

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

ŘEŠENÍ KINEMATICKÝCH ÚLOH ROBOTA EPSON PROSIX C3

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

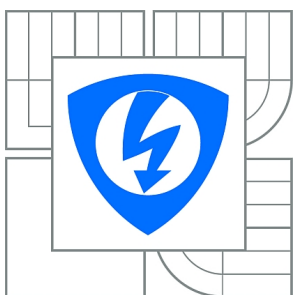
MARTIN ŠTÁBL

BRNO 2015



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ**

ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

ŘEŠENÍ KINEMATICKÝCH ÚLOH ROBOTA EPSON PROSIX C3

DIRECT AND INVERSE KINEMATICS OF ROBOT EPSON PROSIX C3

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

MARTIN ŠTÁBL

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. FRANTIŠEK ŠOLC, CSc.

BRNO 2015



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí techniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Automatizační a měřicí technika

Student: Martin Štábl

ID: 154888

Ročník: 3

Akademický rok: 2014/2015

NÁZEV TÉMATU:

Řešení kinematických úloh robota EPSON PROSIX C3

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Robot EPSON PROSIX C3 má být využit pro skenování 3D objektů pomocí laserové hlavičky.

1. Vyřešte přímou a inverzní úlohu kinematiky robota bez laserové hlavičky.
2. Pro dané umístění hlavičky na zápěstí robota vyřešte přímou a inverzní úlohu kinematiky robota s hlavičkou.
3. Pro oba případy vyhledejte singulární polohy systému.
4. Vhodným způsobem zdokumentujte chování systému v singulární poloze a v její blízkosti. Výpočty doplňte m.j. i výstižnými 3D ilustracemi.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] M. W. Spong and M. Vidyasagar, Robot dynamics and control. N.Y: J. Wiley, 1989.

Termín zadání: 9.2.2015

Termín odevzdání: 25.5.2015

Vedoucí práce: prof. Ing. František Šolc, CSc.

Konzultanti bakalářské práce:

doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá řízením robotického ramene EPSON, a to jak z pohledu přímé úlohy, tak i inverzní úlohy kinematiky. V práci jsou uvedeny postupy jak se tyto kinematické řetězce řeší s využitím znalosti homogenní transformace a Denavit-Hartenbergerovy notace. Následně jsou výsledky práce ověřeny pomocí programu MatLAB.

KLÍČOVÁ SLOVA

Kinematika, robotické rameno, homogenní transformace, přímá úloha kinematiky, inverzní úloha kinematiky, singularity

ABSTRACT

This work deal with controlling of robotic arm EPSON both in terms of forward and inverse kinematics. The work describes the procedures how these kinematic chains solved with using knowledge homogeneous transformation and Denavit-Hartengerg convention. Subsequently are the results of the work varified using program MatLAB.

KEYWORDS

Kinematics, robotic arm, homogeneous transformations, forward kinematics, inverse kinematic, singularities

ŠTÁBL, Martin *Řešení kinematických úloh robota EPSON PROSIX C3*: bakalářská práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav automatizace a měřicí techniky, 2015. 45 s. Vedoucí práce byl prof. Ing. František Šolc, CSc.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma „Řešení kinematických úloh robota EPSON PROSIX C3“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a/nebo majetkových a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

Brno

.....

(podpis autora)

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval rodině za podporu při tvorbě této práce a také vedoucímu bakalářské práce panu prof. Ing. Františku Šolcovi, Csc. za odborné vedení, konzultace, trpělivost a podnětné návrhy k práci.

Brno

.....

(podpis autora)

OBSAH

Úvod	9
1 Laboratorní robot EPSON Prosix C3	10
1.1 Struktura robota	10
1.2 Technické parametry	11
2 Laserová hlavice scanCONTROL	13
3 Homogenní transformace	15
4 Přímá úloha kinematiky	17
4.1 Denavit-Hartenbergova úmluva	17
5 Inverzní úloha kinematiky	20
5.1 Kinematická dekompozice	20
5.2 Singulární polohy systému	21
6 Přímá kin. úloha pro EPSON	23
6.1 Řešení v souladu s DH úmluvou	25
7 Inverzní kin. úloha pro EPSON	28
7.1 Sumarizace výsledků inverzní kinematiky	32
8 Rozšíření řešení pro umístění laserové hlavice	33
8.1 Rozšíření přímé kinematiky	33
8.2 Rozšíření inverzní kinematiky	34
9 Singularity robota EPSON	36
9.1 Singulární pozice ramene	36
9.2 Singulární pozice sférického zápěstí	40
10 Závěr	42
Literatura	43
Seznam symbolů, veličin a zkratk	44
A Obsah příloženého CD	45

SEZNAM OBRÁZKŮ

1.1	Laboratorní robot EPSON Prosix C3 [6]	10
1.2	Znázornění pracovní plochy robota s rozměry [6]	11
2.1	Pohled na model laserové hlavice [7]	13
2.2	Technický náčrt hlavice scanCONTROL 2750-100 [7]	14
4.1	Denavit-Hertenbergerová úmluva [3]	19
6.1	Kinematické schéma robota EPSON Prosix C3	23
6.2	Zvolené souřadnicové systémy ve všech kinematických uzlech dle DH	24
6.3	Ukázka volby souřadnic a získání parametrů dle DH	26
7.1	Rameno manipulátoru pro řešení inverzní kinematiky	28
7.2	Pohled na EPSON jako na planární manipulátor	30
8.1	Znázornění umístění laserové hlavice na robotu se souřadnými systémy (všechny rozměry v mm)	33
9.1	Singulární pozice ramene - limitní pozice [2]	36
9.2	Singulární pozice ramene [2]	37
9.3	Geometrický náčrt ramene robota	38
9.4	Singulární pozice sférického zápěstí [2]	40
9.5	Průběh kloubových proměnných v závislosti na posunu po přímce v rovnoběžné s osou y v blízkosti singulární polohy	41
9.6	Průběh úhlové rychlosti kloubů v závislosti na posunu po přímce v rovnoběžné s osou y v blízkosti singulární polohy	41

SEZNAM TABULEK

1.1	Přehled základních parametrů robota EPSON Prosix C3 [6]	12
2.1	Přehled základních rozměrů hlavice scanCONTROL 2750-100 [7]	13
6.1	DH parametry pro EPSON Prosix C3	25

ÚVOD

Zaměřením této práce je sériový laboratorní robot Prosix C3 firmy EPSON. Jedná se o robot se 6-ti stupni volnosti (**DoF** → počet stupňů volnosti – degrees of freedom), pro který jsou v této práci řešeny kinematické úlohy a polohy singularit.

V této práci budeme pracovat se specifickým robotem EPSON Prosix C3, a proto si tento robot přiblížíme po stránce technických parametrů. Vysvětlíme si některé základní pojmy používané v robotice, zvláště pojmy používané u řešení kinematických úloh.

Nesmíme zapomenout na základy reprezentace pohybu a rotace pomocí homogenních transformací. Ukáží homogenní transformace pro základní posuny a rotací, ze kterých se následně skládají složitější pohyby. Tyto transformace se použijí následně u řešení přímé kinematiky k zapsání relace mezi souřadnými systémy jednotlivých kinematických uzlů robota. Přímou kinematiku jako pojem si vysvětlíme a naznačíme jeho obecné řešení. Vysvětlíme si, jak může pomoci Denavit-Hertenbergerová úmluva zjednodušit nalezení transformace souřadných systémů pro přímou kinematickou úlohu a jak se používá tato notace v praxi, právě pro řešení přímé kinematiky sériových robotů. Tuto metodu si ukážeme právě proto, že patří mezi nejpoužívanější a použijeme ji u robota EPSON Prosix C3.

Dále se budeme věnovat problematice inverzní kinematiky, která má mnohem důležitější postavení než přímá kinematika. Je potřeba k určení způsobu pohybu robota po žádaných trajektoriích. Tato úloha je mnohem složitější k vyřešení a proto si ukážeme zjednodušující prostředek této úlohy, dekompozici, tedy rozdělení manipulátoru na menší části, pro které je inverzní kinematika samostatně řešena.

S inverzní kinematikou úzce souvisí singulární konfigurace robota. Singularity, jak se jím taky říká, jsou problematická místa v pracovním prostoru robota, ve kterých má manipulátor zvláštní chování. Pokusíme se najít všechny singulární pozice a vyřešit čím, budou pro řešení problematické, neboli co můžeme předpokládat za chování v těchto bodech.

U řešení přímé a inverzní kinematiky následně rozšíříme řešení pro laserovou skenovací hlavici scanCONTROL 2750-100, kterou budeme uchycovat na koncový efektor robota a používat ke skenování tímto robotem. Z katalogového listu [7] vypíšeme nejdůležitější parametry, které budou potřeba pro přímou a inverzní kinematiku. Obě dvě kinematické úlohy ukážeme, jak budeme řešit nastavbu výsledku o nový prvek v kinematickém řetězci.

1 LABORATORNÍ ROBOT EPSON PROSIX C3

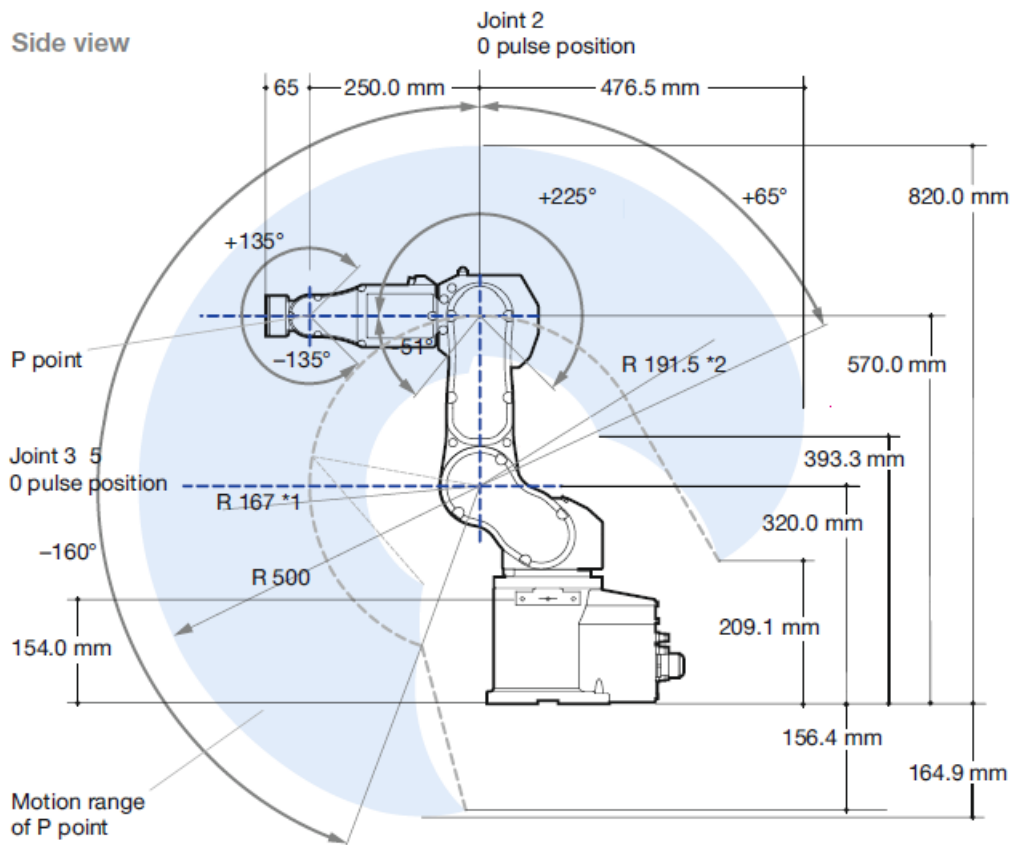
V této kapitole bych chtěl poukázat na vlastnosti stacionárního robota EPSON Prosix C3, kterým se tato práce zabývá. Roboty tohoto typu jsou v dnešní době hojně nasazovány v průmyslu, tam, kde je potřeba ušetřit místem, ulehčit namáhavou lidskou práci či tuto práci zkvalitnit (zpřesnit, zrychlit). Jejich výhodou je univerzálnost, to znamená, že můžeme změnit jeho chování pouhou změnou programu, jež robot řídí.



