



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A  
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND  
BIOMECHANICS

## NAPĚŤOVÁ, DEFORMAČNÍ A PEVNOSTNÍ ANALÝZA PŘEDNÍ NÁPRAVY LEHOKOLA

STRESS, DEFORMATION AND STRENGTH ANALYSIS OF THE FRONTAL RECUMBEND AXLE

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

JAKUB VALENDÁ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. RNDr. Ing. JAN VRBKA, DrSc., dr.  
h. c.

BRNO 2013

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky  
Akademický rok: 2012/2013

## **ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE**

student(ka): Jakub Valenda

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### **Napět'ová, deformační a pevnostní analýza přední nápravy lehokola**

v anglickém jazyce:

### **Stress, deformation and strength analysis of the frontal recumbend axle**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Výpočtová napjatostní, deformační a bezpečnostní analýza nápravy lehokola pomocí přístupů prosté pružnosti. Tvorba adekvátního prostorového výpočtového modelu a stanovení poddajnosti nápravy.

Cíle bakalářské práce:

Výpočet a posouzení poddajnosti a bezpečnosti konstrukce při charakteristických zatíženích. Případný návrh konstrukčních úprav s cílem vhodného odpružení kola. Získání praktických výpočtářských zkušeností.

Seznam odborné literatury:

Janíček,P.,Ondráček,E.,Vrbka,J.,Burša,J.: Mechanika těles. Pružnost a pevnost I. CERM, 2004  
Gere, J.M., Timoshenko, S.P.: Mechanics of materials. Chapman and Hall, London, 1991  
Hoschl,C.: Pružnost a pevnost ve strojnictví. SNTL Praha, 1977

Vedoucí bakalářské práce: prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2012/2013.

V Brně, dne 25.10.2012

L.S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
Ředitel ústavu

---

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.  
Děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Bakalářská práce je zaměřena na posouzení napjatosti a bezpečnosti přední nápravy lehokola pomocí přístupu prosté pružnosti. Výpočet je omezen na tři varianty, které se liší způsobem zatížení rámu. Jako výpočtový model nápravy je použit prut se dvěma přímými a jedním zakřiveným úsekem. Dominantní namáhání je uvažováno na ohyb a krut. V závěru se pro jednotlivé zátěžné stavy zhodnocuje průběh napětí po délce prutu, bezpečnost v kritickém místě a deformace v místě silového působení na nápravu. Pro analytický výpočet jsem použil software Matlab. Pomocné nákresy byly ztvárněny v AutoCAD a Autodesk Inventor.

## **Klíčová slova**

lehokolo, tříkolka, náprava, prostá pružnost, napěťová analýza, bezpečnost

## **ABSTRACT**

The bachelor's thesis is focused on evaluation of tenseness and safety of a recumbent bike's front axle using method of basic elasticity. Calculation is limited to three options that differ in manner of frame's load. Used model of the axle is beam with two straight and one curved part. A bend and twist are considered as dominant stress. In conclusion there is for each load status evaluated the progress of tension on a beam's length, safety in critical point and deformation in point of power effect on axle. In my bachelor thesis there was used Matlab software for analytic calculation. Ancillary drawings were created in AutoCAD and Autodesk Inventor.

## **Key words**

recumbent bike, tricycle, trike, three-wheeler, axle, basic elasticity, stress analysis, safety

---

## **Bibliografická citace**

VALENDKA, J. *Napěťová, deformační a pevnostní analýza přední nápravy lehokola*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 52 s. Vedoucí bakalářské práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c.

---

## **ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci zpracoval samostatně pod dohledem vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechnu použitou odbornou literaturu.

V Brně, 24. 5. 2013

.....  
Jakub Valenda

## PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych rád poděkoval svému vedoucímu bakalářské práce prof. RNDr. Ing. Janu Vrbkovi, DrSc., dr.h.c. za cenné připomínky a rady, osobní přístup, a také trpělivost při vedení této práce. Dále bych chtěl poděkovat své rodině a přítelkyni za podporu po celou dobu mého studia a slečně Monice Osičkové za pomoc v závěrečných fázích práce.

---

**OBSAH**

1.	Úvod .....	10
2.	Formulace problému a cíle řešení.....	11
3.	Teorie.....	12
3.1	Charakteristika a popis lehokola.....	12
3.2	Použité teoretické principy a předpoklady.....	13
4.	Základní parametry a rozměry lehokola a soustavy kolo + člověk.....	17
4.1	Rozměry přední nápravy.....	17
4.2	Rozměry celkové konstrukce (Obr. 6).....	18
5.	Klasifikace zátěžných stavů a výpočet sil .....	21
5.1	Lehokolo stojící resp. pohybující se rovnoměrným přímočarým pohybem ...	22
5.2	Lehokolo při plném brzdění (Obr.9).....	23
5.3	Lehokolo při průjezdu prudkou zatáčkou .....	24
6.	Transformace sil do počátku nápravy.....	27
6.1	Obecné vyjádření transformace silové soustavy.....	27
6.2	Číselné vyjádření transformace silové soustavy .....	29
6.2.1	Silové zatížení nápravy při jízdě po rovině.....	29
6.2.2	Silové zatížení nápravy při plném brzdění.....	30
6.2.3	Silové zatížení nápravy při jízdě do zatáčky.....	30
7.	Materiálové a průřezové charakteristiky .....	31
7.1	Volba materiálu nápravy.....	31
7.2	Průřezové charakteristiky nápravy.....	32
8.	Výsledné vnitřní účinky (VVÚ) .....	33
8.1	Obecné určení VVÚ nápravy.....	33
8.2	Grafické vyjádření VVÚ.....	36
9.	Určení napětí a bezpečnosti v kritickém místě.....	39
9.1	Výpočet bezpečnosti pro jízdu po rovině.....	39
9.2	Výpočet bezpečnosti pro plné brzdění.....	40
9.3	Výpočet bezpečnosti pro jízdu do zatáčky.....	41
10.	Deformace v místě počátku nápravy .....	42
10.1	Obecné určení posuvů .....	42

10.2	Číselné vyjádření posuvů v místě počátku nápravy .....	45
11.	Závěr .....	47
12.	Seznam použitých zdrojů.....	48
13.	Seznam použitých zkratek a symbolů .....	49
14.	Seznam příloh.....	52

## 1. ÚVOD

Cyklistika se v současné době dostává do popředí lidského zájmu. Patří k vyhledávaným způsobům aktivního trávení volného času a sílí také trend využívání jízdního kola jako dopravního prostředku v běžném životě. Rychle se rozšiřuje i oblast alternativní cyklistiky, která se inspiruje individuálními potřebami cyklistů. Lehokola do této oblasti neodmyslitelně patří, ať už kola jednostopá nebo tříkolky. Lehokolo se výrazně zapsalo do historie cyklistiky. Plně kapotované lehokolo drží světový rychlostní rekord přes 130 km/h. I nekapotovaná kola dosahují vyšších výkonů, než jsou oficiální rekordy registrované Mezinárodní cyklistickou federací (UCI). Z oficiálních závodů jsou lehokola UCI vyloučena přísnými technickými předpisy. [1]

Jedinou firmou, která se u nás zabývá výrobou lehokol je firma AZUB z Uherského brodu. Na českém trhu působí od roku 2001. Svoji činnost firma zahájila dovozem netradičních zahraničních kol. V roce 1999 vznikl první prototyp, který dal základ sériové výrobě vlastních lehokol, která rozšířila sortiment společnosti. Dnes firma nabízí např. elektrokola, přípojné vozíky a další cyklistické doplňky.

Práce se týká analýzy nejnamáhanější části rámu tříkolky AZUB ECO trike, přední nápravy. Takto komplexní problém mě mezi nabízenými bakalářskými pracemi ihned zaujal. Mohu si tak ověřit teoretické znalosti z mechaniky, statiky, pružnosti a pevnosti (PP) použité na skutečnou konstrukci v praxi. Pro výpočtáře je důležité stanovit správný způsob namáhání konstrukce, provedení silového výpočtu a samotné analýzy napětí a deformace a zhodnocení návrhu konstrukčního řešení.

Při řešení byl zaveden vhodný výpočtový model, pro který je možné použití přístupu prosté pružnosti a pevnosti. Závěry zjištěné v rámci této práce mohou být dále využity k dalšímu zlepšování konstrukce.

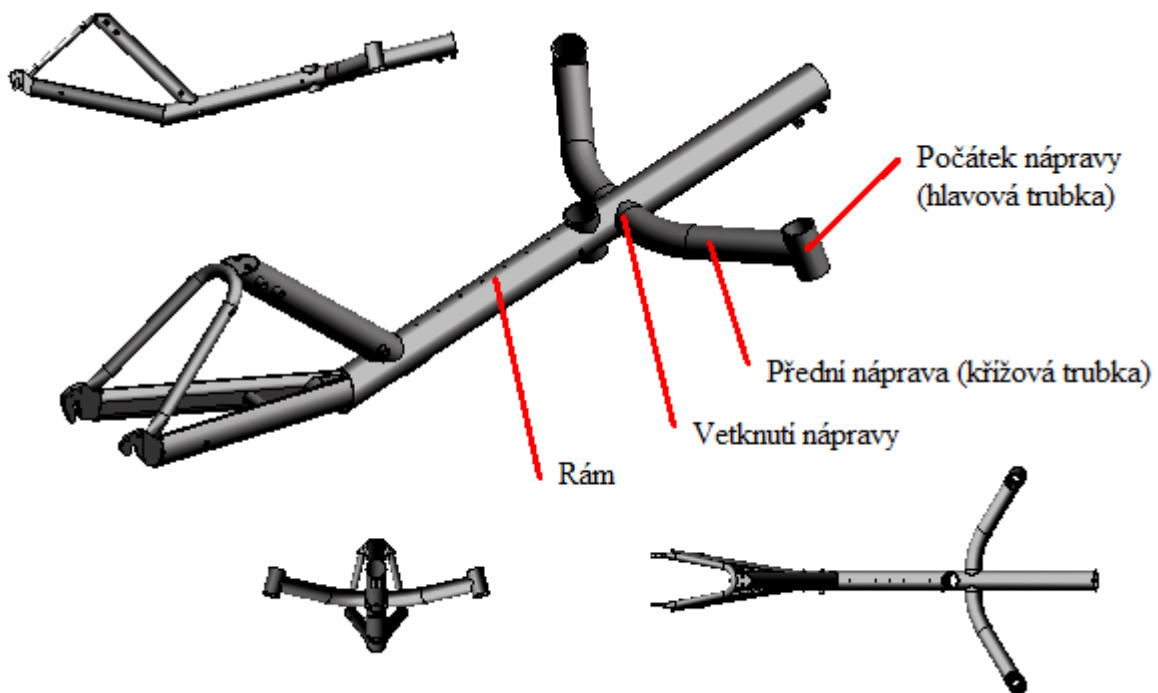
## 2. FORMULACE PROBLÉMU A CÍLE ŘEŠENÍ

Problémem tříkolky je, že se při velkém zatížení, např. při prudkém sjezdu z rampy může křížová trubka přední nápravy blízko místa přivaření k rámu prohnout a nevratně zdeformovat. Cílem práce je pevnostní, deformační a napěťová analýza nápravy a určení kritického místa, případné provedení návrhu na úpravu konstrukce, která by zvýšila bezpečnost. Analýza bude probíhat v následujících krocích:

- Definice zátěžných stavů,
- zjištění stykových výslednic (reakčních sil) mezi koly a vozovkou z rovnic statické rovnováhy,
- přenesení sil z místa styku kola a vozovky,
- výpočet průběhu napětí a bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti (MSP),
- Výpočet posuvů v daných místech konstrukce.

Všechny tyto výpočty budou provedeny pro tři různé způsoby zatížení:

- Lehokolo stojící, resp. Pohybující se rovnoměrným přímočarým pohybem bez brzdění,
- Lehokolo při plném brzdění obou předních kol,
- Lehokolo při průjezdu prudkou zatáčkou.



Obr.1 Parametrický model rámu

### 3. TEORIE

#### 3.1 Charakteristika a popis lehokola

Lehokolo (Obr.2) je dopravní prostředek poháněný lidskou silou charakterizovaný pohodlným zakloněným posedem s nohama směřujícími vpřed ve směru jízdy. Takovéto uspořádání má lepší aerodynamiku a při zakloněném posedu má cyklista výborný rozhled, srovnatelný spíše s jízdou kabrioletem než na kole. Mezi nesporné výhody lehokol patří jízdní komfort. Ze sezení v sedačce nebolí sedací partie. Zápěstí nejsou namáhána od zapírání do řídítek a následného tlumení terénních nerovností. Nebolí ani záda a za krkem jako při shrbené jízdě na klasickém kole. Zároveň při jízdě na lehokole jezdec neztrácí ani kousek výkonu. Může šlapat stejně tvrdě jako na běžném kole, pouze zapojuje trochu jiné svaly. Nevýhodou je obtížnost jízdy v těžším terénu a horší ovladatelnost v malých rychlostech. Pro jezdce je téměř nemožné pracovat s těžištěm, a proto každou nerovnost tlumí pouze vlastní odpružení kola a sedačky. Typické zhoupnutí při nájezdu na obrubník s lehokolem nelze provést. Náročné je i ohlížení se zpět např. při odbočování. Lehokola bývají o něco těžší, než klasická kola. Vyšší pořizovací cena je dána malosériovou výrobou. Neznamená to, že by lehokola byla běžnému zákazníkovi nedostupná, pouze mezi nimi nenarazíte na levné kusy vyráběné ve velkých sériích prodávané v nákupních centrech. [1a], [2]



*Obr.2 Lehokolo AZUB MINI s jezdcem [1b]*

Tříkolka ECO (Obr.3) je první model tříkolky od firmy AZUB. Tříkolka dvě říditelná kola vepředu a jedno poháněné vzadu. Tento typ konstrukce se nazývá tadpole. Poseď jezdce, který je položen velmi nízko mezi koly nabízí vynikající stabilitu i ve vysokých rychlostech.

Model ECO je základem pro další odvozené modely tříkolek společnosti AZUB, vybavené nadstandardními prvky, např. skládacím mechanismem. [1a], [2]



Obr.3 Tříkolka AZUB ECO Trike [3]

### 3.2 Použité teoretické principy a předpoklady

V následující části budou formulovány základní principy, zákony a výpočtové modely potřebné pro řešení úlohy.

Při jízdě se kolo pohybuje. Za těchto předpokladů nelze rovnováhu sil působících na kolo řešit jako statickou úlohu. D'Alembertův princip umožňuje převést dynamický problém na řešení statické rovnováhy.

