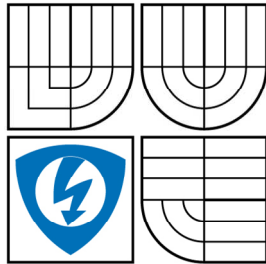


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A  
KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘÍCÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

# REGULACE S POUŽITÍM REKONSTRUKTORU STAVU

CONTROL OF DYNAMIC SYSTEMS WITH STATE RECONSTRUCTOR

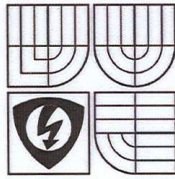
DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. JAN PETRÁK

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

prof. Ing. PETR VAVŘÍN, DrSc.



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí techniky

## Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor  
Kybernetika, automatizace a měření

**Student:** Petrák Jan, Bc.

**Ročník:** 2

**ID:** 47483

**Akademický rok:** 2007/08

**NÁZEV TÉMATU:**

**Regulace s použitím rekonstruktoru stavu**

**POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:**

Prostudujte možnosti umístění pólů (Pole Placement) při neúplné informaci o stavu regulovaného systému. Formulujte základní požadavky na rekonstruktor, jestliže je známý přenos řízeného objektu.

**DOPORUČENÁ LITERATURA:**

Štecha: Teorie dynamických systémů. Skriptum ČVUT

V. Bobál a kol.: Praktické aspekty samočinné se nast. reg. VUT v Brně, ISBN 80-214-1299

Petrák Jan: Semestrální práce 1.

**Termín zadání:** 3.12.2007

**Termín odevzdání:** 26.5.2008

**Vedoucí projektu:** prof. Ing. Petr Vavřín, DrSc.

prof. Ing. Pavel Jura, CSc.

předseda oborové rady



**UPOZORNĚNÍ:**

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

**Vysoké učení technické v Brně**

**Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií**

**Ústav automatizace a měřicí techniky**

## **Regulace s použitím rekonstruktoru stavu**

### **Téma**

Specializace: Kybernetika, automatizace a měření

Student: Jan Petrák

Vedoucí práce: prof. Ing. Petr Vavřín, DrSc..

### **ABSTRAKT:**

Předmětem této diplomové práce je regulace s použitím rekonstruktoru stavu. Rekonstruktor stavu je modelový systém, nahrazující reálnou soustavu. Náhrada je prováděna z důvodu rekonstrukce stavových proměnných, které v reálném systému nemusí existovat, nebo které nelze dosažitelnými prostředky zjistit. Následně jsou tyto zrekonstruované stavy využity k stavové regulaci celého uzavřeného regulačního obvodu. Celá práce je zhotovena v čistě teoretické rovině s použitím matematicko – experimentálních metod. Experimenty, neboli modelování na matematických modelech reálné soustavy a rekonstruktoru, jsou prováděny v programu Matlab – Simulink V závěru je zhodnocen průběh práce a možnosti aplikace rekonstruktoru.

**KLÍČOVÁ SLOVA:** Rekonstruktor, stavový regulátor

**Brno University of Technology**

**Faculty of Electrical Engineering and Communication**

**Department of Control, Measurement and Instrumentation**

# **Control of Dynamic Systems with State Reconstructor**

## **Thesis**

Specialisation of study: Cybernetics, Control and Measurement

Student: Jan Petrák

Supervisor: prof. Ing. Petr Vavřín, DrSc.

### **ABSTRACT:**

The aim of this thesis is regulation (control) through the use of a state reconstructor. The state reconstructor is a model system substituting the real system. The substitution will be performed because of a reconstruction of the status parameters (variables), which in a real system might not be present or which cannot be determined by the help of available means. Consequently these reconstructed states are used by the state regulation of the whole closed regulation circuit. The whole work has been completed considering a purely theoretical point of view by using mathematical – experimental methods. Experiments or modelling on mathematical models of a real system and reconstructor are performed in the Matlab – Simulink software. In the conclusion part the process of the work and the possible applications of the reconstructor have been evaluated

**KEY WORDS:** State reconstructor, State controller

## **Bibliografická citace**

PETRÁK, J. *Regulace s použitím rekonstruktoru stavu*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2008. XY s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Petr Vavřín, DrSc.

## **P r o h l á š e n í**

„Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Regulace s použitím rekonstruktoru stavu jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.“

V Brně dne :

Podpis:

## **P o d ě k o v á n í**

Děkuji tímto panu prof. Vavřínovi, že mi byl při vytváření diplomové práce slepeckou holí na cestě strastiplnější než z Tobruku do Plzně.

V Brně dne :

Podpis:

## **OBSAH**

<b>1. ÚVOD .....</b>	<b>10</b>
<b>2. NÁVRH REKONSTRUKTORU .....</b>	<b>11</b>
<b>3. NÁVRH STAVOVÉHO REGULÁTORU .....</b>	<b>24</b>
3.1 Zajištění trvalé ustálené odchylky.....	28
3.2 Změna dynamických vlastností URO .....	35
<b>4. NÁVRH STAVOVÉHO REGULÁTORU S REDUKOVANÝM REKONSTRUKTOREM .....</b>	<b>43</b>
<b>5. ZÁVĚR .....</b>	<b>46</b>
<b>6. LITERATURA .....</b>	<b>47</b>

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek č. 1: Blokové schéma URO s rekonstruktorem stavu a stavovým regulátorem. ....	10
Obrázek č. 2: Schéma soustavy ve tvaru přímého programování. ....	11
Obrázek č. 3 Schéma redukovaného rekonstruktoru ve tvaru přímého programování. ....	12
Obrázek č. 4: Modelové schéma v programu Matlab – Simulink. ....	13
Obrázek č. 5: Grafický záznam výstupu ze soustavy, rekonstruktoru a jejich rozdílu. ....	14
Obrázek č. 6: Grafický záznam rozdílu výstupu soustavy a rekonstruktoru. ....	14
Obrázek č. 7: Grafická závislost kritéria $I_{ITAE}$ v závislosti na velikosti $L$ . ....	15
Obrázek č. 8: Grafický záznam výstupu ze soustavy, rekonstruktoru a jejich rozdílu. ....	16
Obrázek č. 9: Grafický záznam rozdílu výstupu soustavy a rekonstruktoru. ....	16
Obrázek č. 10 : Grafický záznam průběhů derivace výstupu ze soustavy $x_2(t)$ a rekonstruktoru $x_{2m}(t)$ . ....	18
Obrázek č. 11: Předpokládané působení poruch na soustavu. ....	19
Obrázek č. 12: Grafická závislost kritéria $I_{ITAE}$ v závislosti na velikosti $L$ . ....	20
Obrázek č. 13: Grafický záznam výstupu ze soustavy, rekonstruktoru a jejich rozdílu. ....	20
Obrázek č. 14: Grafický záznam rozdílu výstupu soustavy a rekonstruktoru. ....	21
Obrázek č. 15: Znázornění působení počátečních podmínek u jednotlivých integrátorů soustavy. ....	21
Obrázek č. 16: Grafická závislost kritéria $I_{ITAE}$ v závislosti na velikosti $L$ . ....	22
Obrázek č. 17: Grafický záznam výstupu ze soustavy, rekonstruktoru a jejich rozdílu. ....	23
Obrázek č. 18: Grafický záznam rozdílu výstupu soustavy a rekonstruktoru. ....	23
Obrázek č. 19: Blokové schéma URO s rekonstruktorem stavu a stavovým regulátorem. ....	24

Obrázek č. 20: Schéma URO s redukovaným rekonstruktorem ve tvaru přímého programování. ....	25
Obrázek č. 21: Blokové schéma URO s rozkreslenými maticemi. ....	26
Obrázek č. 22: Schéma URO s identickým rekonstruktorem ve tvaru přímého programování. ....	32
Obrázek č. 23: Zobrazení vstupního signálu $u_1(t)$ a výstupu ze soustavy $y(t)$ .....	33
Obrázek č. 24: Zobrazení vlivu konstanty $L$ na průběh výstupu ze soustavy $y(t)$ ..	34
Obrázek č. 25: Zobrazení vstupního signálu $u_1(t)$ a výstupu ze soustavy $y(t)$ .....	34
Obrázek č. 26: Trajektorie kořenů (pólů) charakteristického polynomu v závislosti na $k_2$ .....	37
Obrázek č. 27: Trajektorie kořenů (pólů) charakteristického polynomu v závislosti na $k_2$ a požadované oblasti jejich rozmístění.....	38
Obrázek č. 28: Trajektorie kořenů (pólů) charakteristického polynomu ležící v požadované oblasti.....	40
Obrázek č. 29: Zobrazení vstupního signálu $u_1(t)$ a výstupu ze soustavy $y(t)$ .....	41
Obrázek č. 30: Znázornění převodu konstant stavového regulátoru.....	44
Obrázek č. 31: Průběh vstupního signálu $u_1(t)$ a výstupu ze soustavy $y(t)$ .....	45

## SEZNAM TABULEK

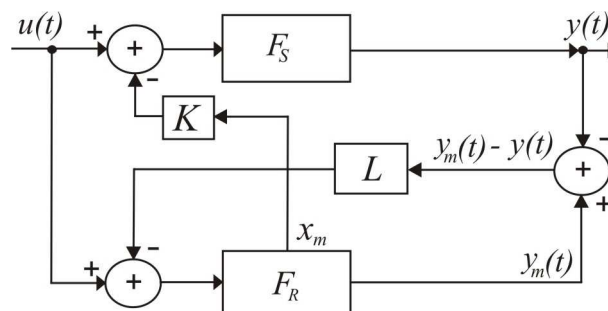
Tabulka č. 1: Kořeny, póly charakteristického polynomu .....	40
--	----

## SEZNAM ZKRATEK

Zkratka/Symbol	Význam
URO	Uzavřený regulační obvod
ORO	Otevřený regulační obvod

## 1. ÚVOD

Problém řešený v této práci vychází ze snahy zjistit neměřitelné stavy regulované soustavy pomocí rekonstruktoru. Ty dále využít ke stavové regulaci celého obvodu. Řešení tohoto problému můžeme vyjádřit následovně. Z regulované soustavy vychází jediný, a pro nás taky nejdůležitější výstup  $y(t)$ . Porovnáme ho s výstupem z rekonstruktoru  $y_m(t)$ . Co se nestane? Vznikne rozdíl  $y_m(t) - y(t)$ , který je násoben blokem  $L$  a je odečten na vstupu do rekonstruktoru. Rekonstruktor nám poskytne stavové proměnné, které využije stavový regulátor (Blok označený  $K$ ) a pomocí akčního zásahu ovlivní výstup z regulované soustavy. Situaci dokresluje obrázek č.1.



Obrázek č. 1: Blokové schéma URO s rekonstruktorem stavu a stavovým regulátorem.

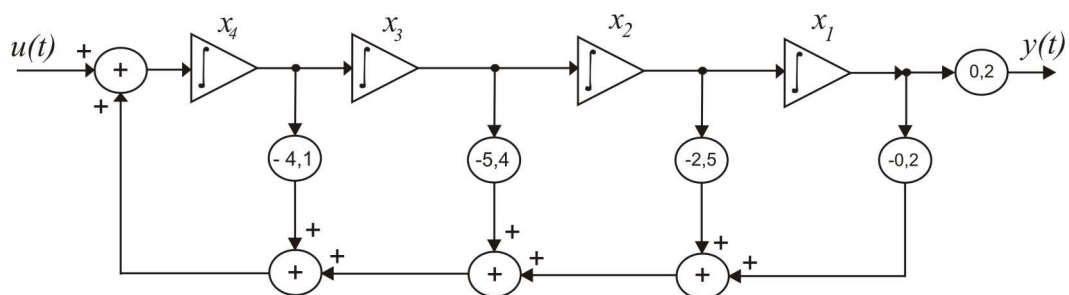
## 2. NÁVRH REKONSTRUKTORU

Rekonstruktor je de facto totožný systém jako regulovaná soustava  $F_s$ , ovšem s tím rozdílem, že jsme si ho sami sestavili pomocí modelového toolboxu Simulink, programu Matlab. Slouží nám k tomu, abychom zjistili jeho vnitřní stavové proměnné, které mají reprezentovat stavové proměnné uvnitř regulované soustavy. Stavové proměnné z rekonstruktoru lze změřit a použít je namísto stavových proměnných v soustavě, které nemáme možnost jakkoliv zjistit. Otázkou nadále zůstává, do jaké míry budou stavové proměnné z rekonstruktoru použitelné pro stavovou regulaci celého obvodu. Protože začneme s návrhem redukovaného rekonstruktoru, bude možné modelovat pouze určitý počet stavových proměnných, podle toho jakého řádu zvolíme přenos rekonstruktoru. Rekonstruktor nižšího řádu než je soustava se nazývá redukovaný.