Obr. 1.1: Laboratorní robot EPSON Prosix C3 [6]

1.1 Struktura robota

Robot se skládá ze *základny robota*, což představuje pevnou část robota, která je stabilní a určující pro souřadný systém celého robota. Na té jsou pomocí různých kinematických prvků (*kloubů*) napojována *ramena*. Počet *kloubů* určuje stupeň volnosti robota, a následně s druhem kloubů a jejich rozsahem popisují celý *pracovní prostor* robota. *Pracovní prostor* je takový prostor, ve kterém robot může různým nastavením kloubu umístit svůj koncový bod. Koncový bod robota, který většinou zahrnuje nástroj, se kterým robot pracuje, se nazývá *efektor*. Celá tato soustava tvoří *kinematickou strukturu*, pro kterou v této práci řeším kinematické úlohy. [3]



Obr. 1.2: Znáznornění pracovní plochy robota s rozměry [6]

1.2 Technické parametry

EPSON Prosix C3 je sériový manipulátor, který má otevřený kinematický řetězec. Neboli všechny klouby jsou postupně napojeny do celku a nepracují paralelně s jinými klouby. Tento robot je vytvořen pro univerzální použití a připevnění na zem, zeď, strop, různě zkosenou plochu nebo dokonce zanoření pod úroveň podlahy. Robot má 6 **DoF** (počet stupňů volnosti – degrees of freedom), což znamená 6 kloubů, kterými lze pohybovat. [6]

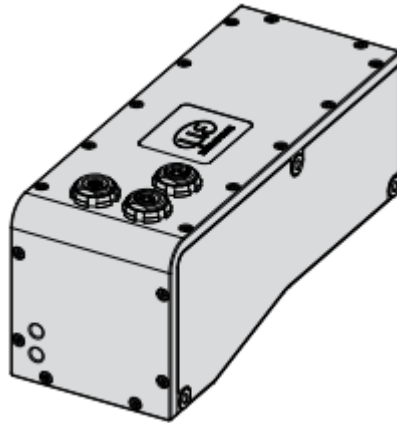
Tab. 1.1: Přehled základních parametrů robota EPSON Prosix C3 [6]

	EPSON PROSIX C3
Nosnost	klasicky 3 kg
Dosah koncového bodu	600 mm (max. 665)
Opakovatelnost ¹	±0,02 mm
Přípustný moment	J4 0,15 kgm^2 J5 0,15 kgm^2 J6 0,1 kgm^2
Uživatelské připojení	elekt. 1× D-Sub 9-pin pneum. 4× trubice (2× 4 mm a 2× 6mm)
Váha	27 kg

¹Největší odchylka efektoru při přesunu z různých poloh na jedno místo.

2 LASEROVÁ HLAVICE SCANCONTROL

Jak ze zadání vyplývá, robot má být použit ke skenování 3-rozměrných objektů pomocí laserové hlavice. Konkrétně se bude jednat o hlavici značky scanCONTROL typ 2750-100.



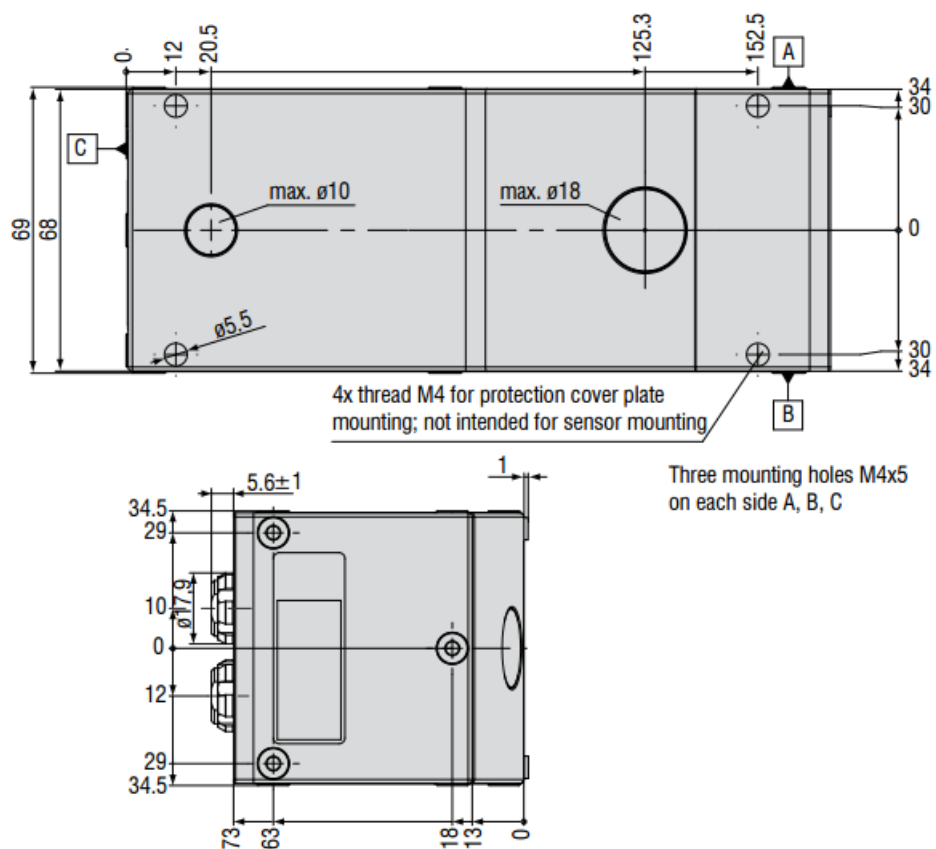
Obr. 2.1: Pohled na model laserové hlavice [7]

U této hlavice nyní potřebujeme zjistit veškeré rozměry, které jsou pro řešení kinematiky zásadní. Ostatní technické parametry, způsoby komunikace a fyzikální vlastnosti, nejsou obsahem této práce. Proto se zaměříme na technický náčrtek s rozměry a vybereme jen ty důležité, které mohou ovlivnit řešení kinematických úloh.

Tab. 2.1: Přehled základních rozměrů hlavice scanCONTROL 2750-100 [7]

	scanCONTROL 2750-100
Hmotnost	přibližně 850 g
Výška	60 mm na straně s laserem
Šířka	69 mm
Vzdálenost laseru od kraje	20,5 mm
Umístění laseru	v ose hlavice

V tabulce 2.1 jsem vypsal parametry, které ovlivní řešení kinematický úloh. Ostatní rozměry mohou být zásadní pouze při řešení práce robota v omezeném prostoru nebo ve zvláštních polohách.



Obr. 2.2: Technický náčrt hlavičky scanCONTROL 2750-100 [7]

3 HOMOGENNÍ TRANSFORMACE

Homogenní transformace společně s homogenními souřadnicemi tvoří nástroj kinematiky, pomocí kterého se studuje a popisuje pohyb průmyslových robotů a manipulátorů. Využívá se nejčastěji v počítačové grafice. V robotice se nevyužívá jen pro kinematiku, ale lze ji použít i pro zpracování obrazu kamer. V kinematice dokážeme popsat orientaci i pozici systému, ovšem pro znalost pohybu manipulovaného předmětu robotem je nejdůležitější znát vzájemnou relaci právě mezi orientací a polohou. Tuto relaci obsahuje právě matice homogenní transformace [2].

Nejčastěji se rovnice pro přepočítání bodu dvou různých souřadnicových systémů uvádí maticovým zápisem.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{p}_0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{01} & \mathbf{d}_0 \\ 000 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{p}_1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Dvě sloupcové matice ve vzorci 3.1 jsou nazývány *homogenní souřadnice* vektoru \mathbf{p} a větší matice o rozměru 4x4 je právě *matice homogenní transformace*, označujeme ji \mathbf{H} . U této matice vidíme čtvercovou matici 3x3 rotace \mathbf{R}_{01} a sloupcovou matici (vektor) posunutí. Navíc je přidán řádkový vektor nul a poslední jedničky. Právě z tohoto vyplývá povinnost zapsání vektoru souřadnic s jedničkou na posledním čtvrtém místě (homogenní souřadnice). Toto je tedy vše potřebné pro charakterizaci polohy a orientace dvou systémů, v našem případě pozici systému 1 v bázi systému.

Z tohoto vidíme metodu homogenní transformace, která funguje na přidání dalšího rozměru do námi zkoumaného systému a tím umožňuje propojit právě dva důležité aspekty kinematiky manipulátorů, rotace a orientace.

Pro tuto matici homogenní transformace \mathbf{H} s rozměrem 4×4 zavádíme nejpožívanější tvary matic pro základní pohyby v osách x, y, z a základní rotace kolem osy x, y, z.

$$Trans_{x,a} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; Rot_{x,\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$$Trans_{y,b} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; Rot_{y,\beta} = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

$$Trans_{z,c} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; Rot_{z,\gamma} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

4 PŘÍMÁ ÚLOHA KINEMATIKY

Přímá úloha kinematiky, kterou se budeme v této kapitole zabývat, je vlastně přímá závislost nastavení jednotlivých kinematických uzlů na konečnou pozici a orientaci konečného efektoru stacionárního robota. Tedy řešení této úlohy můžeme zapsat ve tvaru

$$\mathbf{H} = f(\mathbf{q}). \quad (4.1)$$

Pro řešení přímé kinematické úlohy se využívá matic homogenní transformace, pomocí kterých můžeme získat finální transformaci ze souřadného systému báze do systému posledního ramene. V praxi se k takto vypočtené transformaci přidávají kompenzační matice (pro kompenzaci polohy základny a efektoru či pracovního nástroje). První \mathbf{T}_0^b kompenzuje umístění manipulátoru na pracovní lince nebo způsob upevnění, druhá \mathbf{T}_e^n velikost či jinak charakteristické vlastnosti pracovního nástroje. Finální řešení přímé kinematické úlohy i s kompenzací by mělo tedy vypadat takto: [2] [3]

$$\mathbf{H} = \mathbf{T}_0^b \mathbf{T}_n^0 \mathbf{T}_e^n \quad (4.2)$$

Hlavními důvody řešení této úlohy jsou tyto:

- Zpětnovazební kontrola umístění koncové polohy efektoru ze znalosti pouze nastavených úhlů všech kloubů.
- Kalibrace parametrů modelu.
- Určování bodů trajektorie manipulátoru.

