



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## ANALÝZA DYNAMICKÉHO TLUMIČE VIBRACÍ

ANALYSIS OF TUNED MASS DAMPER

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Martin Jurečka

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Filip Kšica, Ph.D.

BRNO 2023



# Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Martin Jurečka</b>
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Mechatronika
Vedoucí práce:	<b>Ing. Filip Kšica, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2022/23

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## **Analýza dynamického tlumiče vibrací**

### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Komplexní mechanické struktury jsou často vystaveny vlivům, které mohou vybudit nadměrné nežádoucí vibrace. Tyto vibrace mohou omezit schopnost plnit jejich funkci, případně ovlivnit bezpečnost při jejich provozu. K zamezení těchto vibrací se často využívají tzv. dynamické tlumiče vibrací. Cílem této práce je shrnout princip, na kterém tyto tlumiče pracují, analyzovat vliv parametrů na jejich funkčnost a sestavit model demonstrující jejich vliv na potlačení nežádoucích vibrací.

### **Cíle bakalářské práce:**

1. Analýza principu dynamického tlumiče vibrací a rešerše jeho využití v inženýrské praxi.
2. Tvorba výpočtových modelů zvolených mechanických soustav a implementace vhodně navržených dynamických tlumičů pro zatlumení nežádoucích vibrací.
3. Tvorba přípravku využitelného ve výuce demonstrujícího funkci dynamického tlumiče vibrací

### **Seznam doporučené literatury:**

HATCH, Michael R. Vibration Simulation Using MATLAB and ANSYS. 2001. ISBN 1584882050.

GUTIERREZ SOTO, Mariantonieta a Hojjat ADELI. Tuned Mass Dampers. Archives of Computational Methods in Engineering. 2013, 20(4), 419–431. ISSN 11343060.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2022/23

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Komplexní mechanické struktury jsou velice často vystavovány vlivům, které v nich mohou vybudit nadměrné vibrace, ty pak mohou omezit schopnost plnit jejich funkci, případně ovlivnit bezpečnost při provozu. K zamezení těchto vibrací se velice často využívají dynamické tlumiče vibrací, na které je zaměřena tato bakalářská práce.

První část práce je zaměřena na rešerši principu dynamického tlumiče vibrací a jeho využití v inženýrské praxi, v druhé části jsou pak získané poznatky využity k tvorbě výpočtového modelu zvolené mechanické soustavy a implementaci vhodně navrženého dynamického tlumiče vibrací pro zatlumení nežádoucích vibrací. Součástí práce je také sestavení přípravku využitelného ve výuce, který bude demonstrovat jeho funkci.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Dynamický tlumič vibrací, tlumení, vibrace, kmitání, rezonance, oscilátor, MATLAB, Simulink, vlastní frekvence

## **ABSTRACT**

Complex mechanical structures are often exposed to external influences that can cause excessive vibrations, which can limit their ability to perform their function or affect operational safety. Tuned mass dampers, which are focus of this thesis are very often used to avoid such vibrations.

The first part of the thesis is focused on the research of the principle of tuned mass damper and its use in engineering practice. In the second part obtained knowledge is used to create a mathematical model of the selected mechanical system and then to implement a suitably designed tuned mass damper to damp unwanted vibrations. Part of the work is also to build a real model of the tuned mass damper, which will demonstrate its function.

## **KEYWORDS**

Tuned mass damper, damping, vibrations, oscillation, resonance, oscillator, MATLAB, Simulink, natural frequency

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

JUREČKA, Martin. *Analýza dynamického tlumiče vibrací*. Brno, 2023. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/145698>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Filip Kšica.

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma **Analýza dynamického tlumiče vibrací** vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

---

Datum

.....  
Martin Jurečka

## **PODĚKOVÁNÍ**

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce Ing. Filipu Kšicovi, Ph.D. za ochotu, vstřícnost, odborné vedení, trpělivost a rady při zpracování mé bakalářské práce.

## OBSAH

<b>1</b>	<b>ÚVOD</b> .....	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>CÍLE PRÁCE</b> .....	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>SOUČASNÝ STAV POZNÁNÍ</b> .....	<b>12</b>
3.1	Problémy spojené s rezonancí .....	12
3.1.1	Možnosti redukce vibrací.....	14
3.1.2	Dynamický tlumič vibrací .....	15
3.2	Princip funkce dynamického tlumiče vibrací.....	16
3.3	Návrh parametrů dynamického tlumiče vibrací .....	19
3.3.1	Hmotnost dynamického tlumiče vibrací .....	20
3.3.2	Tuhost dynamického tlumiče vibrací.....	20
3.3.3	Poměrný útlum dynamického tlumiče vibrací .....	21
3.4	Umístění dynamického tlumiče vibrací v konstrukci.....	23
3.5	Dělení dynamických tlumičů vibrací podle typu konstrukce.....	24
3.5.1	translační dynamický tlumič vibrací (TMD) .....	25
3.5.2	Kyvadlový dynamický tlumič vibrací (PTMD).....	25
3.5.3	Bidirectional Tuned Mass Damper (BTMD).....	27
3.6	Dělení dynamických tlumičů podle stylu řízení vibrací .....	28
3.6.1	Pasivní dynamický tlumič vibrací.....	28
3.6.2	Semi-aktivní dynamický tlumič vibrací.....	29
3.6.3	Aktivní dynamický tlumič vibrací .....	30
3.7	Využití dynamických tlumičů vibrací v praxi.....	31
3.7.1	Výškové stavby .....	31
3.7.2	Pochozí konstrukce .....	38
<b>4</b>	<b>MATEMATICKÝ A FYZICKÝ MODEL</b> .....	<b>43</b>
4.1	Matematický model.....	43
4.1.1	Matematický model soustavy bez TMD .....	43
4.1.2	Matematický model soustavy s TMD .....	50
4.2	Fyzický model.....	59
4.3	Porovnání matematického a fyzického modelu .....	66
<b>5</b>	<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>70</b>
<b>6</b>	<b>CITOVANÁ LITERATURA</b> .....	<b>72</b>
<b>7</b>	<b>SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK, SYMBOLŮ A VELIČIN</b> .....	<b>76</b>

# 1 ÚVOD

Při zhotovování jakéhokoli stroje či třeba konstrukce mostu nesmíme zapomínat na to, že vibrace jsou nedílnou součástí našeho světa. Skupina lidí, co se projde po mostě, vzduch, který obtéká výškovou budovu, nebo třeba fanoušci, kteří skáčou na tribunách, všechny tyto situace jsou jen velice malý zlomek z mnoha různých vlivů, které mohou působit na mechanické struktury a vyvolat v nich tak vibrace, které je uvedou do pohybu.

Nebezpečný stav nastává, když se frekvence buzeného kmitání pohybuje v oblasti vlastních frekvencí mechanické struktury. Dochází zde k rezonanci a vybuzevané vibrace mohou dosahovat nepříjemných hodnot. Tyto vibrace pak mohou v těch lepších případech kupříkladu výrazně snížit funkční přesnost obráběcích strojů, nebo způsobit únavové poškození součástí ve stroji. V horších případech tyto vibrace mohou negativně ovlivnit bezpečnost při provozu, ale také způsobit úplné zničení stroje či třeba pád mostu. Z těchto důvodů se snažíme při konstrukci strojního celku nežádoucí vibrace, pokud možno, co nejvíce minimalizovat.

Na minimalizaci nežádoucích vibrací se využívají tlumiče vibrací, kterých je celá řada. Jedním z typů tlumičů vibrací je dynamický tlumič vibrací (TMD), na který je zaměřena tato bakalářská práce. Dynamický tlumič vibrací je hojně zastoupen ve výškových budovách jako jsou třeba mrakodrapy, komíny a televizní věže, můžeme ho najít také například v mostních konstrukcích, u obráběcích strojů, nebo tribun pro diváky. Další využití, které zajisté stojí za zmínku je jeho aplikace v podlahách továren a nemocnic.

## 2 CÍLE PRÁCE

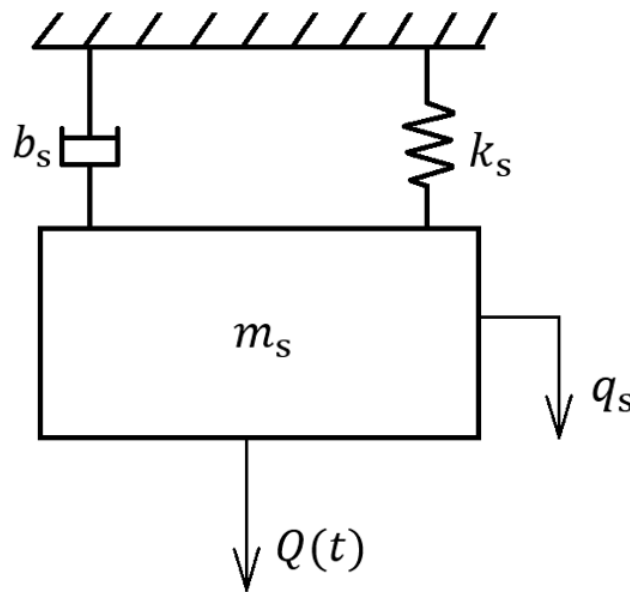
Prvním důležitým bodem této bakalářské práce je vypracovat řešerši, ve které bude shrnut princip funkce dynamického tlumiče vibrací a jeho aplikace v inženýrské praxi. Dále budou zjištěné poznatky využity pro tvorbu výpočtového modelu zvolené mechanické soustavy a implementaci vhodně navrženého dynamických tlumiče vibrací pro zatlumení nežádoucích vibrací. V poslední části bakalářské práce pak bude popsán zkonstruovaný fyzický model dynamického tlumiče vibrací, který byl sestaven na základě matematického modelu.

### 3 SOUČASNÝ STAV POZNÁNÍ

Nadměrné vibrace mohou mít na mechanickou strukturu negativní vliv, z tohoto důvodu se snažíme konstrukce navrhovat tak, abychom je co nejvíce eliminovali. Způsobů, jak tlumit vibrace je pochopitelně velké množství, jeden z nich je do konstrukce zakomponovat dynamický tlumič vibrací, který bývá velice často označován pouze zkratkou TMD, ta je odvozena z jeho anglického názvu „Tuned Mass Damper”. Tato kapitola prezentuje již známé poznatky o dynamických tlumičích vibrací, které se následně využijí pro tvorbu jeho výpočtového modelu v nadcházející kapitole.

#### 3.1 Problémy spojené s rezonancí

Mějme danou mechanickou soustavu s jedním stupněm volnosti o hmotnosti  $m_s$  a tuhosti  $k_s$  (obrázek 1), která je vlivem vnějších vlivů vystavena zatížení proměnnému v čase  $Q(t)$ .  $b_s$  je tlumící koeficient soustavy a  $q_s$  je výchylka soustavy.



Obrázek 1: Mechanická soustava s jedním stupněm volnosti.

Tento systém lze popsat následující diferenciální rovnicí, její odvození je ukázáno v kapitole 4.1.1:

$$m_s \ddot{q}_s + b_s \dot{q}_s + k_s q_s = Q(t) \quad (1)$$

Zatížení systému  $Q(t)$  je možné rozepsat následujícím vztahem, kde  $Q_0$  je amplituda budící síly,  $\omega$  je úhlová frekvence budící síly a  $t$  je čas:

$$Q(t) = Q_0 \sin(\omega t) \quad (2)$$

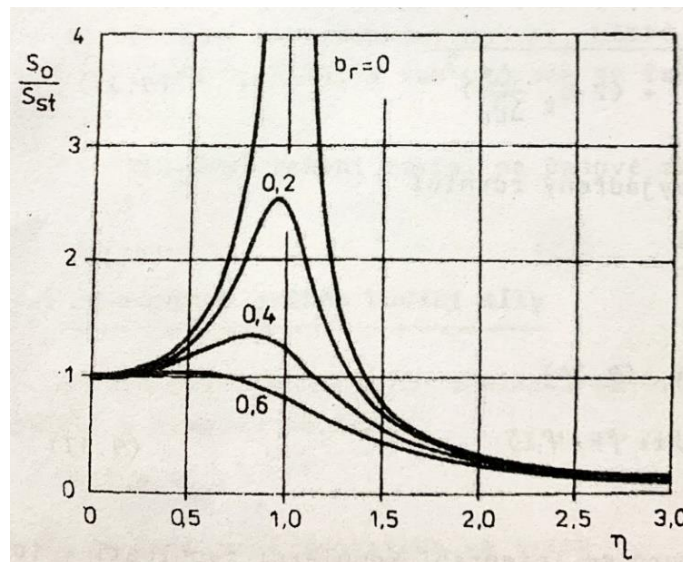
Nebezpečný stav pro mechanickou strukturu nastává v případě, že se hodnota úhlové frekvence budící síly  $\omega$  pohybuje v oblasti vlastní úhlové frekvence soustavy  $\Omega_{0,s}$ . Čím blíže jsou k sobě hodnoty úhlových frekvencí, tím výrazněji narůstá amplituda kmitů systému. Nejkritičtější situace nastává, když se úhlová frekvence budící síly  $\omega$  a vlastní úhlová frekvence systému  $\Omega_{0,s}$  rovnají, mechanická soustava je pak vystavena největším výchylkám. [1]

S právě zmíněnou problematikou souvisí obrázek 2, kde je vyobrazena amplitudo-frekvenční charakteristika,  $b_r$  zde značí poměrný útlum systému, proměnná  $\eta$  na spodní ose je činitel naladění a na druhé ose je součinitel frekvenčního přenosu, který udává poměr amplitudy odezvy mechanické soustavy ku statické výchylce způsobené amplitudou budící síly. Pokud budeme uvažovat, že naše soustava má poměrný útlum roven nule ( $b_r = 0$ ), bude ve stavu  $\eta = 1$  hodnota přenosové funkce nekonečná, tomuto jevu se říká rezonance a je pro většinu strojů a staveb nežádoucí [2]. Hodnoty přenosové funkce tlumeného systému při rezonanci nekonečné hodnoty dosáhnout nemohou, ostrost maxima přenosové funkce se ovšem s klesajícím poměrným útlumem zvětšuje.

$$\eta = \frac{\omega}{\Omega_{0,s}} \quad (3)$$

Vlastní úhlovou frekvenci systému  $\Omega_{0,s}$  můžeme jednoduše dopočítat z jeho parametrů:

$$\Omega_{0,s} = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \quad (4)$$



**Obrázek 2:** amplitudo-frekvenční charakteristika soustavy s jedním stupněm volnosti. Převzato z [2]

### 3.1.1 Možnosti redukce vibrací

Při návrhu mechanických soustav se snažíme výše popsanému problému pochopitelně předejít. Pokud si tedy vezmeme jako názorný příklad soustavu z obrázku 1 a budeme uvažovat případ, kdy  $\Omega_{0,s} = \omega$ , pak se nám nabízí několik možností, jak snížit vibrace této konstrukce na akceptovatelnou úroveň.

Jedna z prvních možností redukce vibrací je změna hmotnosti struktury  $m_s$ . Pokud by se tedy například zvýšila, dojde ke snížení hodnoty vlastní úhlové frekvence struktury  $\Omega_{0,s}$  (rovnice 4), díky čemuž docílíme toho, že se nyní  $\Omega_{0,s} \neq \omega$ . K velkým výchylkám soustavy díky rezonanci tedy může stále dojít, ale při nižších hodnotách úhlové frekvence  $\omega$  budící síly, což může pro některé aplikace stále představovat problém. Druhým úskalím je také to, že ne vždy je možné hmotnost zvýšit na požadovanou hodnotu, například z konstrukčních důvodů. Pokud se hmotnost systému  $m_s$  naopak zmenší, dojde k navýšení hodnoty vlastní úhlové frekvence  $\Omega_{0,s}$ . Potenciálním důsledkem snížení hmotnosti by mohlo být například to, že by pak soustava mohla méně tlumit vibrace, což může způsobit vyšší amplitudy vibrací a zvýšit účinky rezonance. [3]

Další možností eliminace nežádoucích vibrací je změna tuhosti systému  $k_s$ . Při jejím navýšení by došlo by k navýšení hodnoty vlastní úhlové frekvence struktury  $\Omega_{0,s}$  (rovnice 4), k rezonanci tedy dojde při vyšších hodnotách úhlové frekvence  $\omega$ . Zde je ovšem uvažována nehmotná pružina, v praxi by se tedy navýšení tuhosti systému  $k_s$  realizovalo vyztužením některých částí konstrukce, což by zapříčinilo také navýšení hmotnosti systému  $m_s$ . To by pak mohlo způsobit to, že bychom při snaze vyztužit konstrukci nezměnili vlastní frekvenci  $\Omega_{0,s}$  tak moc, jak bychom si představovali, viz vzorec 4. Při snížení tuhosti  $k_s$  by naopak došlo ke snížení hodnoty vlastní úhlové frekvence  $\Omega_{0,s}$ . Praktickým problémem je zde ovšem podobná věc, jako v případě navyšování tuhosti s tím rozdílem, že by se musel materiál odebírat, to by bylo navíc ve většině případech nerealizovatelné. [3]

Vibrace struktury by bylo možné pochopitelně snížit také odstraněním budící síly, v naprosté většině případů takový zásah ovšem není možný [2].

V případě staveb by mohlo být jednou z variant redukce vibrací také její navržení tak, aby odolávala například silnému větru díky tvaru své konstrukce<sup>1</sup> [4].

Pokud pro zatlumení vibrací mechanické struktury není vhodná ani jedna z výše uvedených možností, nabízí se aplikace dynamického tlumiče vibrací, kterému jsou věnovány následující kapitoly.

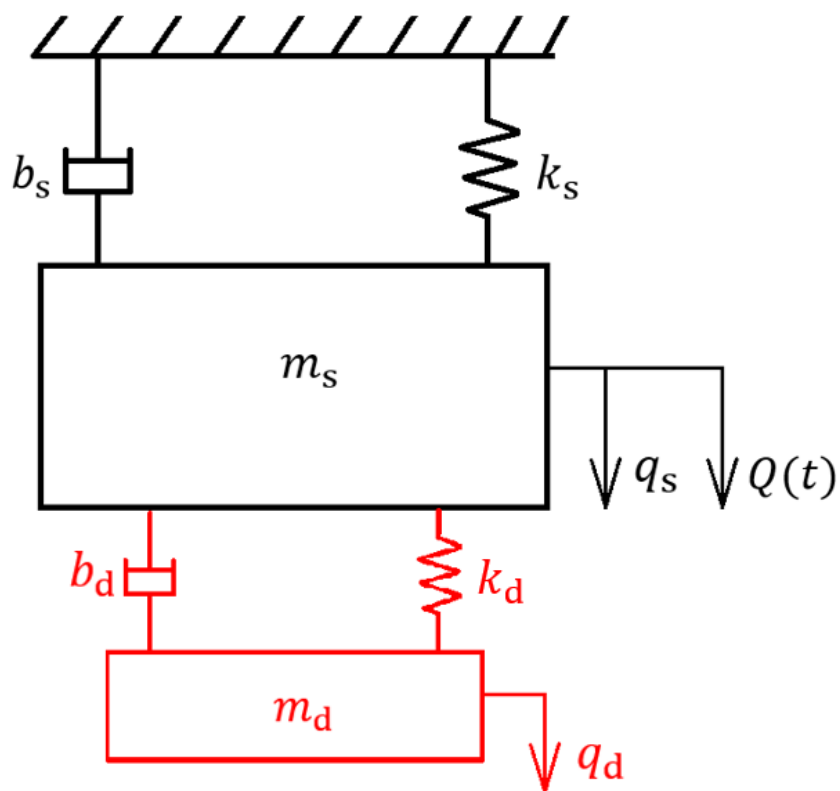
---

<sup>1</sup> Příkladem by mohl být nejvyšší mrakodrap světa Burj Khalifa, který dokáže díky stylu své stavby ovlivnit proudění vzduchu kolem své konstrukce a odolat tak i velice silným větrům bez pomoci tlumiče vibrací.

### 3.1.2 Dynamický tlumič vibrací

Dynamický tlumič vibrací (TMD) je speciálně navržený mechanický prvek, který je umístěn na určitém místě konstrukce tak, aby snížil amplitudu vibrací na přijatelnou hodnotu.

Nejjednodušší způsob, jak si lze dynamický tlumič vibrací představit, je soustava s jedním stupněm volnosti, která je uchycena k hlavní konstrukci. Obrázek 3 znázorňuje rozšíření mechanické soustavy z obrázku 1 v kapitole 3.1 o dynamický tlumič vibrací, ten je zvýrazněn červenou barvou.  $k_d$  je tuhost pružiny dynamického tlumiče vibrací,  $b_d$  je tlumicí koeficient dynamického tlumiče vibrací,  $m_d$  je hmotnost dynamického tlumiče vibrací a  $q_d$  je výchylka dynamického tlumiče vibrací.



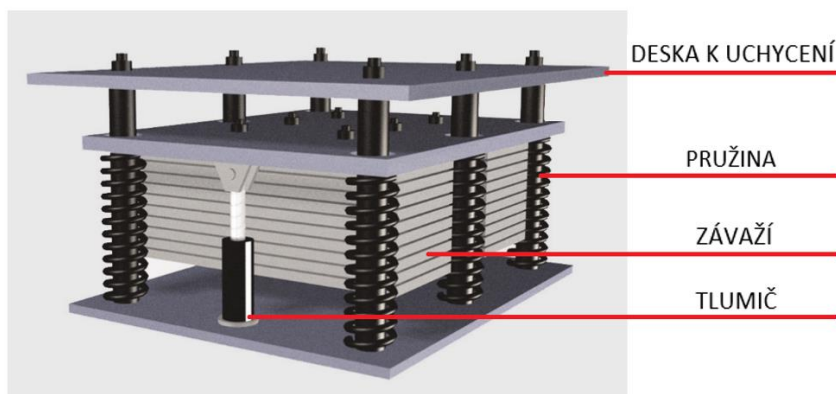
**Obrázek 3:** Soustava s dynamickým tlumičem vibrací, ten je zvýrazněn červeně.

Nyní se už jedná o systém se dvěma stupni volnosti, který lze popsat následující soustavou diferenciálních rovnic, jejichž odvození je ukázáno v kapitole 4.1.2, rovnice 5 představuje pohybovou rovnici primární struktury a rovnice 6 pohybovou rovnici dynamického tlumiče vibrací:

$$m_s \ddot{q}_s + \dot{q}_s (b_s + b_d) - b_d \dot{q}_d + q_s (k_s + k_d) - k_d q_d = Q(t) \quad (5)$$

$$m_d \ddot{q}_d - b_d \dot{q}_s + b_d \dot{q}_d - k_d q_s + k_d q_d = 0 \quad (6)$$

Dynamický tlumič vibrací, který je na obrázku 3 si můžeme v praxi představit jako systém, obsahující závaží, pružinu a viskózní tlumič, který rozptyluje energii, způsobenou pohybem závaží v podobě tepla, viz obrázek 4.



Obrázek 4: Popis TMD. Převzato z [26]

Toto je pouze jeden typ dynamického tlumiče vibrací, který zde byl popsán pro lepší uvedení do problematiky, všechny možné typy TMD a jejich aplikace v praxi jsou podrobně rozpracovány v dalších částech bakalářské práce.

### 3.2 Princip funkce dynamického tlumiče vibrací

Úkolem dynamického tlumiče vibrací je v případě rezonance zredukovat amplitudu výchylky primárního systému na přijatelnou úroveň, toho je kromě správné volby jednotlivých parametrů TMD, které se věnuje kapitola 3.3, docíleno také přesností jeho naladění na vlastní frekvenci primárního systému  $\Omega_{0,s}$  [5].

Princip dynamického tlumiče vibrací spočívá v tom, že tlumená soustava předává při pohybu část své kinetické energie samotnému dynamickému tlumiči vibrací, který se díky tomu začne pohybovat mimo fázi s tlumenou soustavou, dojde tak k postupnému utlumování vibrací, které by mohly mít negativní efekt na konstrukci.

