



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

# IDENTIFIKACE KLOPNÉ TUHOSTI NÁPRAVY AUTO- MOBILU

IDENTIFICATION OF VEHICLE AXLE ROLL STIFFNESS

## DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Tomáš Herman

## VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Petr Hejtmánek, Ph.D.

BRNO 2018



# Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav automobilního a dopravního inženýrství  
Student: **Bc. Tomáš Herman**  
Studijní program: Strojní inženýrství  
Studijní obor: Automobilní a dopravní inženýrství  
Vedoucí práce: **Ing. Petr Hejtmánek, Ph.D.**  
Akademický rok: 2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.1111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

## Identifikace klopné tuhosti nápravy automobilu

### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Srovnání různých přístupů pro precizní určení klopné tuhosti kyvadlové nápravy s torzní příčkou užívaných u osobních automobilů. Metody pro určení klopné tuhosti nápravy by měly být jak výpočtového charakteru, tak experimentální.

### Cíle diplomové práce:

Stručný popis kyvadlové nápravy s torzní příčkou.  
Popis experimentálních metod určení klopné tuhosti nápravy.  
Sestavení analytických metod určení tuhosti.  
Srovnání experimentálních a výpočtových metod na konkrétní nápravě.  
Koncepční návrh speciálního měřicího stavu.

### Seznam doporučené literatury:

JAN, Zdeněk, ŽDÁNSKÝ, Bronislav a ČUPERA Jiří. Automobily (1): Podvozky. Brno: Avid, spol. s r.o., 2009. 245 s. ISBN 978-80-87143-11-7.

GILLESPIE, Thomas. D. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992. 519 s. ISBN 1-56091-199-9.

REIMPELL, Jornsens. The Automotive Chassis. 2nd edition. Oxford: Butterworth - Heinemann, 2001. 444 s. ISBN 0-7506-5054-0.

MILLIKEN, William a MILLIKEN, Douglas. Race Car Vehicle Dynamics. 1st edition. Warrendale: SAE, 1995. 857 s. ISBN 1-56091-526-9.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zabývá určováním klopné tuhosti nápravy s torzní příčkou. Jsou zde popsány experimentální i analytické metody, jejich užití a následné porovnání na konkrétním typu nápravy. V této práci je také uveden konstrukční návrh měřícího stavu určeného pro měření klopné tuhosti na tomto typu náprav.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Klopná tuhost, experimentální metoda, analytická metoda, náprava s torzní příčkou, torzní příčka, měřící stav

## ABSTRACT

This diploma thesis deals with roll stiffness of twist beam axle. There are described experimental and analytic methods of measuring, its applications and comparison on a particular type of axle. There is also construction plan of system usable for this measuring.

## KEYWORDS

Roll stiffness, experimental method, analytic method, twist beam axle, twist beam, measuring system



## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

HERMAN, T. Identifikace klopné tuhosti nápravy automobilu. Brno, 2018. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automobilního a dopravního inženýrství. 68 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Petr Hejtmánek, Ph.D.





## ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením Ing. Petra Hejtmánka, Ph.D. a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 25. května 2018

.....

Bc. Tomáš Herman



## PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych chtěl moc poděkovat panu Ing. Petru Hejtmánkovi, Ph.D. za odborné vedení, ochotu a cenné rady při vypracovávání mé diplomové práce. Také bych chtěl poděkovat panu Ing. Kamilu Řehákovi za cenné rady při řešení MKP. Dále bych chtěl poděkovat především svým rodičům, rodině, přítelkyni, kamarádům a všem, kteří mě během studia jakkoliv podporovali.



## OBSAH

1	Zavěšení kol.....	16
1.1	Kyvadlová náprava s torzní příčkou .....	17
1.1.1	Kinematika .....	17
1.1.2	Konstrukce.....	18
1.1.3	Torzní příčka.....	19
1.1.4	Hodnocení nápravy.....	20
2	Klopná tuhost.....	21
2.1	Střed klopení, osa klopení.....	22
2.2	Úhel klopení.....	23
2.3	Klopný moment .....	24
3	Analytická metoda určení klopné tuhosti .....	26
3.1	Tvorba 3D modelu nápravnice .....	26
3.2	Tvorba MKP modelu .....	27
3.2.1	Nastavení kontaktů .....	27
3.2.2	Síťování modelu .....	27
3.2.3	Okrajové podmínky .....	28
3.3	Další zkoušené analýzy.....	29
3.3.1	Nápravnice s válcovou vazbou .....	29
3.3.2	Torzní příčka s tuhými rameny.....	29
3.3.3	Poloviční model.....	30
3.4	Zhodnocení analytické metody .....	31
3.4.1	Výsledky analýzy .....	31
3.4.2	Srovnání jednotlivých variant.....	33
4	Experimentální metody určení klopné tuhosti.....	35
4.1	Naklápění karoserie .....	35
4.2	Naklápění vozovky .....	35
4.3	Měření pomocí tenzometrických vah.....	36
5	Měření klopné tuhosti nápravnice .....	37
5.1	Příprava nápravnice .....	37
5.2	Příprava měřícího stavu .....	37
5.3	Postup měření .....	38
5.4	Výsledky měření .....	40
6	Další výpočty.....	44
6.1	Výpočet klopné tuhosti .....	44
6.1.1	Klopná tuhost z experimentálního měření.....	44

6.1.2	Klopná tuhost z analytického výpočtu .....	45
6.2	Tuhost pružiny .....	45
6.3	Tuhost stabilizátoru.....	46
6.4	Převod tuhostí do místa působení síly .....	49
7	Celkové zhodnocení výsledků .....	51
7.1	Srovnání tuhostí nápravnice.....	51
7.2	Srovnání vlivu jednotlivých částí na celkovou tuhost nápravy .....	51
8	Koncepční návrh měřícího stavu .....	53
8.1	Konstrukce .....	53
8.1.1	Stojan .....	53
8.1.2	Držák A .....	53
8.1.3	Držák B.....	54
8.2	Popis funkce.....	55
8.3	Tuhost měřícího stavu.....	55
9	Rozbor chyb.....	58
9.1	Chyba měřené veličiny .....	58
9.2	Chyby fyzikálních měření.....	59
	Závěr.....	62
	Použité informační zdroje.....	63
	Seznam použitých zkratk a symbolů .....	65

## ÚVOD

Vývoj automobilového průmyslu jde neustále dopředu. Důraz je kladen, mimo jiné, na pohodlí pasažérů. S tím souvisí především vhodná konstrukce a nastavení podvozku automobilu. Na trhu se nachází velké množství využitelných komponent, které mohou automobilky při vývoji vozidla využít. Jednou z nich je i náprava. Její volbou lze do jisté míry ovlivnit chování vozidla během jízdy. Automobilky proto musí volit mezi několika dostupnými variantami. Rozhodujícím faktorem bývá často cena samotné nápravy. V posledních letech se na trhu, nejčastěji u menších vozidel, objevovala zadní náprava s torzní příčkou. V porovnání s ostatními nápravami se jedná o poměrně levnou variantu s dobrými jízdními vlastnostmi, což vedlo k její popularitě u automobilek.