4.1 Denavit-Hartenbergova úmluva

Homogenní transformační matice nám ukazuje, jak definovat souřadné systémy kinematických řetězců robotických ramen. Pro jednotnost a jednoznačnost ještě potřebujeme nějaký systém, jak tyto souřadné systémy určit v rámci stacionárního robota jako celku. V této práci uvedu pouze jednu, s kterou i pracuji, a tou je Denavit-Hartenbergerova neboli **DH** úmluva. Tato úmluva hovoří o tom, že každá matice homogenní transformace \mathbf{A}_i je reprezentována součinem čtyř základních transformací, které jsou všechny uvedeny výše 3.2 [2].

$$\mathbf{A}_i = Rot_{z,\gamma_i} Trans_{z,c_i} Trans_{x,a_i} Rot_{x,\alpha_i} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} \cos \gamma_i & -\sin \gamma_i & 0 & 0 \\ \sin \gamma_i & \cos \gamma_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

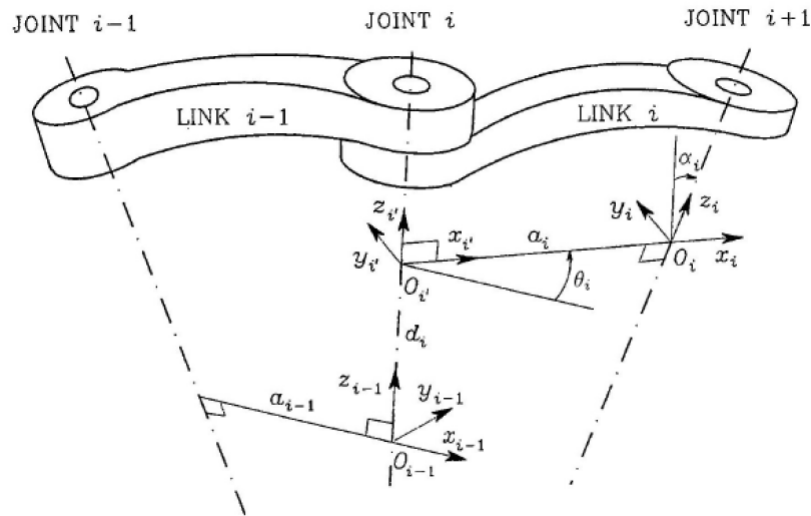
$$\mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \cos \gamma_i & -\sin \gamma_i \cos \alpha_i & \sin \gamma_i \sin \alpha_i & a_i \cos \gamma_i \\ \sin \gamma_i & \cos \gamma_i \cos \alpha_i & -\cos \gamma_i \sin \alpha_i & a_i \sin \gamma_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & c_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

kde $a_i, \alpha_i, c_i, \gamma_i$ jsou parametry kloubu a ramene i . Každá matice homogenní transformace bude tedy obecně vypadat stejně, jako je znázorněno v 4.4, ovšem vždy pro různé parametry $a_i, \alpha_i, c_i, \gamma_i$. Těmto parametrům se říká délka **předsunutí ramene**, **otočení ramene**, **délka ramene** a **kloubový úhel**. U těchto matic potom vidíme, že u např. rotačního kloubu bude jedinou proměnnou rotace kloubu (úhel γ_i) nebo u translačního kloubu bude jedinou proměnnou délka ramene c_i . Výslednou závislost \mathbf{H} , umístění koncového bodu v bázových souřadnicích, lze vypočíst součinem jednotlivých matic homogenní transformace 4.5.

$$\mathbf{H} = \mathbf{T}_n^0 = \mathbf{A}_1 \cdots \mathbf{A}_n \quad (4.5)$$

Algoritmus pro tvorbu souřadnicového systému podle **DH** uvedený v knize *Robot Dynamics and Control, Second Edition.*: ([2], str.70)

- **1. krok:** Zvolíme osu z_i , jako osu otáčení kloubu $i+1$ nebo směr posunu translačního prvku. Následně obdobným způsobem osu z_{i-1} prvku i .
- **2. krok:** Zvolíme bázový souřadnicový systém, kdy můžeme zvolit počátek kdekoliv na ose z_0 .
- **3. krok:** Určíme počátek souřadnicového systému o_i v průsečíku osy z_i a kolmicí mezi ní a osou z_{i-1} .
- **4. krok:** Zvolíme osu x_i , která povede po kolmici mezi osou z_i a z_{i-1} tak, aby změřovala od kloubu i .
- **5. krok:** Ve smyslu pravotočivého systému doplníme osu x_i . Kroky 3 až 5 opakujte pro všechny uzly kromě posledního (efektoru).
- **6. krok:** Zvolte souřadný systém efektoru tak, aby počátek tohoto systému byl uprostřed zachytávacího zařízení pro nástroje. A osa z_n , jako osa otáčení.
- **7. krok:** Vytvořte tabulku **DH** parametrů $a_i, \alpha_i, d_i, \theta$
- **8. krok:** Vypracujte matice homogenní transformace \mathbf{A}_i dle 4.4 s parametry z kroku 7.
- **9. krok:** Vytvořte poslední matici maticovým součinem v předchozím kroku vypočtených. Vzorec 4.5 nám dává za výsledek pozici a orientaci konečného bodu v bázovém souřadném systému.



Obr. 4.1: Denavit-Hertenbergerová úmluva [3]

Z obrázku 4.1 a výše uvedeného postupu je už jednoduché udělat si představu jak se podle **DH** určují souřadnicové systémy kinematických členů stacionárních robotů. Ovšem tento postup nelze použít úplně automaticky a musíme si uvědomit případy, při kterých se některé kroky algoritmu zdají neurčité. Nejspíš bychom mohli logicky i z takto neurčitých stavů správně vyvodit výsledné transformace, ale pro upřesnění jsou i tyto stavy definovány. Výjimky z výše uvedeného algoritmu znějí takto [1]:

- Když dvě po sobě jdoucí osy z jsou rovnoběžné. Normálu můžeme sestavit kdekoli, a je tedy možné zvolit počátek libovolně (vhodně do středu některého z kloubů).
- Když dvě po sobě jdoucí osy z se protínají. Normálu nemůžeme definovat a osu x zvolíme kolmo k oběma osám.

Kvůli těmto výjimkám nelze řešit pomocí **DH** úmluvy všechny kinematické řetězce, které jsou např. rozvětvené. Ovšem existují i jiné metody, které pokrývají zase jinou skupinu řešení.

5 INVERZNÍ ÚLOHA KINEMATIKY

Po přímé kinematice následuje další problém, a to přesně opačný. Ve většině případů chceme nastavit rameno tak, aby bylo umístěno na přesném místě v prostoru. Toto je pro spoustu aplikací stěžejní funkce, protože převážně potřebujeme kontrolovat a manipulovat s efektozem, a to by bylo pomocí přímé kinematiky náročné. Nehledě na to, že bychom potřebovali nepřehledné množství testování, zda se s daným nastavením opravdu dostaneme do bodu, který byl požadován. K tomuto slouží, jak název kapitoly napovídá, inverzní úloha kinematiky. Má tedy inverzní funkci k přímé kinematické úloze. Zadáním bodu v prostoru nám pomůže vypočítat, jak správně nastavit jednotlivé klouby ramene, aby efektor dosáhl tohoto bodu. Tato úloha je na výpočet značně složitější a může zahrnovat řešení soustavy nelineárních rovnic. V neposlední řadě je nutno podotknout, že přímá úloha kinematiky je i pro inverzní kinematiku stěžejní základ.

Obecně pro inverzní kinematickou úlohu může existovat více jak jedno řešení, zvláště potom v okolí tzv. singulárních poloh. Všechna řešení však nemusí být proveditelné z důvodu omezené konfigurační schopnosti či nedosažitelné z konstrukčního pohledu. Pro manipulátor Epson, kterým se tato práce zabývá, bude pro zpětnou kinematickou úlohu nutné řešit soustavu 6-ti nelineárních rovnic o 6-ti neznámých, což může být dosti složité, proto se používá kinematická dekompozice.

5.1 Kinematická dekompozice

U manipulátoru stejného či podobného typu se v praxi používá rozdělení manipulátoru na dvě nebo více menších samostatně řešitelných částí. Touto dekompozicí získáme více menších soustav o menším počtu neznámých, tedy zjednodušíme řešení.

Pro robota Epson se šesti stupni volnosti, který má sférické zápěstí, můžeme dekompozici použít k rozdělení do dvou jednodušších soustav. Jako první budeme řešit pozici průsečíku os sférického zápěstí o_c a potom hledání orientace sférického zápěstí. Konkrétněji tedy dvě soustavy rovnic představující rovnice pro pozici a rovnice pro natočení. Je důležité si uvědomit, že nastavení posledních 3 kloubů (tedy sférického zápěstí) nemá vliv na pozici právě průsečíku os sférického zápěstí. Konečný bod nástroje připevněného zápěstí získáme posunutím o velikost nástroje od bodu o_c v ose z_6 (musí platit, že z_6 a z_6 jsou stejné osy). [1]

5.2 Singulární polohy systému

Singulární polohy jsou takové polohy koncového bodu (efektoru) robota, do kterých se můžeme dostat nastavením různých parametrů. Jsou tedy nejednoznačné nebo omezují jakýmsi způsobem hybnost robota. Z důvodu existence těchto bodů může řešení inverzní kinematické úlohy nabývat více než jednoho řešení a tedy více správných výsledků. Je zřejmé, že při 6-ti stupních volnosti lze najít body, které jsou shodné polohou efektoru, ne však nastavením jednotlivých kloubů. Selektce nejvhodnějšího výsledků, potom zahrnuje spousty rozhodnutí. Některé výsledky nemusí totiž splňovat požadavky bezpečnosti, možnost nastavení daného natočení některých kloubů nebo omezení pracovního prostoru.

Pro výběr nejvhodnější n-tice výsledků v singulárních polohách uvažujeme nad těmito body [5]

- **1.** Zda jsme schopni nastavit klouby dle výsledku. Robot má typicky pouze omezené možnosti nastavení kloubu.
- **2.** Ze kterého směru daného bodu dosáhneme. Musíme zajistit spojitost pohybu robota.
- **3.** Kterým směrem chceme v pohybu pokračovat.
- **4.** Zda robot pracuje v omezeném pracovním prostoru, a je nutné hlídat, aby se do tohoto prostoru bezpečně dostal a mohl tam také pracovat.

