



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO
INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

LABORATORNÍ OVĚŘENÍ DYNAMIKY KYVADLA LABORATORY VERIFICATION OF PENDULUM DYNAMICS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

PROKOP POKORNÝ

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. JAROSLAV KAŠPÁREK Ph.D.

BRNO 2013

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automobilního a dopravního inženýrství

Akademický rok: 2012/2013

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Prokop Pokorný

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Laboratorní ověření dynamiky kyvadla

v anglickém jazyce:

Laboratory verification of pendulum dynamics

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Úkolem bude popsat dynamiku prostorového kyvadla. Bude provedeno ověřovací laboratorní měření.

Cíle bakalářské práce:

Cílem práce je popsat dynamiku prostorového-sférického kyvadla. Dále bude provedeno ověření výsledků pomocí laboratorního měření.

Seznam odborné literatury:

- [1] GAJDŮŠEK, J.; ŠKOPÁN, M.: Teorie dopravních a manipulačních zařízení, skripta VUT Brno, 1988
- [2] Grepl, R.: Kinematika a dynamika mechatronických systémů CERM, Akademické nakladatelství, 2007
- [3] Kratochvíl, C., Slavík, J.: Mechanika těles-dynamika, PC-DIR, skriptum VUT Brno, 1997

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Jaroslav Kašpárek, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2012/2013.

V Brně, dne 19.11.2012

L.S.

prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty

ABSTRAKT

Tato bakalářská práce se zabývá popisem a laboratorním měřením dynamiky kyvadla. Také se zabývá metodou měření pomocí akcelerometrů a gyroskopů MEMS v integrovaném provedení kapacitního snímače a stručně popisuje princip jejich činnosti a využití v praxi. Měření s provádí na modelu mostového jeřábu s potlačením některých stupňů volnosti.

KLÍČOVÁ SLOVA

Dynamika kyvadla, MEMS gyroskop, laboratorní měření

ABSTRACT

This bachelor's thesis deals with the description and laboratory measurements of the pendulum dynamics. It also deals with the method of measurement using accelerometers and gyroscopes MEMS integrated in capacitive sensor and briefly describes the principle of their operation and use in practice. Measurements performed on a model of bridge crane with suppression of some degrees of freedom.

KEY WORDS

Pendulum dynamics, MEMS gyroscope, laboratory measurement

POKORNÝ, P. Laboratorní ověření dynamiky kyvadla, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 38 s. Vedoucí bakalářské práce
Ing. Jaroslav Kašpárek, Ph.D.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci *Laboratorní ověření dynamiky kyvadla* vypracoval samostatně pod vedením Ing. Jaroslava Kašpárka, Ph.D., s použitím materiálů uvedených v seznamu literatury.

Prokop Pokorný

Děkuji svému konzultantovi Ing. Martinu Kubínovi za pomoc na mé bakalářské práci, za pomoc při měření, rady a připomínky nezbytné k vypracování této práce.

Prokop Pokorný

OBSAH

1	Rovinné matematické kyvadlo	10
1.1	Odvození pohybové rovnice jednoduchého kyvadla	10
1.1.1	Odvození pomocí silové rovnováhy	10
1.1.2	Odvození pomocí zákona zachování mechanické energie	12
1.2	Kyvadlo s periodicky se měnící délkou	14
1.2.1	Hlavní vztahy	15
1.2.2	Nestabilita vertikální pozice	17
2	Kapacitní snímače MEMS	19
2.1	Aplikace snímačů MEMS	19
2.2	Charakteristika MEMS gyroskopů a akcelerometrů	21
3	Laboratorní experiment	24
4	Závěr	33
5	Seznam použité symboliky	34
6	Seznam použité literatury	35
7	Přílohy	37
A	Vyhodnocení záznam z měření	37
B	Program pro zpracování bitového záznamu z měření	38

ÚVOD

Motivací laboratorního experimentu ověření dynamiky kyvadla je pochopení a popis dynamiky břemene jeřábu a následné optimalizace metod na zmírnění kyvu břemene. Kývání břemene je v praxi způsobeno různými vlivy, zejména rozjezdem a brzděním jeřábu, v případě venkovního použití jeřábu (věžové, portálové, případně lodní jeřáby) se pak na kývání břemene mohou projevit povětrnostní podmínky.

Vlastní rozkmit břemene pak způsobuje, někdy značné, dynamické zatížení a může docházet ke krátkodobým překročením jmenovité nosnosti jeřábu. Normy zabývající se navrhováním konstrukcí jeřábů [11] řeší účinek dynamických sil pouze pomocí koeficientů, stanoveným dlouhodobým měřením, a to v závislosti zejména na plynulosti chodu jeřábu (rozjezdu, brzdění, zdvihu). Dále díky rozkmitu břemene dochází, zejména u mostových a portálových jeřábů, které se pohybují po rovnoběžných drahách, k nebezpečí přičení mostu případně kočky jeřábu.

Vlastní regulace rozkmitu břemene je dána plynulostí pohybu jeřábu resp. způsobem jeho řízení. Jeřáby s plynulou regulací rychlosti tedy budou mít menší rozkmit břemene než jeřáby s dvoustupňovou nebo jednostupňovou regulací rychlosti. V případě lehčích elementů jeřábu (jeřábová kočka) se dá regulovat rozkmit břemene také tím, že při brzdění kočka (závěs kyvadla) dokmitává spolu s kyvadlem a tím snižuje jeho relativní rozkmit vůči okolí.

Cílem této práce je popis dynamiky kyvadla, seznámení se se způsoby a technologií měření dynamiky kyvadla (břemene). Následně pak vyhodnotit data z měření na modelu mostového jeřábu.

1 ROVINNÉ MATEMATICKÉ KYVADLO

Modely kyvadel poskytují bohatý zdroj příkladů, které motivovaly a ilustrovaly mnoho nynějšího vývoje v nelineární dynamice a její kontrole. Nejjednodušším modelem reálného kyvadla je pak kyvadlo matematické.

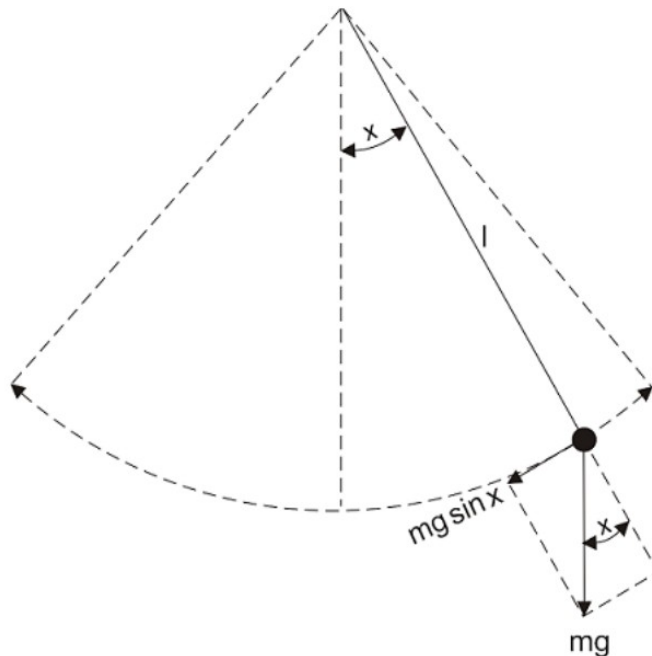
Matematické kyvadlo je definováno jako hmotný bod zavěšený na nehmotné, nestlačitelné tyči, kde zanedbáváme odpor v závěsu a odpory okolí. Základní matematické kyvadlo lze pak popsat nelineární diferenciální rovnicí $\ddot{x} + \sin x = 0$

V případě malých úhlů ($x \leq 5^\circ$) uvažujeme $\sin x \approx x$, pak lze původní nelineární rovnici psát v lineárním tvaru $\ddot{x} + x = 0$ [4].

1.1 Odvození pohybové rovnice jednoduchého kyvadla

V základním případě budeme modelovat situaci, kdy matematické kyvadlo po dodání počáteční energie volně kmitá bez vnějšího silového působení [4].

1.1.1 Odvození pomocí silové rovnováhy



Obr. 1.1: Rovnováha sil působících na hmotný bod [4]

Polohu kyvadla popisuje funkce $x(t)$, což je úhel, který svírá závěsná tyč se svislým směrem, viz obr. 1.1, v závislosti na čase t [4].

Na hmotný bod kyvadla působí tíhová síla, která je rozložena na složky, z nichž jedna je normálová a druhá je tečná k okamžité trajektorii pohybu hmotného bodu. Směr okamžité rychlosti kyvadla je tečna k oblouku opisovaného hmotným bodem. V případě, že budeme uvažovat pohyb hmotného bodu jako pohyb po křivce, pak se jedná o rozložení tíhové síly do přirozeného souřadného systému.

Podle druhého Newtonova zákona platí:

$$F = m \cdot a \quad [\text{N}] \quad (1.1)$$

kde F – součet sil působících na hmotný bod [N]
 m – hmotnost bodu [kg]
 a – okamžité zrychlení hmotného bodu [$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$]

Na hmotný bod působí pouze tíhová síla a dostředivá síla vyvolaná dynamickým účinkem kyvu, kdy je hmotný bod udržován ve stejné vzdálenosti od závěsu. Aplikujeme tedy druhý Newtonův zákon na tečnou složku gravitační síly.

$$F = -m \cdot g \cdot \sin x = m \cdot a, \quad [\text{N}] \quad (1.2)$$

$$a = -g \cdot \sin x, \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \quad (1.3)$$

kde g – tíhové zrychlení [$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$]
 x – úhel odklonění lana od svislého směru [rad]

Záporné znaménko na pravé straně rovnice znázorňuje, že zrychlení a tečného směru zrychlení působí proti směru úhlu x . Zrychlení a pak souvisí se změnou úhlu x podle vzorce obloukové délky.

$$s = l \cdot x, \quad [\text{m}] \quad (1.4)$$

$$v = \frac{ds}{dt}, \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (1.5)$$

$$v = l \cdot \frac{dx}{dt}, \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (1.6)$$

$$a = l \cdot \frac{d^2x}{dt^2}, \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \quad (1.7)$$

kde s – délka oblouku [m]
 v – rychlost hmotného bodu [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$]
 l – délka lana [m]

potom z rovnic (1.3) a (1.7) dostaneme:

$$l \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} = -g \cdot \sin x. \quad (1.8)$$

Označíme-li $\sqrt{\frac{g}{l}} = \omega_0$, dostáváme pohybovou rovnici matematického kyvadla.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot \sin x = 0. \quad (1.9)$$