Pro bezpečnou jízdu je zapotřebí, aby byla kola automobilu neustále v kontaktu s vozovkou. Proto je důležité zvolit správně celkovou klopnou tuhost použité nápravy. Ta je ovlivněna klopnou tuhostí přední i zadní nápravy. U zadní nápravy s torzní příčkou je důležitá především samotná nápravnice. Ta musí být dostatečně tuhá, aby odolávala namáhání na ohyb, zároveň však dostatečně poddajná při namáhání na krut. Ke klopné tuhosti zadní nápravy je potřeba připočítat i tuhost pružin a stabilizátoru, pokud se zde nachází. Výsledná tuhost pak musí být zvolena tak, aby byla kola stále v kontaktu s vozovkou, ale také tak, aby nedocházelo k příliš velkému klopení karosérie-například během průjezdu zatáčkou.

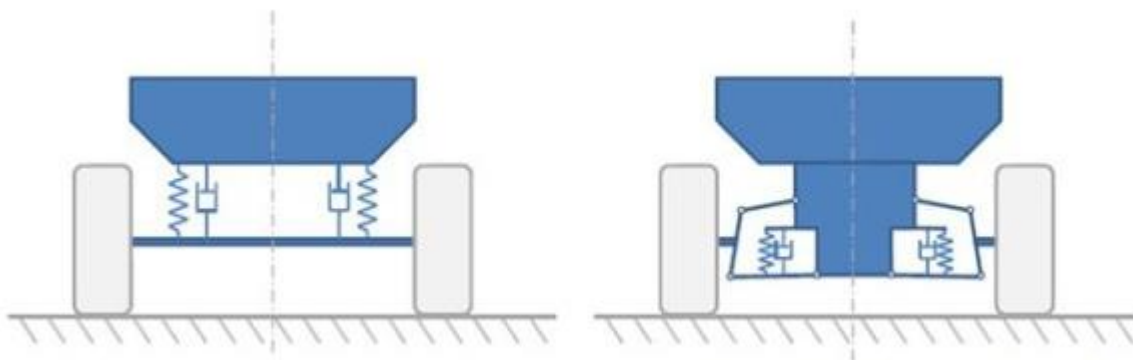
Cílem této práce je popsat experimentální a analytické metody určování klopné tuhosti nápravy s torzní příčkou. Dále tyto metody provést na konkrétní nápravě a porovnat získané výsledky. V neposlední řadě je úkolem navrhnout měřicí stav, na kterém by bylo možné měření provádět.

## 1 ZAVĚŠENÍ KOL

Pod pojmem „zavěšení kol“ se rozumí spojení kol s rámem nebo samonosnou karoserií vozidla. V souvislosti s tímto pojmem se často vyskytuje pojem „náprava“. Ta je kromě zavěšení kol tvořena ještě dalšími funkčními celky. Těmi jsou: uložení a odpružení kol, brzdy a případně řídicí nebo hnací ústrojí. Hlavním úkolem zavěšení kol je jejich vedení a pohyb vzhledem k rámu nebo karoserii vozidla. Zajišťuje přenos svislých (zatížení vozidla), podélných (hnací a brzdící síly), příčných sil (odstředivé síly) a také hnacího a brzdícího momentu. [1]

Zavěšení můžeme rozdělit na závislé a nezávislé. Rozdíl spočívá v pohybu kol při přejetí nerovnosti. U závislého zavěšení, označovaného také jako tuhá náprava, jsou kola uložena na společném nosníku, což způsobuje jejich vzájemný pohyb při přejezdu nerovností. Nevýhodou je, mimo jiné, vyšší stavba vozidla potřebná k propružení nápravy. Tím se zvyšuje poloha těžiště vozidla, což zhoršuje stabilitu vozidla hlavně při průjezdu zatáčkou. Výhodou tuhé nápravy je její jednoduchost, s kterou souvisí i nižší náklady na její výrobu. V dnešní době se používá především u zadních náprav nákladních automobilů. [1, 2]

Naopak nezávislé zavěšení má každé kolo připojeno k rámu (karoserii) samostatně. Pohyb jednoho kola tak nemá vliv na pohyb protilehlého a k přenosu sil dochází pouze nepřímo přes rám nebo karoserii vozidla. Oproti tuhé nápravě je zde mnohem nižší neodpružená hmota a také nižší výška podvozku. Vůz má lepší stabilitu a je vystaven menším otřesům. Nevýhodou je složitější konstrukce a s tím spojené vyšší náklady na opravu. Nezávislé zavěšení se používá především u osobních automobilů. V současné době se z nezávislého zavěšení používají především McPherson, lichoběžníková nebo víceprvková náprava, ale patří sem také kyvadlová a kliková náprava. [1, 2]



Obr. 1 Srovnání závislého (vlevo) a nezávislého (vpravo) zavěšení kol [1]

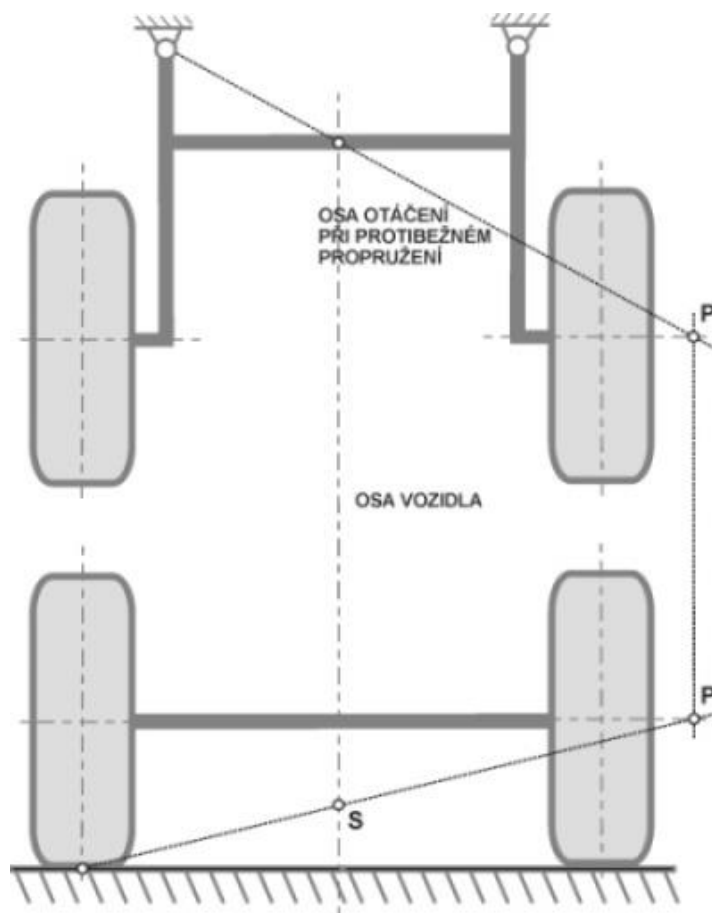
Speciálním případem je náprava s torzní příčkou, která se často označuje jako polonezávislé zavěšení kol. Kola jsou navzájem propojena poddajnou příčkou, která do jisté míry ovlivňuje jejich vzájemný pohyb. Při stejnosměrném propružení obou kol dochází pouze ke změně rozvoru, ale při protiběžném propružení dochází k mírně změně rozchodu i odklonu kol. [3]

## 1.1 KYVADLOVÁ NÁPRAVA S TORZNÍ PŘÍČKOU

Kyvadlová náprava s torzní příčkou (twist beam suspension) se často označuje také jako spřažená náprava. Jak již bylo zmíněno, jedná se o takzvané polonezávislé zavěšení kol. Už řadu let patří toto zavěšení k nejrozšířenějšímu na trhu. Kola jsou připojena ke karoserii pomocí podélných ramen, jak je tomu i u klikové nápravy. Avšak navíc jsou ještě navzájem propojena pomocí torzní příčky. Kyvadlová náprava s torzní příčkou se v dnešní době používá hlavně jako zadní hnaná náprava. Poprvé byla pravděpodobně použita v 70. letech u automobilů značky Volkswagen. Škoda používala tuto nápravu například na vozech Favorit, Felicia nebo v prvních řadách Octavie a Fabie. [3]