**D'Alembertův princip** (dle francouzského fyzika a matematika Jean le Rond d'Alemberta) je důležitý princip který ve speciálním případě představuje ekvivalentní vyjádření druhého Newtonova zákona (zákon síly) v klasické mechanice. „Tento speciální případ d'Alembertova principu aplikujeme tak, že k vnějším silám působícím na těleso připojíme opačně zrychlující setrvačnou sílu rovnou součinu hmotnosti a zrychlení ( $F_S = m \cdot a$ ) a pro takto vzniklou soustavu napíšeme podmínku dynamické rovnováhy (pohybovou rovnici):

$$\sum F_i = 0 \quad (3.1)$$

Čteme: výslednice vnějších a setrvačných sil se rovná nule“ [4]

Řešení deformace a napjatosti nápravy je prováděno metodami prosté pružnosti a pevnosti (PP). Nutné, nikoliv postačující podmínky pro použití prosté PP jsou:

- „Uvolňování prvků v nedeformovaném stavu (tedy Pružnost I. řádu),
- formulace předpokladů, umožňujících použít jedno nebo dvojnásobně elementární prvek,
- využití Saint-Venantova principu.“ [5, s.11]

**„Saint-Venantův princip:** Nahradíme-li v určité oblasti tělesa jednu silovou soustavu jinou, staticky ekvivalentní soustavou, pak napjatost tělesa je pro obě zatížení prakticky stejná s výjimkou blízkého okolí oblasti náhrady, jehož rozměry  $\delta$  jsou srovnatelné s rozměry této oblasti.“ [5, s.16]

Tento princip umožňuje:

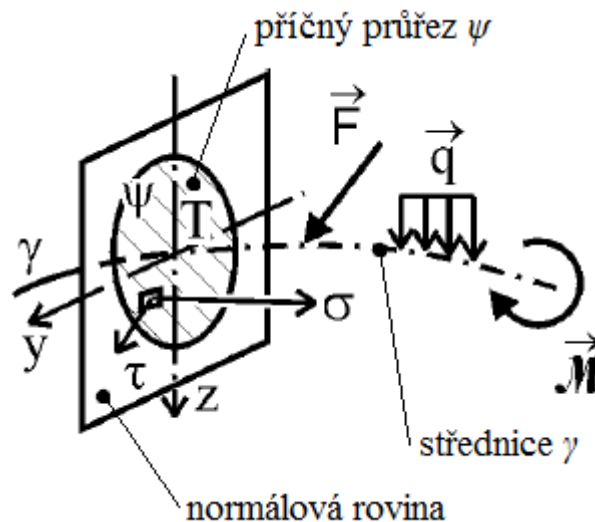
- a) „Zavádět v PP výpočtové modely silových soustav,
- b) zavádět výpočtové modely styku těles,
- c) rozdělit řešení napjatosti a deformace vázaného tělesa na řešení rovnováhy tělesa jako celku a pak napjatosti a deformace uvolněného tělesa.“ [6, s.25]

Pružnost a pevnost definuje několik zjednodušených modelů reálných těles. Analyzovanou přední nápravu je možné nahradit prutovým tělesem. Prut je nejjednodušším teoretickým modelem reálného tělesa, které splňuje jisté geometrické, vazbové, zatěžovací, deformační a napjatosti předpoklady, které souhrnně nazýváme prutové předpoklady.

**Prutové předpoklady (Obr.4):** [7, s.42-44]

- a) předpoklady geometrické
  - prut je geometricky určen střednicí  $\gamma$  a příčným průřezem  $\psi(s)$  v každém místě střednice  $s$
  - střednice  $\gamma$  je spojnice těžišť průřezů  $\psi$
  - střednice je spojitá křivka
  - průřez  $\psi$  je jedno- či vícenásobně souvislá oblast vymezená rovnicí hranice
  - délka střednice  $l$  je minimálně stejně velká jako největší rozměr  $h_{max}$  příčného průřezu, většinou ( $l \ll h_{max}$ )
- b) předpoklady vazbové a zatěžovací
  - zatížení působí na střednici
  - vazby omezují posuv a natočení střednice
- c) předpoklady deformační
  - střednice  $\gamma$  zůstává po zatížení spojitou křivkou

- příčné průřezy zůstávají i po deformaci rovinnými a kolnými ke zdeformované střednici
- d) předpoklady napjatostní
- napjatost u prutu je určena normálovým napětím  $\sigma$  a smykovým napětím  $\tau$  v příčném průřezu



Obr.4 Prutové předpoklady [5, s.36]

#### Věta o superpozici:

„Napjatost a deformace tělesa zatíženého silovou soustavou je v lineární pružnosti rovna součtu napjatostí a deformací způsobených jednotlivými silami této soustavy.“ [5, s.26]

#### Castiglianova věta [5]

Castiglianova věta je nejdůležitějším vztahem lineární pružnosti. Umožňuje vypočítat deformační charakteristiky jakéhokoliv lineárně pružného tělesa, pokud umíme matematicky formulovat jeho energii napjatosti  $W$ . Energie napjatosti, je pro prut z elastického materiálu rovna deformační práci  $A$  vykonané při jeho zatěžování.

Slovní definice Castiglianovy věty zní:

“Posuv působíště síly  $F$  po její nositelce je dán parciální derivací celkové energie napjatosti tělesa (soustavy) podle této síly.“

$$u = \frac{\partial W}{\partial F} \quad (3.2)$$

Případně pro úhel natočení:

“Úhel natočení v místě působení silové dvojice  $M$  je dán parciální derivací celkové energie napjatosti tělesa (soustavy) podle silové dvojice.“

$$\varphi = \frac{\partial W}{\partial M} \quad (3.3)$$

Popsání Castiglianovy věty je rozsáhlejší problematika, která je popsána ve většině skript pružnosti a pevnosti. K nastudování bych odkázal na (Horníková, 2003) nebo (Janíček a kol, 2004). Zde je uvedena pouze základní myšlenka věty.

## 4. ZÁKLADNÍ PARAMETRY A ROZMĚRY LEHOKOLA A SOUSTAVY KOLO + ČLOVĚK

Po konzultaci s výrobcem byla zvolena hmotnost rámu lehokola  $m_k$  a hmotnost jezdce  $m_j$

Hmotnost lehokola a jezdce

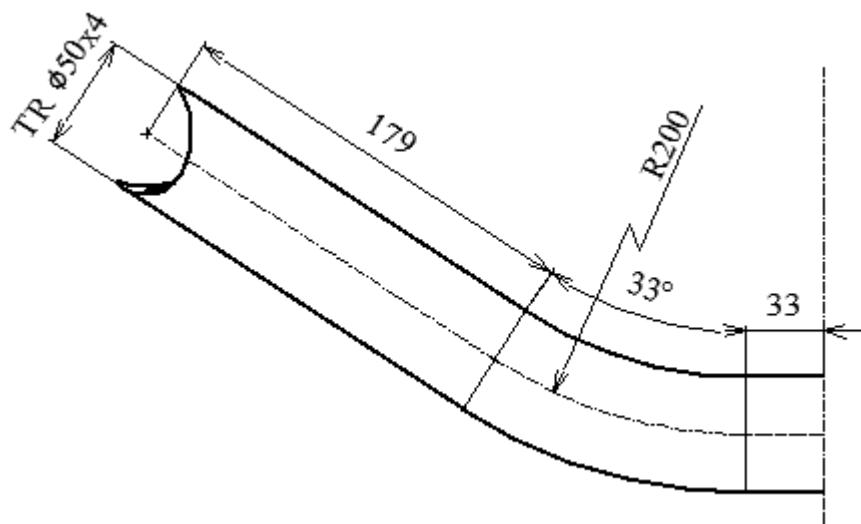
$$m_k = 15 \text{ kg}, \quad m_j = 150 \text{ kg}$$

Celková hmotnost soustavy

$$m_c = m_k + m_j = 15 + 150 = 165 \text{ kg} \quad (4.1)$$

### 4.1 Rozměry přední nápravy

Nejprve je potřeba definovat rozměry nápravy (Obr.5). Pro výpočet je postačující její polovina, která přivařena k rámu. Veškerá analýza proběhne právě pro polovinu nápravy.



Obr.5 Rozměry nápravy

Délka střednice prvního úseku nápravy  $l_1 = 179 \text{ mm}$

Poloměr zakřivení střednice nápravy  $R = 200 \text{ mm}$

Úhel zakřivení střednice nápravy  $\beta = 33^\circ$

Délka střednice třetího úseku nápravy  $l_3 = 33 \text{ mm}$

Náprava je z trubky o vnějším průměru  $50 \text{ mm}$  a tloušťce stěny  $4 \text{ mm}$ , tedy:

Vnější průměr nápravy  $D = 50 \text{ mm}$

Vnitřní průměr nápravy  $d = 42 \text{ mm}$

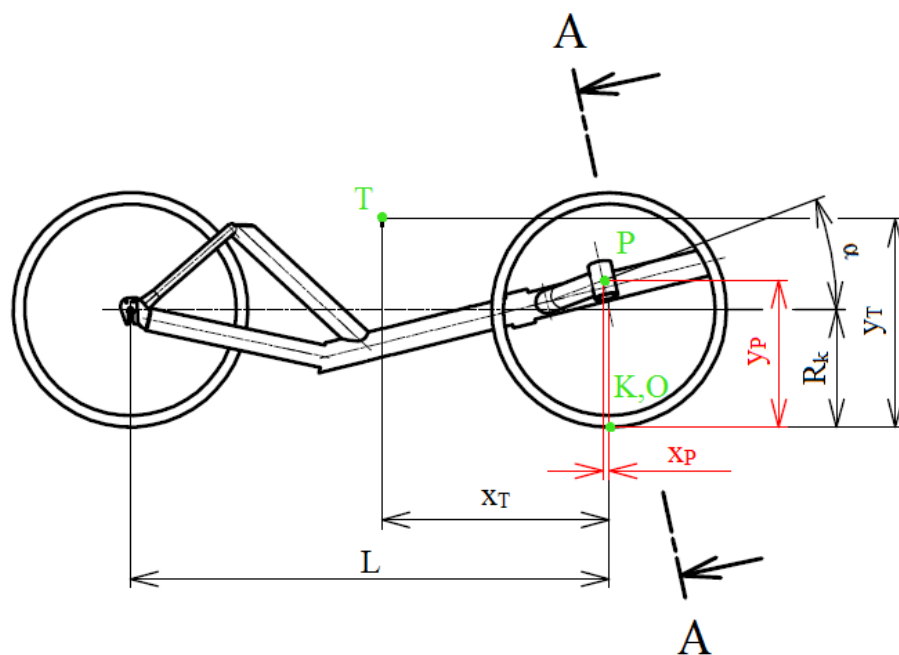
## 4.2 Rozměry celkové konstrukce (Obr. 6)

Rozvor náprav  $L = 1040 \text{ mm}$

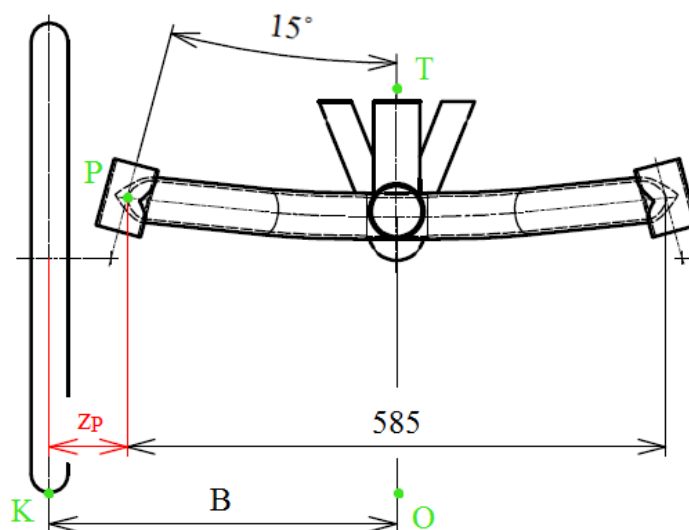
Polovina rozchodu kol  $B = 377 \text{ mm}$

Poloměr kola  $R_k = 255 \text{ mm}$

Úhel sklonu roviny přední nápravy od roviny vozovky  $\alpha = 21^\circ$



A-A (2:1)



Obr. 6 Rozměry konstrukce

Zelenou barvou jsou označeny body  $K, O, P, T$ , kde

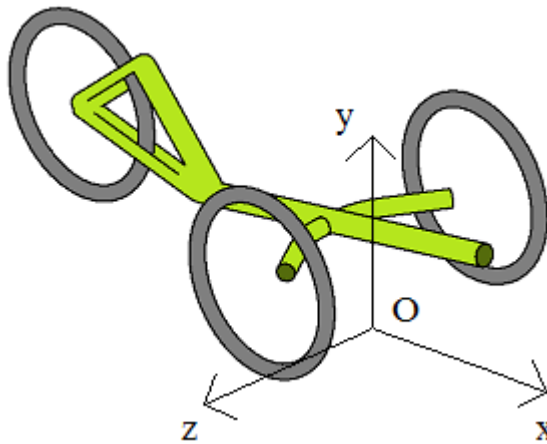
$K$  je místo kontaktu kola s vozovkou

$T$  je těžiště soustavy lehokolo + jezdec

$P$  je počátek nápravy

$O$  je počátek globálního souřadnicového systému  $Oxyz$  (Obr.7)

Pro určení kót  $x_T, y_T, z_T, x_p, y_p, z_p$  je definován globální souřadnicový systém  $Oxyz$  (Obr.7) s počátkem  $O$  ve středu spojnice bodů dotyku předních kol s vozovkou. Rozměry  $x_T, y_T, z_T$  jsou potom vzdálenosti bodů  $O$  a  $T$  ve směrech os globálního souřadnicového systému (SS). Jedná se vlastně o polohu těžiště  $T$  v daném SS. Rozměry  $x_p, y_p, z_p$  jsou vzdálenosti bodů  $K$  a  $P$  ve směrech os globálního SS



Obr.7 Globální SS  $Oxyz$

Poloha těžiště  $T$  se vypočte z jednotlivých poloh těžiště jezdce a rámu lehokola. Na obrázcích tyto polohy nejsou zakresleny. Zakótována je poloha celkového těžiště na obr.6 a její výpočet vychází z rovnice (4.2)

Těžiště rámu lehokola je voleno přibližně pro místo připevnění sedačky k rámu

$$x_k = 380 \text{ mm}, \quad y_k = 270 \text{ mm}, \quad z_k = 0 \text{ mm}$$

Těžiště osoby v sedačce lehokola je voleno v oblasti pánve jezdce.

$$x_j = 505 \text{ mm}, \quad y_j = 470 \text{ mm}, \quad z_j = 0 \text{ mm}$$

Výpočet těžiště soustavy

$$x_T = \frac{x_k \cdot m_k + x_j \cdot m_j}{m_c} = \frac{380 \cdot 15 + 505 \cdot 150}{165} = 493,6 \text{ mm}$$