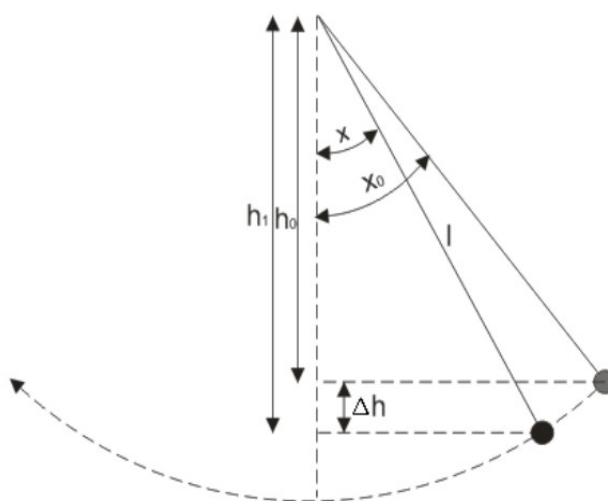
kde ω_0 – vlastní frekvence kyvadla [Hz]

1.1.2 Odvození pomocí zákona zachování mechanické energie

Rovnici pohybu matematického kyvadla můžeme získat i ze zákona zachování mechanické energie. Při přemístění hmotného bodu dolů o Δh , klesne potenciální energie a přemění se na energii kinetickou. Změna potenciální energie je dána vztahem

$$\Delta U = m \cdot g \cdot \Delta h, \quad [J] \quad (1.10)$$

kde ΔU – změna potenciální energie [J]
 Δh – změna vertikální výšky hmotného bodu [m]
 m – hmotnost bodu [kg]



Obr. 1.2: Trigonometrie prostého matematického kyvadla [4]

Změna kinetické energie je dána vztahem

$$\Delta K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2. \quad [\text{J}] \quad (1.11)$$

kde ΔK – změna kinetické energie [J]

Ze zákona zachování energie se změna kinetické energie a změna potenciální energie rovnají, pak:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot \Delta h, \quad (1.12)$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h}. \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (1.13)$$

Dosazením vzorce pro obloukovou délku (1.6) dostáváme

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{l} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h}. \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (1.14)$$

Jestliže je závěs kyvadla vychýlen od svislice o počáteční úhel x_0 , potom počáteční svislá vzdálenost od závěsu h_0 je dána rovnicí:

$$h_0 = l \cdot \cos x_0, \quad [\text{m}] \quad (1.15)$$

kde h_0 – vertikální vzdálenost od závěsu v závislosti na x_0 [m]
 x_0 – počáteční úhlové vychýlení lana od vertikálního směru [rad]
podobně pro úhel x :

$$h_1 = l \cdot \cos x, \quad [\text{m}] \quad (1.16)$$

kde h_1 – vertikální vzdálenost od závěsu v závislosti na x [m]
 x – úhlové vychýlení lana od vertikálního směru [rad]

Rozdíl Δh počáteční výšky h_0 a výšky v bodě 1 h_1 je z rovnic (1.15) a (1.16):

$$\Delta h = l \cdot (\cos x - \cos x_0). \quad [\text{m}] \quad (1.17)$$

Dosazením rovnice (1.17) do rovnice (1.14) dostaneme:

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{2 \cdot g}{l} \cdot (\cos x - \cos x_0)}. \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (1.18)$$

Rovnice (1.18) je známá jako první pohybový integrál, který vyjadřuje rychlost na základě polohy a obsahuje integrační konstanty závislé na iniciačním úhlu x_0 . Derivováním pak získáme rovnici:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{dx}{dt} &= \frac{d}{dt} \sqrt{\frac{2 \cdot g}{l} \cdot (\cos x - \cos x_0)}, \\ \frac{d^2 x}{dt^2} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{-\left(\frac{2 \cdot g}{l}\right) \cdot \sin x}{\sqrt{\left(\frac{2 \cdot g}{l}\right) \cdot (\cos x - \cos x_0)}} \frac{dx}{dt}, \\ \frac{d^2 x}{dt^2} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{-\left(\frac{2 \cdot g}{l}\right) \cdot \sin x}{\sqrt{\left(\frac{2 \cdot g}{l}\right) \cdot (\cos x - \cos x_0)}} \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot g}{l}\right) \cdot (\cos x - \cos x_0)}, \\ \frac{d^2 x}{dt^2} &= -\frac{g}{l} \cdot \sin x. \end{aligned} \tag{1.19}$$

Dosazením vlastní frekvence kyvadla do rovnice (1.19) $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ dostaneme:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot \sin x = 0. \tag{1.20}$$

Diferenciální rovnice odvozená ze silové rovnováhy (1.9) je stejná jako diferenciální rovnice odvozená pomocí zákona zachování energie (1.20).

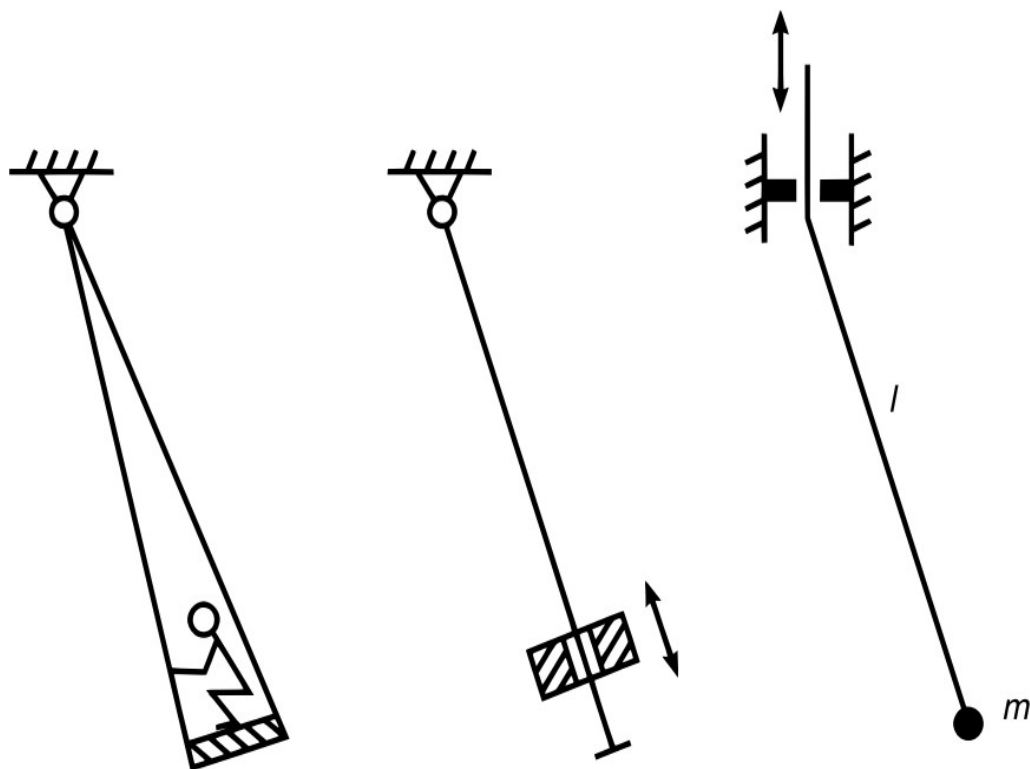
1.2 Kyvadlo s periodicky se měnící délkou

Kmitání kyvadla s měnící se délkou patří mezi klasické problémy mechaniky. Obvykle je kyvadlo s periodicky se měnící délkou spojováno s dětskou houpačkou. Jak si jistě každý vzpomene, tak k prvnímu zhoupnutí si musíme přidřepnout, když mjíme střední vertikální pozici a narovnat se v extrémních pozicích. To znamená provést kmitání s frekvencí, jež je přibližně dvojnásobná než vlastní frekvence kyvadla (houpačky). Navzdory oblíbenosti této houpačky se v literatuře zabývající se kmitáním a stabilitou, kde se o tomto zmiňují, neobjevuje mnoho analytických a numerických výsledků o chování kyvadla s periodicky se měnící délkou závislejícím na daných parametrech [5].

Kyvadlo s periodicky se měnící délkou je mnohem méně prostudované než kyvadlo s kmitajícím závěsem, které je často uváděno jednoduché jako parametricky řízené

kyvadlo nebo parametrické kyvadlo. Tyto dvě kyvadla jsou popsána jinými analytickými modely a tedy mají jiné dynamické vlastnosti [5].

Nynější dokumenty se věnují studiu pravidelného a chaotického chování kyvadla s periodicky se měnící délkou. Motivace této práce spočívá v prozkoumání nelineární dynamiky tohoto poněkud jednoduchého ale málo studovaného kyvadla a očekávání jaké nové dynamické efekty jsou s tímto modelem kyvadla spojeny [5].



Obr 1.3: Schéma kyvadla s periodicky se měnící délkou [5]

1.2.1 Hlavní vztahy

Rovnice pohybu kývání mohou být odvozeny pomocí věty o změně hybnosti, kde bereme v úvahu také síly lineárního tlumení, dostáváme pak dle [5]:

$$\frac{d}{dt} \left(m \cdot l^2 \cdot \frac{d\theta}{dt} \right) + \gamma \cdot l^2 \cdot \frac{d\theta}{dt} + m \cdot g \cdot l \cdot \sin \theta = 0, \quad (1.21)$$

- kde
- m – hmotnost bodu [kg]
 - l – délka kyvadla [m]
 - θ – úhel vychýlení kyvadla od vertikálního směru [rad]
 - g – gravitační zrychlení [$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$]
 - t – čas [s]
 - γ – koeficient tlumení [-]

Předpokládáme že se délka kyvadla mění v periodické závislosti dle [5]:

$$l = l_0 + a_b \cdot \phi(\Omega \cdot t), \quad [\text{m}] \quad (1.22)$$

$$\int_0^{2\pi} \phi(\tau) d\tau = 0, \quad (1.23)$$

kde l_0 – střední délka kyvadla [m]
 a_b – amplituda buzení [-]
 Ω – frekvence buzení [Hz]
 $\phi(\tau)$ – spojitá 2π periodická funkce s nulovou střední hodnotou [-]

Následně bezrozměrné parametry a proměnné jsou

$$\tau = \Omega \cdot t, \quad [-] \quad (1.24)$$

$$\varepsilon = \frac{a_b}{l_0}, \quad [-] \quad (1.25)$$

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l_0}}, \quad [-] \quad (1.26)$$

$$\omega = \frac{\Omega_0}{\Omega}, \quad [-] \quad (1.27)$$

$$\beta = \frac{\gamma}{m \cdot \Omega_0}, \quad [-] \quad (1.28)$$

potom může být rovnice (1.21) psána následující formou

$$\ddot{\theta} + \left(\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \dot{\phi}(\tau)}{1 + \varepsilon \cdot \phi(\tau)} + \beta \cdot \omega \right) \cdot \dot{\theta} + \frac{\omega^2 \cdot \sin \theta}{1 + \varepsilon \cdot \phi(\tau)} = 0. \quad (1.29)$$

Zde tečky označují diferenciál dle nového času τ . Chování systému řízeného dle rovnice (1.29) bude následně rozebráno v následující části analytickou metodou, která závisí na třech bezrozměrných parametrech. Budící amplituda ε , koeficient tlumení β a relativní frekvence ω za předpokladu že $\varepsilon \ll 1, \beta \ll 1$.