Redukovaný rekonstruktor nám poskytne méně stavových proměnných než regulovaná soustava. To nám ale vůbec nevadí k tomu, abychom je mohli použít namísto neměřitelných stavových proměnných uvnitř soustavy. Z výše zmíněné dedukce vyplývá, že hlavním problémem tedy bude: Jak navrhnout rekonstruktor, který nám poskytne stavové proměnné využitelné stavovým regulátorem? Začneme s návrhem redukovaného rekonstruktoru s ohledem na zvolenou soustavu, vyjádřenou přenosem.

$$F_s = \frac{1}{(10p+1)(p+1)^2(0.5p+1)} \quad (1)$$

nebo blokových schématem ve tvaru přímého programování.

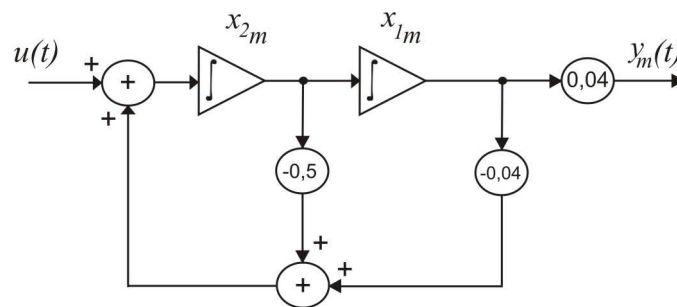


Obrázek č. 2: Schéma soustavy ve tvaru přímého programování.

Přenos rekonstruktoru aproximující soustavu bude vypadat následovně.

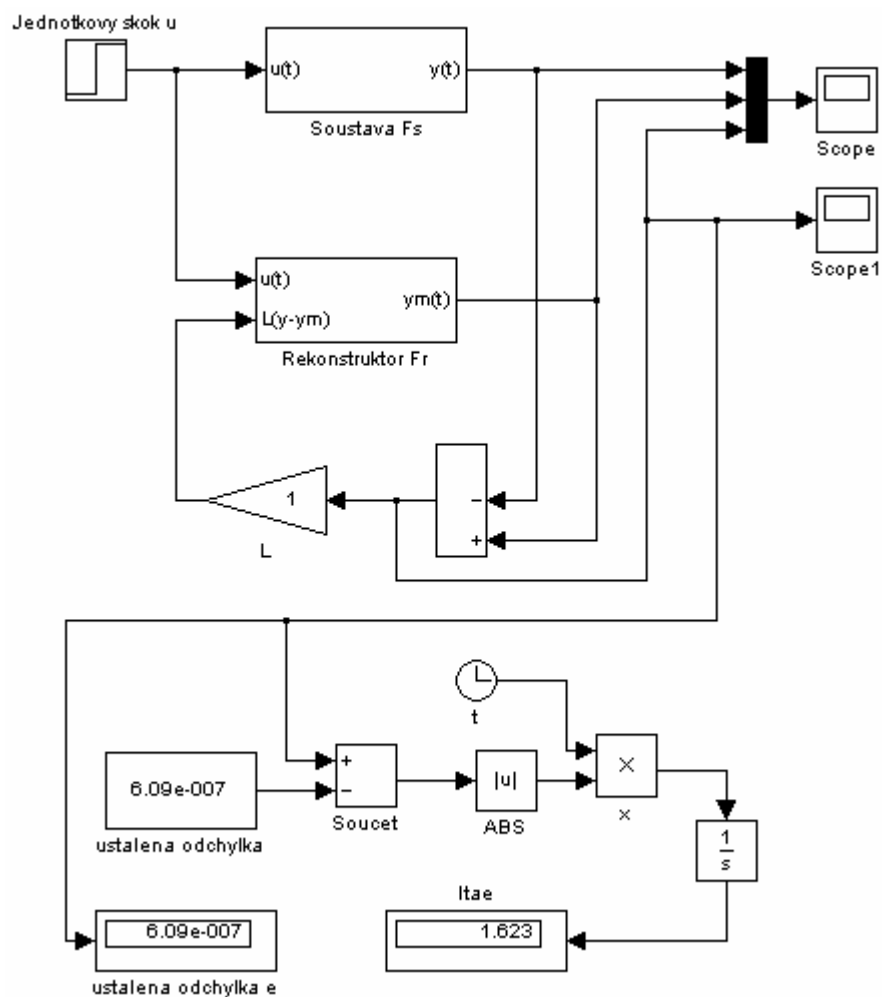
$$F_R = \frac{1}{(10p+1)(2.5p+1)} \quad (2)$$

Tato varianta byla vybrána z důvodu semknutí třech původních pólů soustavy do jediného pólu rekonstruktoru. Výraz  $(2.5p+1)$  ve jmenovateli rekonstruktoru je dán „součtem“ členů soustavy  $(p+1) + (p+1) + (0.5p+1)$ . Tento přenos můžeme taktéž vyjádřit blokovým schématem ve tvaru přímého programování. (Frobéniův kanonický tvar).



**Obrázek č. 3 Schéma redukováného rekonstruktoru ve tvaru přímého programování.**

Nyní zkusme připojit náš rekonstruktor  $F_R$ , spolu se soustavou  $F_S$  do ORO v programu Matlab, který budeme používat pro simulace, podle obrázku č.4.

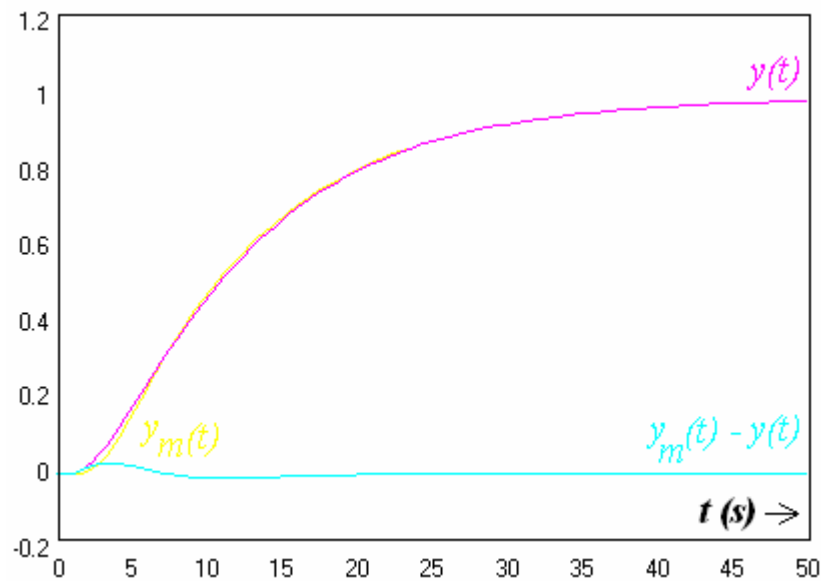


Obrázek č. 4: Modelové schéma v programu Matlab – Simulink.

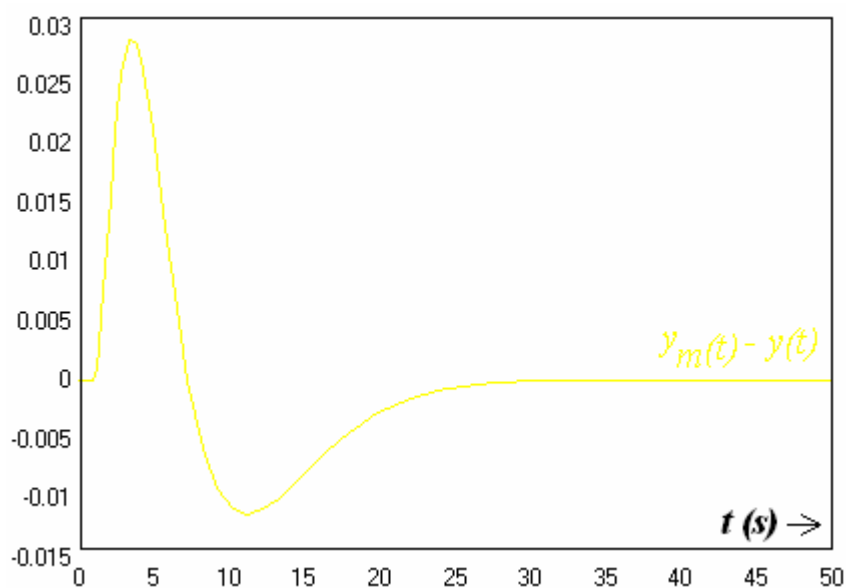
Obvod se skládá ze soustavy a rekonstruktoru. Struktura soustavy je tvořena dle obrázku č.2. a rekonstruktoru dle obrázku č.3 Na obou je přiveden stejný vstup  $u(t)$  reprezentovaný jednotkovým skokem s amplitudou 1 inicializovaný v čase  $t = 0$ s. Dále zde máme blok  $L$ , do kterého vstupuje rozdíl  $y_m(t) - y(t)$ . Tento matlabovský ORO je rozšířením obvodu z obrázku č. 1 doplněný grafickým zobrazením výstupu ze soustavy, rekonstruktoru a jejich rozdílu prvkem Scope a také samostatným zobrazením rozdílu prvkem Scope1. Obvod je navíc rozšířen o výpočet kritéria  $I_{ITAE}$  dle rovnice č.3, jež vyniká správností výpočtu i v případě vzniku trvalé ustálené odchylky.

$$I_{ITAE} = \int_0^{\infty} |e(t) - e(\infty)| t dt \quad (3)$$

Spustíme si simulaci prvních 50ti sekund a grafické záznamy simulace užíme z obrázků č. 5 a 6.

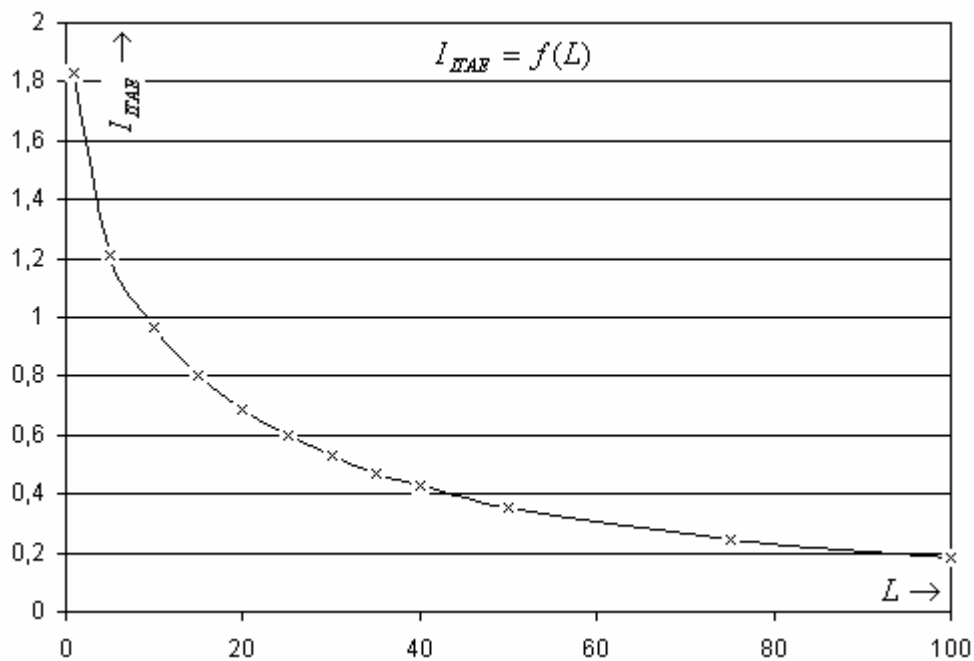


Obrázek č. 5: Záznam výstupu ze soustavy, rekonstruktoru a jejich rozdílu.



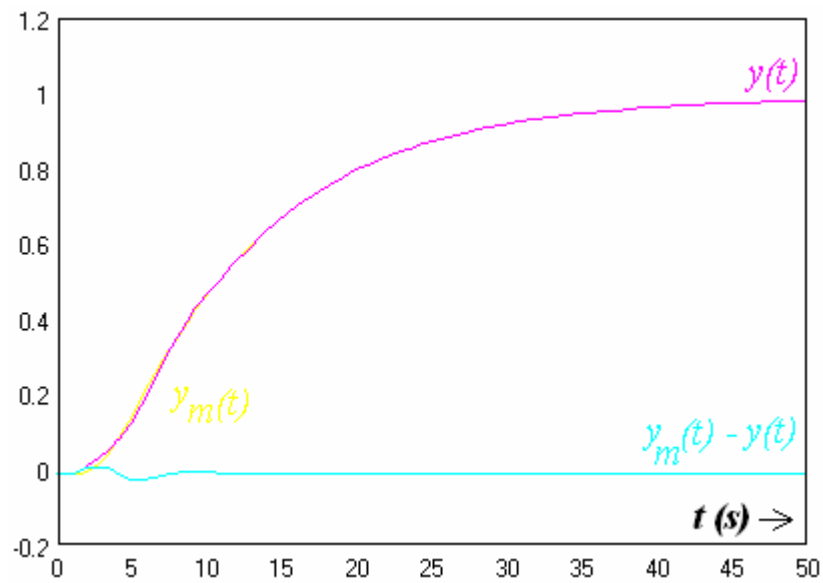
Obrázek č. 6: Grafický záznam rozdílu výstupu soustavy a rekonstruktoru.