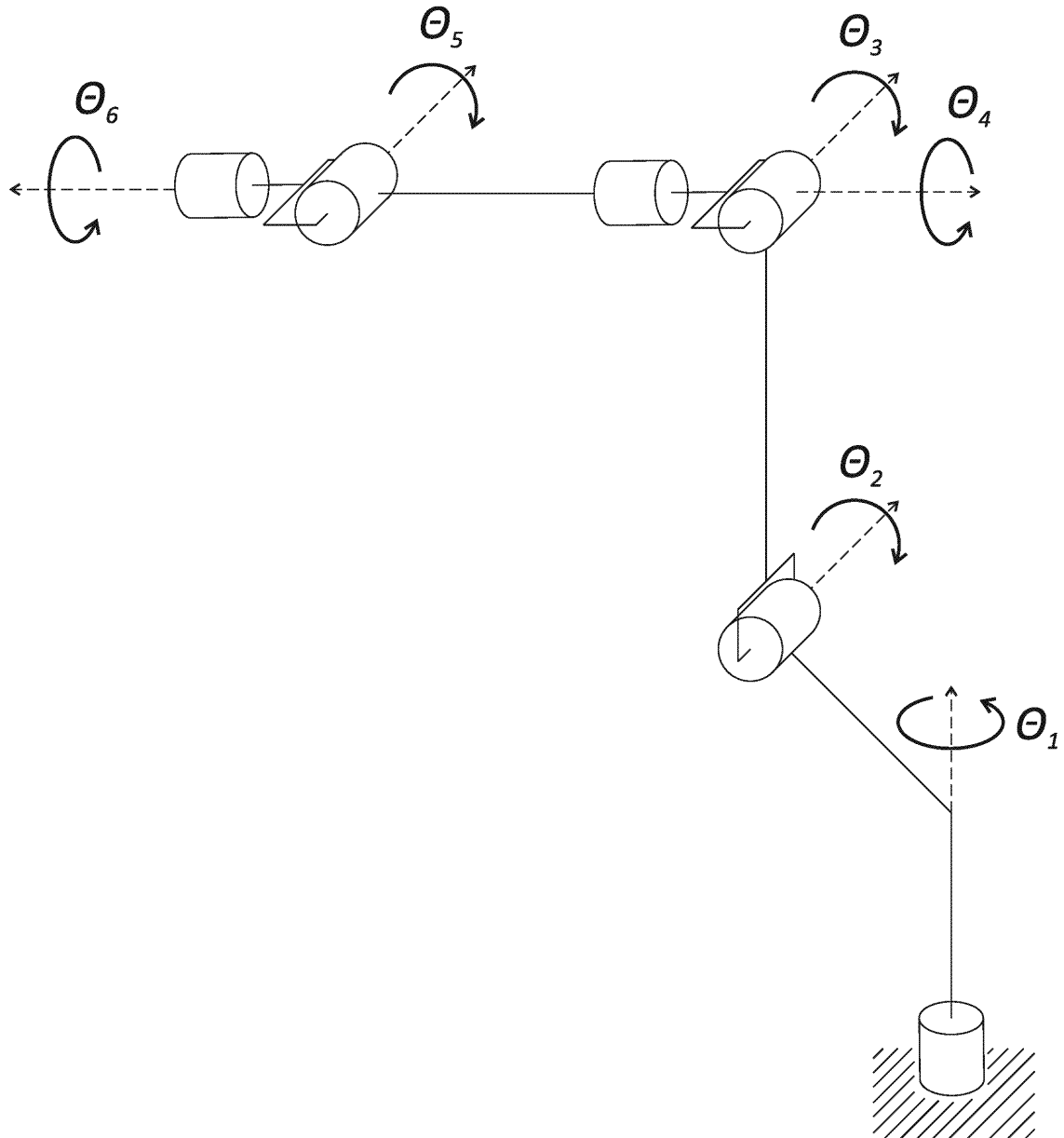
Singulární polohy se vyšetřují pomocí Jakobiánu označovaného \mathbf{J} , který vlastně určuje vztahy rychlostí ramene. Má velice důležité místo v analyzování a řízení pohybu manipulátorů, je důležitý pro charakteristiku robota. My jej využijeme právě pro zanalyzování singulárních poloh, ze znalosti faktu, že matice Jakobiánu vypočtená pro našeho robota bude v singulárních polohách ztrácet hodnotu. U složitějších robotu složených z více částí, které lze samostatně analyzovat lze použít dekompozici i pro řešení singulárních poloh. Tedy vyřešení singulárních poloh ramene a zápěstí. [2]

V knize *Robot Dynamics and Control* je uvedeno, že identifikace singulárních poloh je důležitá z těchto důvodů ([1], str. 120):

- **1.** Singularity ukazují na pozici robota ve které se nemůže pohybovat všemi směry.
- **2.** V singularitách se mohou k omezeným rychlostem koncového efektoru vázat bezmezní rychlosti v některých kloubech.
- **3.** V singularitách se mohou k omezeným silám koncového efektoru vázat bezmezní síly v některých kloubech.
- **4.** Singularity často (ale ne vždy) odpovídají hranicím pracovního prostoru robota, jsou tedy bodem s maximálního dosahu robota.
- **5.** Singularity odpovídají bodům pracovního prostoru manipulátoru, které mohou být nedosažitelné kvůli malým odchylkám v technických parametrech manipulátoru (délky, odsazení atd.).
- **6.** V blízkosti singularit neexistuje jediné řešení inverzní kinematické úlohy. To znamená, že nemusí mít řešení nebo může mít nekonečně mnoho řešení.

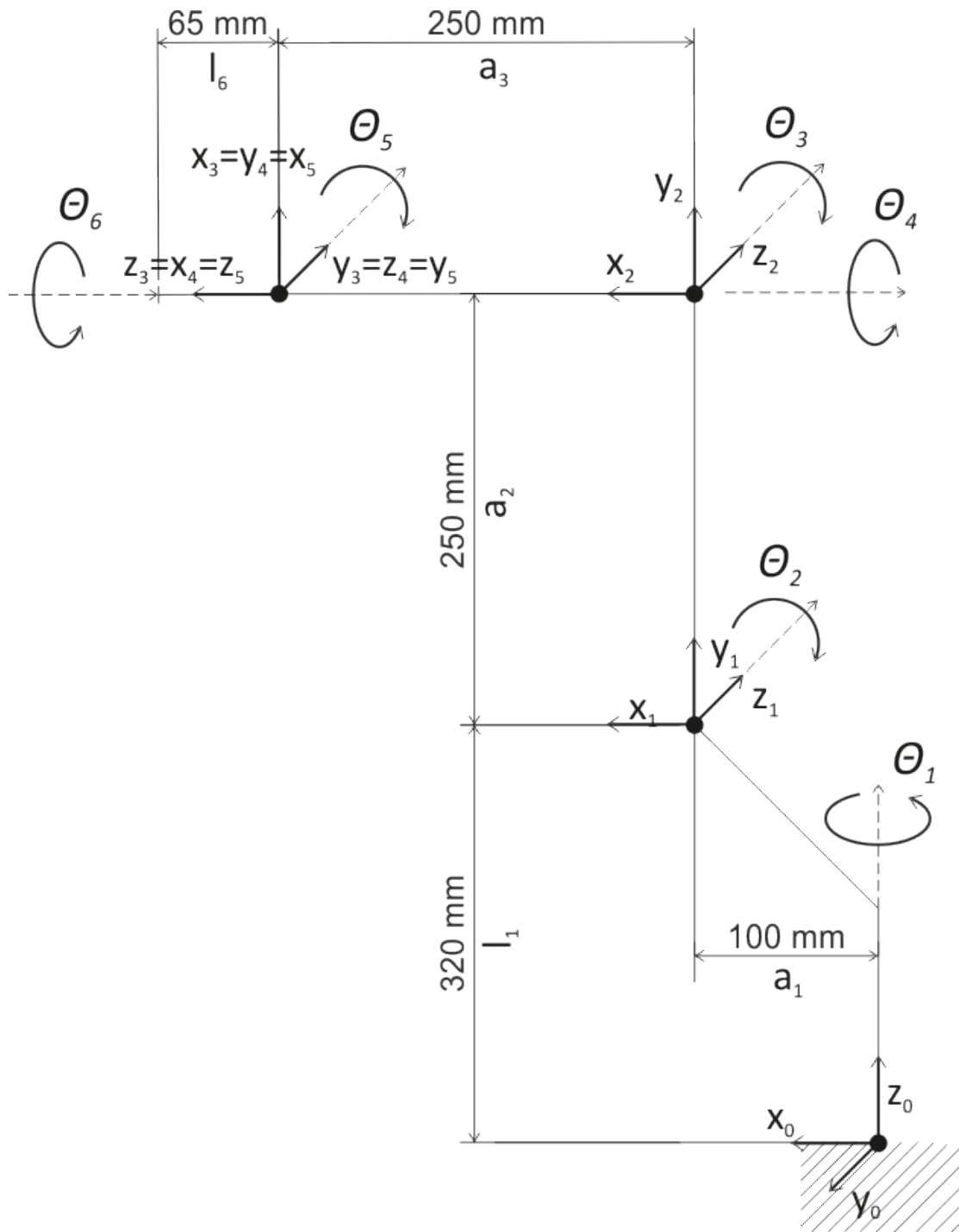
6 PŘÍMÁ KIN. ÚLOHA PRO EPSON

Pro řešení této úlohy jsem jako první musel vytvořit kinematické schéma 6.1, které vystihuje relace mezi jednotlivými kinematickými členy.



Obr. 6.1: Kinematické schéma robota EPSON Prosix C3

V jednotlivých kinematických uzlech vytvořím souřadnicový systém 6.2, podle Denavit-Hertenbergerová úmluva (dále jen **DH**). Tedy podle pravidla pravé ruky, kdy palec ukazuje směr osy z a zbylé osy x a y jsou postupně vzaty ve směru prstů.



Obr. 6.2: Zvolené souřadnicové systémy ve všech kinematických uzlech dle DH

Matice transformace se tedy bude rovnat součinu jednotlivých transformačních matic dvou sousedních kinematických uzlů.

$$\mathbf{T}_6^0 = \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3 \mathbf{A}_4 \mathbf{A}_5 \mathbf{A}_6 \quad (6.1)$$

Přímou úlohu kinematiky tedy vyřešíme vypočtením transformačních matic mezi jednotlivými klouby robotického ramene. Ty se potom pro zjednodušení podle **DH** dají zapsat ve tvaru součinu stejně rozměrných matic (v našem případě 4×4). Všechny matice, které pro výpočet použijeme, budou pouze specificky použité matice základních translací, rotace a pohybu, jak to je uvedeno už v kapitole o **DH** viz 4.1. Tyto základní matice jsou uvedeny v teoretické části práce.

