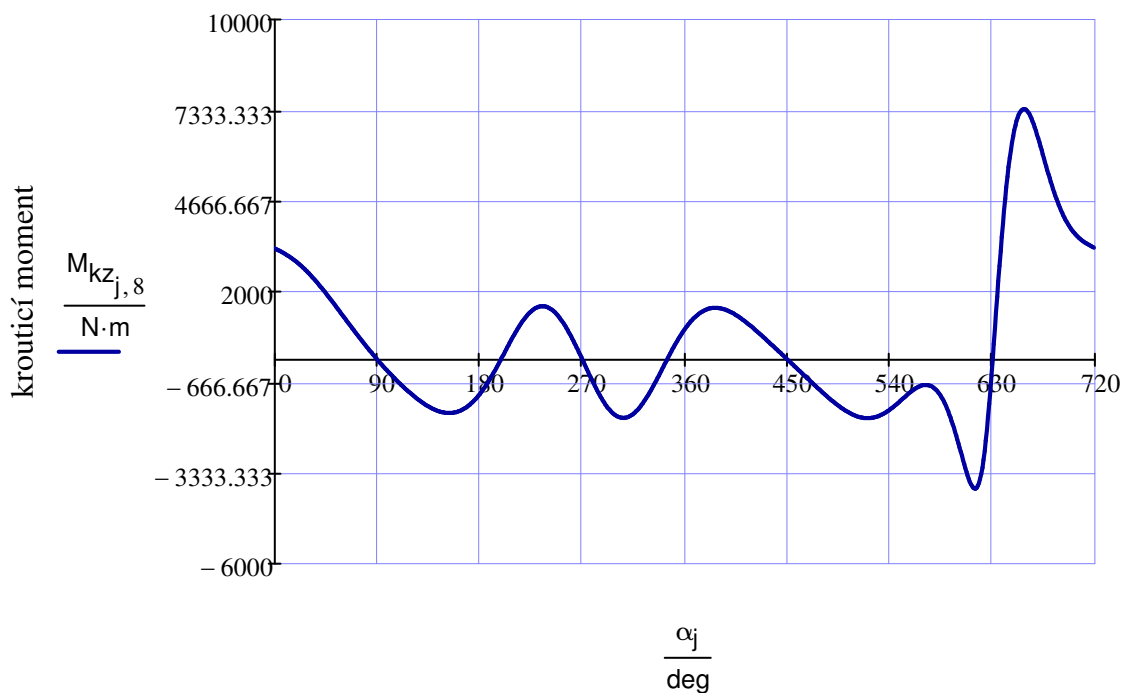


úhel natočení klikového hřídele

## 7. zalomení



## 8. zalomení



## 5. Analýza vyvážení klikového hřídele

$$m_z := 47.7 \cdot \text{kg}$$

hmotnost zalomení

$$r_{tz} := 45.93 \cdot \text{mm}$$

poloměr těžiště zalomení

$$m_{z\_red} := m_z \cdot \frac{r_{tz}}{r} \quad m_{z\_red} = 23.062 \text{ kg}$$

redukována hmotnost  
zalomení

$$F_{ozal} := m_{z\_red} \cdot r \cdot \omega^2 + 2 \cdot F_{od}$$

odstředivá síla zalomení

## 5.1 Odstředivé síly

$$F_{o_1} := \begin{pmatrix} F_{ozal} \cdot \cos(0 \cdot \text{deg}) \\ F_{ozal} \cdot \sin(0 \cdot \text{deg}) \end{pmatrix}$$

odstředivá síla zalomení  
1. a 9. válce

$$F_{o_2} := \begin{pmatrix} F_{ozal} \cdot \cos(180 \cdot \text{deg}) \\ F_{ozal} \cdot \sin(180 \cdot \text{deg}) \end{pmatrix}$$

odstředivá síla zalomení  
2. a 10. válce

$$F_{o_3} := \begin{pmatrix} F_{ozal} \cdot \cos(90 \cdot \text{deg}) \\ F_{ozal} \cdot \sin(90 \cdot \text{deg}) \end{pmatrix}$$

odstředivá síla zalomení  
3. a 11. válce

$$F_{o_4} := \begin{pmatrix} F_{ozal} \cdot \cos(270 \cdot \text{deg}) \\ F_{ozal} \cdot \sin(270 \cdot \text{deg}) \end{pmatrix}$$

odstředivá síla zalomení  
4. a 12. válce

$$F_{o_5} := \begin{pmatrix} F_{ozal} \cdot \cos(270 \cdot \text{deg}) \\ F_{ozal} \cdot \sin(270 \cdot \text{deg}) \end{pmatrix}$$

odstředivá síla zalomení  
5. a 13. válce

$$F_{o_6} := \begin{pmatrix} F_{ozal} \cdot \cos(90 \cdot \text{deg}) \\ F_{ozal} \cdot \sin(90 \cdot \text{deg}) \end{pmatrix}$$

odstředivá síla zalomení  
6. a 14. válce

$$F_{o_7} := \begin{pmatrix} F_{ozal} \cdot \cos(180 \cdot \text{deg}) \\ F_{ozal} \cdot \sin(180 \cdot \text{deg}) \end{pmatrix}$$

odstředivá síla zalomení  
7. a 15. válce

$$F_{o_8} := \begin{pmatrix} F_{ozal} \cdot \cos(0 \cdot \text{deg}) \\ F_{ozal} \cdot \sin(0 \cdot \text{deg}) \end{pmatrix}$$

odstředivá síla zalomení  
8. a 16. válce

$$\sum_{i=1}^8 F_{o_i} = \begin{pmatrix} -0 \\ 0 \end{pmatrix} N$$

výslednice odstředivých sil  
je nulová

## 5.2 Momenty odstředivých sil

počítáno k bodu A

$$r_r := 262 \cdot \text{mm}$$

rozteč válců v jedné řadě

délka ojnicního čepu

$$l_{oc} := 136 \cdot \text{mm}$$

$$l_{hc} := 72 \cdot \text{mm}$$

$$r_p := \frac{l_{oc}}{2}$$

$$r_p = 68 \cdot \text{mm}$$

délka hlavního čepu

rozteč protilehlých válců na ojnicím čepu

$$M_{ro_1} := F_{o_1} \cdot 7r_r$$

$$M_{ro_5} := F_{o_5} \cdot 3r_r$$

$$M_{ro_2} := F_{o_2} \cdot 6r_r$$

$$M_{ro_6} := F_{o_6} \cdot 2r_r$$

$$M_{ro_3} := F_{o_3} \cdot 5r_r$$

$$M_{ro_7} := F_{o_7} \cdot r_r$$

$$M_{ro_4} := F_{o_4} \cdot 4r_r$$

$$M_{ro\_c} := \sum_{i=1}^7 M_{ro_i}$$

$$M_{ro\_c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

celkový moment odstředivých sil rozložených do os y,z

### 5.3 Silové vyvážení

$$r_{vr} := 98 \cdot \text{mm}$$

vzdálenost těžiště hmoty, využívající odstředivou sílu od osy klikového hřídele

$$2m_{vr} \cdot r_{vr} \cdot \omega^2 = F_{ozal}$$

rovnice silové rovnováhy pro vyvážení odstředivých sil

$$m_{vr} := 1 \cdot \text{kg}$$

$$m_{vr} := \text{root}\left(2m_{vr} \cdot r_{vr} \cdot \omega^2 - F_{ozal}, m_{vr}\right)$$

$$m_{vr} = 20.764 \text{ kg}$$

velikost hmoty, využívající polovinu odstředivé síly

### 5.4 Setrvačné síly posuvných částí I. řádu

$$m_p := m_{psk} + m_{op}$$

$$m_p = 12.8 \text{ kg}$$

hmotnost posuvných částí

Klikovou hřídel rozdělíme na dvě hřídele řadového motoru

Levá část

$$F_{I1}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

setrvačná síla posuvných částí I. řádu 1. válce

$$F_{12}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 180 \cdot \text{deg})$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 2. válce

$$F_{13}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 90 \cdot \text{deg})$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 3. válce

$$F_{14}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 270 \cdot \text{deg})$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 4. válce

$$F_{15}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 270 \cdot \text{deg})$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 5. válce

$$F_{16}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 90 \cdot \text{deg})$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 6. válce

$$F_{17}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 180 \cdot \text{deg})$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 7. válce

$$F_{18}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 8. válce

### Pravá část

$$F_{19}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 9. válce

$$F_{110}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 180 \cdot \text{deg})$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 10. válce

$$F_{111}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 90 \cdot \text{deg})$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 11. válce

$$F_{112}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 270 \cdot \text{deg})$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 12. válce

$$F_{113}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 270 \cdot \text{deg})$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 13. válce

$$F_{114}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 90 \cdot \text{deg})$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 14. válce

$$F_{115}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 180 \cdot \text{deg})$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 15. válce

$$F_{116}(\alpha) := -m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

setrvačná síla posuvných  
částí I. řádu 16. válce

### Součet sil levé části

$$F_{IL}(\alpha) := F_{11}(\alpha) + F_{12}(\alpha) + F_{13}(\alpha) + F_{14}(\alpha) + F_{15}(\alpha) + F_{16}(\alpha) + F_{17}(\alpha) + F_{18}(\alpha)$$

$$\max(F_{IL}(\alpha)) = 0 \text{ N}$$

výslednice setrvačných sil  
levé části I. řádu je nulová

### Součet sil pravé části

$$F_{IP}(\alpha) := F_{19}(\alpha) + F_{110}(\alpha) + F_{111}(\alpha) + F_{112}(\alpha) + F_{113}(\alpha) + F_{114}(\alpha) \dots \\ + F_{115}(\alpha) + F_{116}(\alpha)$$

$$\max(F_{IP}(\alpha)) = 0 \text{ N}$$

výslednice setrvačných sil  
pravé části I. řádu je nulová

## 5.5 Setrvačné síly posuvných částí II. řádu

Levá část

$F_{II1}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2(\alpha)]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 1. válce
$F_{II2}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2(\alpha + 180 \cdot \text{deg})]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 2. válce
$F_{II3}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2 \cdot (\alpha + 90 \cdot \text{deg})]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 3. válce
$F_{II4}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2(\alpha + 270 \cdot \text{deg})]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 4. válce
$F_{II5}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2 \cdot (\alpha + 270 \cdot \text{deg})]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 5. válce
$F_{II6}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2(\alpha + 90 \cdot \text{deg})]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 6. válce
$F_{II7}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2(\alpha + 180 \cdot \text{deg})]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 7. válce
$F_{II8}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2(\alpha)]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 8. válce

Pravá část

$F_{II9}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2(\alpha)]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 9. válce
$F_{II10}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2 \cdot (\alpha + 180 \cdot \text{deg})]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 10. válce
$F_{II11}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2 \cdot (\alpha + 90 \cdot \text{deg})]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 11. válce
$F_{II12}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2 \cdot (\alpha + 270 \cdot \text{deg})]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 12. válce
$F_{II13}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2(\alpha + 270 \cdot \text{deg})]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 13. válce
$F_{II14}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2(\alpha + 90 \cdot \text{deg})]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 14. válce
$F_{II15}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2(\alpha + 180 \cdot \text{deg})]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 15. válce
$F_{II16}(\alpha) := -\lambda \cdot m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2 \cdot (\alpha)]$	setrvačná síla posuvných částí II. řádu 16. válce

