



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

ANALÝZA CHOVÁNÍ TRHLINY ZATÍŽENÉ KOMBINOVANÝM MÓDEM NAMÁHÁNÍ

ANALYSIS OF CRACK BEHAVIOUR UNDER MIXED-MODE LOADING

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Adam Antalík

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. LUCIE MALÍKOVÁ, Ph.D.

BRNO 2022



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	B3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Bakalářský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3647R013 Konstrukce a dopravní stavby
Pracoviště	Ústav stavební mechaniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student	Adam Antalík
Název	Analýza chování trhliny zatížené kombinovaným módem namáhání
Vedoucí práce	Ing. Lucie Malíková, Ph.D.
Datum zadání	30. 11. 2021
Datum odevzdání	27. 5. 2022

V Brně dne 30. 11. 2021

prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
Vedoucí ústavu

prof. Ing. Miroslav Bajer, CSc.
Děkan Fakulty stavební VUT

PODKLADY A LITERATURA

- [1] Anderson, T.L. (1995) Fracture mechanics: fundamentals and applications, CRC Press LLC, Florida.
- [2] Ayatollahi, M. and Nejati, M. (2011) An over-determined method for calculation of coefficients of crack tip asymptotic field from finite element analysis. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 34, 3, pp. 159-176.
- [3] Erdogan, F. and Sih, G. C. (1963) On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. Journal of Basic Engineering, 55, 6, pp. 519-525.
- [4] Malíková, L. (2015) Multi-parameter fracture criteria for the estimation on crack propagation direction applied to a mixed-mode geometry. Engineering Fracture Mechanics, 143, pp. 32-46.
- [5] Williams, M.L. (1957) On the stress distribution at the base of a stationary crack. Journal of Applied Mechanics, 24, pp. 109-114.

ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ

- Vypracujte stručný teoretický přehled o lineární elastické lomové mechanice a jejím rozšířením na víceparametrovou lomovou mechaniku.
- Seznamte se s dostupnými lomovými kritérii pro určení směru dalšího šíření trhliny.
- Vypracujte MKP numerické modely pro zadanou geometrickou konfiguraci tělesa s trhlinou v kombinovaném módu namáhání.
- Pomocí numerických modelů proveďte parametrické studie pro různé konfigurace a řešte směr šíření trhliny pomocí zvoleného kritéria.
- Získané výsledky správně interpretujte a diskutujte.

STRUKTURA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část závěrečné práce zpracovaná podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (povinná součást závěrečné práce).
2. Přílohy textové části závěrečné práce zpracované podle platné Směrnice VUT "Úprava, odevzdávání, a zveřejňování závěrečných prací" a platné Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání a zveřejňování závěrečných prací na FAST VUT" (nepovinná součást závěrečné práce v případě, že přílohy nejsou součástí textové části závěrečné práce, ale textovou část doplňují).

Ing. Lucie Malíková, Ph.D.
Vedoucí bakalářské práce

ABSTRACT

This bachelor's thesis deals with the analysis of the stress field in the vicinity of the crack tip, described by the stress intensity factor K . The objective of this thesis is to calculate values of the parameter K for a crack in a rectangular specimen subjected to asymmetric four-point bending. Thus, mixed mode I + II loading conditions occur. The first part of the thesis deals with the fracture mechanics concept. In the second part, a cracked specimen is modelled in the Ansys Mechanical APDL software. In the final part, the resulting values of the parameter K , obtained from the commands KCALC, CINT and two empirical equations, are presented. The MTS criterion is applied for estimation of the crack propagation angle and all results are discussed thoroughly.

KEYWORDS

Fracture mechanics, crack, asymmetric four-point bending, mixed mode, stress intensity factor, Ansys Mechanical APDL, CINT, KCALC, MTS criterion

ABSTRAKT

Bakalárska práca sa zaoberá analýzou napätosti v okolí koreňa trhliny, ktorú popisuje súčiniteľ intenzity napätia K . Úlohou tejto práce je výpočet hodnôt parametra K pri asymetrickom štvorbodovom ohybovom namáhaní telesa, pre ktorý je charakteristický kombinovaný mód zaťaženia I a II. Prvá časť tejto práce sa zaoberá problematikou lomovej mechaniky. V druhej časti je teleso s trhlinou modelované v programe Ansys Mechanical APDL a v poslednej časti sú uvedené výsledné hodnoty parametra K získané pomocou príkazov KCALC, CINT a dvoch empirických rovníc. Pomocou MTS kritéria je odhadnutý smer ďalšieho šírenia trhliny a získané výsledky sú podrobené diskusii.

KLÍČOVÁ SLOVA

Lomová mechanika, trhlina, asymetrický štvorbodový ohyb, kombinovaný mód zaťaženia, súčiniteľ intenzity napätia, Ansys Mechanical APDL, CINT, KCALC, MTS kritérium

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

Adam Antalík *Analýza chování trhliny zatížené kombinovaným módem namáhání*. Brno, 2022. !!XX!! s., !!YY!! s. příl. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce Ing. Lucie Malíková, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané bakalářské práce s názvem *Analýza chování trhliny zatížené kombinovaným módem namáhání* je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 7. 5. 2022

Adam Antalík
autor práce

PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem *Analýza chování trhliny zatížené kombinovaným módem namáhání* zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 7. 5. 2022

Adam Antalík
autor práce

Pod'akovanie

Veľmi rád by som poďakoval svojej vedúcej Ing. Lucii Malíkovej, Ph.D. za jej obrovskú ochotu, trpezlivosť, vrúcny prístup a hlavne za čas, ktorý vynaložila pri konzultovaní tejto bakalárskej práce. Ďalej by som rád poďakoval ľuďom, ktorý ma povzbudzovali pri spracovávaní tejto práce, a hlavne rodičom, ktorý mi vytvorili zázemie a umožnili mi študovať na vysokej škole. Veľká vďaka patrí aj Bohu.

OBSAH

1	Úvod.....	10
2	Lomová mechanika.....	11
2.1	Vznik lomovej mechaniky.....	11
2.2	Lineárne elastická lomová mechanika.....	12
2.2.1	Predpoklady lineárne elastickej lomovej mechaniky.....	13
2.2.2	Analýza napätosti v okolí koreňa trhliny.....	13
2.2.2.1	Módy zaťaženia telesa s trhlinou.....	16
2.2.2.2	Koncept súčiniteľa intenzity napätia.....	17
2.2.2.3	Posúdenie stability trhliny.....	18
2.2.2.4	Metódy určenia súčiniteľa intenzity napätia.....	19
2.2.3	Kritéria pre šírenie trhliny.....	22
2.2.3.1	Griffithova teória.....	22
2.2.3.2	Irwinova teória.....	23
2.2.4	Smer šírenia trhliny.....	23
2.2.4.1	Kritérium maximálneho tangenciálneho napätia.....	24
2.2.5	Viacparametrová lomová mechanika.....	24
3	Modelovanie v programe Ansys.....	26
3.1	Numerický model.....	26
3.1.1	Geometrické parametre.....	26
3.1.2	Materiálové parametre.....	28
3.1.3	Okrajové podmienky.....	28
3.1.4	Stanovené namáhanie.....	28
3.2	Numerické modelovanie.....	29
3.3	Použité metódy určenia parametra K.....	30
3.3.1	Empirické stanovenie K.....	31
3.3.2	Numerické stanovenie K.....	32
3.3.2.1	Metóda posunutých stredových uzlov.....	32
3.3.2.2	Metóda J-integrálu.....	33
3.3.2.3	Metóda interakčného integrálu.....	34
4	Vlastné výsledky a diskusia.....	35
4.1	Výpočet parametra K.....	35

4.1.1	Overenie platnosti použitých rovníc a príkazov	36
4.1.2	Vplyv excentricity na parameter K.....	39
4.1.3	Smer šírenia trhliny v kombinovanom móde I a II.....	41
5	Záver.....	43
	Literatúra.....	45



1 Úvod

Šíření trhlín je jedním z najvýznamnějších faktorov ovplyvňujúcich životnosť konštrukcií. V súčasnosti existuje veľké množstvo konštrukcií, ktoré nejakú trhlinu obsahujú, ale to ešte nemusí znamenať, že sa dané konštrukcie musia zrútiť. Jedným z možných spôsobov namáhania týchto konštrukcií je tzv. kombinované namáhanie, to znamená, že sa jednotlivé lomové plochy trhliny pohybujú kolmo od roviny trhliny (otvárajú sa) a zároveň sa v jej rovine sa šmýkajú. Popisom chovania trhlín sa zoberá lomová mechanika, ktorá na základe lomových parametrov analyzuje šírenie trhliny (stabilitu, smer, rýchlosť apod.)

Predmetom tejto bakalárskej práce je analýza napätosti v okolí koreňa trhliny, ktorú popisuje súčiniteľ intenzity napätia K . Parameter K nie je jediný parameter, ktorý môže popísať stav napätosti v telese s trhlinou. Existuje rada ďalších parametrov, ktoré môžu poslúžiť k tomuto účele, ale to nebolo predmetom bakalárskej práce.

Za úlohu si táto práca kládla výpočet hodnôt parametra K pri asymetrickom štvorbodovom namáhaní telesa s excentrickou trhlinou, pre ktoré je charakteristický kombinovaný mód zaťaženia I a II. Jednotlivým módom zaťaženia I a II sú priradené parametre súčiniteľa intenzity napätia K_I a K_{II} . Pri kombinovanom móde zaťaženia I a II sa zohľadňuje vplyv jednotlivých parametrov K_I a K_{II} na smer šírenia trhliny, čo je poslednou úlohou tejto bakalárskej práce.

V prvej časti tejto bakalárskej práce je krátko zhrnutá problematika lomovej mechaniky, konkrétne lineárne elastickej lomovej mechaniky, ktorej predpoklady hrajú kľúčovú rolu pri zisťovaní hodnôt parametra K .

V druhej časti sú definované geometrické a materiálové parametre podopretého telesa s trhlinou namáhaného asymetrickým štvorbodovým ohybom. Teleso s trhlinou je modelované v programe Ansys Mechanical APDL, kde pomocou príkazu KCALC a CINT sa vypočítajú hodnoty parametra K . Na zistenie hodnôt súčiniteľa intenzity napätia K sa použijú aj dva empirické vzťahy.

V poslednej časti sú uvedené výsledné hodnoty parametra K získané pomocou príkazov KCALC, CINT a dvoch empirických rovníc. Predovšetkým sa tu diskutuje o ich vzájomnom porovnaní a o vplyve excentricity c a dĺžke trhliny a na veľkosť parametra K . Nakoniec sa pomocou zvolených lomových kritérií určí smer šírenia trhliny a na základe výsledkov sú formulované závery.



2 Lomová mechanika

Lomová mechanika (LM) ako oblasť aplikovanej mechaniky sa venuje rastom trhlín a správaním zaťaženého telesa s trhlinou. Rovnako ako v ostatných oblastiach aplikovanej mechaniky tak aj u LM je možné predpokladať lineárne správanie, čím sa problematika zjednoduší.

LM vznikla ako reakcia na zistenie, že väčšina inžinierskych konštrukcií obsahuje trhliny alebo poruchy, ktoré sú trhlinám podobné. Tie vznikli už behom výroby, zvlášť pri zvaraní, alebo k nim došlo hneď po uvedení do procesu. Dôležité je tieto defekty analyzovať, aby sa vhodnými konštrukčnými úpravami mohlo v budúcnosti podobným nedostatkom predísť. Vo všeobecnosti sa uznáva, že rast trhlín je nutné brať v úvahu pri projektovaní, ale tiež počas analýzy porušenia. Už počas štádia návrhu sa musí počítať s kontrolnými prehliadkami [1].

Hlavnou úlohou LM je určiť príčinu vzniku trhliny, popísať jej šírenie a podmienky zastavenia trhliny. Vhodnou aplikáciou poznatkov LM je možné výrazne znížiť riziko poruchy, a v tom prípade zvýšiť bezpečnosť a spoľahlivosť konštrukcie [2].

LM poskytuje popisný a analytický aparát, ktorý je potrebný k charakteristike procesov rastu trhlín. Aparát je vhodný pre riešenie praktických inžinierskych problémov a umožňuje odpovedať na otázky typu: „Aká je najväčšia prípustná dĺžka trhliny?“ Na druhú stranu sa doposiaľ nepodarilo vytvoriť univerzálny aparát, ktorý by všetky problémy vyriešil. To je dôvodom prečo sú častokrát potrebné isté zjednodušenia a menej komplikované analýzy LM.

Intuitívne by sa mohlo zdať, že veľká trhlina v konštrukcii so stanoveným zaťažením je závažnejšia ako malá trhlina. Pritom základnou úlohou LM je túto mieru závažnosti kvantifikovať.

Ťažko opísateľný koncept materiálovej húževnatosti pomáha práve LM kvantifikovať. Materiálovú húževnatosť je možné definovať ako odolnosť voči rastu trhliny. Najbežnejšími spôsobmi rastu trhliny sú únavový rast trhliny a krehký lom. Okrem toho existujú aj ďalšie ako sú napr. tečenie materiálu (creep), rast trhliny pri korózii pod napätím, prípadne ich možné kombinácie. Odolnosť materiálu voči krehkému lomu sa volá lomová húževnatosť [1].

2.1 Vznik lomovej mechaniky

Navrhovanie konštrukcií je vo väčšine prípadov založené na predpoklade, že materiál, z ktorého má byť konštrukcia zhotovená, je homogénne izotropné kontinuum. Skutočný materiál napr. so zvaranými spojmi sa od tohto predpokladu líši a to viac či menej výrazne. S ohľadom na túto skutočnosť je možné analyzovať hlavné príčiny havárií celej rady kovových konštrukcií.



Na konci Druhej svetovej vojny boli zaznamenané hromadné havárie kompletne zváraných lodí typu Liberty. Z 2500 vyrobených lodí sa ich 145 rozlámalo na dve časti a takmer 700 ich bolo vážne postihnuté defektami. V päťdesiatych rokoch sa objavilo veľké množstvo havárií mostov, plynovodov, ropovodov, veľkých nádrží – vo všeobecnosti sa jednalo o značne rozmerné konštrukcie.

K týmto lomom dochádzalo zrazu, bez akýchkoľvek výraznejších predchádzajúcich plastických deformácií. Išlo o namáhanie, ktoré sa nachádzalo spoľahlivo pod medzou klzu daného materiálu. Tieto lomy mali charakter krehkého lomu. Otázkou znelo: „Čo spôsobilo všetky tie lomy?“

Po vojne sa vo väčšej miere začala používať oceľ s vysokou medzou pevnosti, ale tá mala žiaľ nízku hodnotu lomovej húževnatosti. Jej odolnosť proti krehkému lomu nakoniec nebola vždy postačujúca. Štúdium týchto porúch viedlo k vzniku novej vednej disciplíny – lomovej mechaniky, ktorej vývoj pokračuje aj v dnešnej dobe [3].

2.2 Lineárne elastická lomová mechanika

Celá lomová mechanika je postavená na mechanike kontinua, preto sa rozdeľuje na časť venovanú lineárne elastickému a elasto plastickému chovaniu materiálov. Je potrebné mať na mysli, že hranica medzi týmito dvoma oblasťami je daná veľkosťou zaťažovacích síl na jednej strane. Na druhej strane je to stupeň zanedbateľných plastických deformácií či šíriace sa kvázikrehké porušenie.

Základ lineárne elastickej lomovej mechaniky (LELM) bol stanovený do roku 1960 a je použiteľný iba pre také prípady, kedy materiály vykazujúce lineárne elastické chovanie vyhovujú Hookovmu zákonu. V päťdesiatych rokoch minulého storočia sa zohľadnila malá plastická zóna v koreni trhliny, ale inak sa musí celé teleso správať lineárne elasticky. Základom všetkých aplikácií LELM je uvedenie si rozdelenia napätí v telese s trhlinou pri zadaných okrajových podmienkach a namáhaní [4].

Historicky sa LELM vyvinula z konceptu energetickej rovnováhy študujúcej krehký lom, čo je rýchly rast trhliny pri statickom zaťažení zvyčajne pod medzou klzu. Zistilo sa, že materiálové vlastnosti môžu byť vyjadrené pomocou rýchlosti uvoľnenia deformačnej energie G . Neskôr sa vďaka analýze napätosti začali materiálové vlastnosti vyjadrovať pomocou súčiniteľa intenzity napätia K . Prvými skúškami materiálových vlastností založenými na LM boli skúšky lomovej húževnatosti K_{IC} , ktoré sa štandardizovali.