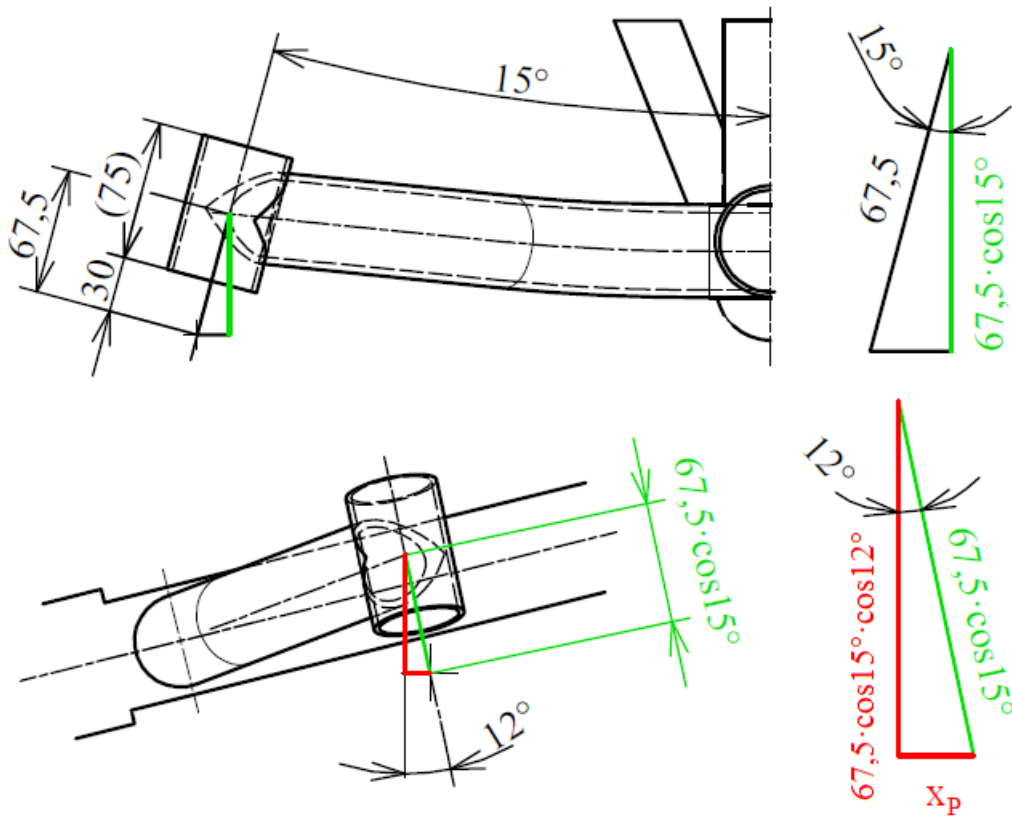
$$y_T = \frac{y_k \cdot m_k + y_j \cdot m_j}{m_c} = \frac{270 \cdot 15 + 470 \cdot 150}{165} = 451,8 \text{ mm}$$
(4.2)

$$z_T = 0$$

Ve stejném duchu se v rovnici (2.3) určí rozměry  $x_p$ ,  $y_p$ ,  $z_p$ . Délka  $x_p$  plyne z rozměrů na obr. 8, délka  $y_p$  z obr. 8 a rozměru  $R_k$  na obr. 6 a délka  $z_p$  je zakótována na obr. 6.

Kóty na obr.8 byly zakresleny na oficiálních výrobních výkresech. Tato vzdálenost by měla být konstruktérovi známá, lze ji například ověřit přeměřením v AutoCADu.

$$\begin{aligned} x_p &= 67,5 \cdot \cos 15^\circ \cdot \sin 12^\circ = 13,556 \text{ mm} \\ y_p &= R_k + 67,5 \cdot \cos 15^\circ \cdot \cos 12^\circ = 318,775 \text{ mm} \\ z_p &= B - \frac{585}{2} = 84,5 \text{ mm} \end{aligned} \quad (4.3)$$



Obr.8 Pomocné rozměry k určení vzdálenosti bodu kontaktu kola s vozovkou od počátku nápravy v globálním SS

## 5. KLASIFIKACE ZÁTĚŽNÝCH STAVŮ A VÝPOČET SIL

### 1) Lehokolo stojící resp. pohybující se rovnoměrným přímočarým pohybem bez brzdění (Obr.9)

Stavy v klidu a při rovnoměrného jsou ekvivalentní, pokud kolo nezrychluje a jede po přímé trajektorii po dokonale hladké silnici. Na lehokolo působí tíhová síla  $F_G$  a reakční síly  $F_N$  od vozovky. Setrvačná síla  $F_S$  a třecí síly  $F_T$  jsou pro tento stav nulové.

### 2) Lehokolo při plném brzdění (Obr.9)

Lehokolo je opatřeno bubnovými brzdami v předních kolech, které jsou ovládány nezávisle. Zadní kolo obvykle brzdou vybavené není. Zátěžný stav bude vyšetřován při záběru obou brzd současně plnou intenzitou. Předpokladem je, že dojde ke smyku předních kol. Součinitel smykového tření mezi gumou a asfaltem je po konzultaci s vedoucím práce stanoven na  $f = 0,55$ . Na lehokolo tedy bude působit tíhová síla  $F_G$  a setrvačná síla  $F_S$ , která nutí kolo setrvávat v pohybu a působí proti třecím silám. Na lehokolo dále působí reakční síly  $F_N$  a  $F_T$ . Síla  $F_{3T}$  je při absenci zadní brzdy nulová.

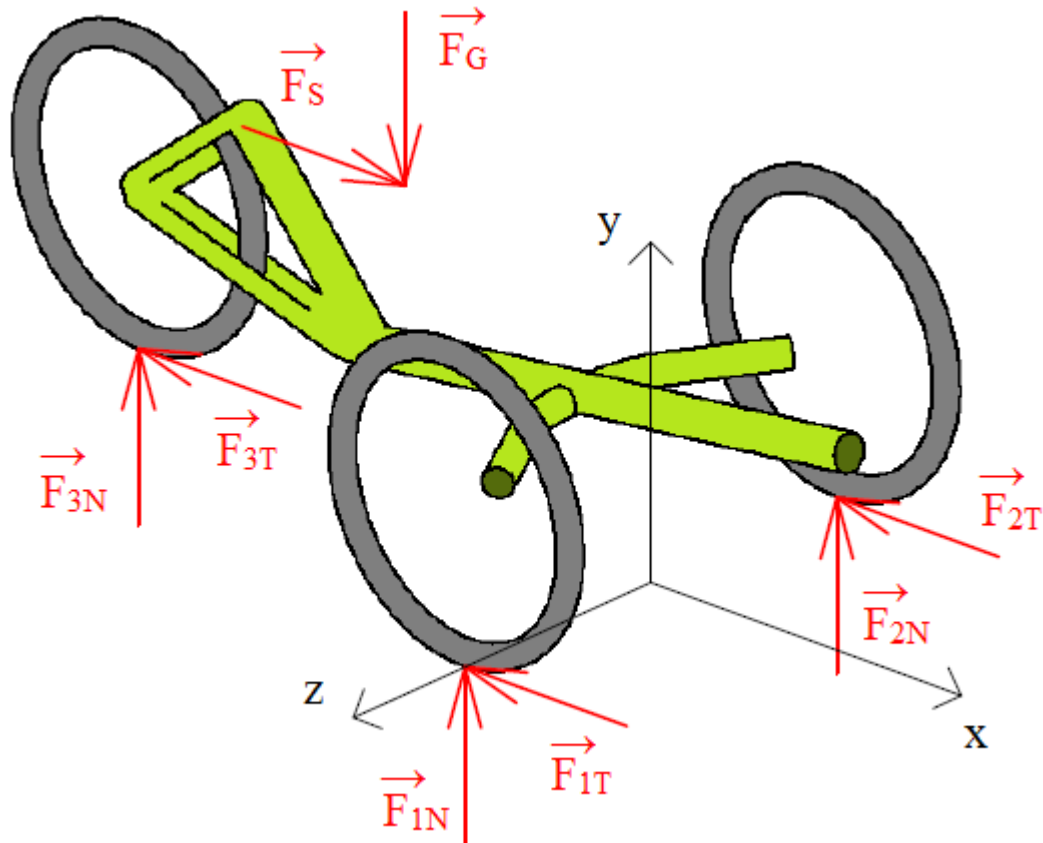
### 3) Lehokolo při průjezdu prudkou zatáčkou (Obr.10)

Při posledním stavu jsou zanedbány síly, které mohou působit ve směru osy  $x$  (ve směru jízdy). Na lehokolo bude působit tíhová síla  $F_G$  a setrvačná odstředivá síla  $F_O$ , která a působí proti tečným, nebo třecím silám, které jsou u posledního zátěžného stavu pro přehlednost označeny  $F_D$ . Od vozovky opět působí i reakční síly  $F_N$ .

Před samotným výpočtem je potřeba znát tíhovou sílu  $F_G$ , na které se podílí hmotnost jezdce i kola. Má pro všechny zátěžné stavy stejnou velikost. Tíhové zrychlení  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

$$F_G = m_c \cdot g = 165 \cdot 9,81 = 1618,6 \text{ N} \quad (5.1)$$

### 5.1 Lehokolo stojící resp. pohybující se rovnoměrným přímočarým pohybem



Obr.9 Silové působení pro první a druhý zátěžný stav

Na kolo působí pouze síly normálové a síla tíhová, která je známá.

Neznámé parametry ( $NP$ ) jsou:

$$NP = \{F_{1N}, F_{2N}, F_{3N}\}$$

Počet neznámých nezávislých parametrů:  $\mu = 3$

Podmínky  $\sum F_x = 0$  a  $\sum F_z = 0$  nejsou použitelné, protože ve směru těchto os nepůsobí žádné síly a podmínka  $\sum M_y = 0$  není použitelná, protože všechny síly jsou s osou  $y$  rovnoběžné.

Počet použitelných statických podmínek:  $\nu = 3$

Statická určitost úlohy:  $s = \mu - \nu = 0 \Rightarrow$  úloha je staticky určitá

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{1N} + F_{2N} + F_{3N} - F_G = 0 \tag{5.2}$$

$$\begin{aligned}\sum M_x &= 0 \\ -F_{1N} \cdot B + F_{2N} \cdot B &= 0 \\ \sum M_z &= 0 \\ -F_{3N} \cdot L + F_G \cdot x_T &= 0\end{aligned}$$

Řešením soustavy rovnic jsou získány reakční síly  $F_{1N} = F_{2N} = 425,2$  a  $F_{3N} = 768,2$  N.

## 5.2 Lehokolo při plném brzdění (Obr.9)

Třecí síly jsou funkcí sil normálových a součinitele tření  $f$ . Proto se nepočítají mezi neznámé.

$$\begin{aligned}F_{1T} &= f \cdot F_{1N} \\ F_{2T} &= f \cdot F_{2N}\end{aligned}\tag{5.3}$$

$$NP = \{F_{1N}, F_{2N}, F_{3N}, F_S\}$$

Počet neznámých nezávislých parametrů:  $\mu = 4$

podmínka  $\sum F_z = 0$  není použitelná, protože ve směru osy nepůsobí žádná síla a podmínka  $\sum M_y = 0$  není použitelná, neboť je prakticky totožná s momentovou podmínkou k ose  $x$ .

Počet použitelných statických podmínek:  $\nu = 4$

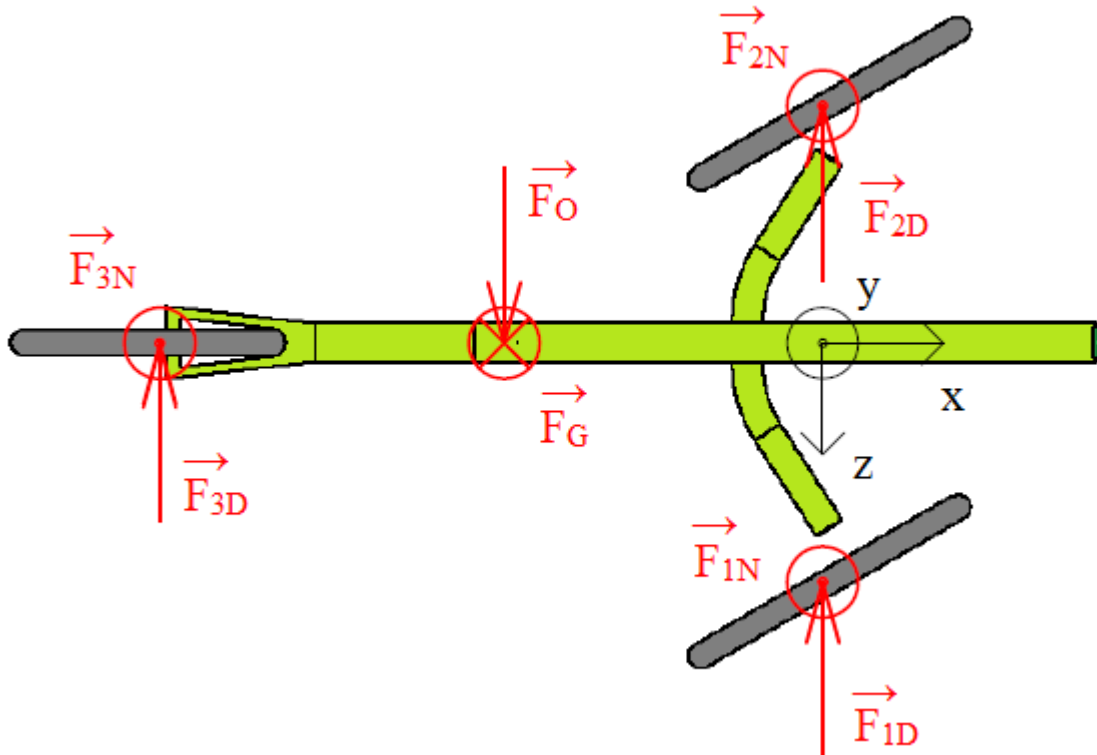
Statická určitost úlohy:  $s = \mu - \nu = 0 \Rightarrow$  úloha je staticky určitá

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \\ -f \cdot F_{1N} - f \cdot F_{2N} + F_S &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ F_{1N} + F_{2N} + F_{3N} - F_G &= 0 \\ \sum M_x &= 0 \\ -F_{1N} \cdot B + F_{2N} \cdot B &= 0 \\ \sum M_z &= 0 \\ -F_{3N} \cdot L - F_S \cdot y_T + F_G \cdot x_T &= 0\end{aligned}\tag{5.4}$$

Řešením soustavy rovnic jsou získány síly  $F_{1N} = F_{2N} = 558,7$  N,  $F_{3N} = 501,2$  N a  $F_S = 614,5$  N.

Dopočítání třecích sil:  $F_{1T} = F_{2T} = F_{1N} \cdot f = 558,7 = 307,3$  N.