Z obrázku č.6 vidíme, že průběhy jsou rozdílné a jejich rozdíl je patrný. Přenosy rekonstruktoru  $F_r$  a soustavy  $F_s$  jsou rozdílné, tudíž se dá očekávat i rozdílnost jejich výstupů. Pokud chceme využít výstup z rekonstruktoru  $y_m(t)$  musíme docílit vyšší shody s výstupem soustavy  $y(t)$ . Vyšší shody docílíme změnou hodnoty bloku  $L = 1$ , při které bylo dosaženo kritéria  $I_{ITAE} = 1.623$ . Experimentálním nastavením konstanty  $L$  se snažím docílit vyšší shody výstupů, kterou mohu vyjádřit kritériem  $I_{ITAE}$ . Míru shody vyjádřím matematicky funkcí  $I_{ITAE} = f(L)$  a přenesu do grafické podoby podle obrázku č.7.

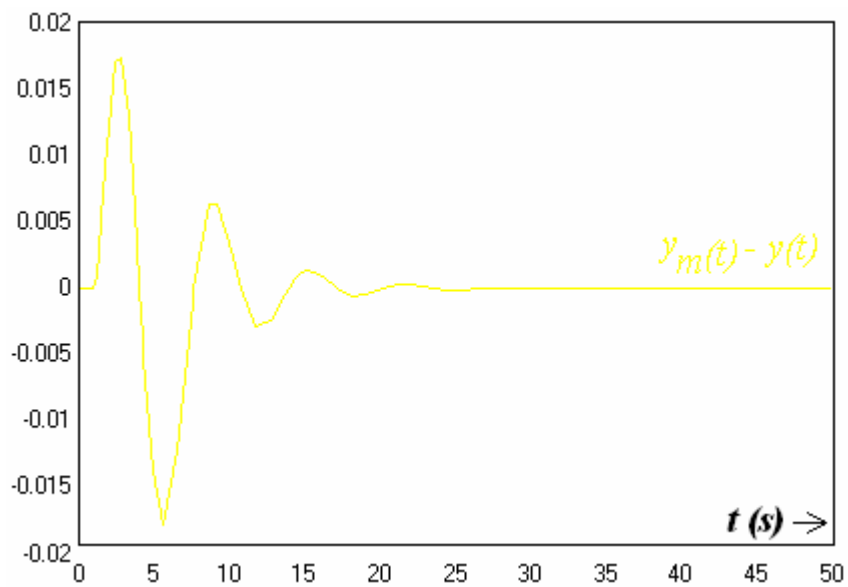


Obrázek č. 7: Grafická závislost kritéria  $I_{ITAE}$  v závislosti na velikosti  $L$ .

Z minima funkce zjistím hodnotu  $L$ , která mi určí nejvyšší míru shody výstupů. Zároveň však musím zohlednit vliv změny  $L$  na celkovou kmitavost obvodu. Z těchto důvodů volím novou konstantu  $L = 25$ .  $I_{ITAE}$  se tímto sníží na 0,5985 a grafické záznamy se modifikují podle obrázku č. 8 a obrázku č. 9.



Obrázek č. 8: Grafický záznam výstupu ze soustavy, rekonstruktoru a jejich rozdílu.



Obrázek č. 9: Grafický záznam rozdílu výstupu soustavy a rekonstruktoru.

Můžeme také vyjádřit vliv změny konstanty  $L$  na poměr  $\frac{Y(p)}{U(p)}$  a  $\frac{Y_m(p)}{U(p)}$  obsahující přenosy  $F_S$  a  $F_R$

$$F_S = \frac{1}{(10p+1)(p+1)^2(0.5p+1)} = \frac{1}{5p^4 + 20.5p^3 + 27p^2 + 12.5p + 1} \quad (4)$$

$$F_R = \frac{1}{(10p+1)(2.5p+1)} = \frac{1}{25p^2 + 12.5p + 1} \quad (5)$$

k výpočtu můžeme dojít např. pomocí Masonova pravidla.

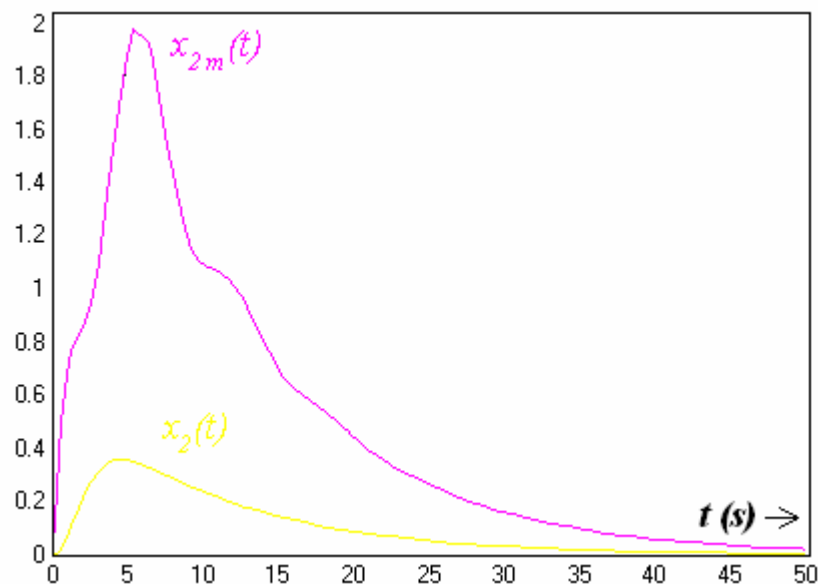
$$\frac{Y(p)}{U(p)} = F_S \quad (6)$$

Tento přenos je dán pouze samotným přenosem soustavy  $F_S$  a jakákoliv modifikace  $L$  nemá vliv na tento přenos.

$$\frac{Y_m(p)}{U(p)} = \frac{F_R(1 + F_S L)}{1 + F_R L} = \frac{0.5p^3 + 2p^2 + 2.5p + (1 + L)}{12.5p^5 + 56.25p^4 + 88p^3 + 58.25p^2 + 15p + (1 + L)} \quad (7)$$

Konstanta  $L$  ovlivňuje hodnotu čitatele i jmenovatele u řádu mocniny  $p^0$ . Rozumné bude volit  $L > -1$ . Pokud dosadíme do přenosu  $L = 25$  a provedeme simulaci v programu Matlab, dostaneme shodné odezvy  $y(t)$  a  $y_m(t)$  na jednotkový skok  $u(t)$ .

Nyní jsme docílili určité shody výstupů. Otázkou zůstává, zda-li jsou shodné také stavové proměnné zrekonstruované se stavovými proměnnými v soustavě. V reálném prostředí, kdy nemohu změřit stavové proměnné soustavy se to nikdy nedozvím, ale zde v modelovém prostředí mohu jejich průběhy porovnat. Jelikož mi rekonstruktor obnovuje pouze výstup  $y_m$  a stavovou proměnnou  $x_{2m}$ , porovnám pouze  $x_2$  s  $x_{2m}$ . Výsledek je možné porovnat z obrázku č. 10.



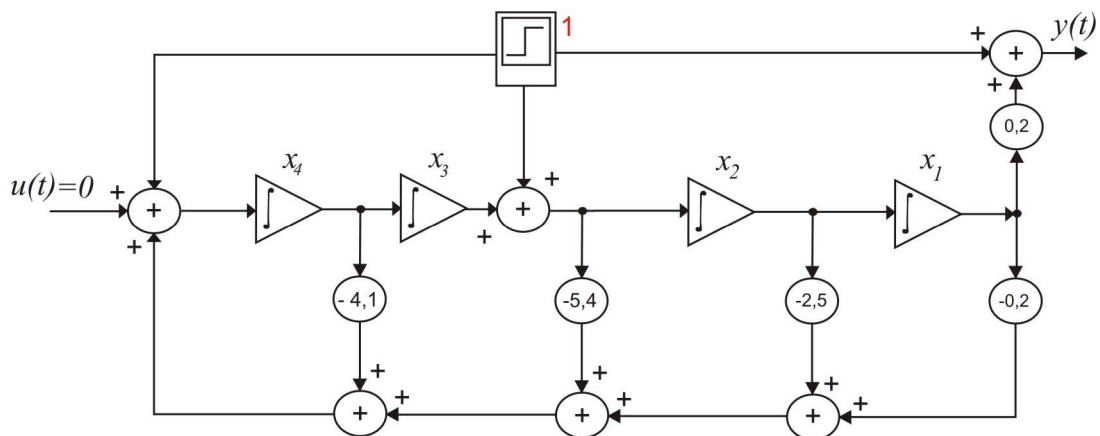
**Obrázek č. 10 : Grafický záznam průběhů derivace výstupu ze soustavy  $x_2(t)$  a rekonstruktoru  $x_{2m}(t)$ .**

Stavové proměnné  $x_2$  a  $x_{2m}$  mají podobný průběh, ovšem s výrazným rozdílem maximální hodnoty, který dosahuje hodnoty přibližně 1.55. Nejdůležitější je ovšem shoda výstupů  $y(t)$  a  $y_m(t)$ , které již bylo docíleno. Ještě před samotným návrhem stavového regulátoru je potřeba zvážit následující dvě možnosti, které mohou v reálném prostředí nastat a je třeba se o nich zmínit.

#### 1. Na soustavu mohou působit neznámé poruchy.

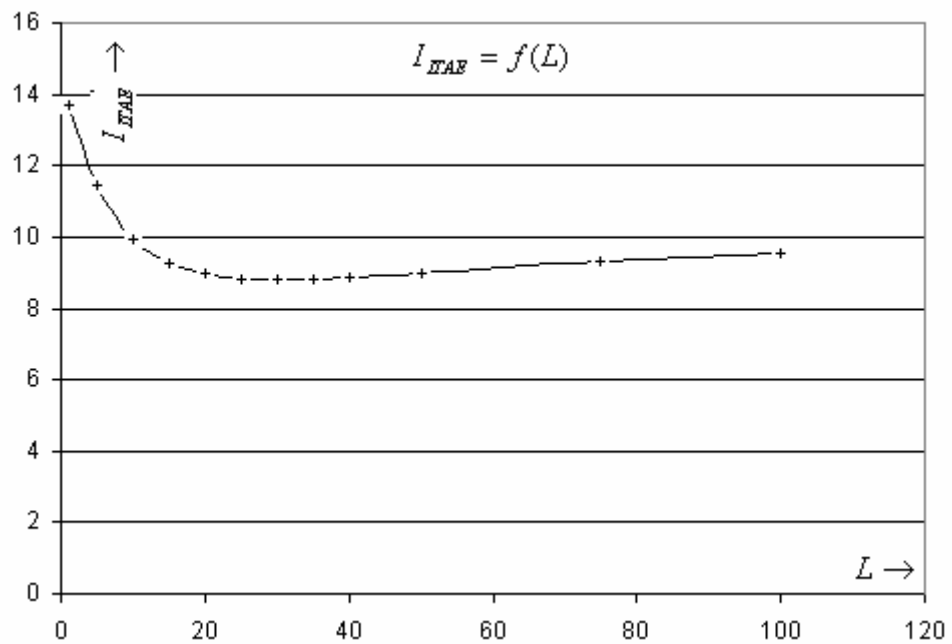
Důvod je zřejmý. Většina reálných soustav je nelineárních. Působící nelinearity jsou de facto poruchy působící na soustavu. Některé poruchy známe a můžeme jejich vliv zohlednit už přímo úpravou přenosu soustavy. Potom jsou tu poruchy o kterým nevíme vůbec nic a nemůžeme je tedy nijak nasimulovat. Posledním typem poruch, jsou ty, u kterých přesně neznáme jejich velikost, ale známe přibližně místo ve kterém působí na soustavu. Místo působení poruch se může nacházet kdekoli v soustavě. Uvnitř, na vstupu nebo na výstupu soustavy. Pokud modelujeme fyzickou

soustavu na matematickém modelu v programu Matlab a zároveň víme nebo alespoň předpokládáme místa působení nejzávažnějších poruch, můžeme modelovat soustavu i s jejími poruchami. Tímto opatřením docílíme vyšší shody mezi reálnou a modelovou soustavou. Budeme tedy předpokládat vliv poruch na soustavu dle obrázku č. 11. Poruchy mají charakter jednotkového skoku s amplitudou 1. Vstupní signál nebude v tomto případě působit na soustavu  $u(t) = 0$



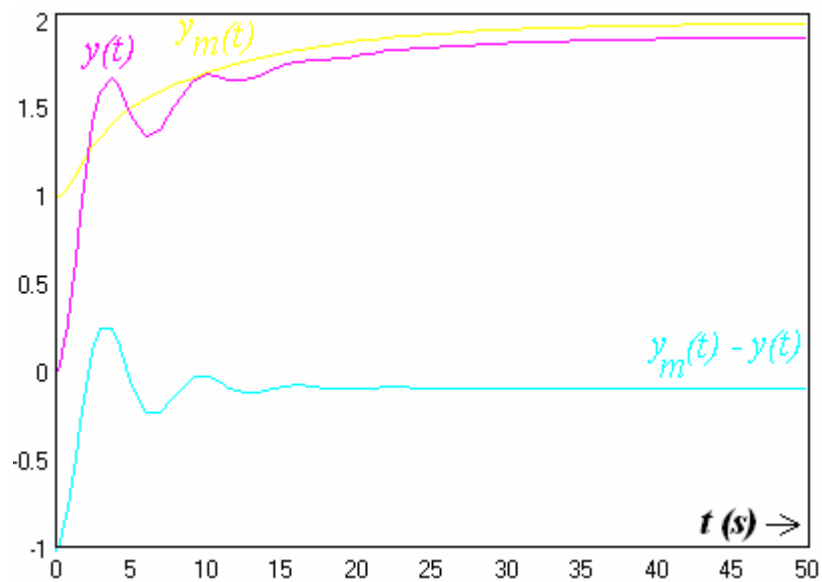
**Obrázek č. 11: Předpokládané působení poruch na soustavu.**

Musíme tedy znovu docílit shody výstupu z rekonstruktoru  $y_m(t)$  s výstupem poruchové soustavy  $y(t)$ . K řešení dospějeme opět modifikací konstanty  $L$ . Proměříme závislost  $I_{ITAE} = f(L)$ . Z minima funkce dle obrázku č.12 volím  $L = 25$  s hodnotou  $I_{ITAE} = 8.84$ .