Tab. 6.1: **DH** parametry pro EPSON Prosix C3

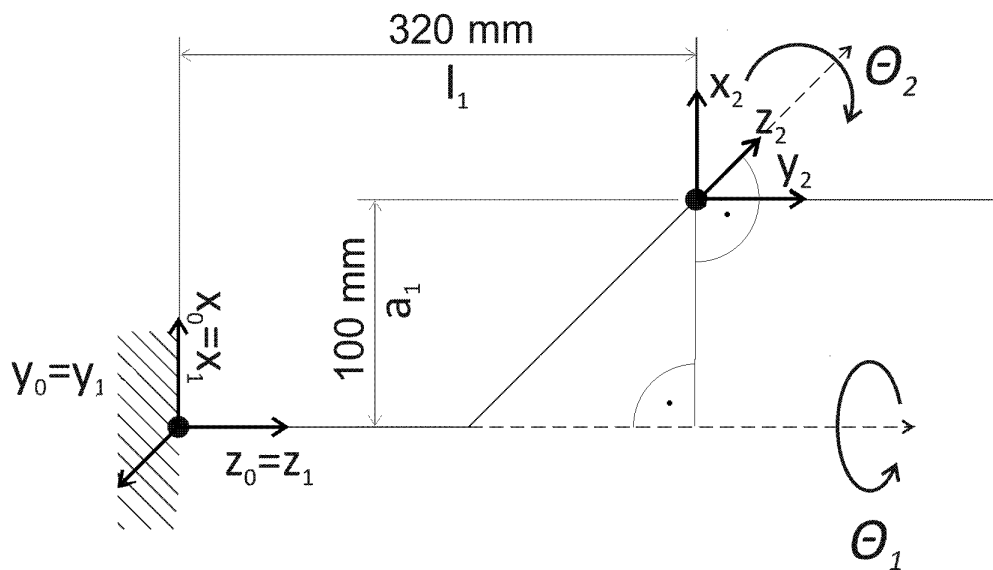
Rameno	a	α	d	θ
1	l_1	$+90^\circ$	a_1	θ_1
2	0	0	a_2	θ_2
3	0	$+90^\circ$	a_3	θ_3
4	0	-90°	0	θ_4
5	0	$+90^\circ$	0	θ_5
6	l_6	0	0	θ_6

Pro ukázkou, jak se určují parametry, ukáži na prvních kinematických prvcích, jak se **DH** úmluva používá. V obrázku 6.3 jsou zobrazeny první 3 prvky kinematického řetězce. Při volbě počátku bazového systému máme volnou ruku, jelikož vidíme, že z_0 je rovnoběžná s osou z_1 , což je jedna z výjimek. U dalšího prvku máme už všechny parametry nenulové, bude tedy pro ukázkou vhodný. Osu z_2 volíme v ose otáčení kloubu 2. Normála je znázorněna na obrázku, v průsečíku této normály s osou z_2 zvolíme počátek nového souřadného systému. Další v řadě je osa x_2 , kterou dle úmluvy volíme ve směru normály směrem z předchozího kloubu. Poslední osu y_2 dáme tak, abychom zajistili pravotočivost systému. Souřadný systém tedy máme, **DH** parametry už zjistíme snadno. Parametr

- a_1 – je předsunutí osy z_2
- α_2 – úhel svírání mezi osami x
- l_1 – je délka ramene mezi klouby
- θ_2 – úhel rotace kloubu, vlastně *proměnná systému*.

6.1 Řešení v souladu s DH úmluvou

Nyní vyřešíme matice 4.4, které jsme vypočetli v kapitole výše. Do každé matice pouze dosadíme parametry z tabulky 6. Využijeme znalosti výsledků goniometrických funkcí, jako jsou tyto: $\cos 0 = 1$, $\sin 0 = 0$, $\cos 90 = 0$, $\sin 90 = 1$, $\cos -90 = 0$



Obr. 6.3: Ukázka volby souřadnic a získání parametrů dle DH

a $\sin -90 = -1$. Pro jednotlivé matice \mathbf{A}_i tedy platí:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & a_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & a_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & a_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & 0 & \sin \theta_3 & a_3 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & 0 & -\cos \theta_3 & a_3 \sin \theta_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_4 = \begin{pmatrix} \cos(-\theta_4) & 0 & -\sin(-\theta_4) & 0 \\ \sin(-\theta_4) & 0 & \cos(-\theta_4) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_5 = \begin{pmatrix} \cos \theta_5 & 0 & \sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_5 & 0 & -\cos \theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}_6 = \begin{pmatrix} \cos(-\theta_6) & -\sin(-\theta_6) & 0 & 0 \\ \sin(-\theta_6) & \cos(-\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Pro lepší orientaci a nastavení jsme zvolili osy z_3 a z_5 v opačném směru, tzn. aby vycházeli z efektoru. Toto znamená, při řešení musíme uvažovat u matic \mathbf{A}_4 a \mathbf{A}_6 záporně vzaté úhly, které chceme nastavit abychom dodrželi kladné směry otáčení robota dle schématu obr. 6.2.

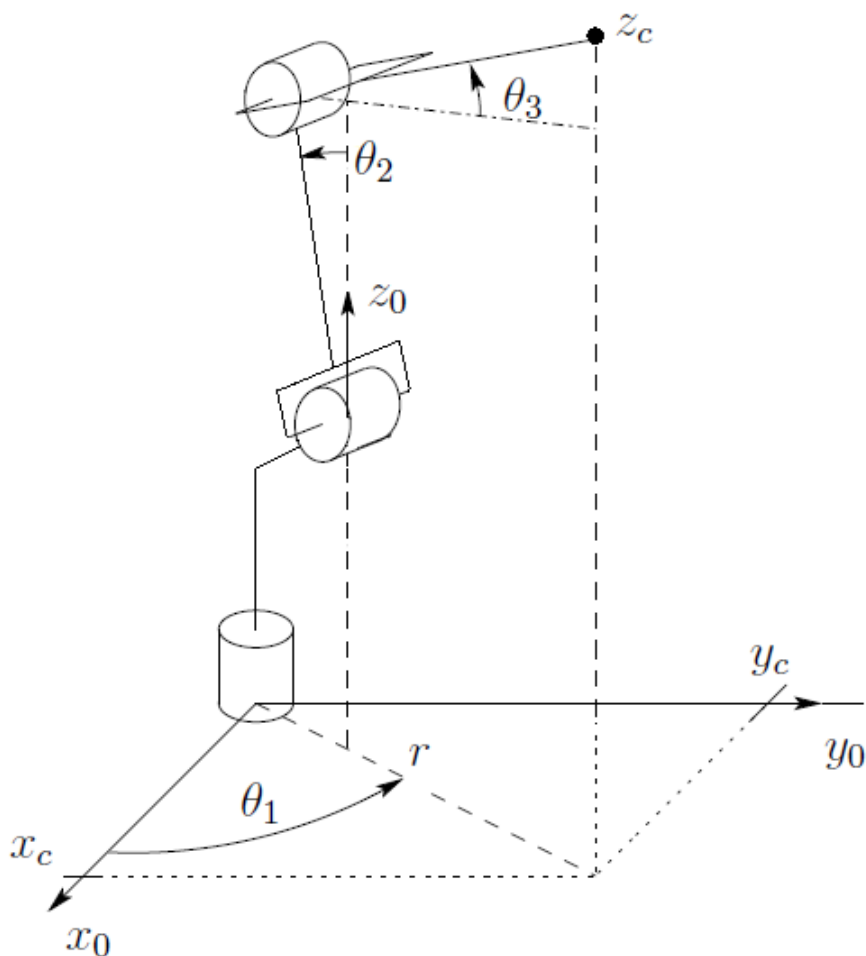
Nyní dořešíme celou přímou kinematickou úlohu a získáme tedy matici transformace \mathbf{H} souřadnicového systému koncového bodu do souřadnicového systému báze. Tuto poslední matici získáme, jak bylo zmíněno už výše, ve vzorci 6.1 pouhým vynásobením jednotlivých transformačních matic. Takže pro námi zvolené souřadné systémy v obrázku 6.2 bude platit, že řešením kinematické úlohy je matice \mathbf{H} . V našem případě tedy vypočteme součin všech výsledných transformačních matic.

$$\mathbf{H} = \mathbf{T}_6^0 = \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3 \mathbf{A}_4 \mathbf{A}_5 \mathbf{A}_6$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & a_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & a_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & a_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &\cdot \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & 0 & -\sin \theta_3 & a_3 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & 0 & \cos \theta_3 & a_3 \sin \theta_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(-\theta_4) & 0 & \sin(-\theta_4) & 0 \\ \sin(-\theta_4) & 0 & -\cos(-\theta_4) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &\cdot \begin{pmatrix} \cos \theta_5 & 0 & -\sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_5 & 0 & \cos \theta_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(-\theta_6) & -\sin(-\theta_6) & 0 & 0 \\ \sin(-\theta_6) & \cos(-\theta_6) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Z tohoto výpočtu získáme výslednou matici homogenní transformace pro robota EPSON. Při výpočtu se setkáme s problematickým násobením matic, které je dost obtížné, stejně jako vyčíslení konečných koeficientů. Proto je u řešení potřeba dávat velký pozor, aby zbytečně nevznikly chyby.

7 INVERZNÍ KIN. ÚLOHA PRO EPSON



Obr. 7.1: Rameno manipulátoru pro řešení inverzní kinematiky

Pro výpočet inverzní kinematické úlohy pro Epson budeme potřebovat znalosti z předchozích kapitol. Abychom si zjednodušili řešení, použijeme kinematickou dekompozici, pro kterou si můžeme robota rozdělit na dvě nezávislé části. První část bude samotné rameno a druhou částí bude sférické zápěstí. Snadno si představíme, že rameno robota hýbe s posledním pevným bodem v této kinematické soustavě, a tím je průsečík os otáčení sférického zápěstí o_c . Tento bod je tedy směrodatný pro pozici a rameno bude jediné, které tuto pozici bude nastavovat. Sférické zápěstí nemá žádný vliv na průsečík svých os, pouze na orientaci v tomto bodě. K řešení tedy máme soustavu ramene, které bude nastavovat pozici (souřadnice bodu $o_c[x_c, y_c, z_c]$) sférického zápěstí. Toto sférické zápěstí se potom použije pro nastavení požadované orientace.

Řešení této úlohy má obecně tvar

$$\mathbf{q} = f^{-1}(\mathbf{H}) \quad (7.1)$$

kde \mathbf{H} je maticí homogenní transformace mezi bází a koncovým bodem a \mathbf{q} je vektor kloubových proměnných.

Inverzní kinematiku ramene, jak vidíme na obrázku 7.1, budeme řešit následovně. První proměnná - úhel θ_1 , jak vidíme ovlivní pouze souřadnice x_c a y_c bodu o_c . A jelikož zbylé dva úhly jsou orientovány na vertikální otáčení, tak je první úhel důležitý a abychom mohli dosáhnout bodu o_c je nutné ho nasměrovat k bodu x_c a y_c . Toto zajistíme pomocí funkce $\text{Atan}(x,y)$ ¹ (funkční předpis pro matlab - atan2). Průsečík os ovšem není konečný bod našeho robota a pro jeho výpočet použijeme

$$o_c = o - l_3 \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (7.2)$$

což značí výpočet posunutí o další velikost posledního ramene v ose z . Pro první úhel bude následně platit

$$\theta_1 = \text{atan2}(y_c, x_c). \quad (7.3)$$

Další dva klouby, které budou zajišťovat dosažení výšky bodu, tedy souřadnice z_c , už budeme řešit jako jednoduchý kinematický řetězec - planární manipulátor - se dvěma stupni volnosti. Obrázek 7.2 nám ukazuje představu tohoto planárního manipulátoru a jsou z něj patrné i veškeré rozměry potřebné k řešení. Důležité parametry, které jsou zobrazeny jsou