Součet sil levé části

$$F_{IIL}(\alpha) := F_{II1}(\alpha) + F_{II2}(\alpha) + F_{II3}(\alpha) + F_{II4}(\alpha) + F_{II5}(\alpha) + F_{II6}(\alpha) \dots \\ + F_{II7}(\alpha) + F_{II8}(\alpha)$$

$$\max(F_{II L}(\alpha)) = 0 \cdot \text{kN}$$

výslednice setrvačných sil  
levé části II. řádu je nulová

Součet sil pravé části

$$F_{II P}(\alpha) := F_{II 9}(\alpha) + F_{II 10}(\alpha) + F_{II 11}(\alpha) + F_{II 12}(\alpha) + F_{II 13}(\alpha) + F_{II 14}(\alpha) \dots \\ + F_{II 15}(\alpha) + F_{II 16}(\alpha)$$

$$\max(F_{II P}(\alpha)) = 0 \cdot \text{kN}$$

výslednice setrvačných sil  
pravé části II. řádu je nulová

## 5.6 Momenty setrvačných sil posuvných částí I. řádu

počítáno k bodu B

Levá část

$$M_{I1}(\alpha) := F_{I1}(\alpha) \cdot \left( 3 \cdot r_r + \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
1. válce

$$M_{I2}(\alpha) := F_{I2}(\alpha) \cdot \left( 2 \cdot r_r + \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
2. válce

$$M_{I3}(\alpha) := F_{I3}(\alpha) \cdot \left( r_r + \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
3. válce

$$M_{I4}(\alpha) := F_{I4}(\alpha) \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
4. válce

$$M_{I5}(\alpha) := F_{I5}(\alpha) \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
5. válce

$$M_{I6}(\alpha) := F_{I6}(\alpha) \cdot \left( r_r + \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
6. válce

$$M_{I7}(\alpha) := F_{I7}(\alpha) \cdot \left( 2 \cdot r_r + \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
7. válce

$$M_{I8}(\alpha) := F_{I8}(\alpha) \cdot \left( 3 \cdot r_r + \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
8. válce

$$M_{I L}(\alpha) := M_{I1}(\alpha) + M_{I2}(\alpha) + M_{I3}(\alpha) + M_{I4}(\alpha) + M_{I5}(\alpha) + M_{I6}(\alpha) \dots \\ + M_{I7}(\alpha) + M_{I8}(\alpha)$$

$$\max(M_{I L}(\alpha)) = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

výslednice momentů  
setrvačných sil levé části  
I. řádu je nulová

Pravá část

$$M_{I9}(\alpha) := F_{I9}(\alpha) \cdot \left( 3 \cdot r_r + \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
9. válce

$$M_{I10}(\alpha) := F_{I10}(\alpha) \cdot \left( 2 \cdot r_r + \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
10. válce

$$M_{I11}(\alpha) := F_{I11}(\alpha) \cdot \left( r_r + \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
11. válce

$$M_{I12}(\alpha) := F_{I12}(\alpha) \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
12. válce

$$M_{I13}(\alpha) := F_{I13}(\alpha) \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
13. válce

$$M_{I14}(\alpha) := F_{I14}(\alpha) \cdot \left( r_r + \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
14. válce

$$M_{I15}(\alpha) := F_{I15}(\alpha) \cdot \left( 2 \cdot r_r + \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
15. válce

$$M_{I16}(\alpha) := F_{I16}(\alpha) \cdot \left( 3 \cdot r_r + \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí I. řádu  
16. válce

$$M_{IP}(\alpha) := M_{I9}(\alpha) + M_{I10}(\alpha) + M_{I11}(\alpha) + M_{I12}(\alpha) + M_{I13}(\alpha) + M_{I14}(\alpha) \dots \\ + M_{I15}(\alpha) + M_{I16}(\alpha)$$

$$\max(M_{IP}(\alpha)) = 0 \cdot N \cdot m$$

výslednice momentů  
setrvačných sil I. řádu  
je nulová

## 5.7 Momenty setrvačných sil posuvných částí II. řádu

počítáno k bodu B

Levá část

$$M_{II1}(\alpha) := F_{II1}(\alpha) \cdot \left( 3 \cdot r_r + \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
1. válce

$$M_{II2}(\alpha) := F_{II2}(\alpha) \cdot \left( 2 \cdot r_r + \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
2. válce

$$M_{II3}(\alpha) := F_{II3}(\alpha) \cdot \left( r_r + \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
3. válce

$$M_{II4}(\alpha) := F_{II4}(\alpha) \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
4. válce

$$M_{II5}(\alpha) := F_{II5}(\alpha) \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
5. válce

$$M_{II6}(\alpha) := F_{II6}(\alpha) \cdot \left( r_r + \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
6. válce

$$M_{II7}(\alpha) := F_{II7}(\alpha) \cdot \left( 2 \cdot r_r + \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
7. válce

$$M_{II8}(\alpha) := F_{II8}(\alpha) \cdot \left( 3 \cdot r_r + \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
8. válce

$$M_{IIL}(\alpha) := M_{II1}(\alpha) + M_{II2}(\alpha) + M_{II3}(\alpha) + M_{II4}(\alpha) + M_{II5}(\alpha) + M_{II6}(\alpha) \dots \\ + M_{II7}(\alpha) + M_{II8}(\alpha)$$

$$\max(M_{IIL}(\alpha)) = 0 \cdot N \cdot m$$

výslednice momentů  
setrvačných sil levé části  
II. řádu je nulová

Pravá část

$$M_{II9}(\alpha) := F_{II9}(\alpha) \cdot \left( 3 \cdot r_r + \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
9. válce

$$M_{II10}(\alpha) := F_{II10}(\alpha) \cdot \left( 2 \cdot r_r + \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
10. válce

$$M_{II11}(\alpha) := F_{II11}(\alpha) \cdot \left( r_r + \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
11. válce

$$M_{II12}(\alpha) := F_{II12}(\alpha) \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
12. válce

$$M_{II13}(\alpha) := F_{II13}(\alpha) \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
13. válce

$$M_{II14}(\alpha) := F_{II14}(\alpha) \cdot \left( r_r + \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
14. válce

$$M_{II15}(\alpha) := F_{II15}(\alpha) \cdot \left( 2 \cdot r_r + \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
15. válce

$$M_{II16}(\alpha) := F_{II16}(\alpha) \cdot \left( 3 \cdot r_r + \frac{2}{3} \cdot l_{oc} + \frac{1}{2} \cdot l_{hc} \right)$$

moment setrvačné síly  
posuvných částí II. řádu  
16. válce

$$M_{IIP}(\alpha) := M_{II9}(\alpha) + M_{II10}(\alpha) + M_{II11}(\alpha) + M_{II12}(\alpha) + M_{II13}(\alpha) + M_{II14}(\alpha) \dots \\ + M_{II15}(\alpha) + M_{II16}(\alpha)$$

$$\max(M_{IIP}(\alpha)) = 0 \cdot N \cdot m$$

výslednice momentů  
setrvačných sil II. řádu  
je nulová

## 6. Torzní kmitání klikového ústrojí

### 6.1 Výpočet frekvencí vlastní kmitání

#### 6.1.1 Výpočet redukovaných momentů setrvačnosti

##### 6.1.1.1 Momenty setrvačnosti

$$J_p := 1.88 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti činné části tlumiče - prstenec

$$J_{sk} := 3.028 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti skříně

$$J_t := J_{sk} + \frac{J_p}{2} \quad J_t = 3.968 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti tlumiče

$$J_{pk} := 0.5225 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti předního konce klikového hřídele

$$J_{z1\_9} := 1.5843 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti zalomení 1. a 9. válce

$$J_{z2\_10} := 1.5843 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti zalomení 2. a 10. válce

$$J_{z3\_11} := 1.5843 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti zalomení 3. a 11. válce

$$J_{z4\_12} := 1.5843 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti zalomení 4. a 12. válce

$$J_{z5\_13} := 1.5843 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti zalomení 5. a 13. válce

$$J_{z6\_14} := 1.5843 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti zalomení 6. a 14. válce

$$J_{z7\_15} := 1.5843 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti zalomení 7. a 15. válce

$$J_{z8\_16} := 1.5843 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti zalomení 8. a 16. válce

$$J_{zk} := 0.5225 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti zadního konce klikového hřídele

$$J_s := 14.3749 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti setrvačnicku

##### 6.1.1.2 Redukované momenty setrvačnosti

$$J_{oj\_red} := 2(m_{or} + m_{ol}) \cdot r^2$$

redukovaný moment setrvačnosti rotujících částí ojnice a ojničního ložiska jednoho zalomení

$$J_{oj\_red} = 0.178 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$J_{ph\_red} := 2(m_{psk} + m_{op}) \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \cdot r^2$$

redukovaný moment setrvačnosti posuvných částí ojnice klikového mechanismu jednoho zalomení

$$J_{ph\_red} = 0.117 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$J_0 := J_{pk} + J_t$$

$$J_0 = 4.49 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

redukovaný moment setrvačnosti  
předního konce klikového hřídele

$$J_1 := J_{z1\_9} + J_{oj\_red} + J_{ph\_red}$$

redukovaný moment setrvačnosti  
zalomení 1. a 9. válce

$$J_1 = 1.88 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$J_2 := J_{z2\_10} + J_{oj\_red} + J_{ph\_red}$$

redukovaný moment setrvačnosti  
zalomení 2. a 10. válce

$$J_2 = 1.88 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$J_3 := J_{z3\_11} + J_{oj\_red} + J_{ph\_red}$$

redukovaný moment setrvačnosti  
zalomení 3. a 11. válce

$$J_3 = 1.88 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$J_4 := J_{z4\_12} + J_{oj\_red} + J_{ph\_red}$$

redukovaný moment setrvačnosti  
zalomení 4. a 12. válce

$$J_4 = 1.88 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$J_5 := J_{z5\_13} + J_{oj\_red} + J_{ph\_red}$$

redukovaný moment setrvačnosti  
zalomení 5. a 13. válce

$$J_5 = 1.88 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$J_6 := J_{z6\_14} + J_{oj\_red} + J_{ph\_red}$$

redukovaný moment setrvačnosti  
zalomení 6. a 14. válce

$$J_6 = 1.88 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$J_7 := J_{z7\_15} + J_{oj\_red} + J_{ph\_red}$$

redukovaný moment setrvačnosti  
zalomení 7. a 15. válce

$$J_7 = 1.88 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$J_8 := J_{z8\_16} + J_{oj\_red} + J_{ph\_red}$$

redukovaný moment setrvačnosti  
zalomení 8. a 16. válce

$$J_8 = 1.88 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$J_9 := J_{zk} + J_s$$

$$J_9 = 14.897 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

redukovaný moment setrvačnosti  
předního konce klikového hřídele  
se setrvačником

## 6.1.2 Výpočet redukovaných délek

$$\mu := 0.3$$

poissonova konstanta

$$E := 2.1 \cdot 10^{11} \cdot \text{Pa}$$

modul pružnosti v tahu

$$G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}$$

modul pružnosti ve smyku

$$D_{red} := 160 \cdot \text{mm}$$

redukovaný průměr hřídele

$$D_{hc} := 160 \cdot \text{mm}$$

průměr hlavního čepu

$$b_r := 175 \cdot \text{mm}$$

šířka ramene klikového hřídele

$$l_f := 80 \cdot \text{mm}$$

funkční délka přeního konce klikového hřídele

$$D_{pk} := 270 \cdot \text{mm}$$

průměr předního konce klikového hřídele

$$l_{hc} := 72 \cdot \text{mm}$$

délka hlavního čepu

$$D_{oc} := 135 \cdot \text{mm}$$

průměr ojničního čepu

$$t_r := 30 \cdot \text{mm}$$

tloušťka ramene klikového hřídele

### 6.1.2.1 Redukovaná délka zalomení klikového hřídele

$$l_z := D_{red}^4 \cdot \left[ \frac{l_{hc} + 0.4 \cdot D_{hc}}{D_{hc}^4} + \frac{l_{oc} + 0.4 \cdot D_{oc}}{D_{oc}^4} + \frac{r - 0.2 \cdot (D_{hc} + D_{oc})}{t_r \cdot b_r^3} \right]$$

$$l_z = 0.658 \text{ m}$$

### 6.1.2.2 Redukovaná délka předního konce klikového hřídele

$$l_{pk} := (l_f + 0.1 D_{pk}) \frac{D_{red}^4}{D_{pk}^4} + \left( \frac{l_{hc}}{2} + 0.1 D_{pk} \right) \frac{D_{red}^4}{D_{hc}^4} + \frac{l_z}{2}$$

$$l_{pk} = 0.405 \text{ m}$$

### 6.1.2.3 Redukovaná délka zadního konce klikového hřídele

$$l_{zk} := (l_f + 0.1 D_{pk}) \frac{D_{red}^4}{D_{pk}^4} + \left( \frac{l_{hc}}{2} + 0.1 D_{pk} \right) \frac{D_{red}^4}{D_{hc}^4} + \frac{l_z}{2}$$

$$l_{zk} = 0.405 \text{ m}$$

## 6.1.3 Výpočet torzních tuhostí

$$I_p := \frac{\pi \cdot D_{red}^4}{32}$$

$$I_p = 6.434 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

polární moment setrvačnosti redukovaného hřídele

$$c_0 := \frac{I_p \cdot G}{l_{pk}}$$

$$c_0 = 1.283 \times 10^7 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

torzní tuhost předního konce klikového hřídele

$$c_1 := \frac{I_p \cdot G}{l_z}$$

$$c_1 = 7.902 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

torzní tuhost mezi  
1. a 2. zalomením

$$c_2 := \frac{I_p \cdot G}{l_z}$$

$$c_2 = 7.902 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

torzní tuhost mezi  
2. a 3. zalomením

$$c_3 := \frac{I_p \cdot G}{l_z}$$

$$c_3 = 7.902 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

torzní tuhost mezi  
3. a 4. zalomením

$$c_4 := \frac{I_p \cdot G}{l_z}$$

$$c_4 = 7.902 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

torzní tuhost mezi  
4. a 5. zalomením

$$c_5 := \frac{I_p \cdot G}{l_z}$$

$$c_5 = 7.902 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

torzní tuhost mezi  
5. a 6. zalomením

$$c_6 := \frac{I_p \cdot G}{l_z}$$

$$c_6 = 7.902 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

torzní tuhost mezi  
6. a 7. zalomením

$$c_7 := \frac{I_p \cdot G}{l_z}$$

$$c_7 = 7.902 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

torzní tuhost mezi  
7. a 8. zalomením

$$c_8 := \frac{I_p \cdot G}{l_{zk}}$$

$$c_8 = 1.283 \times 10^7 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

torzní tuhost zadního  
konce klikového hřídele

## 6.1.4 Sestavení matic a výpočet vlastních frekvencí

matice hmotnosti

$$M := \begin{pmatrix} J_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_9 \end{pmatrix}$$