Vhodnou substitucí změníme proměnné

$$q = \theta \cdot (1 + \varepsilon \cdot \phi(\tau)). \quad [-] \quad (1.30)$$

Dosazením této substituce (1.30) do rovnice (1.29) a vynásobením jí $1 + \varepsilon \cdot \phi(\tau)$ dostaneme rovnici q ve tvaru [5]:

$$\ddot{q} + \beta \cdot \omega \cdot \dot{q} - \frac{\varepsilon \cdot (\ddot{\phi}(\tau) + \beta \cdot \omega \cdot \dot{\phi}(\tau))}{1 + \varepsilon \cdot \phi(\tau)} \cdot q + \omega^2 \cdot \sin\left(\frac{q}{1 + \varepsilon \cdot \phi(\tau)}\right) = 0. \quad (1.31)$$

Tato rovnice je vhodná ke studii stability vertikální pozice kyvadla, stejně tak jako k analýze malého kmitání [5].

1.2.2 Nestabilita vertikální pozice

Dostáváme možnost analyzovat stabilitu jednoduchého řešení $q = 0$ nelineární rovnice (1.31). Její stabilita s ohledem na proměnnou q je ekvivalentní k stabilitě rovnice (1.29) s ohledem na úhel θ ve vztahu (1.30). Podle Lyapunovovy teorie stability založené na lineární aproximaci pro systém s periodickými koeficienty stability (nestability) řešení $q = 0$ rovnice (1.31) je stanovena stabilitou linearizované rovnice dle [5]:

$$\ddot{q} + \beta \cdot \omega \cdot \dot{q} + \frac{\omega^2 - \varepsilon \cdot (\ddot{\phi}(\tau) + \beta \cdot \omega \cdot \dot{\phi}(\tau))}{1 + \varepsilon \cdot \phi(\tau)} \cdot q = 0. \quad (1.32)$$

kde q – substituční proměnná [-]
 β – relativní tlumení [-]
 ε – relativní budící amplituda [-]
 ω – relativní frekvence [-]

Tato rovnice jednoznačně závisí na třech nezávislých parametrech ε , β a ω . Rozšíření podílu v rovnici (1.32) do Taylorova polynomu a ponechání pouze prvního členu s ohledem na ε a β dostaneme dle [5]:

$$\ddot{q} + \beta \cdot \omega \cdot \dot{q} + [\omega^2 - \varepsilon \cdot (\ddot{\phi}(\tau) + \omega^2 \cdot \phi(\tau))] = 0. \quad (1.33)$$

Toto je Hillova rovnice s tlumením s periodickou funkcí $-(\ddot{\phi}(\tau) + \omega^2 \cdot \phi(\tau))$. Je známo, že nestabilita (parametrická rezonance) se vyskytuje blízko frekvencím $\omega = k/2$ kde $k = 1, 2, 3, \dots$. Nestabilita dominuje v okolí těchto frekvencí, které byly získány analyticky [5].

V třírozměrném prostoru parametrů ε , β a ω , jsou tyto oblasti popsány polo kužely [5]:

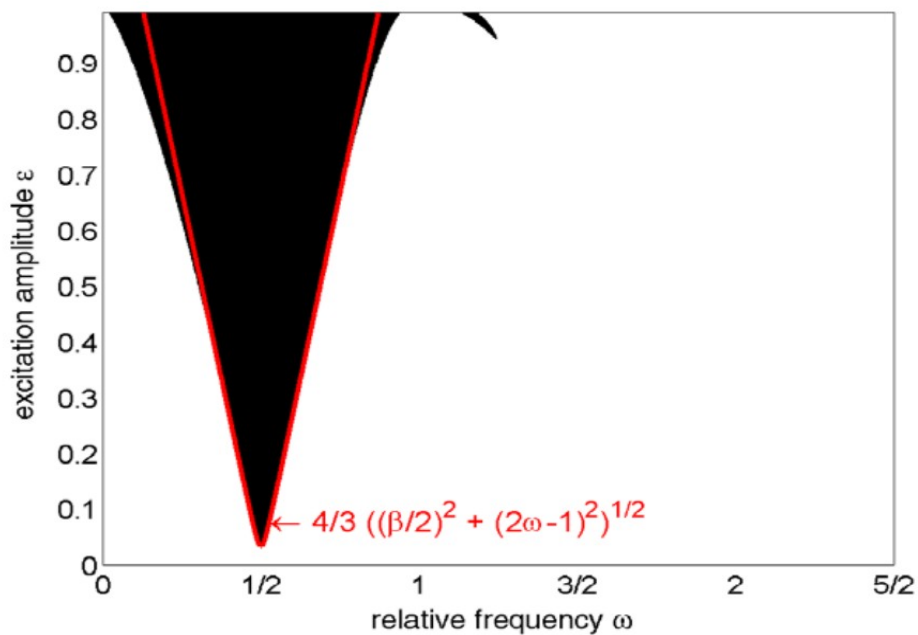
$$\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 + \left(\frac{2\cdot\omega}{k} - 1\right)^2 < r_k^2 \cdot \varepsilon^2, \quad \beta \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1.34)$$

kde $r_k = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ je vyjádřeno Fourierovými koeficienty periodické funkce $\varphi(\tau)$.

$$a_k = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \phi(\tau) \cdot \cos(k \cdot \tau) d\tau, \quad (1.35)$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \phi(\tau) \cdot \sin(k \cdot \tau) d\tau. \quad (1.36)$$

Nerovnosti (1.34) nám dávají první aproximaci dominující nestability vertikální pozice kmitu, tyto nerovnice byly získány použitím různých proměnných.



Obr 1.4: Oblast nestability kyvadla s periodicky se měnící délkou (červená čára) v porovnání s numerickými výsledky (černá oblast) roviny (ω, ε) při $\beta = 0,05$ [5]

2 KAPACITNÍ SNÍMAČE MEMS

Mikro-Elektro-Mechanické Systémy (MEMS) integrují mechanické elementy, senzory, akční členy a elektroniku na křemíkovém substrátu. Zatímco elektronika je vyráběna standardními postupy výroby integrovaných obvodů, mikromechanické komponenty jsou vytvářeny s použitím vhodných mikroobráběcích procesů, které selektivně vyleptávají části křemíkového plátku, nebo přidávají nové strukturální vrstvy a vytvářejí tak mechanická a elektromechanická zařízení [9].

Jako průlomová technologie, dovolující bezpříkladnou koordinaci činností v doposud nesouvisejících oblastech jako jsou biologie a mikroelektronika, MEMS slibují objevení mnoha nových aplikací.

2.1 Aplikace snímačů MEMS

Biotechnologie

MEMS umožní nové objevy ve vědě a inženýrství takových oborů, jako jsou polymerázová řetězová reakce (PCR), mikrosystémy pro identifikaci a rozšiřování DNA, mikroobráběcí rastrovací tunelové mikroskopy (STM), biočipy pro detekci riskantních chemických a biologických agentů, nebo mikrosystémy pro screening a výběr drog [9].

Komunikace

Vysokofrekvenční obvody budou značně těžit z příchodu RF-MEMS technologie. Komponenty jako jsou induktory a laditelné kondenzátory vyrobené s pomocí MEMS technologie budou výrazně lepší než jejich integrované protějšky. Integrací takových součástí se výkon komunikačních obvodů zlepší, zatímco příkon a cena bude snížena.

Mikromechanické spínače, vyvinuté několika výzkumnými skupinami, se ukazují jako klíčové komponenty s obrovským potenciálem v mnoha mikrovlnných obvodech. Demonstrativní vzorky mechanických spínačů mají mnohem lepší parametry, než jakých bylo dosaženo kdykoli předtím.

Než budou RF-MEMS komponenty široce přijaty trhem, je třeba vyřešit kritické problémy se spolehlivostí a zapouzdřením [9].

Akcelerometry

MEMS akcelerometry použité v airbagových systémech v automobilech rychle nahrazují konvenční akcelerometry. Starší konvenční přístup využívá několika objemných akcelerometrů zhotovených z diskretních součástí namontovaných na přední straně automobilu s oddělenou elektronikou blízko airbagu. Tato technologie stojí

přibližně \$50 (pro rok 2007) za automobil. MEMS technologie umožnila integrovat akcelerometr a elektroniku na jeden křemíkový čip v ceně mezi \$5 a \$10 (pro rok 2007). Tyto MEMS akcelerometry jsou menší, lehčí, spolehlivější a podstatně levnější než konvenční velké akcelerometry [9].

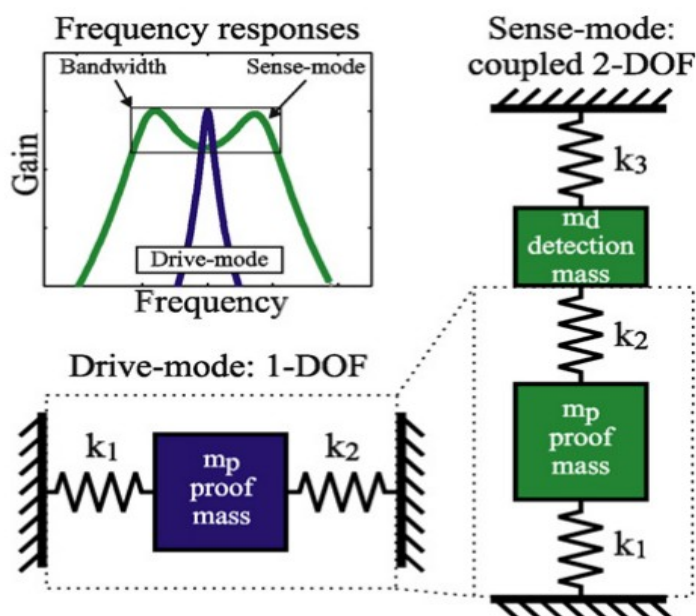
Medicína

Aplikacím MEMS v medicíně zatím brání problém s jejich biokompatibilitou. Ve snaze řešit tuto překážku Tejal Desai z Illinoiské Univerzity vyvinula kapsli obsahující buňky, které produkují insulin. Tato kapsle je pokryta póry velkými jen 7 nm, které umožňují uvolňovat insulin také v případě, že dojde k imunitní reakci a protilátky se snaží tyto kapsle zničit. Desai testovala kapsle na myších a krysách a své nové výsledky s nanopórovými kapslemi (které obsahují také jen 100 mikronů velké čipy pro přepravu léčiva) oznámila 29. října 2001 na zasedání AVS Science and Technology Society v San Francisku [9].