LELM skúma lineárne elastické napätie telesa s trhlinou, aby vedela stanoviť podmienky, za ktorých k šíreniu trhliny dôjde. Základné myšlienky LELM nie sú zložité, ale aj napriek tomu niektoré používané matematické postupy sú komplikované. Z toho dôvodu sa v praxi používajú rôzne zjednodušenia a aproximácie.

Prítomnosť trhliny vedie ku koncentrácii napätia vo vrchole trhliny, vďaka čomu niektoré výsledky nemusia byť úplne samozrejmé. To ale neznamená, že práve matematické postupy vedú k nadmieru užitočným a ľahko využiteľným výsledkom.



V dnešnej dobe vieme s mnohými výsledkami a postupmi lepšie pracovať, a to vďaka ich zaevidovaniu do rôznych formálnych úrovní a počítačových programov [1].

2.2.1 Predpoklady lineárne elastickej lomovej mechaniky

Súčasná LELM zvyčajne uvádza určité zjednodušujúce predpoklady:

- Materiál je homogénne, izotropné kontinuum, jeho chovanie je lineárne elastické, deformácie a posuvy sú malé.
- Materiál nie je zaťažovaný zvyškovým vnútorným napätím veľkého rozsahu, ani objemovými silami spôsobenými napr. gravitáciou.
- Počiatočná trhlina je rovinná, teleso je zaťažované tak, že trhlina je v móde I.
- Uvažované teleso má konštantnú hrúbku.

Tento takzvané dvojrozmerný predpoklad vedie k značnému matematickému zjednodušeniu, s ktorým je možné použiť dvojrozmernú analýzu [1]. Úloha má riešenie v rovinatej napätosti alebo v rovinatej deformácii [4]. Zároveň to vedie k jednoduchšiemu popisu, napr. je možné jednoznačne určiť, čo je to dĺžka trhliny, na rozdiel od nejasností všeobecného trojrozmerného popisu telesa [1].

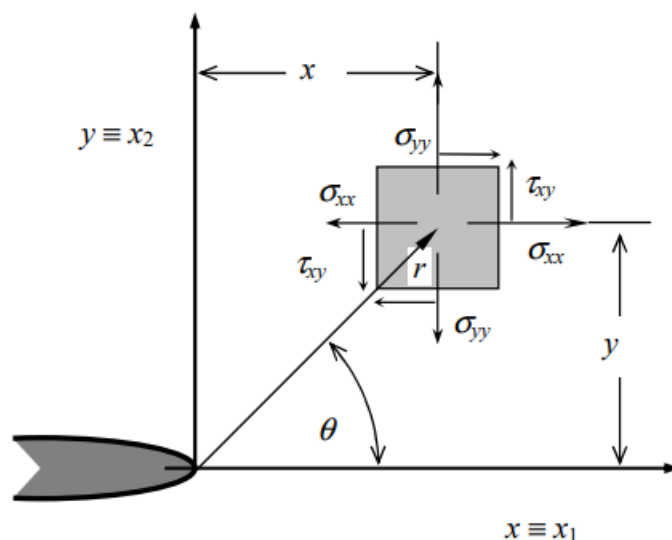
2.2.2 Analýza napätosti v okolí koreňa trhliny

Pri hodnotení stavu napätosti v okolí koreňa trhliny sa vychádza zo základných poznatkov klasickej teórie pružnosti [2]. Výpočet rozloženia napätia v telese s trhlinou sa odvodí pomocou funkcie napätia v tvare nekonečnej rady, o ktorej sa viac hovorí v kapitole 2.2.5, alebo komplexných napäťových funkcií [4].

Z lineárne elastickej analýzy napätosti v okolí koreňa ostrej trhliny vyplýva, že napätie by malo dosahovať značne vysokých hodnôt, v koreni trhliny až nekonečne veľkých hodnôt. Toto tvrdenie ale neodpovedá skutočnosti, pretože koreň reálnej trhliny je vždy zaoblený (otupený). Dôvodom je plastifikácia materiálu, kedy dochádza k poklesu a k prerozdeleniu napätia v tomto okolí. Lineárne elastická analýza v blízkosti koreňa trhliny je tým menej aplikovateľná, čím viac rastie veľkosť zplastizovaného okolia koreňa trhliny. Uplatnenie konceptu LELM je vhodné použiť v prípadoch, keď je rozsah plastifikácie pomerne malý. V ostatných prípadoch je potrebné použiť koncept elasto plastickej lomovej mechaniky (EPLM) [3].

Pri popise riešenia v rámci LELM sa využijú predpoklady, ktoré sú spomenuté v kapitole 2.2.1. Použije sa lokálny súradnicový systém s polárnymi súradnicami r , θ a kladnou osou x orientovanou v smere šírenia trhliny. Počiatok súradnicového systému

je umiestnený v koreni trhliny a je potrebný pre určenie napätosti v telese s trhlinou (obr. 2.1) [4].



Obr. 2.1: Lokálny súradnicový systém (kartézsky a polárny) s počiatkom v koreni trhliny [4]

Na obrázku 2.1 je schematicky ukázaný element blízko koreňa trhliny v elastickom materiáli spolu so zložkami napätia σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} na tomto prvku. Všimnite si, že každá zložka napätia σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} je úmerná jednej konštante, súčiniteľu intenzity napätia K_I (kapitola 2.2.2.2). Ak poznáme túto konštantu, tak zložky napätia na obrázku 2.1 je možné spočítať pomocou rovníc (2.1 až 2.3) [5].

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (2.1)$$

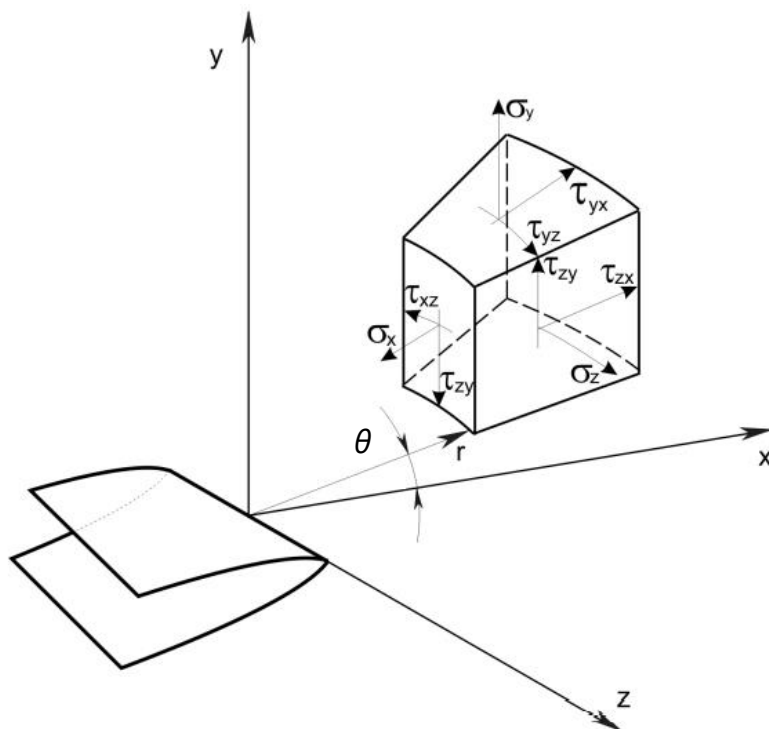
$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (2.2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.3)$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (2.4)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2.5)$$

Existujú aj ďalšie zložky napätia σ_{zz} , τ_{xz} , τ_{yz} v blízkosti koreňa trhliny pre mód I (kapitola 2.2.2.1), pre ktoré platia vzťahy (2.4 a 2.5) a ktoré je možné vidieť spolu s σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} na obrázku 2.2. Zo vzťahov pre zložky napätia (2.1 až 2.5) je možné usúdiť, že len súčiniteľ intenzity napätia K_I určuje veľkosť napätia. Ďalej sa v týchto vzťahoch nachádzajú polárne súradnice r , θ a materiálový parameter ν (Poissonovo číslo). Podobné vzťahy platia aj pre zvyšné dva módy zaťaženia (kapitola 2.2.2.1) – šmyk a strih [6].



Obr. 2.2: Zložky napätia v blízkosti koreňa trhliny s polárnym súradnicovým systémom [3]

Súčiniteľ intenzity napätia K_I kompletne charakterizuje podmienky koreňa trhliny v lineárne elastickom materiáli (kapitola 2.2.2.2). Ak by materiál lokálne zlyhal pri nejakej kritickej kombinácii napätia a deformácie, tak by z toho vyplynulo, že lom musel nastať pri kritickej hodnote intenzity napätia K_{Ic} (kapitola 2.2.2.3). Zlyhanie materiálu teda nastane, keď $K_I = K_{Ic}$, v tomto prípade K_I je hnacou silou trhliny a mierou odolnosti materiálu.

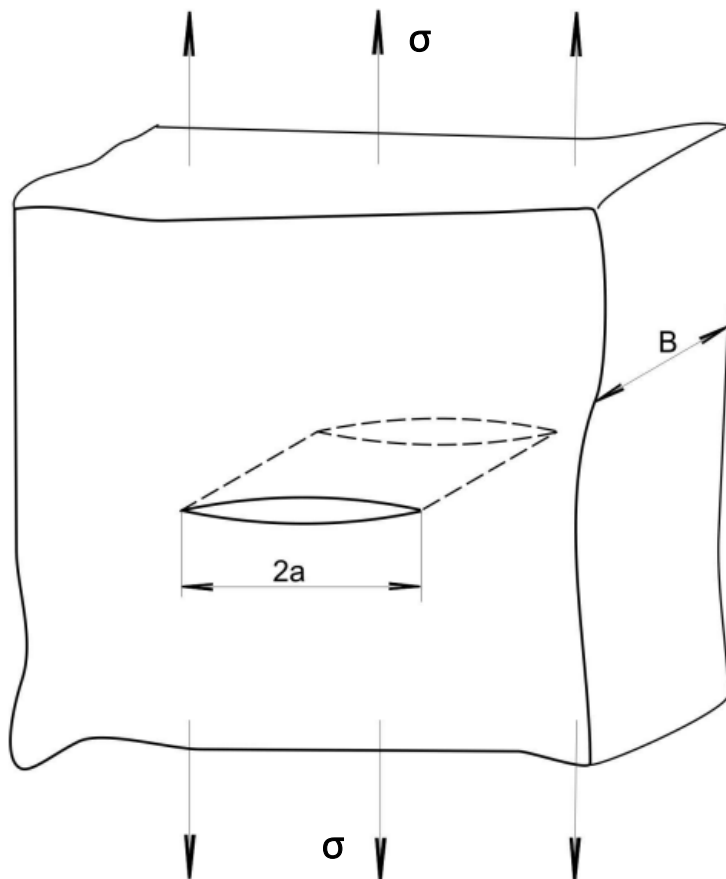
Zo vzťahov pre súčiniteľ intenzity napätia K_I pre uhol θ rovný 0° (2.6) a hnaciu silu trhliny G (2.7) dokážeme vyjadriť vzťah (2.8) medzi dvoma najdôležitejšími veličinami popisujúcimi vlastnosti lineárne elastického materiálu [5]. Z toho vyplýva, že pre lineárne elastické materiály sú parametre zameniteľné a sú v podstate ekvivalentné [6].

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (2.6)$$

$$G = \frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (2.7)$$

$$G = \frac{K_I^2}{E} \quad (2.8)$$

Vzťahy (2.6 a 2.7) predpokladajú nekonečné teleso s trhlinou dĺžky $2a$ namáhané ťahom (obr. 2.3). Okrem hnacej sily trhliny G , ktorá je definovaná ako rýchlosť uvoľnenia deformačnej energie, a súčiniteľa intenzity napätia K_I je možné vo vzťahoch vidieť aj ťahové napätie σ , polovičnú dĺžku trhliny a , Youngov modul pružnosti E [5].



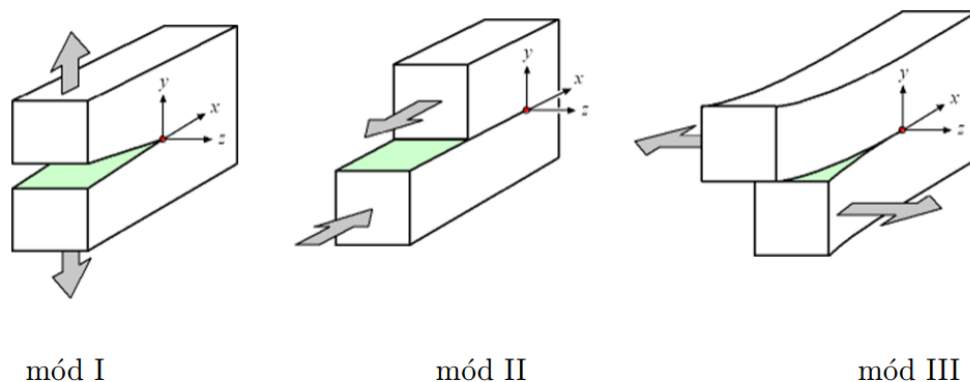
Obr. 2.3: Nekonečné těleso s trhlinou délky $2a$ namáhané tahom [3]

2.2.2.1 Módy zaťaženia telesa s trhlinou

Analýza napätosti v okolí čela trhliny v lineárne elastickom telese umožnila definovať tri módy (spôsoby) zaťaženia telesa s trhlinou (obr. 2.4) [6]. Pri zaťažení telesa s trhlinou sa lomové povrchy trhliny pohybujú vzájomne voči sebe [1]. Existujú tri možné spôsoby (módy) vzájomného pohybu lomových plôch trhliny [4]:

- Múd I – ťahový mód (otvárací):
 - lomové povrchy trhliny sa pohybujú kolmo od roviny trhliny
 - otváranie trhliny
 - ťahové namáhanie skúšobného telesa
- Múd II – rovinný šmykový mód (šmyk):
 - lomové povrchy trhliny sa pohybujú rovnobežne s rovinou trhliny a v smere kolmom k jej čelu
 - šmykové namáhanie skúšobného telesa

- Mód III – antirovinový šmykový mód (strih):
 - lomové povrchy trhliny sa pohybujú rovnobežne s rovinou trhliny a v smere rovnobežnom s jej čelom
 - strihové namáhanie skúšobného telesa



Obr. 2.4: *Módy zaťaženia telesa s trhlinou [7]*

Pre označenie módov sa používajú indexy I, II a III, ale ak sa index neuvedie, tak sa predpokladá mód I (obr. 2.4). Kombináciou týchto troch módov zaťaženia je možné popísať všeobecný prípad pohybu lomových povrchov trhliny [1].

Tieto spôsoby (módy zaťaženia) predstavujú rôzne lokálne deformácie pred čelom trhliny. Pri každej analýze pohybu lomových povrchov trhliny je možné ich premiestnenie popísať ako niektorý z uvedených módov alebo ako ich kombináciu. Podobne i pole napätí v blízkosti koreňa trhliny môže byť definované ako jeden typ poľa napätí alebo ako kombinácia troch základných typov polí napätí [6].

Z hľadiska bežnej technickej praxi sa využíva pri návrhu konštrukcií telesa s trhlinou namáhané ťahom [2]. To znamená, že v technickej praxi sa najčastejšie vyskytuje ťahový mód I, ktorý je pre ňu najdôležitejší [6]. V skutočnosti má väčšina trhlín tendenciu rásť práve pri móde I a preto je pozornosť venovaná hlavne tomuto módu [1].

2.2.2.2 Koncept súčiniteľa intenzity napätia

Súčiniteľ intenzity napätia K je kľúčovým konceptom LM a dokonca na ňom stojí teória LELM [1]. V rámci LM je najrozšírenejším a najviac prepracovaným prístupom. Je používaný nielen pri popise statickej, ale i dynamickej iniciácie vzniku trhliny, teda pri statickom i cyklickom zaťažovaní [4]. Jeho význam spočíva v tom, že vlastnosť materiálov v prípade prítomnosti trhliny môže byť vyjadrená práve pomocou súčiniteľa intenzity napätia K [1].