Ideální fázový rozdíl mezi pohybem dynamického tlumiče vibrací a tlumené soustavy je  $90^\circ$ , toho lze docílit právě již zmíněným naladěním dynamického tlumiče vibrací na vlastní frekvenci mechanické soustavy  $\Omega_{0,s}$ , jejíž vibrace se snažíme tlumit. Při ladění TMD se musí vzít ovšem v potaz také vibrační mód konstrukce, který hraje dominantní roli v její dynamické odezvě. Pokud by se tedy například navrhoval dynamický tlumič vibrací pro aplikaci na nějaké konkrétní mostní konstrukci, která je nejvíce ohrožena prvním vibračním módem, TMD se pak musí naladit na první vlastní frekvenci struktury. V případě, že by pro konstrukci bylo nebezpečných více vibračních módů, situace by šla jednoduše vyřešit přidáním více dynamických tlumičů vibrací, které budou naladěny na specifické vlastní úhlové frekvence vibračních módů, které budeme chtít tlumit. [6] [7]

Pokud si tedy vezmeme jako příklad soustavu z obrázku 3 v kapitole 3.1.2, tak víme, že primární struktura má nějakou konkrétní vlastní frekvenci  $\Omega_{0,s}$ , abychom tedy zatlumili v případě rezonance nadměrné vibrace, budeme se snažit nastavit parametry dynamického tlumiče vibrací tak, aby se jeho vlastní úhlová frekvence  $\Omega_{0,d}$  co nejvíce blížila vlastní úhlové frekvenci primární soustavy  $\Omega_{0,s}$ . Proto by měla být splněna následující rovnost:

$$\Omega_{0,d} = \Omega_{0,s} \quad (7)$$

Vlastní úhlová frekvence dynamického tlumiče vibrací  $\Omega_{0,d}$  se spočítá z jeho parametrů, stejně jako v případě výpočtu vlastní frekvence primární struktury v rovnici 4.

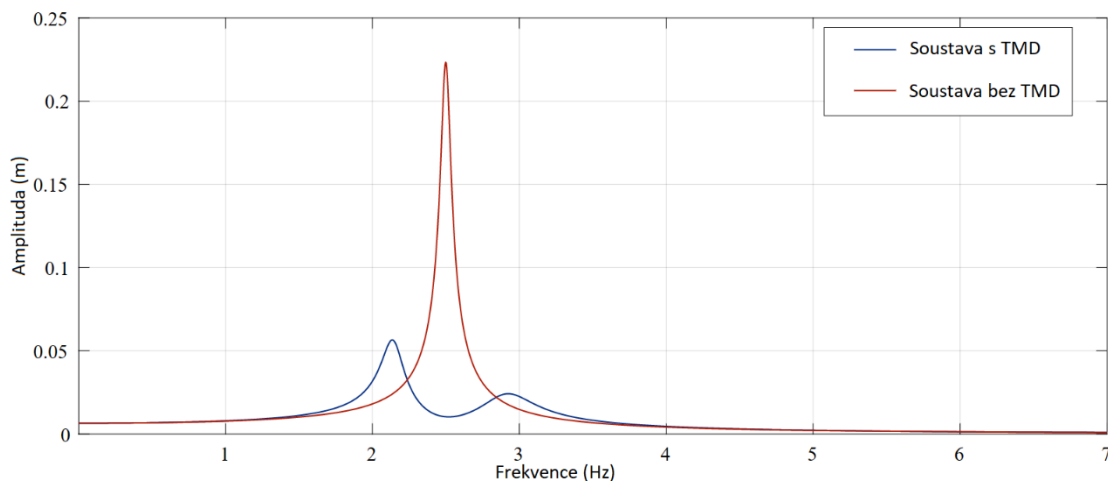
$$\Omega_{0,d} = \sqrt{\frac{k_d}{m_d}} \quad (8)$$

Princip funkce dynamického tlumiče vibrací pěkně demonstrují obrázky 5,6,7 a 8, všechny popisují chování jedné identické mechanické soustavy s navrženým dynamickým tlumičem vibrací. Na obrázku 5 je znázorněna amplitudo-frekvenční charakteristika, na které je červeně vyznačena mechanická soustava bez dynamického tlumiče vibrací a modře s dynamickým tlumičem vibrací. V případě soustavy s TMD (modrá čára) si lze všimnout toho, že v oblasti vlastní frekvence je amplituda vibrací výrazně menší, než v případě soustavy bez TMD (červená čára), místo jedné rezonanční oblasti ovšem vznikly oblasti dvě. Jedná se o efekt, který je spojen s dynamickým tlumičem vibrací. V našem případě nejsou tyto rezonanční oblasti ani z daleka tak výrazné, jako rezonanční oblast systému bez TMD (červená čára), jejich velikost ovšem závisí na volbě parametrů TMD. Dynamický tlumič vibrací lze tedy s výhodou aplikovat tam, kde je neměnná frekvence budící síly [2]. Pokud bude ovšem tato frekvence kolísat, může v případě výrazných rezonančních oblastí vzniklých přidáním TMD do systému, dojít k problémům [2].

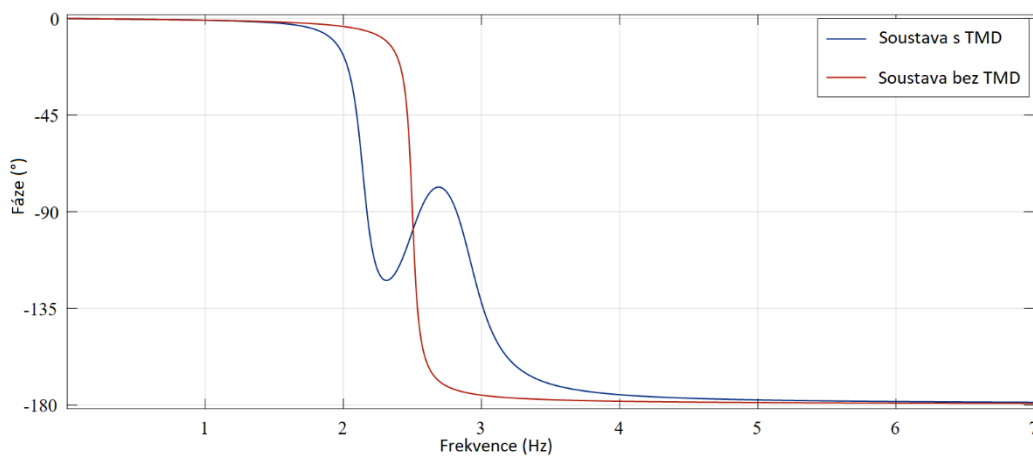
Obrázek 6 pak zachycuje fázově-frekvenční charakteristiku, soustava bez TMD je zde opět vyznačena červeně a soustava s TMD modře.

Na obrázku 7 je znázorněna závislost výchylky na čase, červeně je zde vyznačena soustava bez dynamického tlumiče a modře s dynamickým tlumičem vibrací.

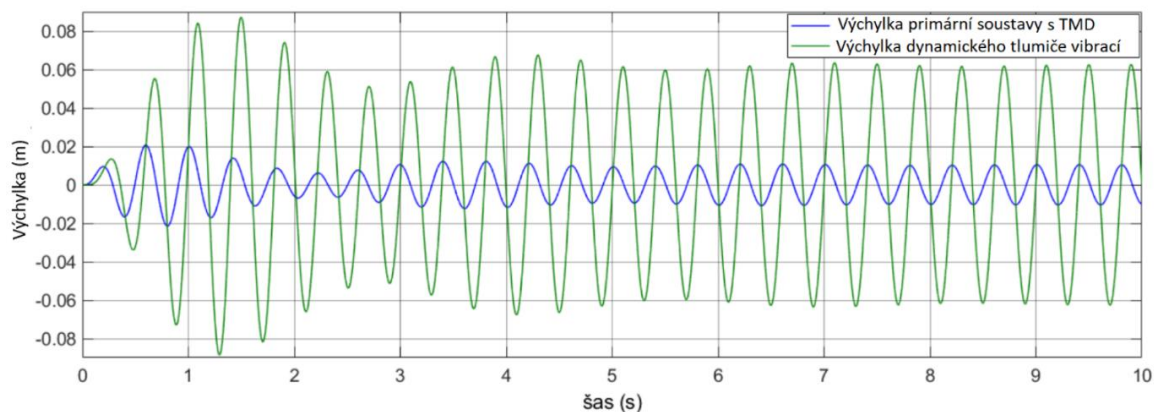
Obrázek 8 pak opět znázorňuje závislost výchylky na čase, tentokrát je zde ovšem ukázáno, jaké jsou výchylky samotného dynamického tlumiče vibrací v porovnání s výchylkou primární struktury s TMD, kterou jsme mohli vidět znázorněnou modře na obrázku 7. Výchylka dynamického tlumiče vibrací je zde znázorněna zelenou čarou a výchylka primární struktury s TMD je tu opět modře. Grafy byly vykreslovány v programech MATLAB a Simulink.



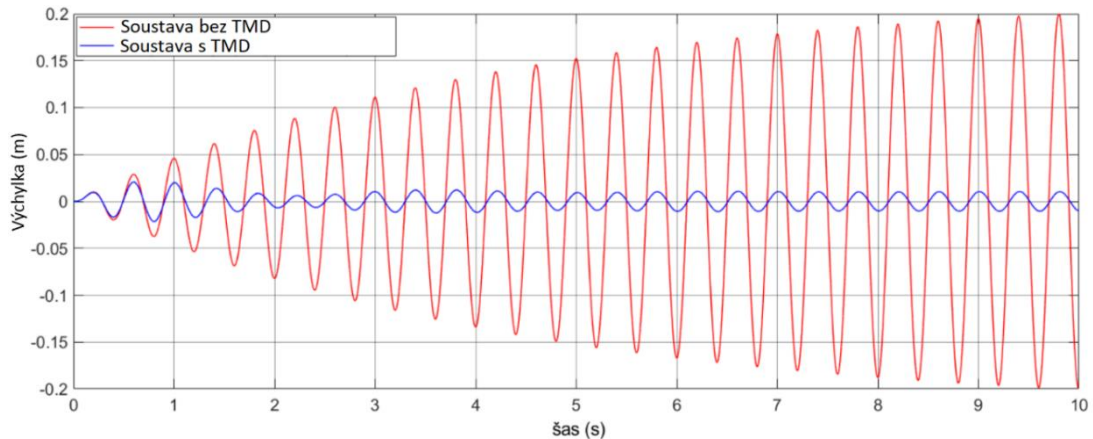
**Obrázek 5:** Amplitudo-frekvenční charakteristika, na které je znázorněn systém bez TMD (červeně) a s ním (modře)



**Obrázek 6:** Fázově-frekvenční charakteristika soustavy bez TMD (červeně) a s ním (modře)



**Obrázek 7:** Závislost výchylky soustavy na čase. Soustava bez TMD (červeně) a s ním (modře)



**Obrázek 8:** Závislost výchylky soustavy na čase. Znázorněna výchylka soustavy s TMD (červeně) a výchylka TMD (modře)

### 3.3 Návrh parametrů dynamického tlumiče vibrací

Správná volba jednotlivých parametrů dynamického tlumiče vibrací je pro jeho schopnost účinně tlumit vibrace důležitá stejně tak, jako přesnost jeho naladění na vlastní frekvenci primární struktury, o které pojednávala předchozí kapitola.

Před návrhem TMD je velice důležité správně analyzovat dynamickou odezvu primární struktury, například pomocí numerických simulací, nebo experimentálního testování. Hledání optimálních parametrů pro konkrétní aplikaci dynamického tlumiče vibrací se pak provádí kombinací analytických, numerických a experimentálních optimalizačních metod. V této kapitole bude popsáno, jakým způsobem se volí jednotlivé parametry a vliv jejich volby na výsledné tlumení vibrací konstrukce.

Je důležité ovšem poznamenat, že jednotlivé parametry dynamického tlumiče vibrací jsou na sobě závislé, změna jednoho tedy ovlivní ostatní, příkladem by mohlo být:

- **Zvýšení hmotnosti TMD:** Při zvýšení hmotnosti TMD musí být snížena tuhost pružin TMD, jelikož bychom ho jinak rozladili (jeho vlastní frekvence by se zmenšila a pak by se nerovnal vlastní frekvenci primární struktury), viz rovnice 7 a 8.
- **Snížení hmotnosti TMD:** Při snížení hmotnosti TMD musí být navýšena hodnota tuhosti pružin TMD, viz rovnice 7 a 8.
- **Zvýšení tuhosti TMD:** V případě zvýšení tuhosti pružin TMD by z důvodu zachování platnosti rovnice 7, muselo dojít ke snížení hmotnosti TMD.
- **Snížení tuhosti TMD:** Snížení tuhosti TMD by zapříčinilo nutnost navýšení hmotnosti TMD (rovnice 7 a 8).

### 3.3.1 Hmotnost dynamického tlumiče vibrací

Pojem, který je zapotřebí si v souvislosti s hmotností dynamického tlumiče vibrací definovat je hmotnostní poměr  $\mu$ . Jak již z názvu plyne, je to poměr mezi hmotností dynamického tlumiče vibrací  $m_d$  a hmotností tlumené konstrukce  $m_s$ :

$$\mu = \frac{m_d}{m_s} \quad (9)$$

Hmotnostní poměr je při návrhu dynamického tlumiče vibrací jedním z klíčových parametrů. Jeho optimální hodnotu může ovlivnit vlastní frekvence soustavy, tuhost TMD, nebo třeba amplituda síly, která rozkmitává primární soustavu. Obecně platí, že se jeho hodnota v praxi pohybuje nejčastěji mezi jedním a deseti procenty [8]. Čím větší je váha primární konstrukce, tím bývá obvykle menší hmotnostní poměr. U velkých staveb jako jsou třeba mrakodrapy je proto běžné, že hmotnostní poměr bývá i menší, než 1 %, jelikož by při větším hmotnostním poměru nemusela konstrukce tak velkou váhu soustředěnou v jednom místě unést.

V některých případech je ovšem pro požadované zatlumení vibrací řešením navýšení hmotnostního poměru na větší hodnotu, než již zmíněných 10 %. Taková situace může nastat, pokud by byla nějaká soustava vystavována vibracím s opravdu velkými amplitudami. Navýšením hmotnostního poměru totiž dochází k nárůstu poměrného útlumu a tím i k lepší absorpci a rozptylu energie primární soustavy [9]. Je tedy možné, že pro některé aplikace se bude jejich hodnota hmotnostního poměru pohybovat například kolem dvaceti, nebo třiceti procent. Takové hodnoty už jsou skutečně vysoké, pro některé aplikace mohou být ovšem přijatelné a představovat pro ně optimální hodnotu hmotnostního poměru.

Máme zde pochopitelně i nějaké limity. Hmotnostní poměr by neměl být příliš vysoký. Pokud by měl tedy například hodnotu rovnu 1, znamenalo by to pak, že bychom do nějakého konkrétního místa konstrukce zavěsili 100 % její váhy, to by mohlo vést k jejímu poškození. Dalším problémem vysokého hmotnostního poměru je jednoznačně to, že znatelně zvyšuje váhu primární konstrukce, což může ovlivnit vlastní frekvenci tlumené soustavy, jejíž vibrace to může v konečném důsledku ještě zvýšit [10], větší hmotnostní poměr tedy není vždy řešením. Příliš malý hmotnostní poměr by naopak nemusel poskytnout požadované tlumení konstrukce.

### 3.3.2 Tuhost dynamického tlumiče vibrací

Tuhost pružiny dynamického tlumiče vibrací  $k_d$  se obvykle volí na základě znalosti vlastní úhlové frekvence  $\Omega_{0,d}$  a hmotnosti  $m_d$  TMD. Pokud tedy budeme vycházet ze vztahu číslo 8, můžeme si ji jednoduše vypočítat na základě následujícího vzorce:

$$k_d = \frac{\Omega_{0,d}^2}{m_d} \quad (10)$$

Pokud ovšem začínáme návrh parametrů dynamického tlumiče vibrací tuhostí pružiny jen se znalostí vlastní frekvence TMD  $\Omega_{0,d}$ , je nutné si uvědomit, že volba tuhosti pružiny nám ovlivní hmotnostní poměr dynamického tlumiče vibrací, kterému byla věnována předchozí kapitola.

Tuhost pružiny by neměla být vzhledem k hmotnosti TMD moc malá, nebo naopak moc velká. Pokud by byla příliš malá, výchylky dynamického tlumiče vibrací by byly opravdu velké, což by v závěru mohlo dělat problémy s uložením TMD, jelikož by díky velkým kmitům potřeboval více prostoru. Dalším problémem by mohlo být také to, že by díky nadměrným výchylkám mohl poškodit primární strukturu. TMD s takovými výchylkami také nemusí být tak efektivní při tlumení vibrací konstrukce. Pokud by tuhost pružiny TMD byla naopak moc velká, dynamický tlumič vibrací by mohl mít problémy se svým rozpohybováním, což by zapříčinilo snížení jeho účinnosti při tlumení vibrací konstrukce. [3]

### 3.3.3 Poměrný útlum dynamického tlumiče vibrací

Poměrný útlum  $\xi$  nám obecně znázorňuje míru tlumení systému. Poměrný útlum dynamického tlumiče vibrací  $\xi_d$  lze dopočítat z tlumícího koeficientu  $b_d$ , hmotnosti  $m_d$ , tuhosti  $k_d$  a vlastní úhlové frekvence  $\Omega_{0,d}$  dynamického tlumiče vibrací, viz rovnice 11.

Zvýšením hodnoty poměrného útlumu TMD můžeme docílit toho, že pak bude dynamický tlumič vibrací rychleji rozptylovat energii primárního systému, což povede k lepší kontrole vibrací. Zvýšením poměrného útlumu TMD dojde také k rozšíření efektivního frekvenčního pásma, ve kterém TMD účinně tlumí vibrace.

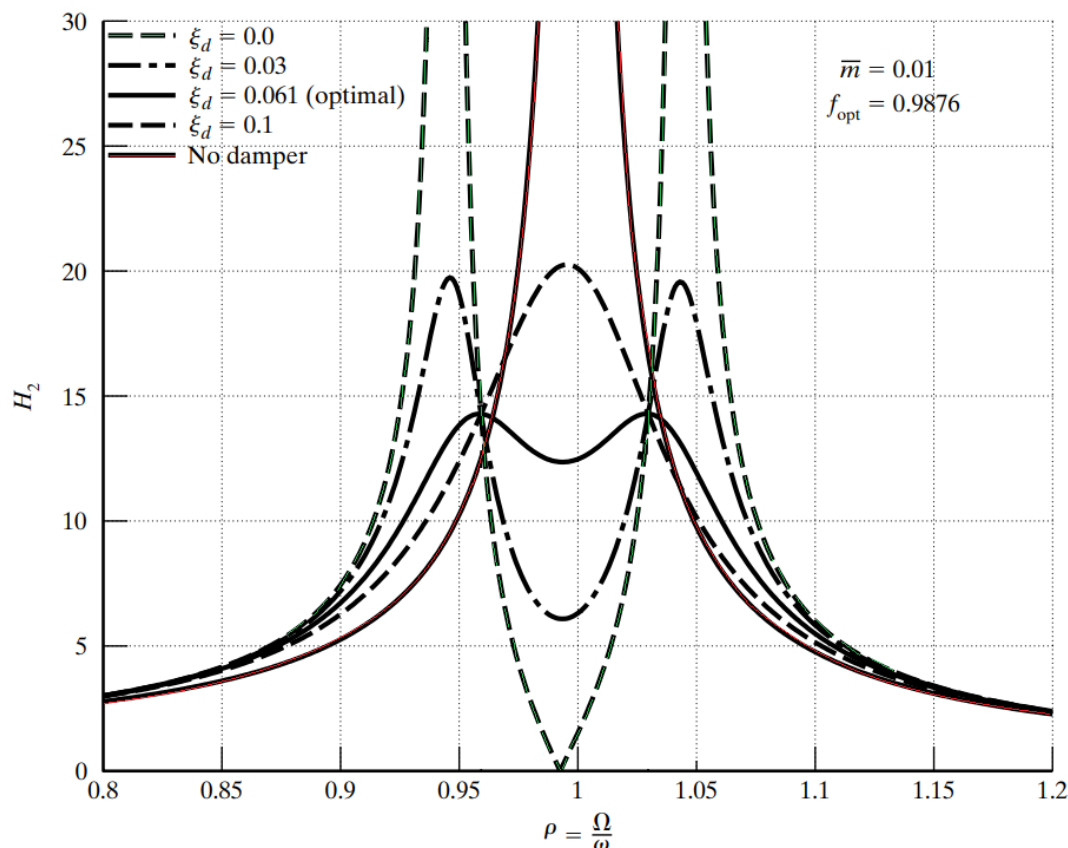
$$\xi_d = \frac{b_d}{2\Omega_{0,d}m_d} \quad (11)$$

Větší hodnota poměrného útlumu nám tedy může pomoci zlepšit účinnost a stabilitu TMD a docílit tak lepší kontroly vibrací primárního systému. Je ovšem důležité správně stanovit jeho hodnotu, jelikož příliš velký poměrný útlum může snížit schopnost TMD účinně tlumit vibrace [11].

Zvýšení poměrného útlumu můžeme docílit například přidáním viskózního tlumiče do soustavy TMD, pokud už ho soustava obsahuje, je možné použít tlumiče s kapalinou o větší viskozitě, případně jiný typ tlumiče, který nám poskytne požadovanou hodnotu tlumení.

Vliv poměrného útlumu TMD na výslednou amplitudu vibrací primární konstrukce lze vidět na obrázku 9, kde je vyobrazena amplitudo-frekvenční charakteristika. Jedná se o systém s TMD, který má navrženu nějakou konkrétní hodnotu tuhosti pružiny a hmotnostního poměru a je naladěný na vlastní frekvenci primárního systému. Můžeme zde vidět několik křivek, které popisují tlumení vibrací konstrukce dynamickým tlumičem vibrací s různou hodnotou poměrného útlumu  $\xi_d$ . Plná čára zvýrazněna červeně zde značí konstrukci bez TMD. Přerušovaná čára zvýrazněná zeleně značí soustavu s TMD, které má ovšem poměrný útlum roven nule. Plná čára značí hodnotu poměrného útlumu, která je pro tento konkrétní návrh TMD považována za optimální. Přerušovanou čarou s tečkou pak můžeme vidět soustavu s menší hodnotou poměrného útlumu než v předešlém případě.

Černou přerušovanou čarou je pak vyznačena hodnota poměrného útlumu, při které je tento systém přetlumený a dynamický tlumič přestává účinně tlumit vibrace. Je důležité poznamenat, že tyto hodnoty se vztahují k jednomu konkrétnímu návrhu TMD, pro jiný návrh se budou pochopitelně lišit.

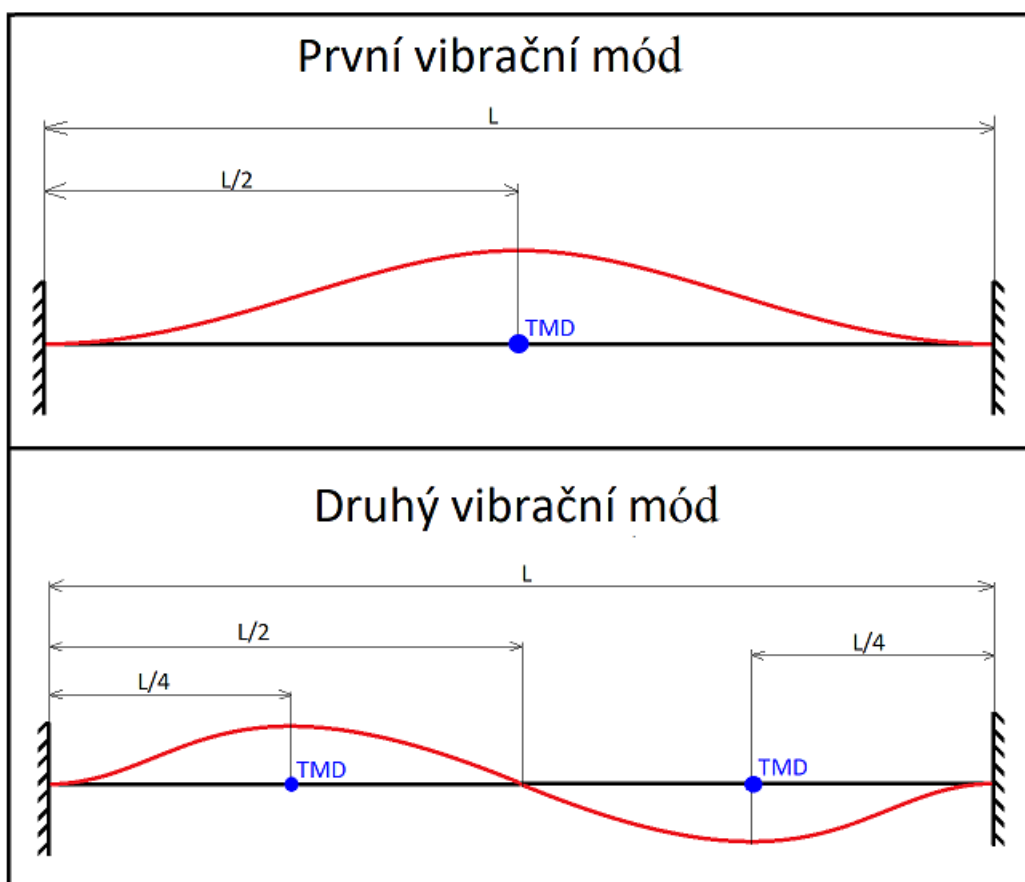


**Obrázek 9:** Amplitudo-frekvenční charakteristika, kde je znázorněno, jak lze ovlivnit tlumení vibrací konstrukce změnou poměrného útlumu dynamického tlumiče vibrací. Převzato z [11]

### 3.4 Umístění dynamického tlumiče vibrací v konstrukci

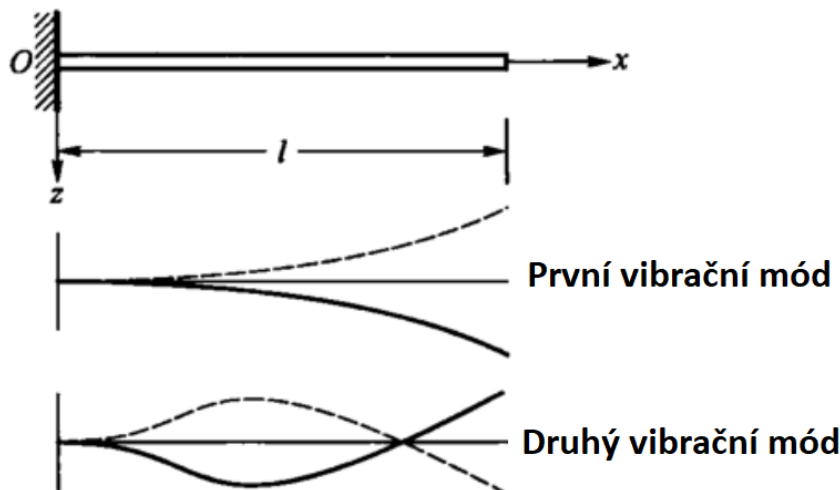
Správné umístění dynamického tlumiče vibrací v konstrukci je velice podstatné pro účinné tlumení nadměrných vibrací mechanické struktury. Při hledání ideálního místa pro aplikaci TMD hrají zásadní roli typ konstrukce a její dynamická odezva.