2.2 Charakteristika MEMS gyroskopů a akcelerometrů

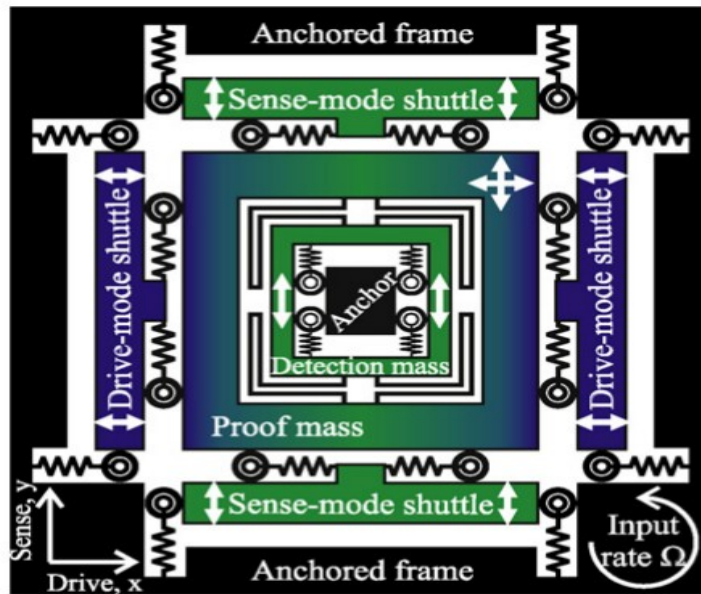
Činnost mikromechanických vibračních gyroskopů je založena na přeměně energie mezi dvěma mody vibrací způsobených Coriolisovým efektem. Konvenční realizace často využívají jeden stupeň volnosti (DOF: degree-of-freedom), řídicí a snímací mod. V uzavřené realizaci je mechanický zisk úměrný snímacímu faktoru kvality, což umožňuje zvyšování citlivosti, teoreticky neomezeně. Nicméně zvyšování faktoru kvality uzavřené realizace je vždy vykoupeno jejich robustností, teplotními odchylkami, vlnovou délkou a limitovaným lineárním pracovním rozsahem [7].

Pro zvýšení robustnosti vibračních gyroskopů je pak výhodné je konstruovat s jedním DOF řídicího a se dvěma DOF snímacího modu tak, aby rezonanční frekvence řídicího modu byla mezi dvěma vrcholy rezonančních frekvencí snímacího modu [7].



Obr. 2.1: Strukturální model zmiňovaného senzoru s 1 DOF řídicího modu a plně spojeného snímacího modu se 2 DOF [7]; Frequency responses – frekvenční odezvy; Bandwidth – vlnová délka (rozpětí); Sense-mode – snímací mód; Drive-mode – řídicí mód; Frequency – frekvence; Gain – přírůstek; Detection mass – detekční hmota; Proof mass – korekční hmota

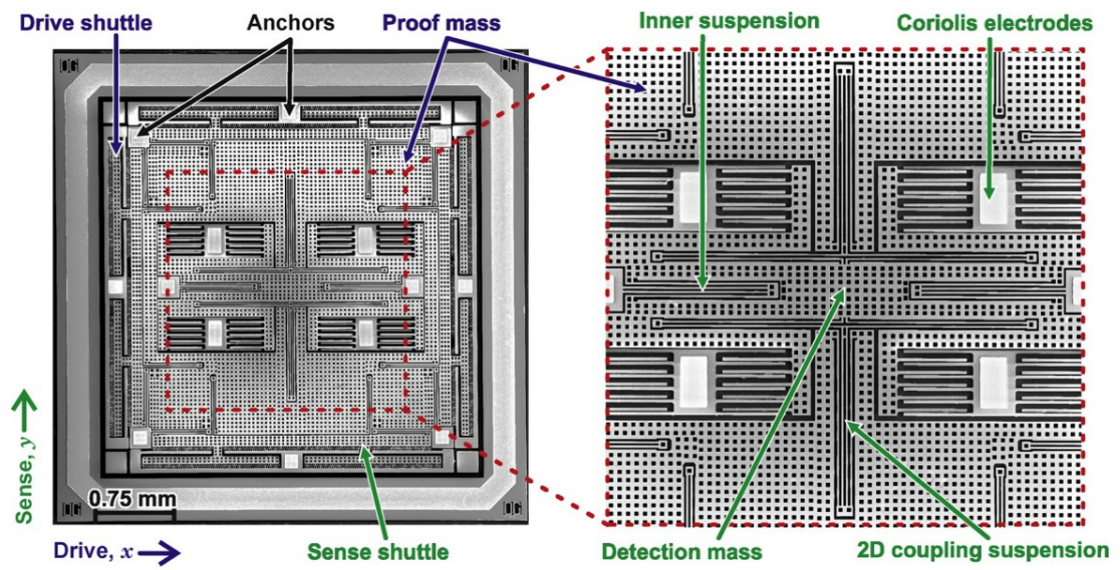
Mnoho reálných aplikací, jako například automobilní, vojenská nebo spotřební elektronika, vyžaduje robustnost a zároveň citlivé gyroskopy s pracovními rezonančními frekvencemi většími než několik kilohertz (kHz) proto, aby potlačily efekty vibračního hluku prostředí. Zároveň se však požaduje mechanická vlnová délka snímacího modu vyšší než 100Hz, ne však víc než 400Hz [7].



Obr. 2.2: Schéma kompletní struktury zmiňovaného senzoru [7]; Anchor – kotva; Anchored frame – kotvený rám; Drive-mode shuttle – řídicí člunek; Sense-mode shuttle – snímací člunek

Strukturální realizace zmiňovaného gyroskopu je na obr. 2.1 a 2.2. Tyto zařízení se skládají z kotveného vnějšího rámu, dvou řídicích a dvou snímacích člunků, korekční hmoty, detekční hmoty a středové kotvy. Každý ze dvou řídicích a snímacích člunků je relativně ukotven k vnějšímu rámu dvěma pružinami [7].

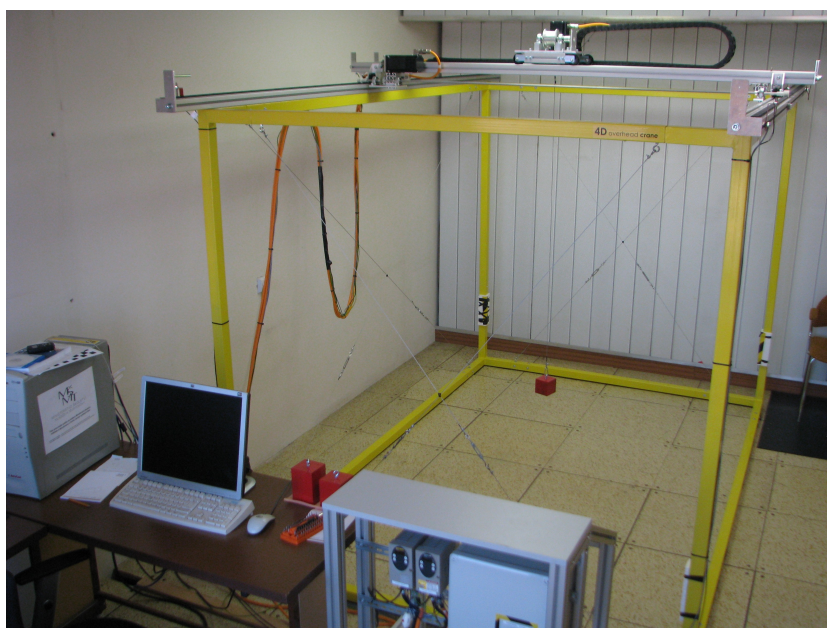
Korekční hmota m_p je vazbena v rovině x - y řídicími a snímacími tuhostmi k_1 . Užitím elektrod na řídicí člunek je hmota řízena v řídicím modu kmitání, aby vytvořila Coriolisův element citlivý na rotaci kolem osy z . Na rozdíl od konvenčních případů není pohyb vyvolaný Coriolisovou silou snímán přímo z korekční hmoty, m_p , na místo toho je korekční hmota spojena s druhou, detekční hmotou m_d . Volnost spojení mezi nimi je dvousměrné se stejnými x a y tuhostmi k_2 . Detekční hmota je také spojena s podkladem s vnitřní tuhostí k_3 . Během rotace je pak Coriolisovo zrychlení korekční hmoty přesunuto do detekční hmoty, jež odpovídá v široké frekvenci vlnových délek díky spojené dynamice zmíněného snímacího modu systému se 2 DOF [7].



Obr. 2.3: Snímek vyrobeného MEMS gyroskopu s 1 DOF řídicího modu a se 2 DOF snímacího modu [7]

3 LABORATORNÍ EXPERIMENT

Laboratorní experiment ověření dynamiky kyvadla probíhal na modelu mostového jeřábu, viz. obr. 3.1, o rozměrech 2m x 2m x 3m. Hmotnosti závaží (kyvadla či břemen) pro účely experimentování na tomto modelu jsou 4kg, 5kg a 6kg. Pro zjednodušení bylo také místo závěsného lana použito tyče tak, aby se co nejvíce přiblížily kyvadlu ve 2D. Ve výsledku to znamená, že dvě zrychlení a dvě úhlové rychlosti budou teoreticky nulové, v praxi pak budou pravděpodobně kmitat velmi blízko kolem nuly. MEMS senzor je v experimentu orientován svou osou z směrem dolů (orientace os viz. obr. 3.3). Je tedy zřejmé, že by ve směru osy z nemělo docházet k rotaci a zrychlení by měly být minimální.



Obr. 3.1: Model mostového jeřábu pro ověřování dynamiky břemene (kyvadla) při pohybu jeřábu

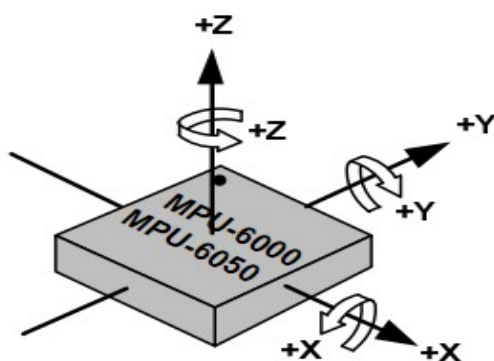
K samotnému měření experimentu byl použit 6-ti osý kapacitní snímač, s označením MPU-6000. Jedná se tedy o tříosý MEMS akcelerometr a tříosý MEMS gyroskop se zabudovaným čidlem pro měření teploty. Gyroskop je plně programovatelný s úplnou škálou stupňů ± 250 , ± 500 , ± 1000 a $\pm 2000^\circ/\text{sek}$ se 16-bitovým analogo-digitálním měničem. Akcelerometr je také plně programovatelný ve škále $\pm 2g$, $\pm 4g$, $\pm 8g$ a $\pm 16g$ s digitální výstupem a také jako gyroskop má integrovaný 16-bitový analogo-digitální měnič.