Je to jedna z najdôležitejších a v súčasnej dobe i najpoužívanejších mechanických veličín popisujúcich stav napätosti v telese s trhlinou. Ide o parameter, ktorý zahrňuje jednak veľkosť a spôsob vonkajšieho zaťaženia, tak i základné charakteristiky geometrie



telesa s trhlinou. Základnou jednotkou součinitele intenzity napětí K je $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$, ale v české a zahraniční literatuře se používají aj jiné jednotky, ako je napr. $\text{MPa}\cdot\text{mm}^{1/2}$ [2].

Základným princípom LM je zistenie, že pole napätí v okolí koreňa trhliny v zaťaženom telese môže byť charakterizované jedným parametrom K . Rôzne zaťažené telesá s trhlinou budú vykazovať v blízkosti koreňa trhliny rôznu hodnotu súčiniteľa intenzity napätia K . Závisí to aj od veľkosti zaťaženia na dané teleso vyjadrené buď napätím σ alebo zaťažovacou silou F .

Pole napätí môže byť určené jedným z troch parametrov súčiniteľa intenzity napätia K_I , K_{II} , K_{III} podľa príslušného módu zaťaženia I, II, III. Samozrejme je možná kombinácia jednotlivých módov zaťaženia a tým pádom aj parametrov K_I , K_{II} , K_{III} [6]. Pre zaťažené teleso s trhlinou je možné vyjadriť formálne vzťahy (2.9 až 2.11) pre jednotlivé parametre súčiniteľa intenzity napätia K_I , K_{II} , K_{III} .

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} f_I(a/W) \quad (2.9)$$

$$K_{II} = \tau\sqrt{\pi a} f_{II}(a/W) \quad (2.10)$$

$$K_{III} = \psi\sqrt{\pi a} f_{III}(a/W) \quad (2.11)$$

Vo vzťahoch (2.9 až 2.11) je možné si všimnúť, že pre mód I sa uvádza normálové napätie σ a pre zvyšné dva módy šmykové napätia τ , ψ v smere príslušných módov zaťaženia [4]. Okrem toho sa dá z týchto vzťahov dedukovať, že súčiniteľ intenzity napätia K závisí na dĺžke trhliny telesa a . Taktiež závisí aj na geometrických parametroch charakterizujúcich tvar a rozmery telesa, kde W je rozmer telesa v smere šírenia trhliny.

Jednotlivé vzťahy (2.9 až 2.11) sú definované aj pomocou tvarovej funkcie $f(a/W)$ pre každý mód samostatne. K určovaniu konkrétnych tvarových funkcií pre danú geometrickú konfiguráciu telesa s trhlinou sa používa celá rada metód [2].

2.2.2.3 Posúdenie stability trhliny

Lineárne elastická lomová mechanika predpokladá, že pre materiál existuje kritická hodnota súčiniteľa intenzity napätia K_C . Táto hodnota definuje kritérium, pri ktorom sa trhlina nebude šíriť, a uvádza sa osobitne pre jednotlivé módy zaťaženia:

- Mód I: $K_I < K_{IC}$
- Mód II: $K_{II} < K_{IIC}$
- Mód III: $K_{III} < K_{IIIC}$

Veličiny K_{IC} , K_{IIC} , K_{IIIC} sú teda materiálové konštanty a charakterizujú mieru odporu materiálu proti šíreniu trhliny. Kritická hodnota súčiniteľa intenzity napätia K_C je známa aj pod názvom lomová húževnatosť. Tento názov sa používa hlavne pre veličinu K_{IC} , o ktorej sa viac hovorilo v kapitole 2.2.2 [4].



2.2.2.4 Metódy určenia súčiniteľa intenzity napätia

Bola vypracovaná celá rada metód na určenie súčiniteľa intenzity napätia K . Tieto metódy berú do úvahy tvar a veľkosť zaťaženého telesa, typ a veľkosť trhliny, jej polohu v telese a veľkosť pôsobiaceho zaťaženia. Nie všetky z nich sú však použiteľné alebo vhodné pre celé spektrum možných typov zadaní. Vo všeobecnosti sú k dispozícii tieto metódy [3]:

- a) Analytické metódy
- b) Numerické metódy
 - o *Priame metódy*
 - o *Energetické metódy*
 - o *Metódy využívajúce špeciálne prvky*
 - o *Superpozičné metódy*
- c) Experimentálne metódy
- d) Inžinierske metódy

ad a) Analytické metódy

Analytické metódy sú historicky najstaršie, avšak ich použiteľnosť je v súčasnosti obmedzená na jednoduchšie prípady, predovšetkým na rovinné úlohy. Zavedenie zjednodušenia umožňuje pretvoriť niektoré priestorové úlohy na rovinné [3]. Používa sa napr. metóda komplexných napäťových potenciálov a metóda konformného zobrazenia [2].

ad b) Numerické metódy

V rámci metód pre určenie súčiniteľa intenzity napätia K v súčasnej dobe jednoznačne prevláda metóda konečných prvkov (MKP). Pri jej použití je potrebné rozlišovať dva základné prístupy [3]:

- *Prístup pre priame metódy a energetické metódy*
 - o postupy nevyžadujúce zásahy do programového systému MKP, kde veľkosť súčiniteľa intenzity napätia K je určená na základe výpočtu formou postprocesoru
 - o postupy je možné použiť v každom prípade bez ohľadu na štruktúru programového systému a všeobecne pre ľubovoľnú numerickú metódu
- *Prístup pre metódy využívajúce špeciálne prvky*
 - o postupy využívajúce špeciálne trhlinové prvky, ktoré modelujú singulárne chovanie napätí v okolí koreňa trhliny tak, ako to vyžaduje teoretické riešenie

- získané výsledky sú všeobecne spoľahlivejšie a nekladú tak veľké nároky na prípravu vstupných údajov

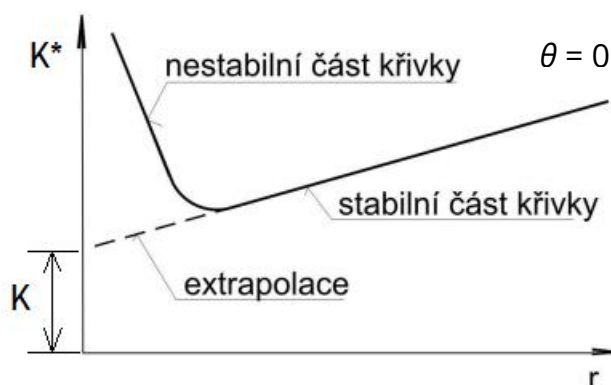
Pri voľbe metódy pre výpočet súčiniteľa intenzity napätia K sa uplatňujú predovšetkým dve hľadiská [3]:

- požadovaná presnosť výsledku a s tým súvisiaca cena výpočtu
- výpočetné možnosti, ktoré sú k dispozícii (príslušné programové vybavenie)

Priame metódy

Súčiniteľ intenzity napätia K sa určí priamo z definície totižto porovnaním výsledkov numerických riešení a analytického vyjadrenia z definičných vzťahov. Predpokladom je, že na základe výpočtu pomocou MKP poznáme rozdelenie napätí alebo posuvov v telese s trhlinou [4]. Súčiniteľ intenzity napätia K sa teda určí buď z posuvov (čo je výhodnejšie a presnejšie) alebo z napätí v okolí koreňa trhliny.

Použitie priamych metód vyžaduje vysokú presnosť výpočtu týchto posuvov alebo napätí. Pri modelovaní väčšiny prvkov z toho vyplýva požiadavka na vytvorenie podstatne jemnejšie siete v okolí koreňa trhliny. Dôsledkom toho potom môže byť zvýšený nárok na prípravu vstupných údajov a na časovo náročnejší výpočet. Zvyčajne sa parameter K stanoví lineárnou extrapoláciou z hodnôt v blízkosti koreňa trhliny (obr. 2.5) [3].



Obr. 2.5: Lineárna extrapolácia pri určení parametra K priamou metódou [3]

Na obrázku 2.5 je zobrazená závislosť medzi lokálnou hodnotou súčiniteľa intenzity napätia K^* a vzdialenosťou od koreňa trhliny r . Veličina K^* závisí aj na voľbe jemnosti siete v okolí koreňa trhlina, ale aj od uhla θ (pre napätie sa zvyčajne volí uhol $\theta = 0$ a pre posuvy $\theta = \pi$) [4].

Energetické metódy

Tieto metódy poskytujú výsledky s vyššou presnosťou a nevyžadujú pritom vytvorenie až tak jemnej siete v okolí koreňa trhliny. Sú založené na vzťahu medzi hnacou silou trhliny G a súčiniteľom intenzity napätia K . Známa je napr. metóda poddajnosti, metóda virtuálnych posuvov a metóda J-integrálu, ktorá je podrobnejšie popísaná v kapitole 3.3.2.2.



Metóda poddajnosti je založená na určení energie napätosti telesa pre dve málo od seba sa líšiace dĺžky trhliny. Prírastok dĺžky trhliny sa zvyčajne rovná dĺžke jedného prvku MKP v smere rastu trhliny. Získané výsledky sú pomerne presné i pri použití hrubšej siete, ale nevýhodou je nutnosť opakovania výpočtu pre novú dĺžku trhliny. Vo všeobecnosti je možné túto metódu použiť pre jej jednoduchosť a spoľahlivosť.

Metóda virtuálnych posuvov alebo tiež známa pod názvom metóda virtuálneho rastu trhliny je obmenou predošlej metódy. V tomto prípade sa ale nemení dĺžka trhliny o veľkosť jedného prvku MKP, ale posunie sa uzlový bod v koreni trhliny o veľkosť $da < a$, kde a je dĺžka trhliny. Pri tomto postupe sa mení tuhosť len u prvkov v blízkosti koreňa trhliny, z čoho vyplýva, že na stanovenie zmeny energie napätosti telesa s trhlinou postačí jediný výpočet. Túto metódu je možné použiť pri riešení zložitých priestorových úloh s veľkým počtom neznámych [3].

Metódy využívajúce špeciálne prvky

Metódy využívajúce špeciálne trhlinové prvky boli navrhnuté s cieľom znížiť časovo náročnú prácu spojenú hlavne s prípravou vstupných údajov pre výpočet súčiniteľa intenzity napätia K . Použitím týchto prvkov sa do istej miery podarilo eliminovať nutnosť používania jemnej siete v okolí koreňa trhliny. To malo za následok, že sa uľahčil a spresnil výpočet súčiniteľa intenzity napätia K . K najpožívanejším metódam patria metóda posunutých stredových uzlov, o ktorej sa bude hovoriť viac v kapitole 3.3.2.1, a metóda využívajúca hybridné trhlinové prvky [7].

Superpozičné metódy

U týchto metód je analytické riešenie kombinované s riešením MKP tak, aby boli splnené všetky okrajové podmienky [3].

ad c) Experimentálne metódy

Experimentálne metódy sú popri numerickým metódam ďalším vhodným nástrojom pre určenie súčiniteľa intenzity napätia K u zložitejších konštrukcií s trhlinami. U týchto konštrukcií je možné určiť hnaciu silu trhliny G a teda aj súčiniteľ intenzity napätia K meraním ich poddajnosti a taktiež ďalšími meraniami [3]. Využívajú sa hlavne metódy fotoelasticimetrie a holografickej interferometrie [7].

ad d) Inžinierske metódy

S presnosťou vyhovujúcou inžinierskym úlohám určujú súčiniteľ intenzity napätia K pomocou empirických vzorcov alebo tabuliek zostavených na základe predošlých metód [3].



2.2.3 Kritéria pre šírenie trhliny

Z praktického hľadiska nás najviac zaujíma, kedy trhlina vôbec vznikne a pri akom zaťažení bude trhlina rásť. Samotná existencia trhliny zvyšuje poddajnosť materiálu, resp. celej konštrukcie, ale rast trhliny môže viesť k vyčerpaniu únosnosti a ku zrúteniu konštrukcie.

Preto vznikli kritéria (teórie), pomocou ktorých je možné určiť, či sa trhlina vôbec začne šíriť, a ak áno, tak v akom smere bude jej šírenie prebiehať. Takéto teórie nemôžu byť založené na maximálnej hodnote napätia, pretože to má v blízkosti koreňa trhliny vždy nekonečne veľkú hodnotu nezávislú na veľkosti pôsobiaceho zaťaženia (podľa konceptu LELM) [8]. Aby bolo možné použiť prístup LM pri posúdení telesa s trhlinou, musia byť splnené už skôr spomenuté kritéria LM [6].

2.2.3.1 Griffithova teória

Griffith sa zaoberal lomovým správaním veľmi krehkého materiálu – skla. Prišiel na to, že pri pokojovej teplote závislosť medzi napätím a deformáciou tohto veľmi krehkého materiálu (skla) je lineárna až po dosiahnutí lomu. Vo všeobecnosti teoretická hodnota pevnosti skla je asi desatina hodnoty Youngovho modulu pružnosti ($E/10$). V prípade prítomnosti malých trhlín dochádza k porušeniu skla pri napätí asi o jednu radu nižšie v porovnaní s teoretickou hodnotou pevnosti skla. Griffithova teória dokázala vysvetliť príčinu tohto javu a stala sa základom LM.

Griffithova teória je postavená na platnosti zákona zachovania energie. Uvažuje dva typy energií, deformačnú a povrchovú. Deformačná energia je spojená s akumulovaním elastickej energie v objeme zaťaženého telesa a povrchová energia je spojená s vytváraním nových lomových plôch. Rozdiel medzi elasticou energiou akumulovanou telesom s trhlinou a bez trhliny použil Griffith pri vypracovaní teórie krehkého lomu.

Dokázal, že pri vzniku trhliny v telese nenastáva len pokles akumulovanej elastickej energie, ale taktiež je potrebné zvážiť energetickú bilanciu. To znamená vytvorenie nových lomových plôch vzniknutej trhliny po absorbovaní nutnej povrchovej energie. Okamžik vzniku lomu nastane práve vtedy, keď rýchlosť uvoľnenej akumulovanej elastickej energie sa bude rovnať rýchlosti absorbovanej energie nutnej pre vznik nových lomových plôch. Toto konštatovanie vyjadril pomocou vzťahu (2.12).

$$\frac{2\pi a\sigma^2}{E} = 4\gamma_s \quad (2.12)$$

Vo vzťahu (2.12), kde a je polovičná dĺžka trhliny, E Youngov modul pružnosti, je možné si všimnúť novú veličinu γ_s , čo je materiálová charakteristika. Táto nová veličina γ_s je známa aj ako povrchová energia jednotkovej plochy (energia na jednotku plochy). Po úprave vzťahu (2.12) je možné dôjsť k novému vzťahu (2.13), kde sa nachádza σ_c , čo je kritické napätie pri ktorom sa začne prítomná trhlina šíriť.



$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}} \quad (2.13)$$

Je potrebné poznamenať, že pri napätí menšom ako napätie σ_c sa trhlina šíriť nebude, pretože elastická energia, ktorá by sa uvoľnila v okamžiku vzniku trhliny, je menšia ako povrchová energia potrebná pre vznik nových lomových plôch. Vzťah pre kritické napätie σ_c (2.13) platí len pre ideálne krehké materiály, ale Griffithovi sa podarilo získať dobrú zhodu medzi kritickým napätím σ_c a experimentálne zistenou pevnosťou skla [6].

2.2.3.2 Irwinova teória

Teória krehkého lomu navrhnutá Griffithom a rozpracovaná aj ďalšími autormi je z fyzikálneho hľadiska precízna, ale z hľadiska použitia v technickej praxi nie je jednoduchá. Bolo potrebné upraviť Griffithov model tak, aby bol použiteľný pre riešenie technických problémov, čo sa v roku 1956 podarilo Irwinovi.

Problémom tej doby bolo vyjadrenie hnacej sily trhliny G v zaťaženom telese s trhlinou. Irwin využil analytické vyjadrenie napätosti v okolí koreňa trhliny a tak vyriešil problém s vyjadrením hnacej sily trhliny G . Tým položil základy LELM a definoval veličinu G ako rýchlosť uvoľnenia deformačnej energie.

Irwinova teória dáva do relácie veľkosť a rozdelenie napätia v okolí koreňa trhliny na jednej strane a na strane druhej nominálne napätie, veľkosť, tvar a orientáciu trhliny v zaťaženom telese [6].