Dynamické tlumiče vibrací se obecně umísťují tam, kde dochází k největším amplitudám vibrací primárního systému [12]. V případě obrázku 10, který může znázorňovat například mostní konstrukci, by se proto TMD umístil do kmitny vibračního módu, jehož vibrace se snažíme tlumit, viz modrý puntík, který je umístěn na prutu v klidovém stavu. Pokud bychom se tedy snažili eliminovat nežádoucí vibrace prvního vibračního módu, TMD bychom umístili do vzdálenosti  $L/2$ , jelikož se jedná o místo s největší výchylkou. Při snaze tlumit druhý vibrační mód by se pak dynamický tlumič aplikoval ve vzdálenosti  $L/4$  (umístění do  $L/2$  by zde pochopitelně účinné rozhodně nebylo). U mostních konstrukcí proto můžeme velice často najít dynamický tlumič umístěný v polovině či čtvrtině délky rozponu mostních pilířů [7].



**Obrázek 10:** První a druhý vibrační mód oboustranně vetknutého prutu.

Obrázek 11 pak ukazuje vibrační módy jednostranně vetknutého prutu. V případě prvního vibračního módu si lze pod tímto prutem představit například výškovou budovu, která je rozkmitávána ze strany na stranu vlivem větru. K největším výchylkám zde dojde ve vrchní části konstrukce (v obrázku  $x = l$ ), což je jeden z důvodů, proč se u těchto typů staveb TMD velice často umísťuje právě tam.



**Obrázek 11:** První a druhý vibrační mód jednostranně vetknutého prutu. Převzato z [27]

Pokud by pro konstrukci představovalo nebezpečí více vibračních módů, situaci lze řešit přidáním více dynamických tlumičů vibrací do konstrukce, každý musí být ovšem naladěný na příslušnou vlastní frekvenci vibračního módu a umístěn na správném místě.

Dynamický tlumič vibrací by měl být pochopitelně na místě, kde bude mít dostatek prostoru pro vykonávání jeho funkce, lokace TMD by měla být také snadno přístupná z důvodu jeho údržby. Protože s ním velké množství návrhů staveb již počítá, bývá obvykle umístěn v nějaké dutině uvnitř konstrukce, není ovšem žádný problém ho dodatečně zabudovat do již existující stavby. Můžeme ho najít také zavěšený pod konstrukcí, například v případě mostů. Pokud by jeho instalace na již zmíněná místa nebyla možná, lze jej umístit například na povrch konstrukce, kde bývá uzavřen v nějakém boxu tak aby nešel vidět.

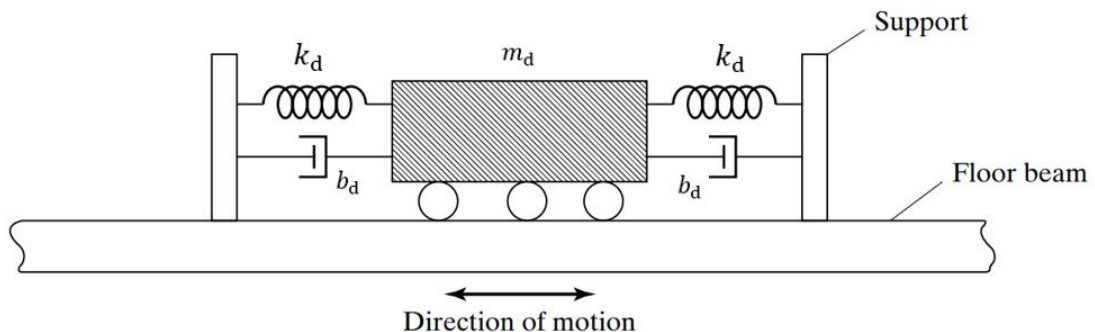
### 3.5 Dělení dynamických tlumičů vibrací podle typu konstrukce

Pro různé typy staveb jsou nebezpečím jiné druhy vnějších vlivů. U tribun pro diváky tím mohou být například nadšení fanoušci, kteří skáčou a způsobují tak především vertikální pohyb konstrukce, v případě výškové budovy to pak může být třeba vítr, jehož vlivem bude budova kmitat horizontálně. Proto je logické, že se dynamické tlumiče vibrací mohou konstrukčně lišit v závislosti na jejich aplikaci. I přes to, že se od sebe liší konstrukčně, všechny mají stejný princip funkce, ten byl popsán v kapitole 3.2.

### 3.5.1 translační dynamický tlumič vibrací (TMD)

Tento typ dynamického tlumiče vibrací rozptyluje energii primárního systému svým translačním pohybem, jeho konstrukce obsahuje závaží, pružinu a tlumič. Mohli jsme ho vidět schematicky znázorněn na obrázku 3 v kapitole 3.1.2, kde je zvýrazněn červeně, využití našel například u staveb, jejichž konstrukce je díky vnějším vlivům uvedena do vertikálního pohybu, může se tedy jednat třeba o podlahy či již zmíněné tribuny pro diváky.

Translační dynamický tlumič vibrací se ovšem aplikuje také v konstrukcích, které vlivem vnějších sil kmitají vodorovně, jeden z příkladů takové stavby by mohly být třeba výškové budovy. Svoji stavbou je pak velice podobný translačnímu dynamickému tlumiči vibrací z obrázku 3, je ovšem uzpůsobený tomu, aby mohl kmitat ze strany na stranu. Schéma tohoto translačního TMD je znázorněno na obrázku 12. Závaží leží na ložiskách, které fungují jako válečky a umožňují tak jeho translační pohyb, který je rovnoběžný s rovinou podlahy. Pružiny a tlumiče jsou umístěny mezi závaží a svislé podpěrné prvky, které jsou pak napojeny na primární soustavu, jejíž vibrace se snažíme tlumit. Využívají ho například výškové budovy John Hancock Tower či Citigroup Center, kterým je věnován prostor v kapitole 3.7.1.



Obrázek 12: Translační dynamický tlumič vibrací. Převzato z [11]

### 3.5.2 Kyvadlový dynamický tlumič vibrací (PTMD)

Alternativou translačního dynamického tlumiče vibrací je kyvadlový dynamický tlumič vibrací (PTMD). Zkratka PTMD je z jeho anglického názvu Pendulum Tuned Mass Damper. Jak už asi název napovídá, jedná se o závaží o určité hmotnosti, které je lany zachyceno k tlumené konstrukci tak, aby bylo umožněno jeho kmitání ze strany na stranu. Soustava tlumená kyvadlovým dynamickým tlumičem vibrací je schematicky znázorněna na obrázku 13, kde je PTMD zvýrazněn červeně.  $L$  je délka lana dynamického tlumiče vibrací a  $\theta$  zde představuje úhel vychýlení dynamického tlumiče vibrací.

Princip jeho funkce je stejný, jako u předešlého typu TMD. V případě, že je výšková budova vystavena například zemětřesení, které ji uvede do pohybu, kyvadlový dynamický tlumič vibrací bude na budovu působit silou v opačném směru, čímž bude vibrace postupně tlumit.

I zde platí, že se při návrhu snažíme naladit vlastní frekvenci PTMD  $\Omega_{0,d}$  na vlastní frekvenci konstrukce, viz vzorec 7. Budeme tedy postupovat úplně stejně jako v kapitole 3.2 použitím rovnice 8.

Jediný rozdíl spočívá v tom, že tuhost pružiny PTMD si zde vyjádříme z následujícího vztahu, kde  $L$  je již zmíněná délka lana a  $g$  je tíhové zrychlení:

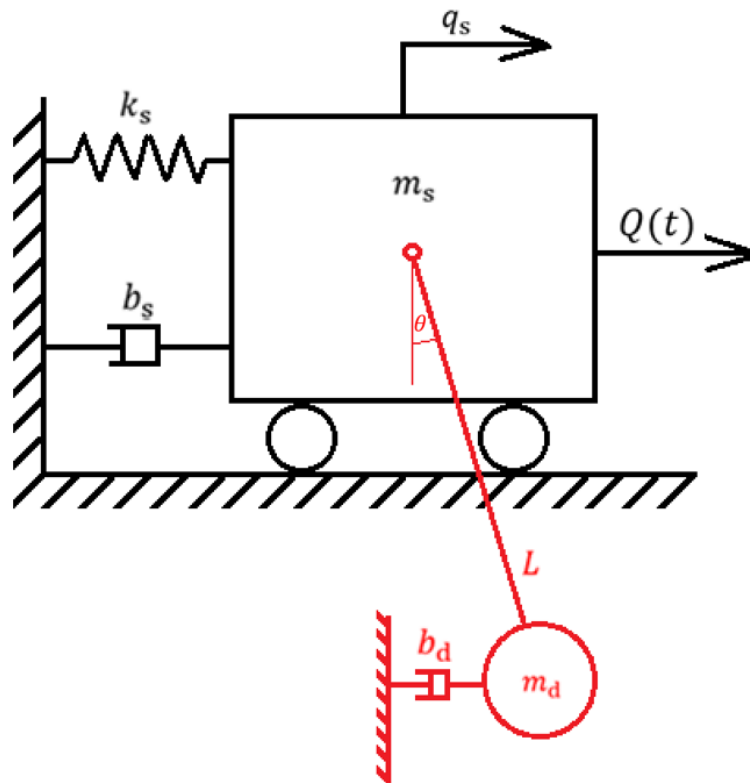
$$k_d = \frac{m_d g}{L} \quad (12)$$

Vlastní frekvenci kyvadlového dynamického tlumiče vibrací pak tedy můžeme jednoduše počítat z následujícího vzorce:

$$\Omega_{0,d} = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (13)$$

Parametry ladění PTMD jsou hmotnost závaží  $m_d$  a délka lana  $L$ . Kyvadlový dynamický tlumič vibrací je možné přeladit na jinou frekvenci změnou délky lana, viz vzorec 13. V praxi jsou PTMD s možností změnou délky lana realizovány pomocí motorizovaného navijáku.

Hlavním motivačním faktorem pro použití kyvadlového dynamického tlumiče vibrací namísto ekvivalentního translačního dynamického tlumiče vibrací je absence ložisek, které podpírají závaží TMD. Konstrukce ložiska, která podpírá závaží v translačním TMD je drahá a náchylná na poškození a opotřebení v průběhu životnosti dynamického tlumiče vibrací. Díky tomuto bývá méně nákladné PTMD vyrobit a vydrží déle než translační TMD. Z těchto důvodů skoro 50% výškových budov v Japonsku, které využívají TMD, tak upřednostnili PTMD oproti translačnímu TMD [13]. Příkladem stavby, která využívá PTMD je například Taipei 101, které bude věnován prostor v kapitole 3.7.1.

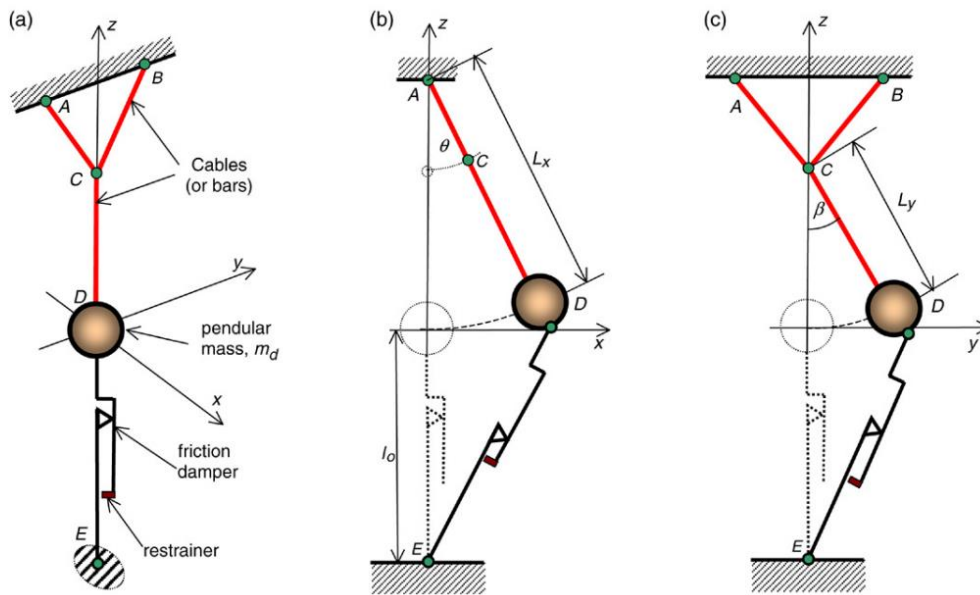


**Obrázek 13:** Soustava s kyvadlovým dynamickým tlumičem vibrací. PTMD je zde zvýrazněn červeně (uvažovány malé výchylky).

### 3.5.3 Bidirectional Tuned Mass Damper (BTMD)

BTMD si můžeme představit jako kyvadlový dynamický tlumič vibrací, kterému byla věnována předešlá kapitola 3.5.4. Zásadní rozdíl mezi BTMD a PTMD je ovšem v tom, že BTMD je uchycen k primární soustavě lany ve tvaru písmena Y, dalším rozdílem je také to, že BTMD používá tlumič, který disipuje energii třením, namísto klasického viskózního tlumiče, viz obrázek 14.

Princip jeho funkce je úplně stejný jako u kyvadlového dynamického tlumiče vibrací, jeho parametry ladění jsou tedy hmotnost závaží  $m_d$  a délka lana, které tu ovšem máme dvě. Když se zaměříme na (Obrázek 14, (b)), můžeme vypořadovat, že v případě rozkmitání v souřadnicích  $xz$  se bude závaží pohybovat na laně o délce  $L_x$ . Pokud pak koukneme na (Obrázek 14, (c)), tak v případě rozkmitání v souřadnicích  $zy$  se bude závaží pohybovat pouze na laně o délce  $L_y$ . Jak již bylo zmíněno, změnou délky jsme schopni přeladit kyvadlový dynamický tlumič vibrací, u BTMD je tedy díky rozdílným délkám lana v jednotlivých souřadnicích, docíleno toho, že můžeme BTMD ladit nezávisle v souřadnicích  $zy$  i  $zx$ .



Obrázek 14: BTMD. Převzato z [28]

### 3.6 Dělení dynamických tlumičů podle stylu řízení vibrací

V současnosti je snaha vše vylepšovat elektronikou. Dynamické tlumiče vibrací nejsou výjimkou. Díky přidaným elektronickým komponentům je dynamický tlumič vibrací schopen upravovat charakteristiku tlumení a zlepšuje tak svoji schopnost tlumit vibrace.

#### 3.6.1 Pasivní dynamický tlumič vibrací

Pasivní dynamický tlumič vibrací je jakákoli varianta TMD, která neobsahuje žádný aktivní element, například aktuátor. V důsledku toho jsou tyto TMD zcela mechanické.

Společným omezením, které všechny pasivní dynamické tlumiče vibrací sdílí, je náchylnost k rozladění, i velice malé odchylky od vlastní frekvence primární struktury mohou vést ke zhoršení účinnosti rozptylu energie dynamického tlumiče vibrací [13]. Díky tomuto je schopnost pasivního dynamického tlumiče vibrací tlumit vibrace závislá na počátečním naladění TMD, a i na tom, zda v průběhu životnosti TMD nedojde ke změnám na konstrukci, které by ho mohly rozladit.

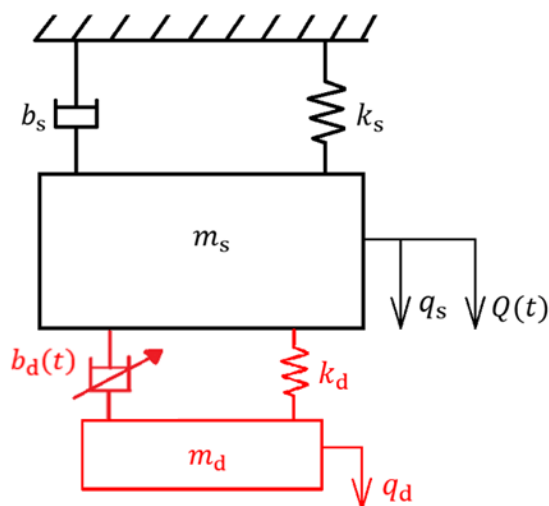
I skrze tato omezení jsou pasivní dynamické tlumiče vibrací stále velice používané, jelikož jsou v porovnání se semi-aktivními a aktivními TMD méně nákladné a při správném nastavení fungují dobře. Absence aktivního členu navíc znamená to, že po uvedení TMD do provozu zde nejsou žádné dodatečné náklady, pasivní dynamický tlumič vibrací díky tomu mívá také nižší poruchovost, než třeba aktivní TMD [13].

### 3.6.2 Semi-aktivní dynamický tlumič vibrací

Z celé řady metod řízení patří semi-aktivní (poloaktivní) metody mezi velice atraktivní a výhodné, jelikož pro svůj provoz vyžadují minimální množství energie a zároveň dokáží výrazně zlepšit schopnost dynamického tlumiče vibrací tlumit vibrace, což potvrdilo i několik studií, které byly zaměřeny na aplikaci TMD v prostředích s častým výskytem zemětřesení [14].

Navržený systém semi-aktivně řízeného dynamického tlumiče vibrací nahrazuje pasivní tlumící prvek řízeným tlumícím prvkem, který využívá senzorů detekujících vibrace primární struktury a řídicího systému. Díky přidaným elektronickým komponentům je mu umožněno měnit konstantu tlumení a přizpůsobit ji tak aktuálnímu stavu. Na tento typ dynamického tlumiče vibrací se proto velice často nahlíží jako na kontrolovatelné pasivní dynamické tlumiče vibrací. Řízený tlumící prvek může být realizován například pomocí MR tlumičů, které využívají speciální kapaliny a magnetického pole, kterým mění její viskozitu a tím i míru tlumení tlumiče [14]. Na obrázku 15 je znázorněn schematický návrh soustavy, která je tlumena poloaktivním dynamickým tlumičem vibrací, ten je na obrázku zvýrazněn červeně.

Semi-aktivní dynamický tlumič vibrací není energeticky příliš náročný, má nízkou spotřebu energie, díky které mu stačí být napájen například pouze ze zdroje energie v podobě baterie. Když ho tedy porovnáme například s aktivním dynamickým tlumičem vibrací (ATMD), který pro vytvoření požadované síly potřebuje výrazně vyšší přísun energie a baterie by mu proto nestačila, tak zjistíme, že semi-aktivní dynamický tlumič vibrací může být spolehlivější například při silných zemětřeseních. Vlivem zemětřesení se totiž může stát, že aktivní dynamický tlumič vibrací nebude mít přístup k dostatečnému množství energie pro optimální tlumení primární soustavy. [15]



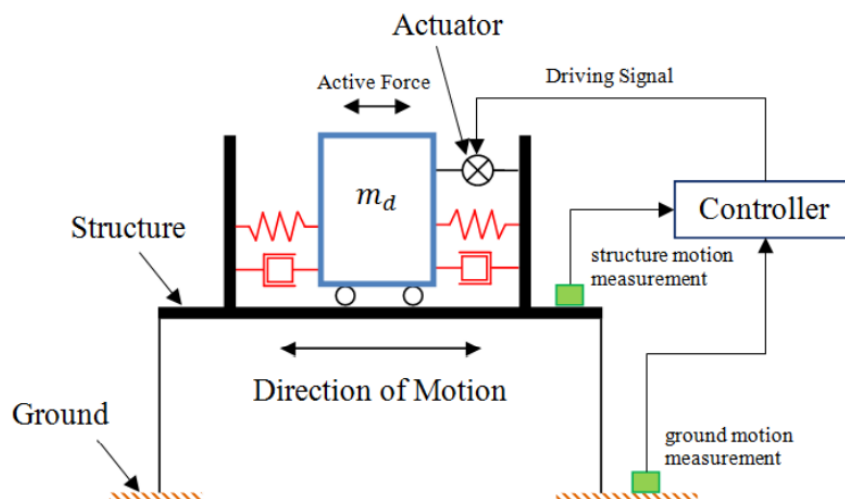
**Obrázek 15:** Soustava se semi-aktivním dynamickým tlumičem vibrací, který je zvýrazněn červeně

### 3.6.3 Aktivní dynamický tlumič vibrací

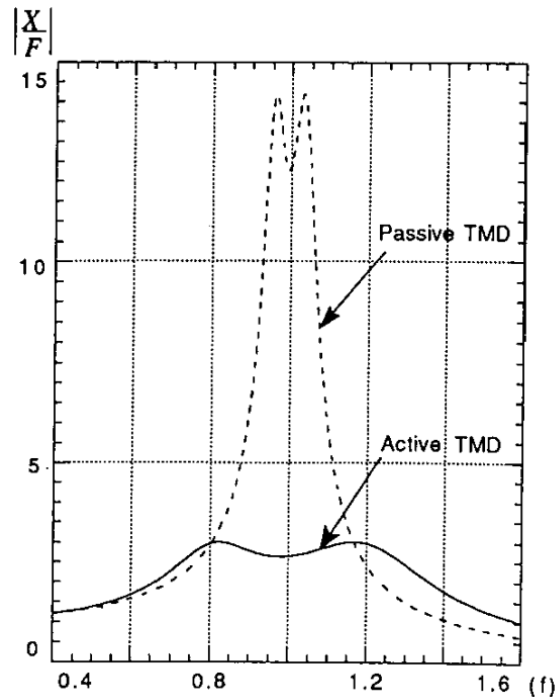
Aktivní dynamický tlumič vibrací (ATMD) je vylepšená forma pasivního dynamického tlumiče vibrací, která díky schopnosti ovládat hmotu dynamického tlumiče dokáže primárnímu systému poskytnout regulační sílu, díky které účinně tlumí vibrace. Tento typ dynamického tlumiče vibrací je podobný pasivnímu dynamickému tlumiči vibrací s tím rozdílem, že konstrukce ATMD obsahuje dodatečný aktuátor a senzory, které snímají stav konstrukce, na základě kterého pak řídicí jednotka vyhodnotí, jak se má ATMD chovat. Schéma aktivního dynamického tlumiče vibrací je na obrázku 16. Velice podobné schéma jsme mohli vidět na obrázku 12 v kapitole 3.5.1, kde se ovšem jednalo o pasivní dynamický tlumič vibrací.