$$J := \begin{pmatrix} J_0 \\ J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \\ J_6 \\ J_7 \\ J_8 \\ J_9 \end{pmatrix}$$

matice tuhostí

$$C := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 \end{pmatrix}$$

$$A := M^{-1} \cdot C$$

$$\chi := \text{eigenvals}(A)$$

vektor obsahující vlastní  
čísla matice A

$$\Omega := \sqrt{\chi}$$

vektor vlastních frekvencí

$$\chi = \begin{pmatrix} 16692650.236 \\ 15888697.622 \\ 14119431.412 \\ 11529821.93 \\ 8485103.75 \\ 5437655.469 \\ 2837438.814 \\ 1040045.033 \\ 0 \\ 177586.117 \end{pmatrix} \frac{1}{s^2}$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} 4085.664 \\ 3986.063 \\ 3757.583 \\ 3395.559 \\ 2912.92 \\ 2331.878 \\ 1684.47 \\ 1019.826 \\ 0 \\ 421.41 \end{pmatrix} \frac{1}{s}$$

$$x := \text{eigenvecs}(A)$$

normalizovaný vektor  
odpovídající vlastnímu číslu

$$x^T = \begin{pmatrix} 0.084 & -0.405 & 0.411 & -0.404 & 0.386 & -0.357 & 0.318 & -0.27 & 0.214 & -0.012 \\ -0.1 & 0.457 & -0.366 & 0.194 & 0.02 & -0.23 & 0.389 & -0.463 & 0.435 & -0.025 \\ -0.111 & 0.437 & -0.141 & -0.244 & 0.474 & -0.399 & 0.069 & 0.305 & -0.484 & 0.031 \\ -0.124 & 0.376 & 0.156 & -0.492 & 0.21 & 0.336 & -0.459 & 0.005 & 0.456 & -0.037 \\ -0.144 & 0.283 & 0.405 & -0.291 & -0.4 & 0.299 & 0.394 & -0.306 & -0.388 & 0.044 \\ -0.177 & 0.16 & 0.499 & 0.193 & -0.363 & -0.449 & 0.046 & 0.481 & 0.294 & -0.055 \\ -0.234 & -0.002 & 0.376 & 0.5 & 0.286 & -0.121 & -0.446 & -0.47 & -0.177 & 0.077 \\ 0.336 & 0.214 & -0.038 & -0.28 & -0.453 & -0.514 & -0.448 & -0.271 & -0.027 & 0.128 \\ -0.316 & -0.316 & -0.316 & -0.316 & -0.316 & -0.316 & -0.316 & -0.316 & -0.316 & -0.316 \\ -0.517 & -0.485 & -0.412 & -0.322 & -0.218 & -0.105 & 0.012 & 0.129 & 0.24 & 0.302 \end{pmatrix}$$

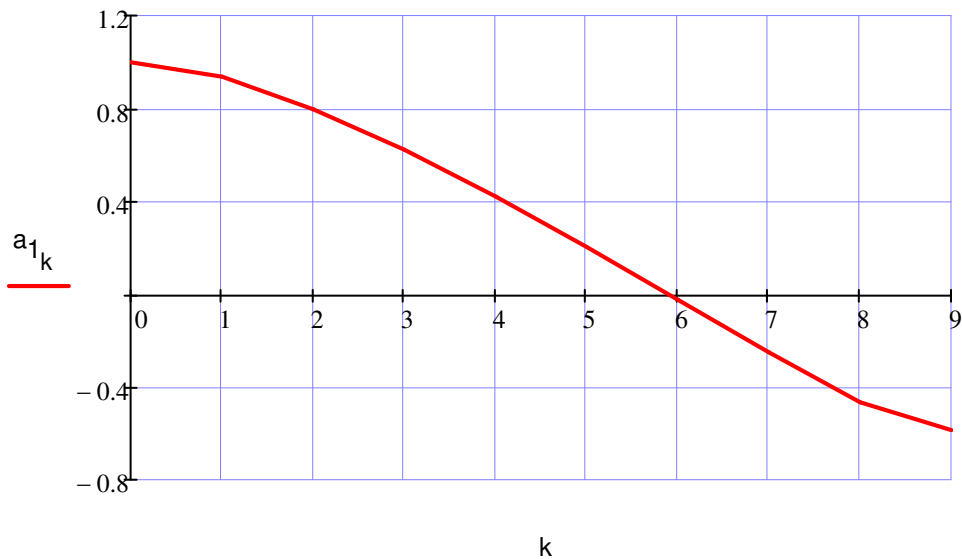
### 6.1.4.1 Tvary vlastních torzních výchylek

$k := 0..9$

$$a_{1k} := \frac{x_{k,9}}{x_{0,9}}$$

$$a_{1k} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.938 \\ 0.797 \\ 0.623 \\ 0.423 \\ 0.204 \\ -0.023 \\ -0.249 \\ -0.465 \\ -0.585 \end{pmatrix}$$

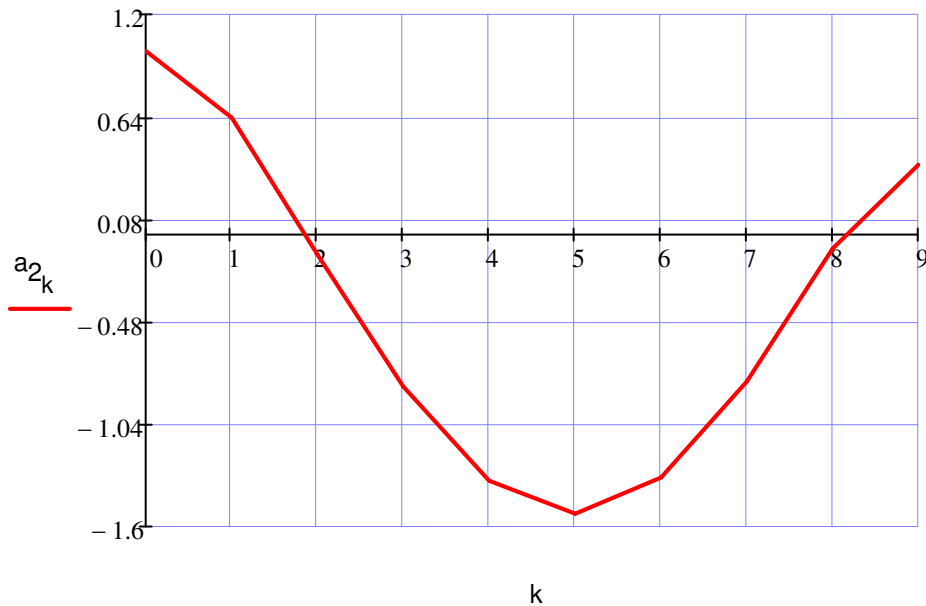
první tvar vlastních torzních výchylek



$$a_{2k} := \frac{x_{k,7}}{x_{0,7}}$$

$$a_{2k} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.636 \\ -0.112 \\ -0.833 \\ -1.347 \\ -1.528 \\ -1.331 \\ -0.805 \\ -0.079 \\ 0.38 \end{pmatrix}$$

druhý tvar vlastních torzních výchylek



### 6.1.4.2 Vlastní frekvence

$$\Omega_9 = 421.41 \frac{1}{s}$$

první vlastní úhlová rychlost

$$N_1 := \frac{\Omega_9}{2 \cdot \pi}$$

$$N_1 = 67.069 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

$$\Omega_7 = 1019.826 \frac{1}{s}$$

druhá vlastní úhlová rychlost

$$N_2 := \frac{\Omega_7}{2 \cdot \pi}$$

$$N_2 = 162.31 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence otáček

## 6.2 Vynucené kmitání

### 6.2.1 Fourierova analýza točivého momentu

$$k := 0..24$$

$$n := 720$$

$$\kappa_k := 0.5 \cdot k$$

$$h_k := \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \left[ M_{k_i} \cdot e^{i \cdot \left( \frac{i}{n} \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \right)} \right]$$

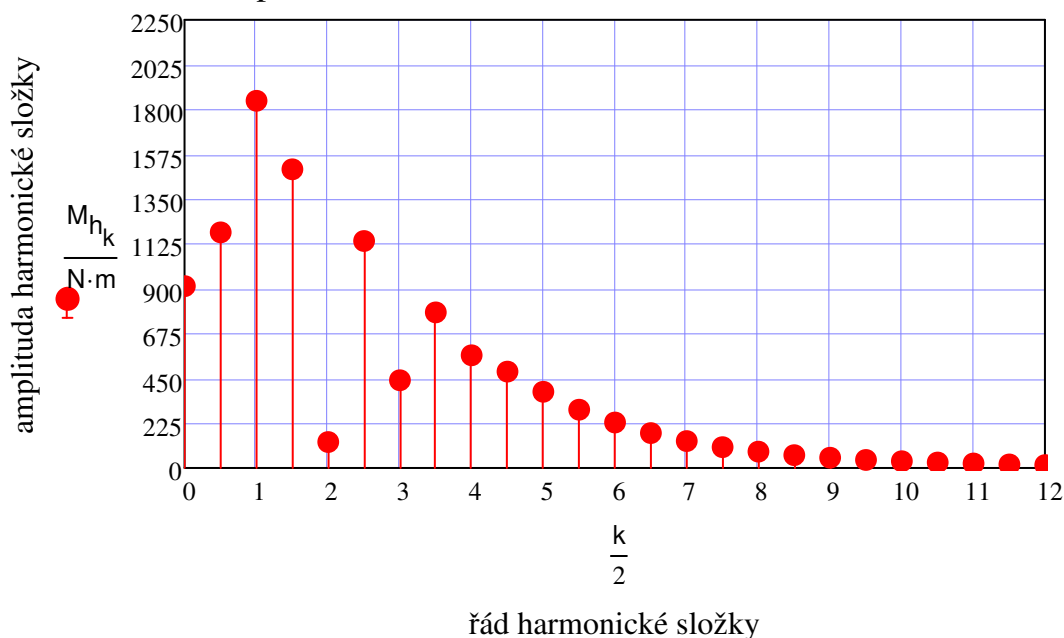
$$a_{h_k} := \operatorname{Re}(h_k)$$

$$b_{h_k} := \operatorname{Im}(h_k)$$

$$M_{h_k} := |h_k|$$

$\frac{k}{2} =$	$k_k =$	$\frac{a_{h_k}}{N \cdot m} =$	$\frac{b_{h_k}}{N \cdot m} =$	$\frac{M_{h_k}}{N \cdot m} =$
0	0	912.222	0	912.222
0.5	0.5	-835.621	-836.926	1182.67
1	1	432.517	1791.598	1843.066
1.5	1.5	-79.458	-1496.801	1498.908
2	2	-110.816	-69.091	130.59
2.5	2.5	200.525	-1121.148	1138.94
3	3	-208.529	388.238	440.696
3.5	3.5	248.085	-740.226	780.692
4	4	-217.685	522.107	565.67
4.5	4.5	192.26	-444.444	484.247
5	5	-160.236	347.787	382.925
5.5	5.5	130.81	-261.817	292.676
6	6	-100.126	205.954	229.002
6.5	6.5	79.189	-155.538	174.536
7	7	-55.358	123.194	135.06
7.5	7.5	42.179	-96.108	104.956
8	8	-28.07	76.779	81.749
8.5	8.5	20.153	-60.902	64.15
9	9	-12.702	49.895	51.487
9.5	9.5	8.374	-39.799	40.67
10	10	-4.665	33.287	33.612
10.5	10.5	2.549	-26.577	26.699
11	11	-0.832	22.385	22.401
11.5	11.5	-0.027	-18.024	18.024
12	12	0.687	15.028	15.044