2.2.4 Smer šírenia trhliny

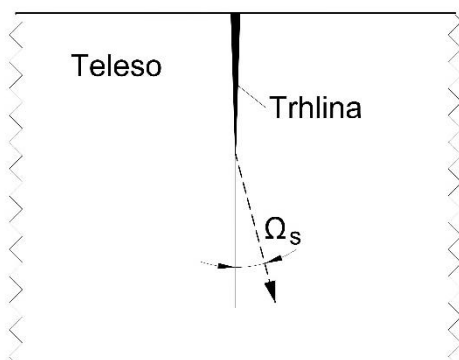
Pri popise šírenia trhliny je potrebné mať na mysli otázku, za akých podmienok začne trhlina vôbec rásť a v akom smere sa bude šíriť ďalej [8]. Vychádzame z predpokladu, že v telese sa nachádza počiatočná trhlina, ktorá pri pôsobení jednotlivých módov zaťaženia má tendenciu sa šíriť v rovine počiatočnej trhliny [1].

V praxi sa ale vo väčšine prípadov nenachádzajú jednotlivé módy samostatne, ale veľmi často sa vyskytujú vo svojich kombináciách. Známe sú kombinácie módov I a II, I a III alebo kombinácia všetkých troch módov. Určenie cesty akou bude trhlina pokračovať ďalej je potom komplikovanejšie než je to v prípade samostatných módov [3].

Aj napriek tomu, že sa jedná o jednu z kľúčových otázok LM, v súčasnej dobe na ňu nie je úplne jednoznačná odpoveď [8]. Bola navrhnutá rada kritérií, podľa ktorých je možné určiť smer šírenia trhliny, ale všeobecný prístup žiaľ neexistuje [3]. Niektoré z týchto kritérií majú solídny teoretický základ a iné skôr pôsobia ako empirické odhady [8].

2.2.4.1 Kritérium maximálneho tangenciálneho napätia

Jedným z najznámejších kritérií, ktoré sa v poslednej dobe najviac používa je kritérium maximálneho tangenciálneho napätia (MTS kritérium). V porovnaní s ostatnými kritériami je jeho prednosťou jednoduchosť a taktiež skutočnosť, že jeho platnosť potvrdila rada experimentov [5]. Podľa toho kritéria sa trhlina bude šíriť v smere pod daným uhlom Ω_s (obr. 2.6), v ktorom je hodnota tangenciálneho napätia $\sigma_{\theta\theta}$ maximálna.



Obr. 2.6: Smer šírenia trhliny pod uhlom Ω_s

Pre uhol smeru šírenia trhliny Ω_s je možné napísať všeobecný predpis (2.14), kde K_I a K_{II} sú súčinitele intenzity napätia pre príslušné módy zaťaženia.

$$\Omega_s = \Omega_s(K_I, K_{II}) \quad (2.14)$$

Vzťah pre uhol smeru šírenia trhliny Ω_s pri kombinovanom móde zaťaženia I a II je možné vyjadriť pomocou vzťahu (2.15) [9]. Je nemožné si nevšimnúť, že vzťahy uvažujú len spomínaný kombinovaný mód, ale to je práve ten prípad, ktorému sa budeme venovať v ďalších kapitolách.

$$\Omega_s = \arccos\left(\frac{3K_{II}^2 + K_I\sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2}\right) \quad (2.15)$$

2.2.5 Viacparametrová lomová mechanika

Doposiaľ sme popisovali stav napätosti v okolí koreňa trhliny pomocou jediného parametra K , súčiniteľa intenzity napätia [6]. Jednalo sa o jednoparametrovú lomovú mechaniku, avšak existuje aj komplexnejší koncept LM pre popis napätosti v okolí koreňa trhliny, a to viacparametrová lomová mechanika.

V rámci teórie viacparametrovej lomovej mechaniky pracujeme s Williamsovým riešením pre pole napätí a posuvov v telese s trhlinou, ktoré je možné vyjadriť pomocou nekonečnej rady, o ktorej sme sa dozvedeli už v kapitole 2.2.2. Williamsovo riešenie



rozširuje rozsah uvažovaných členov rady z jedného resp. dvoch na ľubovoľný konečný počet členov rady [4].

Prvý člen rady súvisí so súčiniteľom intenzity napätia K a dominuje v poli napätí, jedná sa o singulárny člen [1]. Druhý (konštantný) člen rady dostatočne presne popisuje vplyv viacosej napätosti v okolí koreňa trhliny a spája sa s ním parameter T -napätie. Pomocou T -napätia sa popisuje miera stiesnenosti (constraint) pred koreňom trhliny, teda odolnosť proti vzniku plastickej deformácie. Súčiniteľ intenzity napätia K a T -napätie definujú dvojparametrovú lomovú mechaniku, ktorej základným cieľom je vysvetliť a popísať vplyv geometrie telies na správanie sa trhlín. Pritom sa vychádza z predpokladu, že správanie sa trhliny v telese môže závisieť na viacosej napätosti v okolí koreňa trhliny [4].

Ďalšie členy, tak ako aj konštantný člen, sú už nesingulárne a sú prípady, kedy nie je potrebné, aby sa jednotlivé členy vo Williamsovom rozvoji nachádzali [1]. Koeficienty prvých členov Williamsovho rozvoja sa môžu určiť napr. numerickou metódou známou aj pod názvom Over-Deterministic Method (ODM).

Koncept viacparametrovej lomovej mechaniky sa začína v posledných rokoch oveľa viac používať v lomových analýzach. Dôvodom je potreba popísať dostatočne presne pole napätí a posuvov v telese s trhlinou i vo vzdialenejšom okolí od koreňa trhliny. Počet uvažovaných členov rady sa líši v závislosti na typu prevedenej analýzy. Možné je nájsť analýzu s tromi, piatimi či viacerými členmi Williamsovho rozvoja [4].



3 Modelovanie v programe Ansys

V dnešnej dobe sú simulačné programy neoddeliteľnou súčasťou experimentálnych meraní a skúšok. Vďaka svojej komplexnosti vedia pracovať s veľkým množstvom dát. Pri experimentálnych skúškach je možné pracovať len s pár vzorkami. V prípade potreby je však možné zvyšok vzorkov namodelovať vo výpočtových programoch. Výpočtová technika sa v posledných dvadsiatich rokoch vyvíjala veľmi rýchlo a vznikla tak celá rada simulačných programov ako sú napr. SCIA Engineering, RFEM alebo Ansys.

Výpočtový program Ansys pre riešenie lineárnych či nelineárnych úloh statiky a dynamiky konštrukcií je asi najkomplexnejším výpočtovým systémom. Program Ansys Mechanical APDL je vybavený širokou škálou možností modelovania od jednoduchých 2D modelov až po veľmi prepracované a komplikované 3D modely. Tento výpočtový program tak ako aj vyššie spomínané simulačné programy pracujú na princípe metódy konečných prvkov (MKP).

Princíp MKP spočíva v rozložení veľkého systému na menšie jednoduchšie časti, ktoré sa nazývajú konečné prvky. Jednoduché rovnice, ktorými sú popísané tieto konečné prvky, sa potom spoja do väčšieho systému rovníc, pomocou ktorého sa popíše celý problém. MKP je najčastejšie používanou metódou pri riešení inžinierskych problémov a matematických modelov [10].

3.1 Numerický model

Hlavnou úlohou tejto bakalárskej práce bolo vytvorenie numerického 2D modelu pre zadanú geometrickú konfiguráciu telesa s trhlinou v programe Ansys Mechanical APDL.

Pred samotným modelovaním v tomto výpočtovom programe je potrebné si určiť geometrické a materiálové parametre, okrajové podmienky a stanovené namáhanie telesa s trhlinou.

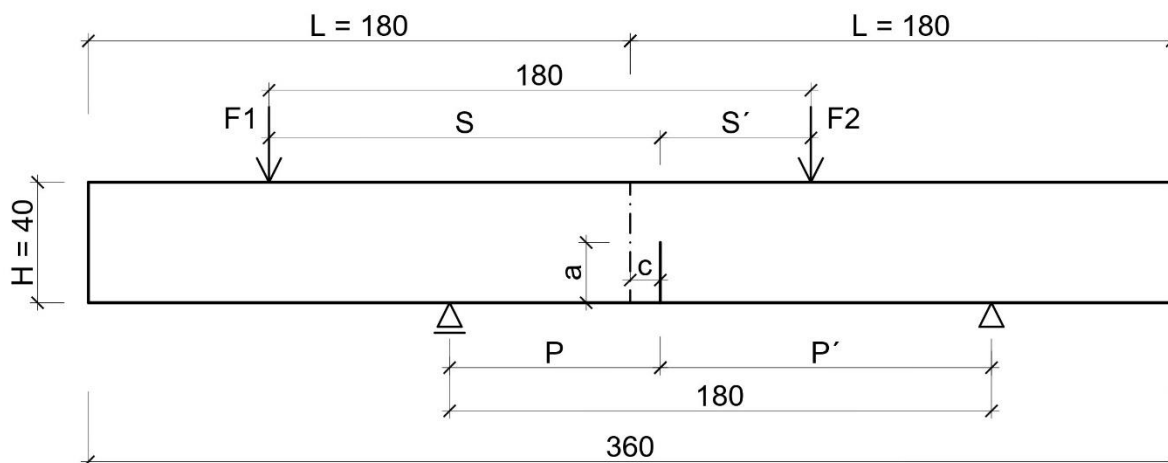
3.1.1 Geometrické parametre

Každé teleso tak ako aj zadané teleso s trhlinou je trojrozmerné, to znamená že okrem dĺžky a šírky telesa má aj svoju hrúbku $B = 40$ mm. Na danej hrúbke telesa B sa uvažovalo s dvoma líniovým zaťažzeniami F_1 a F_2 , ktorých súčtom je líniové zaťaženie $F = 2500$ N/mm.

Zadanú 3D úlohu sme transformovali na 2D úlohu a celý problém sme si tak zjednodušili tým, že sme pracovali v rovine namiesto priestoru. Pôvodná hrúbka telesa B sa tak transformovala na novú hrúbku telesa $B = 1$ mm, ktorá nemala na danú úlohu už vplyv. Tým pádom má úloha riešenie v rovinatej deformácii a rieši problém uprostred hrubého telesa. Z líniových zaťažení F_1 a F_2 , ktorých hodnoty sa prenásobili pôvodnou hrúbkou $B = 40$ mm, sa tak stali osamelé sily. Po sčítaní hodnôt týchto síl a prevedení zo

základných jednotiek N na kN sme tak dostali celkovú silu $F = 100$ kN. Celú dobu sme potom pracovali s jednotkami MPa, kN, mm a s prevodmi medzi týmito jednotkami.

Zvyšné dva rozmery telesa, šírku telesa $H = 40$ mm a dĺžku telesa s hodnotou 360 mm je možné vidieť na obrázku 3.1, na ktorom je možné si všimnúť aj parameter $L = 180$ mm, ktorý definuje polovičnú dĺžku telesa. Schému telesa s trhlinou (obr. 3.1), kde sú zobrazené aj zvyšné parametre v milimetroch, som kvôli lepšiemu vnímaniu bakalárskej práce pootočil o 90° z vertikálnej polohy na horizontálnu.



Obr. 3.1: Schéma telesa s trhlinou so zadanou geometriou a okrajovými podmienkami

Samozrejme nemôžeme zabudnúť na dĺžku trhliny telesa a , ktorá sa postupne zväčšuje po $2 \text{ mm} < 2 \div 32 >$. Okrem toho nás bude zaujímať aj tvarová funkcia $f(a/H)$ a konkrétne pomer a/H , ktorý sa zväčšuje po 0,05 hodnotách $< 0,05 \div 0,8 >$.

Jeden z posledných parametrov, ktorý nás bude zaujímať je excentricita c , ktorá definuje vzdialenosť trhliny od osi telesa. Hodnoty excentricity c sú priamo úmerné k hodnotám parametrov P a S . Parameter c nadobúdala hodnoty 10, 20, 30, 40 a 50 mm, okrem toho bola najprv stanovená hodnota tohto parametra na 1 a 4 mm.

Parameter P definuje vzdialenosť posuvnej podpory od roviny trhliny a spolu s parametrom P' , ktorý je doplnkom k tomuto parametru, určuje vzdialenosť 180 mm medzi podporami. Hodnota parametra P bola najprv zvolená na 61, 64 mm a postupne sa zväčšovala po 10 mm na hodnoty 70, 80, 90, 100 a 110 mm.

Parameter S definuje vzdialenosť osamelej sily F_1 od roviny trhliny a taktiež so svojim doplnkom, parametrom S' určuje vzdialenosť 180 mm medzi osamelými silami. Taktiež ako parameter P sa zväčšuje po 10 mm a dosahuje hodnoty 130, 140, 150, 160 a 170 mm, pričom ešte pred tým je jeho veľkosť 121 mm a 124 mm.

3.1.2 Materiálové parametre

Vlastnosti materiálu telesa s trhlinou vychádzajú z predpokladov LELM, o ktorých sa viac hovorilo v kapitole 2.2.1. Tým pádom uvažujeme materiál, ktorý je homogénny izotropný a jeho chovanie je lineárne elastické.

Materiálové charakteristiky boli zvolené tak, aby odpovedali vysokopevnostnému betónu C 70/85, pre ktorý platí Youngov modul pružnosti $E = 40 \text{ GPa}$ (40 000 MPa) a Poissonov súčiniteľ $\nu = 0,2$.

3.1.3 Okrajové podmienky

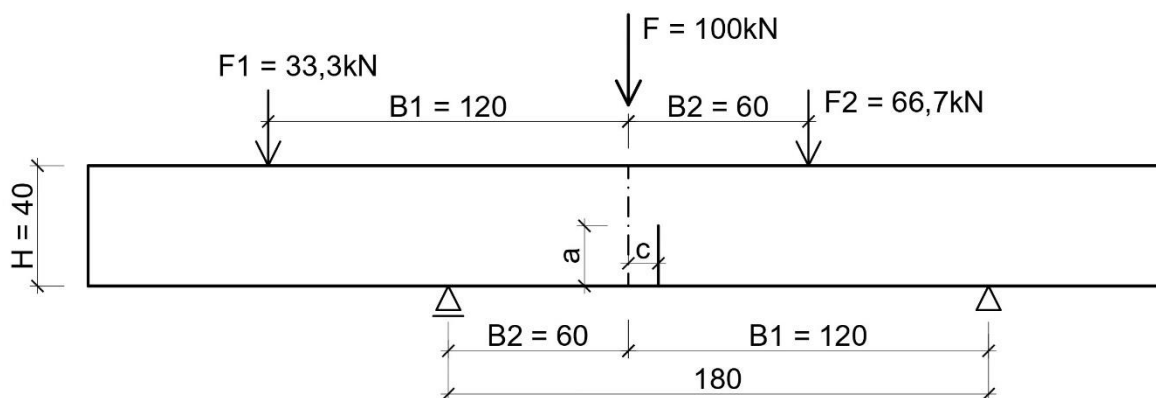
Z hľadiska stavebnej mechaniky sa jedná o staticky určitú konštrukciu, prostý nosník s voľnými koncami, ktorý je podopretý pevnou podporou a posuvnou podporou, čo je možné vidieť na obrázku 3.1.

Zvolené okrajové podmienky prirodzene ovplyvňujú stav napätosti v okolí koreňa trhliny. Pri iných okrajových podmienkach by sme samozrejme, že dostali iné parametre LM ako napr. súčiniteľ intenzity napätia K .

3.1.4 Stanovené namáhanie

Teleso s trhlinou je namáhané dvomi osamelými silami $F_1 = 33,3 \text{ kN}$ a $F_2 = 66,7 \text{ kN}$, ktorých súčtom hodnôt je veľkosť celkovej sily $F = 100 \text{ kN}$, o čom sme sa už zmienili v kapitole 3.1.1. Celková sila F , ktorá pôsobí v rovine trhliny, tak ako aj osamelé sily F_1 a F_2 sú vykreslené na obrázku 3.2.