Aktivní dynamický tlumič vibrací se stává atraktivní alternativou v případě, že již není možné zvýšit hmotnostní poměr pasivního dynamického tlumiče vibrací, to může nastat třeba v případě, že konstrukce stavby není schopna snést větší váhu závaží pasivního TMD. ATMD může při použití menší hmotnosti poskytnout stejně velké tlumení jako optimálně navržený pasivní dynamický tlumič vibrací s podstatně větší hmotností [16]. Další výhodou tohoto typu dynamického tlumiče vibrací je jednoznačně jeho schopnost přizpůsobit se aktuální situaci, což může hrát zásadní roli v nějakém krizovém stavu, do kterého bude konstrukce uvedena. Porovnání odezvy primárního systému aktivního dynamického tlumiče vibrací (plná čára) s ekvivalentním pasivním dynamickým tlumičem vibrací (přerušovaná čára) je vyobrazeno na obrázku 17.

Jejich nevýhodou je jednoznačně energetická náročnost. Dalším negativem je také vysoká pořizovací cena a náklady spojené s provozem ATMD v průběhu jeho životnosti. [13, 15]



**Obrázek 16:** Schéma aktivního dynamického tlumiče vibrací. Převzato z [13].



**Obrázek 17:** Amplitudo-frekvenční charakteristika, na které je vyobrazena odezva primárního systému ATMD v porovnání s ekvivalentním pasivním TMD. Převzato z [29].

### 3.7 Využití dynamických tlumičů vibrací v praxi

Dynamické tlumiče vibrací se stále častěji stávají součástí moderních inženýrských projektů, kde hrají hlavní roli kontrola vibrací a stabilita. Jeho implementace se osvědčila u široké škály konstrukcí od mrakodrapů až po tribuny či podlahy továren. Tato kapitola popisuje využití dynamických tlumičů vibrací na příkladech z praxe.

#### 3.7.1 Výškové stavby

Čím větších výšek stavby dosahují, tím náchylnějšími se stávají na vibrace způsobené seismickými aktivitami nebo třeba silným větrem, dynamické tlumiče vibrací proto využívá velké množství výškových staveb.

U těchto typů konstrukcí bývá dynamický tlumič konstruován jako PTMD, nebo translační TMD v pasivní, semi-aktivní či aktivní podobě. Umisťuje se do vrchní části stavby, jelikož se zde jedná o místo s největšími amplitudami vibrací. Ve většině případech ho najedeme zabudovaný v nějaké dutině uvnitř konstrukce, výjimku tvoří například komíny, kde zabudování TMD dovnitř konstrukce možné není.

Příkladem mohou být následující stavby:

## Taipei 101

Taipei 101 je mrakodrap, který se nachází v čínském městě Tchaj-pej na Tchaj-wanu. Jedná se o jednu z nejvyšších staveb světa, která se svými 101 patry sahá do výšky 509,2 metru. Po jejím otevření v roce 2004 byl až do roku 2009 nejvyšší stavbou světa. Taipei byl také první stavbou, která přesáhla výšku 500 metru.[17]

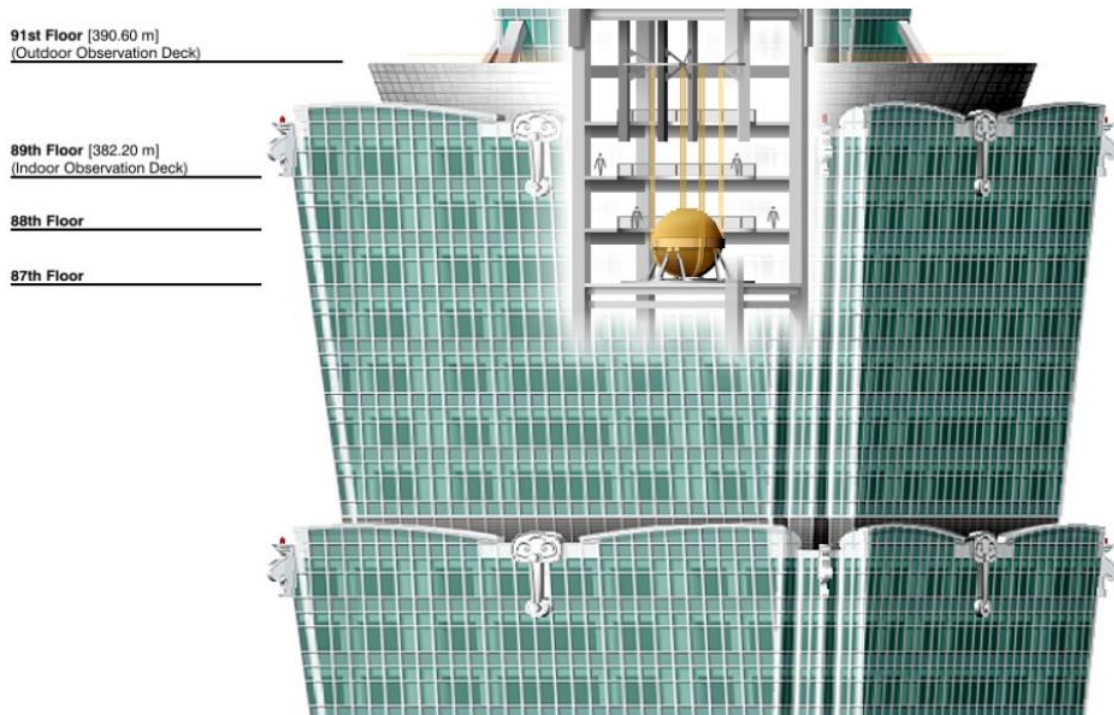
Mrakodrap je vybudován v oblasti s častým výskytem zemětřesení a tajfunů, které pro něj kvůli jeho výšce představují reálnou hrozbu. Z tohoto důvodu se budova musela postavit tak, aby byla schopna co nejvíce tlumit vibrace. Konstrukce mrakodrapu je postavena z železobetonu, s tlumením jí ovšem pomáhá obrovský kyvadlový dynamický tlumič vibrací, který je možné vidět mezi 88. a 92. podlažím, viz obrázek 19 a 21.[17]

Uvnitř mrakodrapu Taipei 101 se nachází jeden z největších a nejtěžších dynamických tlumičů vibrací na světě. Jedná se ocelovou kouli o váze 660 tun, která má v průměru 5,5 metru. Tato koule je zavěšena na 92 ocelových lanech o průměru 9,2 cm, každé lano je dlouhé 42 metru a obsahuje 2 000 ocelových vláken. Systém je tlumen několika hydraulickými viskózními tlumiči. Největší výchylka tohoto PTMD je 150 cm. Jeho jednotlivé části jsou zvýrazněny na obrázku 20.[18]

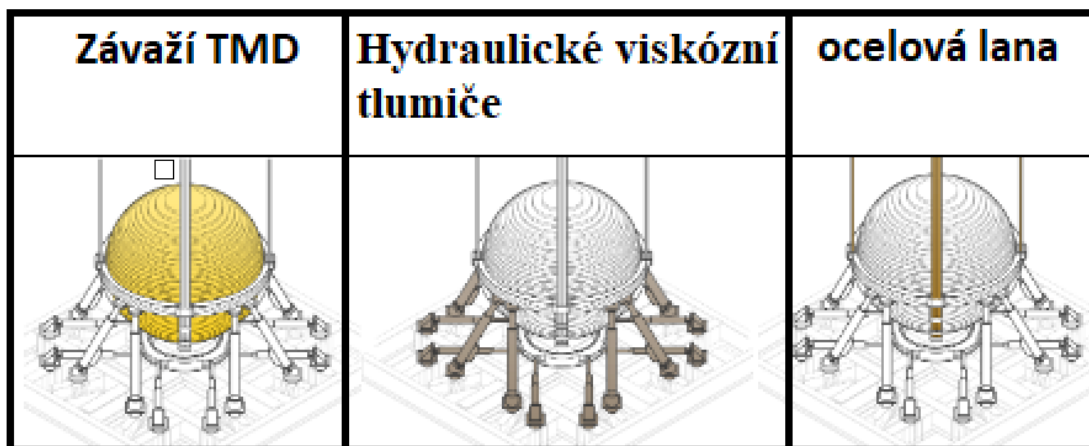
Taipei 101 od roku 2004 bez problému ustál velké množství zemětřesení z nichž všechny měly na Richterově škále hodnotu větší než 5. Jedno zemětřesení zvládl bez větších poškození i v době jeho výstavby.[17]



**Obrázek 18:** Taipei 101. Převzato z [30]



**Obrázek 19:** Umístění TMD v mrakodrapu Taipei 101. Převzato z [31]



**Obrázek 20:** Jednotlivé části PTMD mrakodrapu Taipei 101. Převzato z [18].



**Obrázek 21:** Dynamický tlumič vibrací mrakodrapu Taipei 101. Převzato z [31]

### **John Hancock Tower**

John Hancock Tower je mrakodrap ve městě Boston v USA. Jedná se o nejvyšší stavbu v americkém státě Massachusetts, která má 244 metrů na výšku. Po dokončení její výstavby se stavba vlivem větru pohybovala tak moc, že z konstrukce vypadávala okna. Tento problém vyřešilo přidání dvou translačních dynamických tlumičů vibrací o váze 300 tun (1 TMD = 300 tun), které jsou umístěny na opačných koncích 58. patra ve vzdálenosti 67 metrů od sebe. Jejich schéma je na obrázku 12 v kapitole 3.5.1. Praktickou ukázkou tohoto TMD můžeme vidět na obrázku 22, váha TMD je realizována pomocí ocelového boxu vyplněného olovem, který je připevněn k budově tuhými pružinami, závaží klouže dopředu a dozadu na hydrostatických ložiskách, které obsahují tenkou vrstvu oleje. Samotnou budovu pak můžeme vidět na obrázku 23. [19]



**Obrázek 22:** Dynamický tlumič vibrací mrakodrapu John Hancock Tower. Převzato z [32]



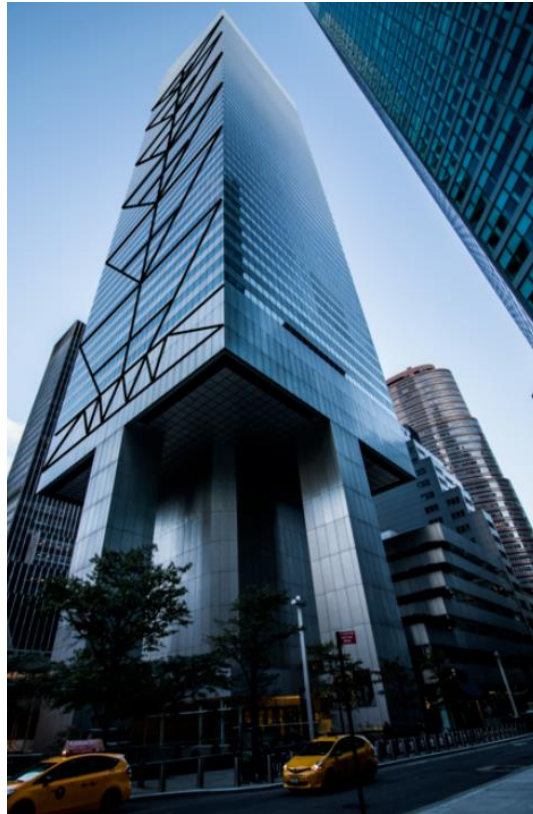
**Obrázek 23:** John Hancock Tower. Převzato z [33]

### **Citigroup Center**

Citigroup Center je se svou výškou 279 metrů jeden z nejvyšších mrakodrapů v New Yorku. Tento mrakodrap je vybaven aktivním translačním dynamickým tlumičem vibrací o váze 410 tun, můžeme ho vidět na obrázku 25. Váha závaží je realizována pomocí betonového bloku, ten se pohybuje na dvanácti hydraulicky vyvážených ložiskách o průměru 60 cm. Soustava je připevněna k primární struktuře dvěma mechanismy pružinového tlumení, TMD v tomto mrakodrapu obsahuje pochopitelně také aktuátor. [19]

V původním návrhu stavby bylo potenciální zatížení budovy větrem vypočteno nesprávně. Ukázalo se, že pokud by byl mrakodrap bez proudu, což by vyřadilo z funkce ATMD, stačil by vítr o rychlosti 110 km/h, aby se mrakodrap zřítíl. Na základě tohoto zjištění bylo provedeno několik změn, které mají této situaci předejít, jedna z nich je vybavení ATMD záložními generátory. [20]

Mrakodrap Citigroup Center je k vidění na obrázku 24.



**Obrázek 24:** Citigroup Center. Převzato z [20]



**Obrázek 25:** ATMD mrakodrapu Citigroup Center. Převzato z [34]

## Komíny

Komíny jsou další typ stavby, které mohou být ovlivněny silným větrem z důvodu jejich velké výšky. Zejména ocelové komíny jsou velice náchylné k vibracím z důvodu jejich nízkého stupně tlumení konstrukce.

Pomocí dynamických tlumičů vibrací lze vibrace struktury snadno tlumit a prodloužit tak životnost komína. Komíny jsou příkladem toho, že lze TMD umístit i na konstrukce, kde máme omezený prostor pro jejich aplikaci.

TMD se u komínů umísťuje zvenčí, jeho závaží má tvar kruhu, který je zavěšen lany ke komínu, funguje tedy jako kyvadlo. Soustava bývá tlumena viskózními tlumiči. Názornou ukázkou lze vidět na obrázku 26. Jedná se o 180 metrů vysoký komín, který má na sobě TMD o váze 41 tun. [21]

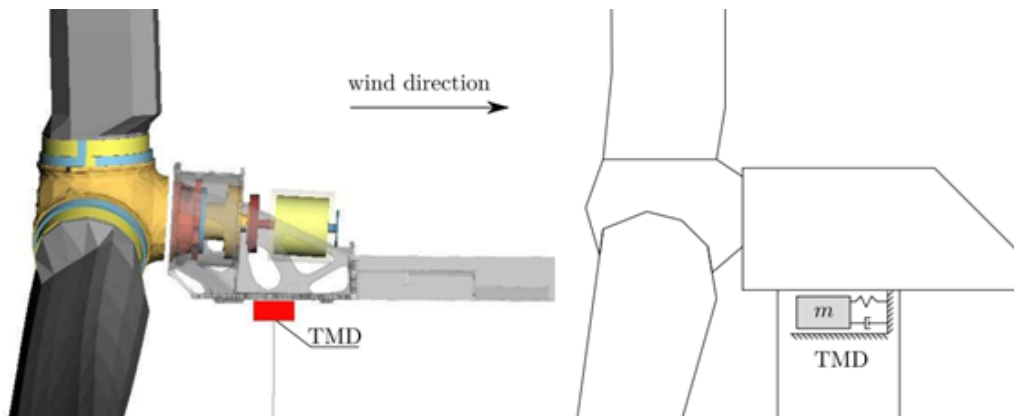


**Obrázek 26:** TMD na 180 metrů vysokém komíně. Převzato z [21]

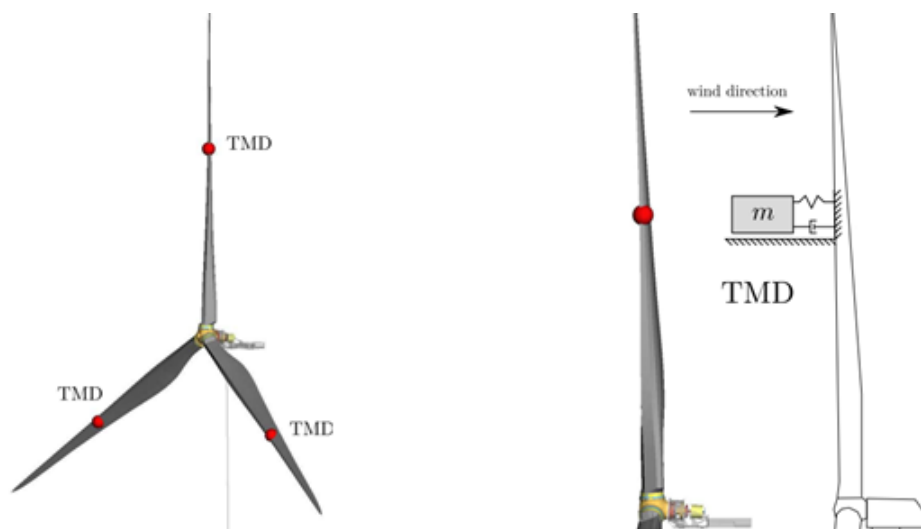
## Větrné elektrárny

Větrné elektrárny mohou dosahovat opravdu velkých výšek. Jen největší větrná elektrárna v České republice dosahuje celkové výšky 175 metrů se stožárem o velikosti 119 metrů. Díky jejich rozměrům mohou být vystaveny velice silným vibracím, ty mohou být způsobeny zemětřesením, silným větrem, ale také třeba nevyváženým rotorem. Důsledkem toho může dojít k poškození turbíny či zřícení konstrukce, proto je důležité i zde vibrace tlumit, jedna z možností jejich tlumení je opět TMD. [22, 23]

U větrných elektráren mohou být dynamické tlumiče vibrací umístěny jak na vrchol stožáru, kde je umístěn rotor turbíny (obrázek 27), tak na lopatky elektrárny (obrázek 28) [23].



**Obrázek 27:** Návrh TMD pro větrnou elektrárnu. Převzato z [23]



**Obrázek 28:** TMD na lopatkách větrné elektrárny. Převzato z [23]

### 3.7.2 Pochozí konstrukce

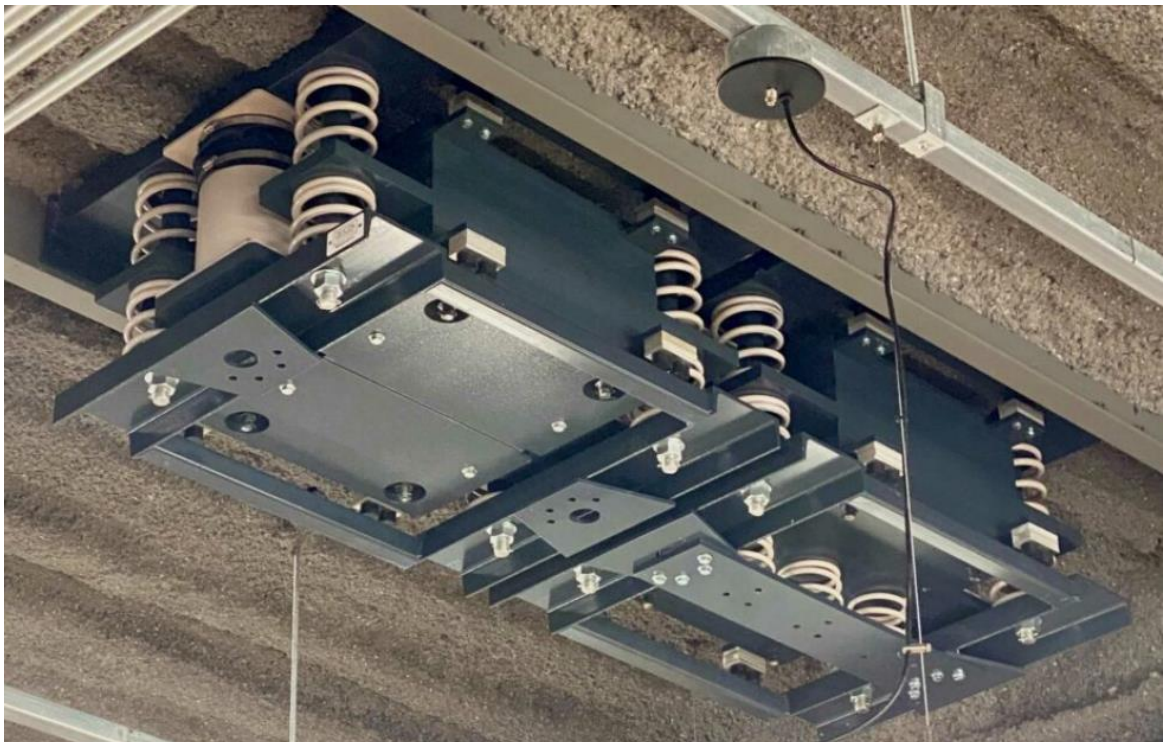
U tohoto typu mechanických struktur se dynamický tlumič vibrací používá především pro kontrolu vertikálního pohybu konstrukce, do toho může být soustava uvedena například davem procházejících lidí, nebo třeba projíždějícími auty. Pro tlumení vibrací se zde používá translační dynamický tlumič vibrací, který jsme mohli vidět na obrázcích 3 a 4 v kapitole 3.1.2, TMD zde najdeme ve většině případech zavěšený pod konstrukcí, nebo v dutině uvnitř konstrukce.

Příkladem by mohly být následující struktury:

## Podlahy

Široké rozpětí sloupů spolu s použitím vysokopevnostních materiálů mají tendenci činit moderní kompozitní podlahy pružnými a kmitavými. Lidské činnosti, jako chůze, běh a tanec, nebo třeba stroje na ní umístěné mohou v takových podlahách vyvolávat vysoké úrovně vibrací. Vibrace podlah je možné účinně regulovat přidáním dynamického tlumiče vibrací, ten se zde obvykle zavěšuje do dutiny v podlaze, tak aby nešel vidět. [16]

Názornou ukázkou použití TMD pro tlumení vibrací podlahy můžeme vidět na obrázku 29, kde jsou dva dynamické tlumiče vibrací zavěšeny vedle sebe v dutině konstrukce.



**Obrázek 29:** Dva dynamické tlumiče vibrací zavěšeny v dutině podlahy. Převzato z [16]

Dynamické tlumiče vibrací se aplikují také v budovách, kde se nachází lékařská zobrazovací zařízení. CT a PET skenery jsou velice citlivé na vibrace, přístroje používané na magnetickou rezonanci jsou pak v porovnání s nimi ještě asi čtyřikrát citlivější. Stačí tedy, aby někdo jen procházel po chodbě a vyvolané vibrace mohou způsobit například rozostření vytvářených snímků. [24]

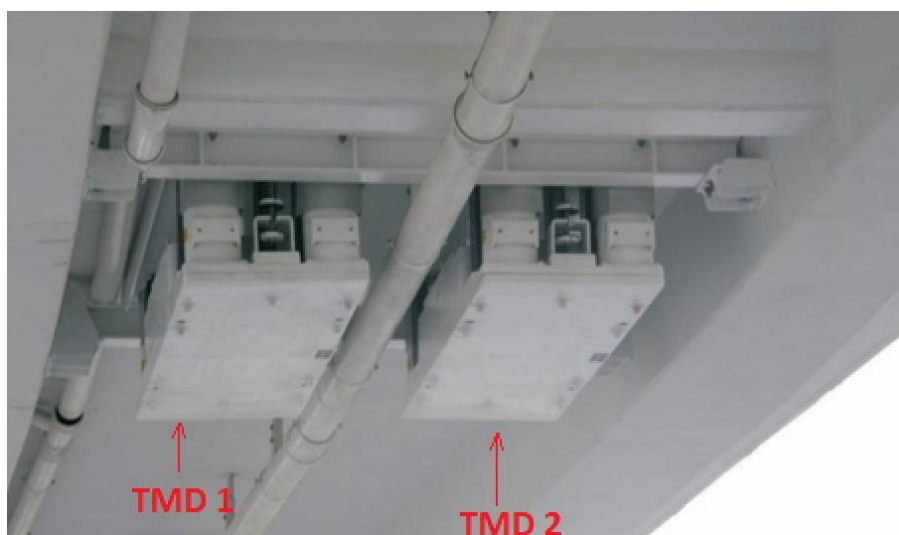
Na obrázku 30 je možné vidět instalaci dynamického tlumiče vibrací pod podlahou budovy nemocnice.