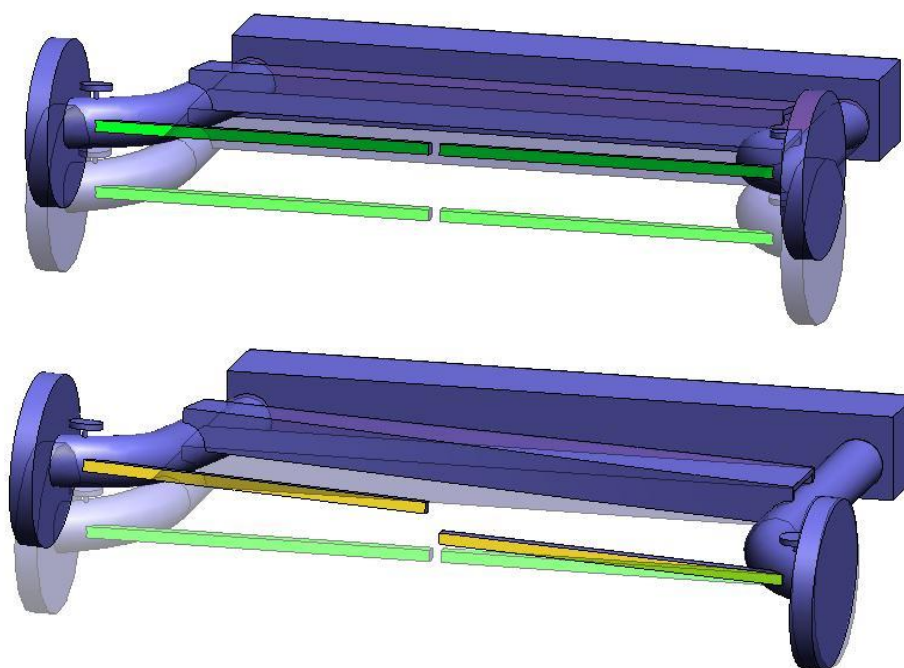
### 1.1.1 KINEMATIKA

Z kinematického hlediska je tato náprava přechodem mezi klikovou a tuhou nápravou (tzn. mezi nezávislým a závislým zavěšením). Zatímco u klasické klikové nápravy leží střed klopení nápravy v rovině vozovky, v tomto případě se nachází nad rovinou vozovky (viz obr. 2). Jak je možné vidět na následujícím obrázku, střed klopení kola  $P$  vznikne jako průsečík osy procházející středem kol s přímkou procházející pryžovým uložením a středem torzní příčky. Spojením středu klopení kola ( $P$ ) se svislou osou kola (v místě kontaktu kola s vozovkou) získáme v ose vozidla bod  $S$ , což je střed klopení karoserie. [4]



Obr. 2 Kinematika spřažené nápravy [4]

Při stejnoběžném (sousedním) propružení obou kol dochází pouze k mírné změně rozvoru vozidla. Osou otáčení je v tomto případě osa procházející středem lůžek silentbloků, je tak rovnoběžná s osou kol. Torzní příčka se v tomto případě nedeformuje. Avšak při protiběžném (nesousedním) propružení, nebo při propružení pouze jednoho kola nápravy, dochází k torznímu namáhání příčky. Ta plní funkci torzního stabilizátoru. Pokud by byla příčka posunuta do středů kol, získali bychom vlastnosti tuhé nápravy. [4]



Obr. 3 Schéma oboustranného (nahore) a jednostranného (dole) propružení kol [5]

### 1.1.2 KONSTRUKCE

Z hlediska konstrukce se jedná o velice jednoduchou nápravu obsahující velmi málo prvků. Tvoří ji dvě podélná ramena, označovaná také jako vlečná. Ta jsou na jednom konci připojena pomocí silentbloků ke karoserii a na opačném konci se nachází náboj kola. Ramena jsou spojena torzní příčkou, která funguje jako torzní stabilizátor. Spoj je řešen pomocí svarů, které musí být dostatečně pevné, aby vydržely namáhání. Při protiběžném propružení vzniká vysoké smykové napětí, které zatěžuje svarové spoje, což omezuje maximální dovolené zatížení nápravy. [5]

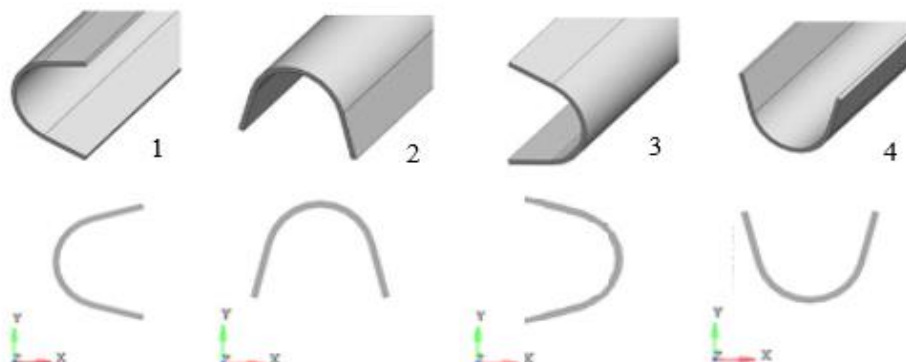


Obr. 4 Konstrukce nápravy s torzní příčkou [4]

Jak je možné vidět na tomto obrázku, torzní příčka bývá často z „C“ profilu. Příčka musí být dostatečně tuhá, zároveň ale také dostatečně poddajná na krut, aby dovolila protisměrné pro pružení zadních kol. Podélná ramena jsou v tomto případě z plného čtvercového profilu, ale mohou být využity i profily kruhového průřezu. Záleží také na úhlu mezi rameny a příčkou. V současné době se používá řešení s téměř pravým úhlem, které méně namáhá silentbloky. Dříve se používaly mnohem větší pryžové bloky, které sice tlumily vibrace a hluk, ale zároveň zhoršovaly přesnost vedení zadních kol. V dnešní době výrobci používají složitě tvarované pryžové bloky, které dostatečně omezují pronikání vibrací a hluku do karoserie a také umožňují při pro pružení určitou změnu natočení zadní nápravy vůči karoserii. [6]

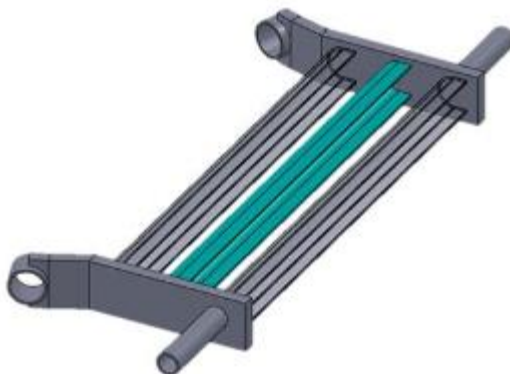
### 1.1.3 TORZNÍ PŘÍČKA

Torzní příčka je nejdůležitější částí celé nápravnice. Jak již bylo zmíněno, bývá nejčastěji tvořena „C“ profilem. Velmi důležité je zvolit správnou orientaci této příčky, která ovlivňuje velikost sbíhavosti (rozbíhavosti) a odklonu kola. [7]



Obr. 5 Orientace torzní příčky [7]

Byly provedeny nejrůznější výpočty těchto variant. Výpočty závisely především na momentech setrvačnosti k osám  $x$  a  $y$  (tedy  $I_x$  a  $I_y$ ). Při svislém zatěžování profily ve tvaru „C“ (tedy profily 1 a 3) ovlivňují především úhel odklonu kola, zatímco profily ve tvaru „U“ (tj. profil 2 a 4) ovlivňují především sbíhavost (rozbíhavost) kol. Bylo zjištěno, že profil č. 1 má nejlepší vliv na jízdní vlastnosti, neboť má tendenci zmenšovat velikost úhlu odklonu kol. [7]



Obr. 6 Schéma umístění torzní příčky [7]

Podélným umístěním torzní příčky lze také ovlivnit chování nápravy (sbíhavost a odklon kol). Čím blíže se nachází tyč k osám kol, tím menší sbíhavost a odklon kol nastane v případě nesousledného propružení. Naopak čím dále je příčka od os kol, tím větší sbíhavost a odklon kol nastane. Proto je potřeba volit její polohu s rozvahou a po zvážení všech vlastností, které jsou nápravou ovlivňovány. [7]

#### 1.1.4 HODNOCENÍ NÁPRAVY

Výhodou nápravy s torzní příčkou je její jednoduchost, s čímž souvisí i nízké náklady. Oproti víceprvkové nápravě je levnější, a proto dává řada automobilek přednost tomuto konstrukčnímu řešení. Není zde potřeba používat samostatný stabilizátor, protože jeho úlohu plní torzní příčka. Náprava je prostorově nenáročná, což umožňuje větší využití prostoru pro nádrž nebo zavazadlový prostor. Nevýhodou je vysoké namáhání příčného nosníku, což omezuje maximální nosnost nápravy. Další nevýhodou je prakticky nemožnost využít tuto nápravu jako hnací. Torzní příčka bývá často kritizována za negativní ovlivňování jízdních vlastností automobilu, což je ovšem pouze částečná pravda. Problém není v torzní příčce, ale v jejím používání u příliš těžkých vozidel. Náprava s torzní příčkou je skvělým řešením pro vozy segmentu A a B, což jsou mini a malá vozidla. Zástupcem segmentu A je například Fiat 500 nebo Fiat Panda, zástupcem segmentu B je Škoda Fabia nebo BMW i3. [6]

## 2 KLOPNÁ TUHOST

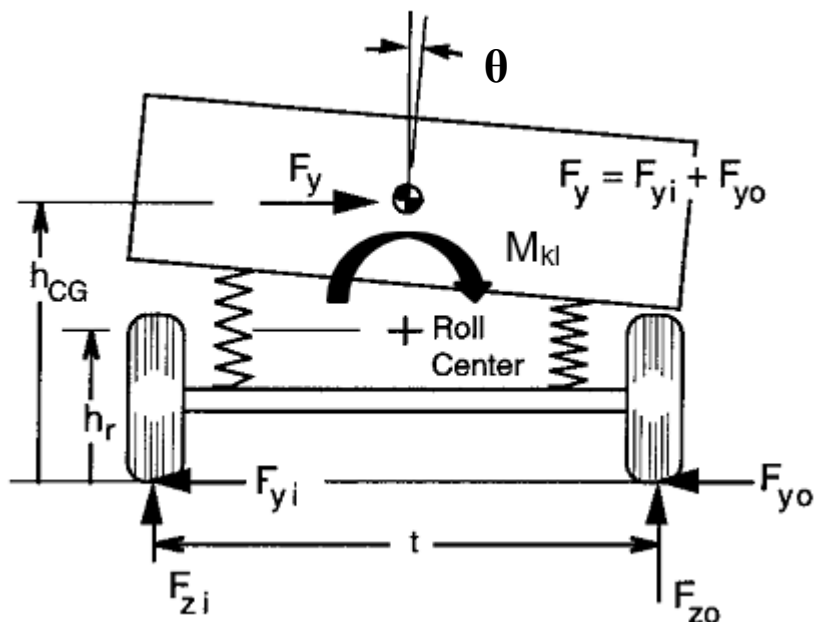
Klopná tuhost (*Roll Stiffness*) vyjadřuje moment, kterým se zavěšení kol snaží vrátit karoserii do její obvyklé polohy, pokud dojde k jejímu vychýlení. Obvykle se značí  $K_\phi$  (v anglických literaturách  $C_\phi$ ) a jednotkou je  $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$ , popřípadě  $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{°}^{-1}$ . Celkové klopení karoserie je ovlivňováno klopnou tuhostí jednotlivých náprav. Celkovou stabilitu vozidla můžeme tedy zlepšit vhodným nastavením poměru klopných tuhostí mezi přední a zadní nápravou, nebo přidáním stabilizátoru. [8]

Základním vzorcem pro výpočet klopné tuhosti je [9]:

$$K_\theta = \frac{M_{kl}}{\theta}, \quad (1)$$

kde  $K_\theta$  je klopná tuhost [ $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$ ],  $M_{kl}$  je klopný moment [ $\text{N}\cdot\text{m}$ ] a  $\theta$  je úhel klopení [rad].

Nejběžnější situace, kdy se setkáváme s klopnou tuhostí, je průjezd automobilu zatáčkou. Těžiště vozidla se nachází v určité výšce nad vozovkou ( $h_{CG}$ ) a působením bočních sil ( $F_y$ ) se zvyšuje klopný moment ( $M_{kl}$ ). Moment natáčí karoserii o úhel  $\theta$  kolem středu klopení (Roll Center), které se nachází v určité výšce nad vozovkou ( $h_r$ ). Klopný moment ovlivňuje rozložení radiálního zatížení mezi vnitřním ( $F_{zi}$ ) a vnějším ( $F_{zo}$ ) kolem. Platí, že zatížení vnějšího kola (v našem případě pravého) je větší, než zatížení vnitřního kola (levého). [11]



Obr. 7 Analýza sil působících na vozidlo při průjezdu zatáčkou [11]

K bezpečnému průjezdu automobilu zatáčkou je potřeba stálý styk kol s vozovkou, který způsobují právě tyto radiální síly. Vlivem naklápění karoserie a zmenšením radiálního zatížení se může stát vozidlo nestabilním a také to může vést k bočnímu skluzu pneumatik. Naklápění karoserií ovlivňují soustavy odpružení, typ nápravy a stabilizační prvky. Vhodnou

volbou a nastavením těchto prvků lze klopnou tuhost ovlivňovat. Čím je klopná tuhost vyšší, tím dochází k většímu zachycování radiálních sil odpružením. To vede k většímu namáhání karoserie na ohyb a krut. [10]

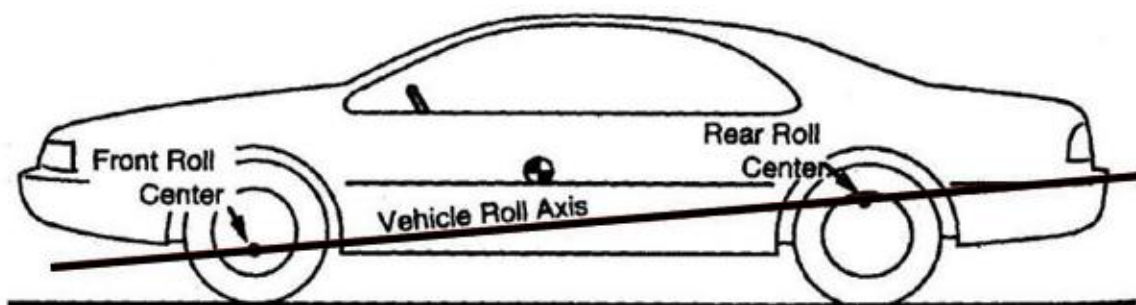
$$F_{zo} - F_{zi} = 2F_y \frac{hr}{t} + 2K_\theta \frac{\theta}{t} \quad (2)$$

- $F_{zo}$  – vertikální zatížení venkovního kola;
- $F_{zi}$  – vertikální zatížení vnitřního kola;
- $F_y$  – boční síla;
- $hr$  – výška těžiště;
- $t$  – rozchod kol;
- $K_\theta$  – klopná tuhost;
- $\theta$  – úhel natočení karoserie;

Tuhá torzní příčka (obecně můžeme říci stabilizátor) omezuje klopení karoserie, ale zvětšuje rozdíl v zatížení jednotlivých kol. Naopak příliš měkká torzní příčka tolik neovlivňuje změnu zatížení kol, ale také nezabraňuje nepříznivému klopení karoserie. Proto je vždy nutné volit kompromis mezi zmenšením klopení karoserie a změnou zatížení jednotlivých kol. [10]

## 2.1 STŘED KLOPENÍ, OSA KLOPENÍ

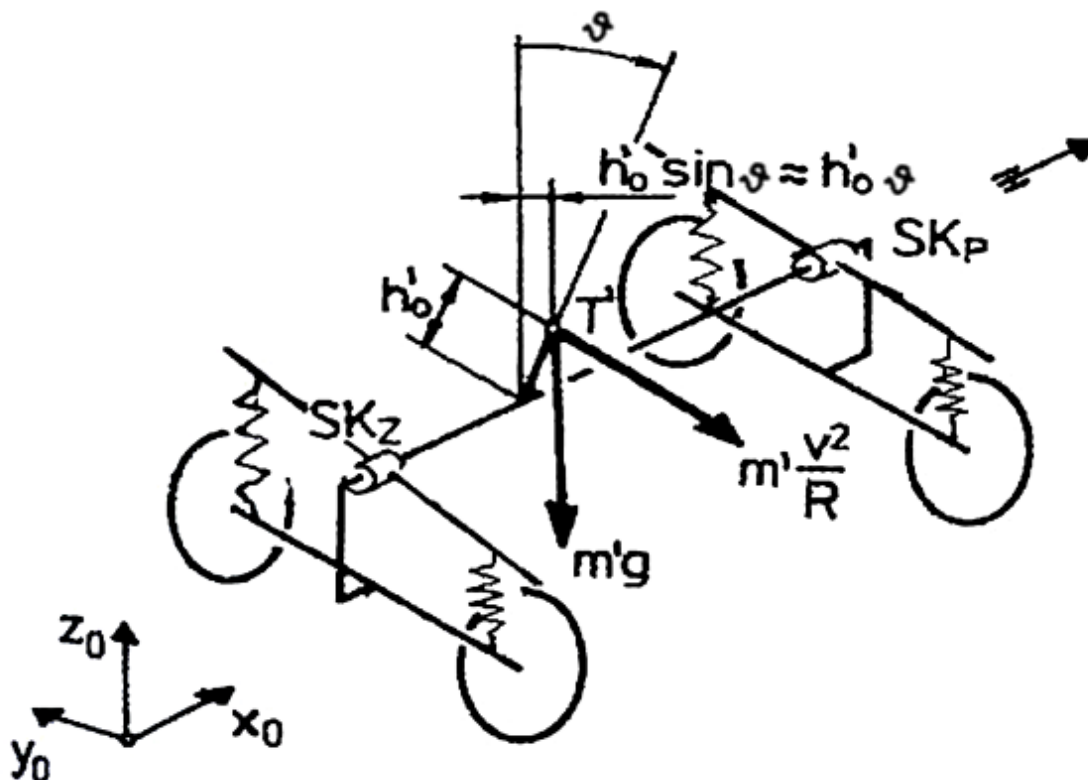
Střed klopení (Roll Center) je pomyslný bod, kolem kterého se karoserie vozidla natáčí vlivem klopného momentu (viz obr. 7). Poloha středu klopení se pro různé typy náprav liší. Spojením středu klopení pro přední a zadní nápravu dostaneme osu klopení (viz obr.8). [11]



Obr. 8 Sestrojení osy klopení [11]

## 2.2 ÚHEL KLOPENÍ

Při naklonění karoserie dochází k bočnímu přesunu těžiště, což způsobuje změnu klopného momentu.



Obr. 9 Změna polohy těžiště po naklonění karoserie [10]

Na obr. 9 je zjednodušený prutový model podvozku vozidla, na kterém je karoserie uložena otočně ve středech klopení přední (SK<sub>p</sub>) a zadní (SK<sub>z</sub>) nápravy a pomocí pružin pak připojena k jednotlivým nápravám.

Celkový klopný moment  $M_{kl}$  vyvolaný boční silou při zatáčení vozidla je roven [10]:

$$M_{kl} = m' h'_0 \left( \frac{v^2}{R} + g \psi \right) - \left[ m''_p (p_p - h''_p) + m''_z (p_z - h''_z) \right] \frac{v^2}{R} \quad (3)$$

Kde  $m'$  je hmotnost odpružených částí vozidla [kg],  $h'_0$  je poloha těžiště vůči ose klopení [m],  $v$  je rychlost vozidla [ $m \cdot s^{-1}$ ],  $R$  je poloměr rejdu [m],  $g$  je gravitační (tíhové) zrychlení [ $m \cdot s^{-2}$ ],  $m''_p$  a  $m''_z$  jsou hmotnosti přední a zadní nápravy [kg],  $p_p$  a  $p_z$  jsou polohy středu klopení přední a zadní nápravy [m] a  $h''_p$  a  $h''_z$  jsou výšky těžiště přední a zadní nápravy [m]. [10]

### 2.3 KLOPNÝ MOMENT

Naklopení karoserie o úhel  $\theta$  můžeme nahradit příčným naklopením vozovky o tento úhel. V místě styku kola s vozovkou se kolo posune ve svislém směru o hodnotu  $\Delta h_k$ , kterou můžeme vypočítat ze vztahu [10]:

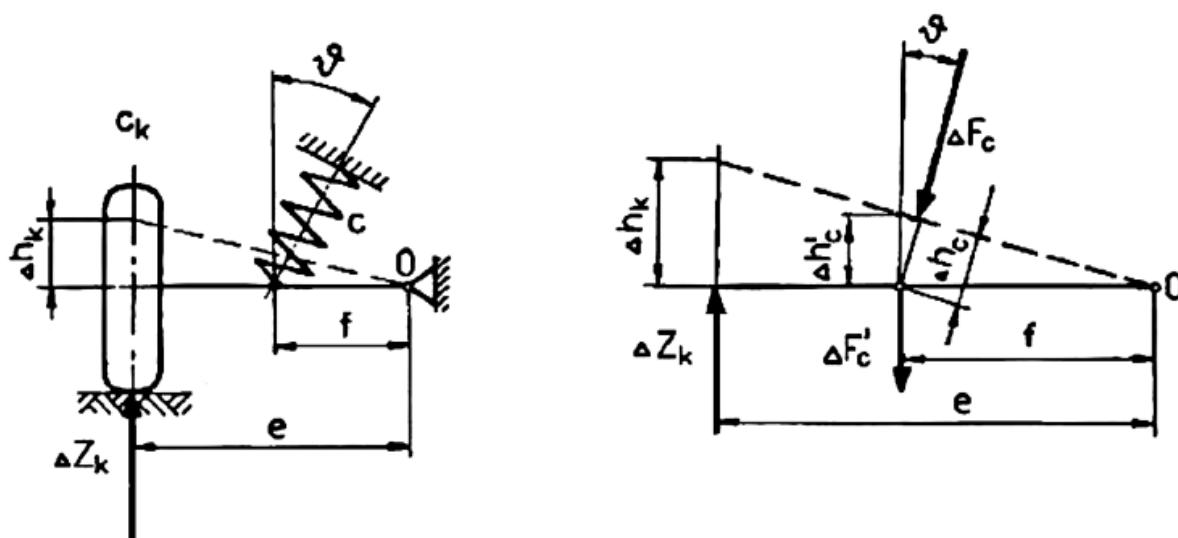
$$\Delta h_k = \theta \frac{t}{2}, \quad (4)$$

kde  $t$  značí rozchod kol [mm].

Tím dochází ke změně radiálních reakcí kol (tzn. změny zatížení kol)  $\Delta Z_k$ , která je definovaná vztahem [10]:

$$\pm \Delta Z_k = \frac{k_k}{\Delta h_k}, \quad (5)$$

kde  $k_k$  je tuhost odpružení kola [ $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ ]. Tato hodnota závisí na převodu mezi kolem a pružinou (viz obr. 10). [10]



Obr. 10 Schéma pro výpočet tuhosti odpružení kola [10]

Změny zatížení kol (radiálních reakcí)  $\Delta Z_k$  pak vytváří klopný moment  $M_{kl}$  který je dán vztahem [10]:

$$M_{kl} = \Delta Z_{kt} = \Delta h_k k_k t = k_k \frac{t^2}{2} \theta = K_\theta \theta, \quad (6)$$

kde  $K_\theta$  je klopná tuhost nápravy [ $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ ].

Pro výpočet klopné tuhosti nápravnice si tedy nejdříve zjistíme její tuhost ve svislém směru v místě působení zatěžující síly. Tím zjistíme potřebnou velikost síly pro zdvih o velikosti 1 mm. Dostaneme tedy tuhost ( $k$ ) v jednotkách  $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ . Z ní pak pomocí vzdálenosti k podélné ose automobilu vypočítáme velikost momentu pomocí vzorce [11]:

$$M = F r, \quad (7)$$

kde  $M$  je moment [ $\text{N}\cdot\text{m}$ ],  $F$  je zatěžující síla [ $\text{N}$ ] a  $r$  je vzdálenost působišť síly od osy rotace [ $\text{m}$ ].

Pro klopnu tuhost v jednotkách  $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$  pak dosadíme získaný moment do rovnice (1). Úhel  $\theta$  bude odpovídat velikosti 1 rad, tedy asi  $57^\circ 17'$ .

### 3 ANALYTICKÁ METODA URČENÍ KLOPNÉ TUHOSTI

Tato kapitola se zabývá vytvořením 3D modelu, MKP modelu a následným určením klopné tuhosti. Pro analytické určení klopné tuhosti byla zvolena školní verze programu ANSYS 18.1, konkrétně pak Workbench. Model byl vytvořen pomocí studentské verze 3D modeláře AUTODESK Inventor Professional 15.

#### 3.1 TVORBA 3D MODELU NÁPRAVNICE

Pro vytvoření modelu nápravnice bylo nejdříve potřeba získat její rozměry. Rozměry byly získány pomocí běžných měřidel, jako jsou metr, výškoměr a posuvné měřidlo. Snahou bylo získat samozřejmě co nejpřesnější rozměry. Důraz na přesnost byl kladen především při měření profilů a délek ramen a torzní příčky, které nejvíce ovlivňují výslednou klopnou tuhost.

Po získání rozměrů následovala tvorba modelu v již zmiňovaném Inventoru. Zjednodušený objemový model byl vytvořen pomocí základních funkcí (vysunutí, rotace, zrcadlení atd.). Nápravnice byla vytvořena jako jeden kus. Příčka byla k ramenům napojena pomocí trojbokého hranolu s podstavou rovnoramenného trojúhelníku, který představuje v reálu svar.

Kromě samotné nápravnice bylo kvůli přesnější analýze v ANSYSu potřeba vytvořit ještě držáky. Pomocí nich byla pak nápravnice uchycena k pomyslné podlaze, jak tomu bylo u reálného měření. Následně byla v Inventoru vytvořena sestava obsahující nápravnici a dva držáky. Pomocí jednotlivých vazeb se tyto části spojily k sobě. Takto vytvořený 3D model byl poté vložen do ANSYSu, kde se s ním nadále pracovalo.



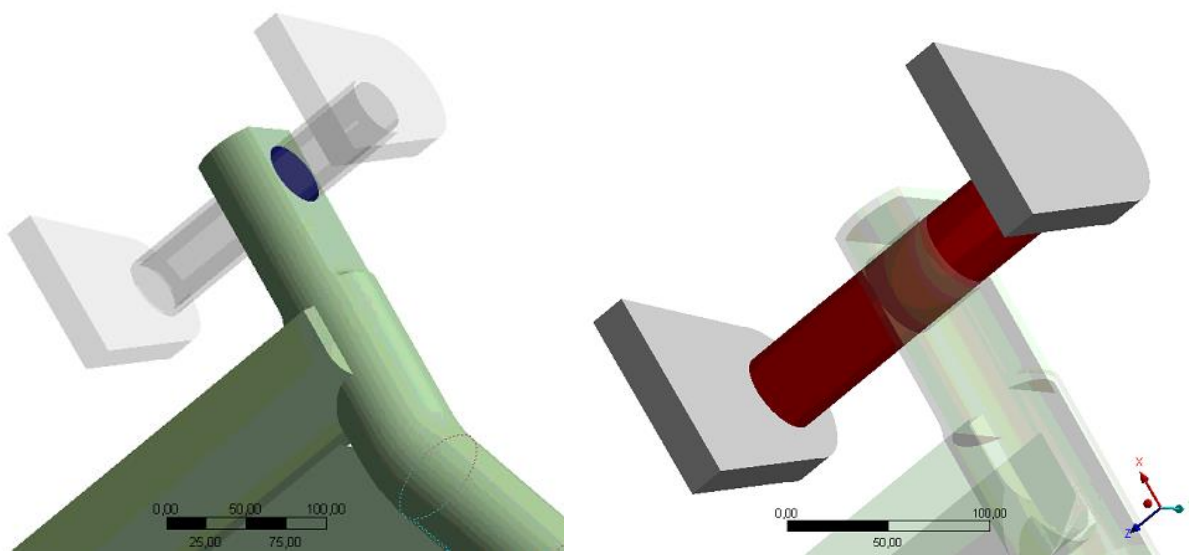
*Obr. 11 3D model sestavy nápravnice a držáků*

## 3.2 TVORBA MKP MODELU

Po vložení geometrie do prostředí ANSYSu je automaticky modelu přiřazena jako materiál ocel s modulem pružnosti  $E = 200$  GPa. Modul pružnosti ve smyku  $G$  byl roven 80GPa. Hustota oceli  $\rho$  odpovídala  $7850 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a Poissonova konstanta hodnotě 0,3. Další hodnoty byly samy automaticky přepočítávány, nebo pro naši analýzu nebyly příliš důležité, a proto je nebylo potřeba dále kontrolovat.

### 3.2.1 NASTAVENÍ KONTAKTŮ

Důležitým krokem bylo nastavení vhodných kontaktů mezi nápravnicí a držáky. Jako kontaktní plochy byly automaticky vybrány trubky držáků a lůžka pro silentbloky na nápravnici. ANSYS zde automaticky přidělil kontakt „Bonded“, tedy pevné spojení součástí. Toto nastavení bylo proto potřeba změnit na kontakt „Frictionless“ (tzn. bez tření). Pak už nebylo potřeba provádět další změny.

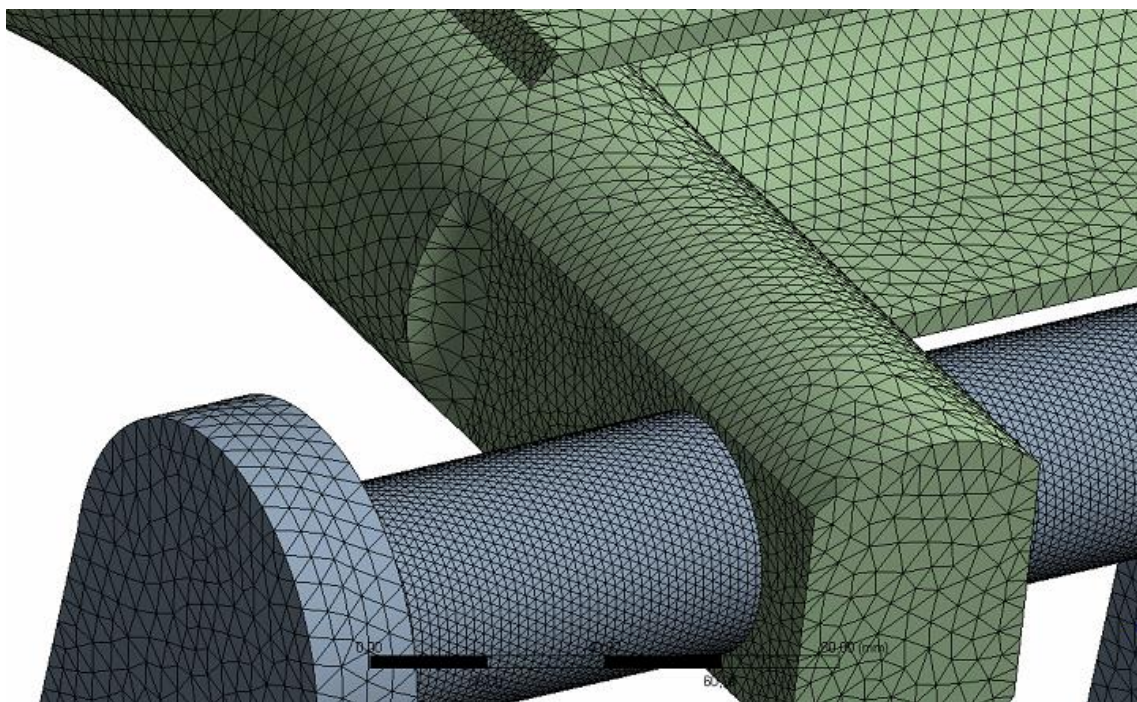


Obr. 12 Kontaktní plochy

### 3.2.2 SIŤOVÁNÍ MODELU

Pro analytický výpočet je nutné model nejdříve nasítovat. Je potřeba brát v úvahu, že se jedná o poměrně velký model. Proto bylo rozhodnuto použít na celé nápravnici síť s elementy o velikosti 5 mm. Metoda síťování byla zvolena „Tetrahedron“ a tudíž je síť tvořena, jak už z názvu metody vyplývá, pomocí čtyřstěnů.

Pro přesnější výpočty došlo v některých místech ke zjemnění sítě. Jednalo se především o kontaktní plochy mezi držákem a nápravnicí. Zde byla nastavena velikost elementu na 2 mm. Stejná velikost elementů byla nastavena i v místě svarů.

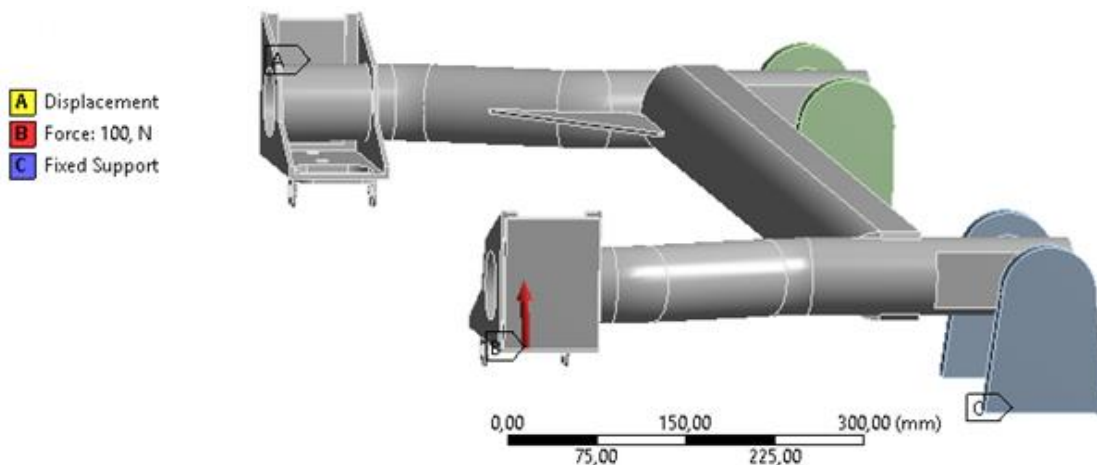


Obr. 13 Ukázka síťování modelu včetně zjemnění v místě kontaktů a svari

### 3.2.3 OKRAJOVÉ PODMÍNKY

Dalším krokem ke tvorbě MKP modelu je jeho zavazbení a zatížení. Tady je potřeba dát pozor a zvolit vhodné vazby a zatěžování, aby vše co nejvíce odpovídalo reálné situaci.

Pro pomyslné upevnění držáků k podlaze bylo využito vazby „Fixed Support“. Ta byla umístěna na spodní strany držáků. Tím bylo zamezeno pohybům ve všech osách (tedy v osách x, y i z). V místě zavěšení jednoho kola byla zvolena vazba „Displacement“. Opět zde bylo zamezeno posuvům ve všech směrech. Tato vazba představovala také připevnění nápravnice k litinové desce, jak tomu bylo i u reálného měření. Na opačné straně nápravnice, v místě druhého kola, byla nastavena působící síla ve svislém směru, která odpovídá silám při zatěžování kol během jízdy. Velikosti zatěžujících sil byly nastaveny v sedmi krocích po 100 N od 100 do 700 N. Podobné velikosti byly použity i během reálného měření.