Veľkosť síl F_1 a F_2 závisí na ich vzdialenosti od osi telesa, čo mu odpovedajú parametre $B_1 = 120 \text{ mm}$ a $B_2 = 60 \text{ mm}$ (obr. 3.2). Vynásobením jednotlivých hodnôt síl F_1 , F_2 a príslušných vzdialeností k týmto silám B_1 , B_2 získame momenty M_1 a M_2 . Veľkosti týchto momentov sú rovnaké, akurát majú opačné znamienko. Po sčítaní týchto momentov dostaneme celkový moment M , ktorý je nulový, a tým dokážeme, že platí momentová veta.



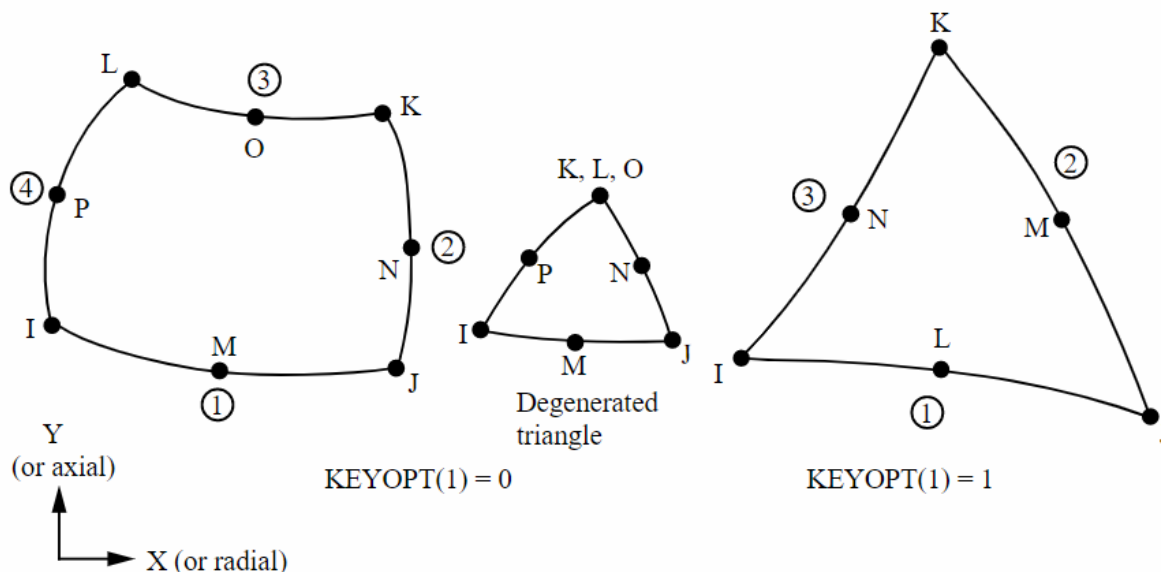
Obr. 3.2: Schéma telesa s trhlinou namáhaného asymetrickým štvorbodovým ohybom

V popise obrázku 3.2 ste si mohli všimnúť názov namáhania telesa s trhlinou, ktorý sme v predošlých dvoch odstavcoch opísali. Jedná sa o jeden z najrozšírenejších spôsobov namáhania totižto o asymetrický štvorbodový ohyb, ktorý spôsobuje kombinovaný mód zaťaženia I a II [11]. Veľkosť vplyvu zaťažovacích módov I a II na kombinovaný mód sa mení v závislosti na excentricite c od osi telesa [12].

O kombinovanom móde zaťaženia I a II sme sa dozvedeli už v kapitole 2.2.4.1, kde sme sa stretli s MTS kritériom pre určenie smeru šírenia trhliny. V nasledujúcich kapitolách budeme s kombinovaným módom uvažovať a zisťovať parametre súčiniteľa intenzity napätia K_I a K_{II} .

3.2 Numerické modelovanie

Numerický model bol vytvorený pomocou elementu konečných prvkov PLANE183 (obr. 3.3) v zadanej úlohe pre rovinnú deformáciu. Jedná sa o 6 alebo 8 uzlový prvok, ktorý má dva stupne voľnosti a to posuny v smere osy x a y , preto sa používa pri modelovaní rovinných úloh. Jednotlivé uzly sa nachádzajú vo vrcholoch a taktiež po jednom uzli na každej strane trojuholníka alebo štvoruholníka, čo je možné si všimnúť na obrázku 3.3.



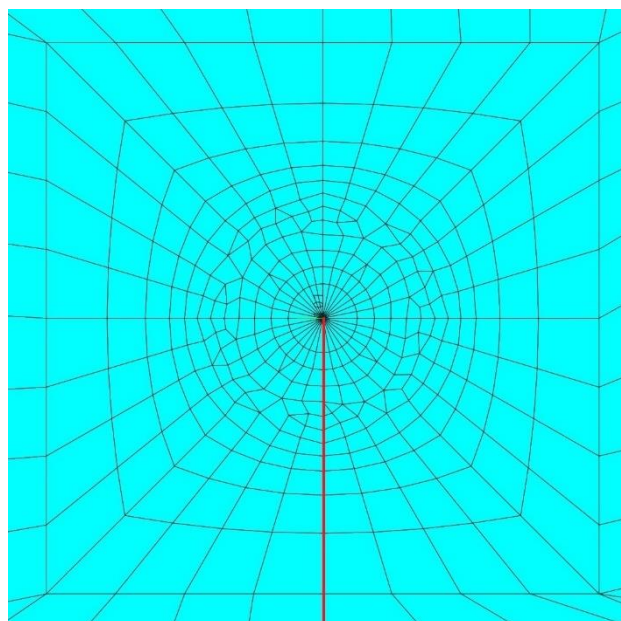
Obr. 3.3: Element konečných prvkov PLANE183 [13]

Prvok PLANE183 je vhodný na vytváranie nepravidelnej siete konečných prvkov [13]. V okolí koreňa trhliny bola vytvorená jemnejšia sieť (obr. 3.4) z dôvodu získania presnejších výsledkov pri analýze napätosti v tomto okolí. So zväčšujúcou sa vzdialenosťou od koreňa trhliny sa zväčšovala aj veľkosť prvkov.

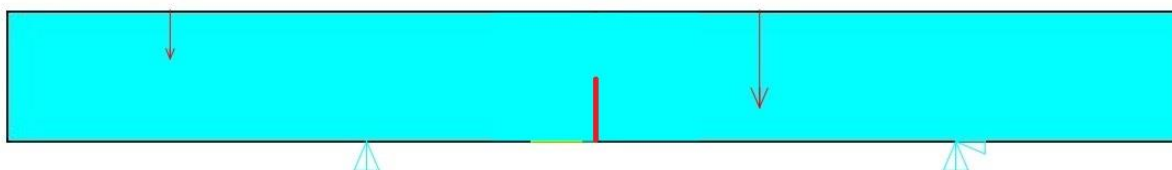
Počiatok súradnicového systému bol kvôli modelovaniu telesa s trhlinou najprv zadaný na kraj trhliny, ale kvôli výpočtu súčiniteľa intenzity napätia K sa presunul do koreňa trhliny. Model telesa s trhlinou bol vytvorený pomocou kľúčových bodov, ktoré sa spájali líniami a tie tvorili uzavreté dielčie plochy, tým sa vytvorila rovina telesa. Trhlina



bola modelovaná ako líniová bez okrajových podmienok a začínala rásť na dlhšej podporetej strane telesa v smere osi x . Nasledujúce obrázky 3.4 a 3.5 som opäť kvôli lepšiemu vnímaniu bakalárskej práce pootočil o 90° z vertikálnej polohy na horizontálnu.



Obr. 3.4: Modelovanie jemnejšie siete v okolí koreňa trhliny (trhlina je červená)



Obr. 3.5: Model telesa s trhlinou v programe Ansys Mechanical APDL (trhlina je červená)

3.3 Použité metódy určenia parametra K

S metódami určenia parametra K sme sa stretli už v kapitole 2.2.2.4, ale ich uplatneniu v programe Ansys Mechanical APDL sme sa ešte nevenovali. V tejto kapitole si podrobnejšie popíšeme tri z týchto metód, ktoré je možné použiť pri riešení zadaného problému.

Konkrétne sa budeme venovať trom metódam, a to metóde posunutých stredových uzlov, J -integrálu a metóde interakčného integrálu, vďaka ktorým je možné numericky určiť parameter K . Okrem toho si empiricky stanovíme hodnoty súčiniteľa intenzity napätia K pomocou tvarovej funkcie $f(a/W)$.

3.3.1 Empirické stanovenie K

V kapitole 2.2.2.2 sme si už povedali ako je možné vypočítať súčiniteľ intenzity napätia K a taktiež sme si povedali, že tento výpočet závisí od tvarovej funkcie $f(a/W)$, pre ktorú vznikla rada empirických vzťahov. Pre našu úlohu telesa s trhlinou namáhaného asymetrickým štvorbodovým ohybom v kombinovanom móde zaťaženia I a II sme vychádzali z dvoch článkov, ktoré sa touto problematikou zaoberali [11], [12].

Oba články [11] aj [12] udávajú rovnaké vzťahy (3.1) a (3.2) pre tvarové funkcie $f(a/W)$ k príslušným módom zaťaženia I a II. V našom prípade sa ako rozmer telesa, v ktorom sa bude šíriť trhlina W , použije šírka telesa H .

$$f_I\left(\frac{a}{H}\right) = 1,122 - 1,121\left(\frac{a}{H}\right) + 3,740\left(\frac{a}{H}\right)^2 + 3,873\left(\frac{a}{H}\right)^3 - 19,05\left(\frac{a}{H}\right)^4 + 22,55\left(\frac{a}{H}\right)^5 \quad (3.1)$$

$$f_{II}\left(\frac{a}{H}\right) = 7,264 - 9,370\left(\frac{a}{H}\right) + 2,740\left(\frac{a}{H}\right)^2 + 1,870\left(\frac{a}{H}\right)^3 - 1,040\left(\frac{a}{H}\right)^4 \quad (3.2)$$

Platnosť vzťahov (3.1) a (3.2) pre rôznu dĺžku trhliny a je podľa článku [12] podmienená pomerom a/H . Konkrétne pre tvarovú funkciu $f_I(a/H)$ platí, že pomer a/H môže nadobúdať hodnotu len z intervalu $< 0 \div 0,7 >$. Pre tvarovú funkciu $f_{II}(a/H)$ je tento interval širší a pomer a/H môže nadobúdať hodnotu z intervalu $< 0 \div 1 >$.

Pred samotným definovaním vzťahov pre parametre súčiniteľa intenzity napätia K_I a K_{II} je potrebné určiť vzťahy pre napätia σ (3.3), τ (3.4) a silu Q (3.5). O napätiach σ a τ hovorí článok [12], pričom vzťah pre K_I je spojený s napätím σ a pre K_{II} je to napätie τ . Sila Q sa vyskytuje v článku [11] a je spojená oboma parametrami K_I aj K_{II} .

$$\sigma = \frac{B_1 - B_2}{B_1 + B_2} \left(\frac{6cF}{H^2} \right) \quad (3.3)$$

$$\tau = \frac{B_1 - B_2}{B_1 + B_2} \left(\frac{F}{H} \right) \quad (3.4)$$

$$Q = F \frac{B_1 - B_2}{B_1 + B_2} \quad (3.5)$$

Vo vzťahoch (3.3) až (3.5) sa nachádzajú veličiny B_1 , B_2 , F a c , ktoré boli definované v kapitole 3.1.4 a sú znázornené na obrázku 3.2. Práve vyjadrené vzťahy pre dané veličiny σ , τ a Q sú len menšou pomôckou pri vyjadrení samotných rovníc pre parametre K_I a K_{II} . Vo všeobecnosti by bolo možné sa bez nich zaoberať pri definovaní vzťahov pre K_I a K_{II} , ale tým by bol daný problém mierne zložitejší.

Za pomoci vzťahov (3.3) až (3.5) je teda možné vyjadriť rovnice (3.6) až (3.9) pre parametre súčiniteľa intenzity napätie K_I a K_{II} , avšak opäť sa v jednotlivých článkoch definujú tieto rovnice odlišne. Prvé dva vzťahy pre parametre K_I (3.6) a K_{II} (3.7) sa nachádzajú v článku [12] a ďalšie dva vzťahy pre K_I (3.8) a K_{II} (3.9) je možné nájsť v článku [11].

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} f_I \left(\frac{a}{H} \right) \quad (3.6)$$

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi a} f_{II} \left(\frac{a}{H} \right) \quad (3.7)$$

$$K_I = \frac{6cQ}{H^2} \sqrt{\pi a} f_I \left(\frac{a}{H} \right) \quad (3.8)$$

$$K_{II} = \frac{Q \sqrt{\left(\frac{a}{H}\right)^3}}{\sqrt{H \left(1 - \frac{a}{H}\right)}} f_{II} \left(\frac{a}{H} \right) \quad (3.9)$$

Platnosť vzťahov pre parametre K_I a K_{II} (3.6) až (3.8) v uvádzaných článkoch nie je žiadnym spôsobom podmienená, čo sa ale nedá povedať o vzťahu pre parameter K_{II} (3.9), pre ktorý platí podmienka (3.10).

$$(B_1 - c) \geq 1,4H \quad (3.10)$$

Hodnoty veličín B_1 , c a H v podmienke (3.10) poznáme už z predošlých kapitol 3.1.1 a 3.1.4. Po ich správnom dosadení zistíme, že pre platnosť podmienky, môže excentricita nadobúdať hodnoty 0 až 4 mm. To je dôvodom prečo boli zvolené hodnoty excentricity c ako 1 a 4 mm. Samozrejme tejto excentricite c odpovedajú hodnoty parametrov P a S , ktorých veľkosti sú 61, 64 mm pre parameter P a 121, 124 mm pre parameter S . V kapitole 4.1.1 porovnáme výsledky získané pomocou empirického vzťahu (3.9) s numerickým stanovením hodnoty parametra K_{II} .

3.3.2 Numerické stanovenie K

Metóda posunutých stredových uzlov a metóda interakčného integrálu, ktorá je podobná J-integrálu, sa uplatňujú pri počítaní v simulačnom programe Ansys Mechanical APDL. Spolu s metódou J-integrálu sú numerickými metódami založenými na MKP, akurát sa odlišujú v postupe určenia parametra K (kapitola 2.2.2.4).

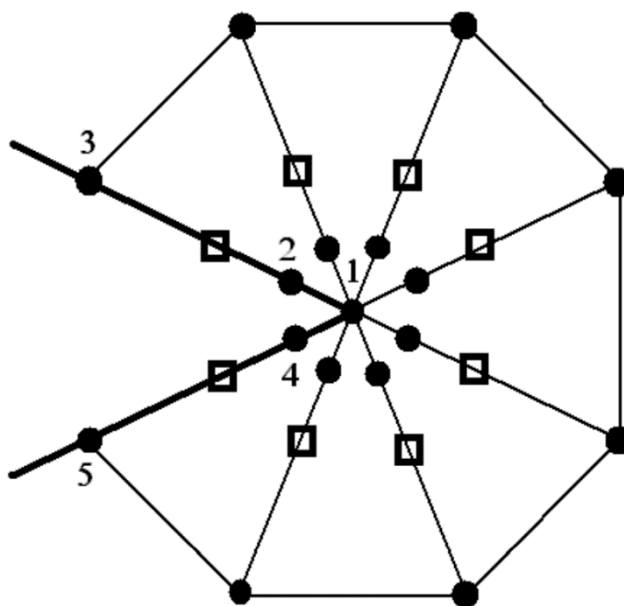
Metóda posunutých stredových uzlov sa spája s príkazom KCALC a na metóde interakčného integrálu je založený príkaz CINT. Oba tieto príkazy je možné definovať v programe Ansys Mechanical APDL, v ktorom sa používajú na stanovenie parametrov lomovej mechaniky [14], [15].

3.3.2.1 Metóda posunutých stredových uzlov

Táto metóda využíva špeciálne trhlinové prvky a je postavená na myšlienke, že prvky s nerovnomerným rozdelením uzlových bodov na hranici môžu simulovať singulárne správanie napätí v okolí koreňa trhliny. To má za následok, že sa výpočet súčiniteľa intenzity napätia K zjednoduší a spresní bez nutnosti použitia jemnejšej siete.