**Obrázek 30:** Instalace TMD v podlaze nemocnice. Převzato z [24]

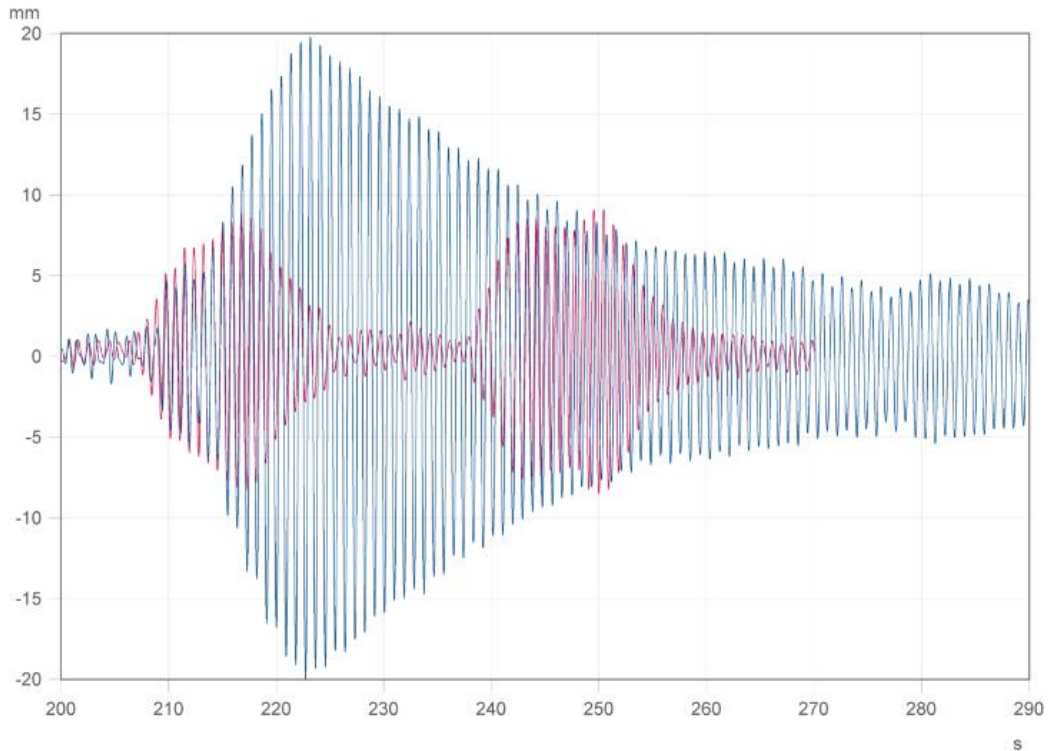
## Mosty

Mostní konstrukce jsou dalším příkladem struktury, které jsou velice často vystaveny nadměrným vibracím, ty mohou být zapříčiněny dopravou, procházejícími lidmi, nebo třeba silným větrem. Pro tlumení vibrací se zde opět aplikuje translační TMD. Ten v případě mostních konstrukcí najdeme ve většině případech zavěšen pod ní, viz obrázek 31.



**Obrázek 31:** dva dynamické tlumiče vibrací zavěšeny pod konstrukcí mostu.  
Převzato z [7]

Příkladem účinnosti TMD by mohl být most Jan Linzelviaduct. Jedná se o most v Nizozemí určený pro chodce. Jeho celková délka činí 345 metrů, nejdelší rozpětí konstrukce má délku 85 metrů. Tento most byl vystavován poměrně silným vibracím, problém vyřešilo přidání dynamických tlumičů vibrací. Firma, která zde TMD instalovala provedla měření vibrací mostu před a po zakomponování TMD do konstrukce, výsledky měření jsou na obrázku 32, kde je modře znázorněn most bez TMD a červeně s TMD. Samotný most pak můžeme vidět na obrázku 33. [5]



**Obrázek 32:** Most Jan Linzelviaduct s TMD (červeně) a bez něj (modře). Převzato z [5]



**Obrázek 33:** Most Jan Linzelviaduct v Nizozemí. Převzato z [35]

## Tribuny

Tribuny pro diváky jsou konstrukcí, které se bez tlumení nadměrných vibrací neobejdou. Stovky skákajících fanoušků by totiž mohli mít ve spojení s netlumenou strukturou katastrofální následky. Na obrázku 34 je vyobrazena tribuna pro diváky, která je tlumena dynamickým tlumičem vibrací.



**Obrázek 34:** Tribuna pro diváky s dynamickým tlumičem vibrací. Převzato z [36]

## 4 MATEMATICKÝ A FYZICKÝ MODEL

Tato kapitola využívá zjištěných poznatků, které jsou shrnuty v první části bakalářské práce k tvorbě matematického a fyzického modelu soustavy s dynamickým tlumičem vibrací.

Nejprve zde bude popsán matematický model soustavy s vhodně navrženým TMD. Následně pak bude ukázán sestavený fyzický model, jehož parametry jsou totožné s parametry matematického modelu. V poslední části této kapitoly pak budou oba vytvořené modely porovnány.

### 4.1 Matematický model

První část této kapitoly popisuje tvorbu matematického modelu soustavy s jedním stupněm volnosti, která je buzena rotující hmotou. V druhé části je pak na soustavu aplikován navržený dynamický tlumič vibrací a ukázán postup při jeho návrhu.

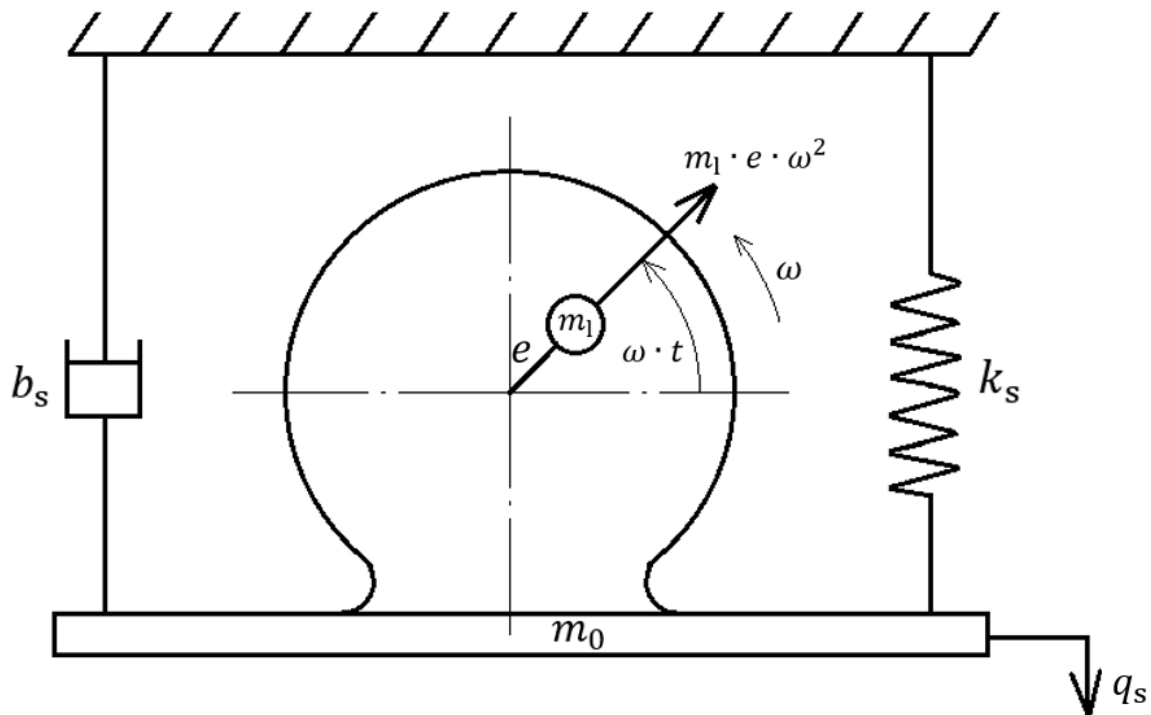
#### 4.1.1 Matematický model soustavy bez TMD

Vibrace jsou velice často způsobeny nevyváženou rotující hmotou, takový případ může nastat například při rotaci staticky nevyváženého rotoru. Na obrázku 35 je schematický náčrt soustavy s jedním stupněm volnosti, kde  $m_1$  je nevyvážená hmotnost v nějaké vzdálenosti  $e$  od osy otáčení.  $m_0$  zde představuje hmotnost soustavy, do které ovšem není započítána hmotnost  $m_1$ , celková hmotnost systému  $m_s$  se tedy spočte vztahem 14. Motor pracuje při neměnných otáčkách  $n$ .

$$m_s = m_0 + m_1 \quad (14)$$

Budící sílu, díky které dochází k výchylkám soustavy lze pak popsat následujícím vztahem:

$$Q(t) = m_1 e \omega^2 \sin(\omega t) \quad (15)$$



Obrázek 35: Primární soustava bez TMD

Hodnoty jednotlivých parametrů této soustavy je možné vidět v tabulce 1.

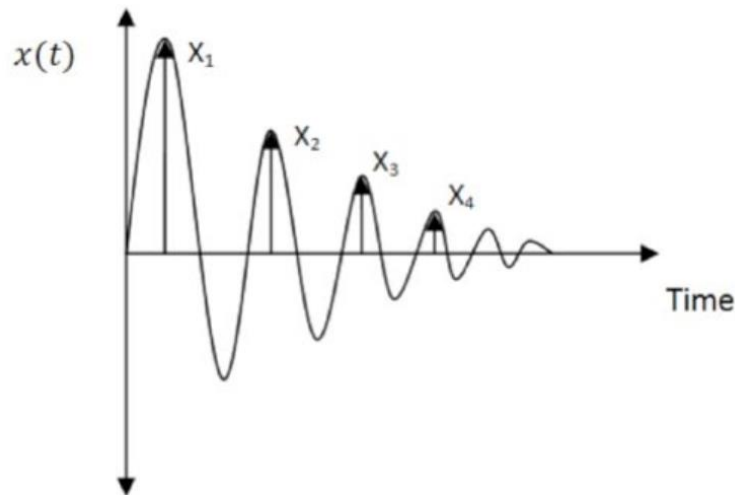
Tabulka 1: Parametry primární soustavy

Popis parametru	značení	hodnota	jednotka
Rotující nevyvážená hmotnost	$m_1$	0,122	[kg]
Hmotnost systému bez $m_1$	$m_0$	0,389	[kg]
Celková hmotnost soustavy	$m_s$	0,511	[kg]
Tlumící koeficient soustavy	$b_s$	neznámo	[Ns/m]
Celková tuhost soustavy	$k_s$	126	[N/m]
Vzdálenost rotující hmoty od osy otáčení	$e$	0,065	[m]
Otáčky motoru	$n$	150	[ot/min]

### Experimentální určení tlumícího koeficientu soustavy:

Abychom byli schopni v MATLABU či Simulinku vykreslit dynamickou odezvu mechanické soustavy na její zatížení, musíme si nejprve dopočítat tlumící koeficient soustavy  $b_s$ . Toho docílíme experimentálním měřením na fyzickém modelu, který má stejné parametry jako soustava na obrázku 35. Pro určení koeficientu tlumení budeme používat metodu logaritmického dekrementu.

Prvním krokem je vychýlit soustavu na nějakou hodnotu, následně ji uvolníme a budeme čekat, než soustava přestane kmitat. Při měření nás zajímají především amplitudy vibrací, které by se měly exponenciálně zmenšovat, viz obrázek 36.



**Obrázek 36:** Tlumené kmitání. Převzato z [25]

Dalším krokem je spočítání logaritmického dekrementu  $\delta$ . K tomu v našem případě použijeme hodnoty dvou po sobě jdoucích amplitud vibrací, pokud tedy koukneme na obrázek 36, mohly by to být například  $x_1$  a  $x_2$ , nebo  $x_2$  a  $x_3$  atd. Pokud bychom tedy použili amplitudy  $x_1$  a  $x_2$ , vzorec by vypadal následovně:

$$\delta = \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) \quad (16)$$

Když už známe hodnotu logaritmického dekrementu, jsme schopni ho použít k dopočítání poměrného útlumu, viz vzorec 17.

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (17)$$

Z poměrného útlumu pak už jen jednoduše dopočteme tlumící koeficient soustavy  $b_s$ , použijeme k tomu vzorec 11 v kapitole 3.3.3. Po úpravě tedy dostaneme následující vztah:

$$b_s = \xi_s 2\Omega_{0,s} m_s \quad (18)$$

Naměřené a spočtené hodnoty pro mechanickou soustavu z obrázku 35 je možné vidět v tabulce 2.

**Tabulka 2:** Naměřené a spočítané hodnoty potřebné pro určení tlumícího koeficientu primární soustavy

	Popis	Značení	Hodnota	Jednotka
Naměřené hodnoty	Amplituda kmitu (větší)	$x_1$	0,035	[m]
	Amplituda kmitu (menší)	$x_2$	0,029	[m]
Spočtené hodnoty	Logaritmický dekrement	$\delta$	0,19	[-]
	Poměrný útlum soustavy	$\xi_s$	2,99	[%]
	Tlumící koeficient	$b_s$	0,48	[Ns/m]

### Ověření, zda je systém při provozu vystaven rezonanci:

Z výše uvedených parametrů v tabulce 2 jsme schopni dopočítat úhlovou frekvenci budící síly  $\omega$  pomocí následujícího vzorce:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \quad (19)$$

Po dosazení tedy dostáváme konkrétní hodnotu úhlové frekvence:

$$\omega = 15,7 \text{ [rad/s]} \quad (20)$$

Dosazením do vzorce 4 v kapitole 3.1 jsme pak schopni získat hodnotu vlastní úhlové frekvence systému  $\Omega_{0,s}$ :

$$\Omega_{0,s} = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} = \sqrt{\frac{126}{0,511}} = 15,7 \text{ [rad/s]} \quad (21)$$

Zjistili jsme tedy, že se vlastní úhlová frekvence soustavy rovná úhlové frekvenci budící síly:

$$\Omega_{0,s} = \omega \quad (22)$$

Dochází zde tedy k rezonanci. V mechanické soustavě proto mohou být vybuzeny nadměrné vibrace, které jsou schopny ji například poškodit.

## **Odvození pohybové rovnice mechanické soustavy a její simulace v prostředí Simulink a MATLAB:**

Abychom si byli schopni vykreslit dynamickou odezvu struktury, je nutno si odvodit její pohybovou rovnici, k tomu použijeme Lagrangeovy rovnice 2. druhu, viz rovnice 23. Index „j” zde reprezentuje označení konkrétní struktury, pro kterou pohybovou rovnici sestavujeme,  $E_k$  je kinetická energie soustavy,  $E_d$  je disipační energie soustavy a  $E_p$  je potenciální energie soustavy.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_j} + \frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}_j} + \frac{\partial E_p}{\partial q_j} = Q_j(t) \quad (23)$$

Kinetickou energii  $E_k$  této soustavy jsme schopni vyjádřit vztahem 24a, disipační energii  $E_d$  vztahem 25a a potenciální energii  $E_p$  vztahem 26a, ty následně dosadíme do rovnice 23 a provedeme potřebné derivace:

$$E_k = \frac{1}{2} m_s \dot{q}_s^2 \quad (24a)$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_s} = m_s \dot{q}_s \quad (24b)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_s} \right) = m_s \ddot{q}_s \quad (24c)$$

$$E_d = \frac{1}{2} b_s \dot{q}_s^2 \quad (25a)$$

$$\frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}_s} = b_s \dot{q}_s \quad (25b)$$

$$E_p = \frac{1}{2} k_s q_s^2 \quad (26a)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial q_s} = k_s q_s \quad (26b)$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial q_s} = 0 \quad (27)$$

$$Q_s(t) = m_1 e \omega^2 \sin(\omega t) \quad (28)$$

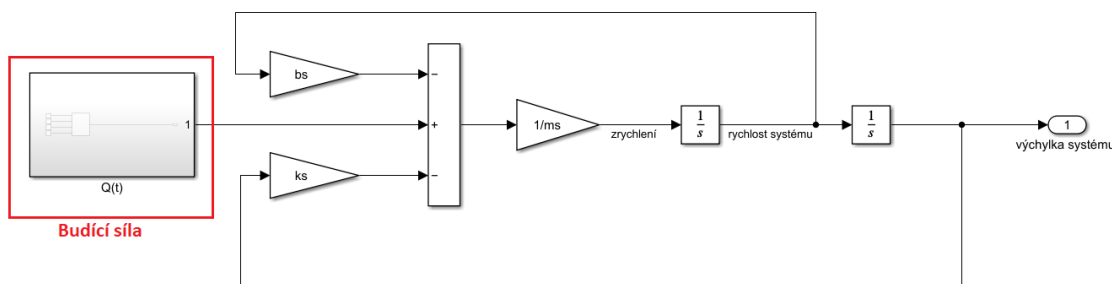
Dosažením rovnic 24c, 25b, 26b, 27 a 28 do rovnice 23 pak tedy dostáváme pohybovou rovnici popisující mechanickou soustavu na obrázku 35.

$$m_s \ddot{q}_s + b_s \dot{q}_s + k_s q_s = m_1 e \omega^2 \sin(\omega t) \quad (29)$$

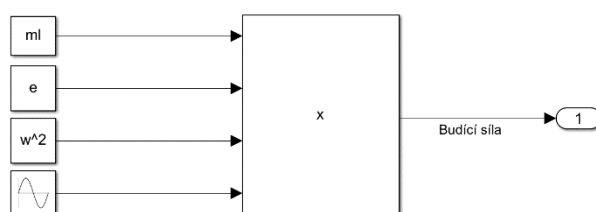
Závislost výchylky systému na čase bude vykreslována v Simulinku. Nejprve si proto z rovnice 29 vyjádříme nejvyšší derivaci:

$$\ddot{q}_s = \frac{m_1 e \omega^2 \sin(\omega t)}{m_s} - \frac{b_s \dot{q}_s}{m_s} - \frac{k_s q_s}{m_s} \quad (30)$$

Pak už jen rovnici 30 jednoduše sestavíme, viz obrázek 37, samotná budící síla je ne obrázku 38.



**Obrázek 37:** Pohybová rovnice soustavy sestavená v Simulinku



**Obrázek 38:** Budící síla primární soustavy sestavena v Simulinku

Amplitudo-frekvenční charakteristiku budeme vykreslovat v MATLABu pomocí funkce *bode()*. Nejprve si proto náš systém musíme popsat stavovými rovnicemi, které mají následující tvar (rovnice 31 a 32), *A* je matice systému, *B* je matice vstupů (řízení), *C* je matice výstupů a *D* je matice přímé vazby.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (31)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (32)$$

Jednotlivé stavové matice mají v tomto případě následující podobu:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{b_s}{m_s} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{m_1 e \omega^2}{m_s} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$C = [1 \quad 0] \quad (35)$$

$$D = 0 \quad (36)$$

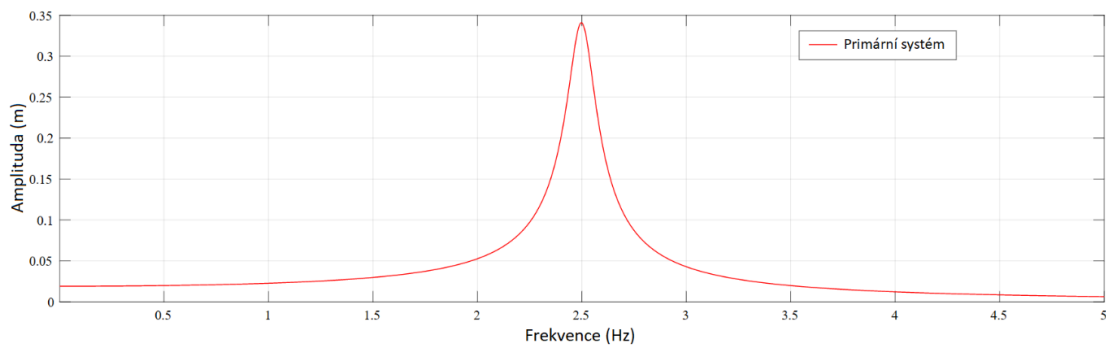
Pro vytvoření stavového modelu pak byl použit příkaz `sys = ss(A, B, C, D)`, poté už se jen vykreslila amplitudo-frekvenční charakteristika pomocí `bode(sys)`.

### **Dynamická odezva systému na budící sílu:**

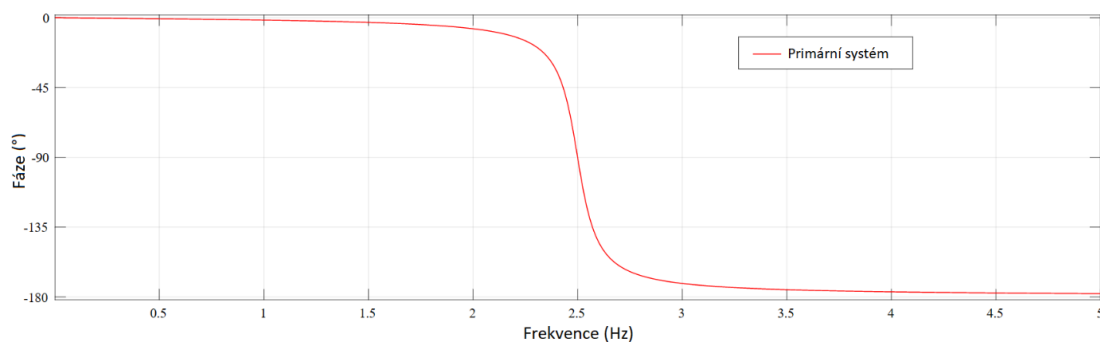
Na obrázku 39 vidíme amplitudo-frekvenční charakteristiku primární struktury, na obrázku 40 je pak vyobrazena fázově-frekvenční charakteristika primární struktury a obrázek 41 ukazuje výchylku primárního systému v čase. Primární soustava je na všech obrázcích vyznačena červeně.

V grafech je frekvence udávána v hertzech (Hz), ne v radiánech za sekundu (rad/s). My víme, že rezonance nastane, pokud bude mít budící síla úhlovou frekvenci 15,7 rad/s, viz rovnice 20. Pokud tedy budeme chtít vyčíslit rezonanční frekvenci v hertzech, použijeme následující vzorec, kde  $f$  je frekvence:

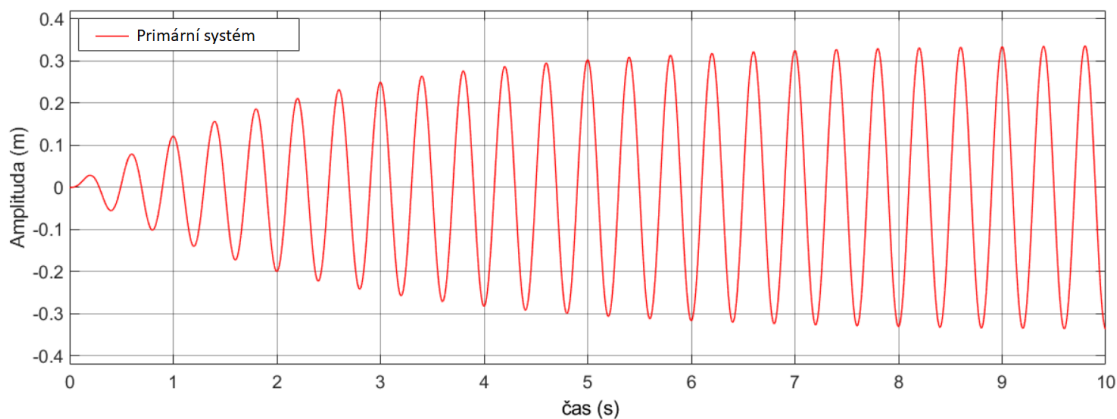
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{15,7}{2\pi} = 2,5 \text{ [Hz]} \quad (37)$$



**Obrázek 39:** Amplitudo-frekvenční charakteristika primární struktury



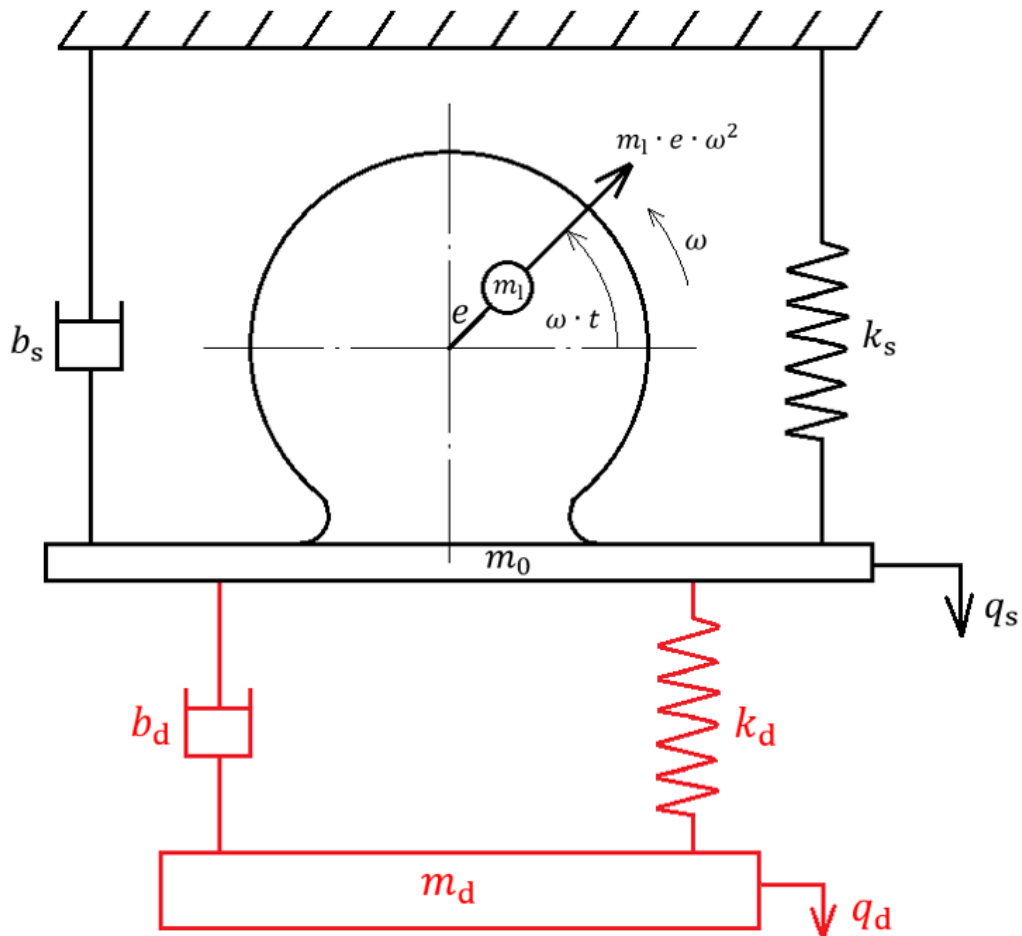
**Obrázek 40:** Závislost výchylky primární soustavy na čase



**Obrázek 41:** Závislost výchylky primární soustavy na čase

#### 4.1.2 Matematický model soustavy s TMD

Z kapitoly 4.1.1 je patrné, že je potřeba vibrace zvolené mechanické soustavy tlumit, toho bude docíleno přidáním dynamického tlumiče vibrací, viz obrázek 42, kde je TMD zvýrazněn červeně.