Přímým výstupem z měření kapacitním snímačem je bitový soubor, viz obr. 3.2., který je následně potřeba zpracovat do vypovídající podoby. Záznam měření je zpracováván pomocí programu SciLab.

1;	079;084;	017;034;051;068;	000;021;	005;002	000;001;078;012	000;092	239;204	255;232	242;253	000;002	255;175	237;000	255;	170;172
1;	079;084;	017;034;051;068;	000;021;	005;002	000;001;078;022	255;228	238;248	255;204	242;106	255;240	255;214	237;000	255;	203;041
1;	079;084;	017;034;051;068;	000;021;	005;002	000;001;078;032	255;236	239;152	255;096	242;044	255;231	255;145	237;000	255;	134;084
1;	079;084;	017;034;051;068;	000;021;	005;002	000;001;078;042	000;004	239;104	000;036	241;161	255;217	255;134	236;224	255;	120;162
1;	079;084;	017;034;051;068;	000;021;	005;002	000;001;078;052	255;208	238;248	000;112	240;246	255;217	255;108	237;000	255;	131;128
	OT	Adresa	Délka	Subtype	Čas	X	Y	Z	X	Y	Z	teplota	FI	
						Zrychlení			Gyroskop					

Obr. 3.2: Ukázka bitového záznamu měření

První a poslední dva sloupce záznamu se týkají kontrolních údajů, kde poslední dva sloupce představují kontrolní součet. Sloupce OT, adresa, délka, subtype a FI se týkají souboru dat a autokonfigurace snímače a pro vypovídající hodnoty tudíž nejsou podstatné. Do samotného vyhodnocení tedy zahrneme pouze sloupce týkající se času, zrychlení (akcelerometru), úhlových rychlostí (gyroskopu) a teploty.



Obr. 3.3: Orientace os citlivosti a polarity rotace [10]

Pro vyhodnocení měření (zejména zrychlení) musíme určit LSB (least significant bit) neboli nejnižší platný bit. Bit s nejnižší vahou v čísle, které je zobrazeno ve dvojkové číselné soustavě. Hodnota tohoto bitu je rovna desítkovému číslu 1.

Jelikož gyroskop i akcelerometr má 16-bitový výstup pak celkový počet binárních kombinací je roven $2^{16} = 65536$. Konkrétní rozsah bitových sum je pak 0 až 65535, přičemž ve vyhodnocování 0 až 32767 včetně odpovídají kladným hodnotám (např. $0 \rightarrow 0g$, $32767 \rightarrow 4g$) a hodnoty 32768 až 65535 včetně odpovídají záporným hodnotám (např. $32768 \rightarrow -0g$, $65535 \rightarrow -4g$).

Snímač měl během měření nastavený rozsah akcelerometru $\pm 4g$, pak celkový počet LSB/g je:

$$LSB_g = \frac{65536}{8} = 8192 \frac{LSB}{g} \quad (3.1)$$

Příklad postupu výpočtu zrychlení ze známé bitové sumy dané sady dat a LSB/g z prvního řádku záznamu měření pro zrychlení v ose x , kde bitový záznam je 255;204. Stanovení bitové sumy:

$$204 + 255 \cdot 2^8 = 65484$$

Jelikož se jedná o hodnotu vyšší než 32767 bude se jednat o zápornou hodnotu zrychlení, pak odchylka od nuly

$$\frac{65484 - 2^{16} + 1}{8192} = -0,00623 \text{ g}$$

V případě že by hodnota bitové sumy byla nižší nebo stejná jako 32767, pak by člen 2^{16} , což je bitové rozpětí snímače, vypadnul. Jedničku přičítáme protože bitová sada může nabývat hodnot 0 až 65535, což je 65536 kombinací, dostáváme tak tedy n -tou kombinaci.

Přepočet bitových dat pro úhlové rychlosti na skutečné hodnoty bude probíhat obdobně jako v předchozím příkladě. Samozřejmě je třeba použít adekvátní LSB jednotky.

Podobným způsobem, jako u akcelerometru, se dostaneme u gyroskopu k LSB/ $^\circ$ a budeme mít možnost přepočítat bity na úhlovou rychlost. Nastavený rozsah měření gyroskopu byl $\pm 250^\circ$, pak

$$LSB_s = \frac{65536}{500} = 131,072 \approx 131 \frac{LSB}{^\circ} \quad (3.2)$$

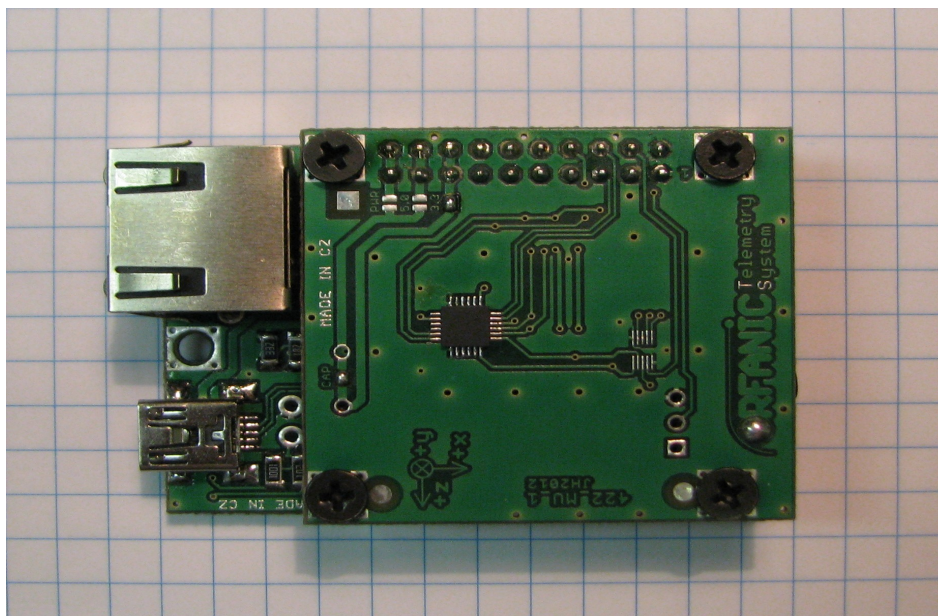
Měření probíhalo každých 10ms pod dobu přibližně 40s, vzorkovací frekvence čipu je 100Hz. Časový průběh měření určíme z bitového záznamu tak, že pro první hodnotu vypočteme její bitovou sumu, tu budeme následně odečítat od každého dalšího záznamu (řádku) a to včetně prvního záznamu. Tímto způsobem docílíme toho že počátek měření je v nule. Bitový záznam času první sady dat (prvního řádku), tedy 12., 13., 14. a 15. sloupec, je 000;000;181;134. Výpočet bitové sumy pak vypadá následovně

$$134 + 181 \cdot 2^8 + 000 \cdot 2^{16} + 000 \cdot 2^{24} = 46470$$

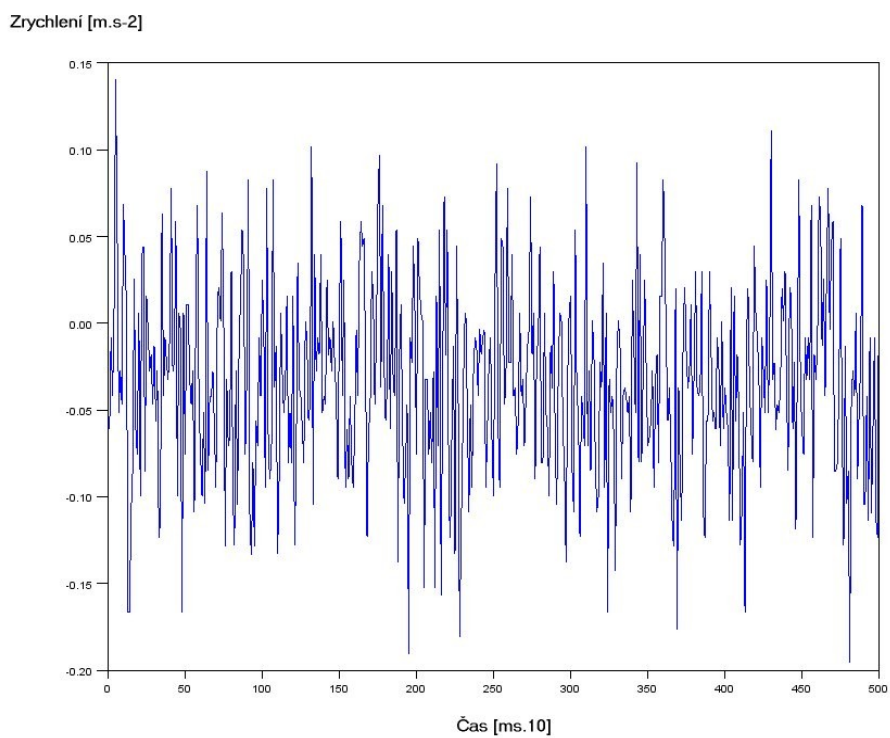
Tuto bitovou sumu, tedy 46470, bude odečítat od každé další sady dat.