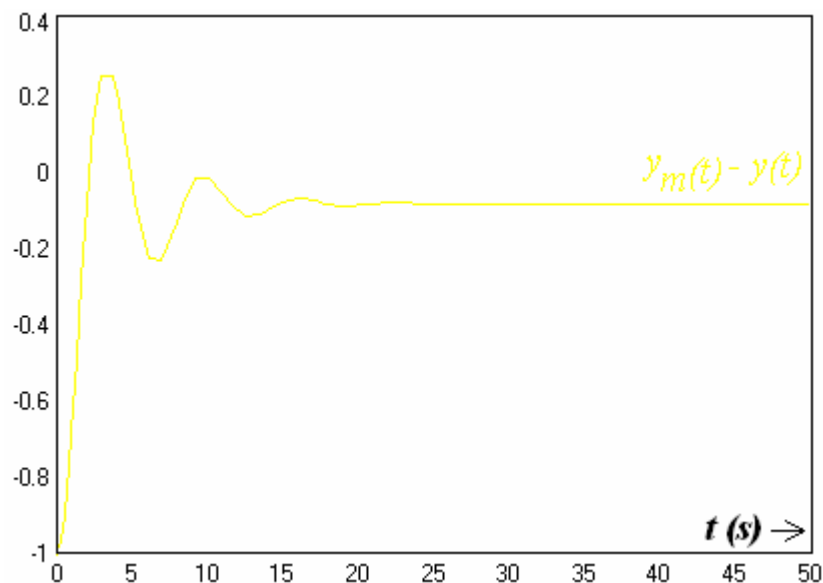


Obrázek č. 12: Grafická závislost kritéria  $I_{ITAE}$  v závislosti na velikosti  $L$ .

Výsledky simulace jsou patrné z obrázku č.13 a obrázku č.14.



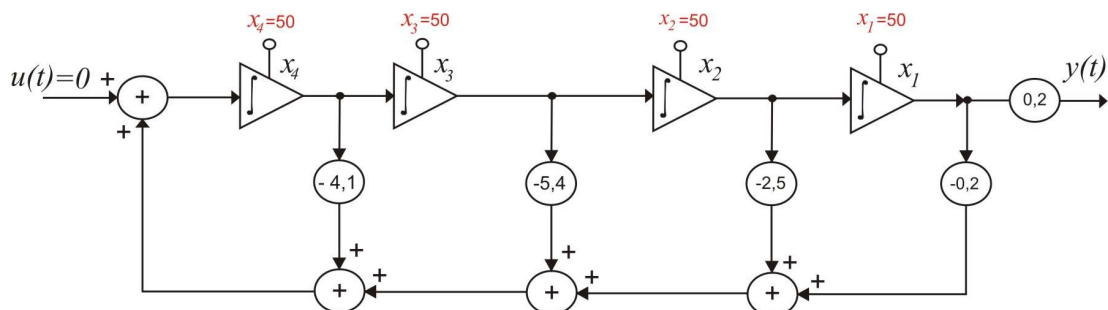
Obrázek č. 13: Záznam výstupu ze soustavy, rekonstruktoru a jejich rozdílu.



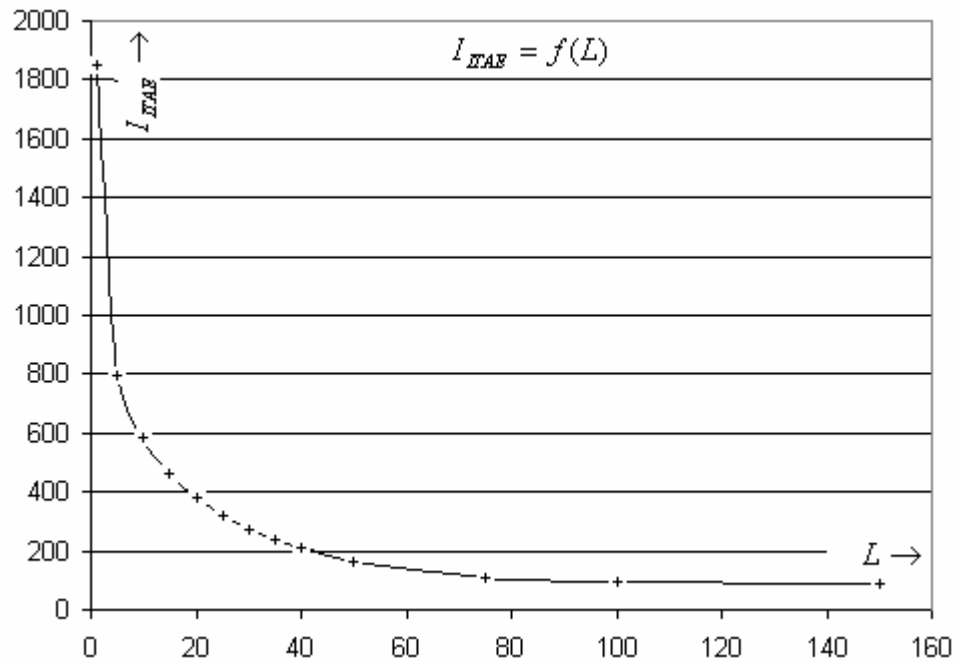
Obrázek č. 14: Záznam rozdílu výstupu soustavy a rekonstruktoru.

## 2. Soustava má nenulové počáteční podmínky

Vyjma poruch, musíme také předpokládat vliv nenulových počátečních podmínek na soustavu. Ty ovlivní rozdílnost výstupů  $y(t)$  a  $y_m(t)$  a proto opět zkusíme najít optimální velikost konstanty  $L$ . Při návrhu s nenulovými počátečními podmínkami na jednotlivých integrátoch soustavy podle obrázku č.15 neuvažujeme vliv poruch ani působení vstupního signálu  $u(t) = 0$ .

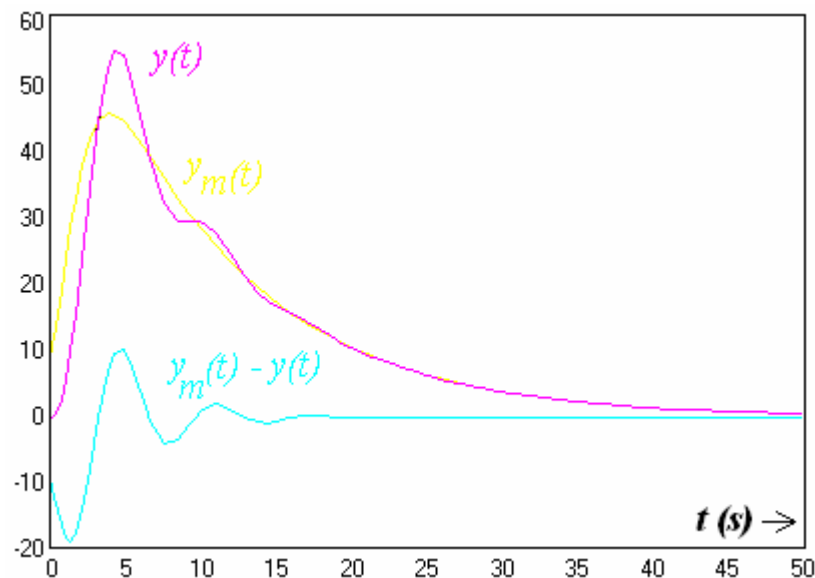


Obrázek č. 15: Znázornění působení počátečních podmínek u jednotlivých integrátorů soustavy.

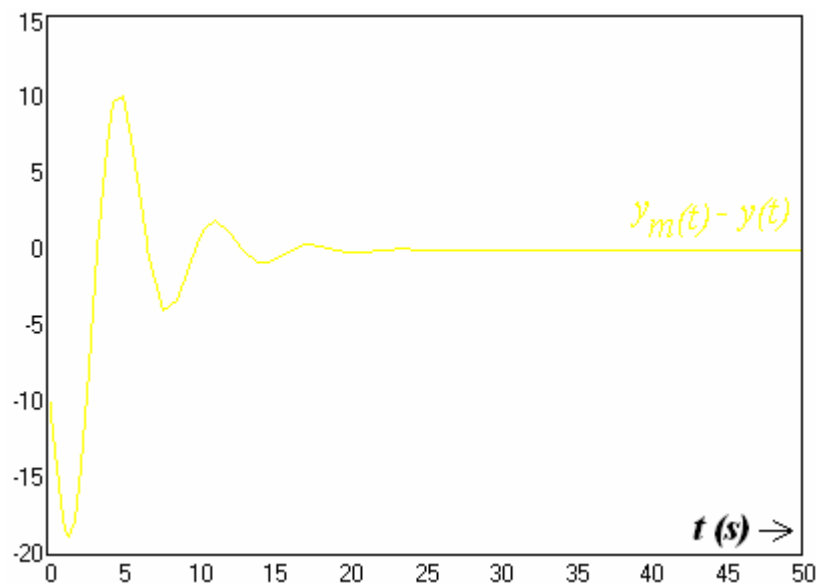


Obrázek č. 16: Grafická závislost kritéria  $I_{ITAE}$  v závislosti na velikosti  $L$ .

Z funkce  $I_{ITAE} = f(L)$  a z předchozích návrhů, zvolíme i v tomto případě  $L = 25$ , při které se  $I_{ITAE} = 320$ . Grafické průběhy jsou znázorněny na obrázcích č.17 a č. 18.



Obrázek č. 17: Záznam výstupu ze soustavy, rekonstruktoru a jejich rozdílu.

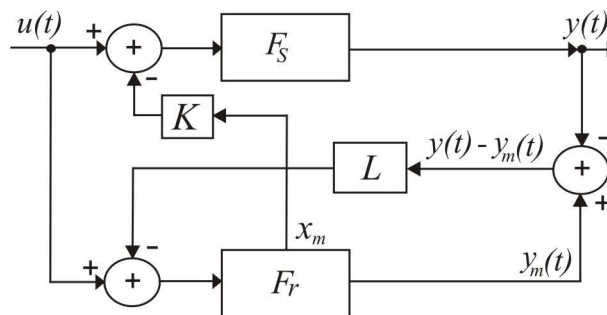


Obrázek č. 18: Záznam rozdílu výstupu soustavy a rekonstruktoru.

V závislosti na možnosti vzniku nenadálých situací podle bodu 1, 2 a 3 jsme ze simulací a funkční závislosti kritéria  $I_{ITAE}$  určili optimální velikost konstanty  $L = 25$ . Při této hodnotě bylo dosaženo nejvyšší shody mezi výstupy ze soustavy  $y(t)$  a z rekonstruktoru  $y_m(t)$ . Při návrhu byl také zohledněn vliv na celkovou kmitavost obvodu.