Amplitudo-frekvenční charakteristika točivého momentu



## 6.2.2 Rezonanční otáčky motoru

$$\kappa := 0.5, 1.. 12$$

$$n_{1\text{rez}}(\kappa) := \frac{N_1}{\kappa}$$

$$n_{2\text{rez}}(\kappa) := \frac{N_2}{\kappa}$$

rezonanční otáčky pro  
první vlastní frekvenci

rezonanční otáčky pro  
druhou vlastní frekvenci

$\kappa =$	$\frac{n_{1\text{rez}}(\kappa)}{\text{min}^{-1}} =$	$\frac{n_{2\text{rez}}(\kappa)}{\text{min}^{-1}} =$
0.5	8048.332	19477.242
1	4024.166	9738.621
1.5	2682.777	6492.414
2	2012.083	4869.31
2.5	1609.666	3895.448
3	1341.389	3246.207
3.5	1149.762	2782.463
4	1006.041	2434.655
4.5	894.259	2164.138
5	804.833	1947.724
5.5	731.667	1770.658
6	670.694	1623.103
6.5	619.102	1498.249
7	574.881	1391.232
7.5	536.555	1298.483
8	503.021	1217.328
8.5	473.431	1145.72
9	447.13	1082.069
9.5	423.596	1025.118
10	402.417	973.862
10.5	383.254	927.488
11	365.833	885.329
11.5	349.927	846.837
12	335.347	811.552

## 6.2.3 Vydatnost rezonancí

Pořadí zapalování

1 – 9 – 3 – 11 – 2 – 10 – 5 – 13 – 8 – 16 – 6 – 14 – 7 – 15 – 4 – 12

### 6.2.3.1 Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci

$$\kappa_0 := 0.. 24$$

$$\kappa_{00} := 0.5 \cdot \kappa_0$$

$$\theta_L := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -90 \\ -180 \\ -270 \\ -360 \\ -450 \\ -540 \\ -630 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

Rozestupy zážehů pro  
levou větev motoru

$$\theta_P := \begin{pmatrix} 0 \\ -65 \\ -155 \\ -245 \\ -335 \\ -425 \\ -515 \\ -605 \\ -695 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

Rozestupy zážehů pro  
pravou větev motoru

1.řád

$$\varepsilon_1 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1_i} \cdot (\sin(\kappa_1 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_1 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1_i} \cdot (\cos(\kappa_1 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_1 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_1 = 4.204$$

vydatnost rezonance pro  
řády  $\kappa=0.5, 4.5, 8.5$

2.řád

$$\varepsilon_2 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1_i} \cdot (\sin(\kappa_2 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_2 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1_i} \cdot (\cos(\kappa_2 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_2 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_2 = 1.891$$

vydatnost rezonance pro  
řády  $\kappa=1, 5, 9,$

3.řád

$$\varepsilon_3 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1_i} \cdot (\sin(\kappa_3 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_3 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1_i} \cdot (\cos(\kappa_3 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_3 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2}$$

$$\varepsilon_3 = 1.121$$

vydatnost rezonance pro  
řády  $\kappa=1.5, 5.5, 9.5,$

4.řád

$$\varepsilon_4 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1i} \cdot (\sin(\kappa_4 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_4 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1i} \cdot (\cos(\kappa_4 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_4 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_4 = 0.662$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=2, 6, 10,$

5.řád

$$\varepsilon_5 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1i} \cdot (\sin(\kappa_5 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_5 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1i} \cdot (\cos(\kappa_5 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_5 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_5 = 0.259$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=2.5, 6.5, 10.5,$

6.řád

$$\varepsilon_6 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1i} \cdot (\sin(\kappa_6 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_6 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1i} \cdot (\cos(\kappa_6 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_6 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_6 = 0.293$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=3, 7, 11,$

7.řád

$$\varepsilon_7 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1i} \cdot (\sin(\kappa_7 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_7 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1i} \cdot (\cos(\kappa_7 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_7 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_7 = 1.764$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=3.5, 7.5, 11.5,$

8.řád

$$\varepsilon_8 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1i} \cdot (\sin(\kappa_8 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_8 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1i} \cdot (\cos(\kappa_8 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_8 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_8 = 2.891$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=4, 8, 12,$

Ověření

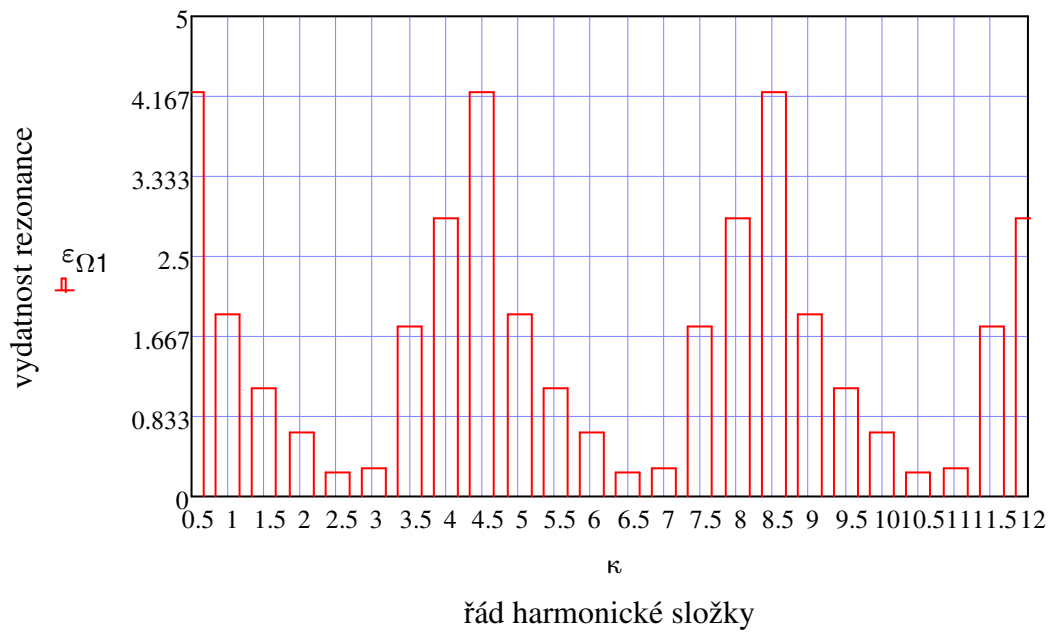
$$q := 1..8$$

$$\kappa_q := 0.5 \cdot q$$

$$\varepsilon_q := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ (a_{1i}) \cdot \cos(\kappa_q \cdot \theta_{L_i}) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ (a_{1i}) \cdot \sin(\kappa_q \cdot \theta_{L_i}) \right] \right]^2}$$

$$2 \cdot \varepsilon_q \cdot \left| \cos\left(\frac{\kappa_q \cdot 65 \cdot \text{deg}}{2}\right) \right| = \begin{pmatrix} 4.204 \\ 1.891 \\ 1.121 \\ 0.662 \\ 0.259 \\ 0.293 \\ 1.764 \\ 2.891 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{\Omega 1} := \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_7 \\ \varepsilon_8 \\ \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_7 \\ \varepsilon_8 \\ \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_7 \\ \varepsilon_8 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} j := 0..23 \\ \kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5 \end{array}$$



### 6.2.3.2 Vydatnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci

$\omega := 0..24$

$\kappa_{00} := 0.5 \cdot \omega$

1.řád

$$\epsilon'_1 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\sin(\kappa_1 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_1 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\cos(\kappa_1 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_1 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$\epsilon'_1 = 7.534$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=0.5, 4.5, 8.5$

2.řád

$$\epsilon'_2 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\sin(\kappa_2 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_2 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\cos(\kappa_2 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_2 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$\epsilon'_2 = 1.257$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=1, 5, 9,$

3.řád

$$\epsilon'_3 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\sin(\kappa_3 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_3 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\cos(\kappa_3 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_3 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\epsilon'_3 = 0.535$$

výdatnost rezonance pro řády  $\kappa=1.5, 5.5, 9.5,$

4.řád

$$\epsilon'_4 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\sin(\kappa_4 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_4 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\cos(\kappa_4 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_4 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\epsilon'_4 = 0.287$$

výdatnost rezonance pro řády  $\kappa=2, 6, 10,$

5.řád

$$\epsilon'_5 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\sin(\kappa_5 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_5 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\cos(\kappa_5 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_5 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\epsilon'_5 = 0.123$$

výdatnost rezonance pro řády  $\kappa=2.5, 6.5, 10.5,$

6.řád

$$\epsilon'_6 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\sin(\kappa_6 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_6 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\cos(\kappa_6 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_6 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\epsilon'_6 = 0.195$$

výdatnost rezonance pro řády  $\kappa=3, 7, 11,$

7.řád

$$\epsilon'_7 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\sin(\kappa_7 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_7 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\cos(\kappa_7 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_7 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\epsilon'_7 = 3.161$$

výdatnost rezonance pro řády  $\kappa=3.5, 7.5, 11.5,$

8.řád

$$\varepsilon'_8 := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\sin(\kappa_8 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_8 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2i} \cdot (\cos(\kappa_8 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_8 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

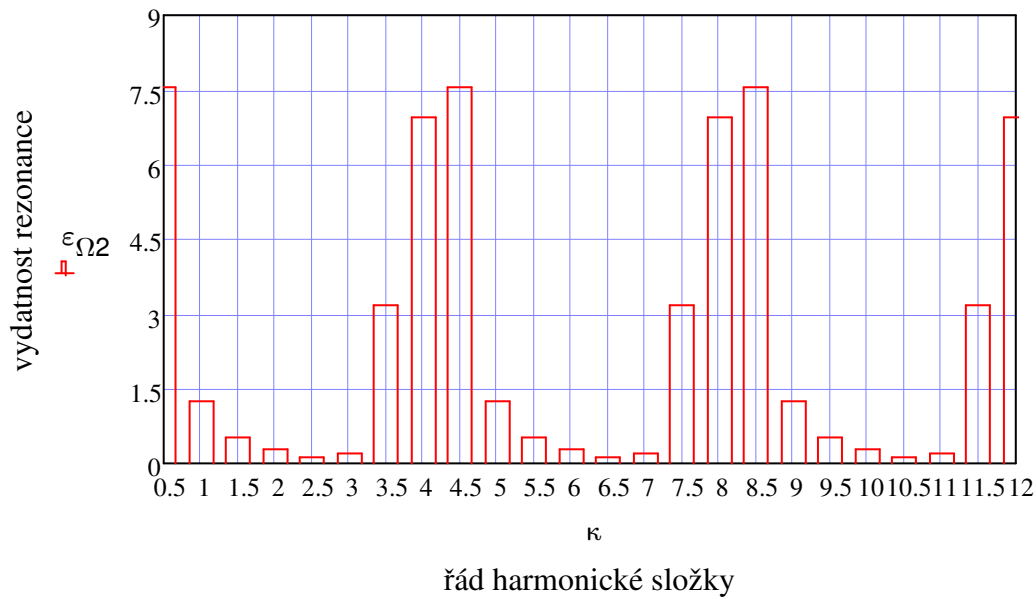
$$\varepsilon'_8 = 6.942$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=4, 8, 12,$

$$j := 0..23$$

$$\kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5$$

$$\varepsilon_{\Omega 2} := \begin{pmatrix} \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_3 \\ \varepsilon'_4 \\ \varepsilon'_5 \\ \varepsilon'_6 \\ \varepsilon'_7 \\ \varepsilon'_8 \\ \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_3 \\ \varepsilon'_4 \\ \varepsilon'_5 \\ \varepsilon'_6 \\ \varepsilon'_7 \\ \varepsilon'_8 \\ \varepsilon'_1 \\ \varepsilon'_2 \\ \varepsilon'_3 \\ \varepsilon'_4 \\ \varepsilon'_5 \\ \varepsilon'_6 \\ \varepsilon'_7 \\ \varepsilon'_8 \end{pmatrix}$$