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$d = r - 100$$

$$c = z - 320$$

$$e^2 = c^2 + d^2.$$

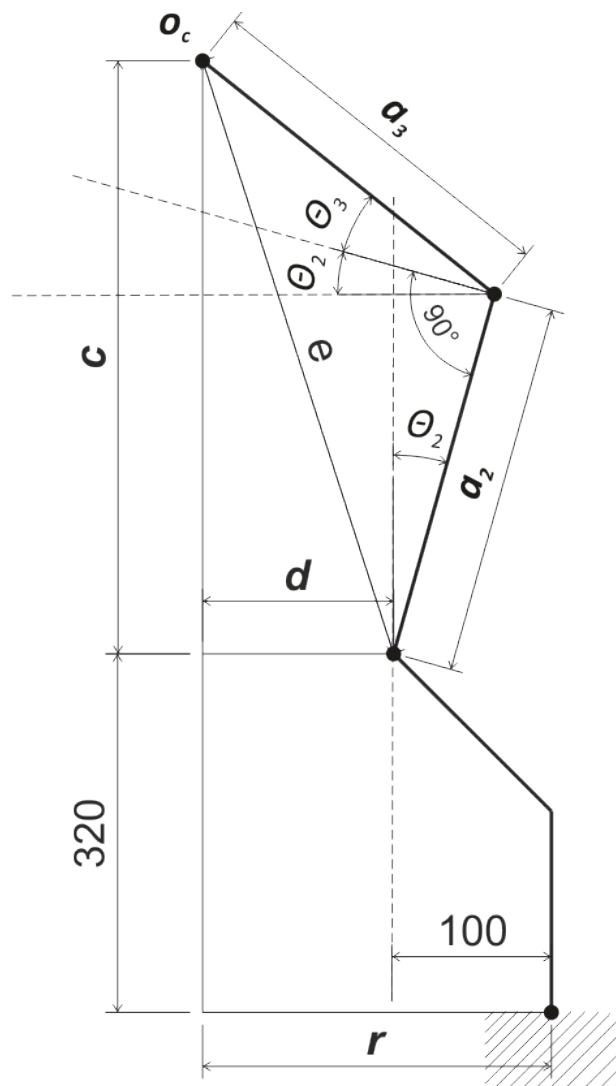
Pro řešení takového jednoduchého manipulátoru se u inverzní kinematiky používá předpisu kosinové věty. Pro řešení vycházejícího z obrázku platí

$$\theta_2 = \text{acos} \left(\frac{e^2 + a^2 - l_2^2}{2 \cdot e \cdot a_2} \right) - \text{atan2}(d, c) \quad (7.4)$$

a následně pro poslední kloub ramene

$$\theta_3 = \text{acos} \left(\frac{a^2 + l_2^2 - e^2}{2 \cdot a_2 \cdot l_2} \right) - \frac{\pi}{2}. \quad (7.5)$$

¹Funkce vrací úhel sevřený mezi osou x a průvodičem bodu $[x,y]$.



Obr. 7.2: Pohled na EPSON jako na planární manipulátor

Tímto krokem jsme vyřešili polohovou část inverzní kinematiky, tedy máme rovnice pro výpočet prvních 3 kloubových úhlů. Jako další krok bude výpočet orientace koncového bodu. K tomuto výpočtu budeme potřebovat znalosti z předchozí kapitoly 6, tedy přímou kinematickou úlohu. Přesněji její část pro rameno tedy

$$\mathbf{T}_3^0 = \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_3 = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_3^0 & d \\ 000 & 1 \end{pmatrix}. \quad (7.6)$$

Z této matice budeme potřebovat rotační matici \mathbf{R}_3^0 neboť nyní řešíme orientaci koncového bodu. Pro zkrácení zápisu použijí notaci: $\sin \theta_i = s_i$; $\cos \theta_i = c_i$;

$$\cos(\theta_i + \theta_j) = c_{ij}$$

$$\mathbf{R}_3^0 = \begin{pmatrix} c_1 \cdot c_{23} & +s_1 & +c_1 \cdot s_{23} \\ s_1 \cdot c_{23} & -c_1 & +s_1 \cdot s_{23} \\ s_{23} & 0 & -c_{23} \end{pmatrix}. \quad (7.7)$$

Nyní využijeme znalosti celkové matice homogenní transformace \mathbf{H} a tedy i její submatice \mathbf{R}_6^0 , vyjdeme ze základního vztahu

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_3^0 \cdot \mathbf{R}_6^3 \quad (7.8)$$

z něhož si vyjádříme

$$\mathbf{R}_6^3 = (\mathbf{R}_3^0)^T \cdot (\mathbf{R}) \quad (7.9)$$

kde za matici \mathbf{R} dáme matici žádaného natočení efektoru. Zvolíme ji jako

$$(\mathbf{R})' = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}. \quad (7.10)$$

Dosazením do rovnice 7.9 vypočteme žádanou matici $(\mathbf{R}_6^3)'$.

$$(\mathbf{R}_6^3)' = \begin{pmatrix} c_1 \cdot c_{23} & +s_1 & +c_1 \cdot s_{23} \\ s_1 \cdot c_{23} & -c_1 & +s_1 \cdot s_{23} \\ s_{23} & 0 & -c_{23} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}. \quad (7.11)$$

Matici $\mathbf{R}_6^3 = \mathbf{A}_4 \mathbf{A}_5 \mathbf{A}_6$ vypočteme z přímé kinematiky pro porovnání s námi žádaným tvarem této matice.

$$\mathbf{R}_6^3 = \begin{pmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & c_4 c_5 s_6 + s_4 c_6 & c_4 s_5 \\ -s_4 c_5 c_6 - c_4 s_6 & -s_4 c_5 s_6 + c_4 c_6 & -s_4 s_5 \\ -s_5 c_6 & -s_5 s_6 & c_5 \end{pmatrix} \quad (7.12)$$

Z porovnání žádané matice $(\mathbf{R}_6^3)'$ a \mathbf{R}_6^3 vypočtené z přímé kinematiky získáme rovnice pro řešení inverzní kinematické úlohy. My se bude nejdříve zajímat o třetí sloupec, ze kterého vychází

$$c_4 s_5 = c_1 c_{23} r_{13} + s_1 c_{23} r_{23} + s_{23} r_{33} \quad (7.13)$$

$$-s_4 s_5 = s_1 r_{13} - c_1 r_{23} \quad (7.14)$$

$$c_5 = c_1 s_{23} r_{13} + s_1 s_{23} r_{23} - c_{23} r_{33}. \quad (7.15)$$

Z těchto rovnic můžeme napsat rovnici pro výpočet θ_5 , ten bude platit pouze pokud nejsou rovnice 7.13 a 7.14 nulové.

$$\theta_5 = \text{atan2} \left(\pm \sqrt{1 - (c_1 s_{23} r_{13} + s_1 s_{23} r_{23} - c_{23} r_{33})^2}, c_1 s_{23} r_{13} + s_1 s_{23} r_{23} - c_{23} r_{33} \right) \quad (7.16)$$

Nyní pokud vybereme kladnou hodnotu odmocniny, bude následovat řešení dalších úhlu jako

$$\theta_4 = \text{atan2}(-s_1 r_{13} + c_1 r_{23}, c_1 c_{23} r_{13} + s_1 c_{23} r_{23} + s_{23} r_{33}). \quad (7.17)$$

A poslední úhel z třetího řádku při porovnání matic $(\mathbf{R}_6^3)'$ a \mathbf{R}_6^3 , pro které platí

$$-s_5 c_6 = c_1 s_{23} r_{11} + s_1 s_{23} r_{21} - c_{23} r_{31} \quad (7.18)$$

$$-s_5 s_6 = c_1 s_{23} r_{12} + s_1 s_{23} r_{22} - c_{23} r_{32}, \quad (7.19)$$

vyjde jako

$$\theta_6 = \text{atan2}(-c_1 s_{23} r_{12} - s_1 s_{23} r_{22} + c_{23} r_{32}, -c_1 s_{23} r_{11} - s_1 s_{23} r_{21} + c_{23} r_{31}). \quad (7.20)$$

7.1 Sumarizace výsledků inverzní kinematiky

Pro vstup ve tvaru

$$o = \begin{bmatrix} o_x \\ o_y \\ o_z \end{bmatrix}; \mathbf{R}' = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}. \quad (7.21)$$

Tedy průsečíkem os sférického zápěstí v bodě

$$x_c = o_x - l_6 \cdot r_{13} \quad (7.22)$$

$$y_c = o_y - l_6 \cdot r_{23} \quad (7.23)$$

$$z_c = o_z - l_6 \cdot r_{33}. \quad (7.24)$$

Rovnice pro výpočet úhlů jednotlivých kloubů manipulátoru EPSON.

$$\theta_1 = \text{atan2}(y_c, x_c) \quad (7.25)$$

$$\theta_2 = \text{acos}\left(\frac{e^2 + a^2 - l_2^2}{2 \cdot e \cdot a_2}\right) - \text{atan2}(d, c) \quad (7.26)$$

$$\theta_3 = \text{acos}\left(\frac{a^2 + l_2^2 - e^2}{2 \cdot a_2 \cdot l_2}\right) - \frac{\pi}{2} \quad (7.27)$$

$$\theta_4 = \text{atan2}(-s_1 r_{13} + c_1 r_{23}, c_1 c_{23} r_{13} + s_1 c_{23} r_{23} + s_{23} r_{33}) \quad (7.28)$$

$$\theta_5 = \sqrt{1 - (c_1 s_{23} r_{13} + s_1 s_{23} r_{23} - c_{23} r_{33})^2 - (c_1 s_{23} r_{13} + s_1 s_{23} r_{23} - c_{23} r_{33})^2}, \quad (7.29)$$

$$\theta_6 = \text{atan2}(-c_1 s_{23} r_{12} - s_1 s_{23} r_{22} + c_{23} r_{32}, -c_1 s_{23} r_{11} - s_1 s_{23} r_{21} + c_{23} r_{31}) \quad (7.30)$$

kráje, navíc nesmíme zapomenout na šířku konzoly, pomocí které se laserová hlavička uchycuje k robotu. Nakonec změňíme orientaci souřadného systému o -90° v ose y k tomu použijeme rovnice 3.2 homogenní transformace.

Výsledek bude vypadat takto

$$\mathbf{T}_e^6 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 35,5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(-90) & 0 & -\sin(-90) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(-90) & 0 & \cos(-90) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8.1)$$

$$\mathbf{T}_e^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 35,5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8.2)$$

Touto výslednou maticí rozšíříme řešení 6.1 přímé kinematiky. A dostaneme vlastně funkci pomocí které vypočteme z kloubových proměnných umístění a směr snímače laserové hlavičky, která je připevněna na koncovém bodu robota.