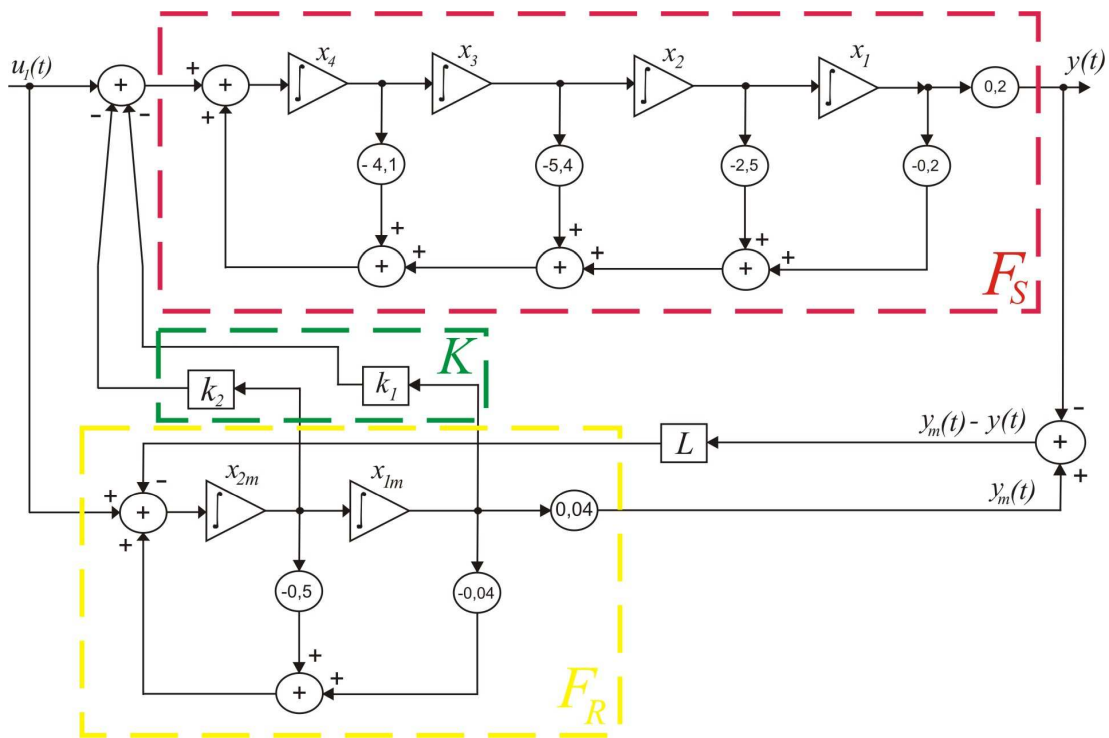
### 3. NÁVRH STAVOVÉHO REGULÁTORU

Nejsložitější část diplomové práce přichází s návrhem stavového regulátoru. Stavový regulátor nám zajistí regulaci celého URO znázorněného obrázkem č. 19. Budeme modifikovat stavový regulátor  $K$  v závislosti na určitých podmínkách. K této práci potřebuje zrekonstruované stavové proměnné. Výstup z rekonstruktoru  $y_m(t)$  a první derivaci výstupu  $x_{2m}$



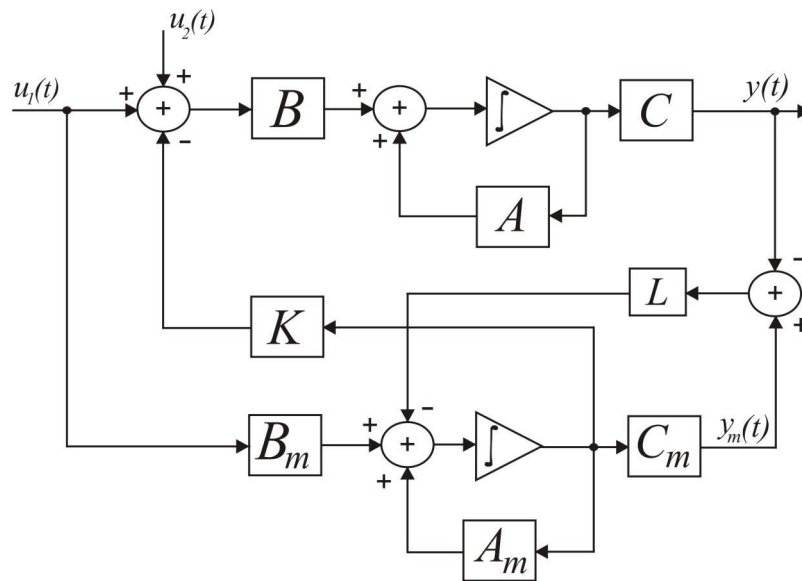
**Obrázek č. 19: Blokové schéma URO s rekonstruktorem stavu a stavovým regulátorem.**

Regulační schéma z obrázku č.19 ve tvaru přímého programování znázorňuje obrázek č. 20.



**Obrázek č. 20: Schéma URO s redukovaným rekonstruktorem ve tvaru přímého programování.**

Obrázek č. 20 znázorňuje celý systém ve tvaru přímého programování. Jak u soustavy s přenosem  $F_S$  tak u redukovaného rekonstruktora  $F_R$ . Jednotlivé koeficienty  $a_0$ ,  $b_0$ , atd., jsou následně zahrnuty do matic  $A$  a  $A_m$  při výpočtu konstant stavového regulátoru  $k_1$  a  $k_2$ . Tyto konstanty musíme navrhnout tak, aby nám zajistily trvalou ustálenou odchylku a také možnost změny dynamických vlastností URO. Konstantu  $k_1$  budeme modifikovat s ohledem na první podmínku trvalé ustálené odchylky a konstantu  $k_2$  s ohledem na požadavek změny dynamických vlastností. Obě tyto podmínky jsou zevrubněji popsány v následujících kapitolách. Celý systém si převedeme do stavového popisu, který znázorňuje obrázek č.21. Obrázek je rozšířen o poruchu  $u_2(t)$ , působící na vstupu do soustavy. Působí zde proto, abychom mohli zohlednit výpočet konstant regulátoru v případě působení poruch na soustavu. Pokud se domníváme, že na soustavu mohou působit i jiné poruchy, lze je rovněž do výpočtu zahrnout a tímto eliminovat jejich působení.



Obrázek č. 21: Blokové schéma URO s rozkreslenými maticemi.

Soustavu  $F_S$  vystihují matice  $A$  - vnitřních vazeb soustavy, matice  $B$  – vazeb soustavy na vstup a matice  $C$  – vazeb výstupu soustavy na stav. Rekonstruktor  $F_R$  vyjadřují matice  $A_m$ ,  $B_m$  a  $C_m$ , s obdobnou funkcí, ovšem jinými parametry. Stavový regulátor  $K$  vyjadřuje matice  $K$ . Do obvodu vstupuje vstupní signál  $u_1(t)$  a k němu se zároveň přičítá poruchový signál  $u_2(t)$ .

Matice  $A \neq A_m$  - nerovnost způsobena rozdílností přenosů  $F_r$  a  $F_S$ .

$B \neq B_m$  - nerovnost způsobena působením poruch výhradně na soustavu

$C \neq C_m$  - nerovnost způsobena rovněž rozdílností přenosů  $F_r$  a  $F_S$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.2 & -2.5 & -5.4 & -4.1 \end{pmatrix} \neq A_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.04 & -0.5 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.2 & -2.5 & -5.4 & -4.1 \end{pmatrix} \neq A_m = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0.04 & -0.5 \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \neq B_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Matice  $B$  je v uvedeném tvaru pouze v případě, že vstupní signály  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  působí na místech vyznačených v obrázku č. 21.

$$C = (0.2 \ 0 \ 0 \ 0) \neq C_m = (0.04 \ 0) \quad (11)$$

Vidíme, že matice se sobě nerovnají a nemají ani stejné rozměry. Pouze matice přímých vazeb výstupu na vstup  $D$  a  $D_m$  se sobě rovnají.  $D = D_m = 0$ . Nebudeme je do výpočtu zahrnovat, ale v případě přímé vazby ze vstupu na vstup buď u soustavy nebo u rekonstruktoru je zahrnout musíme. Tuto situaci ovšem nepředpokládáme. Sestavíme si stavové rovnice pro rekonstruktor a soustavu

Pro rekonstruktor,

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u(t) - L(y_m(t) - y(t)) \quad (12)$$

$$y_m(t) = C_m x_m(t) \quad (13)$$

soustavu

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (14)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (15)$$

a soustavu s rekonstruktorem

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) - B_m Kx_m(t) \quad (16)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (17)$$

### 3.1 ZAJIŠTĚNÍ TRVALÉ USTÁLENÉ ODCHYLKY

Podmínka v praxi znamená zajistit rovnost vstupu a výstupu soustavy v čase  $t \rightarrow \infty$ .  $y_{(t \rightarrow \infty)} = u_{(t \rightarrow \infty)}$  Na soustavu přitom mohou působit libovolné poruchy. K požadavku nulové ustálené odchyvky lze dojít řešením stavové rovnice č. 16 pokud za  $x = 0$  a  $t = \infty$  tedy  $\dot{x}(t = \infty) = 0$

$$0 = Ax + Bu - B_m Kx_m \quad (18)$$

Zajímám se o stavovou proměnnou  $x_1$  obsaženou ve vektoru  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$  (19)

Přičemž  $u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ ,  $K = (k_1 \quad k_2)$ ,  $x_m = \begin{pmatrix} x_{1m} \\ x_{2m} \\ x_{3m} \\ x_{4m} \end{pmatrix}$  (20) (21) (22)

$$x = -A^{-1}Bu + A^{-1}B_m Kx_m \quad (23)$$

Dosadíme konkrétní matice

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.5 & 27 & 20.5 & 5 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} -12.5 & -27 & -20.5 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (k_1 \quad k_2) \cdot \begin{pmatrix} x_{1m} \\ x_{2m} \\ x_{3m} \\ x_{4m} \end{pmatrix} \quad (24)$$

Na první pohled je zřejmé, že neodpovídají rozměry matic, potřebné pro jejich vynásobení. Tato skutečnost komplikuje výpočet. Musíme tedy upustit od redukovaného rekonstruktoru a přejít k použití identického rekonstruktoru, který má stejné rozměry matic jako soustava a je možné je zahrnout do výpočtu. Použijeme plnohodnotný rekonstruktor čtvrtého řádu s maticemi  $A_m$ ,  $B_m$ , Matice  $A = A_m$ ,  $C = C_m$ , avšak matice  $B \neq B_m$  se sobě nerovnají, z důvodu působení poruchy  $u_2(t)$  pouze na vstup do soustavy. Změní se pouze rozměr matice  $B_m$  a také rozměr vektoru  $K$ .

$$B_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad K = (k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4) \quad (25) \quad (26)$$

Nové matice dosadíme do rovnice č. 27.

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.5 & 27 & 20.5 & 5 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} +$$

$$(27)$$

$$+ \begin{pmatrix} -12.5 & -27 & -20.5 & -5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4) \cdot \begin{pmatrix} x_{1m} \\ x_{2m} \\ x_{3m} \\ x_{4m} \end{pmatrix}$$

⇓

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5u_1 + 5u_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5k_1x_{1m} - 5k_2x_{2m} - 5k_3x_{3m} - 5k_4x_{4m} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

⇓

$$x_1 = 5u_1 + 5u_2 - 5k_1x_{1m} - 5k_2x_{2m} - 5k_3x_{3m} - 5k_4x_{4m} \quad (29)$$

$$x_2, x_3, x_4 = 0 \quad (30)$$

Vypočítali jsme stavovou proměnnou  $x_1$ . Jelikož  $y = Cx_1$  a  $C$  se v našem případě rovná  $b_0 = 0.2$

tedy  $x_1 = y/0.2$  a výstup  $y$  ze soustavy se bude rovnat

$$y = 0.2 \cdot (5u_1 + 5u_2 - 5k_1x_{1m} - 5k_2x_{2m} - 5k_3x_{3m} - 5k_4x_{4m}) \quad (31)$$

Nyní se vrátíme k prvnímu požadavku. Zajistit trvalou ustálenou odchylku  $y_{(t \rightarrow \infty)} = u_{(t \rightarrow \infty)} \Rightarrow y_{(t \rightarrow \infty)} = u_{1(t \rightarrow \infty)} = 1$ . Vstupní veličinu  $u_2$  reprezentuje porucha o amplitudě 1. Konstanty  $k_2, k_3, k_4$  nebudeme prozatím uvažovat, protože je využijeme až ke splnění druhého požadavku na změnu dynamických vlastností.

⇓

$$y = 0.2 \cdot (5u_1 + 5u_2 - 5k_1x_{1m}) \quad (32)$$

$$1 = 0.2 \cdot (5 + 5 - 5k_1x_{1m}) \quad (33)$$

Z této rovnice je možné vyjádřit  $k_1$ , ovšem za předpokladu znalosti stavu  $x_{1m}$ , který lze vyjádřit obdobným způsobem jako stav  $x_1$ .