## 6.2.4 Parametry tlumiče

$$\xi := 35 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec}}{\text{rad}}$$

velikost tlumících odporů

$$J_e := \sum_{i=0}^9 \left[ J_i \cdot (a_{1i})^2 \right]$$

$$J_e = 14.108 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti  
jednohmoté soustavy

$$\mu_t := \frac{J_p}{J_e}$$

$$\mu_t = 0.133$$

poměrná velikost  
setrvačníku tlumiče

$$w := \frac{1}{1 + \mu_t}$$

$$w = 0.882$$

ladění tlumiče

$$\Omega_t := \Omega_0 \cdot w$$

$$\Omega_t = 371.858 \cdot \frac{1}{\text{sec}}$$

vlastní frekvence  
tlumiče

$$\gamma := \sqrt{\frac{1}{2 \cdot (1 + \mu_t) \cdot (2 + \mu_t)}}$$

$$\gamma = 0.577$$

poměrný útlum  
tlumiče

$$k_t := 2 \cdot J_p \cdot \Omega_0 \cdot \gamma$$

$$k_t = 720.597 \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{sec}}$$

součinitel tlumení

## 6.3 Výpočet torzních výchylek volného konce v rezonanci

### 6.3.1 Torzní výchylka pro první vlastní úhlovou frekvenci

$$o := 1..8$$

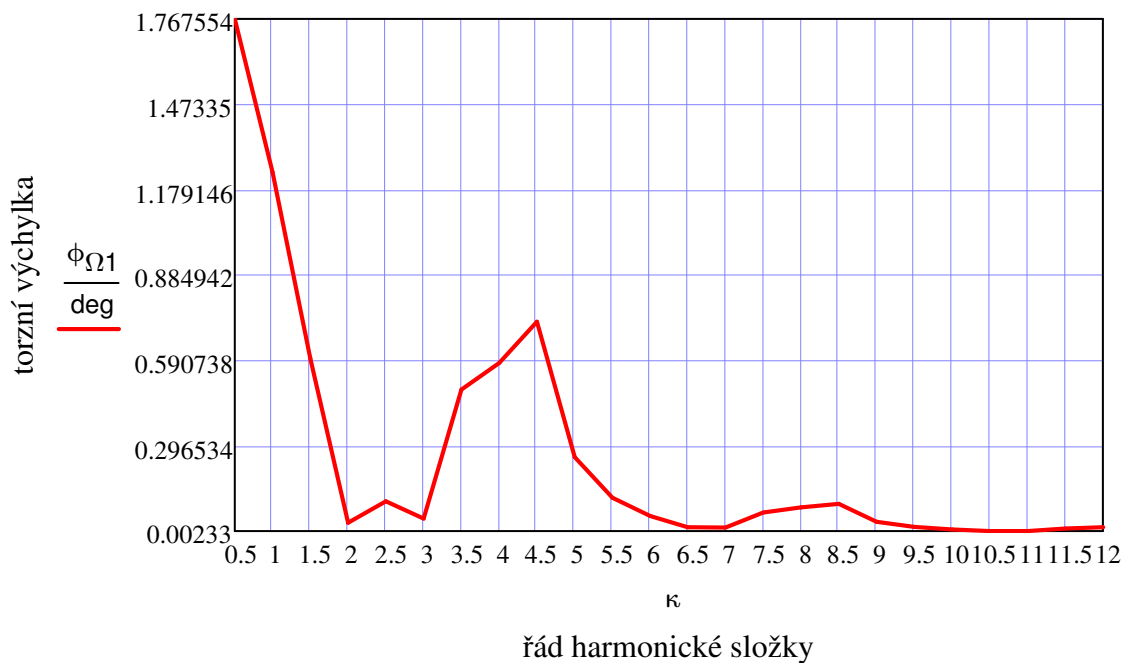
$$\phi_{\Omega 1_j} := \frac{M_{h_{j+1}} \cdot \varepsilon_{\Omega 1_j}}{\Omega_t \left[ \xi \cdot \sum_{i=1}^8 (a_{1_i})^2 + \frac{k_t}{1 + \left( \frac{k_t}{J_p \cdot \Omega_t} \right)^2} \right]}$$

torzní výchylky v rezonanci  
pro první vlastní frekvenci

$\kappa_j =$	$\frac{\phi_{\Omega 1_j}}{\text{rad}} =$	$\frac{\phi_{\Omega 1_j}}{\text{deg}} =$
0.5	0.031	1.768
1	0.022	1.239
1.5	0.01	0.597
2	$5.367 \cdot 10^{-4}$	0.031
2.5	$1.827 \cdot 10^{-3}$	0.105
3	$8 \cdot 10^{-4}$	0.046
3.5	$8.543 \cdot 10^{-3}$	0.489
4	0.01	0.581
4.5	0.013	0.724
5	$4.491 \cdot 10^{-3}$	0.257
5.5	$2.035 \cdot 10^{-3}$	0.117
6	$9.411 \cdot 10^{-4}$	0.054
6.5	$2.8 \cdot 10^{-4}$	0.016
7	$2.452 \cdot 10^{-4}$	0.014
7.5	$1.149 \cdot 10^{-3}$	0.066
8	$1.466 \cdot 10^{-3}$	0.084
8.5	$1.673 \cdot 10^{-3}$	0.096
9	$6.039 \cdot 10^{-4}$	0.035
9.5	$2.828 \cdot 10^{-4}$	0.016
10	$1.381 \cdot 10^{-4}$	0.008
10.5	$4.283 \cdot 10^{-5}$	0.002
11	$4.066 \cdot 10^{-5}$	0.002
11.5	$1.972 \cdot 10^{-4}$	0.011
12	$2.698 \cdot 10^{-4}$	0.015

$j := 0..23$

$\kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5$



### 6.3.2 Torzní výchylka pro druhou vlastní úhlovou frekvenci

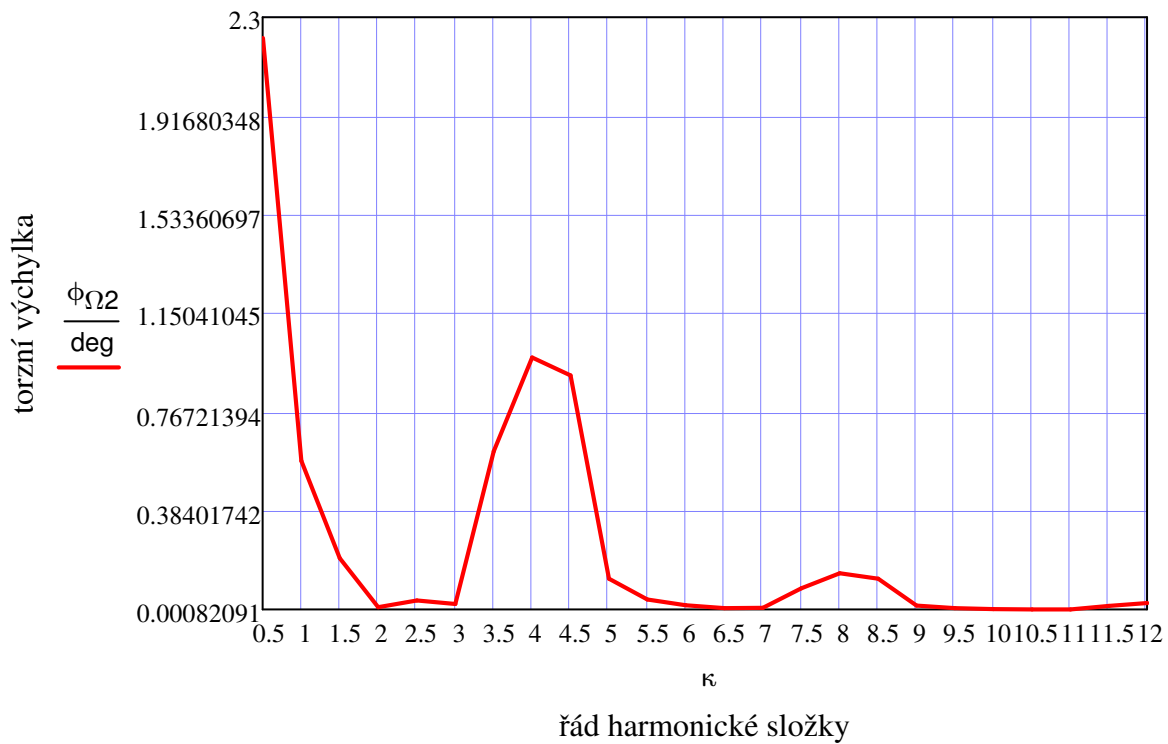
$$\phi_{\Omega 2_j} := \frac{M_{h_{j+1}} \cdot \varepsilon_{\Omega 2_j}}{\Omega_t \cdot \left[ \xi \cdot \sum_{i=1}^8 (a_{2_i})^2 + \frac{k_t}{1 + \left( \frac{k_t}{J_p \cdot \Omega_t} \right)^2} \right]}$$

torzní výchylky v rezonanci  
pro druhou vlastní frekvenci

$\kappa_j =$	$\phi_{\Omega 2_j} =$	$\frac{\phi_{\Omega 2_j}}{\text{deg}} =$
0.5	0.039	2.22
1	0.01	0.577
1.5	$3.486 \cdot 10^{-3}$	0.2
2	$1.631 \cdot 10^{-4}$	0.009
2.5	$6.112 \cdot 10^{-4}$	0.035
3	$3.728 \cdot 10^{-4}$	0.021
3.5	0.011	0.615
4	0.017	0.978
4.5	0.016	0.909
5	$2.093 \cdot 10^{-3}$	0.12
5.5	$6.807 \cdot 10^{-4}$	0.039
6	$2.861 \cdot 10^{-4}$	0.016
6.5	$9.366 \cdot 10^{-5}$	0.005
7	$1.143 \cdot 10^{-4}$	0.007
7.5	$1.442 \cdot 10^{-3}$	0.083
8	$2.468 \cdot 10^{-3}$	0.141
8.5	$2.101 \cdot 10^{-3}$	0.12
9	$2.815 \cdot 10^{-4}$	0.016
9.5	$9.459 \cdot 10^{-5}$	0.005
10	$4.199 \cdot 10^{-5}$	0.002
10.5	$1.433 \cdot 10^{-5}$	0.001
11	$1.895 \cdot 10^{-5}$	0.001
11.5	$2.477 \cdot 10^{-4}$	0.014
12	$4.541 \cdot 10^{-4}$	0.026

$j := 0..23$

$\kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5$



## 6.4 Výpočet přídatného torzního napětí v rezonanci

### 6.4.1 Přídatné torzní napětí pro první vlastní frekvenci

$$\Delta a_1 := a_{1_5} - a_{1_6} \quad \Delta a_1 = 0.227 \quad \text{relativní poměrné zkroucení}$$

$$W_k := \frac{\pi \cdot D_{oc}^3}{16} \quad W_k = 4.831 \times 10^{-4} \cdot \text{m}^3 \quad \text{modul průřezu v krutu}$$

$$M_{t1} := \phi_{\Omega 1_5} \cdot \Delta a_1 \cdot c_5 \quad M_{t1} = 1435.17 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \quad \text{přídatný torzní moment v rezonanci}$$

$$\tau_{15} := \frac{M_{t1}}{W_k} = 2.971 \cdot \text{MPa} \quad \text{přídatné torzní napětí v rezonanci}$$

### 6.4.2 Přídatné torzní napětí pro druhou vlastní frekvenci

$$\Delta a_2 := a_{2_1} - a_{2_2} \quad \Delta a_2 = 0.748 \quad \text{relativní poměrné zkroucení}$$

$$\Delta a_3 := a_{2_8} - a_{2_9} \quad \Delta a_3 = -0.459$$

$$W_{oc} := \frac{\pi \cdot D_{oc}^3}{16} \quad W_{oc} = 4.831 \times 10^{-4} \cdot \text{m}^3 \quad \text{modul průřezu v krutu}$$

$$M_{t2} := \phi_{\Omega 2_{12}} \cdot \Delta a_2 \cdot c_7 \quad M_{t2} = 553.915 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \quad \text{přídatný torzní moment v rezonanci}$$