8.2 Rozšíření inverzní kinematiky

U inverzní kinematiky bude problém trochu větší. Jelikož jsme změňili orientaci koncového systému, budeme muset přepočítat poslední 3 rovnice pro sférické zápěstí, které nastavují právě orientaci. A upravit výpočet bodu $o_c[x_c, y_c, z_c]$ ze zadaných souřadnic koncového bodu robota $o[o_x, o_y, o_z]$ a upravíme tedy rovnici 7.2, kde nahradíme délku poslední části sférického zápěstí l_6 celkovou délkou až k bodu a směr tohoto posunutí změňíme podle osy x_e , která je nyní součástí posledního souřadnicového systému.

$$o_c = o - (l_3 + 35,5) \cdot \mathbf{R}_e^6 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (8.3)$$

Orientaci jsme původně počítali z matice \mathbf{R}_6^3 a ta je nyní pro robota i s hlavičkou rozšířena jen maticí \mathbf{R}_e^6 , která je submaticí matice \mathbf{T}_e^6 . Tedy za

$$\mathbf{R}_e^3 = \mathbf{R}_6^3 \mathbf{R}_e^6 \quad (8.4)$$

dosadíme matice z rovnic 7.12 a 8.2 a výsledkem získáme

$$\mathbf{R}_e^3 = \begin{pmatrix} c_4 c_5 c_6 - s_4 s_6 & -c_4 c_5 s_6 - s_4 c_6 & -c_4 s_5 \\ s_4 c_5 c_6 + c_4 s_6 & -s_4 c_5 s_6 - c_4 c_6 & -s_4 s_5 \\ s_5 c_6 & -s_5 s_6 & c_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 35,5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8.5)$$

$$\mathbf{R}_e^3 = \begin{pmatrix} c_4s_5 & c_4c_5s_6 + s_4c_6 & c_4c_5c_6 - s_4s_6 \\ -s_4s_5 & -s_4c_5s_6 + c_4c_6 & -s_4c_5c_6 - c_4s_6 \\ -c_5 & s_5s_6 & s_5c_6 \end{pmatrix} \quad (8.6)$$

Toto řešení nyní porovnáme s žádanou maticí orientace, kterou jsme počítali rovnicí 7.11 ta se nemění, neboť tu jsme počítali transponovanou maticí \mathbf{R}_3^0 násobenou s maticí žádaného natočení. Porovnáním prvních sloupců, získáme

$$c_4s_5 = c_1c_{23}r_{11} + s_1c_{23}r_{21} + s_{23}r_{31} \quad (8.7)$$

$$-s_4s_5 = -s_1r_{11} + c_1r_{21} \quad (8.8)$$

$$-c_5 = -c_1s_{23}r_{11} - s_1s_{23}r_{21} + c_{23}r_{31}. \quad (8.9)$$

Z těchto rovnic obdobně jako u rovnice 7.16 dojdeme k zápisu rovnice pro výpočet úhlu θ_5 , která bude platit pokud 8.7 a 8.8 budou nenulové.

$$\theta_5 = \text{atan2} \left(c_1s_{23}r_{11} + s_1s_{23}r_{21} - c_{23}r_{31}, \pm \sqrt{1 - (c_1s_{23}r_{11} + s_1s_{23}r_{21} - c_{23}r_{31})^2} \right) \quad (8.10)$$

Opět zvolíme jedno řešení (např. zápornou mocninu) a pro něj napíšeme druhou rovnici

$$\theta_4 = \text{atan2}(-c_1c_{23}r_{11} - s_1c_{23}r_{21} - s_{23}r_{31}, -s_1r_{11} + c_1r_{21}). \quad (8.11)$$

Další rovnice potřebné pro poslední úhel vytvoříme porovnáním posledního řádku

$$s_5c_6 = -c_1s_{23}r_{12} - s_1s_{23}r_{22} + c_{23}r_{32} \quad (8.12)$$

$$s_5s_6 = -c_1s_{23}r_{13} - s_1s_{23}r_{23} + c_{23}r_{33}, \quad (8.13)$$

a výsledkem bude

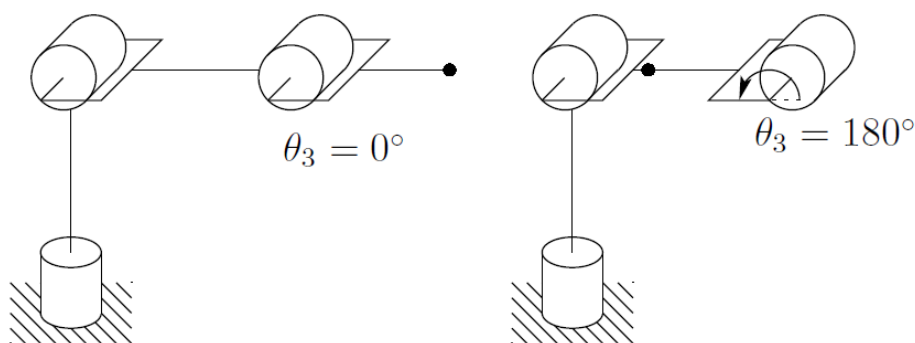
$$\theta_6 = \text{atan2}(-c_1s_{23}r_{12} - s_1s_{23}r_{22} + c_{23}r_{32}, c_1s_{23}r_{13} + s_1s_{23}r_{23} - c_{23}r_{33}). \quad (8.14)$$

Toto je vše, čím se liší řešení inverzní kinematiky s hlavicí a bez hlavice, ostatní řešení jdou tedy převzít z minulé kapitoly 7.

9 SINGULARITY ROBOTA EPSON

Singulární pozice jsou, jak už bylo v jedné z předchozích kapitol 5.2 uvedeno, pozice, ve kterých se chová robot zvláště. Nemůže se pohybovat všemi směry, inverzní kinematika má pro daný bod více nebo dokonce nekonečně mnoho řešení. Pro všechny případy je vhodné se předem o singulárních pozicích dozvědět a vyšetřit chování robota v těchto pozicích či jen jejich blízkosti. Pro našeho robota využijeme dekompozici a budeme vyšetřovat singulární pozice samostatně pro rameno a poté pro zápěstí.

9.1 Singulární pozice ramene



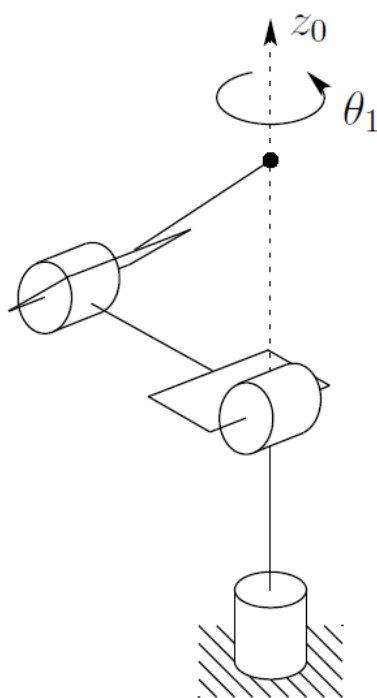
Obr. 9.1: Singulární pozice ramene - limitní pozice [2]

Pro rameno, jak už jsme použili při dekompozici u řešení inverzní kinematické úlohy viz obrázek 7.1, nalezneme pomocí Jakobiánu singulární pozice. Jak jsme si řekli v kapitole 7, rameno nastavuje pouze pozici. Budeme tedy vycházet pro výpočet Jakobiánu z pozice, takže pro rameno bude mít matice rozměr 3×3 . K řešení Jakobiánu budeme potřebovat přímou kinematickou úlohu, kterou jsme řešili výše (kapitola 6). Ta je obecně zapisována jako

$$\mathbf{H} = f(\mathbf{q}). \quad (9.1)$$

Pro naše rameno, které má pouze 3 stupně volnosti (**DoF**), můžeme rozepsat maticový zápis matice T_3^0 do soustavy rovnic.

$$\begin{aligned} x &= f_1(q_1, q_2, q_3) \\ y &= f_2(q_1, q_2, q_3) \\ z &= f_3(q_1, q_2, q_3) \end{aligned} \quad (9.2)$$



Obr. 9.2: Singulární pozice ramene [2]

K těmto rovnicím vypočteme parciální derivace podle času.

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= \frac{\partial f_1}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial f_1}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \frac{\partial f_1}{\partial q_3} \dot{q}_3 \\
 \dot{y} &= \frac{\partial f_2}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial f_2}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \frac{\partial f_2}{\partial q_3} \dot{q}_3 \\
 \dot{z} &= \frac{\partial f_3}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial f_3}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \frac{\partial f_3}{\partial q_3} \dot{q}_3
 \end{aligned} \tag{9.3}$$

Nyní máme řešení, které můžeme zapsat ve tvaru

$$\dot{\mathbf{H}} = \mathbf{J}(q_1, q_2, q_3) \dot{\mathbf{q}}. \tag{9.4}$$

a \mathbf{J} je tedy maticí parciálních derivací přímé kinematické úlohy.

$$\mathbf{J}(q_1, q_2, q_3) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} & \frac{\partial f_1}{\partial q_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial q_2} & \frac{\partial f_2}{\partial q_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial q_1} & \frac{\partial f_3}{\partial q_2} & \frac{\partial f_3}{\partial q_3} \end{pmatrix} \tag{9.5}$$

Pro vyřešení singulárních poloh musíme najít nastavení kloubových proměnných, při kterých bude Jakobián ztrácet hodnotu¹ (funkce matlabu - rank(J)). Stačí nám tedy

¹Matice s hodnotí nižší než její menší rozměr, se nazývá singulární (odtud i singulární pozice), tzn. řádky matice jsou lineárně závislé a determinant je roven nule.

sazením do Jakobiánu jednoho z možných nastavení úhlů dle 9.6 můžeme v matlabu funkcí $rank(\mathbf{J})$ ověřit, zda se jedná o singulární pozici. Hodnost Jakobiánu v těchto pozicích je

$$rank(\mathbf{J}(\theta_1, \theta_2, 0^\circ)) = 2$$

$$rank(\mathbf{J}(\theta_1, \theta_2, 180^\circ)) = 2$$

což znamená, že v tomto bodě ztrácí robot stupeň volnosti, kterých má rameno 3, má tedy mít hodnost 3. Tato pozice je tedy **singulární**.

Další singularita vyobrazena na obrázku 9.2 je způsobena protnutím osy otáčení prvního kloubu z_0 s koncovým bodem ramene. Inverzní kinematika v tomto bodě bude mít nekonečně mnoho řešení, protože velikost úhlu θ_1 nemá vliv na pozici bodu. [2]

Dokážeme si jednoduchým geometrickým rozbořem ramene, že v této pozici hodnost Jakobiánu bude nižší než 3. Pro náčrtek 9.3 vypočteme prakticky přímou kinematiku pomocí jednoduché geometrie.

$$r = a_1 + a_2 \cos \theta_2 + a_3 \cos \theta_2 + \theta_3 \quad (9.7)$$

$$x = r \cos \theta_1 \quad (9.8)$$

$$y = r \sin \theta_1 \quad (9.9)$$

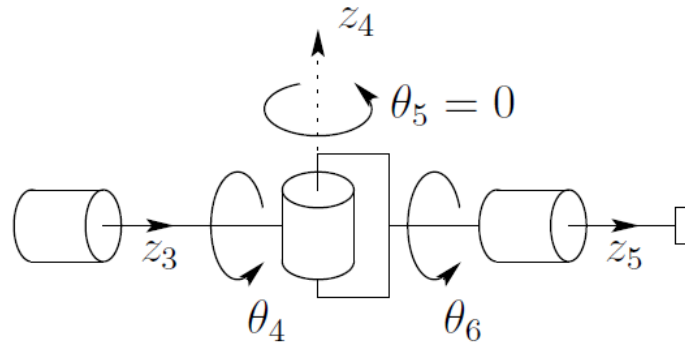
$$z = l_1 + a_2 \sin \theta_2 + a_3 \sin \theta_2 + \theta_3 \quad (9.10)$$

Singulární poloha v tomto případě nastane, když $r = 0$. A tedy souřadnice $[x, y] = (0, 0)$, tím nastane případ že se koncový bod ramene protne s osou otáčení prvního kloubu z_0 . Vypočteme Jakobián, dle 9.5, z těchto rovnic a dosadíme hodnotu pro $r = 0$, z hodnoty poté poznáme zda se jedná o singulární polohu. Pomocí matlabu jsem zjistil, že

$$rank(\mathbf{J}) = 1.$$

V této pozici tedy klesla hodnost na 1, to znamená, že této polohy, kdy $r = 0$ můžeme dosáhnout více způsoby, což je dáno předsunutím druhého kloubu mimo osu otáčení.