Veľkosť prvkov s posunutými stredovými uzlami sa volí v rozpätí $1/5$ až $1/20$ dĺžky trhliny a . Výhodou tejto metódy je možnosť stanovenia parametra K pre jednotlivé módy zaťaženia telesa s trhlinou. Na druhú stranu je aplikácia tejto metódy podmienená úpravou geometrie siete konečných prvkov. Avšak výsledky, ktoré vďaka tejto metóde dostaneme, sú dostatočne spoľahlivé [3].

Ako sme sa dozvedeli už v kapitole 3.3.2, tak pre túto metódu je charakteristický príkaz KCALC [14], ktorý využíva práve tieto trhlinové prvky spolu s posunutými stredovými uzlami. Singulárny charakter napätí je riešený posunutím stredových uzlových bodov do vzdialenosti odpovedajúcej $1/4$ dĺžky hrany prvku od koreňa trhliny (obr. 3.6).



Obr. 3.6: Definovanie cesty pomocou bodov 1 až 5 pre príkaz KCALC [7]

Na obrázku 3.6 sú vykreslené pôvodné stredové uzly v podobe štvorčiekov a plné krúžky napravo od nich, ktoré zachycujú posun týchto uzlov. S príkazom KCALC sa viaže aj vyobrazenie cesty zlozenej z bodov 1 až 5, na ktorých sa merajú posuny. Bod 1 označuje koreň trhliny, body 2 a 4 posunuté stredové uzly, body 3 a 5 krajné uzly. Pri symetrickej úlohe postačia na určenie súčiniteľa intenzity napätia K body 1 až 3. V našom prípade sa ale jedná o asymetrickú úlohu a preto sú potrebné body 1 až 5. Úlohu si tým pádom nemôžeme zjednodušiť tým, že by sme vykreslili symetrickú polovicu modelu, ale naopak je potrebné nasimulovať celý model [7].

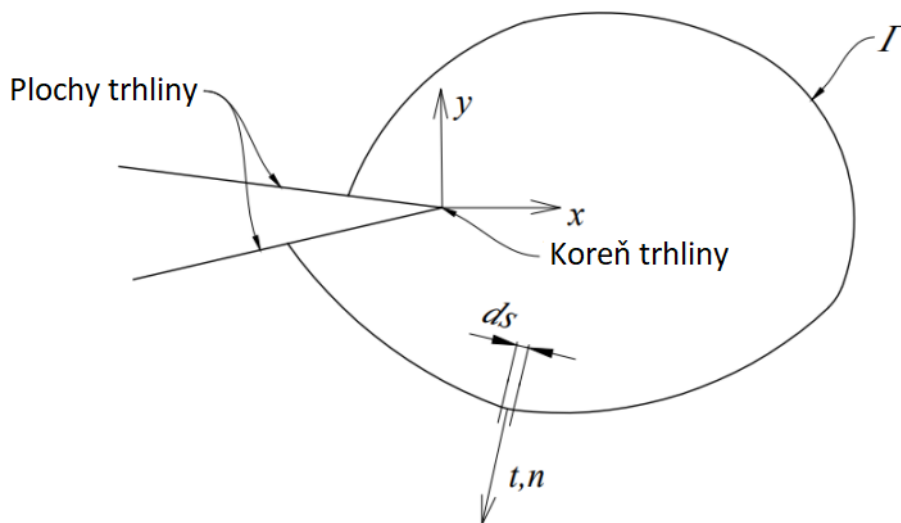
3.3.2.2 Metóda J-integrálu

Numerická metóda J-integrálu patrí medzi energetické metódy určenia súčiniteľa intenzity napätia K a v dnešnej dobe patrí medzi jednu z najpoužívanějších metód vôbec. Túto metódu je možné použiť aj v prípade väčšieho zplastizovaného okolia koreňa trhliny, to

znamená, že metódu J-integrálu môžeme aplikovať aj v koncepte EPLM a nielen v lineárne elastických úlohách [3].

V oblasti LELM platí rovnosť medzi hnacou silou trhliny G a parametrom J , ktorý je lomový parametrom určujúcim veľkosť J-integrálu. V podstate by sa dalo povedať, že J-integrál je zovšeobecnením hnacej sily trhliny G [2].

Rice [5] pri svojej analýze napätosti v okolí koreňa trhliny formuloval krivkový J-integrál, ktorý je nezávislý na integračnej ceste. Matematicky dokázal, že je možné túto veličinu vyjadriť ako integrál vypočítaný po uzavretej krivke Γ obklopujúcej čelo trhliny z jednej plochy trhliny k druhej ploche trhliny (obr. 3.7) [6]. Integračná cesta sa zvyčajne volí v dostatočnej vzdialenosti od koreňa trhliny s cieľom zníženia numerických chýb.



Obr. 3.7: Integračná krivka Γ v okolí koreňa trhliny [16]

Výhodou metódy J-integrálu je to, že nevyžaduje príliš veľké zjemnenie siete v okolí koreňa trhliny, a aj napriek tomu dosahuje presnejších výsledkov [3].

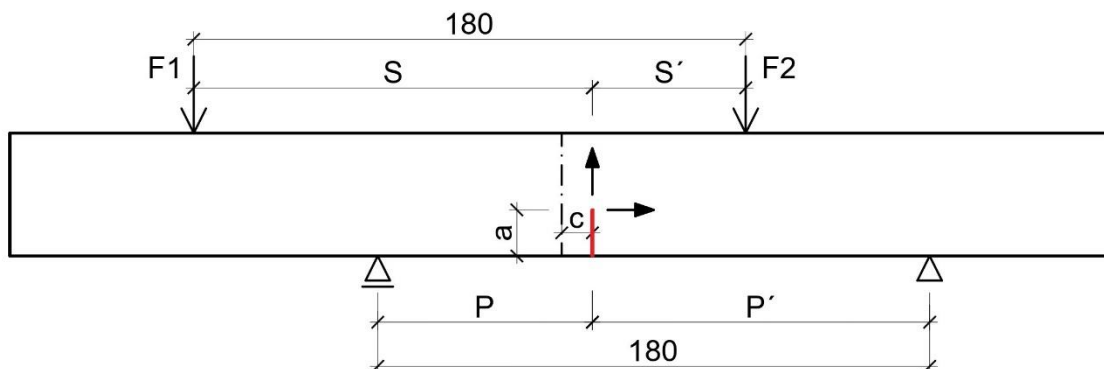
3.3.2.3 Metóda interakčného integrálu

Vyššie spomínanej metóde je podobná metóda interakčného integrálu, ktorej základom je interakčný integrál odvodený z J-integrálu. Táto metóda interakcie stanovuje hodnoty parametra K z integračnej krivky Γ , ktorá uzatvára koreň trhliny (obr. 3.7) a definuje tak skutočné pole napätí. Dokonca jej stačí jediný kľúčový uzol v koreni trhliny na to, aby určila hodnotu súčiniteľa intenzity napätia K [16].

Pre túto metódu je v programe Ansys Mechanical APDL definovaný príkaz CINT ako sme sa dozvedeli už v kapitole 3.3.2. Príkaz CINT funguje na princípe interakčného integrálu a umožňuje spočítať niekoľko lomových parametrov v okolí koreňa trhliny ako sú napr. súčiniteľ intenzity napätia K , T -napätie, J-integrál atď. [15]

4 Vlastné výsledky a diskusia

Jedným z cieľov tejto bakalárskej práce bolo stanoviť hodnoty jednotlivých parametrov súčiniteľa intenzity napätia K_I a K_{II} . Hodnoty týchto parametrov závisia nielen na dĺžke trhliny a , ale aj na excentricite od osi telesa c (obr. 4.1). Na vzdialenosti trhliny od osi telesa závisí aj veľkosť parametrov P , P' a S , S' , ktorých rozmery sa definovali v kapitole 3.1.1.



Obr. 4.1: Šípkami zobrazené smery, ktorými sa bude trhlina predlžovať alebo posúvať (trhlina je červená)

Okrem toho sme si v kapitole 3.3 definovali tri metódy, ktoré boli následne v bakalárskej práci využité na stanovenie súčiniteľa intenzity napätie K a pri ktorých sme získali rôzne hodnoty tohto parametra. Ako už bolo spomenuté v skorších kapitolách, tak aj v tejto je dobré zdôrazniť, že jednotlivé metódy sa od seba líšia prístupom k riešeniu problému. Už len z toho hľadiska, že parameter K bol stanovený empiricky pomocou tvarovej funkcie $f(a/H)$ a numericky pomocou metódy posunutých stredových uzlov a metódy interakčného integrálu. Taktiež sme sa dozvedeli v kapitole 3.3.2, že v programe Ansys Mechanical APDL sa používajú príkazy KCALC a CINT, ktoré sú založené na vyššie spomenutých metódach.

Faktory, ktoré sme práve uviedli a ktoré majú vplyv na hodnotu parametra K , nám priniesli veľké množstvo dát. Získané hodnoty parametra K bolo potrebné spracovať vo forme grafov alebo tabuliek, ale pred tým si ešte v ďalšej kapitole popíšeme postup akým sme získavali tieto hodnoty.

4.1 Výpočet parametra K

Celý výpočet v programe Ansys Mechanical APDL prebiehal tým spôsobom, že pri stanovenej excentricite c a postupne sa zväčšujúcej dĺžke trhliny a sa spočítali jednotlivé parametre K_I a K_{II} . Ďalší výpočet týchto parametrov prebiehal tým istým spôsobom akurát sa zväčšila excentricita c . Po zadaní všetkých excentricít c , ktorých hodnoty sme si stanovili v kapitole 3.1.1, sme získali celkové množstvo dát z výpočtového programu Ansys Mechanical APDL.

Výhodou tohto výpočtu bolo to, že nebolo potrebné zisťovať hodnoty parametrov K_I a K_{II} jednotlivo pre príkaz KCALC a pre CINT, ale bolo možné zadať tieto príkazy súčasne.

Akurát netreba zabudnúť, že pre príkaz KCALC sme dostali jednu sadu výsledkov parametrov K_I a K_{II} a pre príkaz CINT druhú sadu výsledkov.

Výpočet parametrov K_I a K_{II} pomocou vzťahov (3.6) až (3.9) prebiehal vo vývojom prostredí Visual Studio Code, kde sme použili programovací jazyka Python. V danom prostredí sme si definovali veličiny, o ktorých sme sa rozprávali v kapitole 3.1.4. Tieto parametre sú potrebné pre dosadenie do vzťahov (3.6) až (3.9), ktoré sme si tiež definovali v tomto prostredí. Postup akým sme zisťovali parametre K_I a K_{II} bol rovnaký ako pri postupe získavania hodnôt týchto parametrov v programe Ansys Mechanical APDL. To znamená, že výpočty prebiehali pre jednotlivé zväčšujúce sa hodnoty excentricity c . Opäť po zadaní všetkých týchto excentricít c sme dostali celkové množstvo dát z vývojového prostredia Visual Studio Code.

Celkové množstvo dát, ktoré sme dostali z výpočtového programu Ansys Mechanical APDL a z vývojového prostredia Visual Studio Code sme importovali do Excelu, kde sme zhotovili grafy a tabuľky. Na základe vytvorených grafov a tabuliek sme uskutočnili porovnania, ktorým sa budeme venovať v nasledujúcich kapitolách.

4.1.1 Overenie platnosti použitých rovníc a príkazov

Pred samotným porovnávaním výsledkov pre jednotlivé hodnoty excentricity c bolo nutné overiť správnosť numerického modelu (funkčnosť príkazov KCALC, CINT) a rovníc (3.6) až (3.9). Dôvodom bolo zistiť, či vôbec môžeme s vytvoreným numerickým modelom pracovať ďalej a použiť príkazy KCALC a CINT i pre konfigurácie, ktoré nespĺňujú podmienky definované pre použitie dostupných empirických vzťahov. K riešeniu tohto problému nám pomohli nasledujúce tabuľky (tab. 4.1) a (tab. 4.2).

c = 1 mm		K_I [MPa.m ^{1/2}]				K_{II} [MPa.m ^{1/2}]			
TRHLINA	POMER	ROVNICE		PRÍKAZY		ROVNICE		PRÍKAZY	
a [mm]	a/H	Vzťah 3.6	Vzťah 3.8	KCALC	CINT	Vzťah 3.7	Vzťah 3.9	KCALC	CINT
2	0,05	0,0107	0,0107	0,0106	0,0106	0,4493	0,0130	0,0130	0,0130
4	0,10	0,0147	0,0147	0,0149	0,0149	0,5938	0,0353	0,0354	0,0354
6	0,15	0,0179	0,0179	0,0183	0,0183	0,6780	0,0622	0,0623	0,0623
8	0,20	0,0209	0,0209	0,0214	0,0214	0,7283	0,0919	0,0919	0,0921
10	0,25	0,0240	0,0240	0,0245	0,0245	0,7559	0,1231	0,1231	0,1232
12	0,30	0,0274	0,0274	0,0278	0,0278	0,7672	0,1552	0,1551	0,1553
14	0,35	0,0311	0,0311	0,0314	0,0314	0,7663	0,1877	0,1875	0,1878
16	0,40	0,0354	0,0354	0,0357	0,0357	0,7562	0,2203	0,2201	0,2204
18	0,45	0,0405	0,0405	0,0408	0,0408	0,7392	0,2531	0,2529	0,2532
20	0,50	0,0468	0,0468	0,0470	0,0470	0,7171	0,2861	0,2859	0,2863
22	0,55	0,0550	0,0550	0,0551	0,0550	0,6913	0,3198	0,3196	0,3200
24	0,60	0,0658	0,0658	0,0657	0,0656	0,6630	0,3549	0,3545	0,3550
26	0,65	0,0805	0,0805	0,0801	0,0801	0,6333	0,3926	0,3918	0,3923
28	0,70	0,1006	0,1006	0,1009	0,1009	0,6029	0,4347	0,4333	0,4338
30	0,75	0,1283	0,1283	0,1326	0,1326	0,5724	0,4845	0,4819	0,4825
32	0,80	0,1660	0,1660	0,1853	0,1852	0,5425	0,5475	0,5433	0,5440

Tab. 4.1: Hodnoty parametrov K_I a K_{II} pri excentricite $c = 1$ mm pre dané rovnice a príkazy

Na prvý pohľad je možné si všimnúť, že hodnoty parametra K_I získané pomocou daných príkazov a rovníc pri priradenej dĺžke trhliny a sa medzi sebou líšia na mieste tisícín až desaťtisícín. Také isté tvrdenie platí aj pre hodnoty parametra K_{II} , teda okrem hodnôt získaných pomocou vzťahu (3.7). Z tabuľky 4.1 je tak možné vyčítať, že použitý vzťah (3.7) neprináša úplne zmysluplné výsledky. Hodnoty, ku ktorým sme vďaka nemu prišli, sú úplne odlišné od ostatných hodnôt parametra K_{II} , ktoré sme zistili zvyšnými tromi stanoveniami. Dá sa teda očakávať, že citovaný článok [12] obsahuje chybu v zápise vzťahu pre výpočet hodnôt parametra K_{II} . Tieto tvrdenia si dokážeme aj pomocou tabuľky 4.2.

c = 4 mm		K_I [MPa.m ^{1/2}]				K_{II} [MPa.m ^{1/2}]			
TRHLINA	POMER	ROVNICE		PRÍKAZY		ROVNICE		PRÍKAZY	
a [mm]	a/H	Vzťah 3.6	Vzťah 3.8	KCALC	CINT	Vzťah 3.7	Vzťah 3.9	KCALC	CINT
2	0,05	0,0426	0,0426	0,0427	0,0427	0,4493	0,0130	0,0131	0,0131
4	0,10	0,0588	0,0588	0,0591	0,0591	0,5938	0,0353	0,0354	0,0355
6	0,15	0,0716	0,0716	0,0722	0,0721	0,6780	0,0622	0,0625	0,0626
8	0,20	0,0836	0,0836	0,0843	0,0843	0,7283	0,0919	0,0922	0,0923
10	0,25	0,0960	0,0960	0,0966	0,0966	0,7559	0,1231	0,1235	0,1236
12	0,30	0,1094	0,1094	0,1098	0,1098	0,7672	0,1552	0,1556	0,1558
14	0,35	0,1244	0,1244	0,1246	0,1246	0,7663	0,1877	0,1880	0,1883
16	0,40	0,1416	0,1416	0,1418	0,1418	0,7562	0,2203	0,2206	0,2209
18	0,45	0,1620	0,1620	0,1625	0,1624	0,7392	0,2531	0,2534	0,2537
20	0,50	0,1873	0,1873	0,1879	0,1878	0,7171	0,2861	0,2864	0,2867
22	0,55	0,2199	0,2199	0,2203	0,2202	0,6913	0,3198	0,3200	0,3204
24	0,60	0,2632	0,2632	0,2628	0,2627	0,6630	0,3549	0,3549	0,3553
26	0,65	0,3220	0,3220	0,3209	0,3208	0,6333	0,3926	0,3921	0,3926
28	0,70	0,4025	0,4025	0,4041	0,4039	0,6029	0,4347	0,4335	0,4340
30	0,75	0,5131	0,5131	0,5309	0,5306	0,5724	0,4845	0,4821	0,4827
32	0,80	0,6639	0,6639	0,7414	0,7411	0,5425	0,5475	0,5434	0,5440

Tab. 4.2: Hodnoty parametrov K_I a K_{II} pri excentricite $c = 4$ mm pre dané rovnice a príkazy

Opäť je teda možné vidieť, že hodnoty parametra K_I pre danú dĺžku trhliny a sa od seba líšia len minimálne, tak ako aj hodnoty parametra K_{II} sú skoro rovnaké pri priradenej dĺžke trhliny a . Toto tvrdenie opäť neplatí pre vzťah (3.7), ktorý neprináša úplne zmysluplné výsledky. Z tohto dôvodu sme sa rozhodli výsledky zistené pomocou tohto vzťahu (3.7) považovať za neadekvátne a s daným vzťahom ďalej neuvažovať. To znamená, že sme pri ďalšom porovnávaní používali len vzťah (3.9).