**Obrázek 42:** Soustava s dynamickým tlumičem vibrací (TMD je vyobrazen červeně)

### **Odvození pohybových rovnic pro soustavu s TMD a jejich simulace v prostředí Simulink a Matlab:**

Při odvození pohybových rovnic budeme postupovat stejně, jako v kapitole 4.1.1, využijeme tedy Lagrangeovy rovnice 2. druhu, viz vzorec 23. Začneme vyjádřením vztahů pro kinetickou energii  $E_k$  (rovnice 38), disipační energii (rovnice 39) a potenciální energii (rovnice 40)

$$E_k = \frac{1}{2} [m_s \dot{q}_s^2 + m_d \dot{q}_d^2] \quad (38)$$

$$E_d = \frac{1}{2} \cdot [b_s \dot{q}_s^2 + b_d (\dot{q}_d - \dot{q}_s)^2] \quad (39)$$

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot [k_s q_s^2 + k_d (q_d - q_s)^2] \quad (40)$$

Jelikož se zde už jedná o soustavu se dvěma stupni volnosti, která je popsána dvěma pohybovými rovnicemi, budeme muset výše uvedené rovnice 38, 39 a 40 zderivovat jak pro primární strukturu (v rovnici 23 se index  $j = s$ ), tak pro dynamický tlumič vibrací (v rovnici 23 se index  $j = d$ ), začneme tedy pro případ  $j = s$ :

$$\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_s} = m_s \dot{q}_s \quad (41a)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_s} \right) = m_s \ddot{q}_s \quad (41b)$$

$$\frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}_s} = \dot{q}_s (b_s + b_d) - b_d \dot{q}_d \quad (42)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial q_s} = q_s (k_s + k_d) - k_d q_d \quad (43)$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial q_s} = 0 \quad (44)$$

$$Q_s(t) = m_1 e \omega^2 \sin(\omega t) \quad (45)$$

Pro případ  $j = d$  pak budou rovnice vypadat následovně

$$\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_d} = m_d \dot{q}_d \quad (46a)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_d} \right) = m_d \ddot{q}_d \quad (46b)$$

$$\frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}_d} = -b_d \dot{q}_s + b_d \dot{q}_d \quad (47)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial q_d} = -k_d q_s + k_d q_d \quad (48)$$

$$\frac{\partial E_k}{\partial q_d} = 0 \quad (49)$$

$$Q_d(t) = 0 \quad (50)$$

Dosažením rovnic 41b, 42,43,44 a 45 do rovnice 23 pak dostaneme pohybovou rovnici primární struktury 51, pokud dosadíme rovnice 46b,47,48,49 a 50 do rovnice 23, dostaneme pohybovou rovnici dynamického tlumiče vibrací 52:

$$m_s \ddot{q}_s + \dot{q}_s (b_s + b_d) - b_d \dot{q}_d + q_s (k_s + k_d) - k_d q_d = m_1 e \omega^2 \sin(\omega t) \quad (51)$$

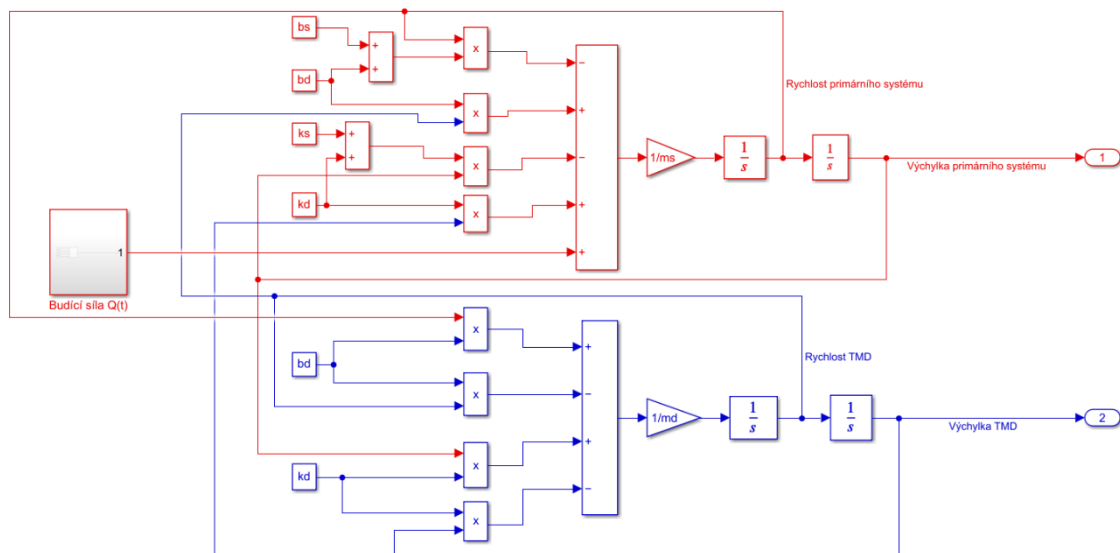
$$m_d \ddot{q}_d - b_d \dot{q}_s + b_d \dot{q}_d - k_d q_s + k_d q_d = 0 \quad (52)$$

Při sestavování rovnic v prostředí Simulink budeme postupovat úplně stejně, jako v případě systému bez TMD, vyjádříme si tedy z rovnic 51 a 52 nejvyšší derivace:

$$\ddot{q}_s = \frac{m_1 e \omega^2 \sin(\omega t)}{m_s} - \frac{\dot{q}_s (b_s + b_d)}{m_s} + \frac{b_d \dot{q}_d}{m_s} - \frac{q_s (k_s + k_d)}{m_s} + \frac{k_d q_d}{m_s} \quad (53)$$

$$\ddot{q}_d = \frac{b_d \dot{q}_s}{m_d} - \frac{b_d \dot{q}_d}{m_d} + \frac{k_d q_s}{m_d} - \frac{k_d q_d}{m_d} \quad (54)$$

Sestavené rovnice v Simulinku je pak možné vidět na obrázku 43, kde je pohybová rovnice primárního systému zvýrazněna červeně, pohybová rovnice dynamického tlumiče vibrací je pak zvýrazněna modře. Budící síla je stejná, jako na obrázku 38.



**Obrázek 43:** Pohybové rovnice soustavy s TMD. Červeně je pohybová rovnice primární struktury a modře rovnice TMD

Při vykreslování amplitudo-frekvenční charakteristiky v MATLABu budeme postupovat také úplně stejně jako v případě systému bez TMD v kapitole 4.1.1 (strana 48 a 49), stavové matice zde budou mít ovšem následující podobu:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{(k_s + k_d)}{m_s} & -\frac{(b_s + b_d)}{m_s} & \frac{k_d}{m_s} & \frac{b_d}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_d}{m_d} & \frac{b_d}{m_d} & -\frac{k_d}{m_d} & -\frac{b_d}{m_d} \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ m_1 e \omega^2 \\ m_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (57)$$

$$D = 0 \quad (58)$$

### **Experimentální návrh parametrů TMD:**

Návrh parametrů dynamického tlumiče vibrací byl prováděn experimentální formou pomocí fyzického modelu. Jelikož je primární struktura buzena silou s neměnnou úhlovou frekvencí  $\omega$ , cílem návrhu bylo zvolit takové parametry TMD, při kterých bude docíleno co nejlepšího ztlumení vibrací v těsné blízkosti vlastní frekvence primární struktury  $\Omega_{0,s}$ .

Jediná pevně stanovená hodnota při návrhu byla hodnota vlastní úhlové frekvence TMD  $\Omega_{0,d}$ , jelikož by se pro dosažení ideálního chování měla její hodnota co nejvíce blížit hodnotě vlastní úhlové frekvence primární struktury  $\Omega_{0,s}$ , viz kapitola 3.2. Musela tedy platit následující rovnost:

$$\Omega_{0,d} = \Omega_{0,s} = 15,7[\text{rad/s}] \quad (59)$$

Při návrhu se postupovalo tak, že byla nejprve zvolena hodnota tuhosti pružiny, díky které se následně dopočítala váha TMD. Tuhost pružiny byla zvolena taková, aby bylo docíleno přibližné hodnoty požadovaného hmotnostního poměru  $\mu$ . Postupovalo se tedy dle následujícího vztahu, který je odvozen ze vzorce 8:

$$m_d = \frac{k_d}{\Omega_{0,d}^2} \quad (60)$$

Důvod, proč byla nejprve zvolena tuhost pružiny je ten, že je obtížné sehnat pružinu s nějakou konkrétní chtěnou hodnotou tuhosti, s hmotností jde ovšem manipulovat mnohem lépe. Pokud bychom si tedy vzali jako příklad TMD 4 z tabulky 3, zde mělo být docíleno hmotnostního poměru přibližně kolem hodnoty 40 %, hledala se tedy taková pružina, která by to umožnila. Při jeho konstrukci byla nakonec použita pružina o tuhosti 54 N/m. Pokud si tedy již známé hodnoty dosadíme do rovnice 60, vyjde nám následující hodnota hmotnosti TMD:

$$m_d = \frac{\Omega_{0,d}^2}{k_d} = \frac{15,7^2}{54} = 0,219 \text{ kg} \quad (61)$$

Pokud nyní použijeme vzorec 9, dostaneme výslednou hodnotu hmotnostního poměru:

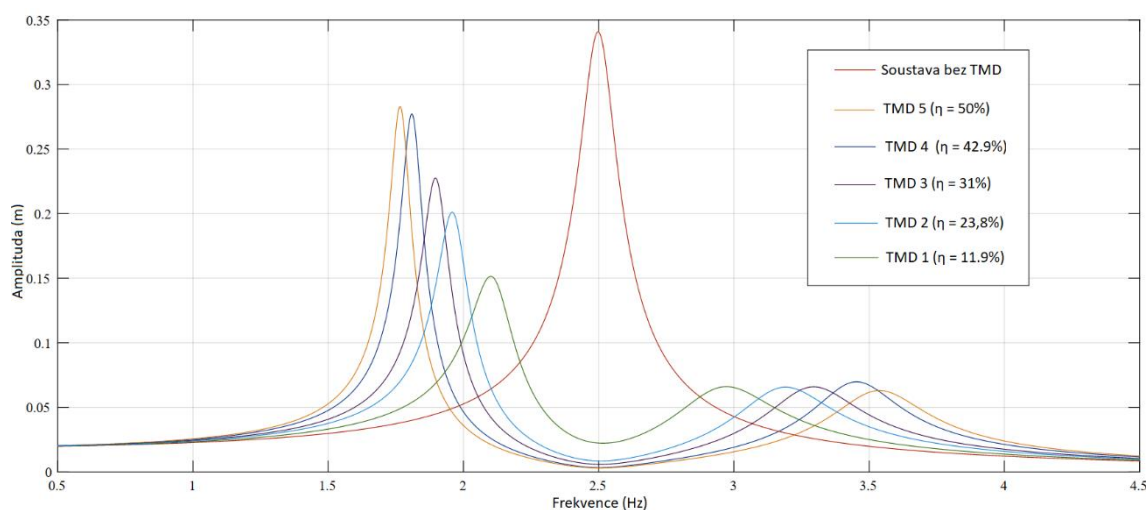
$$\mu = \frac{m_d}{m_s} = 42,9 \% \quad (62)$$

Stejný postup byl zvolen také u všech zbývajících variant TMD, které je možné najít v tabulce 3 na následující straně (strana 56). U každé vytvořené varianty dynamického tlumiče vibrací byl také určen jeho tlumicí koeficient, při jeho měření se postupovalo totožně, jako v předchozí kapitole 4.1.1, kdy byl experimentálně určen tlumicí koeficient primárního systému pomocí metody logaritmického dekrementu (strana 44 a 45).

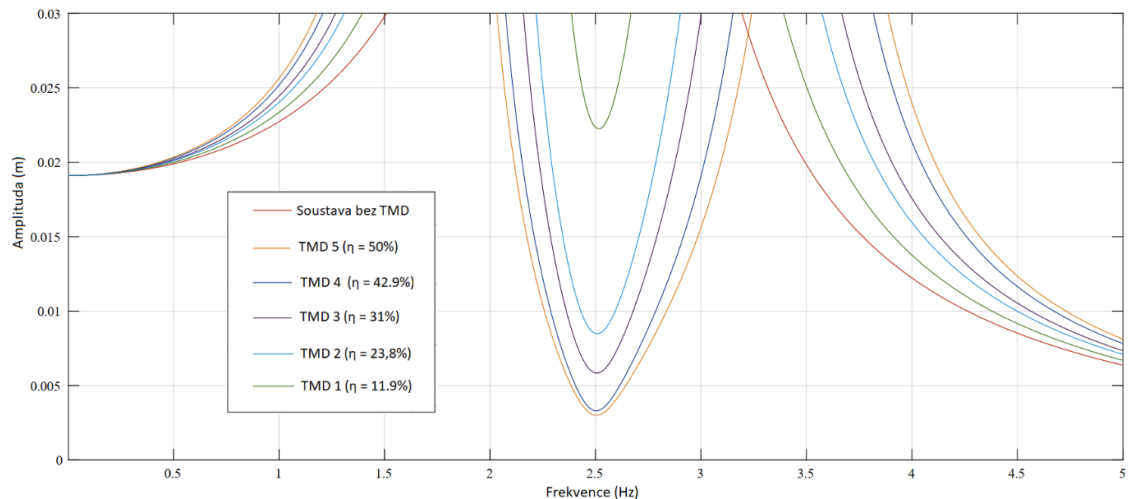
**Tabulka 3:** Tabulka ukazující návrhy odzkoušených dynamických tlumičů vibrací a jejich parametry

	Popis	Značení	Hodnota	Jednotka
TMD 1	Hmotnost TMD	$m_d$	0,06	[kg]
	Tuhost TMD	$k_d$	15	[N/m]
	Hmotnostní poměr	$\mu$	11,9	[%]
	Tlumící koeficient TMD	$b_d$	0,136	[Ns/m]
TMD 2	Hmotnost TMD	$m_d$	0,122	[kg]
	Tuhost TMD	$k_d$	30	[N/m]
	Hmotnostní poměr	$\mu$	23,8	[%]
	Tlumící koeficient TMD	$b_d$	0,198	[Ns/m]
TMD 3	Hmotnost TMD	$m_d$	0,158	[kg]
	Tuhost TMD	$k_d$	39	[N/m]
	Hmotnostní poměr	$\mu$	31	[%]
	Tlumící koeficient TMD	$b_d$	0,237	[Ns/m]
TMD 4	Hmotnost TMD	$m_d$	0,219	[kg]
	Tuhost TMD	$k_d$	54	[N/m]
	Hmotnostní poměr	$\mu$	42,9	[%]
	Tlumící koeficient TMD	$b_d$	0,264	[Ns/m]
TMD 5	Hmotnost TMD	$m_d$	0,255	[kg]
	Tuhost TMD	$k_d$	63	[N/m]
	Hmotnostní poměr	$\mu$	50	[%]
	Tlumící koeficient TMD	$b_d$	0,306	[Ns/m]

Porovnání jednotlivých TMD z tabulky 3 pak můžeme vidět v amplitudo-frekvenční charakteristice na obrázku 44, která byla sestavena na základě výše odvozených rovnic v této kapitole. Na obrázku 45 pak můžeme vidět detailnější přiblížení oblasti v okolí frekvence 2.5 Hz.



**Obrázek 44:** Amplitudo-frekvenční charakteristika porovnávající navržené TMD



**Obrázek 45:** Amplitudo-frekvenční charakteristika ukazující detailnější pohled do rezonanční oblasti.

Z obrázku 44 působí dynamická odezva soustavy s TMD 1 poměrně uspokojivě, při testování TMD 1 na fyzickém modelu ovšem velice často docházelo k tomu, že pružina vyskočila z háčku, kterým byla zavěšena k primární struktuře. Příčinou bylo to, že se pružina dynamického tlumiče při pohybu směrem k tlumené struktuře již nemohla více zkrátit, závaží TMD se ovšem chtělo pohybovat dále směrem nahoru. Vibrace primární struktury v důsledku tohoto problému nebyly téměř vůbec tlumeny. Rozdíl v chování soustavy je dle mého názoru jednoznačně způsoben tím, že uvažujeme zjednodušený matematický model.

V případě TMD 2 již k tomuto problému nedocházelo, výchylky primárního systému byly ovšem stále výrazné. Při testování TMD 3 se již dosáhlo poměrně dobrého výsledku, TMD 4 ovšem ztlumilo vibrace primární struktury ještě lépe.

Posledním testovanou verzí bylo TMD 5, která dle obrázku 45 tlumila vibrace primární struktury nejlépe, při odzkoušení na fyzickém modelu byly jeho výsledky ovšem trochu horší, než v případě TMD 4, ale zároveň lepší než v případě TMD 3. Myslím si, že hmotnostní poměr o hodnotě 50% již začal způsobovat změnu vlastní frekvence primární struktury (posouvat ji na nižší frekvence), díky čemuž se míra tlumení vibrací začala trochu zhoršovat.

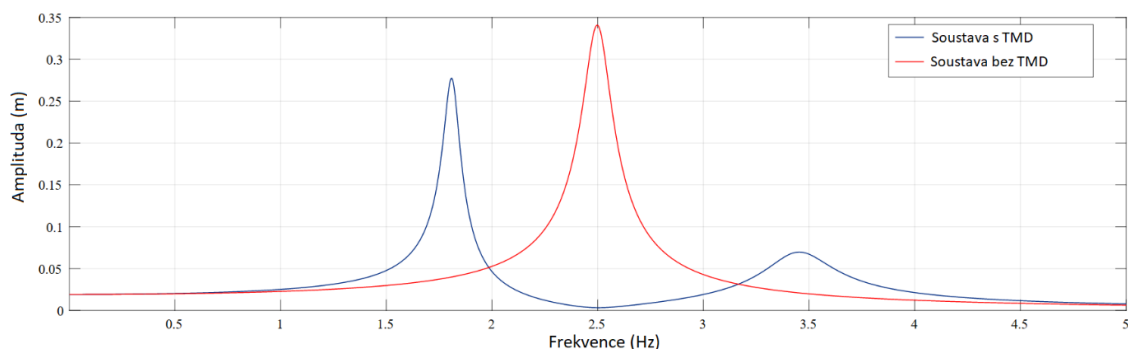
Z obrázku 44 a 45 jde vypořádat, že se zvětšujícím se hmotnostním poměrem se zlepšuje schopnost TMD tlumit vibrace, je důležité si ovšem uvědomit, že existují nějaké limity, o kterých pojednávala kapitola 3.3.1. Při testování dynamických tlumičů vibrací z tabulky 3 na fyzickém modelu se potvrdilo také to, že s rostoucím hmotnostním poměrem se zvyšovaly výchylky systému v oblasti mezi 1.5 Hz a 2 Hz (obrázek 44), úkolem byla ovšem co největší eliminace vibrací v oblasti vlastní frekvence.

Na základě experimentů na fyzickém modelu byl tedy pro ztlumení vibrací primárního systému vybrán TMD 4, jelikož s ním měla primární soustava nejmenší výchylky v oblasti vlastní frekvence.

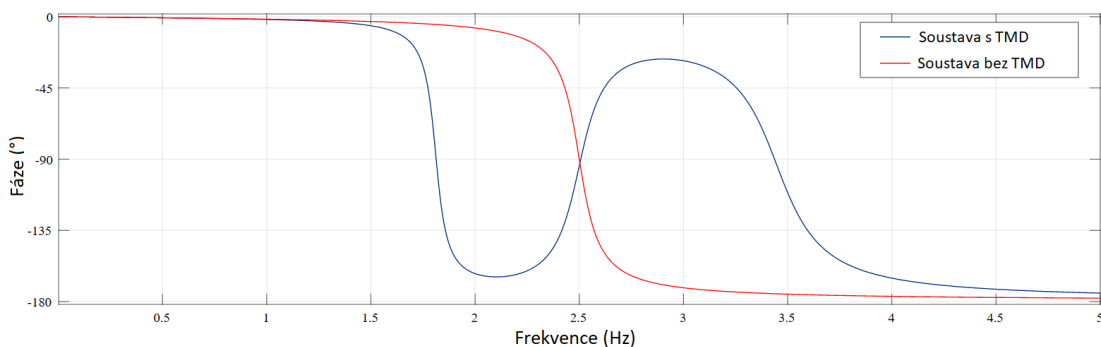
## Dynamická odezva primární soustavy s navrženým dynamickým tlumičem vibrací:

Dynamickou odezvu primární soustavy s dynamickým tlumičem vibrací na budící sílu nám demonstrují následující obrázky. Na obrázku 46 je ukázána amplitudo-frekvenční charakteristika, soustava bez TMD je zde červeně a soustava s TMD modře. Dále je zde fázově-frekvenční charakteristika (obrázek 47), na které je soustava bez TMD opět červeně a s TMD modře. Obrázek 48 ukazuje závislost výchylky systému na čase, soustava bez TMD je zde červeně a s ním modře. Obrázek 49 pak ukazuje opět závislost výchylky na čase, tentokrát je zde ovšem porovnání výchylky primární struktury (opět modře) a výchylky dynamického tlumiče vibrací (zeleně).

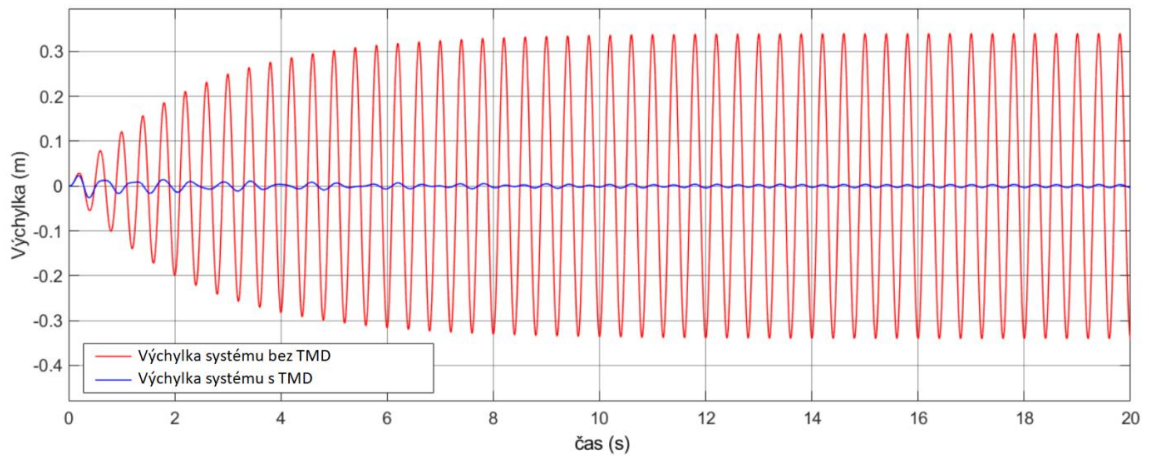
Parametry použitého dynamického tlumiče vibrací jsou k vidění v tabulce 3 v kolonce TMD 4.