Variantou rovnice č. 18. bude následující rovnice pro stavovou proměnnou  $x_{1m}$ .

$$0 = A_m x_m + B_m u \quad (34)$$

Připomeňme si matice

$$A_m = A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.2 & -2.5 & -5.4 & -4.1 \end{pmatrix} \quad (35)$$

$$B_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad u = u_1 \quad (36) \quad (37)$$

$$x_m = -A_m^{-1} B_m u \quad (38)$$

$$\begin{pmatrix} x_{1m} \\ x_{2m} \\ x_{3m} \\ x_{4m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.5 & 27 & 20.5 & 5 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot u_1 = \begin{pmatrix} 5u_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (39)$$

$$x_{1m} = 5u_1 \quad (40)$$

$$x_{2m}, x_{3m}, x_{4m} = 0 \quad (41)$$

Nyní už máme vyjádřenou stavovou proměnnou  $x_{1m}$  a vrátíme se proto k rovnici č.

33.

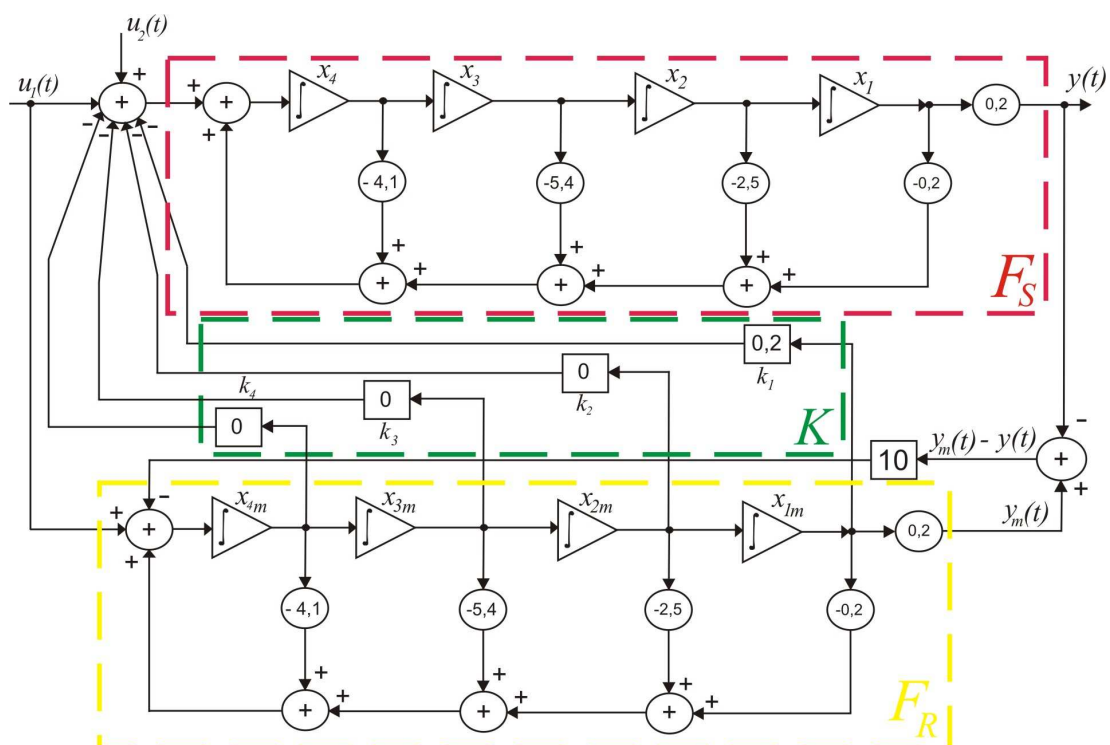
$$y = 0.2 \cdot (5u_1 + 5u_2 - 5k_1 x_{1m}) \quad (42)$$

$$k_1 = -\frac{y - (u_1 + u_2)}{x_{1m}} = -\frac{1 - (1 + 1)}{5} = 0.2 \quad (43)$$

Koeficienty stavového regulátoru jsou  $k_1 = 0.2$ ,  $k_2 = 0$ ,  $k_3 = 0$ ,  $k_4 = 0$ .

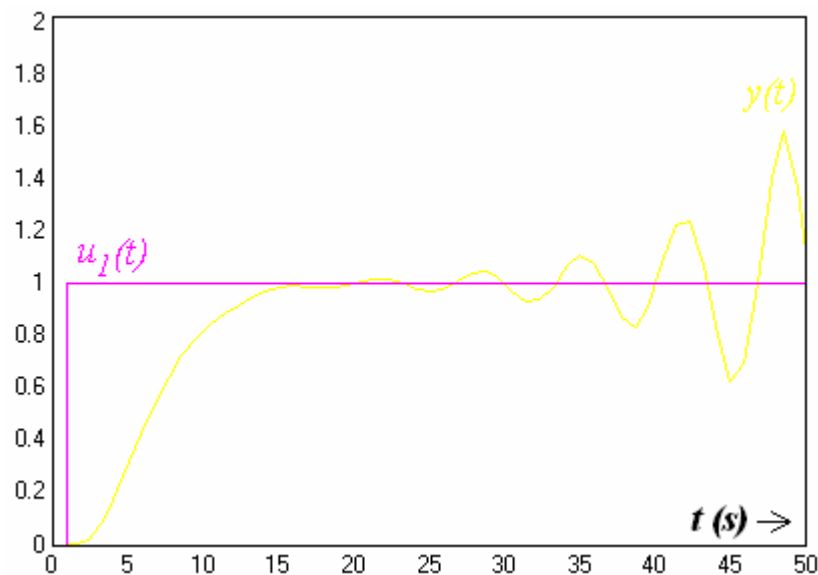
a vektor  $K = (0.2 \ 0 \ 0 \ 0)$ .

Tyto hodnoty stavového regulátoru nám zajistí rovnost výstupu a vstupu soustavy  $y_{(t \rightarrow \infty)} = u_{(t \rightarrow \infty)}$  při současném působení poruchy  $u_2(t)$  na vstupu do soustavy. Situaci dokresluje obrázek č.22.



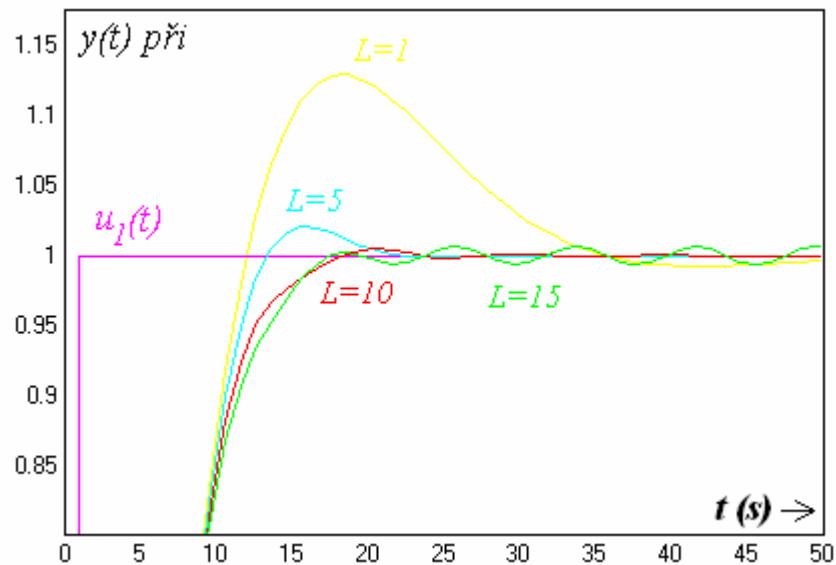
Obrázek č. 22: Schéma URO s identickým rekonstruktorem ve tvaru přímého programování.

Správnost výpočtu můžeme ověřit programem Matlab – Simulink. Vstup  $u_1(t)$  a poruchu  $u_2(t)$  nasimulujeme jednotkovým skokem s amplitudou 1. Výstup  $y(t)$  porovnáme se vstupem  $u_1(t)$ , zda-li jsme docílili podmínky  $y_{(t \rightarrow \infty)} = u_{1(t \rightarrow \infty)} = 1$ . Grafický záznam simulace je znázorněn na obrázku č. 23.



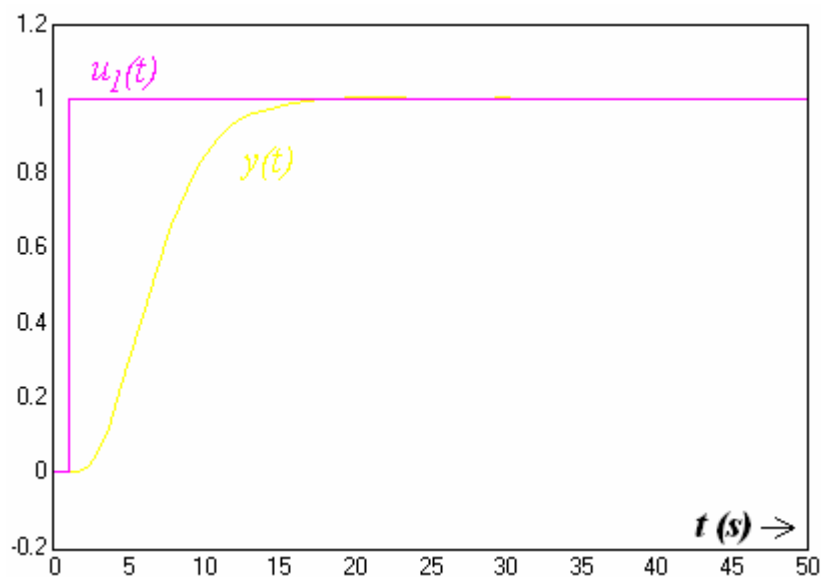
**Obrázek č. 23: Zobrazení vstupního signálu  $u_1(t)$  a výstupu ze soustavy  $y(t)$ .**

Z grafického záznamu je patrné, že výstup  $y(t)$  se nerovná vstupu  $u_1(t)$ . Rozdílnost je způsobena velikostí bloku  $L = 25$ . Tuto hodnotu jsme navrhovali v předchozích kapitolách současně s redukováným rekonstruktorem. Jelikož nyní používáme identický rekonstruktor, je nutné znovu najít optimální velikost konstanty  $L$ . V předchozích kapitolách jsme z tohoto důvodu hledali minimum funkce  $I_{ITAE} = f(L)$ . Tato hodnota byla nalezena bez připojeného stavového regulátoru. Nyní se pokusím nalézt experimentálním nastavením velikosti  $L$ , v URO s připojeným stavovým regulátorem  $K = (0.2 \ 0 \ 0 \ 0)$ .



Obrázek č. 24: Zobrazení vlivu konstanty  $L$  na průběh výstupu  $y(t)$ .

Obrázek č.24 znázorňuje průběh  $y(t)$  při různých velikostech  $L$ . S ohledem na nízkou kmitavost a nejrychlejší reakci na přechodový děj volím  $L=10$ . Při této hodnotě a se zvoleným stavovým regulátorem  $K = (0.2 \ 0 \ 0 \ 0)$  se podařilo splnit podmínku  $y_{(t \rightarrow \infty)} = u_{1(t \rightarrow \infty)} = 1$ . Splnění podmínky demonstruje obrázek č. 25.



Obrázek č. 25: Zobrazení vstupního signálu  $u_1(t)$  a výstupu ze soustavy  $y(t)$ .

### 3.2 ZMĚNA DYNAMICKÝCH VLASTNOSTÍ URO

V této kapitole se začneme zabývat návrhem zbývajících konstant regulátoru  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$ . S jejich pomocí můžeme celému obvodu přiřknout požadované vlastnosti regulačního pochodu. Princip změny dynamických vlastností vychází z možnosti změny koeficientu  $a_0$  až  $a_4$  obsažené v matici vnitřních vazeb soustavy  $A$ .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.2 & -2.5 & -5.4 & -4.1 \end{pmatrix} \quad (44)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (45)$$

$$K = (k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4) \quad (46)$$

$$BK = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \end{pmatrix} \quad (47)$$

Požadovanou matici  $A^*$  namísto matice původní  $A$  určíme ze vztahu

$$A^* = A - BK$$

$$A^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 - k_1 & -a_1 - k_2 & -a_2 - k_3 & -a_3 - k_4 \end{pmatrix} \quad (48)$$

Z této matice si vyjádříme charakteristický polynom.

$$\det(pI - A^*) = p^4 + (a_3 + k_4)p^3 + (a_2 + k_3)p^2 + (a_1 + k_2)p + (a_0 + k_1) \quad (49)$$

$$\det(pI - A^*) = p^4 + r_3p^3 + r_2p^2 + r_1p + r_0 \quad (50)$$

$$k_1 = r_0 - a_0 \quad (51)$$

$$k_2 = r_1 - a_1 \quad (52)$$

$$k_3 = r_2 - a_2 \quad (53)$$

$$k_4 = r_3 - a_3 \quad (54)$$

Pokud bychom chtěli dynamické vlastnosti URO rovnající se dynamickým vlastnostem zvoleného přenosu  $F_{URO}$ , dosadili bychom koeficienty u jednotlivých mocnin  $p$  charakteristického polynomu tohoto přenosu namísto koeficientů  $r_i$ . Tím bychom získali konkrétní konstanty stavového regulátoru  $k_1, k_2, k_3, k_4$ . V našem případě ovšem nemůžeme tento způsob použít, jelikož jsme již vypočetli konstantu  $k_1 = 0.2$ . Musíme navrhnout konstanty  $k_2, k_3, k_4$  zcela odlišným způsobem. Požadované dynamické vlastnosti určíme na základě rozložení pólů charakteristického polynomu  $F_{URO}$  ve frekvenční charakteristice v komplexní rovině. (Metoda pole placement).