V tabuľkách 4.1 aj 4.2 je možné si všimnúť, že hodnoty parametra K_I pre jednotlivé dĺžky trhliny a , ktoré sme dostali použitím vzťahov (3.6) a (3.8) sú rovnaké. Z tohto tvrdenia vyplýva, že dané vzťahy po odvodení v kapitole 3.3.1 budú prinášať rovnaké výsledky. Vďaka tomuto konštatovaniu sme už nemuseli pri ďalších porovnávaniach potrebovať oba vzťahy, ale stačil nám samotný vzťah (3.8).

Ďalšou skutočnosťou, ktorú z daných tabuliek je možné odpozorovať, je to, že hodnoty parametra K_{II} vyjadrené z rovnice (3.7) pre priradenú dĺžku trhliny a sú rovnaké v tabuľkách (4.1) a (4.2). Taká istá skutočnosť platí aj pre vzťah (3.9). Dôvodom je to, že rovnice (3.7) a (3.9) v sebe nezahŕňajú zmenu excentricity c , ktorá by hodnoty parametra

K_{II} ovplyvnila. To je dôvodom, prečo použité vzťahu (3.9) je podmienené a v našom prípade možné uvažovať s hodnotou excentricity c maximálne 4 mm.

Zaujímalo nás aj porovnanie použitých rovníc a príkazov pre jednotlivé parametre K pri určitej dĺžke trhliny a . Ako sme už vyššie uviedli, tak na zistenie hodnôt parametra K_I pomocou empirie sme použili rovnicu (3.8) a pre hodnoty parametra K_{II} to bola rovnica (3.9). Samostatne pre parametre K_I a K_{II} si ukážeme jednotlivé percentuálne rozdiely v tabuľke 4.3.

c = 4 mm		PERCENTUÁLNE ROZDIELY [%] PRE K_I			PERCENTUÁLNE ROZDIELY [%] PRE K_{II}		
a [mm]	a/H	Vzťah vs KCALC	Vzťah vs CINT	KCALC vs CINT	Vzťah vs KCALC	Vzťah vs CINT	KCALC vs CINT
2	0,05	0,14	0,09	0,05	0,56	0,78	0,22
4	0,10	0,44	0,39	0,05	0,31	0,47	0,16
6	0,15	0,78	0,74	0,04	0,42	0,56	0,15
8	0,20	0,79	0,75	0,04	0,35	0,49	0,14
10	0,25	0,59	0,55	0,04	0,29	0,43	0,13
12	0,30	0,33	0,28	0,04	0,23	0,36	0,13
14	0,35	0,17	0,13	0,04	0,18	0,31	0,13
16	0,40	0,17	0,12	0,04	0,15	0,28	0,13
18	0,45	0,26	0,22	0,04	0,13	0,26	0,13
20	0,50	0,31	0,26	0,04	0,11	0,23	0,13
22	0,55	0,18	0,13	0,04	0,07	0,19	0,13
24	0,60	0,13	0,17	0,04	0,00	0,12	0,12
26	0,65	0,31	0,36	0,04	0,12	0,01	0,12
28	0,70	0,39	0,35	0,04	0,29	0,16	0,12
30	0,75	3,35	3,31	0,04	0,49	0,37	0,12
32	0,80	10,45	10,41	0,04	0,76	0,63	0,12
x': < 2 ; 28 >		0,36	0,32	0,04	0,23	0,33	0,14

Tab. 4.3: Porovnanie rovníc (3.8), (3.9) a príkazov pri excentricite $c = 4$ mm pre K_I a K_{II}

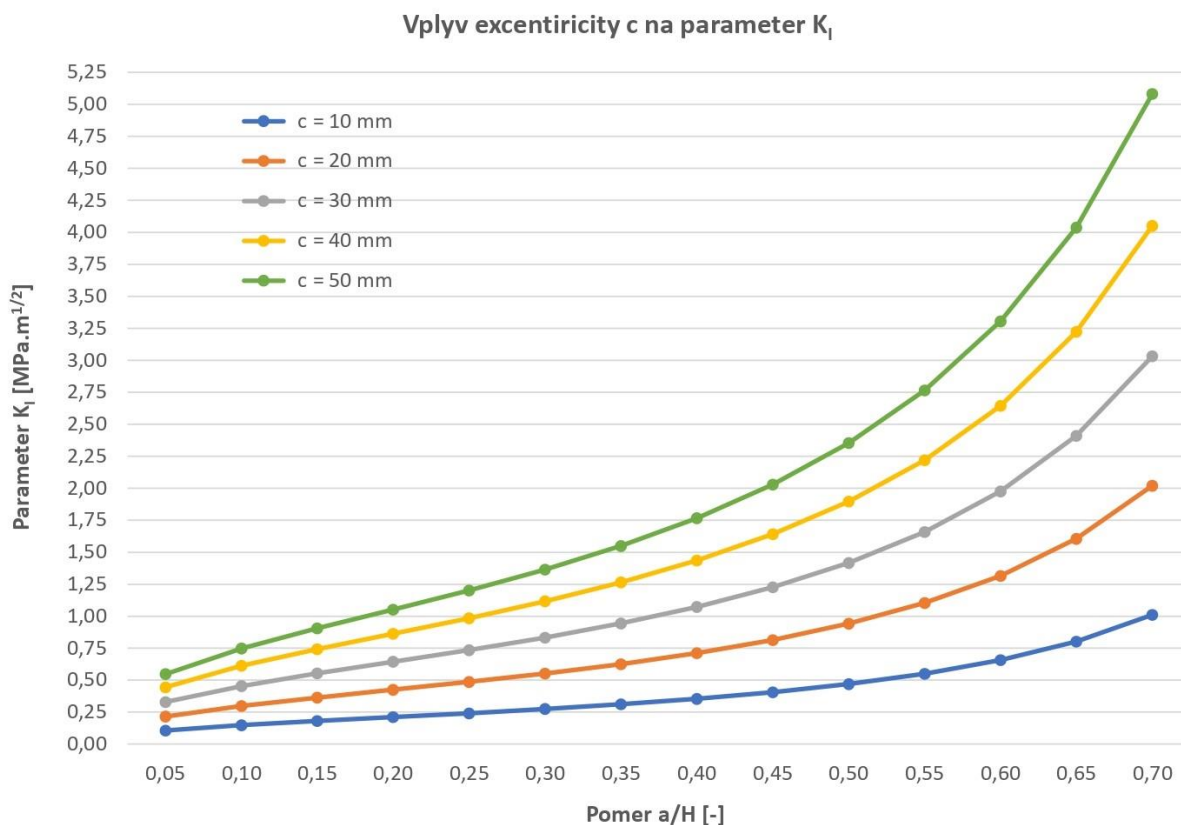
Z tabuľky 4.3 je na prvý pohľad vidieť, že rozdiely medzi rovnicami (3.8), (3.9) a príkazmi KCALC, CINT pri priradenej dĺžke trhliny a sú maximálne do jedného percenta. Teda samozrejme okrem posledných dvoch dĺžok trhliny $a = 30$ a 32 mm, pri ktorých percentuálne rozdiely medzi vzťahom (3.8) a týmito príkazmi sú v ráde jednotiek až desiatok. Dôvodom tejto skutočnosti je to, že podľa článku [12] boli stanovené dva intervaly, pri ktorých má zmysel uvažovať hodnoty tvarovej funkcie $f(a/H)$. Ako už bolo spomenuté v kapitole 3.3.1 jednalo sa o intervaly hodnôt $< 0 \div 0,7 >$ pre tvarovú funkciu $f_I(a/H)$ a $< 0 \div 1 >$ pre tvarovú funkciu $f_{II}(a/H)$. Z čoho jasne vyplýva, že výsledky získané pomocou vzťahu (3.8) pre dĺžky trhliny $a = 30$ a 32 mm ani nemohli byť adekvátne, a preto ich nemôžeme brať v úvahu. To nás viedlo k rozhodnutiu uvažovať pre dĺžku trhliny a už len hodnoty z intervalu $< 2 \div 28 >$.

Pre celkové porovnanie jednotlivých rovníc a príkazov sme vypočítali aritmetické priemery pre interval hodnôt dĺžky trhliny $a < 2 \div 28 >$, ktoré sa nachádzajú na poslednom riadku tabuľky 4.3. Stanovením týchto aritmetických priemerov sme mohli odpozorovať ako veľmi sa od seba jednotlivé porovnania líšia. Najmenší rozdiel v určení hodnôt parametra K je medzi príkazmi KCALC a CINT. Dokonca pri výpočte hodnôt parametra K_I to nie je ani desatina a jednotlivé hodnoty tohto parametra sa medzi sebou výrazne nelíšia ani pri rozličných dĺžkach trhliny a .

Vzhľadom k tomu, že v dnešnej dobe je MKP najpoužívanejšou metódou pri určení parametra K a príkaz CINT je novší a dáva presnejšie výsledky než príkaz KCALC, sme sa rozhodli ďalej pracovať už len z príkazom CINT. Za pomoci výsledkov, ktoré sme dostali vďaka príkazu CINT, sme mohli skontrolovať výsledky stanovené zo zvyšných dvoch spôsobov určenia parametra K .

4.1.2 Vplyv excentricity na parameter K

Doteraz sme pri určovaní hodnôt parametra K pomocou jednotlivých rovníc (3.8), (3.9) a príkazov KCALC, CINT uvažovali len s vplyvom dĺžky trhliny a , čo sme si mohli všimnúť v tabuľkách 4.1 a 4.2. Áno je pravda, že sme pri týchto výpočtoch mali stanovenú excentricitou c , ktorá nadobúdala hodnôt 1 a 4 mm, ale samotný vplyv excentricity c na hodnoty parametra K sme si ešte neukázali. V tejto kapitole si stanovíme hodnoty excentricity c ako 10, 20, 30, 40 a 50 mm. Na nasledujúcich dvoch grafoch (obr. 4.2 a 4.3) si pre jednotlivé parametre K_I a K_{II} vplyv excentricity c ukážeme.

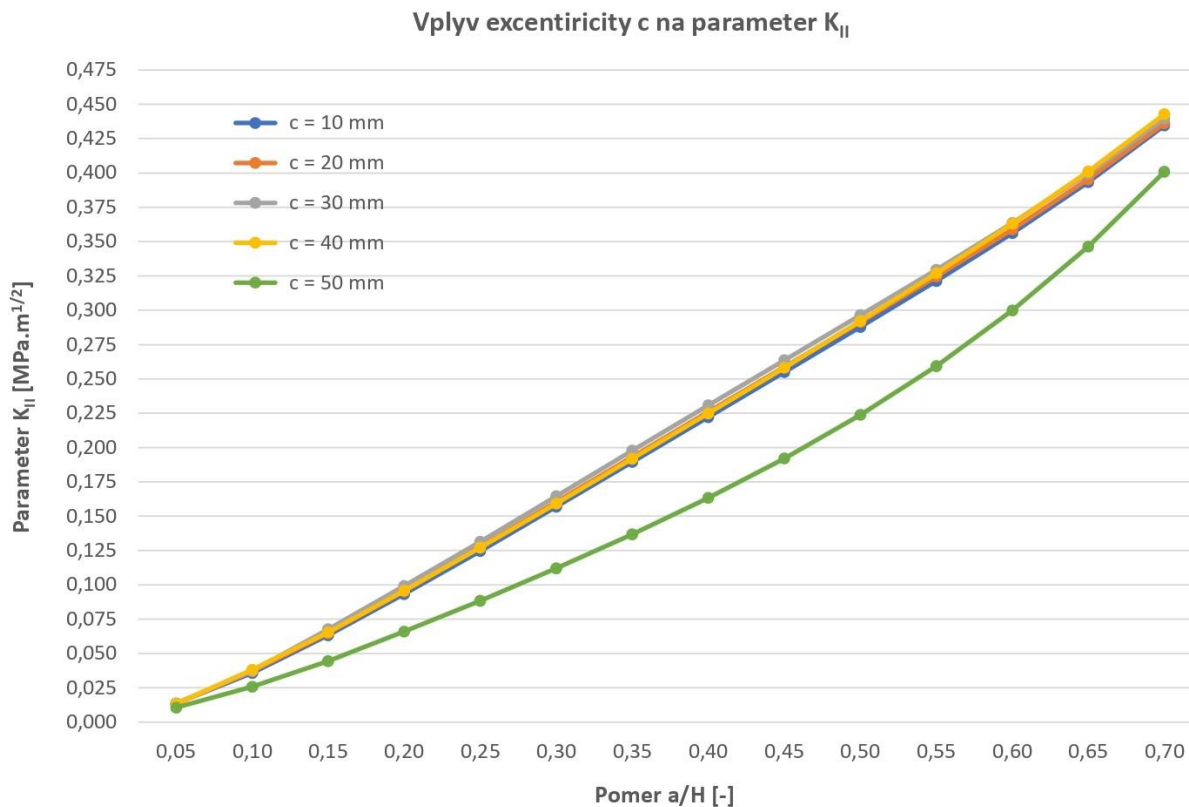


Obr. 4.2: Hodnoty parametra K_I závislé na hodnotách excentricity c

Na stanovení veľkosti hodnôt parametra K_I má excentricity c očividný dopad. Z grafu je jednoznačne možné vyčítať, že čím je väčšia excentricita c , tým aj hodnoty parametra K_I budú väčšie pre daný pomer a/H . Z čoho vyplýva, že pri väčších excentricitách c má trhlina pri rovnakej lomovej húževnatosti K_C väčšiu šancu na nestabilné šírenie v móde I než pri nízkych excentricitách c . Netreba zabudnúť ani na vplyv dĺžky trhliny a , ktorý je možné vidieť na danom grafe v podobe pomeru a/H .

Ďalšou zaujímavosťou, ktorú môžeme z grafu vypozerovať, je to, že jednotlivé krivky majú podobný priebeh rastu, ktorý sa mení z lineárneho na exponenciálny. Za lineárnym priebehom kriviek môžeme vidieť rovnomerný nárast hodnoty parametra K_I , čo ale nedá povedať o exponenciálnom priebehu kriviek, pri ktorých sa aj hodnota parametra K_I mení exponenciálne.

Na druhom grafe (obr. 4.3) si ukážeme aký vplyv má excentricity c na hodnoty parametra K_{II} .