Bitový záznam času sady dat, která je na prvním řádku, viz. obr. 3.2, je 000;001;078;012, potom čas tohoto záznamu bude vzhledem k počátku

$$012 + 078 \cdot 2^8 + 001 \cdot 2^{16} + 000 \cdot 2^{24} - 46470 = 39046 \text{ ms} = 39,046 \text{ s}$$



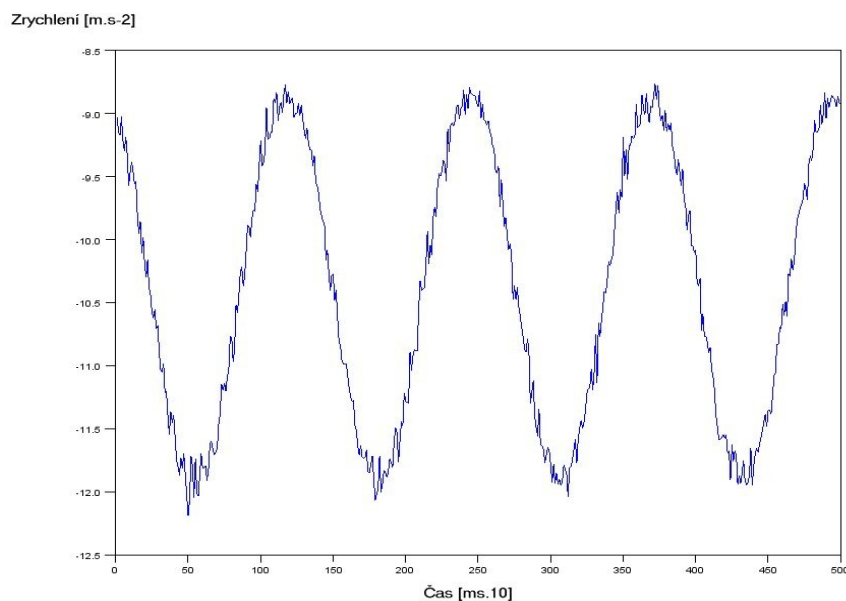
Obr. 3.4: Foto měřicí stanice pro měření dynamiky kyvadla s MEMS snímačem



Graf 3.1: Závislost zrychlení v ose x na čase, zrychlení [m.s⁻²], čas [ms.10], vykresleno pro dobu měření 5s

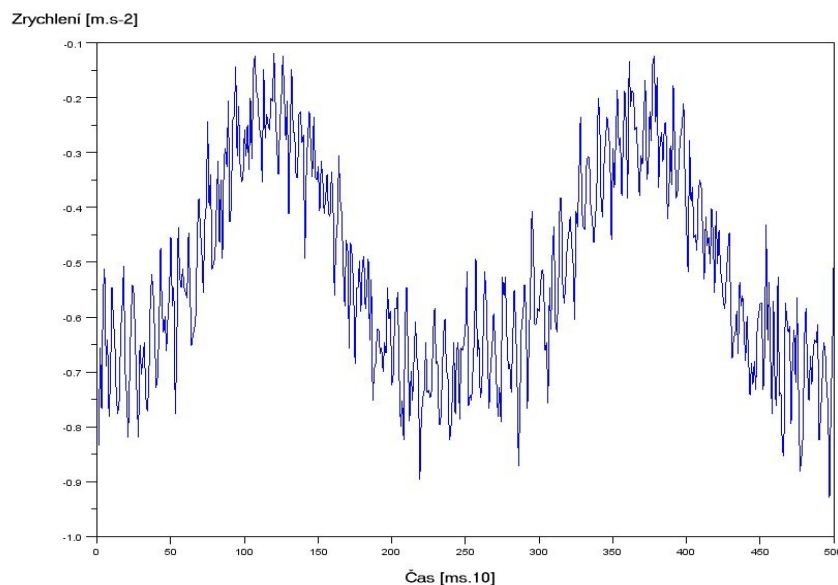
Z grafu 3.1 je patrné, že pohyb ve směru osy x byl relativně zamezen. Hodnoty zrychlení kmitají velmi rychle a chaoticky přibližně mezi $-0,2 \text{ m.s}^{-2}$ a $0,15 \text{ m.s}^{-2}$, což může být způsobeno například:

- vůlemi v uložení tyče v závěsu
- vůlemi v uložení břemene na tyči
- nepřesnostmi v uložení kapacitního snímače vůči kostře modelu jeřábu

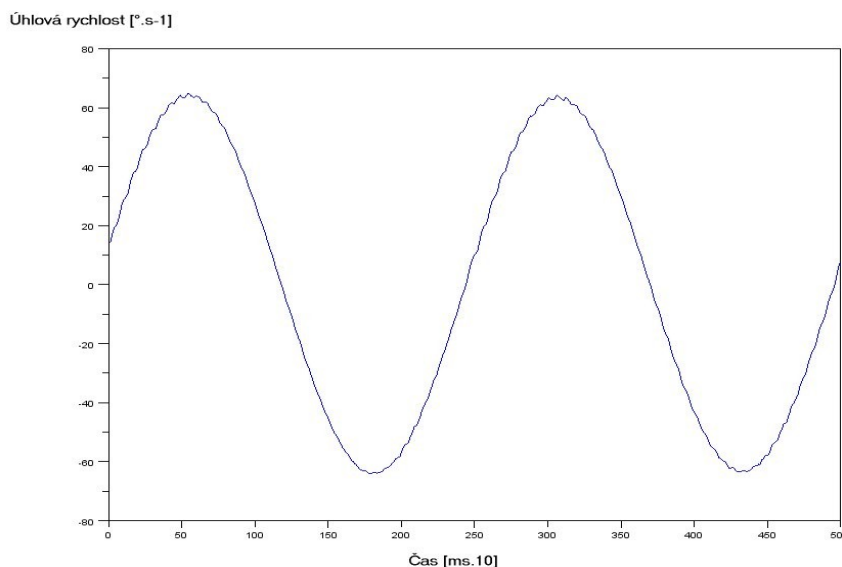


Graf 3.2: Závislost zrychlení v ose y na čase, zrychlení $[\text{m.s}^{-2}]$, čas $[\text{ms.10}]$, vykresleno pro dobu měření 5s

Z grafů 3.2 a 3.3 vidíme že se kyvadlo pohybovalo zejména v ose y (osa snímače). V ose y zrychlení kmitá u hodnot odpovídajícím $1g$ a to přibližně mezi $-8,7 \text{ m.s}^{-2}$ a $-12,2 \text{ m.s}^{-2}$. Můžeme také říci že v místě, kde se nachází minima (tedy asi -12 m.s^{-2}) se břemeno nachází ve své nejnižší poloze a v místech maxim (tedy asi $-8,5 \text{ m.s}^{-2}$) se břemeno nachází v jedné z krajních poloh. V ose z pak dochází ke kmitání zrychlení mezi hodnotami přibližně $-0,1 \text{ m.s}^{-2}$ až $-0,9 \text{ m.s}^{-2}$, což poukazuje na skutečnost, že při kývání břemene dochází v jeho nejnižší poloze k přetížením.



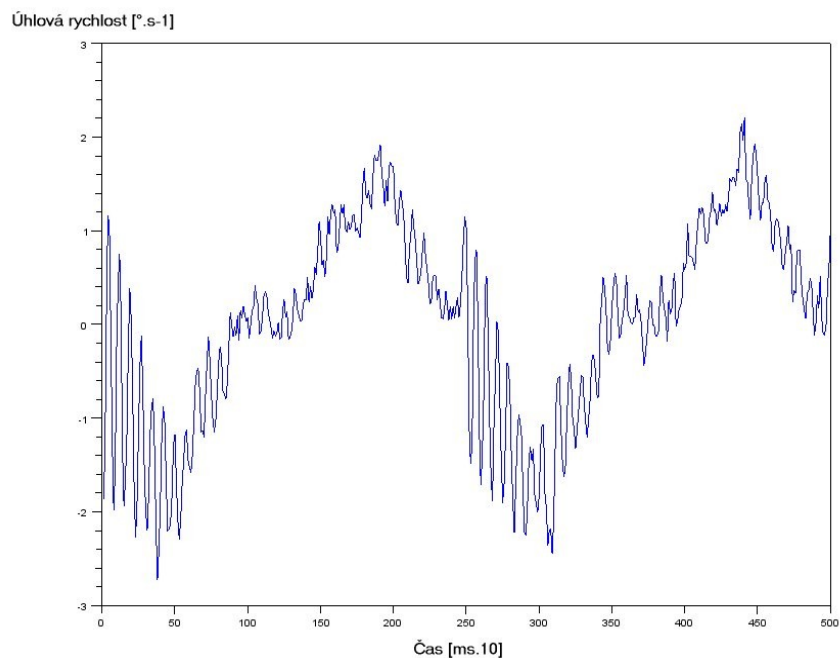
Graf 3.3: Závislost zrychlení v ose z na čase, zrychlení [$m.s^{-2}$], čas [$ms.10$], vykresleno pro dobu měření 5s



Graf 3.4: Závislost úhlové rychlosti v ose x na čase, úhlová rychlost [$^{\circ}.s^{-1}$], čas [$ms.10$], vykresleno pro dobu měření 5s

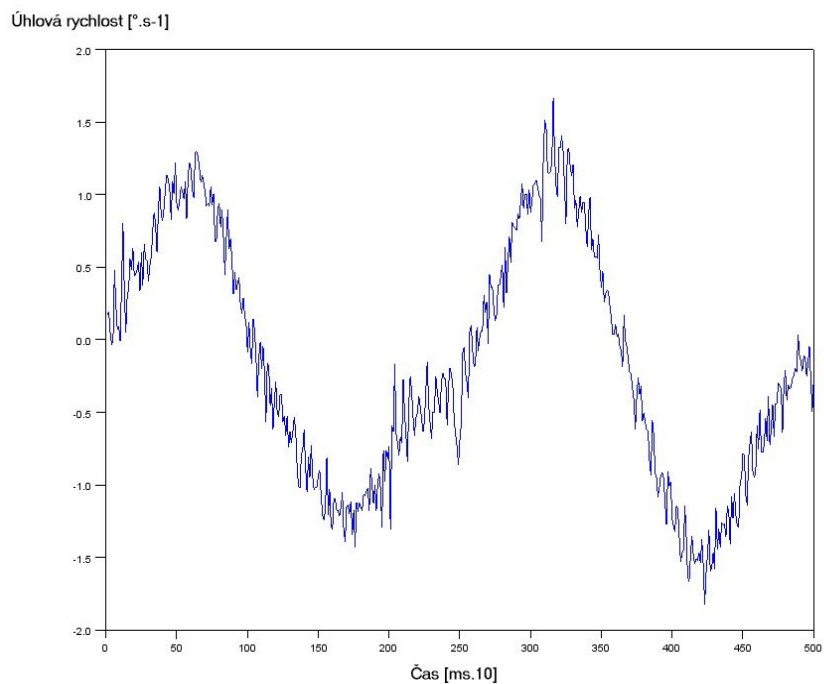
Graf 3.4 potvrzuje že k pohybu docházelo v rovině y - z (tzn. rotace osy x), kde úhlové rychlosti břemene kmitají přibližně mezi $-65 \text{ }^{\circ}.s^{-1}$ až $65 \text{ }^{\circ}.s^{-1}$, dokazuje to rovnoměrnost kývání. Můžeme si také například všimnout, že na rozdíl od zrychlení v ose y , viz. graf 3.2, jsou extrémní úhlových rychlostí posunuty nepatrně zpět, to znamená, že při kývání dochází k opoždění o několik milisekund úhlové rychlosti proti zrychlení. Také v místě, kde křivka prochází nulou (tzn. úhlová rychlost je v tomto bodě nulová) nachází se břemeno v jedné z krajních poloh a díky vývoji křivky také můžeme určit, o kterou

z krajních poloh se jedná. Například v místě přibližně kolem jedné sekundy (osa rotace směřuje k nám) se břemeno nacházelo ve své pravé krajní poloze. Naopak v místech, kde dosahuje úhlová rychlost svých extrémů (minima či maxima), se břemeno nachází ve své nejnižší poloze.