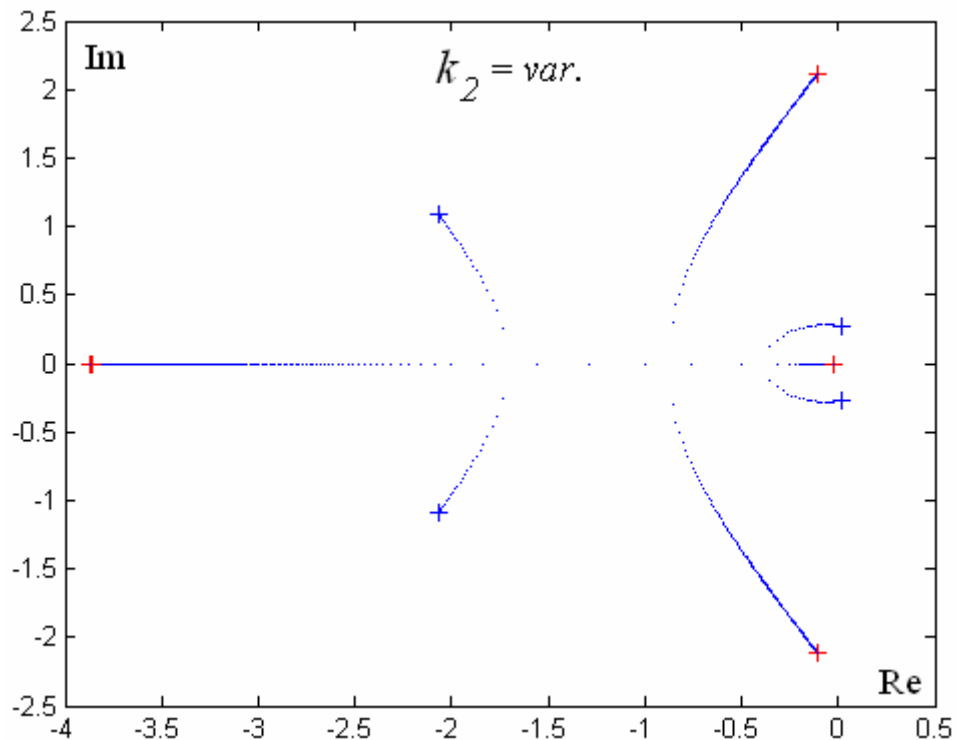
Metoda pole placement spočívá v umístění pólů charakteristického polynomu, v závislosti na nějakém proměnném parametru podle toho, jaké vlastnosti URO chceme docílit. V našem případě je proměnný parametr  $k_2$ . Konstanty  $k_3$  a  $k_4$  nebudeme prozatím uvažovat, tedy  $k_3 = k_4 = 0$ . Charakteristický polynom, jehož póly chceme znázornit je ve tvaru

$$p^4 + (a_3 + k_4)p^3 + (a_2 + k_3)p^2 + (a_1 + k_2)p + (a_0 + k_1). \quad (55)$$

je-li  $k_1 = 0.2, k_3 = k_4 = 0, a_0 = 0.2, a_1 = 2.5, a_2 = 5.4, a_3 = 4.1$  potom

$$p^4 + 4.1p^3 + 5.4p^2 + (2.5 + k_2)p + 0.4 \quad (56)$$

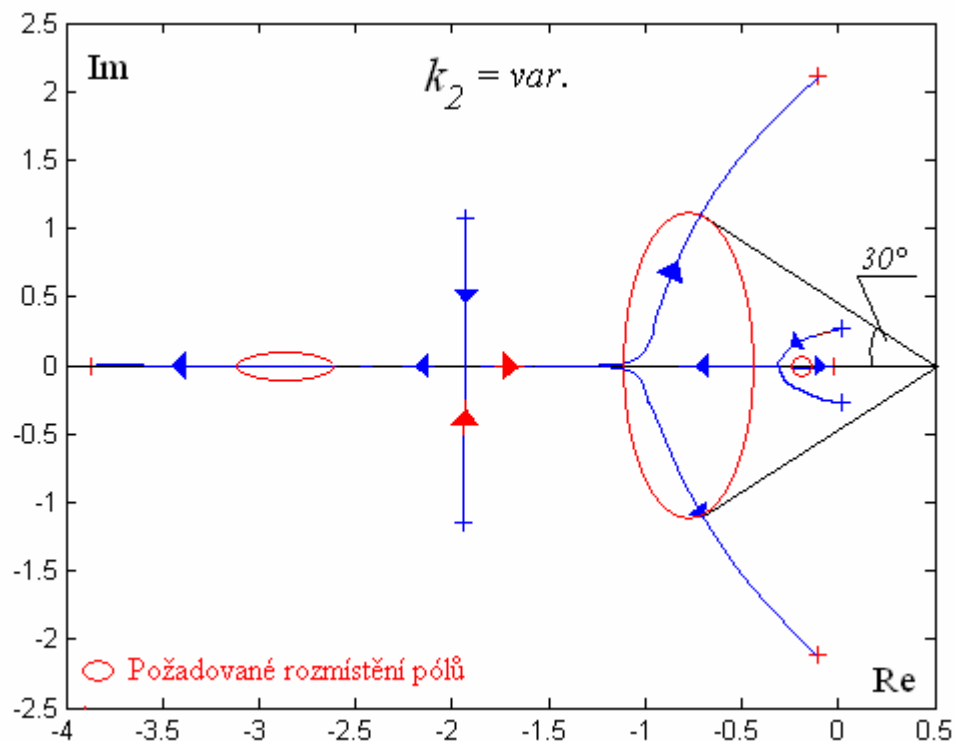
Dle podmínky kladnosti všech koeficientů budeme volit  $k_2 \in \langle -2.4; 15 \rangle$ . Rozložení pólů charakteristického polynomu vidíme z obrázku č.26.



**Obrázek č. 26: Trajektorie kořenů (pólů) charakteristického polynomu v závislosti na  $k_2$ .**

$k_2 \in \langle -2.4; 15 \rangle$	<b>Kořeny, póly charakteristického polynomu</b>				
+	$k_2 = -2.4$	-2.07+1.1i	-2.07-1.1i	0.02+0.27i	0.02-0.27i
+	$k_2 = 15$	-3.87	-1.1+2.12i	-1.1-2.12i	-0.023

V tabulce jsou uvedeny počáteční a koncové polohy pólů v závislosti na velikosti  $k_2$ . Z intervalu hodnot  $k_2 \in \langle -2.4; 15 \rangle$  budeme vybírat takové hodnoty  $k_2$ , které nám zajistí polohu pólů v požadované oblasti komplexní roviny. Polohu pólů zvolíme na základě požadovaných dynamických vlastností. Následující obrázek zobrazuje trajektorii jednotlivých pólů a oblast, do které jednotlivé póly umístíme.



**Obrázek č. 27: Trajektorie kořenů (pólů) charakteristického polynomu v závislosti na  $k_2$  a požadované oblasti jejich rozmístění.**

Nejprve si zdůvodníme volbu rozmístění dvou komplexních pólů. Oblast je ohraničena velkou červenou elipsou, jejichž vrcholy jsou vytyčený radiální přímkou svírající s reálnou osou úhel  $\alpha = 30^\circ$ . Tato přímka určuje množinu pólů, pro které je konstantní koeficient relativního tlumení  $\xi$  a zároveň překmit v procentech  $\%P$  definovaný jako hodnota překmitu v procentech ustálené hodnoty přechodové charakteristiky.

$$\%P = \frac{h_{\max} - h(\infty)}{h(\infty)} \cdot 100 \quad (57)$$

Tento překmit  $\%P$  lze také vypočítat z koeficientu relativního tlumení  $\xi$ .

$$\%P = \exp\left(-\xi\pi / \sqrt{1-\xi^2}\right) \cdot 100 \quad (58)$$

Maximální koeficient relativního tlumení  $\xi_{MAX}$  pro stanovenou oblast vypočítáme z úhlu  $\alpha$ , který svírá radiální přímka s reálnou osou komplexní roviny.

$$\xi_{MAX} = \cos 30^\circ = 0,866$$

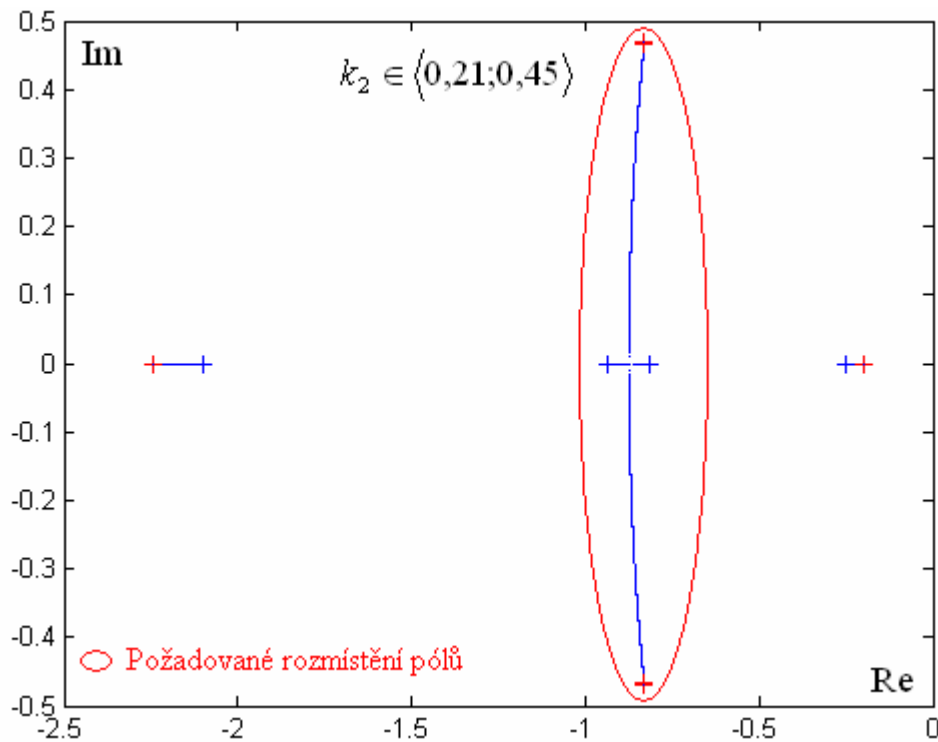
Maximální koeficient relativního tlumení vychází  $\xi_{MAX} = 0,866$ , což je poměrně vysoká hodnota, jenž nám zajistí malou kmitavost a překmity. Maximální překmit v procentech  $\%P_{MAX}$  vypočítáme ze vztahu č.59

$$\%P_{MAX} = \exp\left(-0,866\pi / \sqrt{1-0,866^2}\right) \cdot 100 = 0,43\% \approx 0,5\% \quad (59)$$

Správnost Vypočtu  $\%P_{MAX}$  můžeme porovnat s obrázkem č.29

Z tohoto důvodu volíme póly v oblasti vymezené červenou elipsou v obrázku č. 27

Výpočtem v programu Matlab zjistíme, pro které hodnoty  $k_2$  bude mít charakteristický polynom dva komplexně sdružené póly v této oblasti. Pro  $k_2 \in \langle 0,21; 0,45 \rangle$  bude rozmístění pólů dle obrázku č. 28.



**Obrázek č. 28: Trajektorie kořenů (pólů) charakteristického polynomu ležící v požadované oblasti.**

$k_2 \in \langle 0,21;0,45 \rangle$	Kořeny, póly charakteristického polynomu				
+	$k_2 = 0,21$	-2,1	-0,94	-0,82	-0,25
+	$k_2 = 0,45$	-2,25	$-0,83+0,47i$	$-0,83-0,47i$	-0.019

**Tabulka č. 1: Kořeny, póly charakteristického polynomu**

Zda-li patří všechny póly do oblasti vytyčené radiální přímkou svírající s reálnou osou úhel  $30^\circ$  lze výpočtem snadno ověřit.

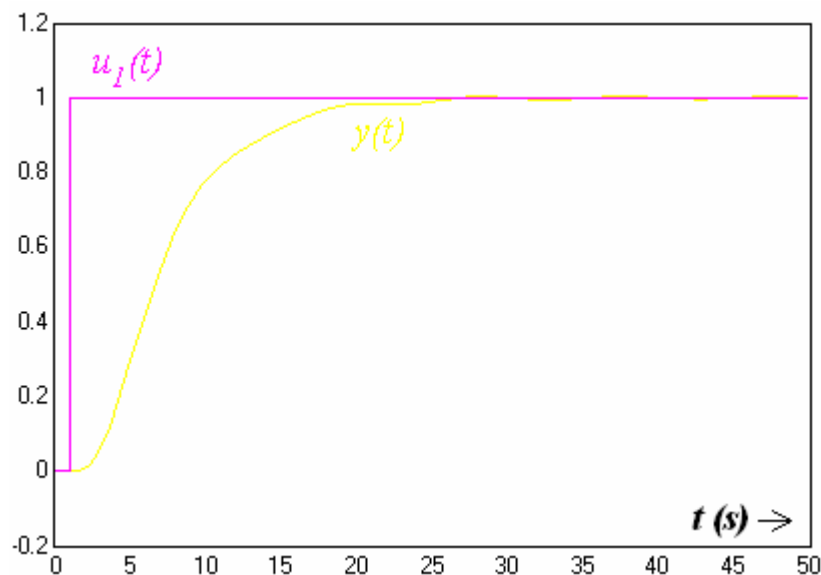
$$p_2 = -0,83 + 0,47i \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} \frac{0,47}{0,83} = 29,52^\circ < 30^\circ. \quad (60)$$

Můžeme si všimnout, že interval použitelných hodnot  $k_2$  se značně zúžil. Vyjma dvou komplexně sdružených pólů jsme docílili nepatrného posunu dvou reálných záporných pólů  $p_1 = -2,1$  až  $-2,25$  a  $p_4 = -0,25$  až  $-0,019$ . Pól  $p_4$  bude nejvýrazněji ovlivňovat dynamiku zpětnovazebního systému. Nachází se nejbližší k počátku souřadnic komplexní roviny a zavádí do obvodu dynamiku integračního článu.

Charakteristický polynom pro  $k_2 = 0,21$ :  $p^4 + 4.1p^3 + 5.4p^2 + 2,71p + 0.4$   
a pro  $k_2 = 0,45$ :  $p^4 + 4.1p^3 + 5.4p^2 + 2,95p + 0.4$  (61)

Grafické záznamy výstupu ze soustavy  $y(t)$  jsou zobrazeny pro  $k_2$  ze středu vypočteného intervalu, tedy

$k_2 = 0,33$  ,  $p^4 + 4.1p^3 + 5.4p^2 + 2,88p + 0.4$  (62)

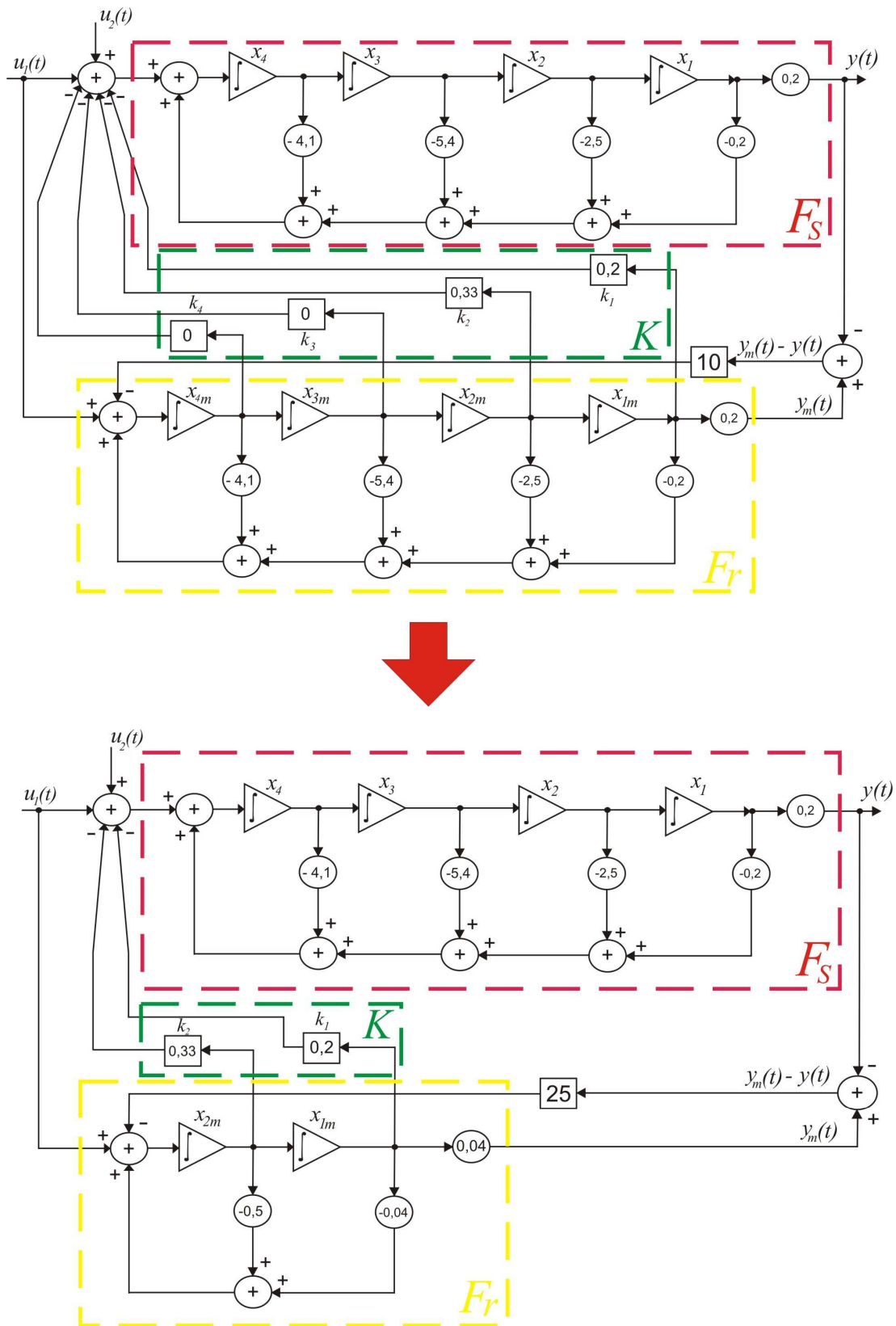


Obrázek č. 29: Zobrazení vstupního signálu  $u_1(t)$  a výstupu ze soustavy  $y(t)$ .

Z obrázku vidíme, že průběh  $y(t)$  je nastavený bez zbytečných překmitů i s poměrně rychlým přechodovým dějem, bez trvalé ustálené odchylky. Docílili jsme toho návrhem konstant stavového regulátoru  $k_2 = 0,33$ , která společně s konstantou  $k_1 = 0,2$  zajistila obvodu rovnost výstupu  $y(t)$  se vstupem  $u_1(t)$  při působení poruchového signálu  $u_2(t)$  na vstupu do soustavy a zároveň požadovanou dynamiku celého obvodu. Ostatní koeficienty  $k_3$  a  $k_4$  jsme položili rovny nule. Musím připomenout, že při návrhu stavového regulátoru byl použit identický rekonstruktor, který nahradil redukovaný, jelikož jsme nemohli provést výpočet stavové proměnné  $x_{1m}$ . V další kapitole se pokusíme nastavit stavový regulátor s redukovaným rekonstruktorem s parametry zjištěnými pomocí identického rekonstruktora.

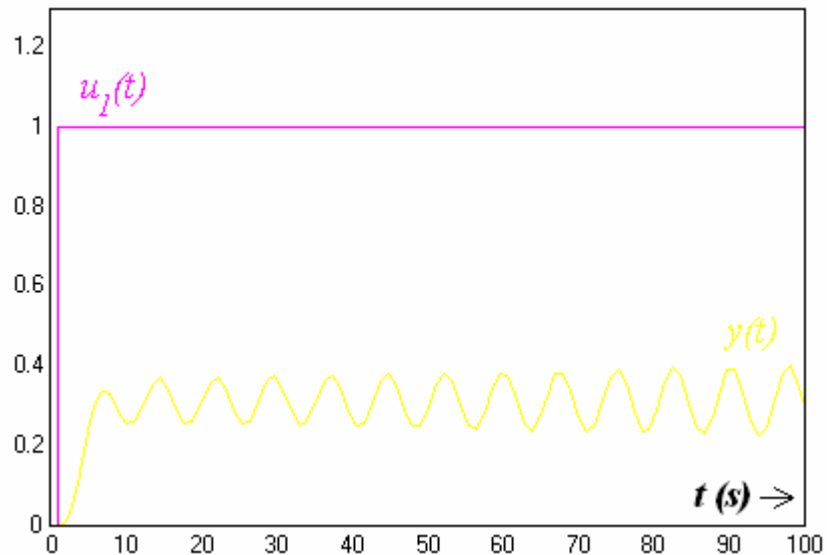
## 4. NÁVRH STAVOVÉHO REGULÁTORU S REDUKOVANÝM REKONSTRUKTOREM

V předchozí kapitole jsme navrhli konstanty stavového regulátoru  $k_1$  a  $k_2$  s použitím identického rekonstruktoru. V této kapitole se pokusím zjistit zda-li lze tyto konstanty „přenést“ i na stavový regulátor s použitím redukováného rekonstruktoru s přenosem  $F_R$ . Situace je patrná z obrázku č. 30.



Obrázek č. 30: Znázornění převodu konstant stavového regulátoru.

Provedeme nezbytné simulace v programu Matlab – Simulink a vykreslíme si průběh výstupního signálu  $y(t)$ .



**Obrázek č. 31: Průběh vstupního signálu  $u_1(t)$  a výstupu ze soustavy  $y(t)$ .**

Z obrázku č. 31 vidíme, že při nastavení stavového regulátoru s redukovaným rekonstruktorem, konstantami vypočtenými s použitím identického rekonstruktora, nedojde ke splnění požadavku na nulovou trvalou ustálenou odchylku a výstup ze soustavy  $y(t)$  je navíc značně kmitavý. Z tohoto důvodu proto není možné postupovat tímto způsobem a je nutné zvolit jiný způsob návrhu konstant nebo použít identický rekonstruktor.

## 5. ZÁVĚR

Tato práce byla zaměřena na návrh rekonstruktoru a stavovou regulaci celého obvodu s rekonstruktorem. Nejprve bylo potřeba zvolit typ rekonstruktoru (redukovaný nebo identický), jenž svým přenosem  $F_R$  aproximoval regulovanou soustavu  $F_S$ . Následně bylo potřeba zvolit optimální hodnotu konstanty  $L$  s cílem minimalizování rozdílu výstupu z rekonstruktoru a výstupu ze soustavy  $y_m(t) - y(t)$  při různých vlivech na URO. Tento úkon byl proveden proto, abychom mohli k stavové regulaci využít jak výstup z rekonstruktoru  $y_m(t)$ , tak jeho stavovou proměnnou  $x_{2m}$ . Poté práce směřovala již k stavové regulaci celého URO. Stavový regulátor, využívající obnovené stavové proměnné z rekonstruktoru, byl nastaven s ohledem na rovnost výstupu ze soustavy  $y(t)$  a vstupního signálu  $u_1(t)$ ,  $y_{(t \rightarrow \infty)} = u_{1(t \rightarrow \infty)}$  a také s ohledem na změnu dynamických vlastností obvodu. První podmínka byla realizována výpočtem, druhá podmínka pomocí metody Pole Placement. Při splnění těchto podmínek bylo uvažováno působení poruchového signálu na vstupu do soustavy  $u_2(t)$ , které ovlivnilo celkový návrh rekonstruktoru stavů. Návrhem rekonstruktoru a stavového regulátoru byla docílena eliminace poruchového signálu a zároveň možnost změny dynamických vlastností obvodu. V našem případě je tedy použití stavových proměnných rekonstruktoru vhodné ke stavové regulaci, jako náhrada za nezjistitelné stavové proměnné soustavy. Otázkou zůstává: Do jaké míry by byl rekonstruktor použitelný při uvažování jiných poruchových vlivů na soustavu. Rovněž bylo zjištěno, že konstanty stavového regulátoru navržené s pomocí identického rekonstruktoru nelze použít s redukovaným rekonstruktorem, jelikož nám nezajistí stejné vlastnosti regulačního obvodu, jako s použitím identického rekonstruktoru.

## 6. LITERATURA

- [1] ŠTECHA, J. : Teorie dynamických systémů. Skriptum ČVUT, 2003, 228 str.
- [2] VAVŘIN, P. : Prezentace do předmětu Teorie dynamických systémů. VUT 2006
- [3] BLAHA, P – VAVŘIN, P. : Řízení a regulace I. Skriptum VUT, 136 str.
- [4] MODRLÁK, O. : Teorie automatického řízení I – studijní materiály 60 str.