## 5.3 Lehokolo při průjezdu prudkou zatáčkou



Obr.10 Silové působení pro třetí zátěžný stav

V případě jízdy do prudké zatáčky budou síly  $F_D$  nejprve silami tečnými. V kritickém okamžiku se buď jedno či více kol současně dostane do smyku, nebo se celé lehokolo může překloupat. V takovém případě jsou všechny síly krom tíhové nezávislé a neznámé.

$$NP = \{F_{1N}, F_{2N}, F_{3N}, F_{1D}, F_{2D}, F_{3D}, F_O\}$$

Počet neznámých nezávislých parametrů:  $\mu = 7$

Z důvodu zanedbání sil působících ve směru osy  $x$  není podmínka  $\sum F_x = 0$  použitelná

Počet použitelných statických podmínek:  $\nu = 5$

Statická určitost úlohy:  $s = \mu - \nu = 2 \Rightarrow$  úloha je 2x staticky neurčitá

Takováto soustava sil není řešitelná. Budu předpokládat, že v kritickém okamžiku dojde ke smyku obou předních kol. Síly  $F_{1D}$  a  $F_{2D}$  pak budou závislé.

$$\begin{aligned} F_{1D} &= f \cdot F_{1N} \\ F_{2D} &= f \cdot F_{2N} \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$NP = \{F_{1N}, F_{2N}, F_{3N}, F_{3D}, F_O\}$$

Počet neznámých nezávislých parametrů:  $\mu = 5$

Počet použitelných statických podmínek:  $\nu = 5$

Statická určitost úlohy:  $s = \mu - \nu = 0 \Rightarrow$  úloha je staticky určitá

$$\begin{aligned}
 \sum F_y &= 0 \\
 F_{1N} + F_{2N} + F_{3N} - F_G &= 0 \\
 \sum F_z &= 0 \\
 -f \cdot F_{1N} - f \cdot F_{2N} - F_{3D} + F_O &= 0 \\
 \sum M_x &= 0 \\
 -F_{1N} \cdot B + F_{2N} \cdot B + F_O \cdot y_T &= 0 \\
 \sum M_y &= 0 \\
 -F_{3D} \cdot L + F_O \cdot x_T &= 0 \\
 \sum M_z &= 0 \\
 -F_{3N} \cdot L + F_G \cdot x_T &= 0
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Řešením soustavy rovnic jsou získány síly  $F_{1N} = 958,6 \text{ N}$ ,  $F_{2N} = -108,2 \text{ N}$ ,  $F_{3N} = 768,2 \text{ N}$ ,  $F_{3T} = 422,5 \text{ N}$  a  $F_O = 890,2 \text{ N}$ .

Normálová síla  $F_{2N}$  působící levé přední kolo vyšla záporná. Tento stav není reálný a z výsledku vyplývá, že dříve, než dojde ke smyku, ztratí levé (vnitřní) přední kolo kontakt s vozovkou a dojde k překlopení.

Výpočet je nutné přeformulovat pro mezní stav klopení, při kterém nepůsobí na levé přední kolo žádné reakční síly. Ve výpočtu nadále nebudou figurovat síly  $F_{1N}$  a  $F_{1D}$ . Ostatní síly působí stejně, viz obr. 10.

$$NP = \{F_{1N}, F_{3N}, F_{1D}, F_{3D}, F_O\}$$

Počet neznámých nezávislých parametrů:  $\mu = 5$

Počet použitelných statických podmínek:  $\nu = 5$

Statická určitost úlohy:  $s = \mu - \nu = 0 \Rightarrow$  úloha je staticky určitá

$$\begin{aligned}
 \sum F_y &= 0 \\
 F_{1N} + F_{3N} - F_G &= 0 \\
 \sum F_z &= 0 \\
 -F_{1T} - F_{3D} + F_O &= 0
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

$$\begin{aligned} \sum M_x &= 0 \\ -F_{1N} \cdot B + F_O \cdot y_T &= 0 \\ \sum M_y &= 0 \\ -F_{3T} \cdot L + F_O \cdot x_T &= 0 \\ \sum M_z &= 0 \\ -F_{3N} \cdot L + F_G \cdot x_T &= 0 \end{aligned}$$

Řešením soustavy rovnic jsou získány síly.  $F_{1N} = 850,4 \text{ N}$ ,  $F_{1T} = 372,8 \text{ N}$ ,  $F_{3N} = 768,2 \text{ N}$ ,  $F_{3T} = 336,8 \text{ N}$  a  $F_O = 709,6 \text{ N}$ .

Všechny síly vychází kladné, tudíž v předpokládaném směru. Pokud se lehokolo opravdu bude překlápět, kola se nedostanou do smyku. Proto je nezbytná dodatečná kontrola nesmýknutí kol.

$$\begin{aligned} F_{1T} &\leq F_{1N} \cdot f \\ 372,8 &\leq 850,4 \cdot 0,55 \\ 372,8 &\leq 467,7 \end{aligned} \tag{5.8}$$

$$\begin{aligned} F_{3T} &\leq F_{3N} \cdot f \\ 336,8 &\leq 768,2 \cdot 0,55 \\ 336,8 &\leq 422,5 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Z odstředivé síly lze vypočítat úhlová rychlost kola  $\omega$  případně obvodová rychlost  $v$ , kterou jede kolo v zatáčce o poloměru  $R_Z = 3 \text{ m}$ .

$$F_O = m \cdot a_O = m \cdot \omega^2 \cdot R_Z = m \cdot \frac{v^2}{R_Z}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{F_O}{m \cdot R_Z}} = \sqrt{\frac{709,6}{165 \cdot 3}} = 1,197 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \tag{5.10}$$

$$v = \sqrt{\frac{F_O \cdot R_Z}{m}} = \sqrt{\frac{709,6 \cdot 3}{165}} = 3,592 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 12,93 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \tag{5.11}$$

## 6. TRANSFORMACE SIL DO POČÁTKU NÁPRAVY

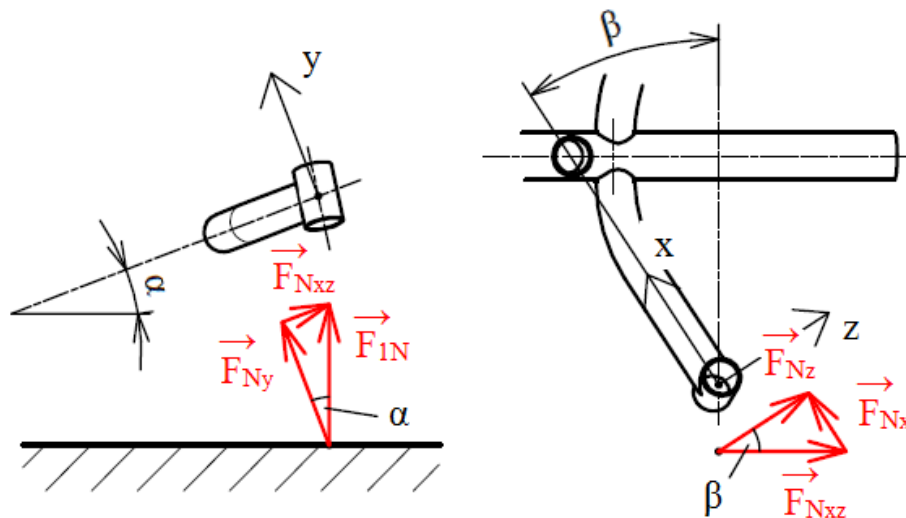
### 6.1 Obecné vyjádření transformace silové soustavy

Pro výpočet výsledných vnitřních účinků (VVÚ) a je nutno přetransformovat silové působení z bodu  $K$  (kontaktu kola s vozovkou) do bodu  $P$  (místa počátku nápravy) a to pro pravé přední kolo, které je namáháno ve všech třech zátěžných stavech. K tomuto kroku je volen lokální souřadnicový systém  $Axyz$ . Počátek SS  $A$  je shodný s bodem  $P$ . Osa  $x$  leží ve směru střednice prutu, osa  $z$  je na ni kolmá v rovině prutu a osa  $y$  je kolmá na rovinu prutu (Obr.11).

Nejprve se transformuje samostatně každá ze sil  $F_{1N}$ ,  $F_{1T}$  a  $F_{1D}$  které je možno zapsat obecně.

Pro normálovou sílu (Obr. 11) platí:

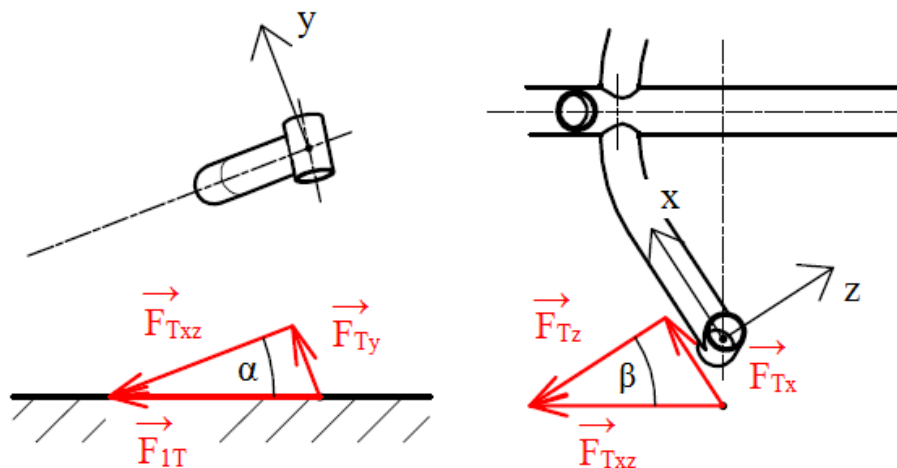
$$\begin{aligned} F_{Ny} &= F_{1N} \cdot \cos \alpha \\ F_{Nxz} &= F_{1N} \cdot \sin \alpha \\ F_{Nx} &= F_{Nxz} \cdot \sin \beta = F_{1N} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \\ F_{Nz} &= F_{Nxz} \cdot \cos \beta = F_{1N} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta \end{aligned} \quad (6.1)$$



Obr.11 Transformace normálové síly  $F_{1N}$

Pro třecí sílu (Obr.12) platí:

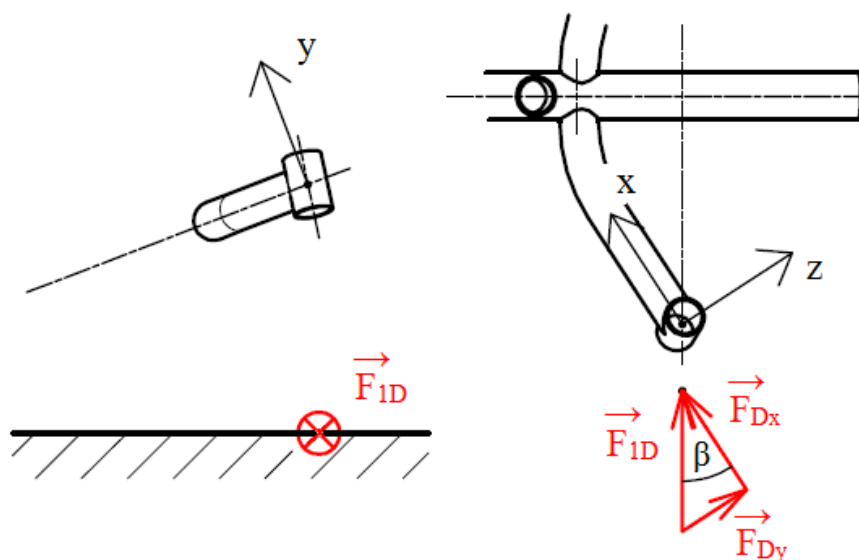
$$\begin{aligned}
 F_{Ty} &= F_{1T} \cdot \sin \alpha \\
 F_{Txz} &= F_{1T} \cdot \cos \alpha \\
 F_{Tx} &= F_{Txz} \cdot \sin \beta = F_{1T} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta \\
 F_{Tz} &= -F_{Txz} \cdot \cos \beta = -F_{1T} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta
 \end{aligned}
 \tag{6.2}$$



Obr.12 Transformace třecí síly  $F_{1T}$

Pro tečnou sílu (Obr. 13) platí:

$$\begin{aligned}
 F_{Dy} &= 0 \\
 F_{Dxz} &= F_{1D} \\
 F_{Dx} &= F_{1D} \cdot \cos \beta \\
 F_{Dz} &= F_{1D} \cdot \sin \beta
 \end{aligned}
 \tag{6.3}$$


 Obr.13 Transformace tečné síly  $F_{ID}$ 

Síly působící v kontaktu se v počátku nápravy projeví i jako momenty. Pokud zapíšeme výslednou sílu jako vektor ve tvaru  $\vec{F}_A = (F_{Ax}; F_{Ay}; F_{Az})$ , pak výsledný moment ve tvaru  $\vec{M}_A = (M_{Ax}; M_{Ay}; M_{Az})$  je dán vztahem 6.4 Vektor  $\vec{r}_{AK} = (r_x; r_y; r_z)$  určuje polohu bodu K (kontaktu kola s vozovkou) v lokálním SS Axyz. [8]

$$\vec{M}_A = \vec{r}_{AK} \times \vec{F}_A = (r_x; r_y; r_z) \times (F_{Ax}; F_{Ay}; F_{Az}) \quad (6.4)$$

S využitím zjištěných vzdáleností  $x_p$ ,  $y_p$ ,  $z_p$  a úhlů, o které je SS Axyz natočen vůči Oxyz byl určen vektor  $\vec{r}_{AK}$  pomocí programu Autodesk Inventor.