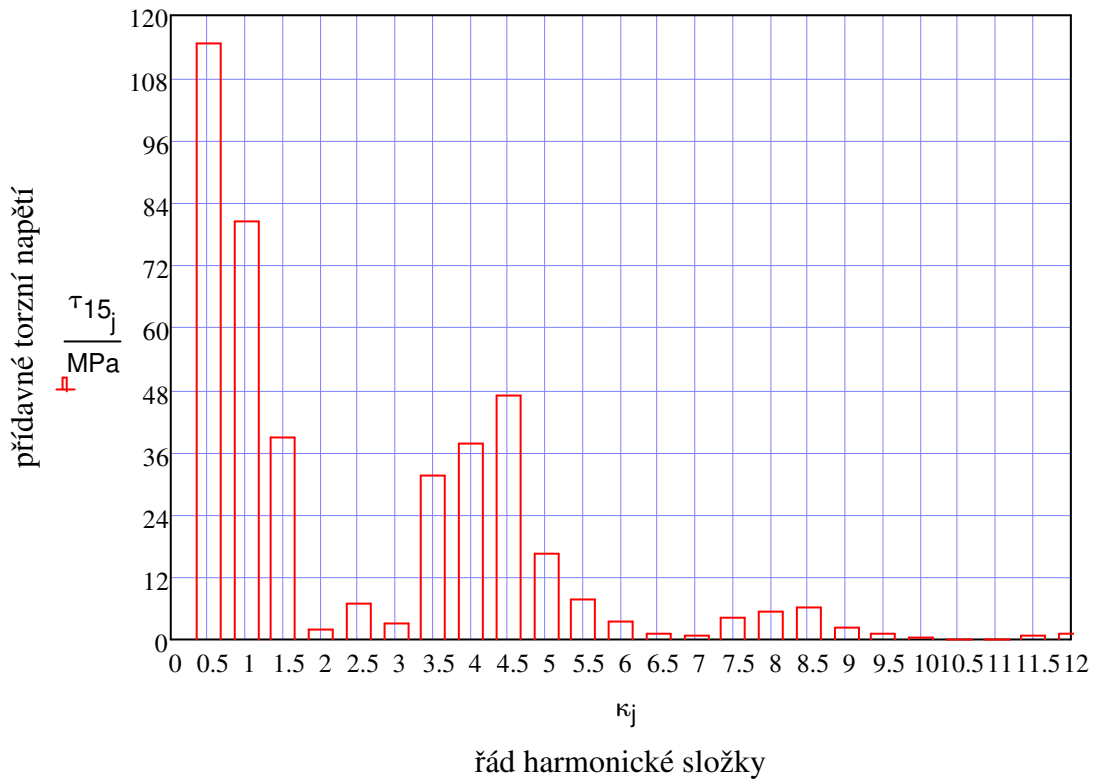
$$\tau_2 := \frac{M_{t2}}{W_{oc}} = 1.147 \cdot \text{MPa}$$

přídavné torzní napětí v rezonanci

$$M_{t1j} := \phi_{\Omega 1j} \cdot \Delta a_1 \cdot c_5$$

$$\tau_{15j} := \frac{M_{t1j}}{W_k}$$

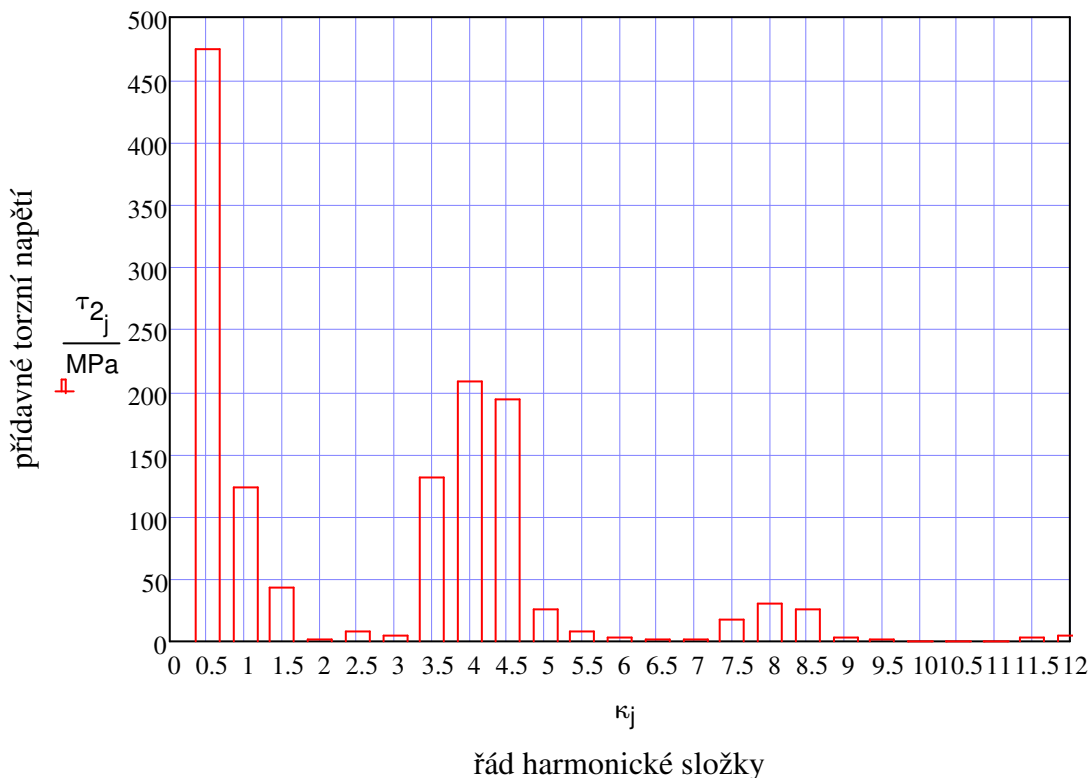
Průběh přídavného torzního napětí pro 1. vlastní frekvenci



$$M_{t2j} := \phi_{\Omega 2j} \cdot \Delta a_2 \cdot c_7$$

$$\tau_{2j} := \frac{M_{t2j}}{W_{oc}}$$

## Průběh přidavného torzního napětí pro 2. vlastní frekvenci



## 7. Torzní kmitání systému motor - generátor

### 7.1 Výpočet frekvencí vlastní kmitání dané soustavy

#### 7.1.1 Sestavení matic a výpočet vlastních frekvencí

$$J_G := 52.5 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

moment setrvačnosti  
elektrického generátoru

$$c_{sp} := 94000 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

torzní tuhost spojky

$$M := \begin{pmatrix} J_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_G \end{pmatrix} \quad J := \begin{pmatrix} J_0 \\ J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \\ J_6 \\ J_7 \\ J_8 \\ J_9 \\ J_G \end{pmatrix}$$

matice hmotnosti

$$C := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_{sp} & -c_{sp} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{sp} & c_{sp} \end{pmatrix}$$

matice tuhostí

$$A := M^{-1} \cdot C$$

$$\Psi := \text{eigenvals}(A)$$

$$\Omega := \sqrt{\Psi}$$

vektor obsahující vlastní čísla matice A

vektor vlastních frekvencí

$$\Psi = \begin{pmatrix} 16692656.973 \\ 15888728.218 \\ 14119479.759 \\ 11529887.585 \\ 8485196.103 \\ 5437799.801 \\ 2837706.158 \\ 1040693.097 \\ 179924.446 \\ 4458.546 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{s^2}$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} 4085.665 \\ 3986.067 \\ 3757.59 \\ 3395.569 \\ 2912.936 \\ 2331.909 \\ 1684.549 \\ 1020.144 \\ 424.175 \\ 66.772 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{s}$$

$$y := \text{eigenvecs}(A)$$

normalizovaný vektor odpovídající vlastnímu číslu

$$y^T = \begin{pmatrix} 0.084 & -0.405 & 0.411 & -0.404 & 0.386 & -0.357 & 0.318 & -0.27 & 0.214 & -0.012 & 0 \\ -0.1 & 0.457 & -0.366 & 0.194 & 0.02 & -0.23 & 0.389 & -0.463 & 0.435 & -0.025 & 0 \\ -0.111 & 0.437 & -0.141 & -0.244 & 0.474 & -0.399 & 0.069 & 0.305 & -0.484 & 0.031 & -0 \\ -0.124 & 0.376 & 0.156 & -0.492 & 0.21 & 0.336 & -0.459 & 0.005 & 0.456 & -0.037 & 0 \\ -0.144 & 0.283 & 0.405 & -0.291 & -0.4 & 0.299 & 0.394 & -0.306 & -0.388 & 0.044 & -0 \\ -0.177 & 0.16 & 0.499 & 0.193 & -0.363 & -0.449 & 0.046 & 0.481 & 0.294 & -0.055 & 0 \\ 0.234 & 0.002 & -0.376 & -0.5 & -0.286 & 0.121 & 0.446 & 0.47 & 0.177 & -0.077 & 0 \\ -0.336 & -0.214 & 0.038 & 0.281 & 0.454 & 0.514 & 0.448 & 0.27 & 0.026 & -0.129 & 0 \\ 0.516 & 0.483 & 0.41 & 0.319 & 0.214 & 0.1 & -0.018 & -0.135 & -0.247 & -0.309 & 0.003 \\ 0.317 & 0.316 & 0.315 & 0.314 & 0.312 & 0.31 & 0.307 & 0.305 & 0.301 & 0.299 & -0.201 \\ 0.302 & 0.302 & 0.302 & 0.302 & 0.302 & 0.302 & 0.302 & 0.302 & 0.302 & 0.302 & 0.302 \end{pmatrix}$$

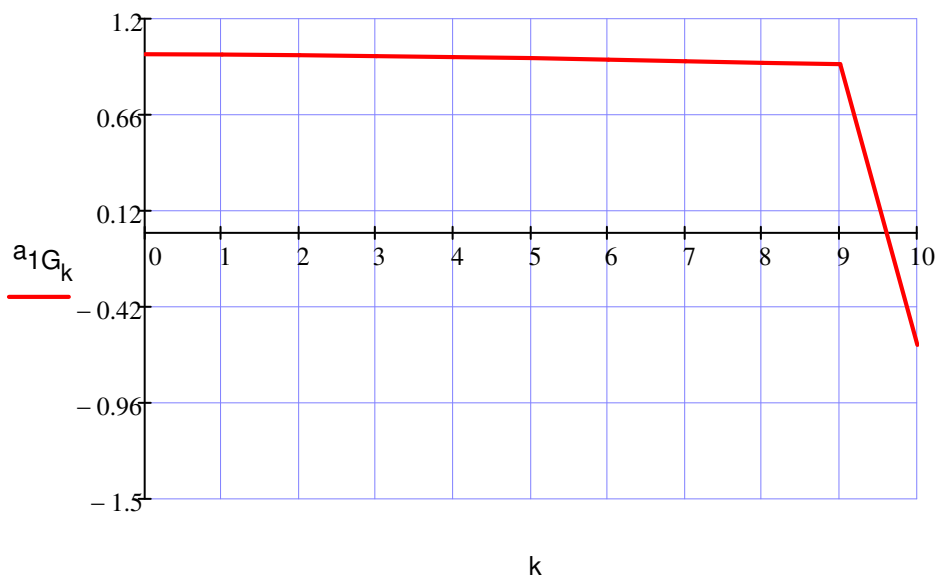
## 7.1.2 Vlastní tvary torzních výchylek

k := 0..10

$$a_1 G_k := \frac{y_{k,9}}{y_{0,9}}$$

$$a_1 G_k = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.998 \\ 0.995 \\ 0.99 \\ 0.985 \\ 0.978 \\ 0.97 \\ 0.961 \\ 0.951 \\ 0.945 \\ -0.634 \end{pmatrix}$$

první tvar vlastních torzních výchylek

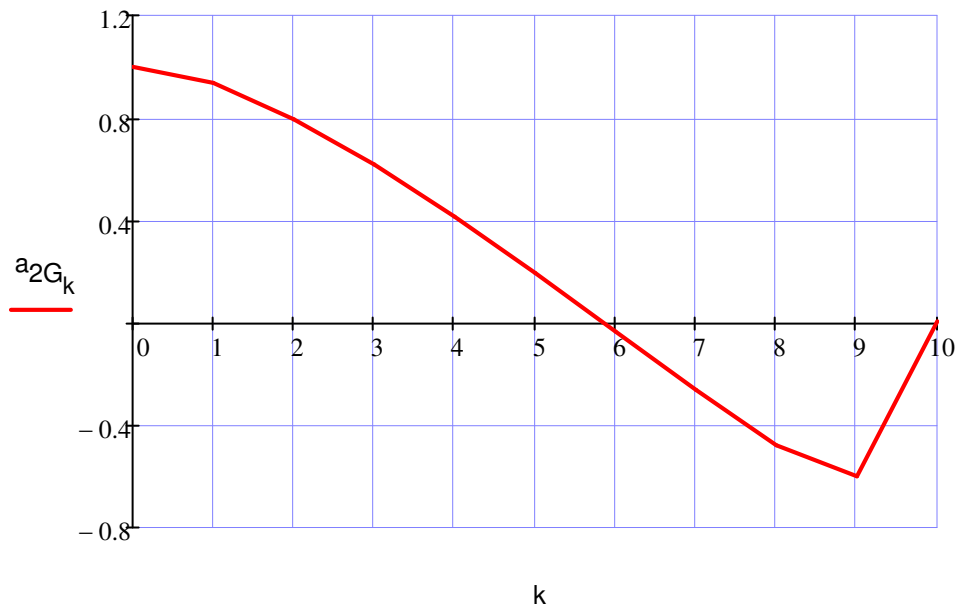


$$a_{2G_k} := \frac{y_{k,8}}{y_{0,8}}$$

$$a_{2G_k} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0.937 \\ 0.795 \\ 0.618 \\ 0.415 \\ 0.195 \\ -0.034 \\ -0.262 \\ -0.478 \\ -0.599 \\ 0.006 \end{pmatrix}$$

druhý tvar vlastních torzních výchylek



### 7.1.3 Vlastní frekvence

$$\Omega_9 = 66.772 \frac{1}{s}$$

první vlastní úhlová rychlost

$$N_{1G} := \frac{\Omega_9}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{1G} = 10.627 \cdot \text{Hz}$$

první vlastní frekvence otáček

$$\Omega_8 = 424.175 \frac{1}{s}$$

druhá vlastní úhlová rychlost

$$N_{2G} := \frac{\Omega_8}{2 \cdot \pi}$$

$$N_{2G} = 67.51 \cdot \text{Hz}$$

druhá vlastní frekvence otáček

## 7.2 Vynucené kmitání

### 7.2.1 Rezonanční otáčky motoru

$$\kappa := 0.5, 1 \dots 12$$

$$n_{1\text{rez}_G(\kappa)} := \frac{N_{1G}}{\kappa}$$

rezonanční otáčky pro  
první vlastní frekvenci

$$n_{2\text{rez}_G(\kappa)} := \frac{N_{2G}}{\kappa}$$

rezonanční otáčky pro  
druhou vlastní frekvenci

$\kappa =$	$\frac{n_{1\text{rez}_G(\kappa)}}{\text{min}^{-1}} =$	$\frac{n_{2\text{rez}_G(\kappa)}}{\text{min}^{-1}} =$
0.5	1275.258	8101.146
1	637.629	4050.573
1.5	425.086	2700.382
2	318.814	2025.287
2.5	255.052	1620.229
3	212.543	1350.191
3.5	182.18	1157.307
4	159.407	1012.643
4.5	141.695	900.127
5	127.526	810.115
5.5	115.933	736.468
6	106.271	675.096
6.5	98.097	623.165
7	91.09	578.653
7.5	85.017	540.076
8	79.704	506.322
8.5	75.015	476.538
9	70.848	450.064
9.5	67.119	426.376
10	63.763	405.057
10.5	60.727	385.769
11	57.966	368.234
11.5	55.446	352.224
12	53.136	337.548