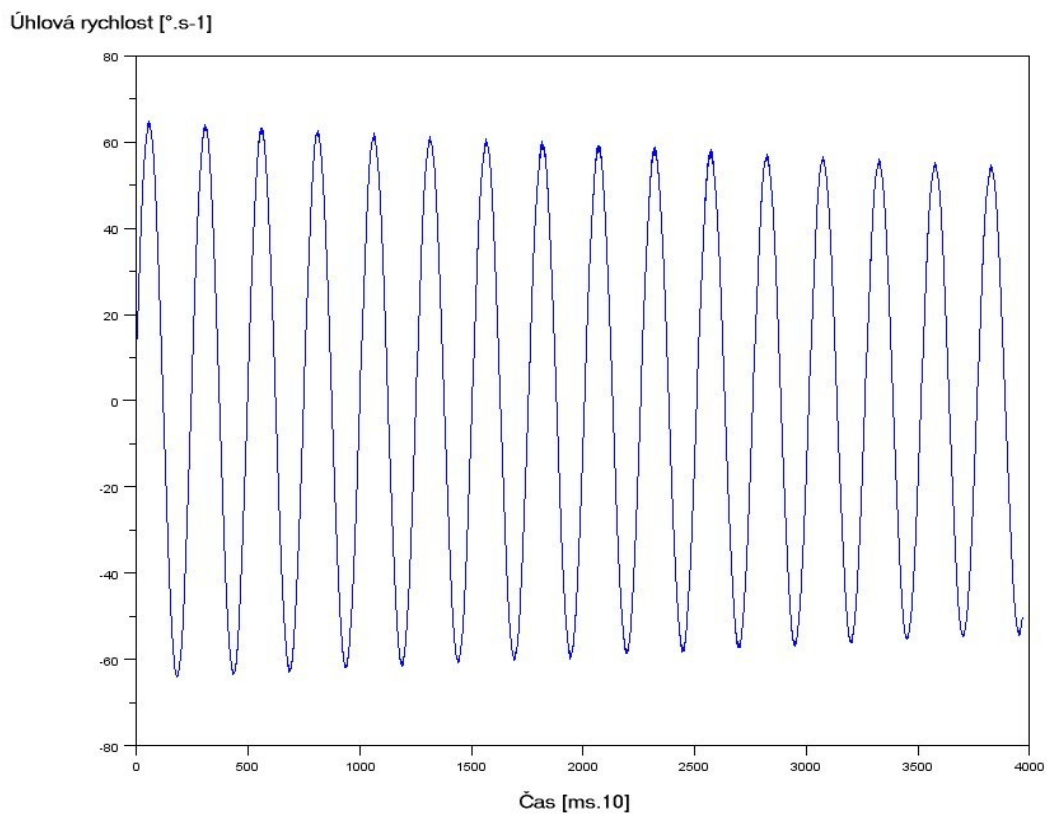


Graf 3.5: Závislost úhlové rychlosti v ose y na čase, úhlová rychlost [°·s⁻¹], čas [ms·10], vykresleno pro dobu měření 5s

V případě rotací kolem os y a z, kde byl zamezen pohyb, z grafů 3.5 a 3.6 vidíme, že úhlové rychlosti kmitají v blízkosti nuly a to přibližně mezi -3 °·s⁻¹ až 3 °·s⁻¹. Toto kmitání je pravděpodobně způsobeno stejnými příčinami jako u grafu 3.1.



Graf 3.6: Závislost úhlové rychlosti v ose z na čase, úhlová rychlost [$^{\circ}\cdot s^{-1}$], čas [ms.10], vykresleno pro dobu měření 5s



Graf 3.7: Závislost úhlové rychlosti v ose x na čase, úhlová rychlost [$^{\circ}\cdot s^{-1}$], čas [ms.10], vykresleno pro dobu měření cca 40s

V grafu 3.7 je potom vykreslen celý průběh měření, cca 40s, závislosti úhlové rychlosti v ose x na čase (kývání v rovině $y-z$). Z grafu je jasně vidět, že v systému dochází k tlumení vlivem vnějších odporů, jakými mohou například být odpor vzduchu nebo zejména tření v závěsu břemene. V případě delšího měření by se daly určit koeficienty tlumení daného systému. Toto dlouhodobé měření bychom mohli provádět s různými druhy závěsu a s různými hmotnostmi břemene a sledovat jaký mají vliv na tlumení soustavy.

V grafech 3.1 – 3.7 je čas na horizontálních osách vykreslován vždy v desítkách milisekund.

4 ZÁVĚR

Z popisu kyvadla vidíme, že na jeho dynamiku má velký vliv jeho délka, na které závisí vlastní frekvence kyvadla, hmotnost, tlumení soustavy, počáteční rozkmit, se kterým pak souvisí také celkový průběh zrychlení, a spousta jiných okolních vlivů ať žádoucích či nežádoucích. Počáteční rozkmit břemene respektive jeho počáteční zrychlení v praxi souvisí zejména s rozjezdem a brzděním jeřábu. Vzhledem k nárokům, které jsou a budou kladeny na rychlost manipulace s materiálem, je problematika omezení kyvu břemene stále aktuálnější s ohledem na konstrukce jeřábů, ale taky bezpečnosti při manipulaci s nimi a v jejich blízkosti.

Díky technologiím, které umožňují výrobu miniaturních snímacích zařízení, například typu MEMS, můžeme již dnes snímat dynamiku břemen v praxi. Potom tuto „telemetrii“ jeřábů vyhodnocovat a postupem času optimalizovat řízení jeřábů tak, aby docházelo k co nejmenším kýváním břemen. Na trhu se již objevují nové 9-osé MEMS senzory, které mají spolu s akcelerometrem a gyroskopem také zabudovaný kompas, respektive budou schopny snímat polohu vůči okolí.

Laboratorním experimentem jsme si ověřily, že při kývání břemene dochází při prokmitnutí přes nejnižší polohu břemene k přetížením. Pokud by například toto přetížení dosáhlo hodnoty 2g, znamenalo by to že v daný moment bude břemeno na konstrukci jeřábu působit jako by mělo dvojnásobek své hmotnosti. Což by v praxi mohlo vypadat například takto: Jmenovitá nosnost jeřábu je 5 tun, na jeřáb zavěsíme břemeno o hmotnosti 4 tuny a necháme jej prokmitnout s přetížením 2g. Ve výsledku to je stejné jako bychom na tento jeřáb zavěsily břemeno o hmotnosti 8 tun. Dojde tedy k překročení jmenovité nosnosti o 60%. V praxi se jeřáby navrhují dle norem na dynamická zatížení (jako například rozkmit břemene) pomocí součinitele, který závisí na plynulosti řízení daného jeřábu. Tyto součinitele byly stanoveny na základě dlouhodobých měření.

Dynamika břemen respektive kyvadel je dodnes ne zcela prostudovanou oblastí mechaniky a skýtá stále dost příležitostí ke studiu.

5 SEZNAM POUŽITÉ SYMBOLIKY

a	okamžité zrychlení hmotného bodu	$[m.s^{-2}]$
a_b	amplituda buzení	$[-]$
a_k	Fourierův koeficient	$[-]$
b_k	Fourierův koeficient	$[-]$
F	součet sil působících na hmotný bod	$[N]$
g	tíhové zrychlení	$[m.s^{-2}]$
h_0	vertikální vzdálenost od závěsu v závislosti na x_0	$[m]$
h_1	vertikální vzdálenost od závěsu v závislosti na x_1	$[m]$
k	bezrozměrná konstanta frekvence kyvadla	$[-]$
$k_{1,2,3}$	tuhosti pružin ve snímači MEMS	$[N.m^{-1}]$
l	délka lana	$[m]$
l_0	střední délka kyvadla	$[m]$
LSB_g	nejnižší platný bit na jednotku zrychlení	$[LSB.g^{-1}]$
LSB_s	nejnižší platný bit na stupeň	$[LSB.^{\circ-1}]$
m	hmotnost bodu	$[kg]$
m_d	detekční hmota	$[kg]$
m_p	korekční hmota	$[kg]$
q	substituční proměnná	$[-]$
s	délka oblouku	$[m]$
t	čas	$[s]$
v	rychlost hmotného bodu	$[m.s^{-1}]$
x	úhel odklonění lana od svislého směru	$[rad]$
x_0	počáteční vychýlení lana od vertikálního směru	$[rad]$
x_1	vychýlení lana od vertikálního směru v bodě 1	$[rad]$
β	relativní parametr tlumení	$[-]$
γ	koeficient tlumení	$[-]$
Δh	změna vertikální výšky hmotného bodu	$[m]$
ΔK	změna kinetické energie	$[J]$
ΔU	změna potenciální energie	$[J]$
ε	relativní budící amplituda	$[-]$
θ	úhel vychýlení kyvadla od vertikálního směru	$[rad]$
τ	relativní čas kyvu	$[-]$
$\varphi(\tau)$	spojitá 2π periodická funkce s nulovou střední hodnotou	$[-]$
Ω	frekvence buzení	$[Hz]$
ω	relativní frekvence kmitání	$[-]$
ω_0	vlastní frekvence kyvadla	$[Hz]$
DOF	stupeň volnosti	
LSB	nejnižší platný bit	

6 Seznam použité literatury

- [1] GAJDŮŠEK, J., ŠKOPÁN, M. Teorie dopravních a manipulačních zařízení, skripta VUT Brno, 1988
- [2] GREPL, R. Kinematika a dynamika mechatronických systémů CERM, skriptum VUT Brno, 1997
- [3] KRATOCHVÍL, C., SLAVÍK, J. Mechanika těles – dynamika, PC-DIR, skriptum VUT Brno, 1997
- [4] KUČEROVÁ, B., *Matematické kyvadlo*: bakalářská práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav matematiky, 2010. 34 s. Vedoucí práce byl prof. RNDr. Jan Franců, CSc.
- [5] BELYAKOV, O.A., SEYRANIAN, P.A., LUONGO, A., Dynamics of the pendulum with periodically varying length. *Physica D*. 2009, Vol. 238, s. 1589-1597. ISSN 0167-2789. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com>
- [6] CHATURVEDI, N.A., McCLAMROCH, N.H., BERNSTEIN, D.S. Stabilization of a 3D axially symmetric pendulum. *Automatica*. 2008, Vol. 44, s. 2258-2265. ISSN 0005-1098. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com>
- [7] TRUSOV, A.A., SCHOFIELD, A.R., SHKEL, A.M. Performance characterization of a new temperature-robust gain-bandwidth improved MEMS gyroscope operated in air. *Sensors and Actuators A*. 2009, Vol. 155, s. 16-22. ISSN 0924-4247. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com>
- [8] PRIKHODKO, I.P., ZOTOV, S.A., TRUSOV, A.A., SHKEL, A.M. Foucault pendulum on a chip: Rate integrating silicon MEMS gyroscope. *Sensors and Actuators A*. 2012, Vol. 177, s. 67-78, ISSN 0924-4247. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com>
- [9] NĚMEC, M., *MEMS – předchůdce nanotechnologií* [online]. c2003-2011 [cit.2012-05-23]. Dostupné z: <http://www.milosnemec.cz>
- [10] MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification. 2012, Revision 3.3. 54 s. Document Number PS-MPU-6000A-00. Dostupné z: <http://invensense.com>