Vektor  $\vec{r}_{AK}$

$$\begin{aligned} \vec{r}_{AK} &= (r_x; r_y; r_z) = (-15,542; -302,46; -131,217) \text{ mm} \\ |\vec{r}_{AK}| &= 330,063 \text{ mm} \end{aligned} \quad (6.5)$$

## 6.2 Číselné vyjádření transformace silové soustavy

### 6.2.1 Silové zatížení nápravy při jízdě po rovině

$$\begin{aligned} F_{Ax} &= F_{Nx} = F_{1N} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta = 425,2 \cdot \sin 21^\circ \cdot \sin 33^\circ = 83,0 \text{ N} \\ F_{Ay} &= F_{Ny} = F_{1N} \cdot \cos \alpha = 425,2 \cdot \cos 21^\circ = 397,0 \text{ N} \\ F_{Az} &= F_{Nz} = F_{1N} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta = 425,2 \cdot \sin 21^\circ \cdot \cos 33^\circ = 127,8 \text{ N} \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\begin{aligned}\vec{M}_A &= (M_{Ax}; M_{Ay}; M_{Az}) = \vec{r}_{AK} \times \vec{F}_A = (r_x; r_y; r_z) \times (F_{Ax}; F_{Ay}; F_{Az}) \\ &= (-15,542; -302,46; -131,217) \times (83; 397; 127,8) \\ &= (13435; -8904; 18932) \text{ N} \cdot \text{mm}\end{aligned}\tag{6.7}$$

### 6.2.2 Silové zatížení nápravy při plném brzdění

$$\begin{aligned}F_{Ax} &= F_{Nx} + F_{Tx} = F_{1N} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + F_{1T} \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta = \\ &= 558,7 \cdot \sin 21^\circ \cdot \sin 33^\circ + 307,3 \cdot \cos 21^\circ \cdot \sin 33^\circ \\ &= 265,3 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F_{Ay} &= F_{Ny} + F_{Ty} = F_{1N} \cdot \cos \alpha + F_{1T} \cdot \sin \alpha \\ &= 558,7 \cdot \cos 21^\circ + 307,3 \cdot \sin 21^\circ = 631,7 \text{ N}\end{aligned}\tag{6.8}$$

$$\begin{aligned}F_{Az} &= F_{Nz} + F_{Tz} = F_{1N} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta - F_{1T} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \\ &= 558,7 \cdot \sin 21^\circ \cdot \cos 33^\circ - 307,3 \cdot \cos 21^\circ \cdot \cos 33^\circ \\ &= -72,7 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{M}_A &= \vec{r}_{AK} \times \vec{F}_A \\ &= (-15,542; -302,46; -131,217) \times (265,3; 631,7; -72,7) \\ &= (104869; -35939; 70419) \text{ N} \cdot \text{mm}\end{aligned}\tag{6.9}$$

### 6.2.3 Silové zatížení nápravy při jízdě do zatáčky

$$\begin{aligned}F_{Ax} &= F_{Nx} + F_{Dx} = F_{1N} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + F_{1D} \cdot \cos \beta \\ &= 850,4 \cdot \sin 21^\circ \cdot \sin 33^\circ + 372,8 \cdot \cos 33^\circ = 478,6 \text{ N}\end{aligned}$$

$$F_{Ay} = F_{Ny} + F_{Dy} = F_{1N} \cdot \cos \alpha + 0 = 850,4 \cdot \cos 21^\circ = 793,9 \text{ N}\tag{6.10}$$

$$\begin{aligned}F_{Az} &= F_{Nz} + F_{Dz} = F_{1N} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta + F_{1D} \cdot \sin \beta \\ &= 850,4 \cdot \sin 21^\circ \cdot \cos 33^\circ + 372,8 \cdot \sin 33^\circ = 458,6 \text{ N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{M}_A &= \vec{r}_{AK} \times \vec{F}_A \\ &= (-15,542; -302,46; -131,217) \times (478,6; 793,9; 458,6) \\ &= (-34545; -55678; 132432) \text{ N} \cdot \text{mm}\end{aligned}\tag{6.11}$$

## 7. MATERIÁLOVÉ A PRŮŘEZOVÉ CHARAKTERISTIKY

### 7.1 Volba materiálu nápravy

Materiál nápravy je vyroben z hliníkové slitiny **EN AW-6060** (AlMgSi), dle českých norem označována ČSN 424401 Konstrukční materiál s dobrou tvárností, odolností proti korozi, vhodný ke svařování. Plastické vlastnosti v žíhaném stavu dobré, ve vytvrzeném stavu vyhovující. Použití: součásti se střední pevností dlouhodobě pracující při teplotách 50 až -70°C, u nichž se požaduje dobrá technologičnost, korozní odolnost a dekorativní vzhled. Použití na letadla, vozidla, ve stavebnictví, potravinářství, pro jemnou mechaniku. [9]

Mez pevnosti  $R_m = 195 \text{ MPa}$  [10]

Smluvní mez kluzu  $R_{p0,2} = 150 \text{ MPa}$  [10]

Modul pružnosti v tahu  $E = 69500 \text{ MPa}$  [11]

$G = 26100 \text{ MPa}$  [11]

Poissonovo číslo  $\mu_p = 0,33$  [11]

Co se týče meze pevnosti a meze kluzu, zdroje se mohou značně lišit. Výrobci při určování zvažují rozměry polotovarů a tepelné ovlivnění materiálu při svařování např. pro EN AW-6060 Euralliage udává hodnoty  $R_m = 120 \text{ MPa}$ ,  $R_{p0,2} = 60 \text{ MPa}$  [11]

Jako alternativa by se mohla použít pevnější, ale dražší slitina hliníku **EN AW-7020** (AlZn4Mg), dle českých norem označována ČSN 424441. Tato slitina je využívána pro její vysokou pevnost, nízkou hmotnost, dobrou odolnost proti korozi a dobrou svařitelnost v ochranné atmosféře. [12]

Mez pevnosti  $R_m = 300 \text{ MPa}$  [13]

Smluvní mez kluzu  $R_{p0,2} = 245 \text{ MPa}$  [13]

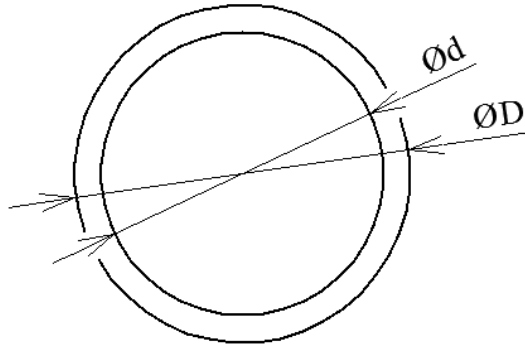
Modul pružnosti v tahu  $E = 69650 \text{ MPa}$  [13]

Modul pružnosti ve smyku  $G = 24520 \text{ MPa}$  [13]

Mezi modulem pružnosti v tahu neboli Youngovým modulem  $E$ , modulem pružnosti ve smyku  $G$  a poissonovým číslem  $\mu_p$  platí vztah 7.1

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu_p)} \quad (7.1)$$

## 7.2 Průřezové charakteristiky nápravy



Obr.14 průřez nápravy

Vnější průměr nápravy  $D = 50 \text{ mm}$

Vnitřní průměr nápravy  $d = 42 \text{ mm}$

Osový kvadratický moment průřezu

$$J_y = J_z = J_o = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi \cdot (50^4 - 42^4)}{64} = 154051,1 \text{ mm}^4 \quad (7.2)$$

Polární kvadratický moment průřezu

$$J_p = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32} = \frac{\pi \cdot (50^4 - 42^4)}{32} = 308102,3 \text{ mm}^4 \quad (7.3)$$

Modul průřezu v ohybu

$$W_o = \frac{J_y}{e} = \frac{\frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64}}{\frac{D}{2}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (50^4 - 42^4)}{64 \cdot 50} = 6162,0 \text{ mm}^3 \quad (7.4)$$

Modul průřezu v krutu

$$W_k = \frac{J_p}{e} = \frac{\frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32}}{\frac{D}{2}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (50^4 - 42^4)}{32 \cdot 50} = 12324,1 \text{ mm}^3 \quad (7.5)$$

Kde  $e$  je vzdálenost krajního vlákna od neutrální osy

## 8. VÝSLEDNÉ VNITŘNÍ ÚČINKY (VVÚ)

„Výsledné vnitřní účinky v příčném průřezu prutu uvádějí vnější silovou soustavu působící na prvek tímto průřezem uvolněný do statické rovnováhy.“

„Jednotlivé složky VVÚ nazýváme takto:

$\vec{N}$  - normálová síla,

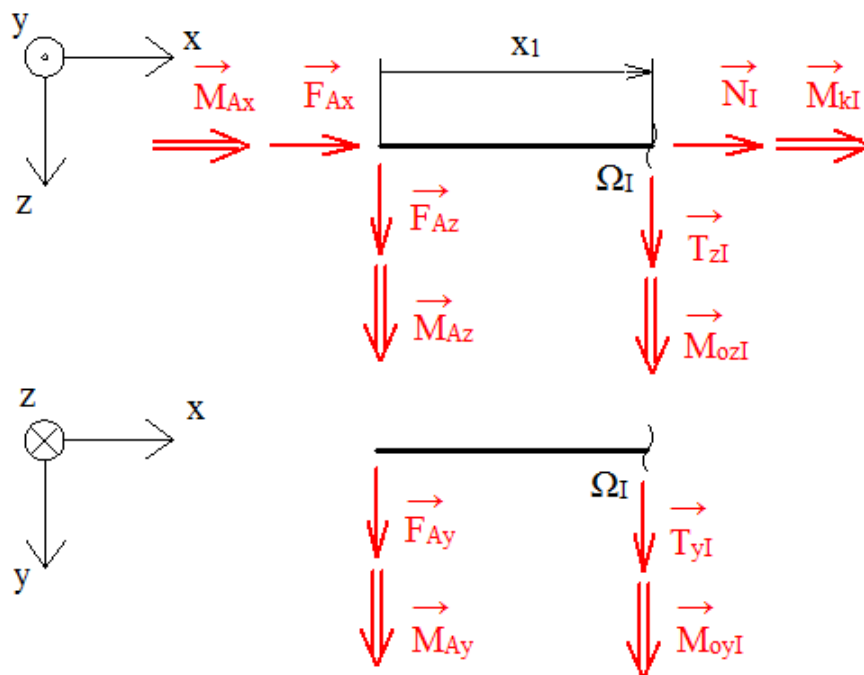
$\vec{T}_y, \vec{T}_z$  – posouvající síly

$\vec{M}_k$  - kroutící moment

$\vec{M}_y, \vec{M}_z$  - ohybové momenty“

„Určení VVÚ v řezu otevřeného prutu, zatíženého úplně zadanou silovou soustavou je staticky určitá úloha.“ [6, s.78-79]

### 8.1 Obecné určení VVÚ nápravy



Obr.15 VVÚ v prvním úseku nápravy

$$x_1 \in \langle 0; l_1 \rangle$$

$$N_I(x_1) = -F_{Ax} \quad (8.1)$$

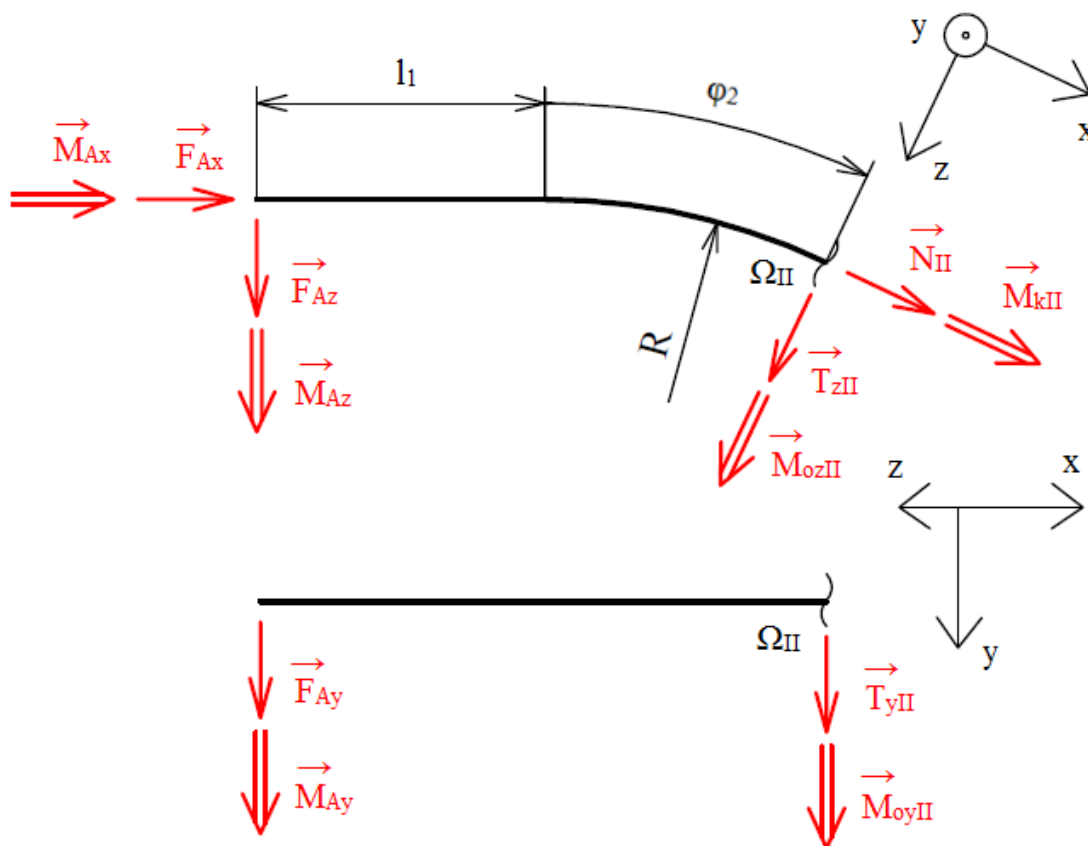
$$T_{yI}(x_1) = -F_{Ay} \quad (8.2)$$

$$T_{zI}(x_1) = -F_{Az} \quad (8.3)$$

$$M_{kI}(x_1) = -M_{Ax} \quad (8.4)$$

$$M_{oyI}(x_1) = -F_{Az} \cdot x_1 - M_{Ay} \quad (8.5)$$

$$M_{ozI}(x_1) = F_{Ay} \cdot x_1 - M_{Az} \quad (8.6)$$



Obr.16 VVÚ ve druhém úseku nápravy

$$\varphi_2 \in \langle 0; \beta \rangle$$

$$N_{II}(\varphi_2) = -F_{Ax} \cdot \cos \varphi - F_{Az} \cdot \sin \varphi_2 \quad (8.7)$$

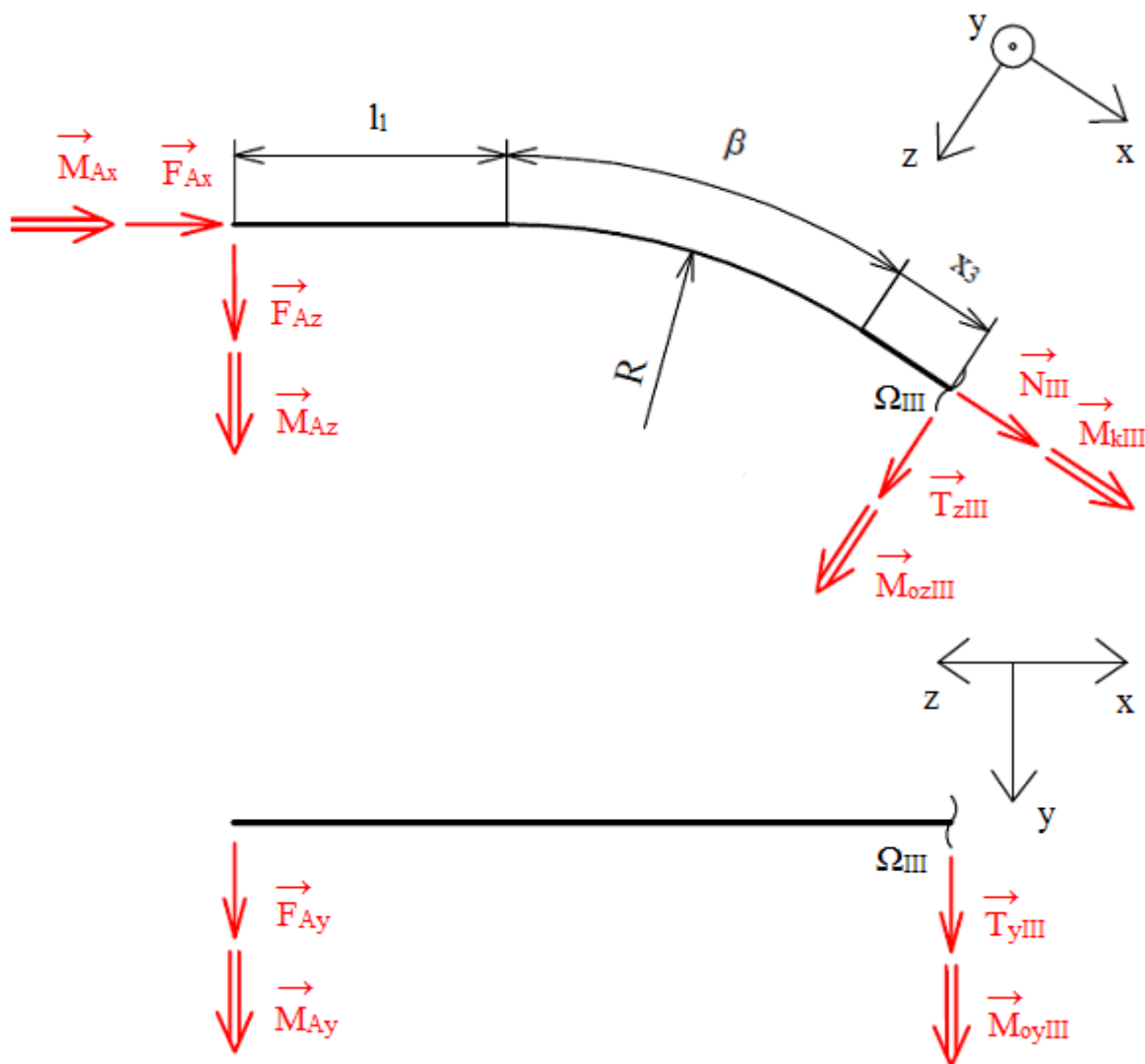
$$T_{yII}(\varphi_2) = -F_{Ay} \quad (8.8)$$