Obr. 4.3: Hodnoty parametra K_{II} závislé na hodnotách excentricity c

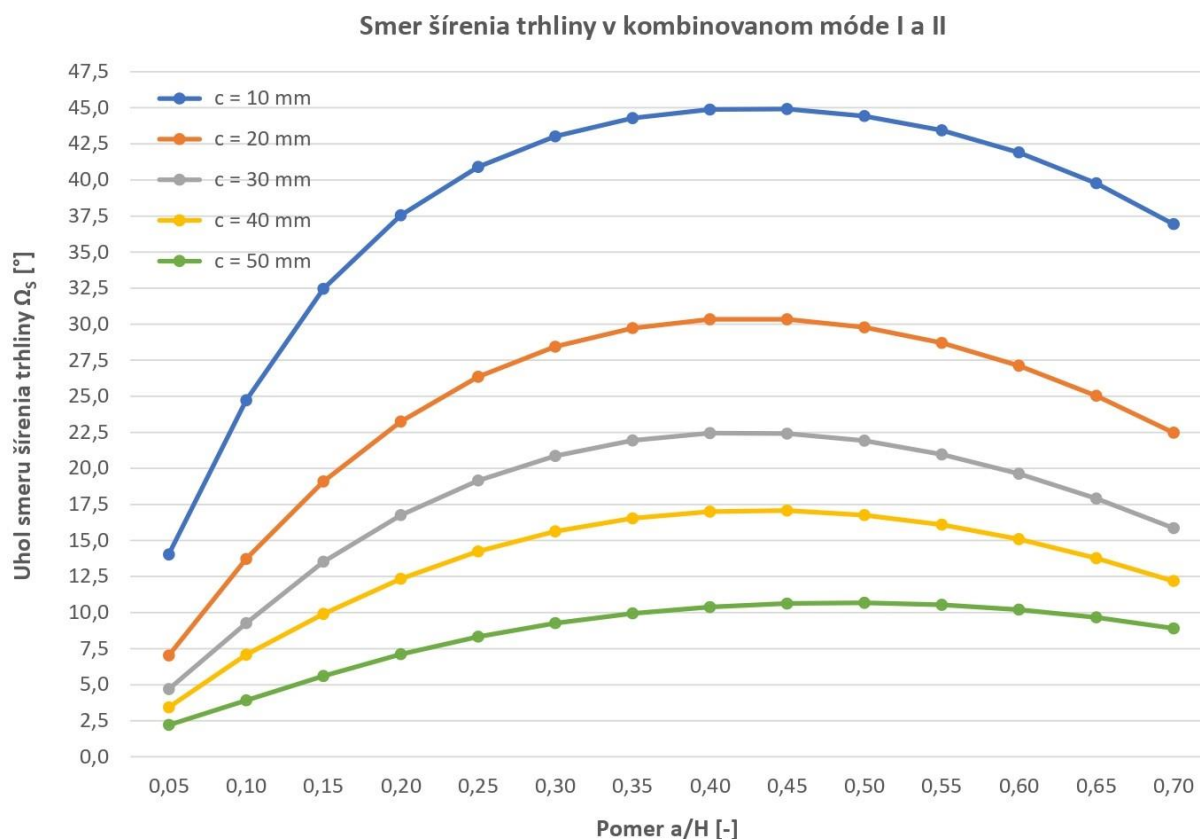
Na tomto grafe je možné vidieť, že jednotlivé krivky sa prekrývajú a majú takmer lineárny priebeh rastu, teda až na krivku pre hodnotu excentricity $c = 50$ mm, ktorá je od ostatných odchylená. Dôvodom prečo je táto krivka odchylená od ostatných je ten, že rovina trhliny sa tesne priblížila k sile F_2 . To spôsobilo, že trhlina je silnejšie ovplyvnená pôsobiacou silou F_2 , čo malo za následok práve odchylenie tejto krivky od ostatných.

Z prekrytia jednotlivých kriviek môžeme usúdiť, že excentricita c má minimálny vplyv na hodnoty parametra K_{II} . Netreba však zabudnúť, že vplyv na hodnoty parametra K_{II} má opäť dĺžka trhliny a , ktorá je v grafe zohľadnená pomocou pomeru a/H . Z takmer lineárneho priebehu prekrytých kriviek môžeme taktiež usúdiť rovnomerný nárast hodnoty parametra K_{II} .

Po stanovení jednotlivých hodnôt parametrov K_I a K_{II} pomocou príkazu CINT nás zaujímalo ako sa budú líšiť smery šírenia trhliny pri kombinovanom móde zaťaženia I a II.

4.1.3 Smer šírenia trhliny v kombinovanom móde I a II

O kombinovanom móde zaťaženia I a II sme sa prvýkrát dopočuli už v kapitole 2.2.4.1, ktorá sa venovala MTS kritériu určujúcemu smer šírenia trhliny. Okrem toho sme si v tej kapitole určili aj vzťah pre uhol smeru šírenia trhliny Ω_S (2.15) a ukázali tento uhol Ω_S na obrázku 2.6. Získané hodnoty parametrov K_I a K_{II} z predošlej kapitoly sme dosadili do rovnice (2.15). Vďaka čomu sme získali výsledky pre uhol smeru šírenia trhliny Ω_S pri kombinovanom móde zaťaženia I a II. Dané výsledky sme spracovali vo forme grafu, čo si ukážeme na obrázku 4.4.



Obr. 4.4: Hodnoty uhla smeru šírenia trhliny Ω_S závislé na excentricite c a dĺžke trhliny a

Z grafu je na prvý pohľad vidieť, že jednotlivé hodnoty uhla smeru šírenia trhliny Ω_S sú závislé na excentricite c a na dĺžke trhliny a , ktorá je zohľadnená v pomere a/H . Táto skutočnosť vyplynula z toho, že jednotlivé hodnoty parametrov K_I a K_{II} sú závislé na týchto veličinách a hodnoty uhla smeru šírenia trhliny Ω_S sú práve závislé na parametroch K_I a K_{II} .

Zaujímavosťou je, že jednotlivé krivky v danom grafe majú tvar obrátenej paraboly a ich priebeh je podobný. To znamená, že krivky najprv rastú do jednotlivých maximálnych hodnôt uhla Ω_S pri daných hodnotách pomeru a/H . Po dosiahnutí týchto maximálnych hodnôt začínajú klesať. Z tohto javu je možné usúdiť vplyv dĺžky trhliny a zohľadnenej pomocou pomeru a/H , pričom jej najväčší vplyv sa prejaví práve pri týchto maximálnych hodnotách. Okrem toho pri kratších trhlínach, teda pri nižších hodnotách pomeru a/H , sú jednotlivé veľkosti uhla Ω_S menšie.



Taktiež je zaujímavý aj vplyv excentricity c na veľkosť uhla smeru šírenia trhliny Ω_5 . Pri menších hodnotách excentricity c pre jednotlivé pomery a/H sú veľkosti uhla Ω_5 väčšie než pri väčších hodnotách excentricity c . Skutočnosť, ktorá za tým stojí je tá, že zväčšovaním excentricity c sa rovina trhliny posúva k sile F_2 , čo má za následok, že jednotlivé veľkosti uhla Ω_5 sa znižujú. Dokonca pri excentricite $c = 60$ mm, kedy sila F_2 pôsobí v rovine trhliny by veľkosť uhla Ω_5 bola nulová. Trhlina má totižto tendenciu stáčať sa pri šírení smerom k zaťažovacej sile F_2 .



5 Závěr

V rámci bakalářské práce bol vytvorený model telesa s trhlinou v programe Ansys Mechanical APDL s definovanými geometrickými, materiálovým parametrami a okrajovými podmienkami, pričom hodnoty zvolených parametrov (dĺžka trhliny a jej excentricita od osi symetrie telesa) sa menili vo zvolenom rozsahu. V danom programe bolo definované zaťaženie telesa s trhlinou v podobe asymetrického štvorbodového ohybu, ktoré spôsobuje, že excentrická trhlina je vystavená kombinovanému módu zaťaženia I a II.

Vzhľadom k tomu, že program Ansys Mechanical APDL pracuje na princípe MKP, bola v modeli telesa s trhlinou vytvorená sieť konečných prvkov. Hlavne v okolí koreňa trhliny bola namodelovaná jemnejšia sieť z dôvodu dosiahnutia presnejších výsledkov s ohľadom na singulárny charakter napätí u vrcholu trhliny. Vytvorený numerický model slúžil k výpočtu parametrov K_I a K_{II} pomocou príkazov KCALC a CINT, ktorých základom je metóda posunutých stredových uzlov a metóda interakčného integrálu.

Hodnoty parametrov K_I a K_{II} boli zisťované aj pomocou empirických vzťahov, ktoré sú uvedené v článkoch [11] a [12]. Jednotlivé parametre telesa s trhlinou, tak ako aj uvedené vzťahy boli definované vo vývojovom prostredí Visual Studio Code, kde vďaka programovaciemu jazyku Python boli spočítané.

Získaním jednotlivých hodnôt parametrov K_I a K_{II} z programu Ansys Mechanical APDL a z vývojového prostredia Visual Studio Code sme získali veľké množstvo dát. Tieto dáta sme importovali do Excelu, kde sme ich následne spracovali vo forme grafov a tabuliek, na základe ktorých sme vykonali jednotlivé analýzy.

Prvú analýzou bolo overenie funkčnosti príkazov KCALC, CINT a empirických vzťahov. Použitie empirických vzťahov bolo podmienené použitím tvarovej funkcie $f_I(a/H)$, ktorá je definovaná iba pre hodnoty pomeru maximálne $a/H = 0,7$. U tvarovej funkcie $f_{II}(a/H)$ to bolo do hodnoty pomeru $a/H = 1,0$. Po aplikácii týchto podmienok sa zistilo, že vzťahy pre parameter K_I dávajú rovnaké hodnoty ako vychádzajúce z numerickým simulácií. Rozdiely medzi týmito vzťahmi a príkazmi KCALC, CINT sú v ráde tisícín až desiat tisícín. Taký istý výsledok platí aj pri porovnávaní rovníc a príkazov pre parameter K_{II} , teda až na vzťah z článku [12], ktorý pravdepodobne obsahuje chybu v zápise. Danú analýzu sme robili pri hodnotách excentricity $c = 1$ a 4 mm, pretože len pre tento interval hodnôt je možné aplikovať vzťah pre parameter K_{II} , ako je uvedené v článku [11]. Je potrebné poznamenať, že tento vzťah pre výpočet parametra K_{II} je nezávislý na excentricite c .

Taktiež sme zistili, že rozdiely medzi jednotlivými príkazmi a rovnicami sú maximálne do jedného percenta a najmenší rozdiel v určovaní hodnôt parametrov K_I a K_{II} je medzi príkazmi KCALC a CINT. Dokonca pri určovaní hodnôt parametra K_I to nie je ani desatina percenta. Na základe prevedených porovnaní bol pri ďalších numerických simuláciách zvolený na výpočet parametrov súčiniteľa intenzity napätia K už len príkaz CINT.

Ďalšou analýzou bolo určenie vplyvu excentricity c a dĺžky trhliny a na hodnoty parametrov K_I a K_{II} . So zväčšujúcou sa dĺžkou trhliny a , ktorá je v grafe vyjadrená pomocou



pomeru a/H , sa zväčšujú hodnoty parametrov K_I a K_{II} . Vplyv excentricity c je poznateľný pri určovaní hodnôt parametra K_I , totižto so zväčšujúcou sa excentricitou c sa zväčšujú aj hodnoty tohto parametra. Na základe tohto zistenia je možné konštatovať, že pri väčších excentricitách c má trhlina pri rovnakej lomovej húževnatosti K_C väčšiu šancu na nestabilné šírenie v móde I než pri nízkych excentricitách c . Na druhú stranu vplyv excentricity c na hodnoty parametra K_{II} sú minimálne a takmer zanedbateľné.

Nakoniec sme sa zaujímali o smer šírenia trhliny pri kombinovanom móde zaťaženia I a II, ktorý bol určený pomocou MTS kritéria. Smer šírenia trhliny je definovaný veľkosťou uhla smeru šírenia trhliny Ω_S (tj. odchýlky od pôvodného smeru šírenia trhliny), pre ktorý existuje vzťah, ktorý sme použili. Veľkosť tohto uhla Ω_S je závislá jak na excentricite c tak na dĺžke trhliny a , ktorá je zohľadnená v pomere a/H . Čím je dĺžka trhliny a väčšia, tým je aj veľkosť uhla Ω_S väčšia, teda samozrejme do dosiahnutia maximálnych veľkostí uhla Ω_S . Po dosiahnutí týchto maximálnych hodnôt sa so zväčšujúcou dĺžkou trhliny a veľkosť uhla Ω_S znižuje. Vplyv excentricity c je taktiež poznateľný, čoho dôkazom je to, že pri väčších hodnotách excentricity c je veľkosť uhla Ω_S menšia. Totižto so zväčšujúcou sa excentricitou c sa rovina trhliny posúva k sile F_2 , čo spôsobuje, že jednotlivé veľkosti uhla Ω_S sa znižujú. Dalo by sa povedať, že trhlina má tendenciu stáčať sa smerom k zaťažovacej sile F_2 .



Literatúra

- [1] POOK, L. P. *Lineární elastická lomová mechanika pro konstruktéry: teorie a aplikace*. 2017. Přeložil Jan KLUSÁK. Brno: Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství VUTIUM, 2017. ISBN 978-80-214-4760-8.
- [2] KUNZ, Jiří. *Základy lineární a nelineární lomové mechaniky pro inženýrskou praxi*. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2020. ISBN 978-80-01-06672-0.
- [3] VLK, Miloš a Zdeněk FLORIAN. *Mezní stavy a spolehlivost*. Brno: Vysoké učení technické, 2007.
- [4] SEITL, Stanislav, Hana ŠIMONOVÁ a Václav VESELÝ. *Vybrané statě ze stavební mechaniky I: Modul BD52/BD53 - A, průvodce předmětem (se zaměřením na lomovou mechaniku a únavu materiálu)*. Brno: Vysoké učení technické, 2015.
- [5] ANDERSON, T. L. *Fracture mechanics: fundamentals and applications*. Fourth edition. Boca Raton: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2017. ISBN 978-1-4987-2813-3.
- [6] KOPEC, Bernard. *Nedestruktivní zkoušení materiálů a konstrukcí: (nauka o materiálu IV)*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2008. ISBN 978-80-7204-591-4.
- [7] ŠESTÁKOVÁ, Lucie. *Vliv povrchových trhlin na delaminaci povrchové vrstvy a substrátu*. Brno, 2006. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně.
- [8] JIRÁSEK, Milan a Jan ZEMAN. *Přetváření a porušování materiálů: dotvarování, plasticita, lom a poškození*. 2. vyd. V Praze: České vysoké učení technické, 2012. ISBN 978-80-01-05064-4.
- [9] ERDOGAN, F. a G. SIH. On the Crack Extension in Plates under Plane Loading and Transverse Shear. *Journal of Basic Engineering*. 1963, **55**(6), 519-525.
- [10] HOLUŠOVÁ, Táňa. *Numerická podpora pro popis chování cementového kompozitu při únavové zkoušce*. Brno, 2021. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně.
- [11] APOSTOL, Dragos, Florin STUPARU, Dan CONSTANTINESCU, Liviu MARSAVINA a Emanoil LINUL. Crack Length Influence on Stress Intensity Factors for the Asymmetric Four-point Bending Testing of a Polyurethane Foam. *MATERIALE PLASTICE*. 2016, **53**(2), 280-282.
- [12] CHOI, Sung R., Dongming ZHU a Robert A. MILLER. Fracture behavior under mixed-mode loading of ceramic plasma-sprayed thermal barrier coatings at ambient and elevated temperatures. *Engineering Fracture Mechanics*. 2004, **72**(2005), 2144-2158.



- [13] *Fracture-Parameter Calculation Element and Material Support: PLANE183* [online]. Canonsburg, PA: ANSYS, Inc., 2022 [cit. 2022-05-23]. Dostupné z: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v221/en/ans_elem/Hlp_E_PLANE183.html
- [14] *KCALC* [online]. Canonsburg, PA: ANSYS, Inc., 2022 [cit. 2022-05-23]. Dostupné z: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v221/en/ans_arch/Hlp_C_KCALC.html?q=KCALC
- [15] *CINT* [online]. Canonsburg, PA: ANSYS, Inc., 2022 [cit. 2022-05-23]. Dostupné z: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v221/en/ans_cmd/Hlp_C_CINT.html?q=CINT
- [16] JUHÁSZOVÁ, Tereza. *Analýza pole napětí v okolí únavové trhliny v IPE profilu vyrobené z nerezové oceli*. Brno, 2022. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně.