



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

NAPJATOSTNĚ DEFORMAČNÍ ANALÝZA BASKETBALOVÉ KONSTRUKCE V TĚLOCVIČNĚ

STRESS-DEFORMATION ANALYSIS OF THE INDOOR BASKETBALL CONSTRUCTION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Daniel Kubíček

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

BRNO 2024

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Daniel Kubíček
Studijní program:	Základy strojního inženýrství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.
Akademický rok:	2023/24

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Napjatostně deformační analýza basketbalové konstrukce v tělocvičně

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Prutové soustavy se běžně používají k modelování chování stožárů, mostů, jeřábů a jiných konstrukcí, které jsou vyrobeny z prutových těles a splňují předpoklady kladené na prutové soustavy. Konstrukce sloužící jako držák basketbalového koše, která se nachází ve sportovní hale Věry Čáslavské v Šumperku je typickým reprezentantem prostorové prutové soustavy.

Cíle bakalářské práce:

1. Rešeršní práce týkající se využití prutových soustav ve sportu, hlavně při basketbalu.
2. Vytvoření 3D výpočtových modelů (analytického a numerického) konstrukce držící basketbalový koš.
3. Provedení napjatostně deformační analýzy konstrukce pro různé zatěžující stavy.
4. Verifikace analytického řešení numerickým.

Seznam doporučené literatury:

JANÍČEK, P., ONDRÁČEK, E., VRBKA, J. a BURŠA, J. Mechanika těles: Pružnost a pevnost I, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno, 2004, ISBN 80-214-2592-x.

FLORIAN, Z., PŘIKRYL, K., ONDRÁČEK, E. Mechanika těles - statika. Vyd. 3. Brno: PC-DIR, 1995, ISBN 80-214-0694-1.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2023/24

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

Téma této práce je napjatostně deformační analýza basketbalové konstrukce v tělocvičně. Tato konstrukce je rozdělena na dvě části. Jedna část je modelována jako prostorová prutová soustava. Druhá část je modelována jako rovinná prutová soustava. První část práce se zabývá řešením o využití prutových soustav ve sportu. Dále následuje vytvoření analytických výpočtových modelů prostorové a rovinné prutové soustavy. Tyto modely jsou poté využity k výpočtu tří různých zatěžujících stavů. Následně jsou vytvořeny modely pro numerické řešení. V poslední části této práce je analytické řešení ověřeno numerickým řešením.

Klíčová slova

Prut, prutová soustava, tah, tlak, deformace, napětí, metoda konečných prvků

ABSTRACT

The topic of this thesis is stress-strain analysis of a basketball structure in a gymnasium. This structure is divided into two parts. One part is modeled as a spatial bar system. The other part is modeled as a plane bar system. The first part of the paper deals with the research on the use of bar systems in sports. This is followed by the development of analytical computational models of the spatial and plane bar systems. These models are then used to calculate three different loading conditions. Subsequently, the models are developed for numerical solution. In the last part of this work, the analytical solution is verified by the numerical solution.

Key words

Bar, bar system, tension, compression, deformation, stress, finite element method

Bibliografická citace

KUBÍČEK, Daniel. Napjatostně deformační analýza basketbalové konstrukce v tělocvičně [online]. Brno, 2024 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/158338>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Vladimír Fuis.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením doc. Ing. Vladimíra Fuise, Ph.D. a s použitím zdrojů uvedených v seznamu.

V Brně dne 24. května 2024

.....

Daniel Kubíček

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat především vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. Vladimíru Fuisovi, Ph.D. za jeho cenné rady a připomínky při vedení bakalářské práce. Dále bych rád poděkoval své rodině za jejich podporu během studia.

Obsah

1. Úvod.....	9
2. Využití prutových konstrukcí ve sportu	10
2.1 Sportovní haly	10
2.1.1 AT&T Stadium	10
2.1.2 The O ₂	10
2.1.3 Sportovní hala Gymnázia Šumperk.....	11
2.2 Konstrukce nesoucí basketbalový koš.....	12
2.2.1 Exteriérové konstrukce.....	12
2.2.2 Interiérové konstrukce	13
3. Teorie.....	15
3.1 Saint Venantův princip	15
3.2 Castiglianova věta	15
3.2.1 Posuv	15
3.2.2 Natočení	15
3.3 Vymezení prutu jako speciálního tělesa	15
3.4 Prutové předpoklady	16
3.4.1 Geometrické předpoklady	16
3.4.2 Předpoklady vazbové a zatěžovací.....	16
3.4.3 Předpoklady deformační	16
3.4.4 Předpoklady napjatostní	16
3.5 Charakteristiky příčného průřezu	16
3.6 Průřezové charakteristiky nezávislé na volbě souřadnicového systému	17
3.7 Průřezové charakteristiky závislé na volbě souřadnicového systému.....	17
3.8 Prutové soustavy	18
3.8.1 Řešení prutových soustav	18
3.8.2 Statická určitost prutových soustav	19
3.8.3 Způsoby řešení prutových soustav	20
3.9 Mezní stavy	20
3.9.1 Mezní stav pružnosti	20
3.9.2 Mezní stav vzpěrné stability.....	21
3.10 Prostý tah a tlak	22
3.10.1 Geometrické vztahy.....	23
3.10.2 Rozložení napětí v příčném průřezu.....	23
3.10.3 Závislost VVÚ a napětí	24

3.10.4	Extrémní napětí	24
3.10.5	Energie napjatosti	24
3.10.6	Deformační charakteristiky střednice.....	25
4.	Konstrukce držící basketbalový koš.....	26
5.	Analytické řešení.....	28
5.1	Zjednodušení modelu konstrukce vůči skutečnosti.....	28
5.2	Statický rozbor	28
5.2.1	Vnitřní statický rozbor hlavní části konstrukce.....	28
5.2.2	Vnitřní statický rozbor vedlejší části konstrukce	30
5.3	Systém značení prutů a styčníků	31
5.3.1	Značení hlavní konstrukce.....	31
5.3.2	Značení vedlejší konstrukce	32
5.3.3	Lana	32
5.4	Příčné průřezy	32
5.4.1	Vlastnosti a přiřazení příčných průřezů.....	32
5.5	Délky prutů.....	34
5.5.1	Délky prutů hlavní konstrukce	34
5.5.2	Délky prutů vedlejší konstrukce.....	35
5.6	Orientace prutů vůči souřadnicovému systému	35
5.7	Zatížení vlastní hmotností prutové konstrukce	36
5.8	Rovnice statické rovnováhy	37
5.9	Algoritmus řešení	38
5.10	Zatěžující stav č.1	39
5.10.1	Řešení hlavní části konstrukce pro zatěžující stav č.1	39
5.10.2	Statický rozbor	40
5.10.3	Normálové síly a napětí.....	41
5.10.4	Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti	43
5.10.5	Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability.....	43
5.10.6	Deformace	44
5.10.7	Řešení vedlejší části konstrukce pro zatěžující stav č.1	44
5.10.8	Statický rozbor	44
5.10.9	Normálové síly a napětí.....	45
5.10.10	Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti	46
5.10.11	Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability.....	47
5.10.12	Deformace	47

5.11	Zatěžující stav č.2.....	47
5.11.1	Řešení hlavní části konstrukce pro zatěžující stav č.2	47
5.11.2	Statický rozbor	48
5.11.3	Normálové síly a napětí.....	49
5.11.4	Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti	51
5.11.5	Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability.....	51
5.11.6	Deformace	51
5.11.7	Řešení vedlejší části konstrukce pro zatěžující stav č. 2.....	51
5.11.8	Statický rozbor	51
5.11.9	Normálové síly a napětí.....	52
5.11.10	Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti	53
5.11.11	Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability.....	53
5.11.12	Deformace	53
5.12	Zatěžující stav č. 3.....	54
5.12.1	Řešení hlavní části konstrukce pro zatěžující stav č. 3	55
5.12.2	Statický rozbor	56
5.12.3	Normálové síly a napětí.....	57
5.12.4	Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti	59
5.12.5	Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability.....	59
5.12.6	Deformace	59
5.12.7	Řešení vedlejší části konstrukce pro zatěžující stav č. 3.....	59
5.12.8	Statický rozbor	59
5.12.9	Normálové síly a napětí.....	59
5.12.10	Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti	60
5.12.11	Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability.....	61
5.12.12	Deformace	61
6.	Numerické řešení.....	62
6.1	Tvorba modelu	62
6.2	Verifikace analytického řešení.....	65
6.2.1	Řešení hlavní konstrukce pro zatěžující stav č. 1 prvky LINK.....	65
6.2.2	Řešení vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č. 1 prvky LINK	67
6.2.3	Řešení hlavní konstrukce pro zatěžující stav č. 2 prvky LINK.....	69
6.2.4	Řešení vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č. 2 prvky LINK	71
6.2.5	Řešení hlavní konstrukce pro zatěžující stav č.3 prvky LINK.....	72
6.2.6	Řešení vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č. 3 prvky LINK	75

6.2.7	Zhodnocení numerického řešení	76
7.	Závěr.....	78
8.	Seznam příloh.....	82

1. Úvod

Příhradové konstrukce nachází v praxi široké spektrum využití, od mostů, jeřábů až po různé aplikace ve stavebnictví. Konstrukce efektivně využívají materiál a díky tomu je jejich využití ekonomicky šetrnější. Tyto konstrukce jsou v poměru k zatížení, které dokážou přenést velmi lehké. Další pozitivní vlastností je možnost rychlé montáže a demontáže.

Konstrukce, která slouží k uchycení basketbalového koše ve sportovní hale Věry Čáslavské v Šumperku typickým reprezentantem prostorové prutové soustavy. Jelikož jsem hráčem Šumperského basketbalového týmu od svých 11 let, tak s touto konstrukcí přicházím pravidelně do styku. Větší zájem ve mě tato konstrukce vzbudila, až po absolvování předmětů Statika a Pružnost Pevnost 1, kdy jsem začal přemýšlet nad tím, kde by mohla být kritická místa této konstrukce.

Hlavním cílem této bakalářské práce je napjatostně deformační analýza prutové soustavy, která slouží k uchycení basketbalového koše ve sportovní hale Věry Čáslavské v Šumperku. Dalším cílem je vytvořit rešeršní část zabývající se využitím prutových soustav ve sportu, hlavně při basketbalu a také teoretický základ problematiky prutových soustav. Cílem analytického řešení bude vytvoření modelů prutové soustavy a jejich následné testování pro různě zatěžující stavy. Analytické řešení bude řešeno s využitím softwaru Matlab. Dalším cílem je vytvoření numerických modelů, které budou sloužit k ověření správnosti analytického řešení. Výpočty pomocí metody konečných prvků budou provedeny v souboru programů ANSYS.

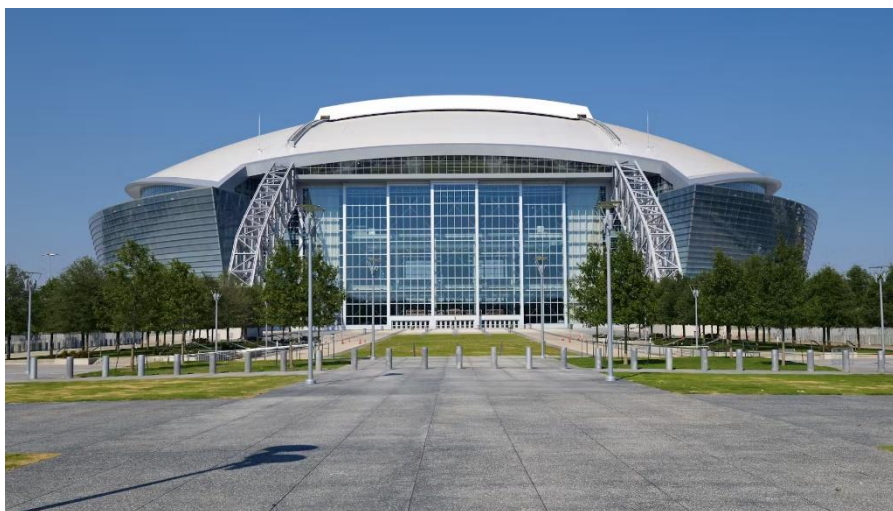
2. Využití prutových konstrukcí ve sportu

2.1 Sportovní haly

Při stavbě sportovních hal se využívají prutové soustavy jako nosné konstrukce.

2.1.1 AT&T Stadium

Tento stadion (obr. 1), se nachází ve městě Arlington v Texasu. S kapacitou pro 80000 (až 100000 na stání) diváků je největším stadionem v celé Národní fotbalové lize. Stadion byl navržen stavebně inženýrskou firmou Walter P Moore. Tato firma má ve svém portfoliu také stadiony basketbalových týmů, jako je Chase Center v San Francisku nebo v Kia Center v Orlando. Stavba byla zahájena v dubnu roku 2006 a dokončen po třech letech na konci května 2009.[1] Klenotem toho stadionu je jeho kopulovitá střecha nesená 14100 tunami oceli. Nejdůležitější částí jsou dva kolosální prutové nosníky. Nosníky mají v řezu obdélníkový tvar, kde kratší strana má 5 metrů a delší 10,5 metrů. Celková délka nosníků je 373 metrů, což z nich činí nejdelší konstrukci tohoto typu na světě. Tyto klenuté příhradové konstrukce přenáší zatížení o velikosti 85,5 MN. Střecha je výjimečná tím, že má dva zatahovací panely, které jsou pokryté průsvitnou membránou z napínací tkaniny. Otvírání a zavírání střechy je provedeno skrz hřebenový pohon. Otevření nebo zavření trvá 12 minut. Jedná se již o pátý stadion se zatahovací střechou, který navrhla firma Walter P Moore.[2]

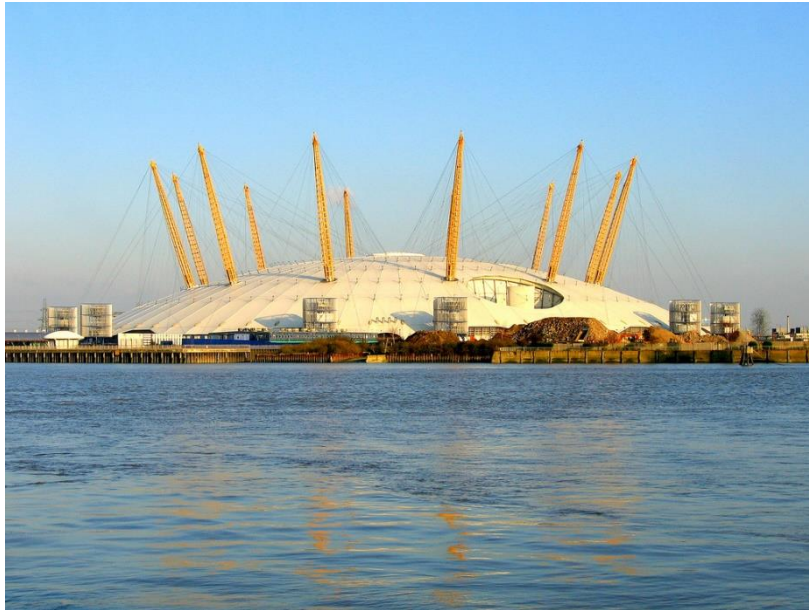


Obrázek 1 AT&T Stadium [2]

2.1.2 The O₂

The O₂, dříve nazývaný Millennium Dome (obr. 2), je aréna nacházející se na poloostrově Greenwich v jihovýchodním Londýně v Anglii. Výstavba arény byla dokončena v roce 1999, aby se v ní mohla konat výstava oslavující nové tisíciletí. Architektem toho projektu je Richard Rogers. Strukturální inženýrství bylo zajištěno firmou BuroHappold Engineering.[3] Kopulovitá střecha tvořená kabelovou sítí má průměr 320 m. Střecha je kryta 80 000 m² tkaniny ze skelných vláken potažené teflonem. Dvanáct ocelových stožárů vyčnívá ze střechy, aby podpíraly napnutou síť ocelových lan. Každý stožár je 90 m dlouhý, má osmiúhelníkový průřez a váží přibližně 95 tun. Stožáry se skládají z podélných prutů s kruhovým dutým průřezem o průměru 323 mm a z bočních prutů s obdélníkovým dutým průřezem 300 mm x 200 mm. Nejprve byly vyrobeny sekce v délkách 6–16 m, kde byly použity velmi jemné tolerance, aby bylo zajištěno, že do sebe správně zapadnou. Poté byly sekce stožáru přepraveny a svařeny na

místě před montáží. Každý stožár je podepřen na své vlastní trubkové svařované ocelové pyramidové konstrukci, prostřednictvím pryžového hrncového ložiska. Kromě omezení délky komponentů stožárů byl také celkový průměr stožárů omezen požadavky na přepravu, takže při ověřování jejich nosnosti bylo zapotřebí velké množství počítačových výpočtů. Firma Buro Happold využila nelineární analýzu v programu LUSAS Civil & Structural, k posouzení nosnosti stožárů. Protože se stěžně výrazně naklánějí, bylo třeba vzít v úvahu také průhyby pod vlastní tíhou a tíhu případné námrazy. [4] Od roku 2011 do roku 2019, vyjma roku 2012, zde byly pořádány tzv. NBA London Game. Jeden zápas sezony byl tak odehrán pro Evropské fanoušky v Londýně.[5]



Obrázek 2 The O2 [3]

2.1.3 Sportovní hala Gymnázia Šumperk

Díky rekonstrukci, která byla dokončena v roce 2005, teď na místě původní staré budovy z počátku 30. let stojí moderní multifunkční sportovní hala.[6] Sportoviště je primárně využíváno k výuce tělesné výchovy na gymnáziu. Zároveň je také domovem šumperského florbalového týmu Asper Šumperk. Střecha haly je nesena deseti příhradovými vazníky. Zajímavé na této střeše je, že v její polovině se nachází okna orientovaná svisle k zemi. Díky tomu je jedna polovina každého příhradového vazníku pod střechou, kdežto druhá polovina je nad střechou (obr.3).



Obrázek 3 Tělocvična Gymnázia Šumperk[18]

2.2 Konstrukce nosoucí basketbalový koš

Vzhledem k různým dispozicím sportovišť, nabízí firmy mnoho řešení pro uchycení basketbalových košů. Konstrukce pro basketbalové koše se dají rozdělit dle lokace zabudování na interiérové a exteriérové. Dále se dělí na nástěnné nebo mobilní. Nástěnné lze ještě rozdělit na pevné, otočné a zvedací ke stropu.

2.2.1 Exteriérové konstrukce

Venkovní konstrukce se nejčastěji zabudovávají do betonových základů. Kvůli venkovnímu umístění je třeba tyto konstrukce chránit před korozi. Jako protikorozi ochrana se používá žárové zinkování. Typické konstrukce pro venkovní užití od firmy DOR-SPORT jsou Streetball konstrukce oblouková (obr.4) a Basketbalová konstrukce příhradová, otočná s vysazením 4500 mm. Oblouková konstrukce je pevná a díky tomu je levnější a lehčí. Tento typ konstrukcí se využívá na venkovních hřištích určených pouze pro basketbal. Otočná, příhradová konstrukce naopak najde své využití na víceúčelových hřištích. Díky možnosti sklopit konstrukci lze basketbalový koš posunout na stranu hřiště a hrací plocha tak může být zároveň využita jako např. tenisový kurt. [7],[8]



Obrázek 5 Streetball konstrukce oblouková[7]



Obrázek 4 Basketbalová konstrukce, příhradová, otočná[8]

2.2.2 Interiérové konstrukce

Konstrukce pro vnitřní použití jsou nejčastěji ukotveny na stěnách sportovišť. Prvním typem těchto konstrukcí jsou konstrukce pevné. Odlišují se délkou vysazení od stěny. Pevné konstrukce jsou nabízeny v délkách vysazení od 300 mm až po 3500 mm. Další možností jsou konstrukce otočné. Tyto konstrukce se vyrábí v délkách vysazení od 1250 mm do 6800 mm. Pro konfigurace s vysazením od 2500 mm je potřeba využití táhel. Díky tomuto typu konstrukce mohou být koše jednoduše přemístěny, a tak umožnit větší flexibilitu sportoviště. Pokud je místo pro basketbalový koš příliš daleko od stěny, nebo dispozice tělocvičny neumožňuje uchycení ke stěně, je možné nainstalovat konstrukci ukotvenou na stropě (obr.6). Tyto konstrukce jsou zaklápěny elektromechanicky pomocí elektromotoru s navijákem. Firma DOR-SPORT nabízí tyto konstrukce až do celkové výšky 12 m. Cena takové konstrukce je zhruba 200.000 Kč.[9]



Obrázek 6 Basketbalová konstrukce ukotvená na stropě[19]

3. Teorie

3.1 Saint Venantův princip

Saint Venantův princip je zásadní věta o mechanické ekvivalenci. Říká, že pokud nahradíme silovou soustavu působící na dané těleso v okolí bodu A tělesa jinou silovou soustavou, která je staticky ekvivalentní původní silové soustavě, pak napjatost tělesa bude s výjimkou jisté části tělesa obsahující bod A prakticky stejná pro oba zatěžovací stavy. Díky tomuto principu můžeme zavádět výpočtové modely silových soustav a styku těles. Také je možné rozdělit řešení napjatosti a deformace vázaného tělesa a nejprve řešit rovnováhu tělesa jako celku, a poté řešit napjatost s deformací uvolněného tělesa. Saint Venantův princip umožňuje značné zjednodušení náročnosti výpočtů, protože můžeme např. plošné síly nahradit jednou staticky ekvivalentní osamělou silou.[10]

3.2 Castiglianova věta

3.2.1 Posuv

„Působí-li na lineárně pružné těleso (soustavu) silová soustava, pak posuv u_J působíště síly F_J po celé její nositelce je dán parciální derivací celkové energie napjatosti tělesa (soustavy) podle této síly.“ [10]

$$u_J = \frac{\partial W}{\partial F_J} \quad (3.1)$$

3.2.2 Natočení

„Úhel natočení φ_J přímky spojené s působíštěm silové dvojice M_J v rovině jejího působení je dán parciální derivací celkové energie napjatosti tělesa (soustavy) podle této dvojice.“ [10]

$$\varphi_J = \frac{\partial W}{\partial M_J} \quad (3.2)$$

Tato věta umožňuje určit deformační charakteristiky lineárně pružného tělesa, na které působí silová soustava. Můžeme s její pomocí vytvářet deformační podmínky pro místa, kde jsou deformační charakteristiky známe (např. ve vazbách) a řešit tak staticky neurčité úlohy. Pokud chceme v bodě na tělese určit posuv v daném směru nebo natočení, musí v tomto bodě působit osamělá síla ve směru počítaného posuvu nebo moment, v případě výpočtu natočení. Když se v tomto bodě a směru nenachází žádná osamělá síla, respektive moment, můžeme přidat potřebnou sílu (moment) s nulovou velikostí. Bude tak možné vypočítat požadované deformační charakteristiky a vzhledem k nulové velikosti síly (momentu) nebude dané těleso ovlivněno.[10]

3.3 Vymezení prutu jako speciálního tělesa

Při řešení problémů spojených s deformací, napjatosti a porušováním strojních součástí zřídka narazíme na tělesa jednoduchých tvarů, jako je např. válec nebo hranol. Pro řešení těles geometricky složitějších tvarů je zapotřebí využít výpočetní techniku a vhodný software. [10]

„Pрут v PP je teoretickým modelem reálného tělesa z hlediska napjatosti a deformace a je modelem nejjednoduššího typu.“ [10]

Prutem tedy nahrazujeme reálné těleso teoretickým. Toto teoretické těleso musí splňovat dané geometrické, deformační a napjatostní předpoklady, které označujeme souhrnným názvem prutové předpoklady. [10]

3.4 Prutové předpoklady

Vypracováno pomocí zdroje [10]

3.4.1 Geometrické předpoklady

- Prut je určen křivkou, kterou nazýváme střednice. V každém bodě střednice je prut určen daným příčným průřezem, který obsahuje všechny body tělesa ležící v normálové rovině. Geometrickým těžištěm příčného průřezu je průsečík střednice a příčného průřezu.
- Střednice je spojitá a hladká křivka s omezenou délkou.
- Příčný průřez je ohraničený obrysem. Jedná se o spojitou jedno nebo vícenásobnou souvislou oblast, která je charakterizována charakteristikami příčného průřezu.
- Nejdelší rozměr příčného průřezu je řádově nižší než délka střednice.

3.4.2 Předpoklady vazbové a zatěžovací

- Vazby omezují pouze posuvy a natočení střednice.
- Zatížení je soustředěno na střednici. Zatížení působící na těleso mimo jeho střednici nahrazujeme staticky ekvivalentním zatížením s působištěm na střednici.

3.4.3 Předpoklady deformační

- Během procesu deformace zůstává střednice spojitá a hladká.
- V průběhu deformace zůstávají příčné průřezy kolmé na střednici a zachovávají svoji rovinnost. Dle charakteru zatěžování se příčné průřezy:
 - Deformují a vzájemně oddalují nebo přibližují.
 - Deformují a natáčí kolem osy ležící v příčném průřezu.
 - Nedeformují a natáčí kolem osy kolmé k příčnému průřezu.
 - Vzájemně posouvají bez deformace.

3.4.4 Předpoklady napjatostní

Napjatost v prutových tělesech označujeme jako prutovou napjatost, která je určena normálovým a smykovým napětím v příčném průřezu.

3.5 Charakteristiky příčného průřezu

Charakteristiky příčného průřezu jsou souhrnný název pro veličiny, kterými charakterizujeme příčný průřez pro daný způsob prostého namáhání.

„Příčný průřez je plně určen rovnicí obsahové křivky, resp. obrysových křivek v souřadnicové rovině tzv. lokálního souřadnicového systému, který je zaveden tak, že osa x má směr normály n_q roviny q příčného průřezu (tečny střednice γ) a osy y, z leží v rovině příčného průřezu.“ [10]

3.6 Průřezové charakteristiky nezávislé na volbě souřadnicového systému

Vypracováno pomocí zdroje [10]

- Plocha

Velikost plochy příčného průřezu můžeme určit pomocí vztahu:

$$S = \int_{\psi} dS [m^2] \quad (3.3)$$

- Charakteristické osy – Jedná se o osy symetrie příčného průřezu a hlavní centrální osy procházející těžištěm.
- Charakteristické body – Mezi charakteristické body příčného průřezu patří těžiště průřezu a střed smyku.
- Charakteristické oblasti – Zejména pro aplikaci prutů ve stavebnictví je zaveden pojem jádro průřezu. Jádro průřezu je oblast příčného průřezu, která je namáhaná na tlak.
 - Hledisko souvislosti – Oblast příčného průřezu může být tvořena pouze jednou souvislou oblastí ohraničenou jednou spojitou křivkou nebo více souvislými oblastmi ohraničenými spojitými křivkami.

3.7 Průřezové charakteristiky závislé na volbě souřadnicového systému

Vypracováno pomocí zdroje [10]

a) Lineární momenty

Lineární momenty U_y a U_z určujeme k příslušným osám y a z za pomoci vztahů:

$$U_y = \int_{\psi} z dS [m^3] \quad (3.4)$$

$$U_z = \int_{\psi} y dS [m^3] \quad (3.5)$$

b) Kvadratické momenty průřezu

- Osově kvadratické momenty k osám y a z .

$$J_y = \int_{\psi} z^2 dS [m^4] \quad (3.6)$$

$$J_z = \int_{\psi} y^2 dS [m^4] \quad (3.7)$$

- Deviační kvadratický moment k souřadnicovému systému y, z.

$$J_{yz} = \int_{\psi} yz dS [m^4] \quad (3.8)$$

- Polární kvadratický moment k pólu 0.

$$J_p = \int_{\psi} r^2 dS [m^4] \quad (3.9)$$

$$r^2 = y^2 + z^2 \quad (3.10)$$

3.8 Prutové soustavy

Prutové soustavy používáme jako nejjednodušší model pro řešení prutových nebo příhradových konstrukcí. Prutová soustava musí splňovat následující předpoklady[11]:

- U prostorových úloh jsou vazby mezi tělesy sférické. U rovinných úloh se jedná o rotační vazby. V obou případech uvažujeme vazby NNTN.
- Tělesa prutové soustavy jsou buď pruty nebo styčníky. Kromě prutových předpokladů, přidáváme další omezení a to, že prutové soustavy mohou obsahovat pouze pruty, které mají jako střednici přímkou. Styčník je bod, kde styčnickové těleso spojuje dva a více prutů a středy sférických nebo rotačních kinematických dvojic v tomto bodě splývají v jeden.
- Vnější zatížení působí na prutovou soustavu pouze ve styčnicích.
- Prutová soustava je uložena pouze stykem ve styčníku. U rovinných soustav je soustava uložena rotační nebo obecnou vazbou a u prostorové soustavy je uložení řešeno sférickou nebo obecnou vazbou.
- Každý prut je spojený s minimálně dvěma jinými pruty pomocí styčnicků. Toto spojení musí zajistit, aby pruty byly nepohyblivé a celá soustava tvořila nepohyblivé prutové těleso.

3.8.1 Řešení prutových soustav

Každý prut v prutové soustavě přenáší sílu pouze ve své ose. Pokud je síla v prutu orientována směrem ven z prutu, je tato síla kladná. Při řešení prutových soustav nezobrazujeme jednotlivé uvolněné pruty, ale zobrazujeme pouze uvolněné styčníky. Uvolnění prutových těles provádíme jen v představě. Síly v prutu uvolňujeme směrem ven z prutu, a vzhledem k principu akce a reakce tak působí na styčník stejně velká síla opačného směru. Při dodržení tohoto principu u všech uvolněných prutů a styčnicků budou síly vycházející kladně zapříčiňovat tahové namáhání jednotlivých prutů. Síly, které vyjdou jako záporné, budou zapříčiňovat namáhání tlakové.[11]

3.8.2 Statická určitost prutových soustav

Při řešení prutových soustav rozlišujeme tři druhy statické určitosti.[11]

- Vnější statická určitost

Aby prutová soustava byla vnějškově staticky určitá, musí se počet externích neznámých parametrů rovnat počtu externích rovnic statické rovnováhy uvolněného prutového tělesa. Tuto podmínku můžeme vyjádřit jako:

$$\vartheta = \mu_A \quad (3.11)$$

kde μ_A je počet neznámých vnějších stykových sil a ϑ je počet použitelných podmínek statické rovnováhy. Pokud je počet neznámých vnějších stykových sil o n vyšší, říkáme, že je prutová soustava n -krát vnějškově staticky neurčitá.

- Vnitřní statická určitost

Vnitřní statická určitost se týká určování sil v jednotlivých prutech. Podmínka vnitřní statické určitosti dává do rovnosti počet použitelných podmínek statické rovnováhy pro daný typ prutové soustavy a počet prutů prutové soustavy. Tato podmínka má tvar:

$$p = 3k - 6 \quad (3.12)$$

Pro prostorovou prutovou soustavu.

$$p = 2k - 3 \quad (3.13)$$

Pro rovinnou prutovou soustavu.

Kde p označuje počet prutů a k je počet styčníků. Počet styčníků násobíme dvěma nebo třemi, dle typu prutové soustavy, protože pro každý styčník můžeme napsat 3 rovnice statické rovnováhy v prostoru nebo 2 v rovině. Od tohoto výrazu musíme odečíst počet neznámých parametrů vnějších stykových sil, tedy 6 pro prostorovou soustavu, respektive 3 v případě rovinné prutové soustavy. Dále můžeme určit stupeň statické neurčitosti dle vztahu:

$$s = p - (3k - 6) \quad (3.14)$$

Pro prostorovou prutovou soustavu.

$$s = p - (2k - 3) \quad (3.15)$$

Pro rovinnou prutovou soustavu.

Pro $s = 0$ platí že je soustava vnitřně staticky určitá. Počet neznámých parametrů je v takovém případě roven počtu použitelných rovnic. Pokud je stupeň statické neurčitosti záporný, tak se jedná o vnitřně pohyblivou prutovou soustavu. Kladný stupeň statické neurčitosti říká, že máme více neznámých než použitelných rovnic. V tomto případě je potřeba dopsat tolik deformačních podmínek, jako je stupeň statické neurčitosti. Pokud prutová soustava tvoří trojúhelníkové obrazce, je pokaždé vnitřně staticky určitá.

- Celková statická určitost

„Celková statická určitost prutových soustav se vztahuje k určení všech neznámých nezávislých parametrů prutové soustavy z použitelných podmínek statické rovnováhy. Obecně vyjádřena nutná podmínka celkové statické určitosti má tvar: “[11]

$$\vartheta = \mu \quad (3.16)$$

Tuto podmínku lze vyjádřit také ve tvaru:

$$3k = p + \mu_A \quad (3.17)$$

Pro prostorovou prutovou soustavu.

$$2k = p + \mu_A \quad (3.18)$$

Pro rovinnou prutovou soustavu.

3.8.3 Způsoby řešení prutových soustav

- Obecná styčnicková metoda

Tato metoda spočívá ve vytvoření lineární soustavy rovnic pomocí uvolnění všech styčníků a určení použitelných podmínek statické rovnováhy. Tuto soustavu lze zapsat ve tvaru maticové rovnice[11]

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (3.19)$$

Kde \mathbf{A} je matice popisující prutovou soustavu geometricky
 \mathbf{x} je sloupcová matice neznámých parametrů
 \mathbf{b} je sloupcová matice plně zadaných silových prvků

Vzhledem k počtu lineárních rovnic v soustavě je pro tento způsob řešení využíván počítač a vhodný software pro řešení soustav lineárních rovnic.

- Postupná styčnicková metoda

Tato metoda spočívá v postupném uvolňování styčníků, které jsou staticky určitě vázány v daný moment řešení. Pořadí uvolňování styčníků je dané podmínkou, že na uvolněný styčnick působí kromě plně určených silových prvků jen neúplně určené silové prvky, které mají pouze 3 neznámé parametry. Pokud v daný moment řešení není žádný styčnick staticky určitě vázaný, nelze v řešení pokračovat. Když se nám podaří určit další neznámý parametr pomocí uvolnění pod soustavu, lze v řešení pokračovat. Pokud se to nepodaří, lze využít obecnou styčnickovou metodu.

3.9 Mezní stavy

Mezní stav je stav, při kterém se deformace nebo porušení mění z přípustných na nepřípustné z funkčního hlediska.[10]

3.9.1 Mezní stav pružnosti

„Mezní stav pružnosti tělesa je takový stav, při jehož překročení vznikají plastické deformace (po uskutečnění zatěžovacího cyklu).“ [10]

Zatěžovací cyklus je zatížení tělesa z výchozího stavu do jistého zatížení a následné odlehčení. Pokud během tohoto cyklu vznikly nevratné plastické deformace, došlo k překročení meze pružnosti. Tento mezní stav nastane právě tehdy, když hodnota napětí σ je rovna výpočtové mezi kluzu daného materiálu. Pokud napětí této hodnoty nenabude zůstává materiál ve stavu elastickém. Bezpečnost k tomuto meznímu stavu vypočteme pomocí vzorce:

$$k_k = \frac{\sigma_K}{|\sigma|} \quad (3.20)$$

Pokud k_k vyjde menší než jedna, znamená to, že v materiálu budou vznikat plastické deformace během daného zatížení.[10]

3.9.2 Mezní stav vzpěrné stability

Vzpěrnou stabilitu řešíme pro případ namáhání prutu prostým tlakem. Při tomto namáhání se příčné průřezy prutu pouze přibližují. Ve skutečnosti namáháme-li relativně tenkou tyč tlakem, změní se v průběhu zatěžování charakter deformace. Nejprve nastává stlačování střednice prutu, ale od určité velikosti zatížení je stlačování nepodstatné a podstatný je ohyb prutu. Bod mezi těmito stavy nazýváme mezní stav vzpěrné stability.[12]

„Mezní stav vzpěrné stability je takový stav, ve kterém se mění charakter podstatné deformace.“[12]

- Kritická síla vzpěru u vázaného prutu

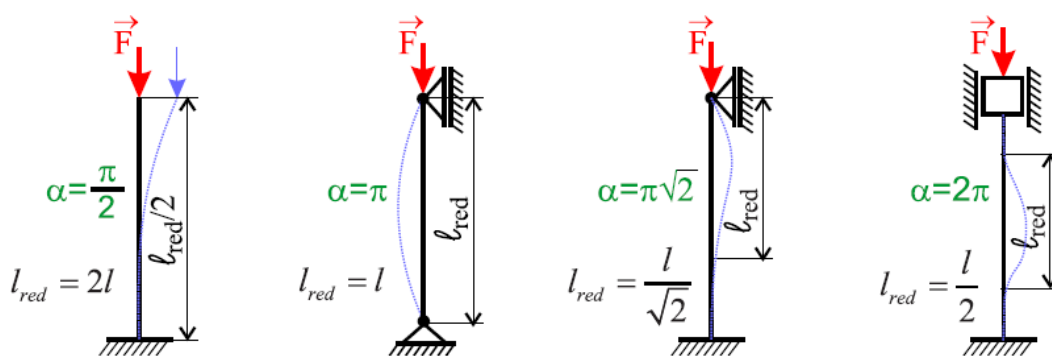
Pokud síla zatěžující prut překoná kritickou sílu vzpěru dojde k vybočení prutu. Velikost této síly určíme pomocí vzorce:

$$F_{kr} = \alpha^2 \frac{EJ_2}{l^2} \quad (3.21)$$

nebo

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_2}{l_{red}^2} \quad (3.22)$$

Kde α závisí na uložení daného prutu (obr.7). V druhém vzorci se objevuje redukovaná délka, která odpovídá vzdálenosti dvou nejbližších bodů, ve kterých je nulový ohybový moment na deformované střednici prutu.[12]



Obrázek 7 Hodnoty α a l_{red} pro různé uložení[14]

Tyto vztahy platí pro ideálně zatížený prut. Pro něj můžeme určit bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability pomocí vztahu:

$$k_V = \frac{F_{kr}}{F} \quad (3.23)$$

- Tlakové namáhání prutu ze skutečného materiálu

„Nejjednoduššími výpočtovými modely skutečného materiálu jsou buď materiál houževnatý s výraznou mezí kluzu σ_K nebo materiál křehký, u něhož při $|\sigma| = \sigma_{Rd}$ nastává náhle křehký lom.“[12]

Pomocí tohoto vzorce můžeme určit velikost napětí, ve kterém dojde k rozdělení rovnováhy:

$$\sigma_{kr} = \frac{|N|}{S} = \frac{F_{kr}}{S} = \alpha^2 \frac{EJ_2}{l^2 S} = \alpha^2 \frac{E}{\lambda^2} \quad (3.24)$$

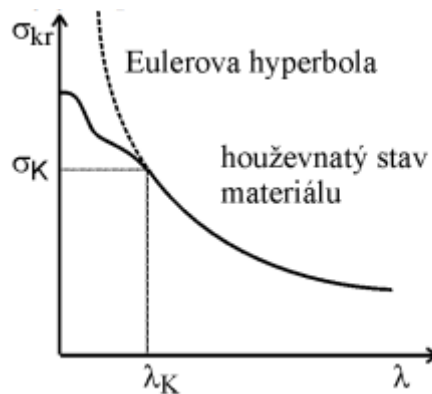
Kde λ je štíhlost prutu, kterou vypočteme pomocí vzorce:

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{J_2/S}} \quad (3.25)$$

Kritickou štíhlost můžeme potom vyjádřit jako:

$$\lambda_{kr} = \sqrt{\frac{E}{\sigma_{kr}}} \quad (3.26)$$

Závislost tlakového napětí, ve kterém dojde k rozdělení rovnováhy σ_{kr} na štíhlosti prutu λ , popisuje Eulerova hyperbola (obr.8).



Obrázek 8 Závislost kritického tlakového napětí na štíhlosti prutu

Pokud platí, že $\lambda_{kr} > \lambda$, tak nastane dříve mezní stav pružnosti a rozhodující je bezpečnost vůči němu. Pro $\lambda_{kr} < \lambda$ platí, že dříve nastane mezní stav vzpěrné stability a počítáme bezpečnost vzhledem k tomuto meznímu stavu.[12]

3.10 Prostý tah a tlak

Aby se jednalo o prostý tah nebo tlak, musí být splněny následující podmínky:[12]

- Deformace jsou z hlediska statické rovnováhy nepodstatné a prvek prutu uvolňujeme v nedeformovaném stavu.
- Příčné průřezy se vzájemně oddalují a přibližují a následně se deformují.

- Jediná nenulová složka VVÚ je normálová síla.
- Jsou splněny prutové předpoklady.

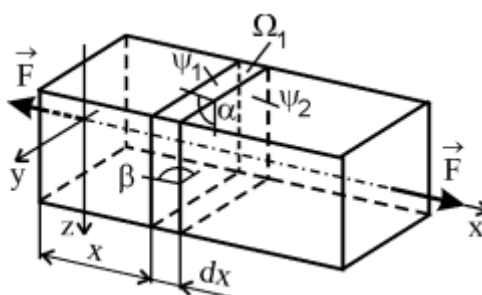
3.10.1 Geometrické vztahy

Jedná se o vztahy popisující závislosti mezi posuvy a přetvořeními. Při zatěžování se příčné průřezy elementárního prvku Ω_1 vzájemně oddalují při tahovém zatěžování (obr.9), či přibližují při tlakovém zatěžování. Nezatížené příčné průřezy elementárního prvku Ω_1 jsou od sebe ve vzdálenosti dx . Při zatížení se tyto příčné průřezy od sebe vzájemně oddálí o deformační posuv du při tahovém zatěžování, či přiblíží o deformační posuv du při tlakovém zatěžování. Deformační posuv du je stejný pro všechny body příčného průřezu elementárního prvku, takže pravé uhly zůstanou zachovány a úhlová přetvoření budou tedy nulová. [12]

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xz} = 0 \quad (3.27)$$

Délkové přetvoření ve směru osy x tak můžeme vyjádřit ve tvaru: [12]

$$\varepsilon_x(y, z) = \frac{du}{dx} = konst. \quad (3.28)$$



Obrázek 9 Zatížení tahem [14]

V prutu vzniká trojosý stav deformace, který můžeme zapsat pomocí tenzoru přetvoření ve tvaru:[12]

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Přetvoření ε_y a ε_z můžeme dopočítat s využitím Poissonovy konstanty. Tato délková přetvoření budou mít opačná znaménka než ε_x . [12]

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu\varepsilon_x \quad (3.30)$$

3.10.2 Rozložení napětí v příčném průřezu

Pro hookovský materiál platí závislost: [12]

$$\sigma_x = E\varepsilon_x \quad (3.31)$$

Protože $\varepsilon_x = konst.$, je i $\sigma_x = konst.$ a napětí je rozloženo v příčném průřezu rovnoměrně. Z napjatostních prutových předpokladů vyplývá:[12]

$$\sigma_y = \sigma_z = 0 \quad (3.32)$$

Vzhledem k nulovým uhlovým přetvořením bude i smykové napětí nulové. V prutu vzniká jednoosá napjatost, kterou můžeme zapsat tenzorem napětí:[12]

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

3.10.3 Závislost VVÚ a napětí

Ze známosti rozložení napětí po průřezu můžeme určit závislost normálového napětí σ na VVÚ. Použitím podmínky statické ekvivalence můžeme psát:[12]

$$\iint_{\psi} \sigma_x dS = N \quad (3.34)$$

Po integraci toho výrazu můžeme vyjádřit napětí jako:

$$\sigma = \frac{N}{S} \quad (3.35)$$

V tomto výrazu vynecháme index x, jelikož ostatní složky napětí jsou nulové.

3.10.4 Extrémní napětí

Při posuzování mezních stavů je potřeba znát místa a extrémní hodnoty napětí v příčném průřezu. Při tahu a tlaku je napětí ovšem rozloženo rovnoměrně po příčném průřezu, a tak všechny body průřezu jsou stejně nebezpečné. Extrémní napětí tedy spočteme pomocí vzorce:[12]

$$\sigma_{ex} = \frac{N}{S} \quad (3.36)$$

3.10.5 Energie napjatosti

Energii napjatosti řešíme pro trojnásobně elementární prvek, pro který v lineární pružnosti platí, že se celá deformační práce projeví zvýšením pružné energie napjatosti. Práce vynaložená na trvalou deformaci je nulová. Dosazením za $du = \varepsilon dx$ a $\varepsilon = \sigma/E$ do vzorce pro výpočet deformační práce $A_{(\sigma dS)}$ vnitřní elementární síly získáme vztah pro energii napjatosti W_{Ω_3} uvažovaného elementárního prvku.[12]

$$W_{\Omega_3} = A_{(\sigma dS)} = \frac{1}{2} (\sigma dS) du = \frac{1}{2} (\sigma dS) \varepsilon dx = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} dS dx \quad (3.37)$$

Vztah pro měrnou energii napjatosti získáme vztažením energie napjatosti na jednotku objemu.[12]

$$\Lambda = \frac{W_{\Omega_3}}{V_{\Omega_3}} = \frac{W_{\Omega_3}}{dS dx} = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} \quad (3.38)$$

Pro prostý tah můžeme energii napjatosti jednonásobně elementárního prvku Ω_1 vypočítat dosazením $\sigma = \frac{N}{S}$. [12]

$$W_{\Omega_1} = \iint_{\psi} \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} dx dS = \iint_{\psi} \frac{N^2}{2ES^2} dx dS = \frac{N^2}{2ES} dx \quad (3.39)$$

V prutu s délkou l se tak akumuluje energie napjatosti:

$$W_l = \int_0^l W_{\Omega_1} = \int_0^l \frac{N^2}{2ES} dx \quad (3.40)$$

3.10.6 Deformační charakteristiky střednice

Deformační charakteristikou prostého tahu je posuv bodu střednice ve směru střednice. Jelikož jsou splněny prutové předpoklady, je i při deformaci střednice spojitá, a tak i posuv $u(x)$ je spojitou funkcí, a proto můžeme výraz $du = \varepsilon_x dx$ integrovat: [12]

$$u(x) = \int_0^x \varepsilon_x dx \quad (3.41)$$

Dosazením konstitučního vztahu pro lineárně pružný materiál dostaneme:

$$u(x) = \int_0^x \frac{\sigma}{E} dx = \int_0^x \frac{N}{ES} dx \quad (3.42)$$

Pro prizmatický prut, který má konstantní normálovou sílu N po celé střednici platí:

$$u = \frac{Nx}{ES} \quad (3.43)$$

4. Konstrukce držící basketbalový koš

Řešená konstrukce se nachází ve Sportovní hale Věry Čáslavské v Šumperku. Konstrukce slouží k upevnění basketbalového koše. Kromě basketbalového koše je ke konstrukci také připevněná světelná tabule ukazující zbývající útočný čas. Deska s obroučkou jsou ke konstrukci připevněny pomocí mechanismu umožňujícího plynulou regulaci výšky. Díky tomuto mechanismu je možné nastavit výšku obroučky na 260 cm nad hrací plochu pro zápasy tzv. minibasketu, které hrají nejmladší a mladší minižáci. Pro basketbalové zápasy dětí starších kategorií, žen i mužů je výška obroučky určena pravidly na 305 cm nad hrací plochou.



Obrázek 10 Konstrukce držící basketbalový koš

Konstrukce se skládá ze dvou částí, které lze vzájemně oddělit. Po rozdělení se konstrukce stane pohyblivou a je možné obě části otočit na stranu. Toto konstrukční řešení je nutné, protože Sportovní hala Věry Čáslavské je mimo basketbal využívána i pro moderní gymnastiku, házenou či volejbal. Spojení částí je provedeno pomocí vysunovacích čepů na konci vedlejší části, které zapadnou do průchozích děr na hlavní části konstrukce. Konstrukce pro oba koše jsou rozměrově totožné, liší se pouze v konfiguraci. Jedna konstrukce má vedlejší část z levé strany a druhá z pravé strany. Hlavní i vedlejší konstrukce jsou ke stěně upevněny pomocí čepů a patek.



Obrázek 11 Pohled na konstrukci

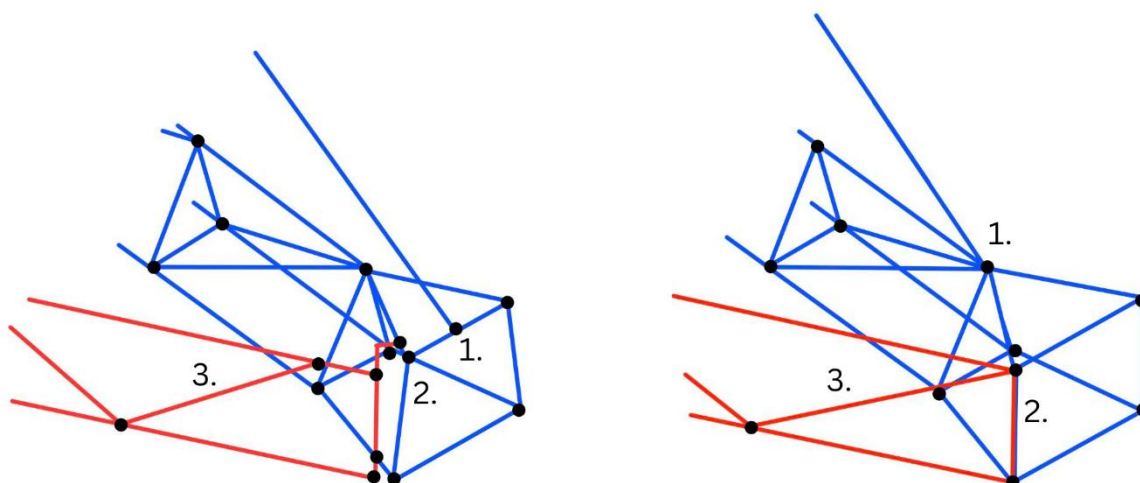
5. Analytické řešení

Pro řešení byl zvolen materiál S235, ze kterého se běžně vyrábí konstrukční trubky. Tento materiál má minimální mez kluzu $R_e = 235 \text{ MPa}$, modul pružnosti $E = 210 \text{ GPa}$ a hustotu $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$.

5.1 Zjednodušení modelu konstrukce vůči skutečnosti

Při tvorbě modelu konstrukce držící basketbalový koš bylo potřeba konstrukci na několika místech upravit tak, aby splňovala předpoklady prutové soustavy (obr.12).

1. Uchycení lana k hlavní části konstrukce – Na modelu konstrukce bylo uchycení lana přesunuto do nejbližšího styčnicku. Lano bylo totiž uchyceno mimo styčnicku. Touto úpravou byla délka lana zkrácena o 33 cm na 6,17 m.
2. Spojení hlavní a vedlejší konstrukce – Spojení konstrukcí je ve skutečnosti provedené pomocí dílu přivařeného ke dvěma prutům. Ve zjednodušeném modelu je pomyslné spojení provedeno ve dvou krajních styčnicích konstrukcí. Lichoběžníkový konec hlavní konstrukce byl z tohoto důvodu v modelu nahrazen obdélníkem.
3. Délka posledního příčného prutu u vedlejší konstrukce – Ve skutečnosti mají všechny příčné pruty u vedlejší konstrukce stejnou délku. Poslední prut nedosáhl až do krajního styčnicku. V modelu je poslední příčný prut prodloužen tak, aby dosáhl až do krajního styčnicku.



Obrázek 12 Schéma zjednodušení

5.2 Statický rozbor

Úloha je rozdělena na dvě části. Hlavní část konstrukce je řešena jako prostorová prutová soustava a vedlejší část konstrukce je řešena jako prutová soustava v rovině.

5.2.1 Vnitřní statický rozbor hlavní části konstrukce

Hlavní část konstrukce je tvořena 64 pruty a 28 styčnicí. Stupeň vnitřní statické neurčitosti můžeme určit pomocí vzorce:

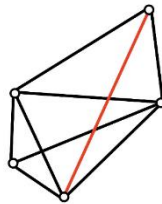
$$s = p - (3k - 6) = 64 - (3 \cdot 27 - 6) = -11 \quad (5.1)$$

Hlavní část konstrukce je jedenáctkrát staticky přeuročena. To znamená, že je prutová soustava vnitřně pohyblivá. Je tedy potřeba doplnit 11 prutů do prutové soustavy na v hodná místa tak, aby tvořila tuhé prutové těleso a byla vnitřně staticky určitá. To bylo provedeno rozdělením konstrukce na části a přidáváním prutu do nich, dokud tyto jednotlivé části neměly nulový stupeň vnitřní statické neurčitosti.

- Segment A

Tato část konstrukce se ve skutečnosti skládá z 8 prutů a 5 styčnicků. Použitím vzorce zjistíme, že je tato část jednou vnitřně pohyblivá a je potřeba dodat pouze jeden prut (obr.13).

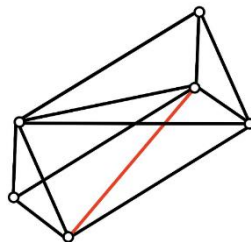
$$s_A = p - (3k - 6) = 8 - (3 \cdot 5 - 6) = -1 \quad (5.2)$$



Obrázek 13 Segment A s doplněným prutem (červeně)

- Segment B

Tento segment se v konstrukci šestkrát opakuje. Segment obsahuje 11 prutů a 6 styčnicků. Použitím stejného vzorce opět zjistíme, že je potřeba přidat do konstrukce jeden prut (obr. 14).



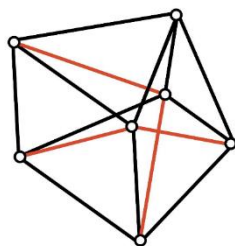
$$s_B = p - (3k - 6) = 11 - (3 \cdot 6 - 6) = -1 \quad (5.3)$$

Obrázek 14 Segment B s doplněným prutem (červeně)

- Segment C

Segment C obsahuje 11 prutů a 7 styčnicků. Po vložení těchto hodnot do rovnice vyjde vnitřní statická neurčitost - 4 a k zamezení vzájemného pohybu prutů je potřeba dodat 4 další pruty. (obr. 15).

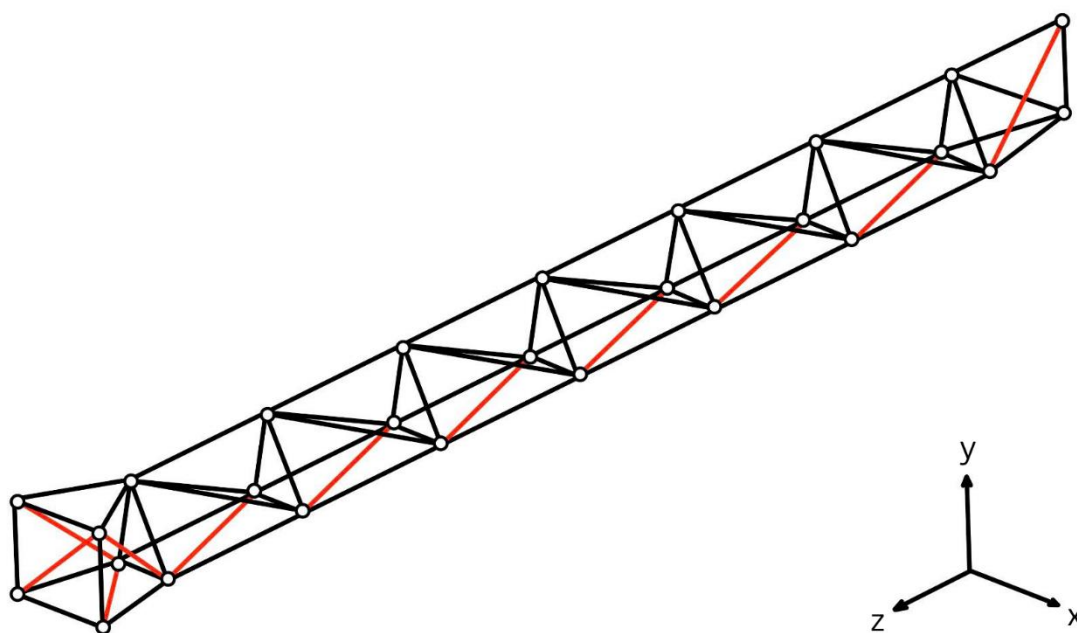
$$s_C = p - (3k - 6) = 11 - (3 \cdot 7 - 6) = -4 \quad (5.4)$$



Obrázek 15 Segment C s doplněným prutem (červeně)

Přidáním 1 prutu do segmentu A, 1 prutu do šestkrát se opakujícího segmentu B a 4 prutů do segmentu C, bylo celkem do hlavní konstrukce přidáno 11 prutů (obr. 16). Celkový počet prutů tak stoupl na 75, zatímco počet styčníků zůstal stejný. Stupeň vnitřní statické neurčitosti je tak nulový a prutová soustava hlavní konstrukce tvoří tuhé prutové těleso.

$$s = p - (3k - 6) = 75 - (3 \cdot 27 - 6) = 0 \quad (5.5)$$



Obrázek 16 Hlavní část konstrukce s doplněnými pruty (červeně)

5.2.2 Vnitřní statický rozbor vedlejší části konstrukce

Jedná se o rovinnou prutovou soustavu, která obsahuje 23 prutů a 13 styčníků.

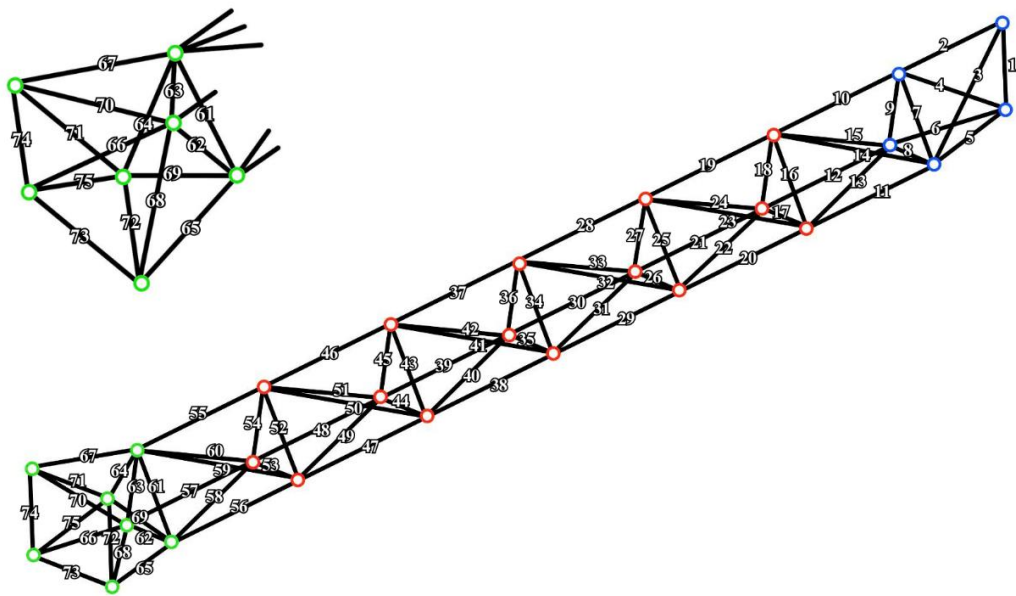
$$s = p - (2k - 3) = 23 - (2 \cdot 13 - 3) = 0 \quad (5.6)$$

Použitím vzorce pro výpočet míry vnitřní statické neurčitosti zjišťujeme, že soustava je vnitřně staticky určitá a není potřeba přidávat žádné pruty. Tento fakt je zřejmý na první pohled, jelikož prutové soustavy, u kterých pruty tvoří trojúhelníkové obrazce, jsou vnitřně staticky určité.

5.3 Systém značení prutů a styčnicků

5.3.1 Značení hlavní konstrukce

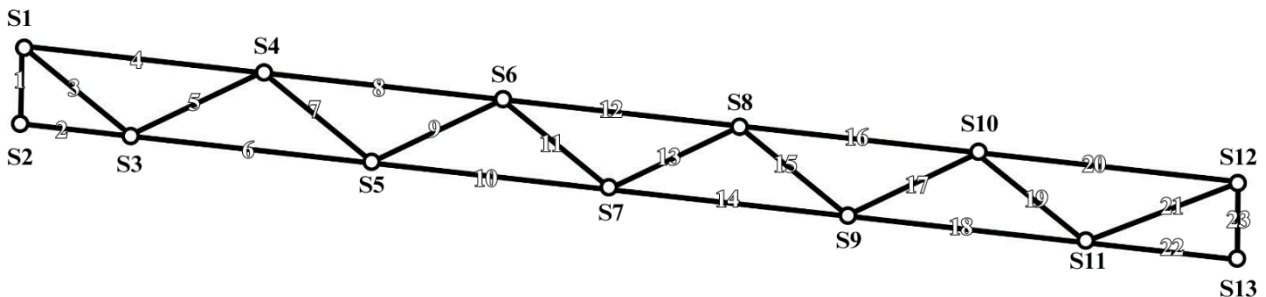
Značení styčnicků je vytvořené na základě pomyslného rozdělení prutové soustavy na segmenty viz kapitola 6.2.1. (obr. 17). Toto rozdělení bylo zvoleno, protože trojice styčnicků segmentu B jsou vždy geometricky totožné s následující trojicí. Mění se pouze čísla prutu, která budou vždy o 9 vyšší. Číslování prutu začíná u stěny a končí u prutů nejbližší basketbalovému koši (obr. 18).



Obrázek 18 Systém značení prutů hlavní konstrukce.

5.3.2 Značení vedlejší konstrukce

Obdobně jako u hlavní konstrukce jsou pruty i styčníky číslovány směrem od stěny k basketbalovému koši (obr. 19).



Obrázek 19 Systém značení prutů vedlejší konstrukce.

5.3.3 Lana

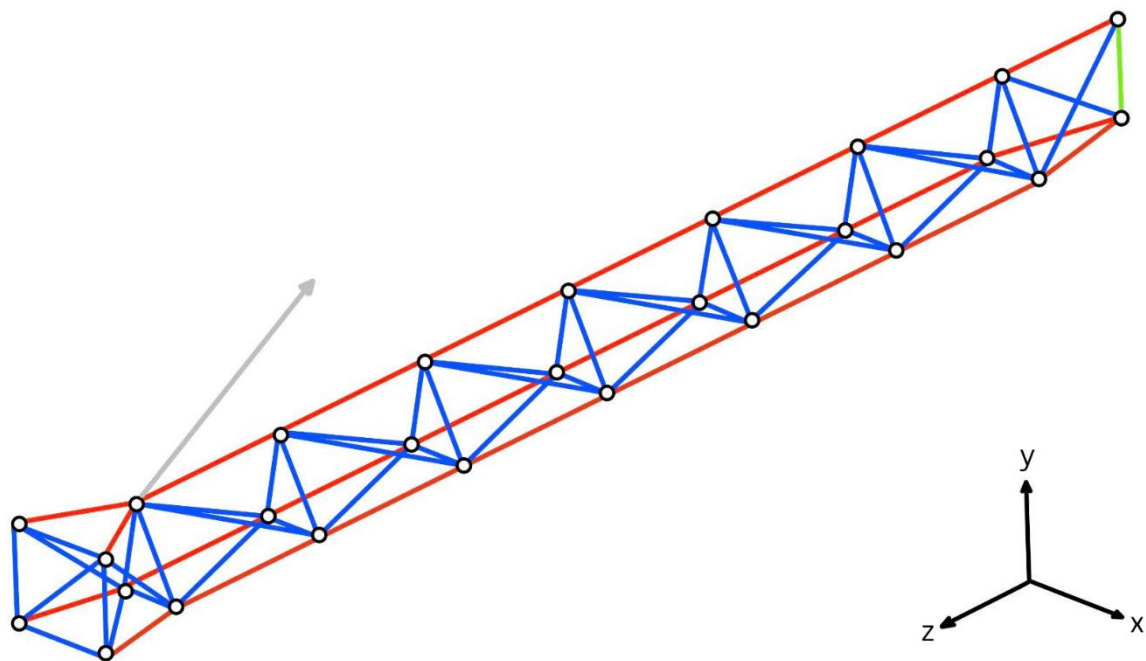
Lana jsou specifická tím, že přenáší pouze tah, proto je potřeba pro všechny zatěžující stavy vždy zkontrolovat, zda jsou namáhána na tah. Lana mají vždy nejvyšší číslo z celé prutové soustavy. Lano hlavní konstrukce má č.76 a u vedlejší konstrukce č.24. Body, ve kterých jsou uchycena lana ke stěně, jsou značeny S14 u vedlejší konstrukce a Slano u hlavní konstrukce.

5.4 Příčné průřezy

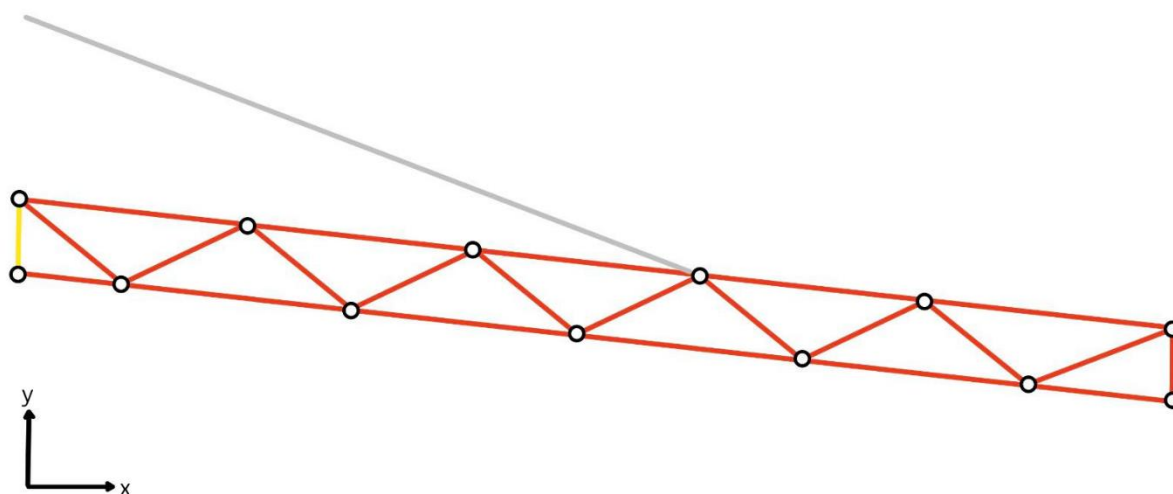
Téměř celá prutová soustava je tvořena trubkami s tloušťkou stěny 2 mm a velkým průměrem 32 nebo 22 mm. V místech uchycení konstrukcí ke stěně (pruty č. 1) se jedná o tyče s průměrem 46 mm u hlavní konstrukce a 32 mm u vedlejší konstrukce. Pro pruty, které byly doplněny tak, aby prutová soustava byla vnitřně statiky určitá, byl zvolen příčný průřez trubky 22x2. Ocelové lano vedlejší konstrukce má průměr 6 mm. Hlavní konstrukce je zavěšena na dvou souběžných lanech o průměru 6 mm.

5.4.1 Vlastnosti a přiřazení příčných průřezů

Vlastnosti a přiřazení je znázorněno obrázky (obr. 20,21) a tabulkou č. 1.



Obrázek 20 Příčné průřezy hlavní konstrukce



Obrázek 21 Příčné průřezy vedlejší konstrukce.

Tabulka 1 Parametry a přiřazení příčných průřezů

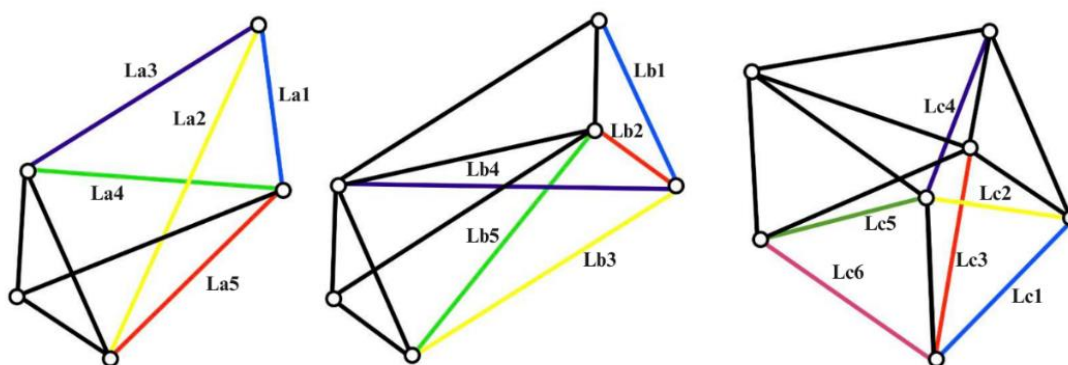
	Obsah [mm ²]	Kvadratické momenty [mm ⁴]	Barva znázornění
Trubka 32x2	188,5	21300	
Trubka 22x2	125,7	6346	
Tyč 46	1662,9	219786,6	
Tyč 32	804,2	51471,9	
Lano	28,3	63,6	

5.5 Délky prutů

Většina délek prutů se v prutové soustavě opakuje, proto byly v programu Inventor odměřeny pouze potřebné délky a následně přiřazeny k prutům dané délky.

5.5.1 Délky prutů hlavní konstrukce

Hlavní konstrukce byla opět pomyslně rozdělena na 3 segmenty. Stačilo tak určit pouze 17 různých délek prutů (tab.2), ze kterých se skládá hlavní konstrukce (obr.22).



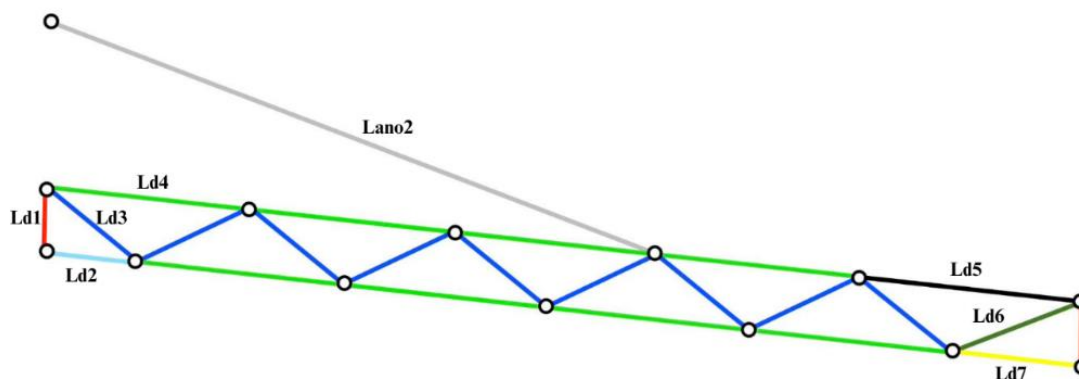
Obrázek 22 Délky prutů hlavní konstrukce.

Tabulka 2 Délky prutů a lana vedlejší konstrukce jejich přiřazení.

Označení	Délka [mm]	Pruty
La1	400	1,72,74
La2	719,8	3
La3	581,6	2
La4	662	4
La5	550,8	5,6
Lb1	424,1	7,9,16,18,25,27,34,36,43,45,53,54,61,63
Lb2	300	8,17,26,35,44,53,62
Lb3	710	10,11,12,19,20,21,28,29,30,37,38,39,46,47,48,55,56,57
Lb4	827	14,15,23,24,32,33,41,42,50 51,59,60
Lb5	770,8	13,22,31,40,49,58
Lc1	442,5	65,66
Lc2	558,2	69,70
Lc3	593,1	68
Lc4	457,9	72,74
Lc5	656	75
Lc6	520	71,73
Lano1	6171,5	76

5.5.2 Délky prutů vedlejší konstrukce

Vedlejší konstrukce je tvořena pruty 8 různých délek (tab.3), (obr.23). Stejně jako u hlavní konstrukce byly tyto délky odměřeny z náčrtu.



Obrázek 23 Délky prutů vedlejší konstrukce.

Tabulka 3 Délky prutů a lana vedlejší konstrukce jejich přiřazení.

Označení	Délka [mm]	Pruty
Ld1	400	1,23
Ld2	575,2	2
Ld3	735	3,5,7,9,11,13,15,17,19
Ld4	1236,2	4,6,8,10,12,14,16,18
Ld5	1368,3	20
Ld6	849,1	21
Ld7	793,1	22
Lano2	3947	24

5.6 Orientace prutů vůči souřadnicovému systému

Pro každý styčník bude potřeba napsat rovnice statické rovnováhy, kde bude potřeba rozložit normálové síly v prutech. Proto jsou vypočteny kosiny úhlů, které pruty svírají se souřadnicovým. Prut je spojen se dvěma styčníky. Dle konvence se normálové síly působící na daný styčník uvolňují tak, aby vektory směřovaly vždy směrem od styčníku. Normálová síla má tak při uvolnění na jednom styčníku opačný směr než na druhém. Proto jsou nejdříve určeny jen kosiny pro ten nejmenší úhel, který prut svírá s danou osou. Jednotlivé směry normálových vektorů jsou řešeny až během uvolňování jednotlivých styčníků. Potřebné úhly byly odměřeny z náčrtu v programu Inventor. V následující tabulce jsou hodnoty kosinů úhlů vždy k patřičné ose a přiřazení kosinů úhlů prutů, které svírají stejné úhly s osami (tab. 4).

Tabulka 4 Kosiny hlavní konstrukce

Kosiny prutu	Kosin úhlu s osou x	Kosin úhlu s osou y	Kosin úhlu s osou z	Identické kosiny
K1	0	1	0	K72,K74
K2	0	0,1290	0,9916	K10,K11,K12
K3	0,2084	0,6507	0,7302	
K4	0	0,4910	0,8712	
K5	0,2723	0,1241	0,9542	K6,
K7	0,3537	0,9275	0,1206	K9,K16,K18,K25,K27,K34,K36,K43,K45,K52,K54,K61,K63
K8	1	0	0	K17,K26,K35,K44,K53,K62,K71,K73
K13	0,3892	0,1188	0,9135	
K14	0,1814	0,3649	0,9132	K15,K23,K24,K32,K33,K41,K42,K50,K51,K59,K60
K64	0,5677	0,1061	0,8163	K67
K65	0,2486	0,1249	0,9605	K66
K68	0,6913	0,0932	0,7165	
K69	0,1971	0,6176	0,7614	K70
K75	0,7926	0,6097	0	
K76	0	0,5970	0,8023	

Kosiny úhlů pro hlavní část prutové soustavy jsou označeny jako K a číslo příslušného prutu. Pro rozlišení jsou kosiny úhlů vedlejší části konstrukce označeny jako C a číslo prutu (tab.5). Jsou to názvy matic, které mají rozměr 1x3 pro prostorovou úlohu a 1x2 pro rovinnou úlohu.

Tabulka 5 Kosiny vedlejší konstrukce

Kosiny prutu	Kosin uhlu s osou x	Kosin uhlu s osou y	Identické kosiny
C1	0	1	C23
C2	0,9942	0,1074	C4,C6,C8,C10,C12,C14,C16,C18,C20,C22
C3	0,7780	0,6283	C7,C11,C15,C19
C5	0,8942	0,4476	C9,C13,C17
C21	0,9287	0,3708	
C24	0,9342	0,3568	

5.7 Zatížení vlastní hmotností prutové konstrukce

K modelování působení gravitační síly na prutovou soustavu je použita styčnicková metoda. Touto metodou pro každý styčník vezeme poloviny délek prutů spojených v daném styčnicku, vynásobíme každou délku vhodným příčným obsahem, hustotou a gravitačním zrychlením. Tak rozdělíme celkovou tíhu konstrukce pouze do styčnicků. Vzhledem k opakování segmentu B u hlavní konstrukce, není potřeba určovat sílu pro každý styčník. Určeny jsou jen síly G_{Sb1} , G_{Sb2} , G_{Sb3} , které působí ve styčnicích Sb11 až Sb53 (tab.6).

Výpočet pro styčnick Sc3:

$$G_{Sc3} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \rho \cdot S_1 \cdot (Lc1 + Lb3) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \rho \cdot S_2 \cdot (Lb1 + Lb2 + Lb3 + Lc2 + Lc3) = 21,2 \text{ N} \quad (5.7)$$

Kde $\rho = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a $g = 9.80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Tabulka 6 Tíhové síly hlavní konstrukce

Označení	Síla [N]	Označení	Síla [N]
G_{Sa1}	33,3	G_{Sc1}	37,3
G_{Sa2}	36,8	G_{Sc2}	18,3
G_{Sa3}	11,5	G_{Sc3}	21,2
G_{Sa4}	20,1	G_{Sc4}	10,8
G_{Sa5}	20,4	G_{Sc5}	13,9
G_{Sb1}	22,4	G_{Sc6}	10,8
G_{Sb2}	21,5	G_{Sc7}	11,1
G_{Sb3}	21,5	G_{Slano}	13,4

U tíhových sil vedlejší konstrukce (tab. 7) je tíhová síla stejná pro styčníky S4 až S7.

Tabulka 7 Tíhové síly vedlejší konstrukce

Ozančení	Síla [N]
G_{S1}	17,2
G_{S2}	16,6
G_{S3}	23,8
G_{S4}	28,6
G_{S8}	32,9
G_{S10}	29,6
G_{S11}	26,2
G_{S12}	19,0
G_{S13}	8,7
G_{S14}	4,3

5.8 Rovnice statické rovnováhy

Hlavní konstrukce je prostorová, tudíž je pro každý styčnick potřeba napsat 3 rovnice statické rovnováhy vždy ve směru os souřadného systému. V případě vedlejší konstrukce se jedná o rovinnou úlohu, proto každému styčnicku připadají pouze 2 rovnice statické rovnováhy. Následují příklady uvolnění styčnicků včetně zatížení tíhovou silou. Normálové síly v prutech

jsou označeny jako F a číslo příslušného prutu. Například normálová síla v prutu 36 je označena jako F36.

Rovnice statické rovnováhy pro styčnick Sa3:

$$x: F2 \cdot K2(1) + F4 \cdot K4(1) + F7 \cdot K7(1) - F9 \cdot K9(1) + F10 \cdot K10(1) = 0 \quad (5.8)$$

$$y: F2 \cdot K2(2) - F4 \cdot K4(2) - F7 \cdot K7(2) - F9 \cdot K9(2) - F10 \cdot K10(2) = G_{Sa3} \quad (5.9)$$

$$z: -F2 \cdot K2(3) - F4 \cdot K4(3) - F7 \cdot K7(3) - F9 \cdot K9(3) + F10 \cdot K10(3) = 0 \quad (5.10)$$

Rovnice statické rovnováhy pro styčnick S7:

$$x: -F10 \cdot C10(1) - F11 \cdot C11(1) + F13 \cdot C13(1) + F14 \cdot C14(1) = 0 \quad (5.11)$$

$$y: F10 \cdot C10(2) + F11 \cdot C11(2) + F13 \cdot C13(2) - F14 \cdot C14(2) = G_{S4} \quad (5.12)$$

Zbytek rovnic je vždy uveden ve scriptu pro daný zatěžující stav.

5.9 Algoritmus řešení

Výpočty pro daný zatěžující stav byly řešeny s využitím softwaru Matlab R2023b. Zde bude popsán postup, který je stejný pro všechny varianty řešení.

Nejprve je potřeba definovat konstanty, které jsou využívány dále ve scriptu. Jedná se o materiálové charakteristiky a gravitační zrychlení. Dále jsou určeny charakteristiky příčných průřezů, které se v daném řešení vyskytují. Tyto vypočtené hodnoty jsou následně přiřazeny prutům ve formátu S(číslo prutu) pro obsahy příčných průřezů a J(číslo prutu) pro kvadratické momenty. Tím jsou vytvořeny matice S a J typu double, které mají velikost 1 x počet prutů. Následně jsou prutům přiřazeny i jejich délky, opět ve formátu L(číslo prutu). K přiřazování hodnot je použita funkce **deal**. Tato funkce umožňuje přiřadit stejnou hodnotu více proměnným najednou. Pokud se nějaké charakteristiky pravidelně opakují, je možné využít jednoduchý **for** cyklus. Tento cyklus umožňuje opakovat daný blok kódů pro určené hodnoty proměnné. Jako příklad je uvedeno přiřazení příčného průřezu prutům segmentu B, který se opakuje. Pro každé opakování bloku kódu bude *i* nabývat hodnot od 0 do 45 v krocích po 9 (obr. 24).

```
for i=0:9:45
    [S(7+i),S(8+i),S(9+i),S(13+i),S(14+i),S(15+i)]= deal(S2);
end
```

Obrázek 24 Ukázka použití funkce deal

Dále jsou výpočty tíhového působení, které jsou následně použity ve styčnickových rovnicích. Následuje definování kosinů úhlů, které svírají pruty s osami souřadného systému (obr. 25).

```
K75 = [ cos(0.655695626) , cos(0.915100701) , 0 ];
```

Obrázek 25 Příklad matice kosinů

K řešení systému rovnic bylo použito rozšíření Matlabu, a to Symbolic Math Toolbox. To umožňuje definici symbolických proměnných a následně s nimi provádět matematické operace. Symbolické proměnné jsou definovány funkcí **syms**. Proměnné v systému rovnic jsou normálové síly v prutech a reakční síly ve vazbách. Rovnice jsou vloženy do jedné proměnné a neznámé do druhé. Tyto proměnné jsou v datovém typu sym, jelikož se jedná o symbolické výrazy. Řešení soustavy rovnic získáme pomocí funkce **solve**. Do funkce **solve** jsou vloženy symbolické rovnice a symbolické neznámé, pro které chceme danou soustavu vyřešit. Toto

řešení se uloží do zadané proměnné ve formátu struktury, která se skládá z řešení jednotlivých proměnných, pro která byla soustava řešena. Tato jednotlivá řešení jsou stále ve formátu sym a pro jejich vyčíslení je nejprve potřeba převést strukturu do pole buněk (**cell**). Tyto buňky stále obsahují jednotlivá řešení ve formátu sym, a tak jsou převedeny do formátu double. Tím jsou vypočtené hodnoty vyčísleny (obr. 26).

```

reseni=solve(rce,nezname);

vysledek_pole = cell(1, 81);% Vytvoření pole buněk pro výsledky

% Názvy polí
nazvy_poli = {'F1', 'F2', 'F3', 'F4', 'F5', 'F6', 'F7', 'F8', 'F9', 'F10', ...
              'F11', 'F12', 'F13', 'F14', 'F15', 'F16', 'F17', 'F18', 'F19', 'F20', ...
              'F21', 'F22', 'F23', 'F24', 'F25', 'F26', 'F27', 'F28', 'F29', 'F30', ...
              'F31', 'F32', 'F33', 'F34', 'F35', 'F36', 'F37', 'F38', 'F39', 'F40', ...
              'F41', 'F42', 'F43', 'F44', 'F45', 'F46', 'F47', 'F48', 'F49', 'F50', ...
              'F51', 'F52', 'F53', 'F54', 'F55', 'F56', 'F57', 'F58', 'F59', 'F60', ...
              'F61', 'F62', 'F63', 'F64', 'F65', 'F66', 'F67', 'F68', 'F69', 'F70', ...
              'F71', 'F72', 'F73', 'F74', 'F75', 'F_A', 'F_B', 'F_Cy', 'F_Cz', ...
              'F_Dz', 'F_Dx'};

% Převod hodnot z pole struktur do pole buněk
for i = 1:81
    vysledek_pole{i} = reseni.(nazvy_poli{i});
end

% Vytvoření pole pro vyčíslení výsledků
F_vys = zeros(1, 81);

% Vyčíslení hodnot
for i = 1:81
    F_vys(i) = double(vysledek_pole{i});% Výpočet číselné hodnoty ze symbolického výrazu
end

```

Obrázek 26 Řešení a vyčíslení výsledných sil

Výsledné hodnoty napětí jsou následně určeny pomocí jednoduchého for cyklu (obr. 27).

```

%určení napětí v prutech
for i=1:1:75
    napeti(i) = F_vys(i)/S(i);
end

```

Obrázek 27 For cyklus pro výpočet napětí v prutech

5.10 Zatěžující stav č.1

První zatěžující stav je zatížení hlavní části konstrukce pouze vlastní tíhou a hmotností basketbalového koše. Vedlejší konstrukce je zatížena pouze vlastní tíhou.

5.10.1 Řešení hlavní části konstrukce pro zatěžující stav č.1

Hlavní část konstrukce je zatížena basketbalovým košem. Basketbalový koš se skládá z akrylátové desky, která je uložena v ocelové konstrukci a systému pro regulaci výšky basketbalového koše. K ocelové konstrukci uložení desky je připevněna basketbalová obroučka a časová tabule. Spodní část desky je kvůli bezpečnosti hráčů kryta polyuretanovou ochranou. Hmotnosti jednotlivých částí jsou uvedeny v následující tabulce (tab.8). [13],[14],[15],[16]

Tabulka 8 Hmotnost částí koše

Část	Hmotnost [kg]
Deska	95
Regulace	60
Obroučka	10
Ochrana	1,5
Tabule	20

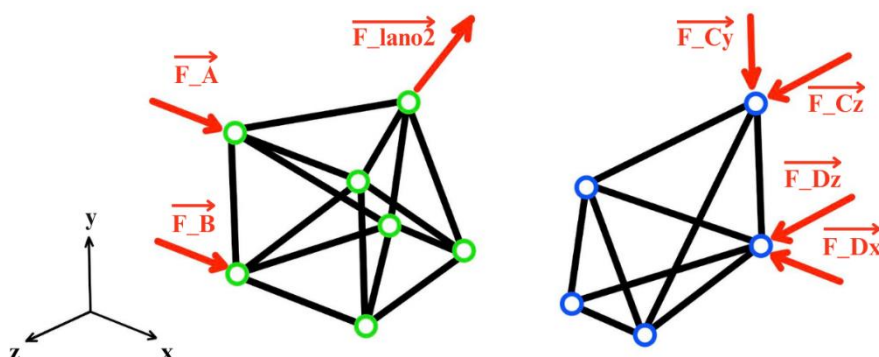
Tíha basketbalového koše je rovnoměrně rozdělena mezi styčníky Sc4, Sc5, Sc6, Sc7. Výpočet gravitační síly působící na koš:

$$F_{g_{kos}} = (95 + 60 + 10 + 1,5 + 20) \cdot g = 1828,94 \text{ N} \quad (5.13)$$

Takto na každý ze 4 styčniců působící síla o velikosti 457,2 N. Tato síla působí v záporném směru osy y.

5.10.2 Statický rozbor

Uložení konstrukce je provedeno zamezením posuvů ve styčnicích Sa1, Sa2, Sc4, Sc7. Ve styčnicu Sa1 je zamezen posuv ve směru osy y a z. Ve styčnicu Sa2 je zamezen posuv ve směru osy x a z. Ve styčnicích Sc4 a Sc7 je v obou případech zamezen posuv pouze v ose x. Vazba lana k základnímu tělesu je obecná vazba. (obr. 28)



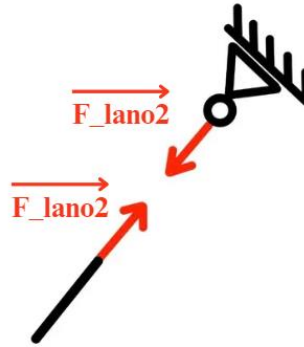
Obrázek 28 Uložení hlavní konstrukce

Jedná se o prostorovou úlohu, pro kterou máme k dispozici 6 použitelných podmínek statické rovnováhy. Počet neznámých reakčních sil je 7.

$$\vartheta = \mu_A \quad (5.14)$$

$$6 \neq 7$$

Pro tento případ bude potřeba provést částečné uvolnění a předepsat deformační podmínku, aby se soustava rovnic stala řešitelnou. Provedeme částečné uvolnění lana (obr. 29).



Obrázek 29 Částečné uvolnění

V místě vazby bude posuv nulový, a tak můžeme zapsat deformační podmínku:

$$u_{slano} = \frac{\partial W}{\partial F_{lano2}} = \sum_{i=1}^{76} \frac{F_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial F_{lano2}} = 0 \quad (5.15)$$

5.10.3 Normálové síly a napětí

V Programu Matlab je nejprve vyřešena soustava 82 rovnic pro všechny neznáme kromě F_{lano2} . Tím získáme neznáme vyjádřené symbolicky v závislosti na F_{lano2} . Aby bylo možné tyto výrazy parciálně derivovat při tvorbě deformační podmínky, je třeba tyto výrazy převést z formátu struktury složené z jednotlivých výrazů do pole buněk. Pomocí for cyklu jsou určeny výrazy, které jsou následně funkcí **sum** sečteny. Poté je deformační podmínka nadefinována jako 83. rovnice soustavy. Nakonec je vyřešena soustava 83 rovnic o 83 neznámých a hodnoty normálových sil v prutech a rekčních sil jsou vyčísleny (tab.9).

Tabulka 9 Normálové síly hlavní konstrukce pro zatěžující stav č. 1

Síla	[N]	Síla	[N]	Síla	[N]	Síla	[N]
F1	-227,9	F20	-2010,8	F39	-1330,0	F58	-0,2
F2	3885,6	F21	-2011,0	F40	-0,2	F59	-231,0
F3	0,0	F22	-0,2	F41	-366,3	F60	-230,4
F4	-996,9	F23	-501,7	F42	-365,8	F61	1014,2
F5	-3039,6	F24	-501,2	F43	176,0	F62	-616,5
F6	-3039,6	F25	245,4	F44	-8,0	F63	1016,1
F7	313,2	F26	-8,0	F45	175,7	F64	1221,2
F8	820,2	F27	245,1	F46	-136,9	F65	0,7
F9	313,2	F28	1242,1	F47	-1076,3	F66	0,0
F10	3086,0	F29	-1641,2	F48	-1076,6	F67	1219,8
F11	-2438,5	F30	-1641,5	F49	-0,2	F68	-1,0
F12	-2438,7	F31	-0,2	F50	-298,6	F69	-1309,3
F13	-0,2	F32	-434,0	F51	-298,1	F70	-1307,9
F14	-569,4	F33	-433,5	F52	141,3	F71	-434,1
F15	-568,8	F34	210,7	F53	-8,0	F72	468,0
F16	280,1	F35	-8,0	F54	141,0	F73	0,5
F17	-8,0	F36	210,4	F55	-652,2	F74	469,3
F18	279,8	F37	494,5	F56	-881,0	F75	-1,5
F19	2106,0	F38	-1329,7	F57	-881,3	F76	3509,9

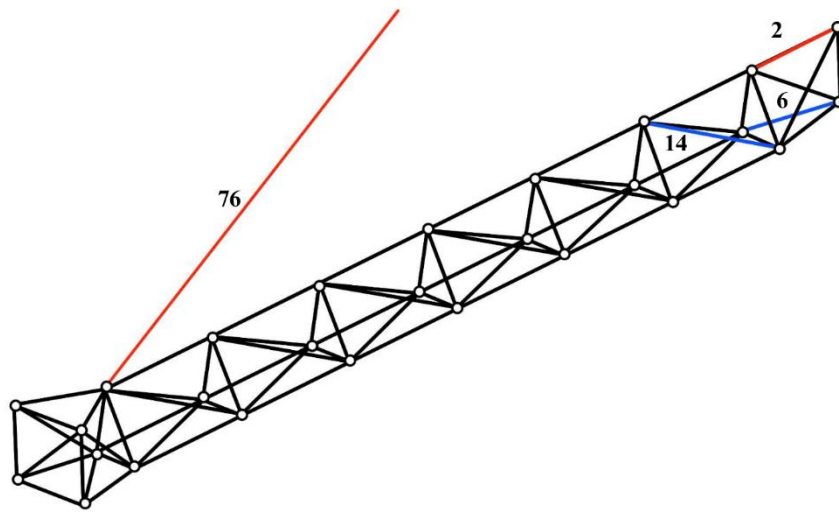
Pomocí vypočtených normálových sil v prutech následně určíme napětí (tab.10) v prutech jako podíl normálové síly prutu a jeho obsahu příčného průřezu. Příklad výpočtu napětí pro prut č.2.

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{S_2} = \frac{3885,6}{188,5} = 20,6 \text{ MPa} \quad (5.16)$$

Tabulka 10 Napětí hlavní konstrukce pro zatěžující stav č. 1

Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]
σ_1	-0,14	σ_{20}	-10,67	σ_{39}	-7,06	σ_{58}	0
σ_2	20,61	σ_{21}	-10,67	σ_{40}	0	σ_{59}	-1,84
σ_3	0	σ_{22}	0	σ_{41}	-2,92	σ_{60}	-1,83
σ_4	-7,93	σ_{23}	-3,99	σ_{42}	-2,91	σ_{61}	8,07
σ_5	-16,13	σ_{24}	-3,99	σ_{43}	1,40	σ_{62}	-4,91
σ_6	-16,13	σ_{25}	1,95	σ_{44}	-0,06	σ_{63}	8,09
σ_7	2,49	σ_{26}	-0,06	σ_{45}	1,40	σ_{64}	6,48
σ_8	6,53	σ_{27}	1,95	σ_{46}	-0,73	σ_{65}	0
σ_9	2,49	σ_{28}	6,59	σ_{47}	-5,71	σ_{66}	0
σ_{10}	16,37	σ_{29}	-8,71	σ_{48}	-5,71	σ_{67}	6,47
σ_{11}	-12,94	σ_{30}	-8,71	σ_{49}	0	σ_{68}	-0,01
σ_{12}	-12,94	σ_{31}	0	σ_{50}	-2,38	σ_{69}	-10,42
σ_{13}	0	σ_{32}	-3,45	σ_{51}	-2,37	σ_{70}	-10,41
σ_{14}	-4,53	σ_{33}	-3,45	σ_{52}	1,12	σ_{71}	-3,45
σ_{15}	-4,53	σ_{34}	1,68	σ_{53}	-0,06	σ_{72}	3,72
σ_{16}	2,23	σ_{35}	-0,06	σ_{54}	1,12	σ_{73}	0
σ_{17}	-0,06	σ_{36}	1,67	σ_{55}	-3,46	σ_{74}	3,73
σ_{18}	2,23	σ_{37}	2,62	σ_{56}	-4,67	σ_{75}	-0,01
σ_{19}	11,17	σ_{38}	-7,05	σ_{57}	-4,68	σ_{76}	62,07

Ačkoliv největší normálová síla působí v prutu č. 2, nejvíce namáhaný je prut č. 76. Síla působící v těchto dvou prutech je řádově stejná, ale obsah příčného průřezu dvou souběžných lan je více než 3x menší než obsah příčného průřezu prutu č. 2. Z tohoto vyplývá že i napětí v prutu č. 76 je zhruba 3x větší než napětí v prutu č. 2. (obr. 30)



Obrázek 30 Nejvíce zatížené pruty hlavní konstrukce při zatěžujícím stavu I

5.10.4 Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti

Nejvíce zatížené je lano, a proto bude bezpečnost určena v něm.

$$k_{k.76} = \frac{R_e}{\sigma_{76}} = \frac{235}{62,07} = 3,8 \quad (5.17)$$

Bezpečnost vůči MSP u nejvíce zatíženého prutu vyšla větší než jedna, a tak v něm během zatížení nebude docházet k plastickým deformacím. Druhý nejvíce zatížený prut je č. 2. Pro tento prut vychází bezpečnost vůči MSP 11,4. Lze tedy konstatovat, že k tomuto meznímu stavu nedojde.

5.10.5 Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability

Pro pruty namáhané tlakem byla určena bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability. Nejprve byla vypočtena kritická štíhlost. Prut je uložen pomocí dvou sférických vazeb, tudíž za α do rovnice dosadíme dle obr.7 dosadíme π .

$$\lambda_{kr} = \alpha \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}} = 93,9 \quad (5.18)$$

Následně byla určena štíhlost všech prutů. Příklad výpočtu pro prut č.6

$$\lambda_6 = \frac{l_6}{\sqrt{\frac{J_6}{S_6}}} = \frac{550,8}{\sqrt{\frac{21300}{188,5}}} = 51,8 \quad (5.19)$$

Pro prut č. 6 platí $\lambda_{kr} > \lambda_6$, proto nejprve dojde k meznímu stavu pružnosti a významná je bezpečnost vůči tomuto meznímu stavu. $\lambda_{kr} < \lambda$ platí pouze pro pruty, které mají délku La2, Lb4 a Lb5. V prutech s délkou La2 a Lb5 (pruty 3,13,22,31,40,49,58) je napětí nulové. Z prutů o délce Lb4 jsou tlakově namáhány nejvíce pruty 14 a 15. K učení bezpečnosti těchto prutů je potřeba vypočítat kritickou sílu, která je porovnána s tlakovou silou v daném prutu. Výpočet bezpečnosti pro prut č. 14:

$$F_k = \frac{\pi \cdot E \cdot J_{14}}{L_{14}} = 15904,2 \text{ N} \quad (5.20)$$

$$k_V = \frac{F_k}{|F_{14}|} = \frac{15904,2}{|-569,4|} = 27,9 \quad (5.21)$$

Nejnižší hodnota bezpečnosti vůči meznímu stavu vzpěrné stability vyšla pro pruty č. 14 a 15 27,9. Hodnoty pro ostatní pruty délky Lb4 jsou ještě vyšší, a tak k meznímu stavu vzpěrné stability a vybočení střednice nedojde u žádného prutu.

5.10.6 Deformace

Využitím Castiglianovy věty byl určen posuv styčnicku Sc6 ve směru osy y. Tento styčník byl vybrán, jelikož je k němu upevněn basketbalový koš. Výška basketbalové obroučky od hrací plochy je dána pravidly, proto je podstatný posuv ve směru osy y. Posuv byl určen přidáním doplňkové síly F_d do styčnicků Sc6 o velikosti 0 N působící v záporném směru osy y.

$$u_{Sc6_y_1} = \sum_{i=1}^{76} \frac{F_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial F_d} = 3,87 \text{ mm} \quad (5.22)$$

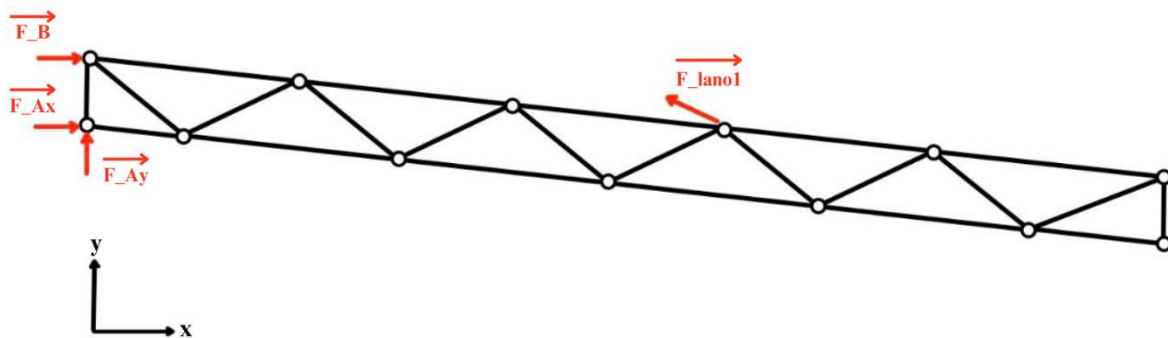
Basketbalový koš bude vlivem tíhového působení o 3,87 mm blíže hrací ploše. Součástí konstrukce basketbalového koše je systém pro regulaci výšky basketbalového koše, díky němuž je možné tuto deformaci kompenzovat, aby měla obroučka správnou výšku.

5.10.7 Řešení vedlejší části konstrukce pro zatěžující stav č.1

Vedlejší část konstrukce je zatížena pouze vlastní tíhou. Síly G_{S1} až G_{S14} jsou uvedeny v tabulce č. 7

5.10.8 Statický rozbor

Uchycení prutové soustavy ke stěně je řešeno ve styčnicích S1, S2 a lano je uchyceno ve styčnicku S8. Ve styčnicku S1 se jedná o rotační vazbu, podporou ve styčnicků S2 a lano je uchyceno pomocí obecné vazby. (obr. 31)



Obrázek 31 Uložení vedlejší konstrukce

Máme tak 4 neznáme vnější parametry. Pro rovinnou úlohu máme k dispozici pouze 3 rovnice statické rovnováhy.

$$\vartheta = \mu_A \quad (5.23)$$

$$3 \neq 4$$

Soustava je jednou vnějškově staticky neurčitá a stejně jako u hlavní konstrukce je potřeba předepsat deformační podmínku, aby byla úloha řešitelná. Částečně uvolníme bod S14. Jelikož se v tomto bodě nachází vazba, budou posuvy nulové. Deformační podmínka má tedy tvar:

$$u_{S14} = \frac{\partial W}{\partial F_{tano1}} = \sum_{i=1}^{24} \frac{F_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial F_{tano1}} = 0 \quad (5.24)$$

5.10.9 Normálové síly a napětí

Jedná se o rovinnou úlohu. Uvolněním všech styčniců získáme soustavu 27 rovnic o 28 neznámých. Přidáním deformační podmínky je možné vyčíslit jednotlivé síly. Hodnoty normálových sil v jednotlivých prutech jsou uvedeny v následující tabulce (tab. 11). Script v programu Matlab se liší pouze počtem rovnic a neznámých, způsob řešení je totožný.

Tabulka 11 Normálové síly vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č. 1

Síla	[N]	Síla	[N]	Síla	[N]
F1	-330,1	F9	-194,4	F17	-153,3
F2	-1528,4	F10	-622,5	F18	-132,3
F3	343,2	F11	141,8	F19	99,0
F4	906,0	F12	157,6	F20	54,8
F5	-299,5	F13	-89,2	F21	-58,7
F6	-990,5	F14	-431,2	F22	0,0
F7	246,9	F15	205,9	F23	8,7
F8	443,4	F16	270,2	F24	376,6

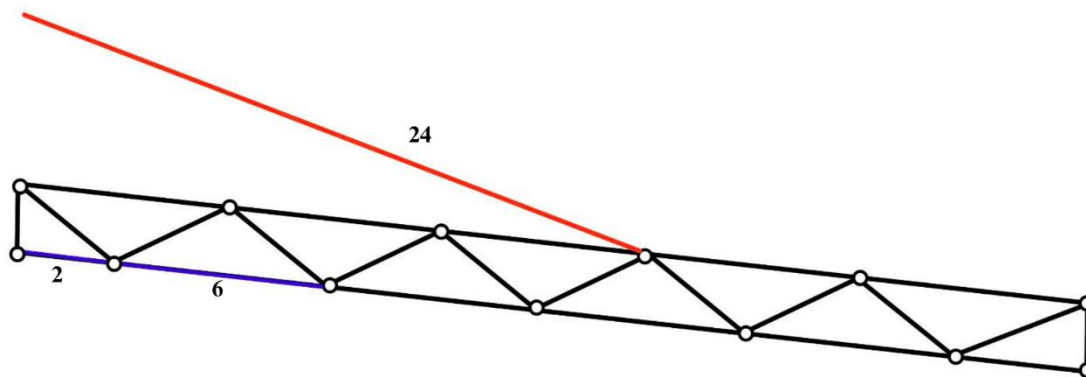
Napětí vypočítáme jako podíl normálové síly a obsahu příčného průřezu. Výpočet napětí v prutu č. 4:

$$\sigma_4 = \frac{F_4}{S_4} = \frac{906}{188,5} = 4,8 \text{ MPa} \quad (5.25)$$

Tabulka 12 Napětí vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č.1

Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]
σ_1	-1,7	σ_9	-1,0	σ_{17}	-0,8
σ_2	-8,1	σ_{10}	-3,3	σ_{18}	-0,7
σ_3	1,8	σ_{11}	0,8	σ_{19}	0,5
σ_4	4,8	σ_{12}	0,8	σ_{20}	0,3
σ_5	-1,6	σ_{13}	-0,5	σ_{21}	-0,3
σ_6	-5,3	σ_{14}	-2,3	σ_{22}	0
σ_7	1,3	σ_{15}	1,1	σ_{23}	0,05
σ_8	2,4	σ_{16}	1,4	σ_{24}	13,3

Přesto, že největší síla působí na prut č. 2. Největší napětí stejně jako u hlavní části vychází v laně. Na rozdíl od hlavní části konstrukce je toto lano tvořeno pouze jedním 6-ti mm ocelovým lanem. Stejně jako u hlavní konstrukce je lano namáháno tahem a je funkční. Prut nejvíce namáhaný tlakem je prut č.2. (obr. 32)



Obrázek 32 Nejvíce zatížené pruty vedlejší konstrukce při zatěžujícím stavu 1

5.10.10 Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti

Výpočet bezpečnosti vůči MSP v laně:

$$k_{k,24} = \frac{R_e}{\sigma_{24}} = \frac{235}{13,3} = 15,6 \quad (5.26)$$

Tato hodnota je nejnižší mezi pruty z vedlejší části konstrukce. Druhá nejnižší bezpečnost vyšla pro prut č.2 a to $k_{k,24} = 29$. Pro tento typ zatížení nebude v konstrukci docházet k plastickým deformacím.

5.10.11 Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability

Pro výpočet kritické štíhlosti prutů dosadíme do vzorce $\alpha=\pi$, jelikož pruty modelujeme jako uložené mezi dvěma rotačními vazbami. Vzhledem k tomu, že i materiálové charakteristiky jsou stejné jako u hlavní části konstrukce, tak i kritická štíhlost bude mít stejnou hodnotu.

$$\lambda_{kr} = \alpha \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}} = 93,9 \quad (5.27)$$

Následuje určení štíhlosti jednotlivých prutů. Jako příklad určení štíhlosti prutu č.20:

$$\lambda_{20} = \frac{l_{20}}{\sqrt{\frac{J_{20}}{S_{20}}}} = \frac{1368,3}{\sqrt{\frac{21300}{188,5}}} = 128,7 \quad (5.28)$$

Štíhlost tohoto prutu je sice vyšší než kritická, ale prut je namáhán tahem, tudíž vybočení střednice tohoto prutu nehrozí. Mimo tento prut vyšla štíhlost vyšší než kritická u prutů délky Ld4, tedy prutů 4,6,8,10,12,14,16 a 18. Nejvíce namáhaný tlakem je z těchto prutů prut č. 6, a tak bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability bude určena pro tento prut.

$$F_k = \frac{\pi \cdot E \cdot J_6}{L_6} = 28887 \text{ N} \quad (5.29)$$

$$k_V = \frac{F_k}{|F_6|} = \frac{28887}{|-990,5|} = 29,2 \quad (5.30)$$

Bezpečnost vůči tomuto meznímu stavu vyšla podobná jako u hlavní konstrukce.

5.10.12 Deformace

Pro výpočet deformace byl vybrán styčník číslo 13, jelikož deformace v tomto styčníku bude nejvýraznější. Výpočet posuvu styčníku ve směru osy y pomocí doplňkové síly o velikosti 0 N:

$$u_{S13,y,1} = \sum_{i=1}^{24} \frac{F_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial F_d} = 1,8 \text{ mm} \quad (5.31)$$

Styčník S13 se posune o 1,8 mm proti směru osy y.

5.11 Zatěžující stav č.2

V přechodím zatěžujícím stavu byla nejvíce namáhána pro obě části konstrukce lana. Cílem zatěžujícího stavu 2 je zjistit, jak se změní normálové síly a napětí v prutech v případě odebrání lan.

5.11.1 Řešení hlavní části konstrukce pro zatěžující stav č.2

Zatížení hlavní části konstrukce zůstává stejné jako pro zatěžujícím stavu č. 1. Jediná změna je pro styčník Sc7, u kterého se odebráním lana sníží velikost tíhové síly na něj působící.

$$G_{Sc7} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \rho \cdot (S_1 \cdot Lc1 + S_2 \cdot (Lc4 + Lc6 + Lc7)) = 10,8 \text{ N} \quad (5.32)$$

5.11.2 Statický rozbor

Uložení prutové soustavy se oproti předchozímu zatěžujícímu stavu stalo vnějškově staticky určitým. Odebráním lana přicházíme i o reakční sílu, a tak máme pouze 6 neznámých vnějších parametrů.

$$\vartheta = \mu_A = 6 \quad (5.33)$$

Soustava je i vnitřně staticky určitá (6.2.2), proto není zapotřebí předepisovat deformační podmínky. Uvolněním styčníků dostaneme soustavu 81 rovnic o 81 neznámých. Odebráním lana jsou pozměněny rovnice statické rovnováhy styčnicku Sc1:

$$x: F48 \cdot K48(1) + F53 \cdot K53(1) + F54 \cdot K54(1) + F57 \cdot K57(1) + F58 \cdot K58(1) + F60 \cdot K60(1) = 0 \quad (5.34)$$

$$y: F48 \cdot K48(2) + F53 \cdot K53(2) + F54 \cdot K54(2) - F57 \cdot K57(2) - F58 \cdot K58(2) + F60 \cdot K60(2) = G_{Sb3} \quad (5.35)$$

$$z: -F48 \cdot K48(3) + F53 \cdot K53(3) + F54 \cdot K54(3) + F57 \cdot K57(3) + F58 \cdot K58(3) + F60 \cdot K60(3) = 0 \quad (5.36)$$

5.11.3 Normálové síly a napětí

Řešením soustavy rovnic získáme následující hodnoty normálových sil (tab.13)

Tabulka 13 Normálové síly hlavní konstrukce pro zatěžující stav č.2

Síla	[N]	Síla	[N]	Síla	[N]	Síla	[N]
F1	-1189,4	F20	-8096,7	F39	-4372,7	F58	0,2
F2	27475,7	F21	-8097,0	F40	-0,2	F59	-2003,3
F3	0,0	F22	-0,2	F41	-2138,7	F60	-2002,8
F4	-3833,6	F23	-2274,0	F42	-2138,2	F61	1013,6
F5	-12527,3	F24	-2273,5	F43	1084,9	F62	-616,1
F6	-12527,3	F25	1154,3	F44	-8,0	F63	1015,5
F7	1221,8	F26	-8,0	F45	1084,6	F64	1220,5
F8	3404,0	F27	1154,0	F46	9009,1	F65	0,7
F9	1221,8	F28	16474,7	F47	-2597,4	F66	0,0
F10	24405,0	F29	-6205,5	F48	-2597,7	F67	1219,1
F11	-10046,1	F30	-6205,8	F49	-0,2	F68	-1,0
F12	-10046,3	F31	-0,2	F50	-2071,0	F69	-1308,5
F13	-0,2	F32	-2206,4	F51	-2070,5	F70	-1307,1
F14	-2341,7	F33	-2205,9	F52	1050,2	F71	-433,9
F15	-2341,2	F34	1119,6	F53	-8,0	F72	467,8
F16	1189,0	F35	-8,0	F54	1049,9	F73	0,5
F17	-8,0	F36	1119,3	F55	5450,7	F74	469,0
F18	1188,7	F37	12683,8	F56	-880,5	F75	-1,5
F19	20381,7	F38	-4372,4	F57	-880,8		

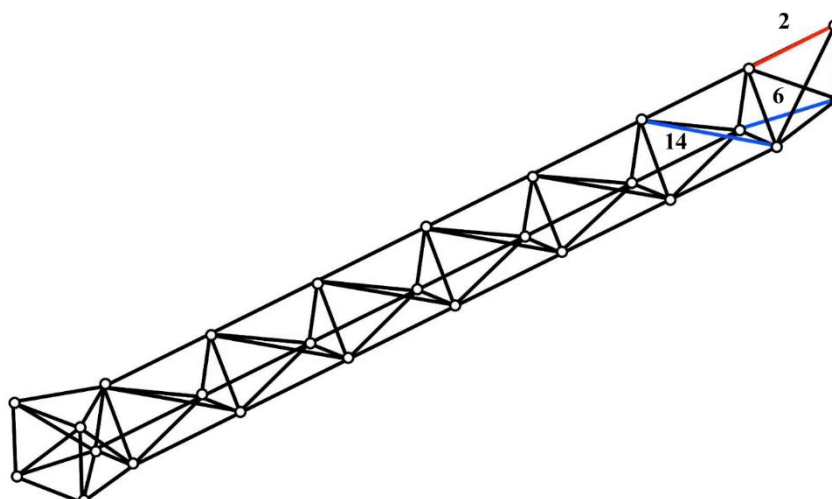
Napětí vypočítáme jako podíl normálové síly a obsahu příčného průřezu. Výpočet napětí v prutu č.2. (tab.14)

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{S_2} = \frac{27475,7}{188,5} = 145,8 \text{ MPa} \quad (5.37)$$

Tabulka 14 Napětí hlavní konstrukce pro zatěžující stav č.2

Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]
σ_1	-0,72	σ_{20}	-42,95	σ_{39}	-23,20	σ_{58}	0,00
σ_2	145,76	σ_{21}	-42,96	σ_{40}	0,00	σ_{59}	-15,94
σ_3	0,00	σ_{22}	0,00	σ_{41}	-17,02	σ_{60}	-15,94
σ_4	-30,51	σ_{23}	-18,10	σ_{42}	-17,02	σ_{61}	8,07
σ_5	-66,46	σ_{24}	-18,09	σ_{43}	8,63	σ_{62}	-4,90
σ_6	-66,46	σ_{25}	9,19	σ_{44}	-0,06	σ_{63}	8,08
σ_7	9,72	σ_{26}	-0,06	σ_{45}	8,63	σ_{64}	6,47
σ_8	27,09	σ_{27}	9,18	σ_{46}	47,79	σ_{65}	0,00
σ_9	9,72	σ_{28}	87,40	σ_{47}	-13,78	σ_{66}	0,00
σ_{10}	129,47	σ_{29}	-32,92	σ_{48}	-13,78	σ_{67}	6,47
σ_{11}	-53,30	σ_{30}	-32,92	σ_{49}	0,00	σ_{68}	-0,01
σ_{12}	-53,30	σ_{31}	0,00	σ_{50}	-16,48	σ_{69}	-10,41
σ_{13}	0,00	σ_{32}	-17,56	σ_{51}	-16,48	σ_{70}	-10,40
σ_{14}	-18,63	σ_{33}	-17,55	σ_{52}	8,36	σ_{71}	-3,45
σ_{15}	-18,63	σ_{34}	8,91	σ_{53}	-0,06	σ_{72}	3,72
σ_{16}	9,46	σ_{35}	-0,06	σ_{54}	8,35	σ_{73}	0,00
σ_{17}	-0,06	σ_{36}	8,91	σ_{55}	28,92	σ_{74}	3,73
σ_{18}	9,46	σ_{37}	67,29	σ_{56}	-4,67	σ_{75}	-0,01
σ_{19}	108,13	σ_{38}	-23,20	σ_{57}	-4,67		

Prut nejvíce zatížený tahem je prut č.2. Nejvíce zatížené pruty tlakem jsou stejně jako v případě s lanem pruty č.5 a 6. (obr. 33)



Obrázek 33 Nejvíce zatížené pruty hlavní konstrukce při zatěžujícím stavu 2

5.11.4 Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti

Výpočet bezpečnosti vůči MSP pro prut č.2

$$k_{k.2} = \frac{R_e}{\sigma_2} = \frac{235}{145,8} = 1,4 \quad (5.38)$$

Bezpečnost v tomto případě vyšla výrazně nižší. Jelikož tento zátěžný stav může nastat pouze pokud by došlo např. k prasknutí lana. Je dobré vědět, že z hlediska MSP by v konstrukci docházelo pouze k pružným deformacím. Výměnou lana by tak bylo možné vrátit konstrukci do původního stavu.

5.11.5 Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability

Veličiny potřebné k výpočtu bezpečnosti vůči MSVS jsou závislé pouze na geometrických a materiálových charakteristikách prutu. Jejich hodnoty jsou stejné jako hodnoty pro zatěžující stav č. 1. Společné je i to, že nejvíce namáhaný prut, u kterého hrozí vybočení střednice, je prut č. 14. Bezpečnost je určena pro tento prut:

$$k_V = \frac{F_k}{|F_{14}|} = \frac{15904,2}{|-2341,7|} = 6,8 \quad (5.39)$$

Normálová síla v prutu je čtyřikrát větší než v případě s lanem, proto bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability je čtyřikrát nižší. Hodnoty pro všechny potencionálně nebezpečné pruty je vyšší než 1 a tak vybočení střednice nedojde.

5.11.6 Deformace

Pro srovnání byl opět určen posuv styčnicku Sc6 ve směru osy y. Výpočet byl proveden stejným způsobem jako u zatěžujícího stavu č.1.

$$u_{Sc6.y.2} = \sum_{i=1}^{75} \frac{F_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial F_d} = 26,4 \text{ mm} \quad (5.40)$$

Výška koše se sníží o 26,4 mm, což je o 22,5 mm více než při zatěžujícím stavu, při kterém je konstrukce držena lanem.

5.11.7 Řešení vedlejší části konstrukce pro zatěžující stav č. 2

Zatížení vedlejší části konstrukce je i pro tento zatěžující stav pouze vlastní tíhou rozloženou do jednotlivých styčnicků. Odebráním lana se změní tíhová síla ve styčnicku S8, a to síla G_{S8} .

$$G_{S8} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \rho \cdot (S_1 \cdot Lc1 + S_2 \cdot (Lc4 + Lc6 + Lc7)) = 18,99 \text{ N} \quad (5.41)$$

5.11.8 Statický rozbor

Vazby pro styčnický S1 a S2 jsou stejné jako v úloze s lanem. Díky odebrání lana a rekční síle v jeho vazbě získáme vnějškově staticky určitou úlohu, jelikož počet neznámých vnějších parametrů klesne na 3.

$$\vartheta = \mu_A = 3 \quad (5.42)$$

Soustava je i vnitřně staticky určitá viz. kapitola 6.2.2.

Odebráním lana se změní rovnice statické rovnováhy styčnicku č.8.

$$x: -F_{12} \cdot C_{12}(1) - F_{13} \cdot C_{13}(1) + F_{15} \cdot C_{15}(1) + F_{16} \cdot C_{16}(1) = 0; \quad (5.43)$$

$$y: = F_{12} \cdot C_{12}(2) - F_{13} \cdot C_{13}(2) - F_{15} \cdot C_{15}(2) - F_{16} \cdot C_{16}(2) = G_{S8}; \quad (5.44)$$

5.11.9 Normálové síly a napětí

Uvolněním všech styčnicků získáme 26 rovnic o 26 neznámých. Vyřešením této soustavy dostaneme následující normálové síly v jednotlivých prutech. (tab. 15)

Tabulka 15 Normálové síly vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č.2

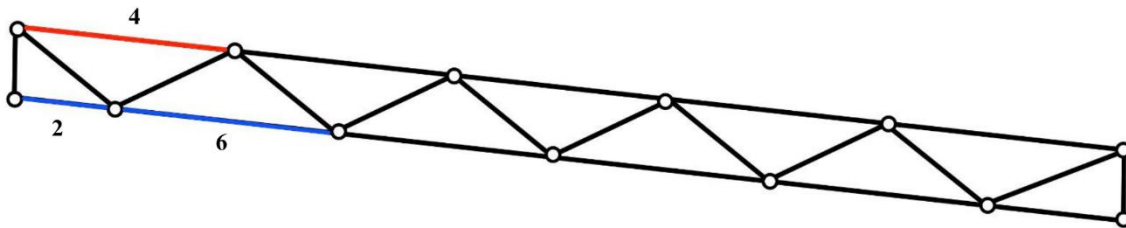
Síla	[N]	Síla	[N]	Síla	[N]
F1	-551,9	F9	-363,5	F17	-153,3
F2	-2382,1	F10	-907,0	F18	-132,3
F3	512,4	F11	311,0	F19	99,0
F4	1981,1	F12	663,7	F20	54,8
F5	-468,7	F13	-258,4	F21	-58,7
F6	-1559,6	F14	-431,2	F22	0,0
F7	416,1	F15	205,9	F23	8,7
F8	1234,0	F16	270,2		

Vydělením těchto normálových sil příslušným obsahem příčného průřezu získáme tyto hodnoty napětí v prutech. (tab. 16)

Tabulka 16 Napětí vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č.2

Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]
σ_1	-2,9	σ_9	-1,9	σ_{17}	-0,8
σ_2	-12,6	σ_{10}	-4,8	σ_{18}	-0,7
σ_3	2,7	σ_{11}	1,6	σ_{19}	0,5
σ_4	10,5	σ_{12}	3,5	σ_{20}	0,3
σ_5	-2,5	σ_{13}	-1,4	σ_{21}	-0,3
σ_6	-8,3	σ_{14}	-2,3	σ_{22}	0
σ_7	2,2	σ_{15}	1,1	σ_{23}	0,05
σ_8	6,5	σ_{16}	1,4		

Síly a napětí v prutech 14-23 se oproti předchozímu zátěžnému stavu nezměnily. Tyto pruty nejsou závislé na síle v laně. Největší tahové napětí i síla působí na prut č.4. Největší tlakové působení je v prutu č.2.(obr. 34)



Obrázek 34 Nejvíce zatížené pruty vedlejší konstrukce při zatěžujícím stavu 2

5.11.10 Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti

Výpočet bezpečnosti vůči MSP pro prut č. 2:

$$k_{k_2} = \frac{R_e}{\sigma_2} = \frac{235}{|-12,6|} = 18,6 \quad (5.45)$$

Bezpečnost pro stejný prut v zatěžujícím stavu č. 1 vyšla 29. To znamená, že odebráním lana se bezpečnost tohoto prutu snížila zhruba o třetinu. Hodnota 18,6 je stále výrazně větší než jedna, a tak k plastickým deformacím docházet nebude.

5.11.11 Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability

Hodnota kritické štíhlosti je totožná s předchozím zatěžujícím stavem, jelikož se geometrie ani materiál prutů nezměnil.

$$\lambda_{kr} = 93,9 \quad (5.46)$$

Z prutů délky L_{d4} je nejvíce namáhaný tlakem prut č.6, proto bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability bude určena pro tento prut. Kritická síla se také nezměnila.

$$F_k = 28887 \text{ N} \quad (5.47)$$

$$k_V = \frac{F_k}{|F_6|} = \frac{28887}{|-1559,6|} = 18,5 \quad (5.48)$$

Odebráním lana nedošlo k výraznému zvýšení normálové síly v prutu č. 6, a tak k meznímu stavu vzpěrné stability také nedojde. Bezpečnost se snížila z 29,2 na 18,5.

5.11.12 Deformace

Posuv byl vypočten pomocí Castiglianovy věty pro styčník č. 13.

$$u_{S13,y.2} = \sum_{i=1}^{23} \frac{F_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial F_d} = 3,2 \text{ mm}$$

Posuv styčníku č. 13 je o 1,4 mm větší než v zatěžujícím stavu č. 1.

5.12 Zatěžující stav č. 3

Jako zatěžující stav č. 3 byl zvolen případ, kdy hráč basketbalu zasměčuje, a poté se chytí basketbalového koše za obroučku. Během zápasu může hráč působit na obroučku silou až 1000 lbf.[17] Pokud tuto hodnotu převedeme, dostaneme sílu 4448 N. Budeme předpokládat že hráč, který směčuje přibíhá ke koši pod úhlem 45°. Hráč se chytí obroučky dvěma rukama a zhoupne se.



Obrázek 35 Hráč basketbalu působívzavěšený za obroučku [20]

Předpokládáme, že silové působení levé ruky je stejné jako silové působení pravé ruky, a že ruce na obroučce jsou naproti sobě. Sečtením těchto dvou sil získáme právě sílu o velikosti 4448 N, která bude mít působiště ve středu obroučky. Síla bude brána v moment, kdy hráč svírá úhel 45° s herní plochou. Rozložíme-li sílu do jednotlivých složek, získáme vektor:

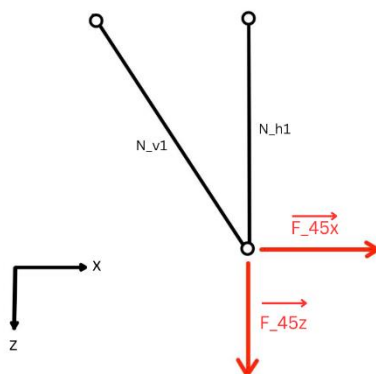
$$F = (F_x ; F_y ; F_z) = (2568,05 ; -2568,05 ; -2568,05) N \quad (5.49)$$

Basketbalový koš je ke konstrukci připevněn ve 4 bodech. Pro staticky ekvivalentní přenesení sil do těchto bodů by bylo potřeba řešit úlohu, která by byla osmnáctkrát staticky neurčitá. Pro každý bod bylo potřeba určit 3 reakční síly a 3 momenty. Pro prostorovou úlohu můžeme sestavit pouze 6 rovnic statické rovnováhy. Toto analytické řešení by bylo komplikované, a proto byly reakční síly ve vazbách určeny pomocí metody konečných prvků. V programu Ansys byl vytvořen jednoduchý model, kdy bylo spojeno působiště síly F s vazbami. Pomocí funkce Force reaction byly pro styčníky Sc4 až Sc7 získány reakční síly.(tab. 17)

Tabulka 17 Reakční síly z programu Ansys

Styčník	F _x [N]	F _y [N]	F _z [N]
Sc4	1298,8	-1934,7	2937,3
Sc5	-313	-467,5	724,1
Sc6	2163,3	-121,6	-4891,6
Sc7	-579	-44,3	-1337,4

Následně bylo potřeba aproximovat rozdělení těchto sil mezi dvě části konstrukce. Síly působící v ose y zatěžují pouze hlavní konstrukci. Síly působící v osách x a z, byly sečteny pro dvojice styčnicků Sc4,Sc5 a Sc6,Sc7. Hlavní a vedlejší konstrukce byly nahrazeny pruty a zatíženy silami v osách x a z. Normálové síly působící v nahrazených prutech poté určují, jak bude zatěžována hlavní a vedlejší část. Toto bylo provedeno nejprve pro síly ve styčnicích Sc4,Sc5 a následně pro styčnický Sc6,Sc7.



Silami N_{v1} a N_{v2} budou zatíženy styčnický S12 a S13 vedlejší konstrukce. Silu N_{h1} rozdělíme mezi styčnický Sc4 a Sc5, sílu N_{h2} pak mezi styčnický Sc6 a Sc7. (tab. 18)

Tabulka 18 Rozdělení zátěže do styčnicků

Styčnick	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]
Sc4	0	-1934,7	1062,9
Sc5	0	-467,5	1062,9
Sc6	0	-121,6	-4348,4
Sc7	0	-44,3	-4348,4
S12	1824,7	0	
S13	2932,6	0	

5.12.1 Řešení hlavní části konstrukce pro zatěžující stav č. 3

Algoritmus výpočtu je stejný jako u zatěžujícího stavu č. 1. Odlišnost je pouze v rovnicích statické rovnováhy styčnicků Sc4, Sc5, Sc6 a Sc7, kde jsou přidány zatěžující síly určené v předchozí části. Rovnice pro styčnick Sc6:

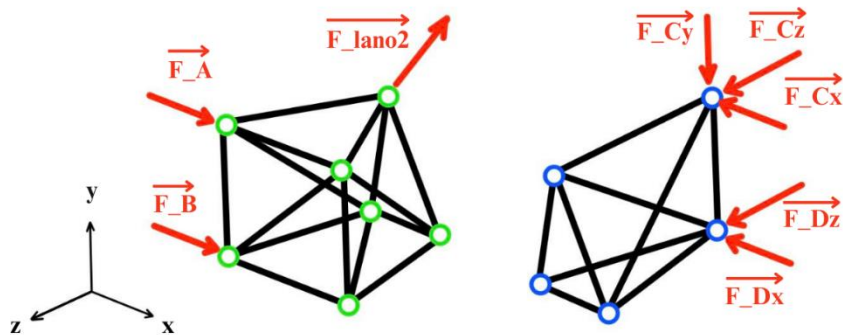
$$x: -F_{65} \cdot K_{65}(1) - F_{68} \cdot K_{68}(1) + F_{72} \cdot K_{72}(1) - F_{73} \cdot K_{73}(1) + F_{Sc6}(1) = 0 \quad (5.50)$$

$$y: F_{65} \cdot K_{65}(2) + F_{68} \cdot K_{68}(2) + F_{72} \cdot K_{72}(2) + F_{73} \cdot K_{73}(2) + F_{Sc6}(2) = G_{Sc6} + \frac{F_{g_{kos}}}{4} \quad (5.51)$$

$$z: -F_{65} \cdot K_{65}(3) - F_{68} \cdot K_{68}(3) - F_{72} \cdot K_{72}(3) - F_{73} \cdot K_{73}(3) + F_{Sc6}(3) = 0 \quad (5.52)$$

5.12.2 Statický rozbor

Tento zatěžující stav již není symetrický, a tak je pro získání relevantních výsledků potřeba zamezit pohyb styčnicku Sa1 ve směru osy x. (obr.36)



Obrázek 36 Uložení hlavní konstrukce pro zatěžující stav č. 3

Přidáním další neznámé reakční síly vzroste stupeň vnější statické neurčitosti. Je potřeba doplnit soustavu rovnic další deformační podmínkou. Protože se jedná o vazbu, posuv v tomto směru ve styčnicku Sa1 bude nulový. Podmínku tedy zapíšeme rovnicí:

$$u_{Sa1} = \frac{\partial W}{\partial F_{Cx}} = \sum_{i=1}^{76} \frac{F_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial F_{Cx}} = 0 \quad (5.53)$$

5.12.3 Normálové síly a napětí

Po přidání druhé deformační podmínky byla vyřešena soustava 84 rovnic. Výsledné hodnoty normálových sil a napětí jsou uvedeny v tabulkách na další straně. (tab. 19, 20)

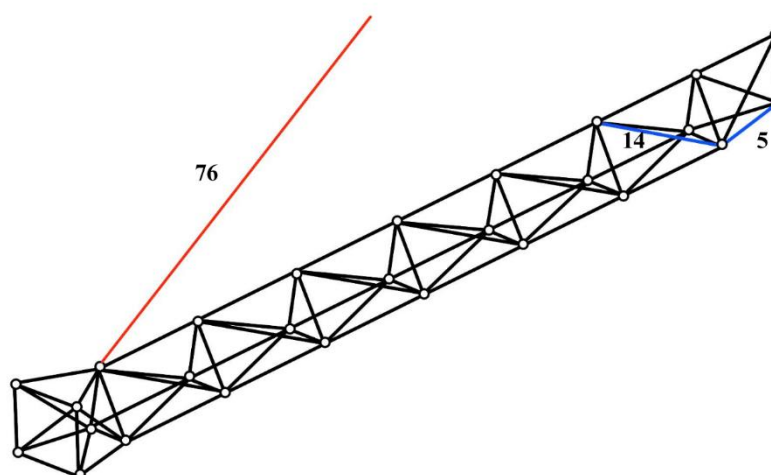
Tabulka 19 Normálové síly hlavní konstrukce pro zatěžující stav č.3

Síla	[N]	Síla	[N]	Síla	[N]	Síla	[N]
F1	-2696,2	F20	-8190,6	F39	-7838,1	F58	-747,8
F2	6170,9	F21	-8979,5	F40	-747,8	F59	-1301,2
F3	1396,2	F22	-747,8	F41	-1436,5	F60	303,5
F4	-141,4	F23	-1571,9	F42	168,2	F61	2967,0
F5	-11828,7	F24	32,8	F43	724,8	F62	-2603,8
F6	-10760,2	F25	794,2	F44	283,0	F63	2692,0
F7	39,2	F26	283,0	F45	-98,1	F64	4920,4
F8	3213,8	F27	-28,7	F46	991,9	F65	-4347,7
F9	39,2	F28	3291,6	F47	-6565,6	F66	-4527,1
F10	6056,2	F29	-7590,8	F48	-7354,5	F67	4579,0
F11	-8848,5	F30	-8379,8	F49	-747,8	F68	-240,5
F12	-9637,4	F31	-747,8	F50	-1368,9	F69	-3879,4
F13	-747,8	F32	-1504,2	F51	235,9	F70	-3513,5
F14	-1639,6	F33	100,5	F52	690,1	F71	-3101,0
F15	-34,8	F34	759,5	F53	283,0	F72	1155,0
F16	828,9	F35	283,0	F54	-132,8	F73	1247,2
F17	283,0	F36	-63,4	F55	16,3	F74	253,3
F18	6,0	F37	2083,6	F56	-6140,1	F75	1352,5
F19	4615,8	F38	-7049,2	F57	-6929,0	F76	9930,8

Tabulka 20 Napětí hlavní konstrukce pro zatěžující stav č.3

+	[MPa]	Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]
σ_1	-1,6	σ_{20}	-43,5	σ_{39}	-41,6	σ_{58}	-6,0
σ_2	32,7	σ_{21}	-47,6	σ_{40}	-6,0	σ_{59}	-10,4
σ_3	11,1	σ_{22}	-6,0	σ_{41}	-11,4	σ_{60}	2,4
σ_4	-1,1	σ_{23}	-12,5	σ_{42}	1,3	σ_{61}	23,6
σ_5	-62,8	σ_{24}	0,3	σ_{43}	5,8	σ_{62}	-20,7
σ_6	-57,1	σ_{25}	6,3	σ_{44}	2,3	σ_{63}	21,4
σ_7	0,3	σ_{26}	2,3	σ_{45}	-0,8	σ_{64}	26,1
σ_8	25,6	σ_{27}	-0,2	σ_{46}	5,3	σ_{65}	-23,1
σ_9	0,3	σ_{28}	17,5	σ_{47}	-34,8	σ_{66}	-24,0
σ_{10}	32,1	σ_{29}	-40,3	σ_{48}	-39,0	σ_{67}	24,3
σ_{11}	-46,9	σ_{30}	-44,5	σ_{49}	-6,0	σ_{68}	-1,9
σ_{12}	-51,1	σ_{31}	-6,0	σ_{50}	-10,9	σ_{69}	-30,9
σ_{13}	-6,0	σ_{32}	-12,0	σ_{51}	1,9	σ_{70}	-28,0
σ_{14}	-13,0	σ_{33}	0,8	σ_{52}	5,5	σ_{71}	-24,7
σ_{15}	-0,3	σ_{34}	6,0	σ_{53}	2,3	σ_{72}	9,2
σ_{16}	6,6	σ_{35}	2,3	σ_{54}	-1,1	σ_{73}	9,9
σ_{17}	2,3	σ_{36}	-0,5	σ_{55}	0,1	σ_{74}	2,0
σ_{18}	0,05	σ_{37}	11,1	σ_{56}	-32,6	σ_{75}	10,8
σ_{19}	24,5	σ_{38}	-37,4	σ_{57}	-36,8	σ_{76}	175,6

Největší tlakové napětí a síla působí v prutu č. 5. Největší napětí je č. 76, tedy v lan2. Oproti zatěžujícímu stavu č. 1 vzrostlo napětí v laně o 113 MPa. (obr. 37)



Obrázek 37 Nejvíce zatížené pruty hlavní konstrukce při zatěžujícím stavu 3

5.12.4 Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti

Největší napětí je v laně, určíme proto bezpečnost vůči MSP dle vzorce (5.54)

$$k_{k_{76}} = \frac{R_e}{\sigma_{76}} = \frac{235}{|175,6|} = 1,2 \quad (5.55)$$

5.12.5 Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability

V prutu č. 14 je největší tlakové namáhání z těch prutů, pro které platí $\lambda_{kr} < \lambda$. Tudíž bude určena bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability pro prut tento prut:

$$F_k = \frac{\pi \cdot E \cdot J_{14}}{L_{14}} = 15904 \text{ N} \quad (5.56)$$

$$k_V = \frac{F_k}{|F_{14}|} = \frac{17064}{|-1639,6|} = 9,7 \quad (5.57)$$

5.12.6 Deformace

Deformace je opět vypočtena pro styčnick Sc6 ve směru osy y.

$$u_{Sc6_y_3} = \sum_{i=1}^{76} \frac{F_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial F_d} = 11,4 \text{ mm} \quad (5.58)$$

Oproti zatížení pouze vlastní vahou se posuv koše proti směru osy y zvětšil zhruba třikrát. Tento posuv je stále menší než při zatížení vlastní tíhou bez lana a to o více než polovinu.

5.12.7 Řešení vedlejší části konstrukce pro zatěžující stav č. 3

Na vedlejší část budou v tomto případě krom vlastní tíhy působit také síly vypočtené v části 6.12. Síla N_{v1} je přiřazena styčnicku S12 a síla N_{v2} styčnicku S13. Příklad rovnice statické rovnováhy pro styčnick S12:

$$x: - F_{20} \cdot C_{20}(1) - F_{21} \cdot C_{21}(1) + F_{23} \cdot C_{23}(1) + N_{v1} = 0 \quad (5.59)$$

$$y: F_{20} \cdot C_{20}(2) - F_{21} \cdot C_{21}(2) - F_{23} \cdot C_{23}(2) = G_8 \quad (5.60)$$

Při řešení tohoto zatěžujícího stavu na vedlejší konstrukci s lanem vyšla síla i napětí v laně záporná. Jelikož je v tomto případě lano nefunkční, byly hodnoty sil a napětí určeny pomocí stejného modelu jako pro zatěžující stav č. 2, tedy pro konstrukci bez lana.

5.12.8 Statický rozbor

Jelikož k řešení tohoto zatížení používáme model vedlejší konstrukce bez lana, jedná se o vnitřně i vnějškově staticky určitou úlohu.

5.12.9 Normálové síly a napětí

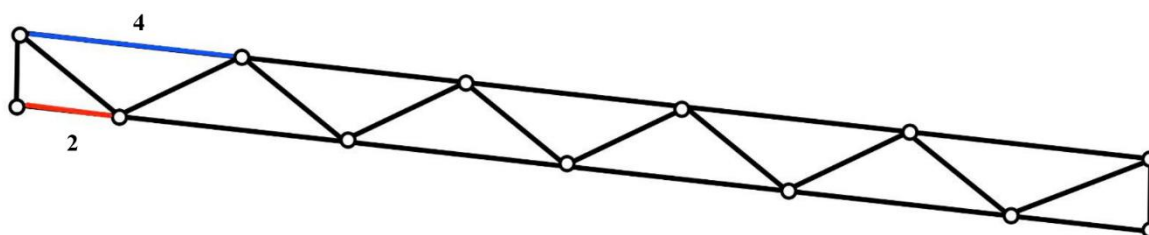
Normálové síly a napětí působící v prutech jsou uvedeny v následujících tabulkách. (tab. 21, 22)

Tabulka 21 Normálové síly vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č. 3

Síla	[N]	Síla	[N]	Síla	[N]
F1	635,9	F9	580,7	F17	790,9
F2	8678,1	F10	6976,8	F18	4575,2
F3	-431,8	F11	-633,3	F19	-845,3
F4	-3555,2	F12	-1696,3	F20	871,2
F5	475,6	F13	685,8	F21	1032,1
F6	7912,4	F14	5864,4	F22	2949,6
F7	-528,1	F15	-738,4	F23	-308,1
F8	-2714,1	F16	-501,6		

Tabulka 22 Napětí vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č. 3

Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]	Napětí	[MPa]
σ_1	3,4	σ_9	3,1	σ_{17}	4,2
σ_2	46,0	σ_{10}	37,0	σ_{18}	24,3
σ_3	-2,3	σ_{11}	-3,4	σ_{19}	-4,5
σ_4	-18,9	σ_{12}	-9,0	σ_{20}	4,6
σ_5	2,5	σ_{13}	3,6	σ_{21}	5,5
σ_6	42,0	σ_{14}	31,1	σ_{22}	15,6
σ_7	-2,8	σ_{15}	-3,9	σ_{23}	-1,6
σ_8	-14,4	σ_{16}	-2,7		



Obrázek 38 Nejvíce zatížené pruty vedlejší konstrukce při zatěžujícím stavu 3

5.12.10 Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti

Stejně jako v zatěžujícím stavu č. 2 je i v tomto stavu nejvíce namáhaný prut č. 2, tentokrát tahem. (obr.38)

$$k_{k,2} = \frac{R_e}{\sigma_2} = \frac{235}{|46|} = 5,1 \quad (5.61)$$

5.12.11 Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability

Z prutů délky Ld4, pro které platí $\lambda_{kr} < \lambda$, je nejvíce namáhaný tlakem prut č. 4.

$$k_V = \frac{F_k}{|F_4|} = \frac{28887}{|-3555,2|} = 8,1 \quad (5.62)$$

5.12.12 Deformace

Posuv byl vypočten pomocí Castiglianovy věty pro styčnick č. 13.

$$u_{S13_y_3} = \sum_{i=1}^{23} \frac{F_i \cdot l_i}{E_i \cdot S_i} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial F_d} = -12,2 \text{ mm} \quad (5.63)$$

Při výpočtu posuvu byla doplňková síla orientována proti směru osy y. Záporná hodnota výsledku znamená, že posuv styčnicku S13 bude ve směru osy y.

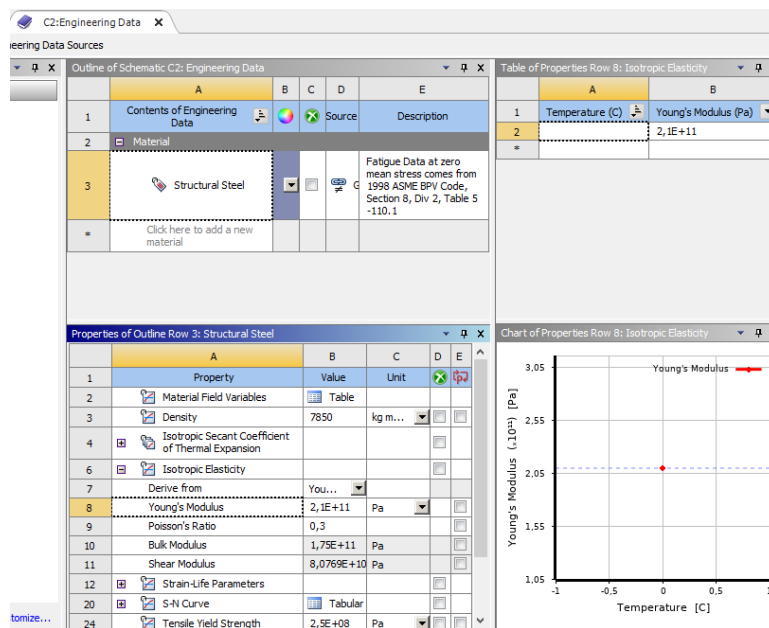
6. Numerické řešení

K vytvoření modelů a jejich následnému řešení pomocí metody konečných prvků (dále MKP) byl využit program Ansys 2024 R1. Název MKP vznikl z anglického Finite Element Method v roce 1960. Jak tento název zdůrazňuje, řešení spočívá v rozdělení na prvky nenulových rozměrů. Tím se liší od klasického analytického řešení, které vychází z rozdělení na nekonečně malé elementy.

6.1 Tvorba modelu

Stejně jako při analytickém řešení byl model prutové soustavy rozdělen na dvě části. Hlavní část byla modelována jako 3D prutová soustava a vedlejší část byla řešena v rovině. Hlavní motivací tvorby numerického modelu bylo ověření správnosti výsledků analytického řešení. Princip vytvoření modelu je totožný pro obě části, proto zde bude popsáno pouze vytvoření hlavní části konstrukce.

Model byl tvořen v programu Ansys Workbench. V tomto programu je nejprve vytvořen projekt a do něj je vložena analýza typu Static Structural. Následně je potřeba zkontrolovat nastavení materiálových vlastností využitých v analýze a upravit ho tak aby souhlasilo s analytickým řešením. To provedeme v záložce Engineering data. (obr. 39)



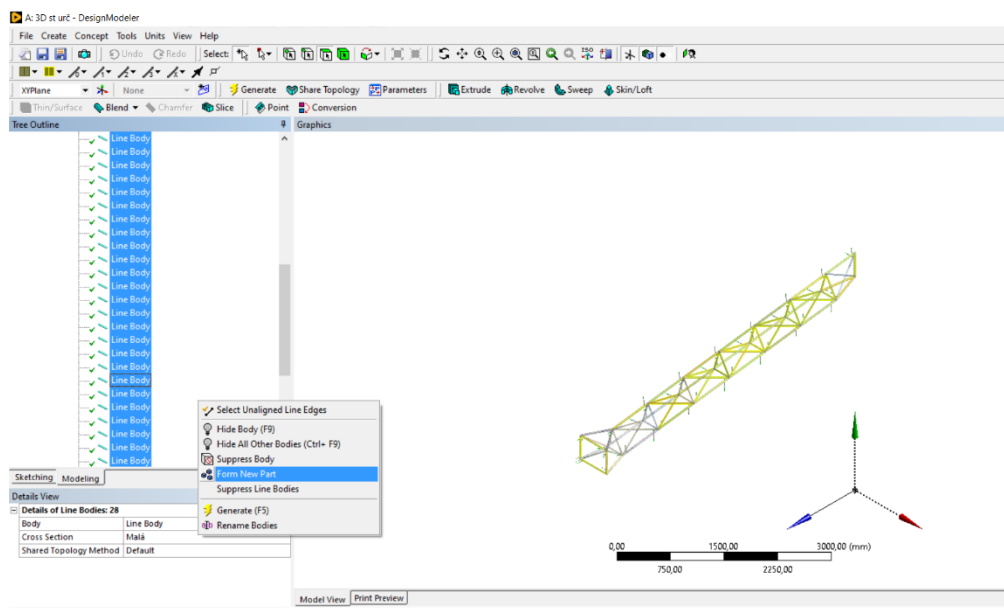
Obrázek 39 Záložka Engineering data

Dále je potřeba vytvořit geometrii řešené konstrukce. K vytvoření geometrie je možné využít 3 různé programy v rámci Ansysu: DesignModeler, SpaceClaim a Discovery. Všechny modely byly vytvořeny v programu DesignModeler. Geometrie byla vytvořena tak, aby souřadný systém byl stejně orientovaný jako v případě analytického řešení. K vytvoření modelu bylo potřeba nadefinovat pomocné roviny. Roviny je možné vytvořit například ze 3 bodů nebo rovnoběžně s existující rovinou v dané vzdálenosti od původní roviny. Střednice prutů byly vytvořeny pomocí funkce Concept – Lines From Sketches nebo Lines From Points. Pro vytvoření opakujícího se segmentu B byla využita funkce Create – Pattern. V této funkci je potřeba vybrat typ vzoru (např. lineární či kruhový), geometrii, směr opakování, velikost intervalů opakování a počet kopií. (obr. 40)

Details View	
Details of SegmentB	
Pattern	SegmentB
Pattern Type	Linear
Geometry	5 Bodies
Direction	3D Edge
<input type="checkbox"/> FD1, Offset	710 mm
<input type="checkbox"/> FD3, Copies (>=0)	5

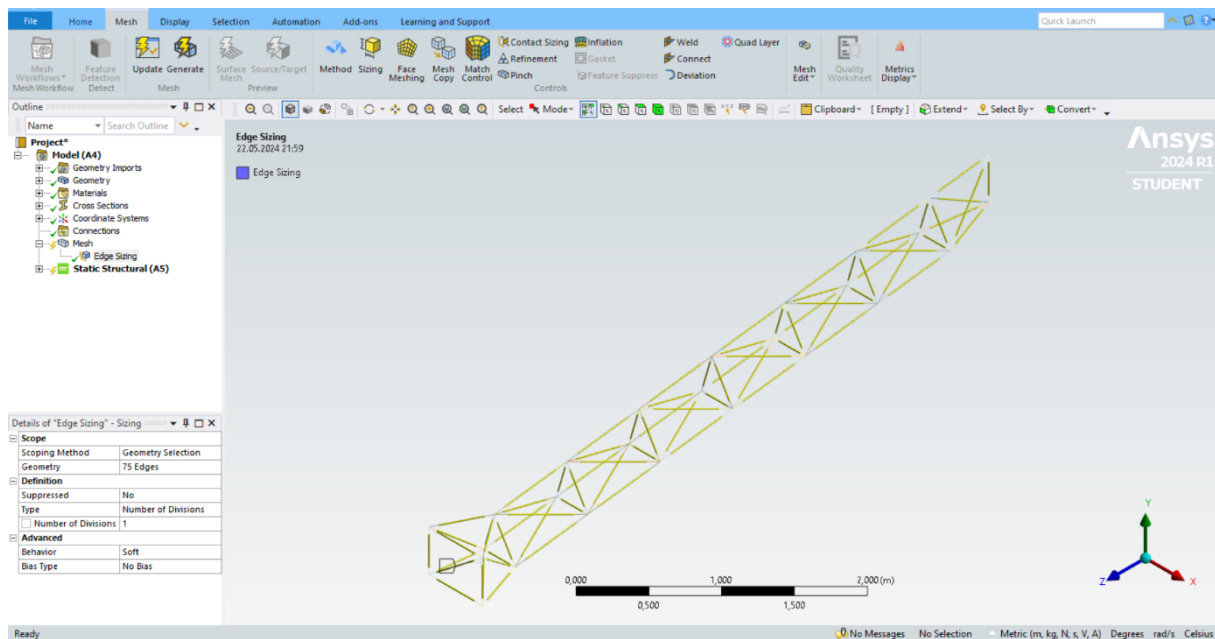
Obrázek 40 Nastavení funkce Pattern

Dále je potřeba vytvořit jednotlivé příčné průřezy. To je provedeno pomocí funkce Concept – Cross Section, kde jsou předdefinovány nejčastěji využívané příčné průřezy, kam stačí zadat jejich rozměry. Pokud není potřebný příčný průřez předdefinován, je možné pomocí náčrtu vytvořit libovolný příčný průřez. Tyto příčné průřezy, jsou následně přiřazeny jednotlivým střednicím. Aby jednotlivé pruty tvořily celek, je potřeba je sloučit pomocí funkce Form New Part. (obr. 41)



Obrázek 41 Vytvoření jedné součásti

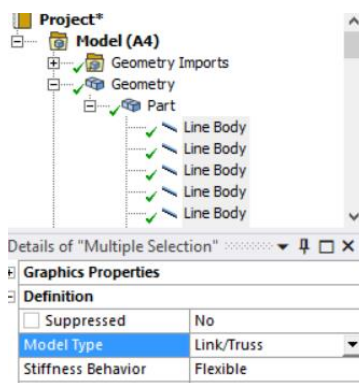
Vytvořením jedné součásti je geometrie hotová a můžeme přejít k modelu. Nastavení modelu je provedeno v programu Ansys Mechanical. Nejdříve je prutům přiřazen materiál, který byl zadefinován na začátku. Poté je vytvořena síť konečných prvků. Prut musí být tvořen právě jedním prvkem. Toho docílíme pomocí funkce Sizing v záložce Mesh. Ve funkci Sizing vybereme celou geometrii, a jako způsob definice jednotlivých prvků zvolíme Number of Divisions a počet 1. To způsobí, že prvky sítě budou vždy od uzlu k uzlu, a každý prut tak bude tvořen pouze jedním prvkem. (obr. 42) Následně je síť vytvořena pomocí Mesh – Generate.



Obrázek 42 Nastavení sítě prvků

Vazby byly řešeny pomocí omezení posuvů funkcí Displacement. Touto funkcí můžeme omezit posuvy vybrané geometrie ve směru os souřadnicového systému. Ve všech způsobech zatížení je modelována vlastní tíha konstrukce funkcí Inertial – Standart Earth Gravity. V ní je potřeba nastavit pouze správný směr působení gravitační síly.

Takto vytvořený model je složen z prvků BEAM. Spojení jednotlivých prvků je modelováno jako vetknutí a pruty tak přenášejí i ohybové momenty. Aby tento model odpovídal prutové soustavě je potřeba nastavit prvky na typ LINK. To provede označením všech prutových těles v odrážce geometrie a změníme Model Type z Beam na Link/Truss.(obr. 43)



Obrázek 43 Nastavení prvků na typ LINK

Takto vytvořený model můžeme zatěžovat silami pomocí funkce Force. Nakonec v sekci Solution vybereme požadované výpočetní operace.

6.2 Verifikace analytického řešení

Pro získání výsledků bylo povoleno řešení Beam Section Results. Potřebné výsledky jsou následující: Axial Force, které vypočítá normálové síly v prutech; Normal Stress, které určí hodnoty napětí v konstrukci a Directional Deformation, nutné pro určení deformace ve směru osy y.

6.2.1 Řešení hlavní konstrukce pro zatěžující stav č. 1 prvky LINK

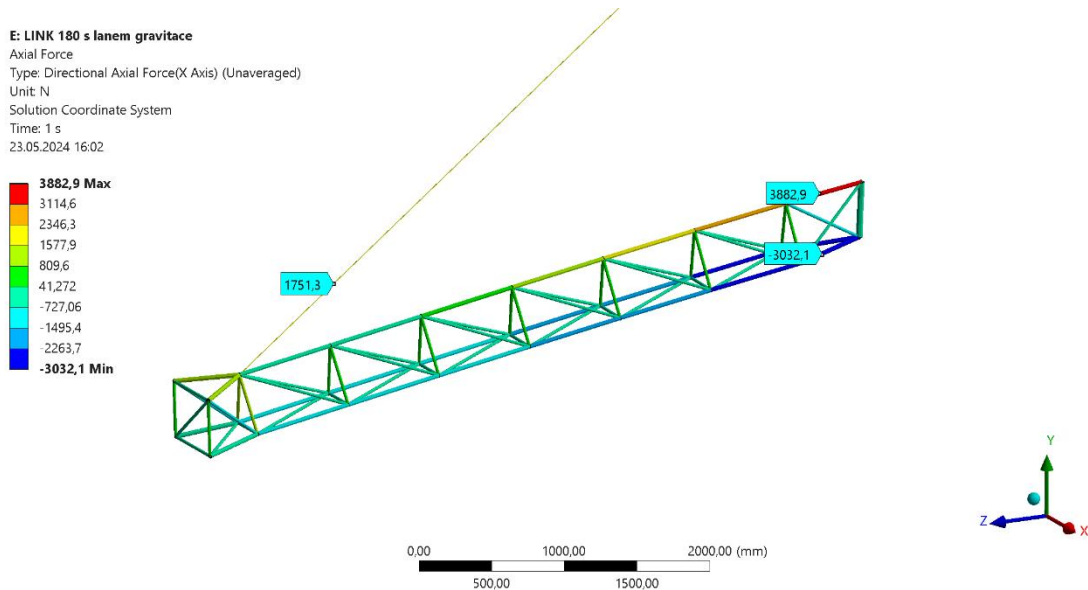
Do geometrie bylo přidáno lano pomocí dvou souběžných prutů. Vazby byly modelovány totožně s analytickým řešením, kdy byl pomocí funkce Displacement zamezen posuv styčniců Sc4, Sc7 ve směru osy x. Styčnicí Sa1 byl zamezen posuv v osách y, z a styčnicí Sa2 byl zamezen posuv v osách x, z. Vazba lana k základnímu tělesu je modelována vazbou Simply Supported. Tíhové zatížení basketbalového koše F_{gkos} bylo rozděleno mezi styčnice Sc4, Sc5, Sc6 a Sc7. V tabulkách (tab. 23, 24) jsou tučně uvedeny hodnoty získané numerickým řešením.

Tabulka 23 Normálové síly hlavní konstrukce vypočtené analyticky i numericky pro stav č. 1

Síla	[N]	MKP	Síla	[N]	MKP	Síla	[N]	MKP
F1	-227,9	-223,0	F26	-8,0	-8,0	F51	-298,1	-296,8
F2	3885,6	3882,9	F27	245,1	244,4	F52	141,3	140,6
F3	0,0	0,0	F28	1242,1	1238,1	F53	-8,0	-8,0
F4	-996,9	-1003,6	F29	-1641,2	-1637,4	F54	141,0	140,3
F5	-3039,6	-3032,1	F30	-1641,5	-1637,7	F55	-652,2	-649,3
F6	-3039,6	-3032,1	F31	-0,2	-0,2	F56	-881,0	-880,8
F7	313,2	312,6	F32	-434,0	-432,6	F57	-881,3	-881,0
F8	820,2	818,2	F33	-433,5	-432,1	F58	-0,2	-0,2
F9	313,2	312,6	F34	210,7	210,0	F59	-231,0	-229,6
F10	3086,0	3077,3	F35	-8,0	-8,0	F60	-230,4	-229,1
F11	-2438,5	-2432,4	F36	210,4	209,7	F61	1014,2	1012,9
F12	-2438,7	-2432,7	F37	494,5	492,8	F62	-616,5	-615,9
F13	-0,2	-0,2	F38	-1329,7	-1327,1	F63	1016,1	1012,2
F14	-569,4	-568,0	F39	-1330,0	-1327,4	F64	1221,2	1219,7
F15	-568,8	-567,5	F40	-0,2	-0,2	F65	0,7	-0,1
F16	280,1	279,4	F41	-366,3	-365,0	F66	0	0
F17	-8,0	-8,0	F42	-365,8	-364,5	F67	1219,8	1220,0
F18	279,8	279,1	F43	176,0	175,3	F68	-1,0	0,2
F19	2106,0	2099,6	F44	-8,0	-8,0	F69	-1309,3	-1307,7
F20	-2010,8	-2005,9	F45	175,7	175,0	F70	-1307,9	-1308,0
F21	-2011,0	-2006,1	F46	-136,9	-136,4	F71	-434,1	-432,8
F22	-0,2	-0,2	F47	-1076,3	-1074,9	F72	468,0	467,8
F23	-501,7	-500,3	F48	-1076,6	-1075,1	F73	0,5	-0,1
F24	-501,2	-499,8	F49	-0,2	-0,2	F74	469,3	469,6
F25	245,4	244,7	F50	-298,6	-297,3	F75	-1,5	-2,5
						F76	3509,9	3502,6

Tabulka 24 Napětí hlavní konstrukce vypočtené analyticky i numericky pro stav č. 1

		MKP			MKP			MKP
Napětí	[MPa]	[MPa]	Napětí	[MPa]	[MPa]	Napětí	[MPa]	[MPa]
σ_1	-0,14	-0,13	σ_{26}	-0,06	-0,06	σ_{51}	-2,37	-2,36
σ_2	20,61	20,60	σ_{27}	1,95	1,95	σ_{52}	1,12	1,12
σ_3	0	0,00	σ_{28}	6,59	6,57	σ_{53}	-0,06	-0,06
σ_4	-7,93	-7,99	σ_{29}	-8,71	-8,69	σ_{54}	1,12	1,12
σ_5	-16,13	-16,09	σ_{30}	-8,71	-8,69	σ_{55}	-3,46	-3,44
σ_6	-16,13	-16,09	σ_{31}	0	0,00	σ_{56}	-4,67	-4,67
σ_7	2,49	2,49	σ_{32}	-3,45	-3,44	σ_{57}	-4,68	-4,67
σ_8	6,53	6,51	σ_{33}	-3,45	-3,44	σ_{58}	0	0,00
σ_9	2,49	2,49	σ_{34}	1,68	1,67	σ_{59}	-1,84	-1,83
σ_{10}	16,37	16,33	σ_{35}	-0,06	-0,06	σ_{60}	-1,83	-1,82
σ_{11}	-12,94	-12,91	σ_{36}	1,67	1,67	σ_{61}	8,07	8,06
σ_{12}	-12,94	-12,91	σ_{37}	2,62	2,61	σ_{62}	-4,91	-4,90
σ_{13}	0	0,00	σ_{38}	-7,05	-7,04	σ_{63}	8,09	8,06
σ_{14}	-4,53	-4,52	σ_{39}	-7,06	-7,04	σ_{64}	6,48	6,47
σ_{15}	-4,53	-4,52	σ_{40}	0	0,00	σ_{65}	0	0,00
σ_{16}	2,23	2,22	σ_{41}	-2,92	-2,90	σ_{66}	0	0,00
σ_{17}	-0,06	-0,06	σ_{42}	-2,91	-2,90	σ_{67}	6,47	6,47
σ_{18}	2,23	2,22	σ_{43}	1,4	1,39	σ_{68}	-0,01	0,00
σ_{19}	11,17	11,14	σ_{44}	-0,06	-0,06	σ_{69}	-10,42	-10,41
σ_{20}	-10,67	-10,64	σ_{45}	1,4	1,39	σ_{70}	-10,41	-10,41
σ_{21}	-10,67	-10,64	σ_{46}	-0,73	-0,72	σ_{71}	-3,45	-3,44
σ_{22}	0	0,00	σ_{47}	-5,71	-5,70	σ_{72}	3,72	3,72
σ_{23}	-3,99	-3,98	σ_{48}	-5,71	-5,70	σ_{73}	0	0,00
σ_{24}	-3,99	-3,98	σ_{49}	0	0,00	σ_{74}	3,73	3,74
σ_{25}	1,95	1,95	σ_{50}	-2,38	-2,37	σ_{75}	-0,01	-0,02
						σ_{76}	62,07	61,94



Obrázek 44 Grafické zobrazení normálových sil halvní konstrukce pro zatežující stav č. 1

6.2.2 Řešení vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č. 1 prvky LINK

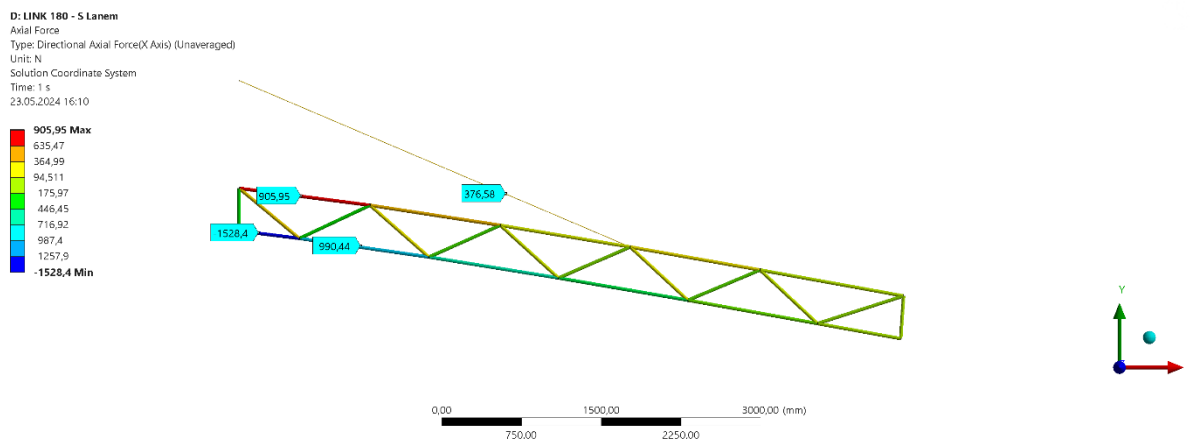
Vedlejší konstrukce byla uložena pomocí zamezení posuvu styčnicku S1 ve směru osy x a y a styčnicku S2 ve směru osy x. Lano je k základnímu tělesu uchyceno pomocí vazby Simply Supported. V tomto případě je jako jediné zatížení Standard Earth Gravity.

Tabulka 25 Normálové síly vedlejší konstrukce vypočtené analyticky i numericky pro stav č. 1

Síla	[N]	MKP	[N]	Síla	[N]	MKP	[N]	Síla	[N]	MKP	[N]
F1	-330,1	-330,1	F9	-194,4	-194,4	F17	-153,3	-153,3			
F2	-1528,4	-1528,4	F10	-622,5	-622,4	F18	-132,3	-132,3			
F3	343,2	343,2	F11	141,8	141,8	F19	99,0	99,0			
F4	906,0	906,0	F12	157,6	157,6	F20	54,8	54,8			
F5	-299,5	-299,5	F13	-89,2	-89,2	F21	-58,7	-58,7			
F6	-990,5	-990,4	F14	-431,2	-431,2	F22	0,0	0,0			
F7	246,9	246,9	F15	205,9	205,9	F23	8,7	8,7			
F8	443,4	443,4	F16	270,2	270,1	F24	376,6	376,6			

Tabulka 26 Napětí hlavní konstrukce vypočtené analyticky i numericky pro stav č. 1

	MKP			MKP			MKP	
Napětí	[MPa]	[MPa]	Napětí	[MPa]	[MPa]	Napětí	[MPa]	[MPa]
σ_1	-1,70	-1,75	σ_9	-1,03	-1,03	σ_{17}	-0,81	-0,81
σ_2	-8,11	-8,11	σ_{10}	-3,30	-3,30	σ_{18}	-0,70	-0,70
σ_3	1,82	1,82	σ_{11}	0,75	0,75	σ_{19}	0,53	0,53
σ_4	4,81	4,81	σ_{12}	0,84	0,84	σ_{20}	0,29	0,29
σ_5	-1,59	-1,59	σ_{13}	-0,47	-0,47	σ_{21}	-0,31	-0,31
σ_6	-5,26	-5,25	σ_{14}	-2,29	-2,29	σ_{22}	0,00	0,00
σ_7	1,31	1,31	σ_{15}	1,09	1,09	σ_{23}	0,05	0,05
σ_8	2,35	2,35	σ_{16}	1,43	1,43	σ_{24}	13,32	13,32



Obrázek 45 Grafické zobrazení normálových sil vedlejší konstrukce pro zatežující stav č. 1

6.2.3 Řešení hlavní konstrukce pro zatěžující stav č. 2 prvky LINK

Tento stav byl řešen na modelu bez lana. Vazby a zatížení konstrukce jsou řešeny stejně jako v předchozím zatěžujícím stavu. Výsledné hodnoty jsou uvedeny v následujících tabulkách. (tab. 27, 29)

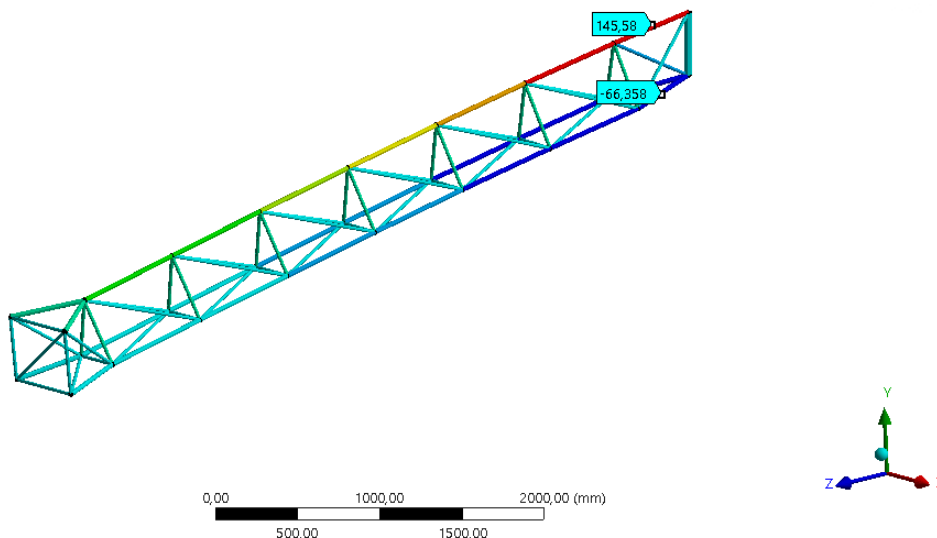
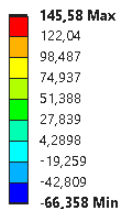
Tabulka 27 Normálové síly hlavní konstrukce vypočtené analyticky i numericky pro stav č. 2

Síla	[N]	MKP [N]	Síla	[N]	MKP [N]	Síla	[N]	MKP [N]
F1	-1189,4	-1183,5	F26	-8,0	-8,0	F51	-2070,5	-2066,8
F2	27475,7	27441,0	F27	1154,0	1152,0	F52	1050,2	1048,2
F3	0,0	0,0	F28	16474,7	16449,0	F53	-8,0	-8,0
F4	-3833,6	-3837,2	F29	-6205,5	-6196,1	F54	1049,9	1047,9
F5	-12527,3	-12508,0	F30	-6205,8	-6196,4	F55	5450,7	5444,3
F6	-12527,3	-12508,0	F31	-0,2	-0,2	F56	-880,5	-880,8
F7	1221,8	1220,2	F32	-2206,4	-2202,6	F57	-880,8	-881,0
F8	3404,0	3398,5	F33	-2205,9	-2202,1	F58	-0,2	-0,2
F9	1221,8	1220,2	F34	1119,6	1117,6	F59	-2003,3	-1999,6
F10	24405,0	24367,0	F35	-8,0	-8,0	F60	-2002,8	-1999,1
F11	-10046,1	-10030,0	F36	1119,3	1117,3	F61	1013,6	1012,9
F12	-10046,3	-10030,0	F37	12683,8	12665,0	F62	-616,1	-615,9
F13	-0,2	-0,2	F38	-4372,4	-4366,2	F63	1015,5	1012,2
F14	-2341,7	-2338,0	F39	-4372,7	-4366,5	F64	1220,5	1219,7
F15	-2341,2	-2337,5	F40	-0,2	-0,2	F65	0,7	-0,1
F16	1189,0	1187,0	F41	-2138,7	-2134,9	F66	0,0	0,0
F17	-8,0	-8,0	F42	-2138,2	-2134,4	F67	1219,1	1220,0
F18	1188,7	1186,7	F43	1084,9	1082,9	F68	-1,0	0,2
F19	20381,7	20350,0	F44	-8,0	-8,0	F69	-1308,5	-1307,7
F20	-8096,7	-8084,1	F45	1084,6	1082,6	F70	-1307,1	-1308,0
F21	-8097,0	-8084,4	F46	9009,1	8996,4	F71	-433,9	-432,8
F22	-0,2	-0,2	F47	-2597,4	-2594,4	F72	467,8	467,8
F23	-2274,0	-2270,3	F48	-2597,7	-2594,7	F73	0,5	-0,1
F24	-2273,5	-2269,8	F49	-0,2	-0,2	F74	469,0	469,6
F25	1154,3	1152,3	F50	-2071,0	-2067,3	F75	-1,5	-2,5

Tabulka 28 Napětí hlavní konstrukce vypočtené analyticky i numericky pro stav č. 2

		MKP			MKP			MKP
Napětí	[MPa]	[MPa]	Napětí	[MPa]	Napětí	Napětí	[MPa]	[MPa]
σ_1	-0,72	-0,71	σ_{26}	-0,06	-0,06	σ_{51}	-16,48	-16,45
σ_2	145,76	145,58	σ_{27}	9,18	9,17	σ_{52}	8,36	8,34
σ_3	0,00	0,00	σ_{28}	87,40	87,27	σ_{53}	-0,06	-0,06
σ_4	-30,51	-30,54	σ_{29}	-32,92	-32,87	σ_{54}	8,35	8,34
σ_5	-66,46	-66,36	σ_{30}	-32,92	-32,87	σ_{55}	28,92	28,89
σ_6	-66,46	-66,36	σ_{31}	0,00	0,00	σ_{56}	-4,67	-4,67
σ_7	9,72	9,71	σ_{32}	-17,56	-17,53	σ_{57}	-4,67	-4,67
σ_8	27,09	27,05	σ_{33}	-17,55	-17,53	σ_{58}	0,00	0,00
σ_9	9,72	9,71	σ_{34}	8,91	8,89	σ_{59}	-15,94	-15,91
σ_{10}	129,47	129,27	σ_{35}	-0,06	-0,06	σ_{60}	-15,94	-15,91
σ_{11}	-53,30	-53,22	σ_{36}	8,91	8,89	σ_{61}	8,07	8,06
σ_{12}	-53,30	-53,22	σ_{37}	67,29	67,19	σ_{62}	-4,90	-4,90
σ_{13}	0,00	0,00	σ_{38}	-23,20	-23,17	σ_{63}	8,08	8,06
σ_{14}	-18,63	-18,61	σ_{39}	-23,20	-23,17	σ_{64}	6,47	6,47
σ_{15}	-18,63	-18,60	σ_{40}	0,00	0,00	σ_{65}	0,00	0,00
σ_{16}	9,46	9,45	σ_{41}	-17,02	-16,99	σ_{66}	0,00	0,00
σ_{17}	-0,06	-0,06	σ_{42}	-17,02	-16,99	σ_{67}	6,47	6,47
σ_{18}	9,46	9,44	σ_{43}	8,63	8,62	σ_{68}	-0,01	0,00
σ_{19}	108,13	107,96	σ_{44}	-0,06	-0,06	σ_{69}	-10,41	-10,41
σ_{20}	-42,95	-42,89	σ_{45}	8,63	8,62	σ_{70}	-10,40	-10,41
σ_{21}	-42,96	-42,89	σ_{46}	47,79	47,73	σ_{71}	-3,45	-3,44
σ_{22}	0,00	0,00	σ_{47}	-13,78	-13,77	σ_{72}	3,72	3,72
σ_{23}	-18,10	-18,07	σ_{48}	-13,78	-13,77	σ_{73}	0,00	0,00
σ_{24}	-18,09	-18,06	σ_{49}	0,00	0,00	σ_{74}	3,73	3,74
σ_{25}	9,19	9,17	σ_{50}	-16,48	-16,45	σ_{75}	-0,01	-0,02

C: LINK 180 bez lana a gravitace
 Normal Stress
 Type: Normal Stress(X Axis)
 Unit: MPa
 Global Coordinate System
 Time: 1 s
 23.05.2024 16:13



Obrázek 46 Grafické zobrazení napětí hlavní konstrukce pro zatežující stav č. 2

6.2.4 Řešení vedlejší konstrukce pro zatežující stav č. 2 prvky LINK

Omezení posuvu ve vazbách S1 a S2 je totožné jako v minulém řešení. Změna je pouze v odebrání lana. Modelované zatížení je pouze vlastní váha, využitím Standart Earth Gravity.

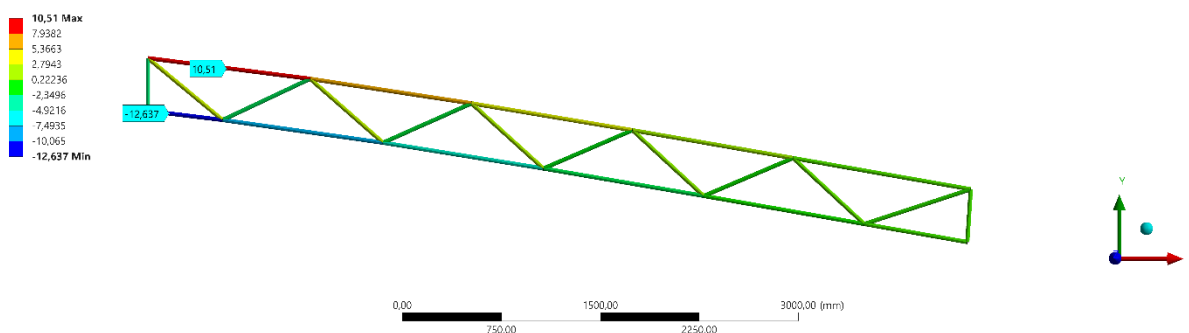
Tabulka 29 Normálové síly vedlejší konstrukce vypočtené analyticky i numericky pro stav č. 2

Síla	[N]	MKP	[N]	Síla	[N]	MKP	[N]	Síla	[N]	MKP	[N]
F1	-551,9	-551,9	F9	-363,5	-363,5	F17	-153,3	-153,3			
F2	-2382,1	-2382,0	F10	-907,0	-907,0	F18	-132,3	-132,3			
F3	512,4	512,4	F11	311,0	311,0	F19	99,0	99,0			
F4	1981,1	1981,0	F12	663,7	663,6	F20	54,8	54,8			
F5	-468,7	-468,6	F13	-258,4	-258,4	F21	-58,7	-58,7			
F6	-1559,6	-1559,5	F14	-431,2	-431,2	F22	0,0	0,0			
F7	416,1	416,1	F15	205,9	205,9	F23	8,7	8,7			
F8	1234,0	1233,9	F16	270,2	270,1						

Tabulka 30 Napětí vedlejší konstrukce vypočtené analyticky i numericky pro stav č. 2

Napětí	MKP		Napětí	MKP		Napětí	MKP	
	[MPa]	[MPa]		[MPa]	[MPa]		[MPa]	[MPa]
σ_1	-2,93	-2,93	σ_9	-1,93	-1,93	σ_{17}	-0,81	-0,81
σ_2	-12,64	-12,64	σ_{10}	-4,81	-4,81	σ_{18}	-0,70	-0,70
σ_3	2,72	2,72	σ_{11}	1,65	1,65	σ_{19}	0,53	0,53
σ_4	10,51	10,51	σ_{12}	3,52	3,52	σ_{20}	0,29	0,29
σ_5	-2,49	-2,49	σ_{13}	-1,37	-1,37	σ_{21}	-0,31	-0,31
σ_6	-8,27	-8,27	σ_{14}	-2,29	-2,29	σ_{22}	0,00	0,00
σ_7	2,21	2,21	σ_{15}	1,09	1,09	σ_{23}	0,05	0,05
σ_8	6,55	6,55	σ_{16}	1,43	1,43			

E: LINK180 - bez lana s gravitací
 Normal Stress
 Type: Normal Stress(X Axis)
 Unit: MPa
 Global Coordinate System
 Time: 1 s
 23.05.2024 16:26



Obrázek 47 Grafické zobrazení napětí vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č. 2

6.2.5 Řešení hlavní konstrukce pro zatěžující stav č.3 prvky LINK

Zde je pro řešení využít stejný model jako pro řešení zatěžujícího stav č. 1. Styčnicku Sa1 je přidáno i omezení posuvu ve směru x. Do styčniců Sc4, Sc5, Sc6, Sc7 je vloženo stejné zatížení jako v analytickém řešení. (viz tab. 18)

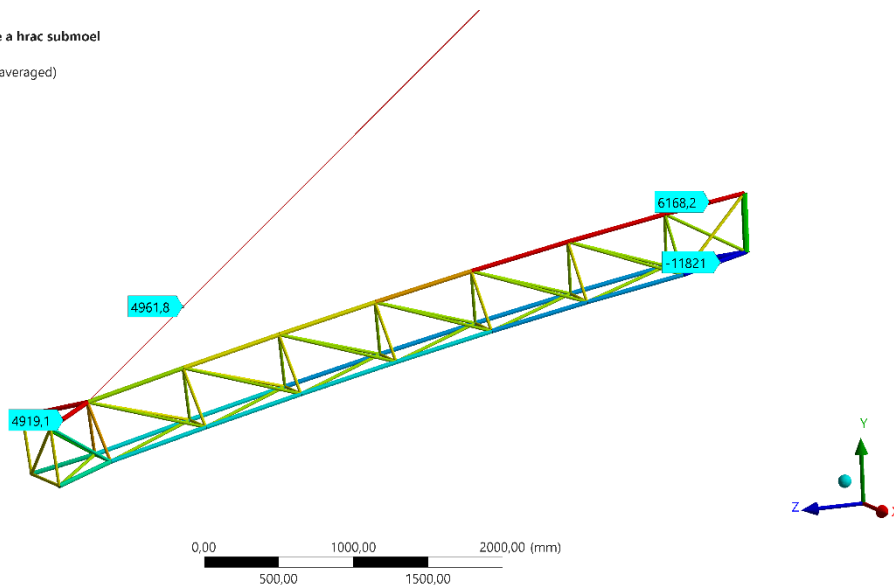
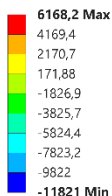
Tabulka 31 Normálové síly hlavní konstrukce vypočtené analyticky i numericky pro stav č. 3

Síla	[N]	MKP [N]	Síla	[N]	MKP [N]	Síla	[N]	MKP [N]
F1	-2696,2	-2691,3	F26	283,0	283,0	F51	235,9	237,2
F2	6170,9	6168,2	F27	-28,7	-29,4	F52	690,1	689,3
F3	1396,2	1396,0	F28	3291,6	3287,3	F53	283,0	283,0
F4	-141,4	-148,7	F29	-7590,8	-7587,1	F54	-132,8	-133,5
F5	-11828,7	-11821,0	F30	-8379,8	-8376,0	F55	16,3	19,3
F6	-10760,2	-10752,0	F31	-747,8	-747,7	F56	-6140,1	-6140,1
F7	39,2	38,8	F32	-1504,2	-1502,7	F57	-6929,0	-6929,0
F8	3213,8	3211,5	F33	100,5	101,8	F58	-747,8	-747,7
F9	39,2	38,8	F34	759,5	758,7	F59	-1301,2	-1299,6
F10	6056,2	6047,0	F35	283,0	283,0	F60	303,5	304,9
F11	-8848,5	-8842,3	F36	-63,4	-64,1	F61	2967,0	2965,7
F12	-9637,4	-9631,2	F37	2083,6	2081,7	F62	-2603,8	-2603,3
F13	-747,8	-747,7	F38	-7049,2	-7046,7	F63	2692,0	2688,1
F14	-1639,6	-1638,0	F39	-7838,1	-7835,5	F64	4920,4	4919,1
F15	-34,8	-33,5	F40	-747,8	-747,7	F65	-4347,7	-4348,6
F16	828,9	828,1	F41	-1436,5	-1435,0	F66	-4527,1	-4527,1
F17	283,0	283,0	F42	168,2	169,5	F67	4579,0	4579,4
F18	6,0	5,3	F43	724,8	724,0	F68	-240,5	-239,4
F19	4615,8	4609,0	F44	283,0	283,0	F69	-3879,4	-3878,0
F20	-8190,6	-8185,7	F45	-98,1	-98,8	F70	-3513,5	-3513,8
F21	-8979,5	-8974,5	F46	991,9	992,4	F71	-3101,0	-3099,7
F22	-747,8	-747,7	F47	-6565,6	-6564,4	F72	1155,0	1154,9
F23	-1571,9	-1570,4	F48	-7354,5	-7353,2	F73	1247,2	1246,5
F24	32,8	34,1	F49	-747,8	-747,7	F74	253,3	253,9
F25	794,2	793,4	F50	-1368,9	-1367,3	F75	1352,5	1351,5
						F76	9930,8	9923,6

Tabulka 32 Napětí hlavní konstrukce vypočtené analyticky i numericky pro stav č. 3

		MKP			MKP			MKP
Napětí	[MPa]	[MPa]	Napětí	[MPa]	[MPa]	Napětí	[MPa]	[MPa]
σ_1	-1,62	-1,62	σ_{26}	2,25	2,25	σ_{51}	1,88	1,89
σ_2	32,74	32,73	σ_{27}	-0,23	-0,23	σ_{52}	5,49	5,49
σ_3	11,11	11,11	σ_{28}	17,46	17,44	σ_{53}	2,25	2,25
σ_4	-1,13	-1,18	σ_{29}	-40,27	-40,25	σ_{54}	-1,06	-1,06
σ_5	-62,75	-62,71	σ_{30}	-44,46	-44,44	σ_{55}	0,09	0,10
σ_6	-57,08	-57,05	σ_{31}	-5,95	-5,95	σ_{56}	-32,57	-32,58
σ_7	0,31	0,31	σ_{32}	-11,97	-11,96	σ_{57}	-36,76	-36,76
σ_8	25,57	25,56	σ_{33}	0,80	0,81	σ_{58}	-5,95	-5,95
σ_9	0,31	0,31	σ_{34}	6,04	6,04	σ_{59}	-10,35	-10,34
σ_{10}	32,13	32,08	σ_{35}	2,25	2,25	σ_{60}	2,42	2,43
σ_{11}	-46,94	-46,91	σ_{36}	-0,50	-0,51	σ_{61}	23,61	23,60
σ_{12}	-51,13	-51,10	σ_{37}	11,05	11,05	σ_{62}	-20,72	-20,72
σ_{13}	-5,95	-5,95	σ_{38}	-37,40	-37,39	σ_{63}	21,42	21,39
σ_{14}	-13,05	-13,04	σ_{39}	-41,58	-41,57	σ_{64}	26,10	26,10
σ_{15}	-0,28	-0,27	σ_{40}	-5,95	-5,95	σ_{65}	-23,07	-23,07
σ_{16}	6,60	6,59	σ_{41}	-11,43	-11,42	σ_{66}	-24,02	-24,02
σ_{17}	2,25	2,25	σ_{42}	1,34	1,35	σ_{67}	24,29	24,30
σ_{18}	0,05	0,04	σ_{43}	5,77	5,76	σ_{68}	-1,91	-1,90
σ_{19}	24,49	24,45	σ_{44}	2,25	2,25	σ_{69}	-30,87	-30,86
σ_{20}	-43,45	-43,43	σ_{45}	-0,78	-0,79	σ_{70}	-27,96	-27,96
σ_{21}	-47,64	-47,61	σ_{46}	5,26	5,27	σ_{71}	-24,68	-24,67
σ_{22}	-5,95	-5,95	σ_{47}	-34,83	-34,83	σ_{72}	9,19	9,19
σ_{23}	-12,51	-12,50	σ_{48}	-39,02	-39,01	σ_{73}	9,92	9,92
σ_{24}	0,26	0,27	σ_{49}	-5,95	-5,95	σ_{74}	2,02	2,02
σ_{25}	6,32	6,31	σ_{50}	-10,89	-10,88	σ_{75}	10,76	10,76
						σ_{76}	175,62	175,50

L: Copy of LINK 180 s lanem gravitace a hrac submoel
 Axial Force
 Type: Directional Axial Force(X Axis) (Unaveraged)
 Unit: N
 Solution Coordinate System
 Time: 1 s
 23.05.2024 16:30



Obrázek 48 Grafické zobrazení normálových sil halvní konstrukce pro zatežující stav č. 3

6.2.6 Řešení vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č. 3 prvky LINK

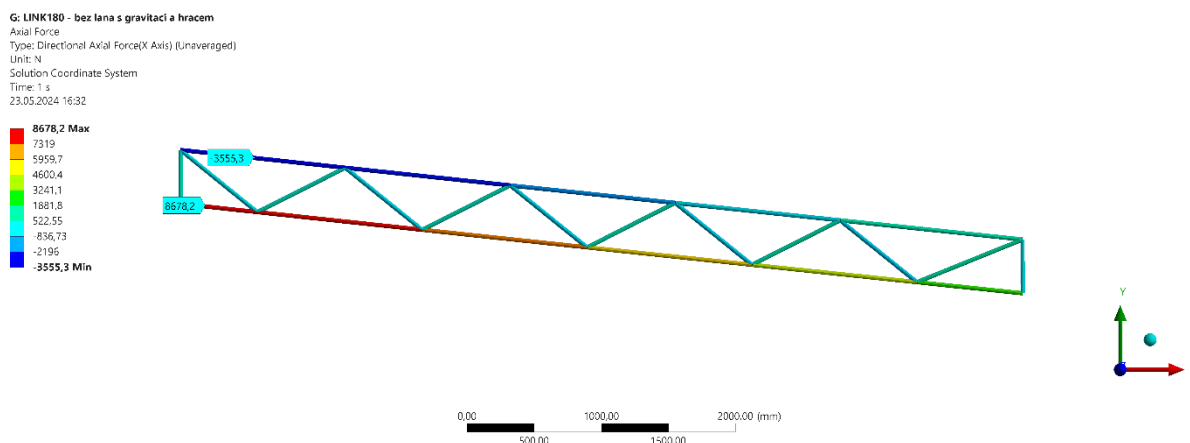
Pro řešení tohoto zatěžujícího stavu je zatížena vedlejší konstrukce bez lana. Zatížení je stejné jako pro analytické řešení.

Tabulka 33 Normálové síly vedlejší konstrukce vypočtené analyticky i numericky pro stav č. 3

Síla	[N]	MKP	[N]	Síla	[N]	MKP	[N]	Síla	[N]	MKP	[N]
F1	635,9	635,9		F9	580,7	580,7		F17	790,9	791,0	
F2	8678,1	8678,2		F10	6976,8	6976,9		F18	4575,2	4575,2	
F3	-431,8	-431,9		F11	-633,3	-633,3		F19	-845,3	-845,3	
F4	-3555,2	-3555,3		F12	-1696,3	-1696,3		F20	871,2	871,2	
F5	475,6	475,6		F13	685,8	685,8		F21	1032,1	1032,1	
F6	7912,4	7912,5		F14	5864,4	5864,5		F22	2949,6	2949,6	
F7	-528,1	-528,2		F15	-738,4	-738,4		F23	-308,1	-308,1	
F8	-2714,1	-2714,2		F16	-501,6	-501,6					

Tabulka 34 Napětí vedlejší konstrukce vypočtené analyticky i numericky pro stav č. 3

	MKP			MKP			MKP	
Napětí	[MPa]	[MPa]	Napětí	[MPa]	[MPa]	Napětí	[MPa]	[MPa]
σ_1	3,37	3,37	σ_9	3,08	3,08	σ_{17}	4,20	4,20
σ_2	46,04	46,04	σ_{10}	37,01	37,02	σ_{18}	24,27	24,27
σ_3	-2,29	-2,29	σ_{11}	-3,36	-3,36	σ_{19}	-4,48	-4,48
σ_4	-18,86	-18,86	σ_{12}	-9,00	-9,00	σ_{20}	4,62	4,62
σ_5	2,52	2,52	σ_{13}	3,64	3,64	σ_{21}	5,48	5,48
σ_6	41,98	41,98	σ_{14}	31,11	31,11	σ_{22}	15,65	15,65
σ_7	-2,80	-2,80	σ_{15}	-3,92	-3,92	σ_{23}	-1,63	-1,63
σ_8	-14,40	-14,40	σ_{16}	-2,66	-2,66			



Obrázek 49 Grafické zobrazení normálových sil vedlejší konstrukce pro zatěžující stav č. 3

6.2.7 Zhodnocení numerického řešení

Ve výsledcích numerického řešení lze nalézt drobné odchylky u méně zatížených prutů. U rovinných úloh jsou odchylky menší, proto bylo porovnání provedeno pro 3. zatěžující stav hlavní části konstrukce. Odchylky přesahující 1% se vyskytují pouze u prutů 4,15,18,24,27,55. Jedná se o velmi málo zatížené pruty v poměru k ostatním, a tak je tato velikost chyby výraznější. Z hlediska bezpečnosti se nejedná o důležité pruty. U nejméně namáhaných prutů se odchylka pohybuje v řádech setin procenta. Tyto rozdíly mohou být způsobeny tím, že při analytickém řešení nebyly úhly mezi pruty určeny analyticky, ale byly odměřeny na konečný počet desetinných míst. Tím byla do úlohy vnesena nepřesnost. Vzhledem k velikosti odchylek lze řešení prohlásit za verifikované.

Tabulka 35 Vybrané odchylky

Síla	[N]	MKP	
		[N]	rozdíl [%]
F4	-141,4	-148,7	4,929190095
F15	-34,8	-33,5	-3,925892845
F18	6,0	5,3	-13,10080888
F24	32,8	34,1	3,855509946
F27	-28,7	-29,4	2,365733683
F55	16,3	19,3	15,62683576

Výsledky posuvů vybraných styčnicku se liší více u řešení vedlejší části konstrukce. Odchylky u hlavní části konstrukce jsou velmi malé. (tab. 36)

Tabulka 36 Porovnání posuvů

Posuvy [mm]	Analit.	MKP
u_{Sc6_y_1}	3,871	3,863
u_{S13_y_1}	1,752	1,840
u_{Sc6_y_2}	26,424	26,387
u_{S13_y_2}	3,188	3,348
u_{Sc6_y_3}	11,353	11,346
u_{S13_y_2}	-12,161	-12,770

7. Závěr

Hlavním cílem této práce byla napjatostně deformační analýza konstrukce sloužící jako držák basketbalového koše, která se nachází ve sportovní hale Věry Čáslavské v Šumperku.

V první části této práce je rozebráno využití prutových soustav ve sportu, hlavně při basketbalu. Nejprve je popsáno využití prutových konstrukcí jako nosných prvků sportovních hal. Následně jsou uvedeny tři příklady konkrétních sportovních hal. Dále jsou popsány různé typy konstrukcí, které se využívají k uchycení basketbalových košů.

V teoretické části je shrnuta teorie z předmětů Statika a Pružnost Pevnost 1, potřebná k následnému řešení napjatostně deformační analýzy.

Konstrukce držící basketbalový koš se skládá ze dvou částí, které je možné rozpojit. Proto byly vytvořeny dva modely. Získat dokumentaci k vytvoření modelu se bohužel nepodařilo, proto byla konstrukce změřena namístě. Hlavní část konstrukce byla modelována jako prostorová prutová soustava, vedlejší část konstrukce jako rovinná prutová soustava. Pro vytvoření modelů bylo konstrukce nejprve zjednodušena tak, aby splňovala předpoklady prutové soustavy. Jelikož hlavní část konstrukce byla jedenáctkrát staticky přeúčena, tedy vnitřně pohyblivá, bylo potřeba doplnit pruty na vhodná místa konstrukce pro zamezení vnitřní pohyblivosti. Uvolněním styčniců konstrukcí byly sestaveny soustavy rovnic, které byly následně řešeny pro 3 různé zatěžující stavy. Soustavy rovnic byly vyřešeny v programu Matlab, s využitím rozšíření Symbolic Math Toolbox.

V prvním zatěžujícím stavu byla hlavní část konstrukce zatížena vlastní tíhou a tíhou basketbalového koše. Vedlejší část konstrukce byla zatížena pouze vlastní tíhou. Obě konstrukce byly jedenkrát staticky neurčité. V hlavní části konstrukce největší síla působila v prutech č. 2,5,6 a v laně. U vedlejší konstrukce se jednalo pruty č. 2 a 4. Ačkoli síly v lanech nebyly největší, z důvodu výrazně menšího obsahu příčného průřezu lan, tak bylo největší napětí v obou případech zjištěno právě v lanech. Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti vyšla 3,8 pro lano hlavní části konstrukce a 15,6 pro lano vedlejší části konstrukce. Pro pruty namáhané tlakem byla také určena bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability. Nejvíce namáhané pruty, kterým hrozí MSVS byly u hlavní konstrukce prut č.14 a u vedlejší konstrukce prut č. 6. Hodnoty bezpečnosti vyšly pro obě konstrukce podobně, a to 27,9 u hlavní části a 29,2 u vedlejší části. Dále byly určeny posuvy nejvzdálenějších styčniců vůči stěně. Hlavní konstrukce v místě uchycení basketbalového koše snížila svoji výšku o 3,9 mm. Konec vedlejší části klesne vlivem zatížení vlastní vahou o 1,8 mm.

Cílem druhého zatěžujícího stavu bylo zjistit, jak se změní počítané parametry, když konstrukcím odebereme lana. Odebráním lan se obě úlohy staly staticky určité. Odebráním lana se z prutů, které byly druhé nejvíce zatížené v konfiguraci s lanem, staly nejvíce zatížené. U obou konstrukcí se jednalo o pruty č. 2. Bezpečnost vůči MSP u hlavní části vyšla 1,4 a 18,6 pro vedlejší část konstrukce. Bezpečnost vůči MSVS se snížila na 6,8 u hlavní konstrukce. U vedlejší konstrukce klesla na 18,5. Lze tedy tvrdit, že i v konfiguraci bez lan při zatížení pouze vlastní tíhou a tíhou koše, k žádnému z výše uvedených mezních stavů nedojde.

Třetí zatěžovací stav modeluje zatížení konstrukce hráčem, který zasměčuje a zavěsí se na obroučku. K určení výsledných sil ve styčnicích, ve kterých je koš ke konstrukci připevněn, byl využit program ANSYS. Následně bylo aproximováno rozdělení těchto sil mezi hlavní a vedlejší konstrukci. To bylo provedeno vytvořením jednoduchého submodelu. Výsledné zatížení není symetrické, proto byla do modelu hlavní části přidána vazba ve styčnicu Sa1 zamezující posuv i v ose x. Tím se úloha stala dvakrát statiky neurčitou. Největší síla při tomto

zatěžujícím stavu hlavní části konstrukce působí v prutu č. 6 a je tlaková. Největší napětí, stejně jako u zatížení č. 1, působí v laně. Bezpečnost vůči MSP klesla na 1,2 pro lano hlavní konstrukce. Bezpečnost vůči MSVS byla určena pro prut č. 14 a její hodnota vyšla 9,7. Při zatížení vedlejší konstrukce v konfiguraci s lanem vyšla normálová síla v laně záporná. Lano je pro tento zátěžový stav nefunkční, proto byl použit model bez lana. Nejvíce zatížený prut vedlejší části byl opět prut č. 2. Bezpečnost vůči MSP vyšla pro tento prut 5,1. Bezpečnost vůči MSVS vyšla nejnižší ze všech zatěžujících stavů a to 8,1. Vlivem posunu styčnicku Sc6 klesl basketbalový koš o 11,4 mm. Krajiní styčník S12 vedlejší konstrukce se vlivem zatížení zvedl o 12,2 mm.

Následně byly vytvořeny numerické modely pomocí souboru programů ANSYS. Numerické modely jsou využity jako kontrola analytického řešení. K modelování obou částí byly využity prvky typu LINK, které přenáší pouze normálové síly. Největší odchylky mezi numerickým a analytickým řešením se vyskytovaly u málo zatížených prutů. Tyto odchylky jsou způsobeny nepřesností vstupních hodnot. Úhly a rozměry prutů pro analytické řešení byly odměřeny z náčrtu v programu Inventor. Odměřené hodnoty mají konečný počet desetinných míst a tím je do úlohy vnesena nepřesnost. U většiny prutů se odchylky pohybovaly v řádech setin procenta. Analytické řešení tak bylo verifikováno numerickým.

8. Zdroje

- [1] AUTOR, Nenalezený. AT&T Stadium. *Walter P Moore* [online]. c2024 [cit. 2024-04-29]. Dostupné z: <https://www.walterpmoore.com/projects/att-stadium>
- [2] AUTOR, Nenalezený. AT&T Stadium. *Walter P Moore* [online]. c2024 [cit. 2024-05-23]. Dostupné z: <https://www.walterpmoore.com/projects/att-stadium>
- [3] CONTRIBUTORS, Wikipedia. The O2. In: *Wikipedia, The Free Encyclopedia* [online]. 2024 [cit. 2024-05-23]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/The_O2
- [4] AUTOR, Nenalezený. Load capacity assessment of steel masts for the Millennium Dome. *Nenalezený vydavatel* [online]. 2023 [cit. 2024-05-23]. Dostupné z: https://www.lusas.com/case/civil/millennium_dome.html
- [5] CONTRIBUTORS, Wikipedia. NBA London Game. In: *Wikipedia, The Free Encyclopedia* [online]. 2023 [cit. 2024-05-23]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/NBA_London_Game
- [6] AUTOR, Nenalezený. Otevřena nová tělocvična školy. *Otevřena nová tělocvična školy* [online]. c2021 [cit. 2024-05-23]. Dostupné z: <https://www.gymspk.cz/historie/2005-otevrena-nova-telocvicna-skoly/>
- [7] DORSHOP.CZ. Streetball konstrukce DOR-SPORT, oblouková, do bet. základu. *Dorshop.cz* [online]. c2024 [cit. 2024-05-23]. Dostupné z: <https://www.dorshop.cz/venkovni-konstrukce-basketbal/streetball-konstrukce--obloukova--do-bet--zakladu/>
- [8] DORSHOP.CZ. Basketbalová konstrukce DOR-SPORT, příhradová, otočná, vys. 4500 mm. *Dorshop.cz* [online]. c2024 [cit. 2024-05-23]. Dostupné z: <https://www.dorshop.cz/venkovni-konstrukce-basketbal/basketbalova-konstrukce--prihradova--otocna--vys--4500-mm/>
- [9] DORSHOP.CZ. Vnitřní | Konstrukce | Basketbal. *Dorshop.cz* [online]. c2024 [cit. 2024-05-23]. Dostupné z: <https://www.dorshop.cz/vnitri/>
- [10] JANÍČEK, Přemysl. *Mechanika těles: pružnost a pevnost I. 3.*, přeprac. vyd., V Akademickém nakladatelství CERM 1. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-214-2592-X.
- [11] FLORIAN, Zdeněk, Karel PŘÍKRYL a Emanuel ONDRÁČEK. *Mechanika těles - statika*. Vyd. 3. Brno: PC-DIR, 1995. ISBN 80-214-0694-1.
- [12] HORNÍKOVÁ, Jana a Pavel ŠANDERA. *Pružnost a pevnost (interaktivní opora)*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2003. ISBN 80-7204-268-8.
- [13] DORSHOP.CZ. Basketbalová deska DOR-SPORT 1800x1050 mm, vnitřní, akrylát. *Dorshop.cz* [online]. c2024 [cit. 2024-05-23]. Dostupné z: <https://www.dorshop.cz/desky/basketbalova-deska-1800x1050--vnitri--akrylat/>
- [14] DORSHOP.CZ. Mechanismus pro plynulou regulaci výšky basketbalové desky DOR-SPORT pro desky 1800x1050 mm. *Dorshop.cz* [online]. c2024 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: <https://www.dorshop.cz/vnitri/mechanismus-pro-plynulou-regulaci-vysky-basketbalove-desky-2-2/>
- [15] DORSHOP.CZ. DOR-SPORT basketbalový koš K2003 sklopný komaxit. *Dorshop.cz* [online]. c2024 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: <https://www.dorshop.cz/kose/dor-sport-basketbalovy-kos-k2003-sklopny-komaxit/>
- [16] DORSHOP.CZ. Ochrana basketbalové desky DOR-SPORT z pěnového profilu LIGA. *Dorshop.cz* [online]. c2024 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z:

<https://www.dorshop.cz/prislusenstvi/ochrana-basketbalove-desky-z-penoveho-profilu-liga/>

- [17] SCHELDEGUY. *Sport Science: Shattered Backboards; YouTube* [online]. [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=nBpyBnsJ7y8>
- [18] KRŇÁVEK, Petr. Gymnázium slaví sto let. Vzešli z něj slavní herci, sportovci i lékaři. *Šumperský a jesenický deník* [online]. 2019 [cit. 2024-05-23]. Dostupné z: https://sumpersky.denik.cz/zpravy_region/gymnazium-slavi-sto-let-vzesli-z-nej-slavni-herci-sportovci-i-lekari-20190920.html
- [19] DORSHOP.CZ. Konstrukce pro basketbal zvedaná pod strop DOR-SPORT do celkové výšky 9 m. *Dorshop.cz* [online]. c2024 [cit. 2024-05-23]. Dostupné z: <https://www.dorshop.cz/vnitri/konstrukce-pro-basketbal-zvedana--pod-strop-dor-sport-do-celkove-vysky-9-m/>
- [20] Top 5 Plays from the Celtics-Pistons Game. In: *Inside The Celtics* [online]. c2024 [cit. 2024-05-24]. Dostupné z: <https://www.si.com/nba/celtics/top-stories/top-5-plays-from-the-celtics-pistons-game>

9. Seznam příloh

- Příloha č. 1 – Náčrt v programu Inventor s rozměry
- Příloha č. 2 – Analytický výpočet v programu Matlab
- Příloha č. 3 – Numerické řešení v programu ANSYS