$$T_{zII}(\varphi_2) = F_{Ax} \cdot \sin \varphi_2 - F_{Az} \cdot \cos \varphi_2 \quad (8.9)$$

$$M_{kII}(\varphi_2) = F_{Ay} \cdot [l_1 \cdot \sin \varphi_2 + R \cdot (1 - \cos \varphi_2)] - M_{Ax} \cdot \cos \varphi_2 - M_{Az} \cdot \sin \varphi_2 \quad (8.10)$$

$$M_{oyII}(\varphi_2) = F_{Ax} \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi_2) - F_{Az} \cdot [l_1 + R \cdot \sin \varphi_2] - M_{Ay} \quad (8.11)$$

$$M_{ozII}(\varphi_2) = F_{Ay} \cdot (l_1 \cdot \cos \varphi_2 + R \cdot \sin \varphi_2) + M_{Ax} \cdot \sin \varphi_2 - M_{Az} \cdot \cos \varphi_2 \quad (8.12)$$



Obr.17 VVÚ ve třetím úseku nápravy

$$x_3 \in (0; l_3)$$

$$N_{III}(x_3) = -F_{Ax} \cdot \cos \beta - F_{Az} \cdot \sin \beta \quad (8.13)$$

$$T_{yIII}(x_3) = -F_{Ay} \quad (8.14)$$

$$T_{zIII}(x_3) = F_{Ax} \cdot \sin \beta - F_{Az} \cdot \cos \beta \quad (8.15)$$

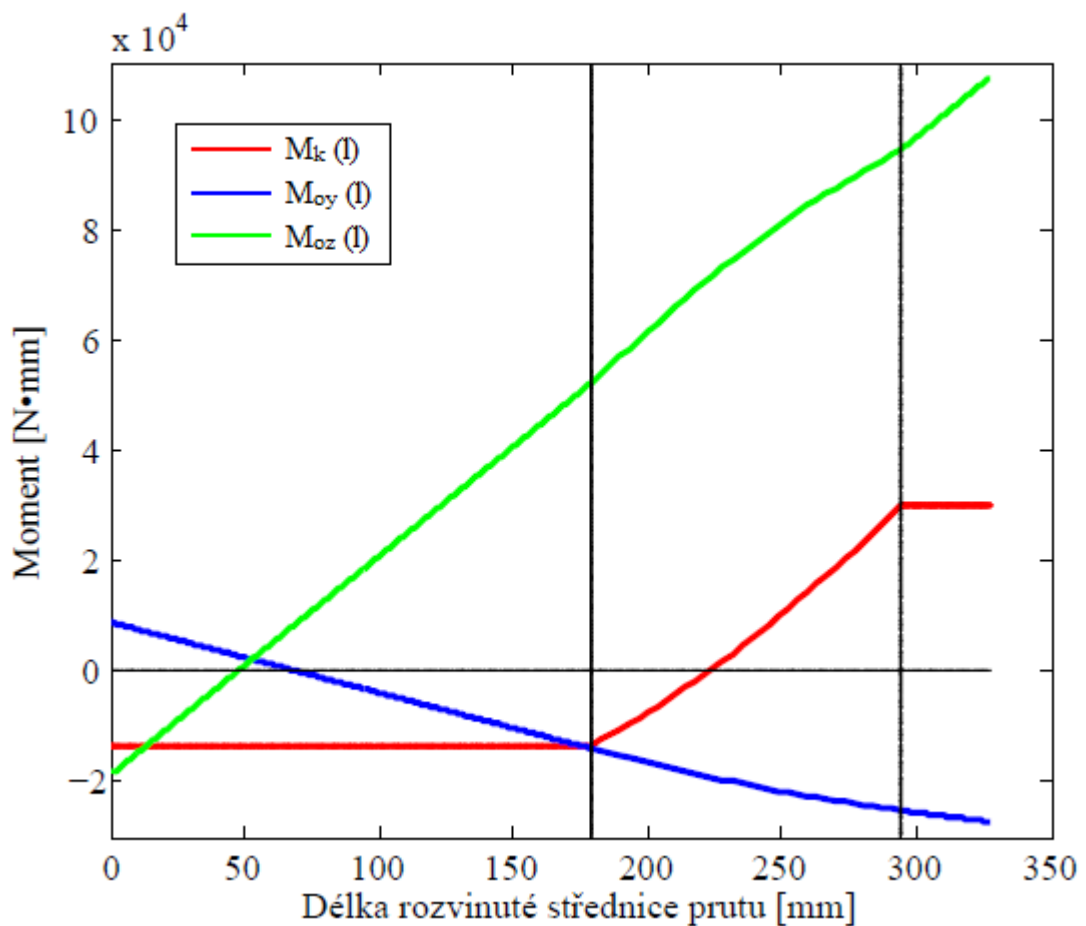
$$M_{kIII}(x_3) = F_{Ay} \cdot [l_1 \cdot \sin \beta + R \cdot (1 - \cos \beta)] - M_{Ax} \cdot \cos \beta - M_{Az} \cdot \sin \beta \quad (8.16)$$

$$M_{oyIII}(x_3) = F_{Ax} \cdot [R \cdot (1 - \cos \beta) + x_3 \cdot \sin \beta] - F_{Az} \cdot [l_1 + R \cdot \sin \beta + x_3 \cdot \cos \beta] - M_{Ay} \quad (8.17)$$

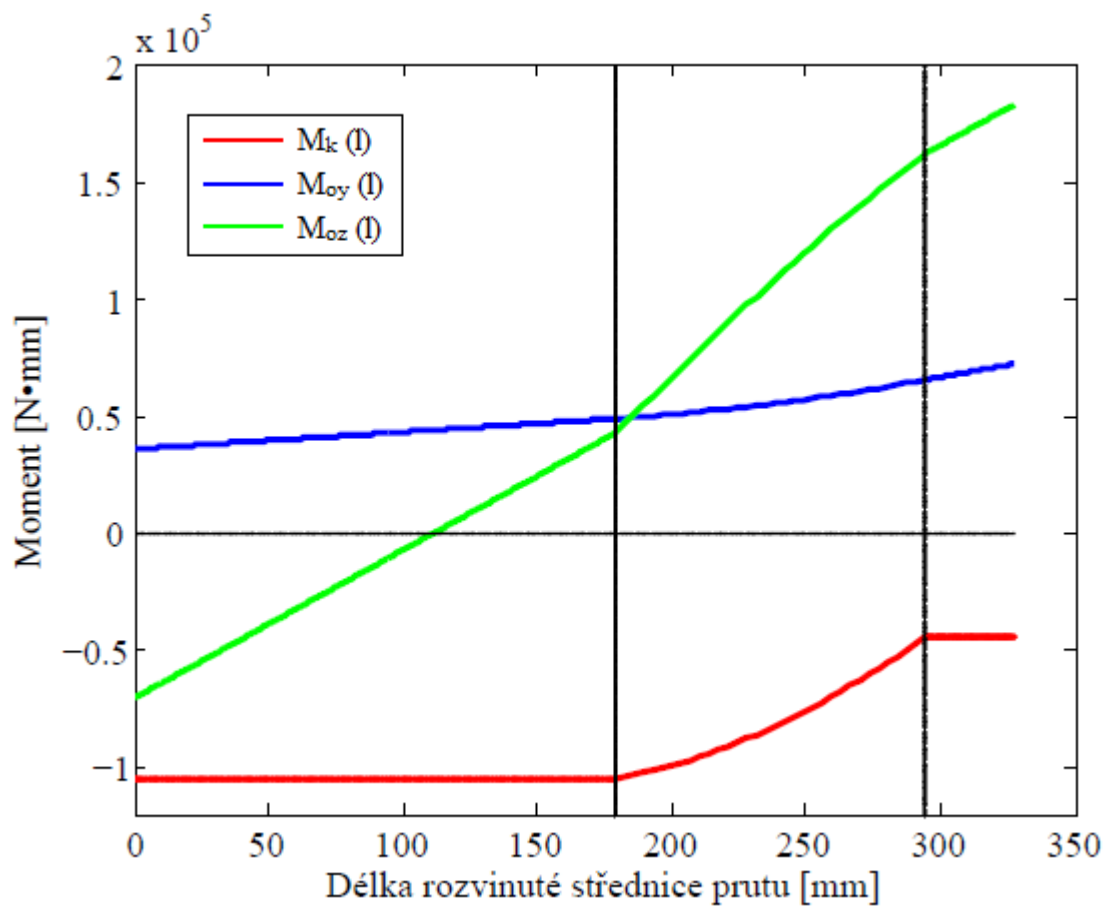
$$M_{ozIII}(x_3) = F_{Ay} \cdot (l_1 \cdot \cos \beta + R \cdot \sin \beta + x_3) + M_{Ax} \cdot \sin \beta - M_{Az} \cdot \cos \beta \quad (8.18)$$

## 8.2 Grafické vyjádření VVÚ

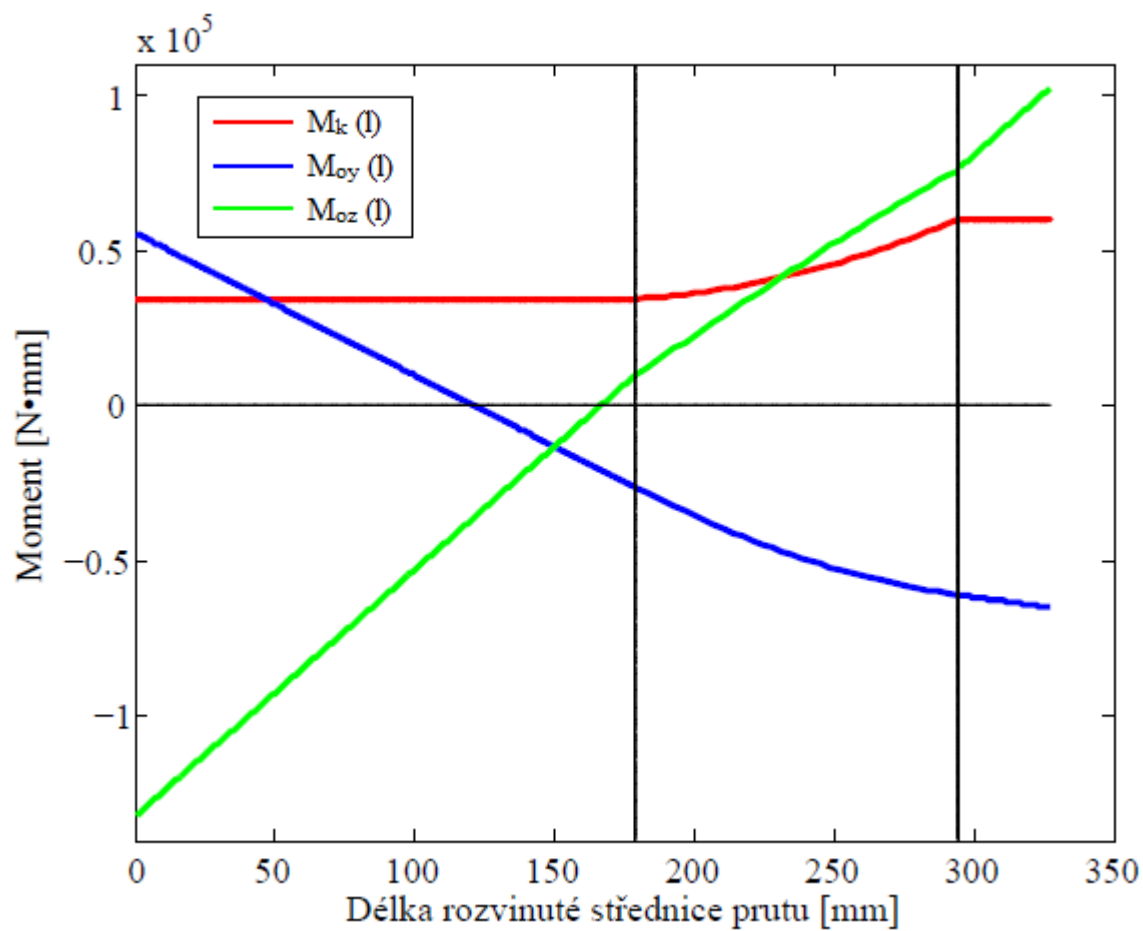
Dominantní namáhání nápravy je na ohyb a krut. Proto jsou vyjádřeny průběhy kroutícího a ohybových momentů po délce střednice prutu pro jednotlivé zátěžné stavy (obr.18, obr.19, obr.20).



Obr.18 Průběhy VVÚ pro jízdu po rovině



Obr.19 Průběhy VVÚ pro plné brzdění



Obr.20 Průběhy VVÚ pro jízdu do zatáčky

## 9. URČENÍ NAPĚTÍ A BEZPEČNOSTI V KRITICKÉM MÍSTĚ

Z průběhů momentů je patrné, že nebezpečné místo je ve vetknutí V nápravy k základnímu rámu. Pro všechny zátěžné stavy jsou vyčísleny kroutící a ohybové momenty ve vetknutí, celkový ohybový moment, redukované napětí dle podmínky  $\max \tau$  (Trescovy) a nakonec bezpečnost k meznímu stavu pružnosti  $k_k$ .

Nebezpečné místo je ve třetím úseku, kterým je veden řez  $\Omega_{III}$  a pro  $x_3 = l_3$ .