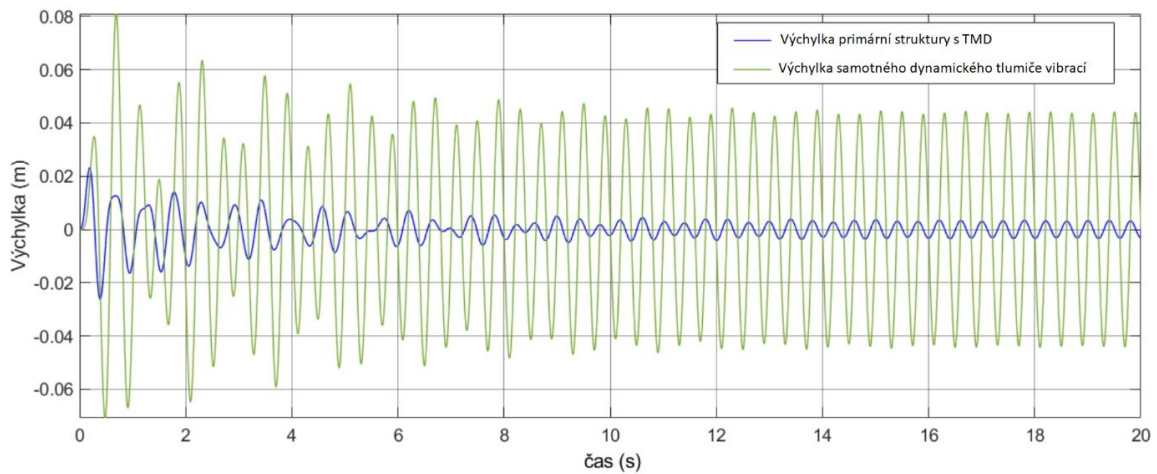
**Obrázek 46:** Amplitudo-frekvenční charakteristika, na které je vyobrazen systém bez TMD (červeně) a s ním (modře)



**Obrázek 47:** Fázově-frekvenční charakteristika, soustava s TMD je zde modře a bez ní červeně



**Obrázek 48:** Závislost výchylky na čase, výchylka primární soustavy bez TMD je zde červeně, výchylka soustavy s TMD pak modře



**Obrázek 49:** Závislost výchylky na čase, výchylka primární soustavy je zde modře a výchylka samotného dynamického vibrací je zde zeleně

## 4.2 Fyzický model

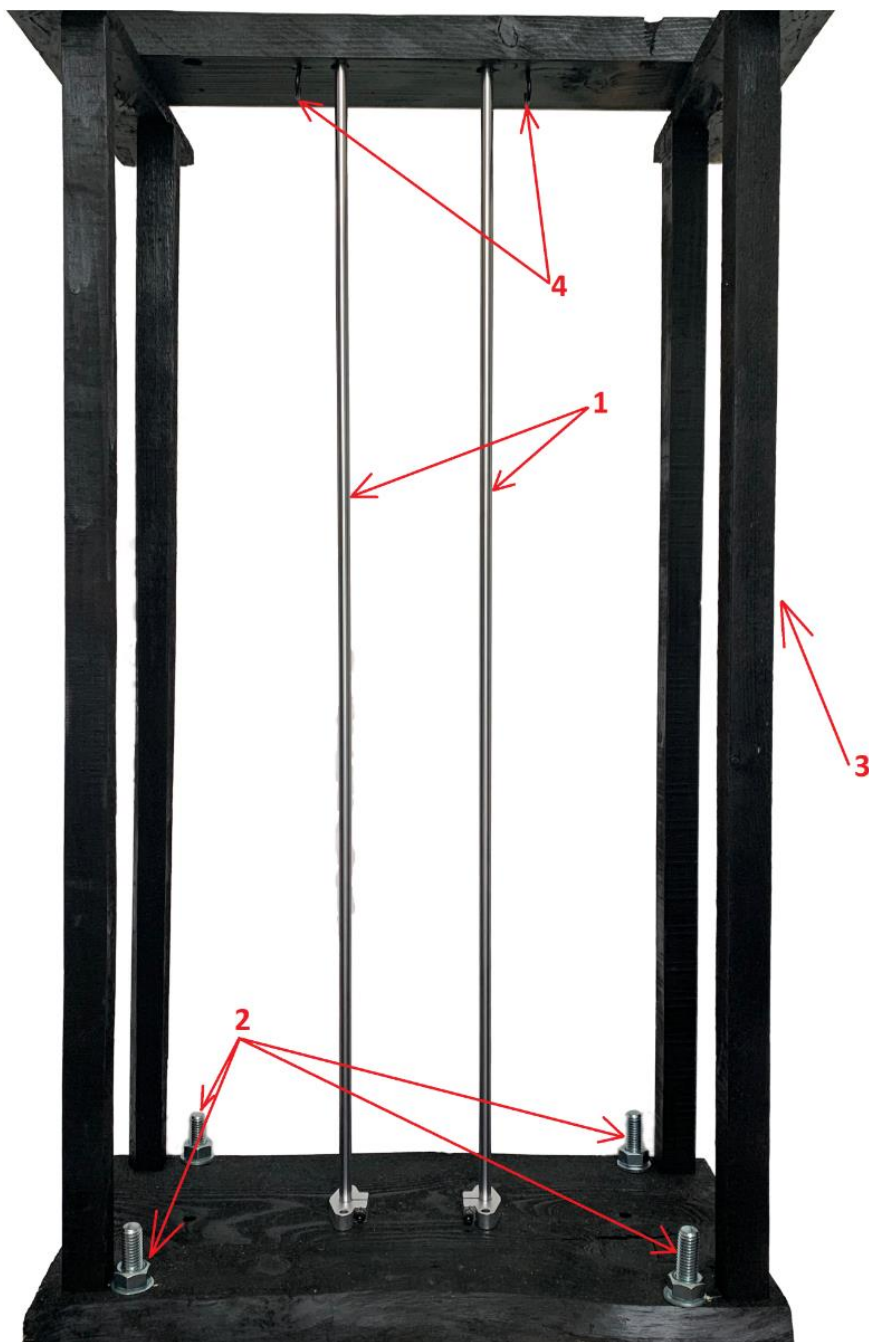
Cílem fyzického modelu bylo zkonstruování soustavy s dynamickým tlumičem vibrací, která je schematicky znázorněna na obrázku 42. Aby bylo docíleno toho, že se budou primární struktura a TMD pohybovat pouze ve vertikálním směru, model obsahuje pojezdové tyče. Tlumená soustava a TMD pak mají lineární kuličková ložiska, díky kterým se po tyčích pohybují.

Na obrázku 50 je ukázána pouze konstrukce bez TMD a primární soustavy. Jednotlivá čísla znázorňují následující části modelu:

- 1: Pojezdové tyče o průměru 8 mm, sloužící k zajištění translačního pohybu soustavy
- 2: Šrouby, které slouží k stabilizaci rámu modelu. Měněním polohy matice na šroubu je pak možné měnit náklon nosné konstrukce a tím i celého modelu. Druhá strana šroubu pod deskou nejde na obrázku vidět.

**3:** Nosná konstrukce, která má 79,5 cm na výšku a 44 cm na šířku. Na její výrobu bylo z důvodu snadné dostupnosti použito dřevo.

**4:** Háčky k uchycení pružin primární soustavy.



**Obrázek 50:** Nosná konstrukce modelu s pojezdovými tyčemi.

Na obrázku 51 je ukázána konstrukce z obrázku 50, ale s přidanou primární soustavou, jejíž vibrace se budeme snažit tlumit. Její parametry jsou zvoleny tak, aby při buzení docházelo k jejímu kmitání v oblasti vlastní frekvence, při návrhu parametrů se tedy postupovalo dle vztahů 19, 20 a 21 na straně 46.

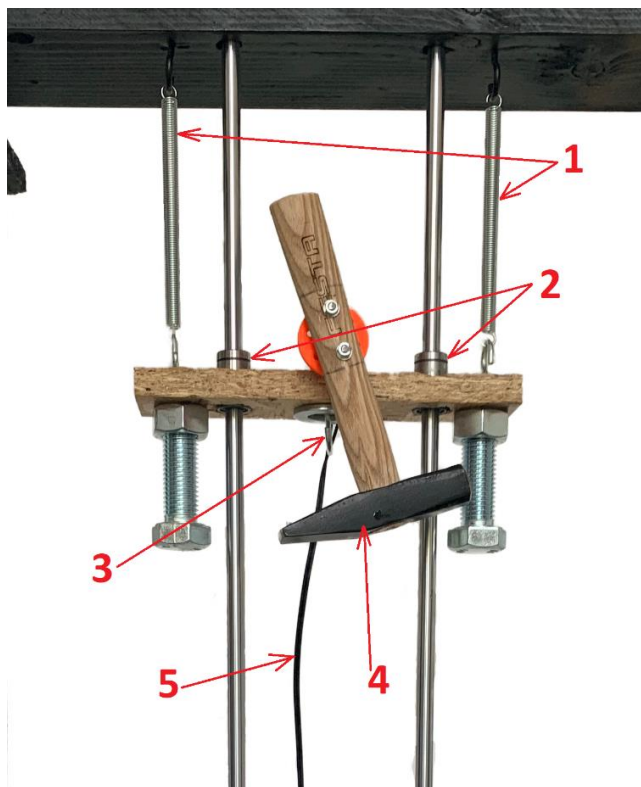


**Obrázek 51:** Model primární struktury uchycený v nosné konstrukci

Primární soustava má celkovou hmotnost 0,511 kg a je rozkmitávána rotujícím kladivem, které je poháněno 12V stejnosměrným motorem, který se točí rychlostí 150 ot/min, můžeme ho vidět na obrázku 53. Regulace otáček motoru je pak realizována prostřednictvím regulátoru rychlosti PWM stejnosměrného napětí v rozsahu 5V-30V, viz obrázek 54.

Na obrázku 52 je pak ukázána samotná primární soustava, jednotlivá čísla zde mají následující význam:

- 1: Pružiny primární struktury o celkové tuhosti 126 N/m (jedna pružina má tuhost 63 N/m).
- 2: Lineární kuličková ložiska, sloužící k translačnímu pohybu po pojezdových tyčích.
- 3: Háček k uchycení pružiny dynamického tlumiče vibrací.
- 4: Rotující hmotnost, díky které je soustava uvedena do pohybu, její váha je 0,122 kg.
- 5: Napájení motorku.



Obrázek 52: Popis částí modelu primární struktury



Obrázek 53: 12V DC motor. Převzato z [37]



Obrázek 54: Regulátor rychlosti PWM stejnosměrného napětí v rozsahu 5V-30V. Převzato z [38]

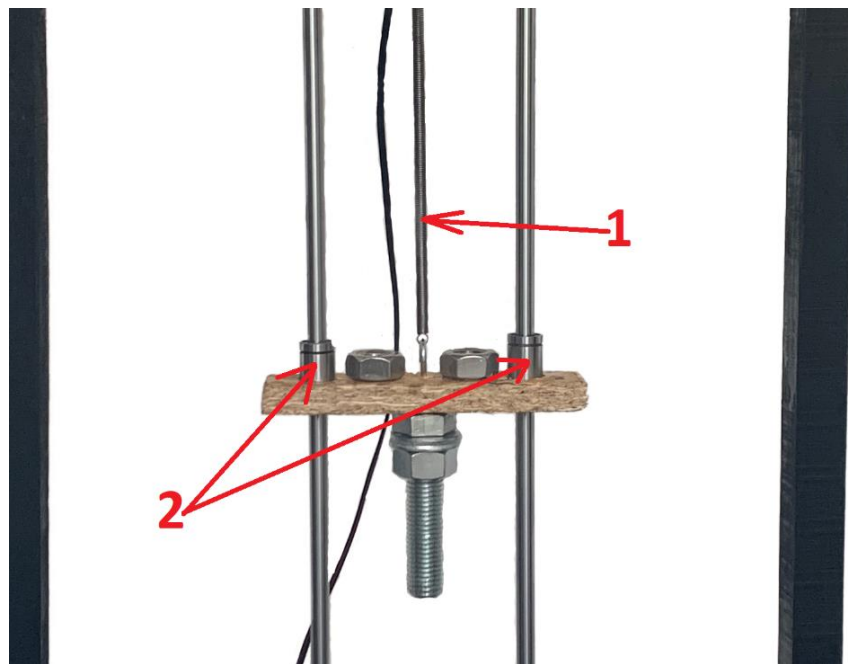
Na obrázku 55 je možné vidět celý model včetně dynamického tlumiče vibrací. Návrh TMD pro zatlumení vibrací této konstrukce byl již popsán v kapitole 4.1.2 na stranách 54,55,56 a 57. Jeho váha je 0,219 kg a tuhost pružiny je 54 N/m.



**Obrázek 55:** Nosná konstrukce s modelem dynamického tlumiče vibrací, který je uchycen k primární soustavě

Na obrázku 56 pak můžeme vidět samotný dynamický tlumič vibrací, jednotlivá čísla zde znázorňují následující:

- 1: Pružina dynamického tlumiče vibrací o tuhosti 54 N/m.
- 2: Kuličková ložiska, zajišťující translační pohyb dynamického tlumiče vibrací na pojezdových tyčích.



**Obrázek 56:** Popis částí modelu dynamického tlumiče vibrací

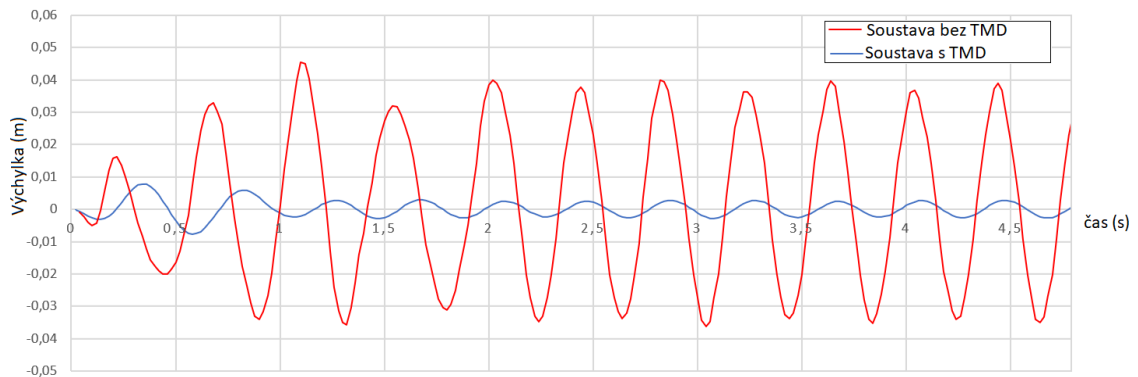
Na modelu je možné velice pěkně demonstrovat vliv změny jednotlivých parametrů TMD na výsledné tlumení vibrací konstrukce. Změna hmotnosti TMD jde jednoduše realizovat dodáním či odebráním matic, které jsou umístěny na šroubu. Jelikož je pružina připevněna pouze na háčcích, poukázat na vliv změny tuhosti také není problém. Vzhledem k tomu, že je primární soustava konstruována úplně stejným způsobem, lze pak jednoduše ověřit závěry z kapitoly 3.1.1, kde se pojednávalo o možnosti útlumu vibrací jen změnou hmotnosti či tuhosti primární konstrukce.

### **Měření na fyzickém modelu:**

Na obrázku 57 je možné vidět závislost výchylky primárního systému na čase. Soustava bez dynamického tlumiče vibrací je zde znázorněna červeně a soustava s navrženým dynamickým tlumičem vibrací modře. Při měření byla snímána hodnota výchylky soustavy každých 0,02 sekundy.

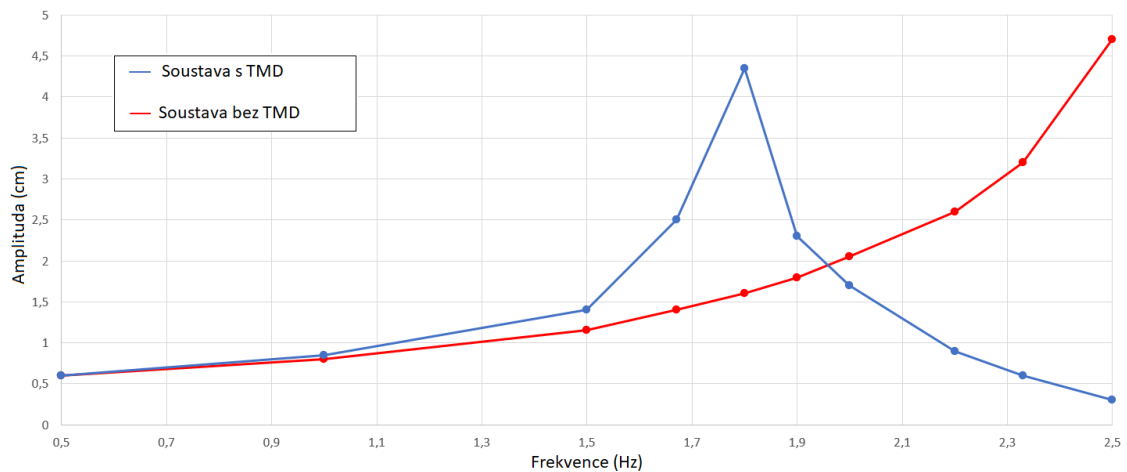
V případě soustavy bez TMD docházelo těsně po spuštění motorku velice často k tomu, že byly vybuzeny takové vibrace, díky kterým docházelo k mírnému nadskočení soustavy (při pohybu struktury směrem nahoru nemohly tažené pružiny již více zkrátit svoji délku). Toto lze pozorovat na obrázku 57 v časovém úseku od 1 do 1,5 sekundy (červená čára). V ustáleném stavu je pak největší naměřená výchylka 4,05 cm. Při oscilaci soustavy s přidáním dynamickým tlumičem vibrací již k výše zmíněnému problému nedocházelo, hodnoty výchylek v ustáleném stavu se pak pohybovaly v rozmezí od 2,5 do 3 milimetru.

Za ustálený stav je zde považován takový stav, kdy již nebyly pozorovány výrazné změny hodnot výchylek.



**Obrázek 57:** Závislost výchylky primární struktury fyzického modelu na čase. Soustava bez TMD je zde červeně a sním modře.

Dále byla sestavena amplitudo-frekvenční charakteristika, kterou je možné vidět na obrázku 58. Soustava bez dynamického tlumiče vibrací je zde červeně a s TMD modře. Použité hodnoty, díky kterým byl graf sestaven je pak možné vidět v tabulce 4. Amplitudo-frekvenční charakteristika končí hodnotou 2,5 Hz, jelikož použitý motorek má maximálně 150 ot/min, proto nebylo možné zjistit, jak se bude soustava chovat při vyšších frekvencích.



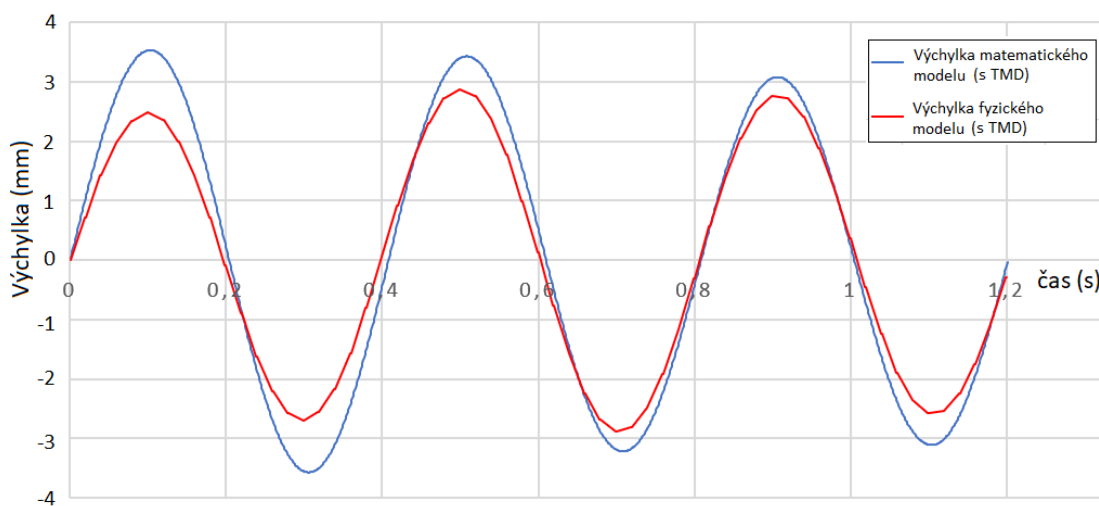
**Obrázek 58:** Amplitudo-frekvenční charakteristika fyzického modelu. Soustava bez TMD je zde červeně a sním modře.

**Tabulka 4:** Naměřené hodnoty pro sestavení amplitudo-frekvenční charakteristiky fyzického modelu.

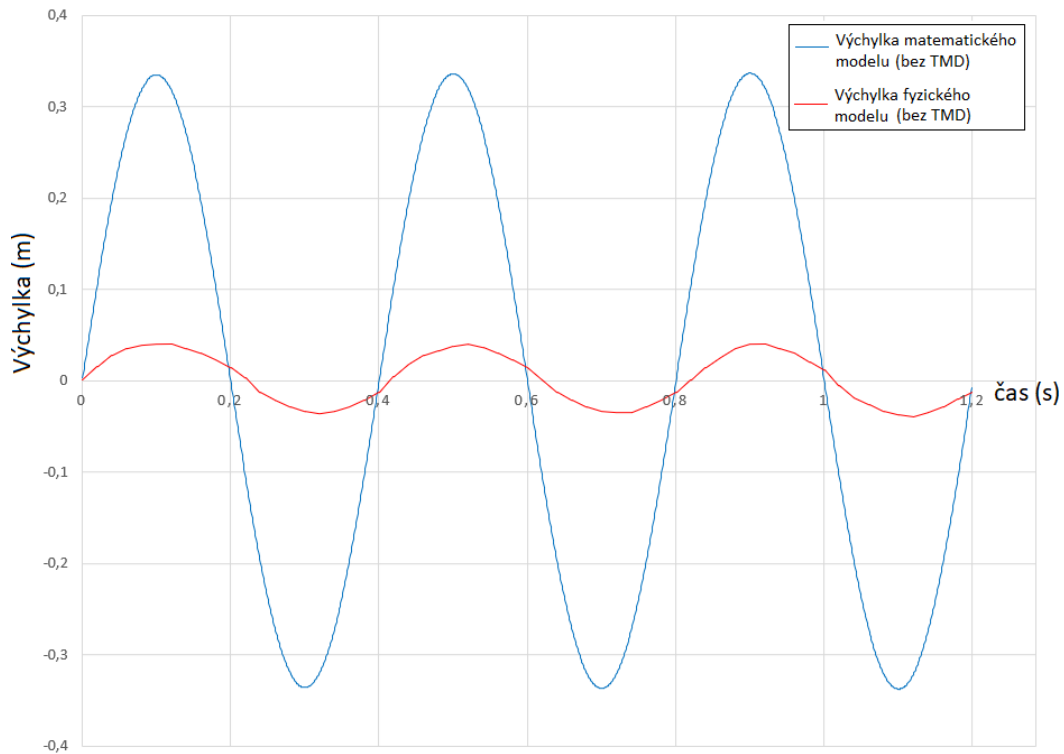
Otáčky [ot/min]	Frekvence [Hz]	Soustava bez TMD	Soustava s TMD
		Amplituda [cm]	Amplituda [cm]
30	0,5	0,6	0,6
60	1	0,8	0,9
90	1,5	1,2	1,4
100	1,67	1,4	2,5
108	1,8	1,6	4,4
114	1,9	1,8	2,3
120	2	2,1	1,7
130	2,2	2,6	0,9
140	2,33	3,2	0,6
150	2,5	4,7	0,3

### 4.3 Porovnání matematického a fyzického modelu

Porovnání výchylek obou modelů jsou ukázána na obrázcích 59 a 60, výchylka matematického modelu je znázorněna modrou barvou a výchylka fyzického modelu červenou barvou. Na obrázku 60 je porovnání soustav bez TMD, obrázek 59 pak ukazuje srovnání jednotlivých modelů s dynamickým tlumičem vibrací. Pro porovnávání byly v grafech použity výchylky systémů v ustáleném stavu, za ustálený stav je zde opět považován takový stav, kdy již nebyly pozorovány výrazné změny hodnot výchylek (osa na které je vyobrazen čas je zde pouze orientační, grafy v tomto případě v  $t = 0$  nezačínají).