## 7.2.2 Vydatnost rezonancí dané soustavy

### 7.2.2.1 Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci

$$\theta_L := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -90 \\ -180 \\ -270 \\ -360 \\ -450 \\ -540 \\ -630 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

Rozestupy zážehů pro  
levou větev motoru

$$\theta_P := \begin{pmatrix} 0 \\ -65 \\ -155 \\ -245 \\ -335 \\ -425 \\ -515 \\ -605 \\ -695 \end{pmatrix} \cdot \text{deg}$$

Rozestupy zážehů pro  
pravou větev motoru

$$\infty := 0..24$$

$$\kappa_{\infty} := 0.5 \cdot \infty$$

1.řád

$$\varepsilon_{1G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\sin(\kappa_1 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_1 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\cos(\kappa_1 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_1 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_{1G} = 0.138$$

vydatnost rezonance pro  
řády  $\kappa=0.5, 4.5, 8.5$

2.řád

$$\varepsilon_{2G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\sin(\kappa_2 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_2 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\cos(\kappa_2 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_2 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_{2G} = 0.064$$

vydatnost rezonance pro  
řády  $\kappa=1, 5, 9$ ,

3.řád

$$\varepsilon_{3G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\sin(\kappa_3 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_3 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\cos(\kappa_3 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_3 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_{3G} = 0.038$$

vydatnost rezonance pro  
řády  $\kappa=1.5, 5.5, 9.5$ ,

4.řád

$$\varepsilon_{4G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\sin(\kappa_4 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_4 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\cos(\kappa_4 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_4 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_{4G} = 0.023$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=2, 6, 10,$

5.řád

$$\varepsilon_{5G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\sin(\kappa_5 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_5 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\cos(\kappa_5 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_5 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_{5G} = 0.009$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=2.5, 6.5, 10.5,$

6.řád

$$\varepsilon_{6G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\sin(\kappa_6 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_6 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\cos(\kappa_6 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_6 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_{6G} = 0.01$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=3, 7, 11,$

7.řád

$$\varepsilon_{7G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\sin(\kappa_7 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_7 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\cos(\kappa_7 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_7 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_{7G} = 0.058$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=3.5, 7.5, 11.5,$

8.řád

$$\varepsilon_{8G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\sin(\kappa_8 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_8 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{1G_i} \cdot (\cos(\kappa_8 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_8 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon_{8G} = 10.064$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=4, 8, 12,$

Ověření

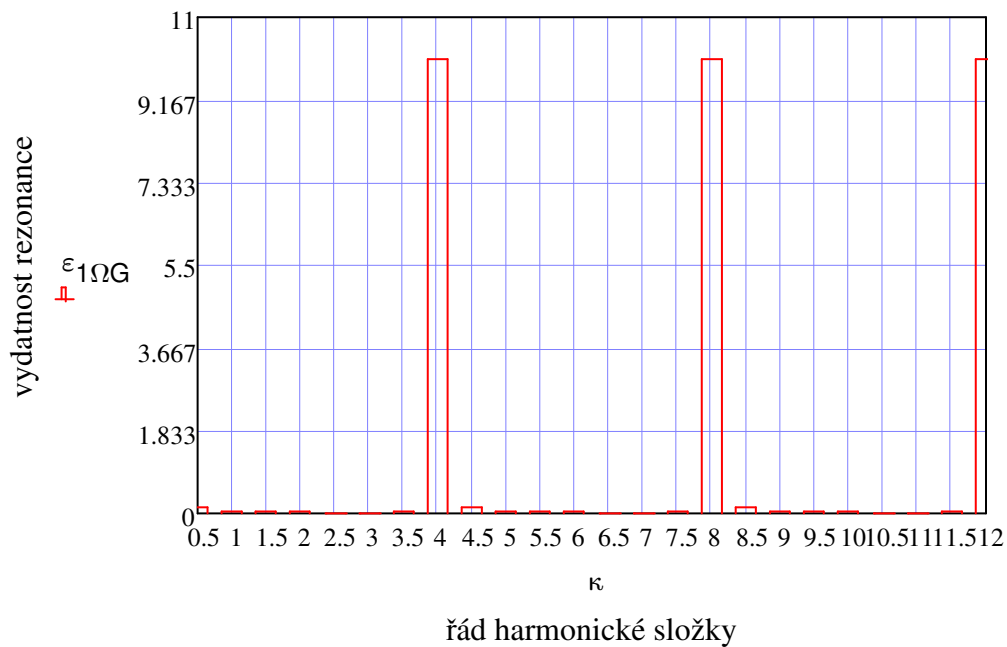
$$q := 1..8$$

$$\kappa_q := 0.5 \cdot q$$

$$\varepsilon_q := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ (a_{1G_i}) \cdot \cos(\kappa_q \cdot \theta_{L_i}) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ (a_{1G_i}) \cdot \sin(\kappa_q \cdot \theta_{L_i}) \right] \right]^2}$$

$$2 \cdot \varepsilon_q \cdot \left| \cos\left(\frac{\kappa_q \cdot 65 \cdot \text{deg}}{2}\right) \right| = \begin{pmatrix} 0.138 \\ 0.064 \\ 0.038 \\ 0.023 \\ 0.009 \\ 0.01 \\ 0.058 \\ 10.064 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{1\Omega G} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{1G} \\ \varepsilon_{2G} \\ \varepsilon_{3G} \\ \varepsilon_{4G} \\ \varepsilon_{5G} \\ \varepsilon_{6G} \\ \varepsilon_{7G} \\ \varepsilon_{8G} \\ \varepsilon_{1G} \\ \varepsilon_{2G} \\ \varepsilon_{3G} \\ \varepsilon_{4G} \\ \varepsilon_{5G} \\ \varepsilon_{6G} \\ \varepsilon_{7G} \\ \varepsilon_{8G} \\ \varepsilon_{1G} \\ \varepsilon_{2G} \\ \varepsilon_{3G} \\ \varepsilon_{4G} \\ \varepsilon_{5G} \\ \varepsilon_{6G} \\ \varepsilon_{7G} \\ \varepsilon_{8G} \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} j := 0..23 \\ \kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5 \end{matrix}$$



### 7.2.2.2 Vydatnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci

$\infty := 0..24$

$\kappa_{\infty} := 0.5 \cdot \infty$

1.řád

$$\varepsilon'_{1G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\sin(\kappa_1 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_1 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\cos(\kappa_1 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_1 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots \quad \varepsilon'_{1G} = 4.244$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=0.5, 4.5, 8.5$

2.řád

$$\varepsilon'_{2G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\sin(\kappa_2 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_2 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\cos(\kappa_2 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_2 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots \quad \varepsilon'_{2G} = 1.907$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=1, 5, 9,$

3.řád

$$\varepsilon'_{3G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\sin(\kappa_3 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_3 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\cos(\kappa_3 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_3 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots \quad \varepsilon'_{3G} = 1.13$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=1.5, 5.5, 9.5,$

4.řád

$$\varepsilon'_{4G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\sin(\kappa_4 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_4 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\cos(\kappa_4 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_4 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon'_{4G} = 0.668$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=2, 6, 10,$

5.řád

$$\varepsilon'_{5G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\sin(\kappa_5 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_5 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\cos(\kappa_5 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_5 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon'_{5G} = 0.261$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=2.5, 6.5, 10.5,$

6.řád

$$\varepsilon'_{6G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\sin(\kappa_6 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_6 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\cos(\kappa_6 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_6 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon'_{6G} = 0.295$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=3, 7, 11,$

7.řád

$$\varepsilon'_{7G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\sin(\kappa_7 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_7 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\cos(\kappa_7 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_7 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

$$\varepsilon'_{7G} = 1.78$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=3.5, 7.5, 11.5,$

8.řád

$$\varepsilon'_{8G} := \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\sin(\kappa_8 \cdot \theta_{L_i}) + \sin(\kappa_8 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2 + \left[ \sum_{i=1}^8 \left[ a_{2G_i} \cdot (\cos(\kappa_8 \cdot \theta_{L_i}) + \cos(\kappa_8 \cdot \theta_{P_i})) \right] \right]^2} \dots$$

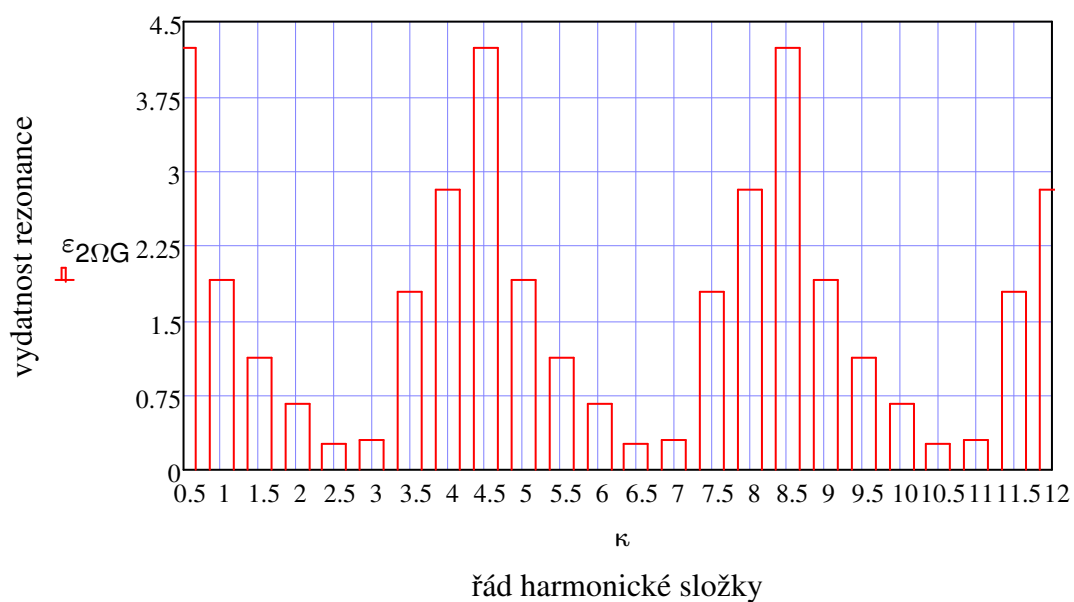
$$\varepsilon'_{8G} = 2.811$$

vydatnost rezonance pro řády  $\kappa=4, 8, 12,$

$\epsilon'_{2\Omega G} :=$   
 $\epsilon'_{1G}$   
 $\epsilon'_{2G}$   
 $\epsilon'_{3G}$   
 $\epsilon'_{4G}$   
 $\epsilon'_{5G}$   
 $\epsilon'_{6G}$   
 $\epsilon'_{7G}$   
 $\epsilon'_{8G}$   
 $\epsilon'_{1G}$   
 $\epsilon'_{2G}$   
 $\epsilon'_{3G}$   
 $\epsilon'_{4G}$   
 $\epsilon'_{5G}$   
 $\epsilon'_{6G}$   
 $\epsilon'_{7G}$   
 $\epsilon'_{8G}$   
 $\epsilon'_{1G}$   
 $\epsilon'_{2G}$   
 $\epsilon'_{3G}$   
 $\epsilon'_{4G}$   
 $\epsilon'_{5G}$   
 $\epsilon'_{6G}$   
 $\epsilon'_{7G}$   
 $\epsilon'_{8G}$