### 9.1 Výpočet bezpečnosti pro jízdu po rovině

$$\begin{aligned} M_{kV} &= F_{Ay} \cdot [l_1 \cdot \sin \beta + R \cdot (1 - \cos \beta)] - M_{Ax} \cdot \cos \beta - M_{Az} \cdot \sin \beta \\ &= 397 \cdot [179 \cdot \sin 33^\circ + 200 \cdot (1 - \cos 33^\circ)] - 13435 \\ &\quad \cdot \cos 33^\circ - 18932 \cdot \sin 33^\circ = 29929 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{aligned} \quad (9.1)$$

$$\begin{aligned} M_{oyV} &= F_{Ax} \cdot [R \cdot (1 - \cos \beta) + l_3 \cdot \sin \beta] - F_{Az} \\ &\quad \cdot [l_1 + R \cdot \sin \beta + l_3 \cdot \cos \beta] - M_{Ay} \\ &= 83 \cdot [200 \cdot (1 - \cos 33^\circ) + 33 \cdot \sin 33^\circ] - 127,8 \\ &\quad \cdot [179 + 200 \cdot \sin 33^\circ + 33 \cdot \cos 33^\circ] + 8904 \\ &= -27259 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{aligned} \quad (9.2)$$

$$\begin{aligned} M_{ozV} &= F_{Ay} \cdot (l_1 \cdot \cos \beta + R \cdot \sin \beta + l_3) + M_{Ax} \cdot \sin \beta - M_{Az} \cdot \cos \beta \\ &= 397 \cdot (179 \cdot \cos 33^\circ + 200 \cdot \sin 33^\circ + 33) + 13435 \\ &\quad \cdot \sin 33^\circ - 18932 \cdot \cos 33^\circ = 107370 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

$$M_{oV} = \sqrt{M_{oyV}^2 + M_{ozV}^2} = \sqrt{(-27259)^2 + 107370^2} = 110776 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad (9.3)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{red} &= \sqrt{\sigma_o^2 + 4 \cdot \tau_k^2} = \sqrt{\left(\frac{M_{oV}}{W_o}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{M_{kV}}{W_k}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{110776}{6162}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{29929}{12324,1}\right)^2} = 18,62 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (9.4)$$

$$k_k = \frac{\sigma_K}{\sigma_{red}} = \frac{150}{18,62} = 8,06 \quad (9.5)$$

## 9.2 Výpočet bezpečnosti pro plné brzdění

$$\begin{aligned} M_{kV} &= F_{Ay} \cdot [l_1 \cdot \sin \beta + R \cdot (1 - \cos \beta)] - M_{Ax} \cdot \cos \beta - M_{Az} \cdot \sin \beta \\ &= 631,7 \cdot [179 \cdot \sin 33^\circ + 200 \cdot (1 - \cos 33^\circ)] - 104869 \\ &\quad \cdot \cos 33^\circ - 70419 \cdot \sin 33^\circ = -44338 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{aligned} \quad (9.6)$$

$$\begin{aligned} M_{oyV} &= F_{Ax} \cdot [R \cdot (1 - \cos \beta) + l_3 \cdot \sin \beta] - F_{Az} \cdot [l_1 + R \cdot \sin \beta + l_3 \cdot \cos \beta] \\ &\quad - M_{Ay} \\ &= 265,3 \cdot [200 \cdot (1 - \cos 33^\circ) + 33 \cdot \sin 33^\circ] + 72,7 \\ &\quad \cdot [179 + 200 \cdot \sin 33^\circ + 33 \cdot \cos 33^\circ] + 35939 = 72202 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{aligned} \quad (9.7)$$

$$\begin{aligned} M_{ozV} &= F_{Ay} \cdot (l_1 \cdot \cos \beta + R \cdot \sin \beta + l_3) + M_{Ax} \cdot \sin \beta - M_{Az} \cdot \cos \beta \\ &= 631,7 \cdot (179 \cdot \cos 33^\circ + 200 \cdot \sin 33^\circ + 33) + 104869 \cdot \sin 33^\circ \\ &\quad - 70419 \cdot \cos 33^\circ = 182542 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

$$M_{oV} = \sqrt{M_{oyV}^2 + M_{ozV}^2} = \sqrt{72202^2 + 182542^2} = 196303 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad (9.8)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{red} &= \sqrt{\sigma_o^2 + 4 \cdot \tau_k^2} = \sqrt{\left(\frac{M_{oV}}{W_o}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{M_{kV}}{W_k}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{196303}{6162}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{-44338}{12324,1}\right)^2} = 32,66 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (9.9)$$

$$k_k = \frac{\sigma_K}{\sigma_{red}} = \frac{150}{32,66} = 4,59 \quad (9.10)$$

### 9.3 Výpočet bezpečnosti pro jízdu do zatáčky

$$\begin{aligned}
 M_{kV} &= F_{Ay} \cdot [l_1 \cdot \sin \beta + R \cdot (1 - \cos \beta)] - M_{Ax} \cdot \cos \beta - M_{Az} \cdot \sin \beta \\
 &= 793,9 \cdot [179 \cdot \sin 33^\circ + 200 \cdot (1 - \cos 33^\circ)] + 34545 \\
 &\quad \cdot \cos 33^\circ - 132432 \cdot \sin 33^\circ = 59858 \text{ N} \cdot \text{mm}
 \end{aligned} \tag{9.11}$$

$$\begin{aligned}
 M_{oyV} &= F_{Ax} \cdot [R \cdot (1 - \cos \beta) + l_3 \cdot \sin \beta] - F_{Az} \\
 &\quad \cdot [l_1 + R \cdot \sin \beta + l_3 \cdot \cos \beta] - M_{Ay} \\
 &= 478,6 \cdot [200 \cdot (1 - \cos 33^\circ) + 33 \cdot \sin 33^\circ] - 458,6 \\
 &\quad \cdot [179 + 200 \cdot \sin 33^\circ + 33 \cdot \cos 33^\circ] + 55678 \\
 &= -65022 \text{ N} \cdot \text{mm}
 \end{aligned} \tag{9.12}$$

$$\begin{aligned}
 M_{ozV} &= F_{Ay} \cdot (l_1 \cdot \cos \beta + R \cdot \sin \beta + l_3) + M_{Ax} \cdot \sin \beta - M_{Az} \cdot \cos \beta \\
 &= 739,9 \cdot (179 \cdot \cos 33^\circ + 200 \cdot \sin 33^\circ + 33) - 34545 \\
 &\quad \cdot \sin 33^\circ - 132432 \cdot \cos 33^\circ = 101978 \text{ N} \cdot \text{mm}
 \end{aligned}$$

$$M_{oV} = \sqrt{M_{oyV}^2 + M_{ozV}^2} = \sqrt{(-65022)^2 + 101978^2} = 120944 \text{ N} \cdot \text{mm} \tag{9.13}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{red} &= \sqrt{\sigma_o^2 + 4 \cdot \tau_k^2} = \sqrt{\left(\frac{M_{oV}}{W_o}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{M_{kV}}{W_k}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{120944}{6162}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{59858}{12324,1}\right)^2} = 21,90 \text{ MPa}
 \end{aligned} \tag{9.14}$$

$$k_k = \frac{\sigma_K}{\sigma_{red}} = \frac{150}{21,90} = 6,85 \tag{9.15}$$

## 10. DEFORMACE V MÍSTĚ POČÁTKU NÁPRAVY

Nejvíce se oproti původní poloze deformuje volný konec nápravy, který je zatížen silovou soustavou.

Posunutí  $u_y$  ve směru osy  $y$  a  $u_z$  ve směru osy  $z$  jsou určeny z ohybového momentu a kroutícího momentu. Na posunutí  $u_{Ay}$  se bude podílet ohybový moment  $M_{oz}$  a kroutící moment  $M_k$ , na posunutí  $u_{Az}$  pouze ohybový moment  $M_{oy}$ . Ostatní momenty se na posunutí nepodílí. Je to proto, že se ve VVÚ daných momentů neobjevuje síla ve směru osy (ve směru posunutí). Parciální derivace momentu podle této síly je nulová (10.1), tudíž i parciální derivace energie napjatosti podle této síly bude nulová.

$$\frac{\partial M_{oy}}{\partial F_{Ay}} = 0; \quad \frac{\partial M_{oz}}{\partial F_{Az}} = 0; \quad \frac{\partial M_k}{\partial F_{Az}} = 0 \quad (10.1)$$

### 10.1 Obecné určení posuvů

Posunutí  $u_{Ay}$  ve směru osy  $y$  v bodě A

$$\begin{aligned} u_{Ay} &= \frac{\partial W}{\partial F_{Ay}} = \frac{\partial (W_{ohyb} + W_{krut})}{\partial F_{Ay}} = \int_{\gamma} \frac{M_{oz}(s)}{E \cdot J_o} \cdot \frac{\partial M_{oz}}{\partial F_{Ay}} ds + \int_{\gamma} \frac{M_k(s)}{G \cdot J_p} \cdot \frac{\partial M_k}{\partial F_{Ay}} ds \\ &= \frac{1}{E \cdot J_o} \cdot \left[ \int_0^{l_1} M_{ozI} \cdot \frac{\partial M_{ozI}}{\partial F_{Ay}} dx_1 + \int_0^{\beta} M_{ozII} \cdot \frac{\partial M_{ozII}}{\partial F_{Ay}} \cdot R d\varphi_2 + \int_0^{l_3} M_{ozIII} \cdot \frac{\partial M_{ozIII}}{\partial F_{Ay}} dx_3 \right] \\ &\quad + \frac{1}{G \cdot J_p} \cdot \left[ \int_0^{l_1} M_{kI} \cdot \frac{\partial M_{kI}}{\partial F_{Ay}} dx_1 + \int_0^{\beta} M_{kII} \cdot \frac{\partial M_{kII}}{\partial F_{Ay}} \cdot R d\varphi_2 + \int_0^{l_3} M_{kIII} \cdot \frac{\partial M_{kIII}}{\partial F_{Ay}} dx_3 \right] \end{aligned} \quad (10.2)$$

Rovnice (10.2) je pro zjednodušení zapsána ve tvaru (10.3) a jednotlivé integrály  $I_1 - I_6$  jsou vypočítány samostatně.

$$\frac{1}{E \cdot J_o} \cdot [I_1 + I_2 + I_3] + \frac{1}{G \cdot J_p} \cdot [I_4 + I_5 + I_6] \quad (10.3)$$

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^{l_1} M_{ozI} \cdot \frac{\partial M_{ozI}}{\partial F_{Ay}} dx_1 = \int_0^{l_1} (F_{Ay} \cdot x_1 - M_{Az}) \cdot x_1 dx_1 \\
 &= \int_0^{l_1} (F_{Ay} \cdot x_1^2 - M_{Az} \cdot x_1) dx_1 = \left[ F_{Ay} \cdot \frac{x_1^3}{3} - M_{Az} \cdot \frac{x_1^2}{2} \right]_0^{l_1} = F_{Ay} \cdot \frac{l_1^3}{3} - M_{Az} \cdot \frac{l_1^2}{2}
 \end{aligned} \tag{10.4}$$

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \int_0^{\beta} M_{ozII} \cdot \frac{\partial M_{ozII}}{\partial F_{Ay}} \cdot R d\varphi_2 \\
 &= \int_0^{\beta} [F_{Ay} \cdot (l_1 \cdot \cos \varphi_2 + R \cdot \sin \varphi_2) + M_{Ax} \cdot \sin \varphi_2 - M_{Az} \\
 &\quad \cdot \cos \varphi_2] \cdot (l_1 \cdot \cos \varphi_2 + R \cdot \sin \varphi_2) \cdot R d\varphi_2
 \end{aligned} \tag{10.5}$$

$$\begin{aligned}
 I_3 &= \int_0^{l_3} M_{ozIII} \cdot \frac{\partial M_{ozIII}}{\partial F_{Ay}} dx_3 \\
 &= \int_0^{l_3} [F_{Ay} \cdot (l_1 \cdot \cos \beta + R \cdot \sin \beta + x_3) + M_{Ax} \cdot \sin \beta - M_{Az} \\
 &\quad \cdot \cos \beta] \cdot (l_1 \cdot \cos \beta + R \cdot \sin \beta + x_3) dx_3
 \end{aligned} \tag{10.6}$$

$$I_4 = \int_0^{l_1} M_{kl} \cdot \frac{\partial M_{kl}}{\partial F_{Ay}} dx_1 = \int_0^{l_1} (-M_{Ax}) \cdot 0 dx_1 = 0 \tag{10.7}$$

$$\begin{aligned}
 I_5 &= \int_0^{\beta} M_{kII} \cdot \frac{\partial M_{kII}}{\partial F_{Ay}} \cdot R d\varphi_2 \\
 &= \int_0^{\beta} [F_{Ay} \cdot [l_1 \cdot \sin \varphi_2 + R \cdot (1 - \cos \varphi_2)] - M_{Ax} \cdot \cos \varphi_2 \\
 &\quad - M_{Az} \cdot \sin \varphi_2] \cdot [l_1 \cdot \sin \varphi_2 + R \cdot (1 - \cos \varphi_2)] \cdot R d\varphi_2
 \end{aligned} \tag{10.8}$$

$$\begin{aligned}
 I_6 &= \int_0^{l_3} M_{kIII} \cdot \frac{\partial M_{kIII}}{\partial F_{Ay}} dx_3 \\
 &= \int_0^{l_3} [F_{Ay} \cdot [l_1 \cdot \sin \beta + R \cdot (1 - \cos \beta)] - M_{Ax} \cdot \cos \beta - M_{Az} \cdot \sin \beta] \cdot [l_1 \cdot \sin \beta + R \cdot (1 - \cos \beta)] dx_3
 \end{aligned} \quad (10.9)$$

Posunutí  $u_{Az}$  ve směru osy  $z$  je určeno obdobně jako posunutí  $u_{Ay}$  z energie napjatosti ohybového momentu  $M_{oy}$ . Kroučící moment  $M_k$  se na posuvu nepodílí, jelikož jeho parciální derivace podle síly  $F_{Az}$  je rovna nule. Integrály jsou opět rozepsány.

$$\begin{aligned}
 u_{Az} &= \frac{\partial W}{\partial F_{Az}} = \frac{\partial (W_{ohybu})}{\partial F_{Az}} = \int_{\gamma} \frac{M_{oy}(s)}{E \cdot J_o} \cdot \frac{\partial M_{oy}}{\partial F_{Az}} ds \\
 &= \frac{1}{E \cdot J_o} \cdot \left[ \int_0^{l_1} M_{oyI} \cdot \frac{\partial M_{oyI}}{\partial F_{Az}} dx_1 + \int_0^{\beta} M_{oyII} \cdot \frac{\partial M_{oyII}}{\partial F_{Az}} \cdot R d\varphi_2 \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^{l_3} M_{oyIII} \cdot \frac{\partial M_{oyIII}}{\partial F_{Az}} dx_3 \right] = \frac{1}{E \cdot J_o} \cdot [I_7 + I_8 + I_9]
 \end{aligned} \quad (10.10)$$

Jednotlivé integrály jsou

$$\begin{aligned}
 I_7 &= \int_0^{l_1} M_{oyI} \cdot \frac{\partial M_{oyI}}{\partial F_{Az}} dx_1 = \int_0^{l_1} (-F_{Az} \cdot x_1 - M_{Ay}) \cdot (-x_1) dx_1 \\
 &= \int_0^{l_1} (F_{Az} \cdot x_1^2 + M_{Ay} \cdot x_1) dx_1 = \left[ F_{Az} \cdot \frac{x_1^3}{3} + M_{Ay} \cdot \frac{x_1^2}{2} \right]_0^{l_1} \\
 &= \left[ F_{Az} \cdot \frac{l_1^3}{3} + M_{Ay} \cdot \frac{l_1^2}{2} \right]
 \end{aligned} \quad (10.11)$$

$$\begin{aligned}
 I_8 &= \int_0^{\beta} M_{oyII} \cdot \frac{\partial M_{oyII}}{\partial F_{Az}} \cdot R \, d\varphi_2 \\
 &= \int_0^{\beta} [F_{Ax} \cdot R \cdot (1 - \cos \varphi_2) - F_{Az} \cdot (l_1 + R \cdot \sin \varphi_2) - M_{Ay}] \\
 &\quad \cdot [-l_1 - R \cdot \sin \varphi_2] \cdot R \, d\varphi_2
 \end{aligned} \tag{10.12}$$

$$\begin{aligned}
 I_9 &= \int_0^{l_3} M_{oyIII} \cdot \frac{\partial M_{oyIII}}{\partial F_{Az}} \, dx_3 \\
 &= \int_0^{l_3} [F_{Ax} \cdot [R \cdot (1 - \cos \beta) + x_3 \cdot \sin \beta] - F_{Az} \cdot (l_1 + R \cdot \sin \beta + x_3 \cdot \cos \beta) \\
 &\quad - M_{Ay}] \cdot [-l_1 - R \cdot \sin \beta - x_3 \cdot \cos \beta] \, dx_3
 \end{aligned} \tag{10.13}$$

## 10.2 Číselné vyjádření posuvů v místě počátku nápravy

Posuvy pro jízdu po rovině

$$\begin{aligned}
 u_{Ay} &= \frac{1}{E \cdot J_o} \cdot [I_1 + I_2 + I_3] + \frac{1}{G \cdot J_p} \cdot [I_4 + I_5 + I_6] \\
 &= \frac{1}{69500 \cdot 154051,1} \cdot [455591135 + 9934531846 + 917957888] \\
 &\quad + \frac{1}{26100 \cdot 308102,3} \cdot [0 + 492328939 + 128154449] = 1,133mm
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_{Az} &= \frac{1}{E \cdot J_o} \cdot [I_7 + I_8 + I_9] \\
 &= \frac{1}{69500 \cdot 154051,1} \cdot [101673524 + 2797662997 + 261426453] \\
 &= 0,295mm
 \end{aligned}$$

$$u_{Ac} = \sqrt{u_{Ay}^2 + u_{Az}^2} = \sqrt{1,133^2 + 0,295^2} = 1,171mm$$

(10.14)

Obdobně se dosazením jiných sil do výše uvedených integrálů vypočtou i posunutí pro plné brzdění a jízdu do zatáčky

**Posuvy pro plné brzdění**

$$\begin{aligned}u_{Ay} &= 1,144\text{mm} \\ u_{Az} &= -0,846\text{mm} \\ u_{Ac} &= \sqrt{u_{Ay}^2 + u_{Az}^2} = \sqrt{1,144^2 + (-0,846)^2} = 1,423\text{mm}\end{aligned}\tag{10.15}$$

**Posuvy pro jízdu do zatáčky**

$$\begin{aligned}u_{Ay} &= 0,820\text{mm} \\ u_{Az} &= 0,667\text{mm} \\ u_{Ac} &= \sqrt{u_{Ay}^2 + u_{Az}^2} = \sqrt{0,820^2 + 0,667^2} = 1,057\text{mm}\end{aligned}\tag{10.16}$$

## 11. ZÁVĚR

Cílem práce byla analýza napětí a deformace nápravy a zhodnocení bezpečnosti přední nápravy lehokola pro tři zátěžné stavy.

Místo vetknutí nápravy k rámu bylo potvrzeno jako nejnebezpečnější pro všechny stavy. Nejvíce namáhaná je náprava při plném brzdění obou předních kol. Maximální redukované napětí je  $32,66 \text{ MPa}$  a bezpečnost  $4,59$ . Méně nebezpečná je jízda do zatáčky a jízda po rovině. Uvažováno bylo pouze namáhání od ohybu a krutu, které je v tomto případě dominantní. Zahrnutí ostatních složek zatížení by nemělo výsledky výrazně měnit. Vypočtená napětí jsou poměrně nízká a bezpečnosti by měly být dostačující.

Problémem by mohlo být rázové zatížení, které vznikne např. při sjezdu z rampy, prudkém nájezdu na obrubník nebo na jinou náhlou nerovnost terénu. Počítána není ani únava, která by se pohybovala spíše v oblasti nízkého počtu cyklů, a s ní spojený vliv vrubu. Mezi jednotlivými výrobci se značně liší údaje o mezi kluzu, která je pro bezpečnost zásadní. Mez kluzu je výrazně snižována hlavně v tepelně ovlivněné oblasti blízko místa svaru. Všechny tyto faktory by mohly bezpečnost snížit i o řády jednotek.

Nakonec byla zjištěna deformace v místě počátku nápravy. Nejvíce se střednice deformuje opět při plném brzdění o  $1,423 \text{ mm}$ . Nejméně se pak deformuje při jízdě v prudké zatáčce.

Cíl práce byl v zásadě naplněn. Výsledky plynoucí z práce mohou být použity jako podklad k úpravě geometrie nápravy.

## 12. SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1a] AZUB Bike. [Online] [Citace: 18. 5. 2013].  
<http://www.azub.cz/caste-otazky-tykajici-se-lehokol/>
- [1b] AZUB Bike. [Online] [Citace: 20. 5. 2013].  
<http://www.azub.cz/lezate-kolo-lehokolo-azub-mini/>
- [2] GAYER, Tomáš. *Konstrukce rámu lehokola*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 70 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Martin Vrbka, Ph.D.
- [3] Bent Rider. [Online] [Citace: 20. 5. 2013].  
<http://www.bentrideronline.com/?p=2879>
- [4] GRUBER, Josef. *Mechanika 4: Dynamika*. [online]. [Citace: 12. 4. 2013].  
[http://www.spstr.pilsedu.cz/osobnistranky/josef\\_gruber/mec\\_uceb/mec4\\_txt.pdf](http://www.spstr.pilsedu.cz/osobnistranky/josef_gruber/mec_uceb/mec4_txt.pdf)
- [5] HORNÍKOVÁ, Jana. *Pružnost a pevnost: Interaktivní učební text*. 1. vyd. Brno: CERM, 2003, 138 s. ISBN 80-720-4268-8.
- [6] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VBRKA a Jiří BURŠA. *Mechanika těles: pružnost a pevnost*. 3. přeprac. vyd. Brno: CERM, 2004, 287 s. ISBN 80-214-2592-X.
- [7] VRBKA, Jan. *Pružnost a pevnost I: Učební text*. [online]. [Citace: 18. 5. 2013].  
[http://www.fsiforum.cz/upload/soubory/databaze-predmetu/4PP/vrbka/4PP-vrbka-prednasky-2011\\_komplet.pdf](http://www.fsiforum.cz/upload/soubory/databaze-predmetu/4PP/vrbka/4PP-vrbka-prednasky-2011_komplet.pdf)
- [8] KABELE, Petr. *Stavební mechanika 1: Doplněk k přednáškám Fakulty stavební ČVUT v Praze*. [online]. [Citace: 6. 5. 2013].  
[http://people.fsv.cvut.cz/~pkabele/SM1/SM1\\_pr02.pdf](http://people.fsv.cvut.cz/~pkabele/SM1/SM1_pr02.pdf)
- [9] Proal. [Online] [Citace: 7. 3. 2013].  
<http://www.proal.cz/info/424401.htm>
- [10] FLAT, spol. s r.o. – hliníkové produkty. [Online] [Citace: 7. 3. 2013].  
[http://www.flat.cz/index.php?page=vlast\\_vyb\\_sli](http://www.flat.cz/index.php?page=vlast_vyb_sli)
- [11] Euralliage. [Online] [Citace: 9. 3. 2013].  
[http://www.euralliage.com/6060\\_english.htm](http://www.euralliage.com/6060_english.htm)
- [12] SLOUKA, Marek. *Mechanické vlastnosti hliníkové slitiny EN AW 7020 za zvýšených teplot*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 55 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Stanislav Věchet, CSc.
- [13] Česká společnost pro nové materiály a technologie. [Online] [Citace: 9. 3. 2013].  
<http://csnmt.fme.vutbr.cz/informace/nezelezo/At24.htm>

### 13. SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

UCI	Mezinárodní cyklistická federace
PP	pružnost a pevnost
MSP	mezní stav pružnosti
SS	souřadnicový systém
VVÚ	výsledné vnitřní účinky

<b>Veličina</b>	<b>Jednotka</b>	<b>Význam veličiny</b>
$\gamma$	[-]	střednice
W	[J]	energie napjatosti
$m_k, m_j, m_c$	[kg]	hmotnost kola, jezdce, celková
$l_1, l_3$	[mm]	délka střednice prvního a třetího úseku nápravy
R	[mm]	Poloměr zakřivení střednice nápravy
$\beta$	[°]	úhel zakřivení střednice nápravy
D	[mm]	vnější průměr nápravy
d	[mm]	vnitřní průměr nápravy
L	[mm]	rozvor náprav
B	[mm]	polovina rozchodu předních kol
$R_k$	[mm]	poloměr kola
$\alpha$	[°]	úhel sklonu mezi rovinou přední nápravy a vozovkou
$x_T, y_T, z_T$	[mm]	souřadnice těžiště soustavy kolo + člověk
$x_p, y_p, z_p$	[mm]	souřadnice působíště
$x_k, y_k, z_k$	[mm]	souřadnice těžiště kola
$x_j, y_j, z_j$	[mm]	souřadnice těžiště jezdce
f	[-]	součinitel smykového tření
g	[m·s <sup>-2</sup> ]	tíhové zrychlení
$F_G$	[N]	tíhová síla
$F_S$	[N]	setrvačná síla při plném brzdění
$F_O$	[N]	setrvačná (odstředivá) síla při průjezdu zatáčkou

$F_{1N}, F_{2N}, F_{3N}$	[N]	normálové síly působící na kola v místě kontaktu
$F_{1T}, F_{2T}, F_{3T}$	[N]	třecí síly působící na kola při plném brzdění
$F_{1D}, F_{2D}, F_{3D}$	[N]	třecí nebo tečné síly působící na kola při průjezdu zatáčkou
$\mu$	[-]	počet neznámých nezávislých parametrů
$\nu$	[-]	počet použitelných statických podmínek
$s$	[-]	stupeň statické určitosti úlohy
$\omega$	[rad·s <sup>-1</sup> ]	úhlová rychlost při průjezdu kola zatáčkou
$v$	[m·s <sup>-1</sup> ]	obvodová rychlost při průjezdu kola zatáčkou
$R_Z$	[mm]	poloměr prudké zatáčky
$a_o$	[m·s <sup>-2</sup> ]	odstředivé zrychlení při průjezdu kola zatáčkou
$F_{Nx}, F_{Ny}, F_{Nz}$	[N]	složka normálové síly ve směru osy x, y, z lokálního SS
$F_{Nxz}$	[N]	složka normálové síly rovnoběžná s rovinou xz lokálního SS
$F_{Tx}, F_{Ty}, F_{Tz}$	[N]	složka třecí síly ve směru osy x, y, z lokálního SS
$F_{Txz}$	[N]	složka třecí síly rovnoběžná s rovinou xz lokálního SS
$F_{Dx}, F_{Dy}, F_{Dz}$	[N]	složka tečné síly ve směru osy x, y, z lokálního SS
$F_{Dxz}$	[N]	složka tečné síly rovnoběžná s rovinou xz lokálního SS
$r_x, r_y, r_z,$	[mm]	souřadnice bodu K v lokálním SS (složky vektoru $\vec{r}_{Ak}$ )
$F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Az}$	[N]	síly působící na bod A v lokálním SS
$M_{Ax}, M_{Ay}, M_{Az}$	[N]	momenty působící na bod A v lokálním SS
$R_m$	[MPa]	mez pevnosti
$R_{p0,2}$	[MPa]	smluvní mez kluzu
$E$	[MPa]	modul pružnosti v tahu
$G$	[MPa]	modul pružnosti ve smyku
$\mu_p$	[-]	Poissonovo číslo
$J_o$	[mm <sup>4</sup> ]	osový kvadratický moment průřezu
$J_p$	[mm <sup>4</sup> ]	polární kvadratický moment průřezu
$W_o$	[mm <sup>4</sup> ]	modul průřezu v ohybu
$W_k$	[mm <sup>4</sup> ]	modul průřezu v krutu
$e$	[mm]	vzdálenost krajního vlákna průřezu od neutrální osy
$\Omega_I, \Omega_{II}, \Omega_{III}$	[-]	označení řezů v jednotlivých úsecích
$N_I, N_{II}, N_{III}$	[N]	normálové složky VVÚ pro jednotlivé úseky

$T_{yI}, T_{yII}, T_{yIII}$	[N]	posouvající složky VVÚ ve směru y pro jednotlivé úseky
$T_{zI}, T_{zII}, T_{zIII}$	[N]	posouvající složky VVÚ ve směru z pro jednotlivé úseky
$M_{kI} \dots III$	[N·mm]	kroucí složky VVÚ pro jednotlivé úseky
$M_{oyI} \dots III$	[N·mm]	ohybové složky VVÚ ve směru z pro jednotlivé úseky
$M_{ozI} \dots III$	[N·mm]	ohybové složky VVÚ ve směru z pro jednotlivé úseky
$x_1, x_3$	[mm]	poloha řezu v prvním, třetím úseku nápravy
$\varphi_2$	[°]	poloha řezu ve druhém úseku nápravy
$k_k$	[-]	bezpečnost k meznímu stavu pružnosti
$\sigma_K$	[MPa]	mez kluzu pro výpočet bezpečnosti
$\sigma_{red}$	[MPa]	redukované napětí
$\sigma_o$	[MPa]	normálové napětí od ohybu
$\tau_k$	[MPa]	smykové napětí od krutu
$M_{kV}$	[N·mm]	kroucí moment v místě vetknutí nápravy
$M_{oyV}$	[N·mm]	ohybový moment kolem osy y v místě vetknutí nápravy
$M_{ozV}$	[N·mm]	ohybový moment kolem osy z v místě vetknutí nápravy
$M_{oV}$	[N·mm]	celkový ohybový moment v místě vetknutí nápravy
$u_{Ay}, u_{Az}$	[mm]	Posunutí ve směru osy y, z v místě A
$u_{Ac}$	[mm]	Celkové posunutí v místě A
$W_{ohyb}, W_{krut}$	[J]	Energie napjatosti od ohybu, krutu
$I_1, I_2, \dots, I_9$	[-]	Integrály získané z programu matlab

## 14. SEZNAM PŘÍLOH

### I. CD-ROM

- Pomocné\_výpočty\_MATLAB
- Výkres nápravy
- Výkres rámu
- Výkres tříkolky