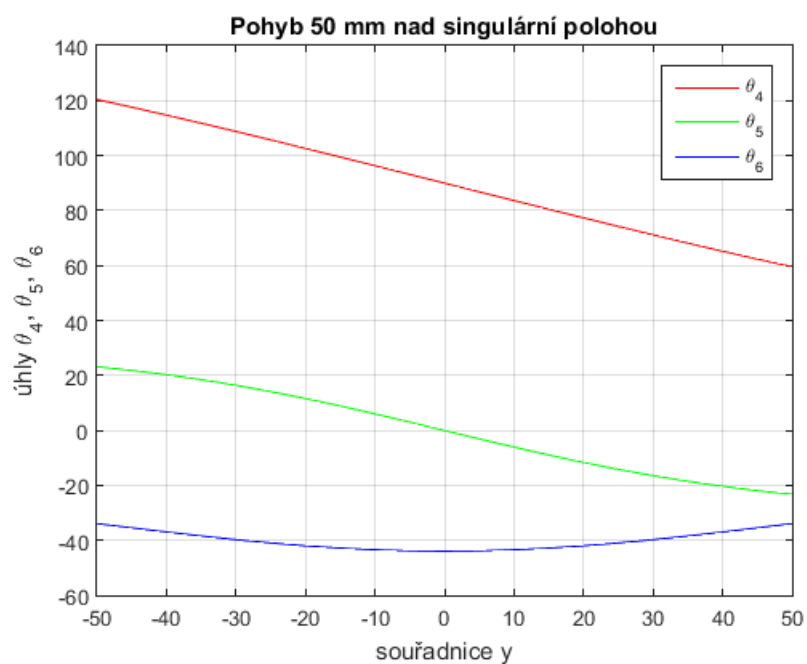
9.2 Singulární pozice sférického zápěstí



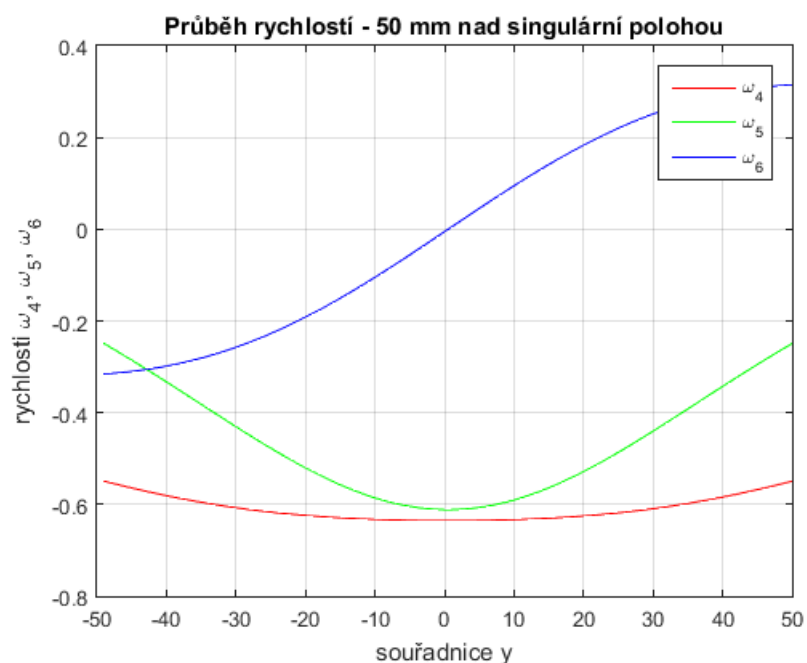
Obr. 9.4: Singulární pozice sférického zápěstí [2]

Sférické zápěstí je jedno z nejběžněji používaných zápěstí díky svým vlastnostem a velkým možnostem nastavení orientace. Tyto vlastnosti jej taky staví do pozice kinematického prvku, který se blízce podobá možnostem lidské ruky. U takového zápěstí známe singulární polohu ze zkušenosti. Jeho singulární polohou je pozice, kdy jsou totožné jeho osy otáčení kloubu 4, osa z_3 a kloubu 6, osa z_5 , jak můžeme vidět zobrazeno na vzorovém obrázku 9.4. Této pozice lze tedy dosáhnout nastavením kloubu 5 na 0° . V této poloze bude inverzní kinematika mít opět nekonečně mnoho řešení neboť rotace obou kloubů mohou navzájem kolidovat. V okolí takové pozice může při pohybu po přímce být potřeba vyvinout nekonečně velké rychlosti v některých kloubech, aby byla zajištěna konstantní rychlost trajektorie. Toto ovšem skutečný robot zajistit nemůže. [2]

V grafech 9.6 a 9.5 můžeme vidět závislost rychlosti, která se na singulární poloze zvyšuje v obou kloubech θ_4 i θ_6 . Právě toto se může stát problémem, když budeme chtít zvýšit rychlost pohybu efektoru. Rychlost kloubů v okolí singulární polohy jako je tato může neúměrně stoupat.



Obr. 9.5: Průběh kloubových proměnných v závislosti na posunu po přímce v rovnoběžné s osou y v blízkosti singulární polohy



Obr. 9.6: Průběh úhlové rychlosti kloubů v závislosti na posunu po přímce v rovnoběžné s osou y v blízkosti singulární polohy

10 ZÁVĚR

První část této práce jsem věnoval spíše teorii a popisu použitých metod a samozřejmě i popisu robota, který je důležitou částí této práce. Popisuji prostředky pro řešení kinematických úloh pomocí nástrojů tomu určených. Hlavně tedy homogenní transformace v kapitole 3 a **DH** v části 4.1. U popisu robota a laserové hlavičky jsem se zaměřil hlavně na nejdůležitější parametry, které by mohly ovlivnit moje řešení kinematických úloh.

Následně se v této práci zabývám řešením přímé kinematické úlohy pro stacionárního robota EPSON Prosix C3. Jsou přiblíženy důvody, proč se kinematika řeší. Jsou ukázány jevy, které mohou ovlivnit výsledky a způsob jak se s nimi vypořádat. Cílem této úlohy bylo zjistit souvislost mezi pohybem koncového bodu v prostoru vzatého vzhledem k bázovému souřadnému systému a závislosti na nastavovaných kloubových proměnných tedy rovnici $\mathbf{H} = f(\mathbf{q})$. K řešení této úlohy jsem použil jednu z nejpoužívanějších metod, která je pro své vlastnosti a přesný algoritmus k řešení velice oblíbenou. Jedná se o Denavit-Hartenbergerovu úmluvu. U této metody jsem popsal právě zmiňovaný algoritmus řešení, a dokonce jsou stručně popsány i výjimky z tohoto algoritmu, které se specificky řeší. Pro reprezentaci výsledku jsem použil matice homogení transformace, tato matice nese informace o rotaci i poloze koncového souřadného systému a je tedy ideální pro toto řešení.

Dále se věnuji inverzní kinematice, která už není tak triviální jako přímá kinematika. Tuto úlohu jsem řešil pomocí kinematické dekompozice, tedy rozdělení do více (v našem případě dvou) samostatných kinematických řetězců. Tato dekompozice je přesněji popsána v části 5.1. Řešíme tedy samostatně inverzní kinematiku ramene, které bude ovlivňovat pozici koncového bodu a až následně inverzní kinematiku sférického zápěstí, se kterým budeme řídit natočení koncového souřadného systému tedy koncového efektoru. V první části se řeší převážně ze znalosti geometrie a následně z porovnávání žádané orientace s orientací vypočtenou za pomoci dříve vyřešené přímé kinematiky. Vidíme, že přímá kinematika je důležitá i pro řešení inverzní kinematiky. Výsledky jsem pro větší přehlednost shrnul na konci kapitoly 7.1, ve které řeším inverzní kinematiku.

Po vyřešení inverzní kinematiky jsem se začal zabývat singulárními konfiguracemi robota. K tomu jsem opět použil dekompozice a řešil tedy pouze singulární pozice ramene zvláště a až poté singularity sférického zápěstí. Popsal jsem způsoby nalezení všech singulárních pozic a vyřešil, kde se nacházejí kinematické polohy robota pro naše řešení robota EPSON Prosix C3. U singularit jsem uvedl i očekávané chování v těchto bodech, neboli proč je v tomto bodě singulární poloha. Na použitých obrázcích jsem chtěl výstižně poukázat na singulární polohy a jejich problematiku podle jejich typu.

LITERATURA

- [1] SPONG, M. W.; VIDYASAGAR, M. *Robot dynamics and control* N.Y: J. Wiley, 1989, 336 str. ISBN 04-716-1243-X.
- [2] SPONG, M. W.; HUTCHINSON, S.; VINDYASAGAR, M. *Robot Dynamics and Control, Second Edition*. [online][cit. 2015-02-15]. 2004. Dostupné z URL: <http://smpp.northwestern.edu/savedLiterature/Spong_Textbook.pdf>.
- [3] KOUKAL, M. *Inverzní kinematika sériových manipulátorů s omezenou architekturou* Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd, 2013. 54 s. Vedoucí práce Ing. Martin Švejda.
- [4] ŠOLC, F.; ŽALUD, L. *Robotika* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2006. 144 s.
- [5] SMUTNÝ, V. *Přímá a inverzní kinematika* Praha: České vysoké učení technické v Praze. Výukový materiál, 25 s. [online][cit. 2015-03-10] Dostupné z URL: <<http://cmp.felk.cvut.cz/cmp/courses/ROB/roblec/serial-notecz.pdf>>.
- [6] Seiko Epson Corporation. <www.epson.de/de/en/>.
- [7] Micro-Epsilon Messtechnik. *scanCONTROL // 2D/3D laser scanner (laser profile sensors)* Datasheet. [online][cit. 2015-05-20] Dostupné z URL: <<http://www.micro-epsilon.com/download/products/cat--scanCONTROL--en-us.pdf>>.

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

DH	Denavit-Hertenbergerová úmluva
DoF	počet stupňů volnosti – degrees of freedom
A_i	matice homogení transformace pro uzel i a uzel předchozí
H	matice homogení transformace
T_j^i	transformace souřadnicového systému j do i
J	Jakobián - matice určující rychlosti pohybu v uzlech
o_c	průsečík os sférického zápěstí - střed sférického zápěstí

A OBSAH PŘILOŽENÉHO CD

- `stabl_martin_2015.pdf`
Hlavní soubor pdf obsahující celou práci.
- `FK.m`
Soubor pro matlab s funkcí pro výpočet přímé kinematiky - pro zadání úhlů ve tvaru $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6$ vrátí matici 4×4 odpovídající matici homogenní transformace. [Matlab R2015a]
- `IK.m`
Soubor pro matlab s funkcí pro výpočet inverzní kinematiky - pro zadání matice 4×4 odpovídající matici žádané homogenní transformace, vrátí vektor θ s šesti prvky, které jsou výslednými úhly. [Matlab R2015a]
- `rychlosti.m`
Skript pro matlab s výpočty k určení rychlostí a polohy efektoru s následným vykreslením do grafu. [Matlab R2015a]
- `Jakobian.m`
Skript pro matlab s výpočty ke kapitole 9.1 - výpočet jakobiánu a určení hodnoty. [Matlab R2015a]