**Obrázek 59:** Porovnání výchylek fyzického modelu (červeně) a matematického modelu (modře).  
Soustava s TMD

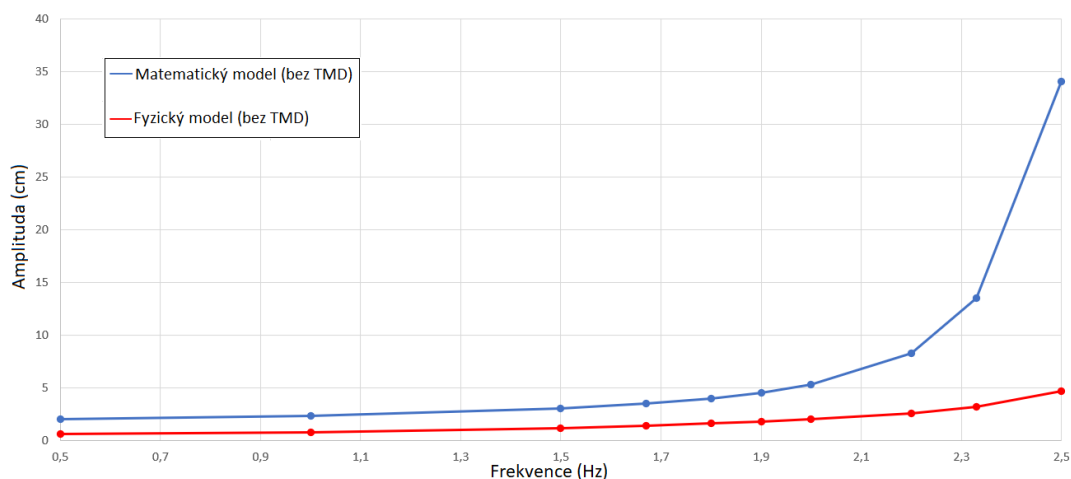


**Obrázek 60:** Porovnání výchylek fyzického modelu (červeně) a matematického modelu (modře).  
Soustava bez TMD.

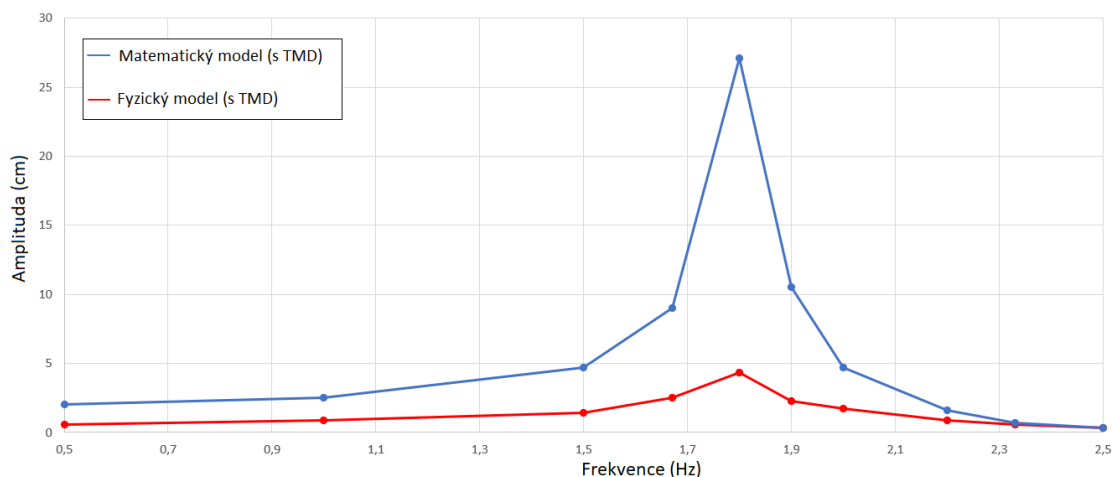
Pokud se zaměříme na obrázek 60, tak lze vidět, že rozdíl mezi matematickým a fyzickým modelem je poměrně výrazný. V případě matematického modelu se hodnoty výchylek pohybovaly někde mezi 33,8 a 34 centimetru. U fyzického modelu pak mají naměřená data hodnoty v rozmezí od 3,64 do 4,05 centimetru. Za vinou dle mého názoru stojí zjednodušený matematický model, který neuvažuje reálné vlivy a počítá s ideálními podmínkami, pro fyzický model by bylo například nemožné se při oscilaci pohybovat s větší výchylkou, než 4,8 centimetru, jelikož zde narážíme na limitaci ze strany pružin. Dále zde mohla sehrát roli také nejistota měření při konstrukci fyzického modelu.

V případě porovnání soustav s přidáním dynamickým tlumičem vibrací (obrázek 59) již byly výsledky uspokojivé. Hodnoty výchylek matematického modelu se dle dat ze Simulinku pohybují mezi 2,9 a 3,5 milimetru. V případě fyzického modelu jsou pak hodnoty na základě měření v rozmezí od 2,51 do 3 milimetru. Průměrná výchylka je tedy o něco menší u fyzického modelu. Pokud se zaměříme na obrázky 49 (matematický model) a 57 (fyzický model), kde je možné vidět výchylky jednotlivých modelů s TMD i mimo ustálený stav, tak zjistíme, že největší výchylka matematického modelu byla okolo 2,4 cm, k ustálení systému pak došlo za přibližně 11 sekund, v případě fyzického modelu měla pak největší výchylka velikost 0,8 cm, k ustálení pak došlo za přibližně 1 sekundu. Fyzický model má tedy těsně po spuštění o poznání menší výchylky primárního systému, k ustálení u něj pak dojde výrazně rychleji než u matematického modelu, v ustáleném stavu se pak výchylky modelů již moc neliší.

Na obrázcích 61 a 62 pak můžeme vidět porovnání amplitudo-frekvenčních charakteristik jednotlivých modelů, výchylka matematického modelu je zde opět znázorněna modrou barvou a výchylka fyzického modelu červenou barvou. Grafy nepokračují za hodnotu 2,5 Hz, jelikož se motorek fyzického modelu nemůže točit rychleji, než 150 ot/min, při vyšších frekvencích by tedy nebylo možné dynamické odezvy jednotlivých modelů porovnat. Použité hodnoty pro sestavení grafů na obrázcích 61 a 62 jsou pak v tabulkách 5 a 6.



**Obrázek 61:** Porovnání amplitudo-frekvenčních charakteristik matematického modelu (modře) a fyzického modelu (červeně). Soustava bez TMD.



**Obrázek 62:** Porovnání amplitudo-frekvenčních charakteristik matematického modelu (modře) a fyzického modelu (červeně). Soustava s TMD.

**Tabulka 5:** Hodnoty použité pro sestavení grafu, který porovnává amplitudo-frekvenční charakteristiky sestavených modelů (bez TMD).

Frekvence [Hz]	Amplituda soustavy bez TMD [cm]	
	Fyzický model	Matematický model
0,5	0,6	2
1	0,8	2,3
1,5	1,2	3
1,67	1,4	3,5
1,8	1,6	4
1,9	1,8	4,5
2	2,1	5,3
2,2	2,6	8,3
2,33	3,2	13,5
2,5	4,7	34,1

**Tabulka 6:** Hodnoty použité pro sestavení grafu, který porovnává amplitudo-frekvenční charakteristiky sestavených modelů (s TMD).

Frekvence [Hz]	Amplituda soustavy s TMD [cm]	
	Fyzický model	Matematický model
0,5	0,6	2
1	0,9	2,5
1,5	1,4	4,7
1,67	2,5	9
1,8	4,4	27,1
1,9	2,3	10,5
2	1,7	4,7
2,2	0,9	1,6
2,33	0,6	0,7
2,5	0,3	0,35

Z obrázků 61 a 62 lze vypožorovat, že matematický a fyzický model se až na rozdílné hodnoty amplitud chovají velice podobně, u fyzického modelu je tedy například přítomna poměrně výrazná rezonanční oblast v okolí frekvence 1,8 Hz, stejně jako u matematického modelu. Jak již bylo zmíněno, rozdíly v amplitudách mohou být způsobeny zjednodušeními, které jsou vneseny do matematického modelu.

## 5 ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo provést rešerši principu dynamického tlumiče vibrací a jeho využití v inženýrské praxi, následně měly být získané poznatky využity pro tvorbu výpočtového modelu zvolené mechanické soustavy a implementaci vhodně navrženého dynamického tlumiče vibrací pro zatlumení nežádoucích vibrací. Součástí práce bylo také vytvoření přípravku využitelného ve výuce, který bude demonstrovat jeho funkci.

První část práce je věnována současnému stavu poznání dynamických tlumičů vibrací. Nejprve je zde vysvětleno, co to je rezonance, proč je pro mechanické soustavy nebezpečná a jakými způsoby je možné redukovat nežádoucí vibrace. Dále je zde popsán princip funkce dynamického tlumiče vibrací, jeho vhodné umístění v konstrukci a návrh jednotlivých parametrů TMD. Následně jsou dynamické tlumiče vibrací rozděleny jak podle typu jejich konstrukce (Translační TMD, Kyvadlový TMD, Bidirectional TMD), tak podle toho, jakým způsobem řídí tlumení vibrací (Pasivní TMD, Semi-aktivní TMD, Aktivní TMD). V poslední části rešerše je pak ukázáno využití dynamických tlumičů vibrací na příkladech z praxe, jedním z nich by mohla být například aplikace kyvadlového TMD v mrakodrapu Taipei 101.

Druhá část práce popisuje tvorbu matematického a fyzického modelu soustavy s dynamickým tlumičem vibrací. Nejprve je zde popsána mechanická soustava s jedním stupněm volnosti buzená rotující hmotou, je odvozena její pohybová rovnice a jsou pomocí MATLABU a Simulinku sestaveny grafy, které reprezentují její dynamickou odezvu na budící sílu. Následně je pak k soustavě přidán dynamický tlumič vibrací a popsán postup při návrhu jeho parametrů. Pro soustavu s TMD jsou následně odvozeny pohybové rovnice a vykresleny grafy, ve kterých lze vidět porovnání dynamické odezvy primární soustavy na budící sílu s dynamickým tlumičem vibrací a bez něj. V oblasti vlastní frekvence, kterou se snažíme tlumit, se amplituda vibrací snížila z původních 34,1 cm na pouhých 0,35 cm, vznikly ovšem dvě nové rezonanční oblasti, jedna v okolí frekvence 1,8 Hz s amplitudou 27,1 cm a druhá v okolí frekvence 3,4 Hz s amplitudou 6,8 cm. Dále je popsán fyzický model, který byl sestaven tak, aby se jeho parametry shodovali s parametry matematického modelu. Na základě měření pak byla vykreslena jeho dynamická odezva (amplituda soustavy bez TMD byla 4,7 cm, s TMD pak 0,3 cm).

Druhá část bakalářské práce je následně ukončena porovnáním matematického a fyzického modelu. Při porovnání bylo zjištěno, že se poměrně výrazně liší výchylky soustav bez dynamického tlumiče vibrací, rozdíly jsou dle mého názoru způsobeny díky zjednodušenému matematickému modelu, který neuvažuje reálné vlivy a počítá s ideálními podmínkami (pro fyzický model by bylo například nemožné se při oscilaci pohybovat s větší výchylkou, než 4,8 centimetru, jelikož zde narážíme na limitaci ze strany pružin), dále mohly sehrát roli také nepřesnosti měření při konstrukci fyzického modelu. V případě porovnání výchylek primárních soustav s přidáním dynamický tlumiče vibrací již bylo dosaženo poměrně dobrého výsledku.

Jsou zde porovnány také amplitudo-frekvenční charakteristiky jednotlivých modelů, ale pouze do hodnoty frekvence 2,5 Hz, jelikož je motorek fyzického modelu omezen jeho rychlostí otáčení. Při porovnání amplitudo-frekvenčních charakteristik soustav s TMD bylo zjištěno, že u fyzického modelu je stejně jako v případě matematického modelu přítomna výrazná rezonanční oblast v okolí frekvence 1,8 Hz.

## 6 CITOVANÁ LITERATURA

- [1] *Vlastní frekvence a buzené kmitání* [online]. [vid. 2023-04-03]. Dostupné z: <http://home.zcu.cz/~formanek/mmvyuka/Data/kmitani/uvod.htm>
- [2] CTIRAD KRATOCHVÍL a JAROMÍR SLAVÍK. *Mechanika těles - Dynamika*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3446-2.
- [3] DOUGLAS THORBY. *Structural Dynamics and Vibration in Practice* [online]. B.m.: Elsevier, 2008. ISBN 9780750680028. Dostupné z: doi:10.1016/B978-0-7506-8002-8.X0001-6
- [4] *Bill Baker interview: Building the world's tallest skyscraper, the Burj Khalifa* [online]. [vid. 2023-04-10]. Dostupné z: <https://newatlas.com/william-baker-interview-burj-khalifa/50751/>
- [5] *Tuned Mass Damper (TMD) - Flow Engineering* [online]. [vid. 2023-02-01]. Dostupné z: <https://flow-engineering.com/tuned-mass-dampers-tmd/>
- [6] *DEICON | Tuned Damping of Structures using Tuned Mass Dampers* [online]. [vid. 2023-04-10]. Dostupné z: <https://deicon.com/solutions/tuned-mass-dampers/>
- [7] FIEBIG, Wiesław. Reduction of vibrations of pedestrian bridges using Tuned Mass Dampers (TMD). In: *Archives of Acoustics* [online]. 2010, s. 165–174. ISSN 01375075. Dostupné z: doi:10.2478/v10168-010-0015-3
- [8] SALEHIZIARANI, Arian a Reza KARAMI MOHAMMADI. Optimisation of the mass and damping ratio of the tuned mass damper. *Australian Journal of Structural Engineering* [online]. 2019, **20**(3), 188–197. ISSN 13287982. Dostupné z: doi:10.1080/13287982.2019.1622489
- [9] FRANS, R. a Y. ARFIADI. Parameters optimization of tuned mass damper using fast multi swarm optimization. In: *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* [online]. B.m.: IOP Publishing Ltd, 2020. ISSN 17551315. Dostupné z: doi:10.1088/1755-1315/419/1/012127
- [10] BEKDAŞ, Gebrail a Sinan Melih NIGDELI. Mass ratio factor for optimum tuned mass damper strategies. *International Journal of Mechanical Sciences* [online]. 2013, **71**, 68–84. ISSN 00207403. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijmecsci.2013.03.014
- [11] CONNOR, Jerome J a Simon LAFLAMME. *STRUCTURAL MOTION ENGINEERING*. 2014.
- [12] ELIAS, Said a Vasant MATSAGAR. Wind response control of tall buildings with a tuned mass damper. *Journal of Building Engineering* [online]. 2018, **15**, 51–60. ISSN 23527102. Dostupné z: doi:10.1016/j.jobee.2017.11.005

- [13] LOURENCO, Richard. *Design, Construction and Testing of an Adaptive Pendulum Tuned Mass Damper* [online]. nedatováno. Dostupné z: <https://www.researchgate.net/publication/267777870>
- [14] JI, Han-Rok, Yeong-Jong MOON, Chun-Ho KIM a In-Won LEE. *Structural vibration control using semiactive tuned mass damper* [online]. nedatováno. Dostupné z: <https://www.researchgate.net/publication/228577252>
- [15] OWJI, H. R., A. Hossain Nezhad SHIRAZI a H. Hooshmand SARVESTANI. A comparison between a new semi-active tuned mass damper and an active tuned mass damper. In: *Procedia Engineering* [online]. 2011, s. 2779–2787. ISSN 18777058. Dostupné z: doi:10.1016/j.proeng.2011.07.350
- [16] *DEICON | Floor Vibration Control Solutions | DIECON Dynamics & Controls* [online]. [vid. 2023-01-29]. Dostupné z: <https://deicon.com/solutions/tuned-mass-dampers/floor-vibration-control/>
- [17] *Tchaj-pej 101 – Wikipedie* [online]. [vid. 2023-04-12]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Tchaj-pej\\_101](https://cs.wikipedia.org/wiki/Tchaj-pej_101)
- [18] *Features | Taipei 101* [online]. [vid. 2023-04-12]. Dostupné z: <https://www.taipei-101.com.tw/en/observatory/feature/damper>
- [19] BAIG, Mirza Aamir. Control of Earthquake Induced Motions of Tall Buildings by Tuned Mass Damper Pushover Analysis of Steel Frame View project BENCHMARKING OF INDIAN SEISMIC CODE IS1893:2016 View project [online]. 2019. Dostupné z: doi:10.9790/9622-0907066979
- [20] *Citicorp Center engineering crisis - Wikipedia* [online]. [vid. 2023-02-18]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Citicorp\\_Center\\_engineering\\_crisis](https://en.wikipedia.org/wiki/Citicorp_Center_engineering_crisis)
- [21] *Dampers* [online]. [vid. 2023-02-18]. Dostupné z: <https://multitech-fr.com/en/dampers.html>
- [22] *Největší větrná elektrárna ČR (Rekordy a kuriozity - průmysl, technika) • Mapy.cz* [online]. [vid. 2023-04-13]. Dostupné z: <https://mapy.cz/zakladni?source=base&id=1923781&x=15.7990028&y=50.5026909&z=17>
- [23] SCHULZE, Andreas, János ZIERATH, Sven Erik ROSENOW, Reik BOCKHAHN, Roman RACHHOLZ a Christoph WOERNLE. Passive structural control techniques for a 3 MW wind turbine prototype. In: *Journal of Physics: Conference Series* [online]. B.m.: Institute of Physics Publishing, 2018. ISSN 17426596. Dostupné z: doi:10.1088/1742-6596/1037/4/042024
- [24] *DEICON | Tuned Mass Dampers and Frame Stiffening for a Medical Center Floor System | DEICON* [online]. [vid. 2023-02-16]. Dostupné z: <https://deicon.com/tuned-mass-dampers-frame-stiffening-medical-center-floor-system/>

- [25] *Damping Evaluation - Porter McGuffie, Inc* [online]. [vid. 2023-04-16].  
Dostupné z: <https://pm-engr.com/damping-evaluation-2/>
- [26] *Tuned Mass Damper\_Tuned Mass Damper\_Jiangsu ROAD Damping Technology CO., Ltd.* [online]. [vid. 2023-02-13]. Dostupné  
z: <http://en.roadjz.com/show.asp?id=18>
- [27] *differential equations - First to fifth order natural frequencies of a cantilever beam with known material constants - Mathematica Stack Exchange* [online]. [vid. 2023-04-30]. Dostupné  
z: <https://mathematica.stackexchange.com/questions/218819/first-to-fifth-order-natural-frequencies-of-a-cantilever-beam-with-known-materia>
- [28] ALMAZÁN, José L., Juan C. DE LA LLERA, José A. INAUDI, Diego LÓPEZ-GARCÍA a Luis E. IZQUIERDO. A bidirectional and homogeneous tuned mass damper: A new device for passive control of vibrations. *Engineering Structures* [online]. 2007, **29**(7), 1548–1560. ISSN 01410296. Dostupné  
z: doi:10.1016/j.engstruct.2006.09.005
- [29] ISAO NISHIMURA, I I, Takuji KOBORI, Mitsuo SAKAMOTO, Norihide KOSHIKA, Katsuyasu SASAKI a Satoshi OHRUI. *Active tuned mass damper*. 1992.
- [30] *Taipei 101 | Motioneering* [online]. [vid. 2023-02-18]. Dostupné  
z: <https://www.motioneering.ca/taipei-101>
- [31] *The mechanism and applications of a Tuned Mass Damper (TMD) | Brewer Smith Brewer Group* [online]. [vid. 2023-02-18]. Dostupné  
z: <https://bsbgroup.com/blog/the-mechanism-and-applications-of-tuned-mass-damper-tmd>
- [32] LEMESSURIER. *LeMessurier - John Hancock Tower* [online]. [vid. 2023-02-18]. Dostupné z: [https://www.lemessurier.com/john\\_hancock\\_tower](https://www.lemessurier.com/john_hancock_tower)
- [33] *John Hancock Tower – Wikipedie* [online]. [vid. 2023-02-18]. Dostupné  
z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/John\\_Hancock\\_Tower](https://cs.wikipedia.org/wiki/John_Hancock_Tower)
- [34] LEMESSURIER. *LeMessurier - Citigroup Center* [online]. [vid. 2023-02-18]. Dostupné z: [https://www.lemessurier.com/citigroup\\_center](https://www.lemessurier.com/citigroup_center)
- [35] *PROJECTEN - JAN LINZELVIADUCT DEN HAAG - ASK ROMEIN* [online]. [vid. 2023-02-19]. Dostupné z: <https://www.ask-romein.nl/project-detail/242/Jan-Linzelviaduct---Den-Haag/>
- [36] *GERB - Controle de Vibrações* [online]. [vid. 2023-02-19]. Dostupné  
z: <https://pt.gerb.com/?id=592&MP=503-1040>

- [37] *Stejnoseměrný motor s převodovkou DC 12V 300 RPM N20* | *dratek.cz* [online]. [vid. 2023-04-27]. Dostupné z: [https://dratek.cz/arduino/3099-stejnosmerny-motor-s-prevodovkou-dc-12v-300-rpm-n20.html?gclid=CjwKCAjwuqiiBhBtEiwATgvixJnQ4WtMpTMPQm\\_glka-QSmhdAh0S2BMEgVXQy8gQ72yuzvSNwsEgxoCtGIQAvD\\_BwE](https://dratek.cz/arduino/3099-stejnosmerny-motor-s-prevodovkou-dc-12v-300-rpm-n20.html?gclid=CjwKCAjwuqiiBhBtEiwATgvixJnQ4WtMpTMPQm_glka-QSmhdAh0S2BMEgVXQy8gQ72yuzvSNwsEgxoCtGIQAvD_BwE)
- [38] *Regulátor rychlosti PWM 5V-30V DC 5A* | *dratek.cz* [online]. [vid. 2023-04-27]. Dostupné z: <https://dratek.cz/arduino/2161-regulator-rychlosti-pwm-3v-35v-dc-5a.html>

## 7 SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK, SYMBOLŮ A VELIČIN

TMD: Tuned Mass Damper – dynamický tlumič vibrací

PTMD: Pendulum Tuned Mass Damper – kyvadlový dynamický tlumič vibrací

BTMD: Bidirectional Tuned Mass Damper

ATMD: Active Tuned Mass Damper – aktivní dynamický tlumič vibrací

$m_s$  [kg]: Hmotnost primárního systému

$k_s$  [N/m]: Tuhost pružiny primárního systému

$b_s$  [Ns/m]: Tlumicí koeficient primárního systému

$q_s$  [m]: Výchylka primárního systému

$\dot{q}_s$  [m/s]: Rychlost primárního systému

$\ddot{q}_s$  [m · s<sup>-2</sup>]: Zrychlení primárního systému

$\Omega_{0,s}$  [rad/s]: vlastní netlumená úhlová frekvence primárního systému

$\xi_s$  [-]: Poměrný útlum primárního systému

$\eta$  [-]: Činitel naladění

$\omega$  [rad/s]: Úhlová frekvence budící síly

$f$  [Hz]: Frekvence

$\delta$  [-]: Logaritmičtý dekrement

$\mu$  [-]: Hmotnostní poměr dynamického tlumiče vibrací

$m_d$  [kg]: Hmotnost dynamického tlumiče vibrací

$k_d$  [N/m]: Tuhost pružiny dynamického tlumiče vibrací

$b_d$  [Ns/m]: Tlumicí koeficient dynamického tlumiče vibrací

$q_d$  [m]: Výchylka dynamického tlumiče vibrací

$\dot{q}_d$  [m/s]: Rychlost dynamického tlumiče vibrací

$\ddot{q}_d$  [m · s<sup>-2</sup>]: Zrychlení dynamického tlumiče vibrací

$\Omega_{0,d}$  [rad/s]: vlastní netlumená úhlová frekvence dynamického tlumiče vibrací

$\xi_d$  [-]: Poměrný útlum dynamického tlumiče vibrací

$e$  [m]: Vzdálenost rotující hmoty od osy otáčení

$m_1$  [kg]: Hmotnost rotující hmoty

$n$  [ot/min]: otáčky motoru

$E_k$  [J]: Kinetická energie

$E_d$  [J]: Disipační energie

$E_p$  [J]: Potenciální energie

$A$  [-]: Matice systému

$B$  [-]: Matice vstupů (řízení)

$C$  [-]: Matice výstupů

$D$  [-]: Matice přímé vazby

$L$  [m]: Délka lana/prutu

$t$  [s]: čas