[11] ČSN EN 15011. *Jeřáby – Mostové a portálové jeřáby*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011

7 PŘÍLOHY

A VYHODNOCENÝ ZÁZNAM Z MĚŘENÍ

Čas	Zrychlení (akcelerometr)			Úhlová rychlost (gyroskop)			Teplota
	Osa X	Osa Y	Osa Z	Osa X	Osa Y	Osa Z	
0.	-0.0610730	-9.0352112	-0.8334668	14.251908	-1.8625954	0.1755725	21.944118
10.	-0.0083826	-9.1549622	-0.6562354	16.198473	-1.3664122	0.1908397	22.038235
20.	-0.0419128	-9.1693323	-0.7664063	18.206107	0.1374046	0.0458015	21.944118
30.	0.0107776	-9.0304211	-0.5556445	19.541985	1.1603053	-0.0305344	21.944118
40.	0.1401086	-9.2124426	-0.5125342	19.923664	1.0458015	0.	21.944118
50.	0.0538879	-9.2938733	-0.6897656	21.152672	-0.0839695	0.4809160	22.038235
60.	-0.0514929	-9.1884924	-0.6418652	22.633588	-1.2748092	0.2366412	22.038235
70.	-0.0275427	-9.3274036	-0.7807764	25.038168	-1.9847328	0.0763359	21.944118
80.	-0.0467029	-9.5716956	-0.7137158	27.152672	-1.5419847	0.0916031	21.85
90.	0.0682581	-9.4711047	-0.5460645	28.526718	-0.2366412	-0.0076336	22.038235
100.	0.0395178	-9.384884	-0.6035449	29.137405	0.4274809	0.3740458	22.038235
110.	0.0107776	-9.4567346	-0.6466553	30.175573	0.7557252	0.8015267	22.038235
120.	-0.1664539	-9.5573254	-0.7472461	30.801527	0.1297710	0.3206107	21.944118
130.	-0.1664539	-9.5429553	-0.7759863	32.877863	-1.3587786	0.0534351	21.944118
140.	-0.1089734	-9.8111975	-0.7520361	35.29771	-1.9389313	0.3053435	21.944118
150.	-0.0850232	-9.9501086	-0.6227051	36.603053	-1.6641221	0.3435115	21.85
160.	0.0251477	-9.8543079	-0.5795947	38.053435	-1.1908397	0.5572519	21.944118
170.	-0.0610730	-10.10818	-0.5077441	38.274809	-0.2595420	0.4809160	22.038235
180.	-0.0754431	-9.9836389	-0.6993457	38.862595	0.3893130	0.6335878	22.038235
190.	0.0059875	-10.194401	-0.7424561	40.412214	0.0534351	0.4427481	21.944118
200.	-0.0993933	-10.299781	-0.8190967	42.381679	-0.7251908	0.4503817	21.85
210.	0.0395178	-10.16087	-0.7089258	44.122137	-1.7557252	0.4809160	21.85
220.	0.0443079	-10.381212	-0.5939648	45.694656	-2.2748092	0.5343511	21.85
230.	-0.0850232	-10.433903	-0.5412744	46.007634	-1.9160305	0.3358779	21.944118
240.	0.0155676	-10.572814	-0.5604346	46.435115	-1.1603053	0.6030534	21.944118
250.	-0.0035925	-10.620714	-0.6562354	46.946565	-0.4427481	0.3740458	21.944118
260.	-0.0275427	-10.553654	-0.7472461	48.664122	-0.1221374	0.6564885	21.944118
270.	-0.0179626	-10.706935	-0.8190967	50.442748	-0.7099237	0.5572519	22.038235
280.	-0.0467029	-10.682985	-0.6514453	51.877863	-1.5419847	0.5419847	22.038235
290.	-0.0131726	-10.888956	-0.7041357	52.442748	-2.	0.4045802	21.944118
300.	-0.0562830	-11.027867	-0.6753955	52.671756	-2.1984733	0.5114504	21.944118
310.	-0.0275427	-11.051818	-0.6466553	52.900763	-1.8167939	0.5725191	21.85
320.	-0.1233435	-10.984757	-0.7472461	54.122137	-1.1679389	0.7557252	21.944118
330.	-0.1137634	-11.214679	-0.7711963	55.618321	-0.8778626	0.8778626	21.944118
340.	0.0634680	-11.205099	-0.7280859	57.	-0.7938931	0.7938931	22.038235
350.	-0.0419128	-11.3967	-0.5795947	57.717557	-1.3129771	0.6030534	22.038235
360.	-0.0083826	-11.545192	-0.5221143	57.625954	-2.1450382	0.8931298	21.944118
370.	-0.0227527	-11.36317	-0.5556445	57.923664	-2.7251908	1.0534351	21.944118
380.	-0.0323328	-11.449391	-0.6274951	58.564885	-2.4122137	0.8549618	22.038235
390.	-0.0083826	-11.39191	-0.7280859	59.564885	-1.9160305	0.8244275	21.944118
400.	0.0778381	-11.569142	-0.7089258	60.89313	-1.1679389	0.9083969	21.944118
410.	-0.0275427	-11.746373	-0.6227051	61.29771	-0.8778626	1.0534351	21.944118
420.	-0.0227527	-11.799064	-0.4742139	61.549618	-1.0458015	1.1374046	21.944118
430.	0.0586780	-11.866124	-0.5891748	61.450382	-1.648855	1.1068702	21.944118
440.	-0.0993933	-11.727213	-0.6274951	61.396947	-2.2061069	1.0381679	21.944118
450.	0.0059875	-11.813434	-0.5987549	62.473282	-2.1908397	0.8320611	22.038235
460.	-0.0035925	-11.698473	-0.6610254	63.122137	-2.1221374	1.0916031	21.944118
470.	-0.1664539	-11.856544	-0.5987549	63.839695	-1.8244275	1.0076336	21.85
480.	0.0059875	-12.024196	-0.5556445	64.267176	-1.2824427	1.221374	22.038235
490.	-0.0754431	-12.187057	-0.4550537	63.473282	-1.1755725	0.9389313	21.944118

Príloha A: Prvních 50 hodnot ze zpracovaného měření

B PROGRAM PRO ZPRACOVÁNÍ BITOVÉHO ZÁZNAMU Z MĚŘENÍ

```
A_vel = size(A_data);
A_vysl = zeros(A_vel(1),8);
g = 9.81;
for x=1:A_vel(1);

    //--vynulovani casu od pocatku
    pocatek=A_data(1,15)+A_data(1,14)*2^8+A_data(1,13)*2^16+A_data(1,12)*2^24;
    //--čas t[ms], 4 bajty
    A_vysl(x,1)=A_data(x,15)+A_data(x,14)*2^8+A_data(x,13)*2^16+A_data(x,12)*2^24-pocatek;
end;

for x=1:A_vel(1);

    //--zrychleni ax[LSB], 8192 LSB/g, +-4g(m/s2)
    A_vysl_x=A_data(x,17)+A_data(x,16)*2^8;
    offset_ax=-1;
    offset_axms=0;
    LSB_ax=8192;

    //--ax[m.s-2], kladne/zaporne
    if (A_vysl_x > 32767);
        A_vysl_xx=A_vysl_x-2^16-offset_ax; //urceni kladneho a zaporneho cisla a posun o offset
        A_vysl_dx=A_vysl_xx/LSB_ax; //rozdil od nuly
        A_vysl(x,2)=g*(offset_axms+A_vysl_dx); //výsledné zrychlení v [m.s-2]
    else
        A_vysl_xx=A_vysl_x+offset_ax; //urceni kladneho a zaporneho cisla a posun o offset
        A_vysl_dx=A_vysl_xx/LSB_ax; //rozdil od nuly
        A_vysl(x,2)=g*(offset_axms+A_vysl_dx); //výsledné zrychlení v [m.s-2]
    end;

    //--rychlost rotace rx[LSB], 131 LSB/(°/s), +-250°/s
    A_vysl_rx=A_data(x,23)+A_data(x,22)*2^8;
    offset_rx=-533;
    offset_rxsts=0;
    LSB_rx=131;

    //--rx[°.s-1], kladne/zaporne
    if (A_vysl_rx > 32767);
        A_vysl_rxx=A_vysl_rx-2^16-offset_rx; //urceni kladneho a zaporneho cisla a posun o offset
        A_vysl_drx=A_vysl_rxx/LSB_rx; //rozdil od nuly
        A_vysl(x,5)=offset_rxsts+A_vysl_drx; //výsledná úhlová rychlost v [°.s-1]
    else
        A_vysl_rxx=A_vysl_rx+offset_rx; //urceni kladneho a zaporneho cisla a posun o offset
        A_vysl_drx=A_vysl_rxx/LSB_rx; //rozdil od nuly
        A_vysl(x,5)=offset_rxsts+A_vysl_drx; //výsledná úhlová rychlost v [°.s-1]
    end;

    //--teplota T[LSB], 340 LSB/°, -40 to +85 °C, offset 35 °C = -521 LSB
    A_vysl_T=A_data(x,29)+A_data(x,28)*2^8;
    offset_T=-521;
    offset_TC=35;
    LSB_T=340;

    //--T[LSB]->T[°C], offset, kladne/zaporne
    if (A_vysl_T > 32767);
        A_vysl_TT=A_vysl_T-2^16-offset_T; //urceni kladneho a zaporneho cisla a posun o offset
        A_vysl_dT=A_vysl_TT/LSB_T; //rozdil od nuly
        A_vysl(x,8)=offset_TC+A_vysl_dT; //výsledná teplota v [°C]
    else
        A_vysl_TT=A_vysl_T+offset_T; //urceni kladneho a zaporneho cisla a posun o offset
        A_vysl_dT=A_vysl_TT/LSB_T; //rozdil od nuly
        A_vysl(x,8)=offset_TC+A_vysl_dT; //výsledná teplota v [°C]
    end;
end;
```