$j := 0..23$

$\kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5$



### 7.3 Výpočet torzních výchylek volného konce v rezonanci pro danou soustavu

### 7.3.1 Torzní výchylky pro první vlastní úhlovou frekvenci

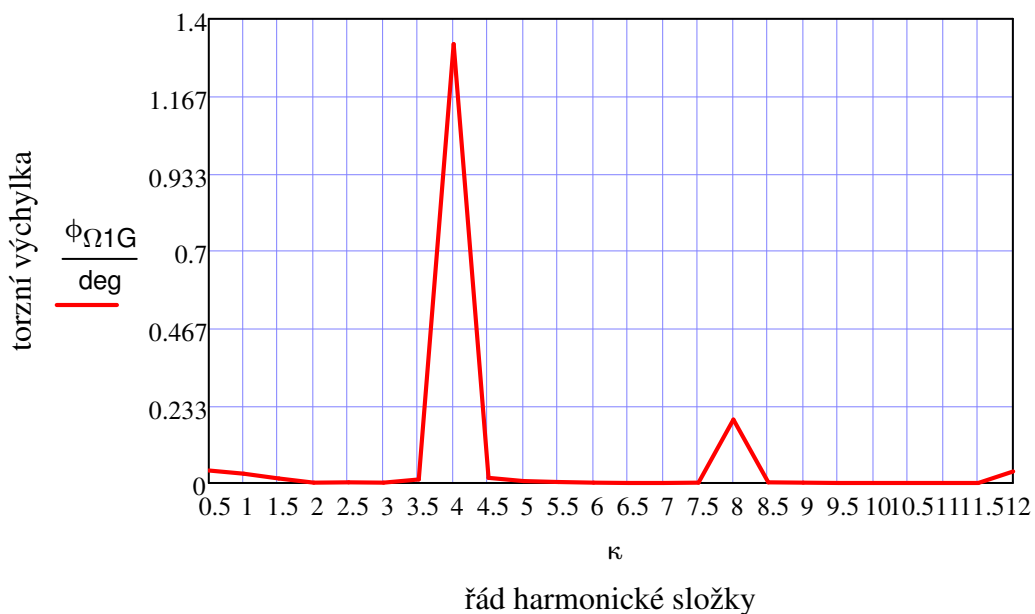
$$\phi_{\Omega_1 G_j} := \frac{M_{h_{j+1}} \cdot \varepsilon_{1\Omega G_j}}{\Omega_t \cdot \left[ \xi \cdot \sum_{i=1}^{10} (a_{1G_i})^2 + \frac{k_t}{1 + \left( \frac{k_t}{J_p \cdot \Omega_t} \right)^2} \right]}$$

torzní výchylky v rezonanci  
pro první vlastní frekvenci

$\kappa_j =$	$\phi_{\Omega_1 G_j} =$	$\frac{\phi_{\Omega_1 G_j}}{\text{deg}} =$
0.5	$6.598 \cdot 10^{-4}$	0.0378
1	$4.814 \cdot 10^{-4}$	0.0276
1.5	$2.336 \cdot 10^{-4}$	0.0134
2	$1.205 \cdot 10^{-5}$	0.0007
2.5	$4.096 \cdot 10^{-5}$	0.0023
3	$1.781 \cdot 10^{-5}$	0.001
3.5	$1.827 \cdot 10^{-4}$	0.0105
4	0.023	1.3233
4.5	$2.701 \cdot 10^{-4}$	0.0155
5	$1 \cdot 10^{-4}$	0.0057
5.5	$4.562 \cdot 10^{-5}$	0.0026
6	$2.112 \cdot 10^{-5}$	0.0012
6.5	$6.276 \cdot 10^{-6}$	0.0004
7	$5.459 \cdot 10^{-6}$	0.0003
7.5	$2.456 \cdot 10^{-5}$	0.0014
8	$3.338 \cdot 10^{-3}$	0.1912
8.5	$3.579 \cdot 10^{-5}$	0.0021
9	$1.345 \cdot 10^{-5}$	0.0008
9.5	$6.339 \cdot 10^{-6}$	0.0004
10	$3.1 \cdot 10^{-6}$	0.0002
10.5	$9.601 \cdot 10^{-7}$	0.0001
11	$9.055 \cdot 10^{-7}$	0.0001
11.5	$4.218 \cdot 10^{-6}$	0.0002
12	$6.142 \cdot 10^{-4}$	0.0352

$j := 0..23$

$\kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5$



### 7.3.2 Torzní výchylky pro druhou vlastní úhlovou frekvenci

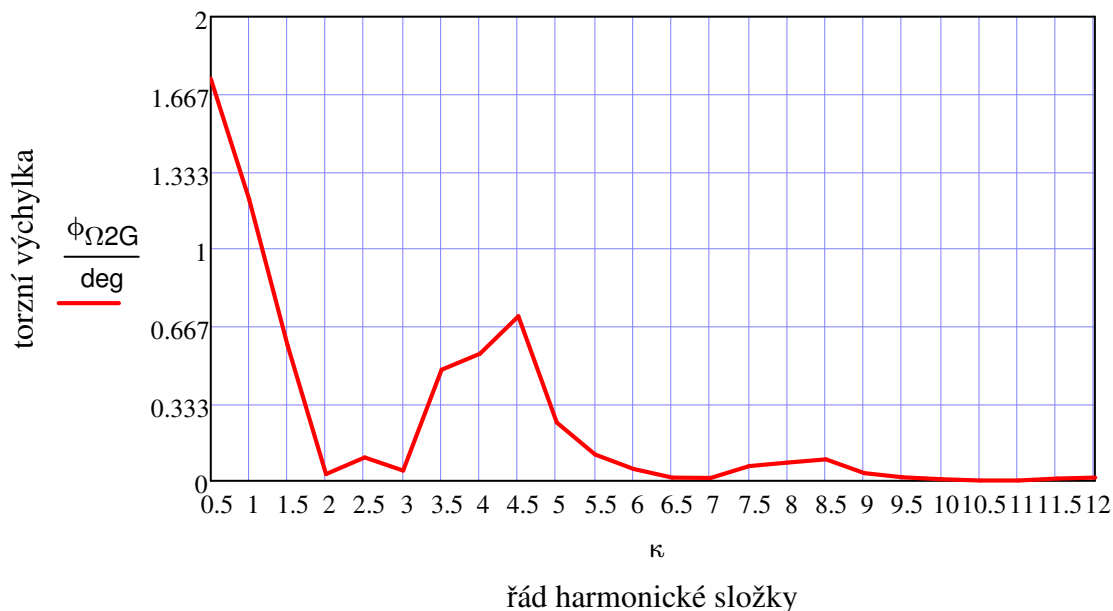
$$\phi_{\Omega 2G_j} := \frac{M_{h_{j+1}} \cdot \varepsilon_{2\Omega G_j}}{\Omega_t \cdot \left[ \xi \cdot \sum_{i=1}^{10} (a_{2G_i})^2 + \frac{k_t}{1 + \left( \frac{k_t}{J_p \cdot \Omega_t} \right)^2} \right]}$$

torzní výchylky v rezonanci  
pro druhou vlastní frekvenci

$\kappa_j =$	$\phi_{\Omega 2G_j} =$	$\frac{\phi_{\Omega 2G_j}}{\text{deg}} =$
0.5	0.03027	1.734
1	0.0212	1.214
1.5	0.01022	0.585
2	0.00053	0.03
2.5	0.00179	0.103
3	0.00078	0.045
3.5	0.00838	0.48
4	0.00959	0.549
4.5	0.01239	0.71
5	0.0044	0.252
5.5	0.002	0.114
6	0.00092	0.053
6.5	0.00027	0.016
7	0.00024	0.014
7.5	0.00113	0.065
8	0.00139	0.079
8.5	0.00164	0.094
9	0.00059	0.034
9.5	0.00028	0.016
10	0.00014	0.008
10.5	0.00004	0.002
11	0.00004	0.002
11.5	0.00019	0.011
12	0.00026	0.015

$j := 0..23$

$\kappa_j := j \cdot 0.5 + 0.5$



## 7.4 Výpočet přídatných torzních napětí v rezonanci pro danou soustavu

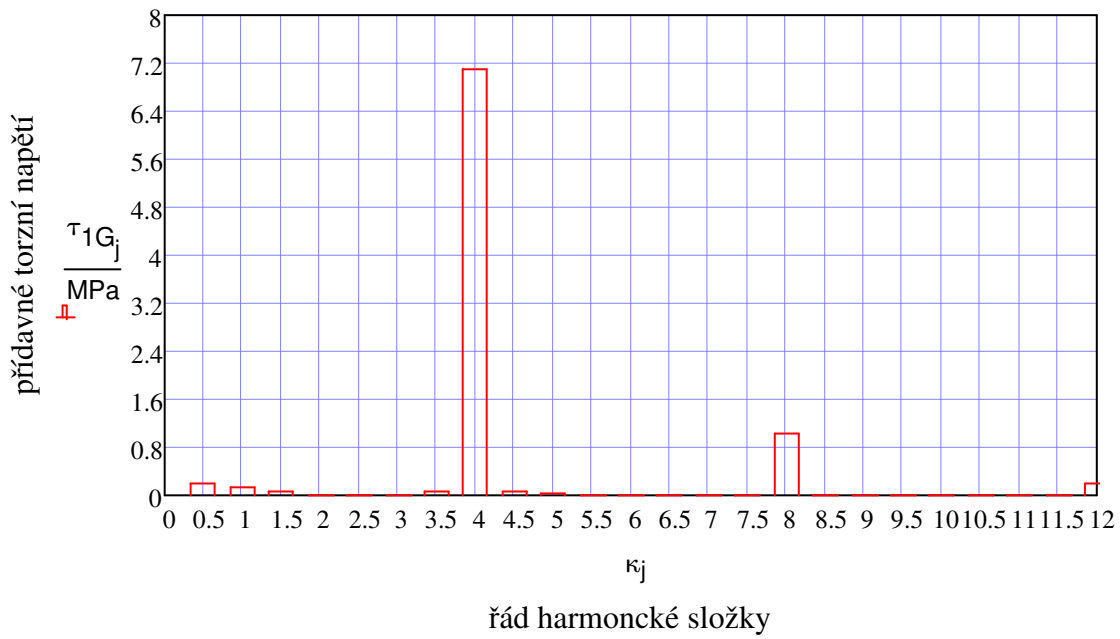
### 7.4.1 Přídatné torzní napětí pro první vlastní frekvenci

$\Delta a_{1G} := a_{1G_9} - a_{1G_{10}}$	$\Delta a_{1G} = 1.579$	relativní poměrné zkroucení
$W_{oc} := \frac{\pi \cdot D_{oc}^3}{16}$	$W_{oc} = 4.831 \times 10^{-4} \cdot m^3$	modul průřezu v krutu
$M_{tG1} := \phi_{\Omega 1 G_0} \cdot \Delta a_{1G} \cdot c_{sp}$	$M_{tG1} = 97.903 \cdot N \cdot m$	přídatný torzní moment v rezonanci
	$\tau_{1G} := \frac{M_{tG1}}{W_{oc}} = 0.203 \cdot MPa$	přídatné torzní napětí v rezonanci

### 7.4.2 Přídatné torzní napětí pro druhou vlastní frekvenci

$\Delta a_{2G} := a_{2G_5} - a_{2G_6}$	$\Delta a_{2G} = 0.229$	
$\Delta a_{3G} := a_{2G_9} - a_{2G_{10}}$	$\Delta a_{3G} = -0.605$	relativní poměrné zkroucení
	$\Delta a_{3G} := 0.605$	
$W_{oc} := \frac{\pi \cdot D_{oc}^3}{16}$	$W_{oc} = 4.831 \times 10^{-4} \cdot m^3$	modul průřezu v krutu
$M_{tG2} := \phi_{\Omega 2 G_4} \cdot \Delta a_{3G} \cdot c_{sp}$	$M_{tG2} = 101.875 \cdot N \cdot m$	přídatný torzní moment v rezonanci
	$\tau_{2G} := \frac{M_{tG2}}{W_{oc}} = 0.2109 \cdot MPa$	přídatné torzní napětí v rezonanci
$M_{tG1_j} := \phi_{\Omega 1 G_j} \cdot \Delta a_{1G} \cdot c_{sp}$	$\tau_{1G_j} := \frac{M_{tG1_j}}{W_{oc}}$	

### Průběh torzního napětí pro 1. vlastní frekvenci



$$M_{tG_2j} := \phi_{\Omega 2G_j} \cdot \Delta a_{3G} \cdot c_{sp} \quad \tau_{2G_j} := \frac{M_{tG_2j}}{W_{oc}}$$

### Průběh torzního napětí pro 2. vlastní frekvenci