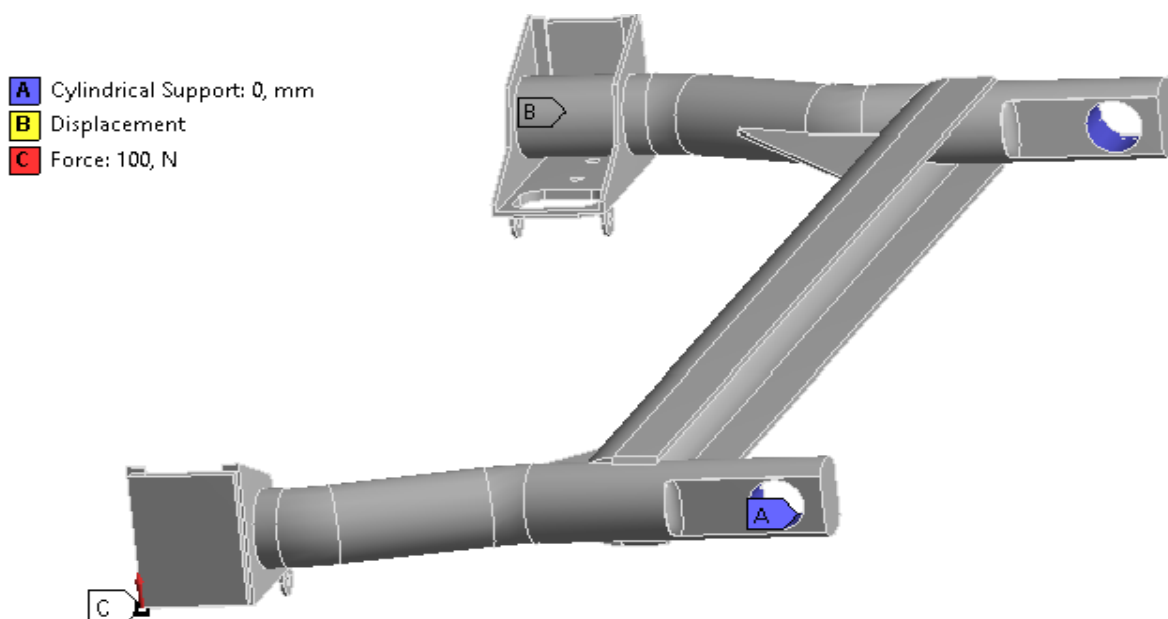
Obr. 14 Okrajové podmínky MKP modelu s držáky

### 3.3 DALŠÍ ZKOUŠENÉ ANALÝZY

Hodnoty získané z analytické metody se v porovnání s hodnotami z experimentálního měření značně lišily. Při zjišťování důvodu, proč je tomu tak, bylo provedeno několik dalších analýz zkoumajících chování celé nápravy, ale i samotné torzní příčky. V této kapitole tedy bude několik z nich pro přehled uvedeno.

#### 3.3.1 NÁPRAVNICE S VÁLCOVOU VAZBOU

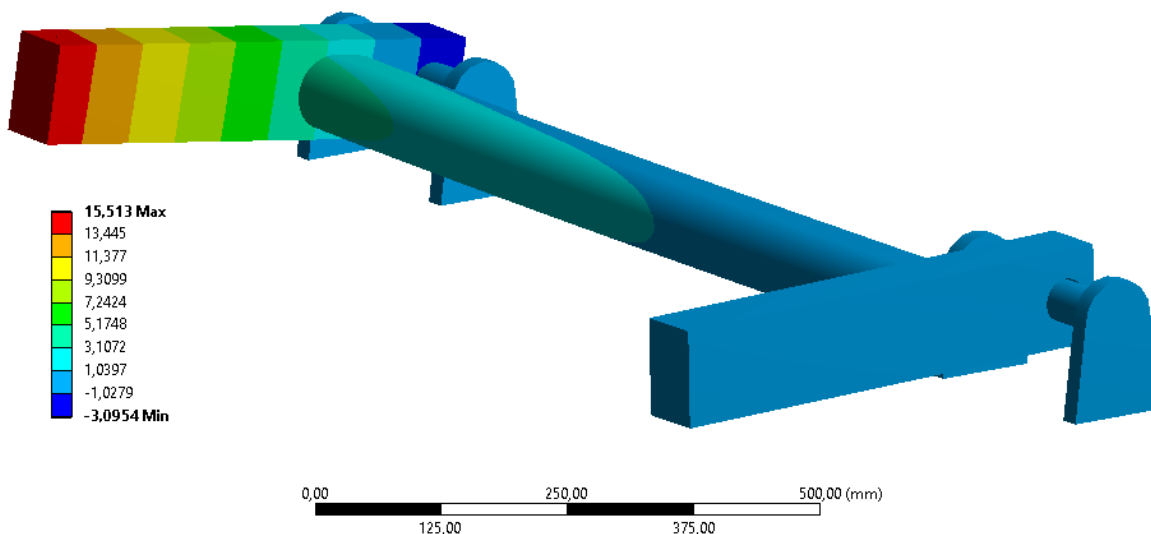
Při jednom z prvních pokusů byla využita válcová vazba (Cylindrical Support). Avšak tato vazba se chová jako dokonale tuhá a neodpovídá tak reálné situaci. Tím byly hodně ovlivněny výsledky. Model byl upevněn a zatížen stejně jako je popsáno v kapitole (3.2.3). Výsledky však byly ještě mnohem nepřesnější, a proto bylo od této varianty odstoupeno.



Obr. 15 MKP model nápravnice s využitím válcových vazeb

#### 3.3.2 TORZNÍ PŘÍČKA S TUHÝMI RAMENY

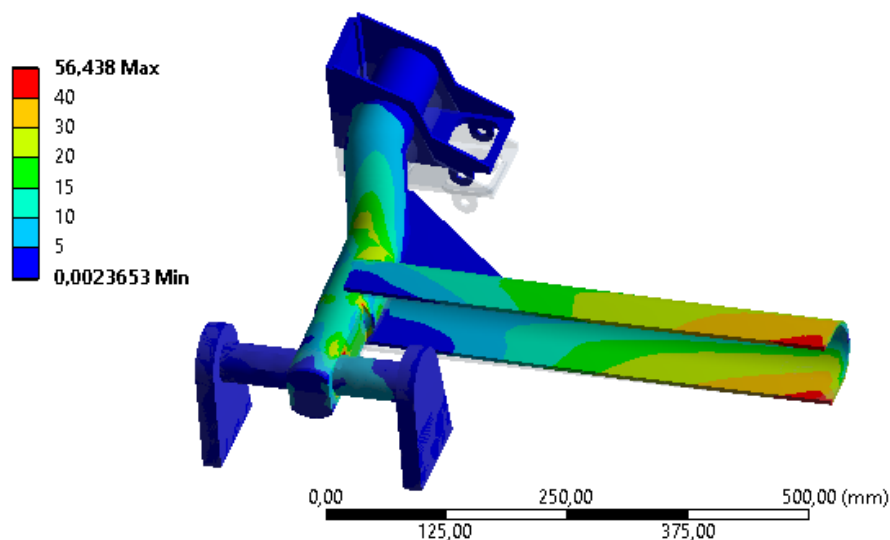
Další zkoušenou variantou byla torzní příčka, ke které byla vymodelována podélná ramena s plným obdélníkovým profilem. Tato ramena jsou mnohonásobně tužší než skutečná ramena s kruhovým průřezem o tloušťce stěny 3,5 mm. Tento případ slouží především pro porovnání vlivu ramen a samotné torzní příčky na celkovou tuhost.



Obr. 16 Deformace ve svislé ose nápravnice s tuhými rameny

### 3.3.3 POLOVIČNÍ MODEL

Také byla vyzkoušena varianta s polovičním modelem. Zde bylo využito symetrie nápravnice, která tak mohla být přepůlena. Tím se zmenšil počet prvků a urychlil se tak značně výpočet. Torzní příčka byla v jejím řezu napevno uchycena ve všech směrech. Stejně tomu bylo i u držáku. Silou bylo působeno stejně jako ve všech předchozích případech na nápravnici v místě uchycení kola. Tato varianta však nepřinesla lepší výsledky.

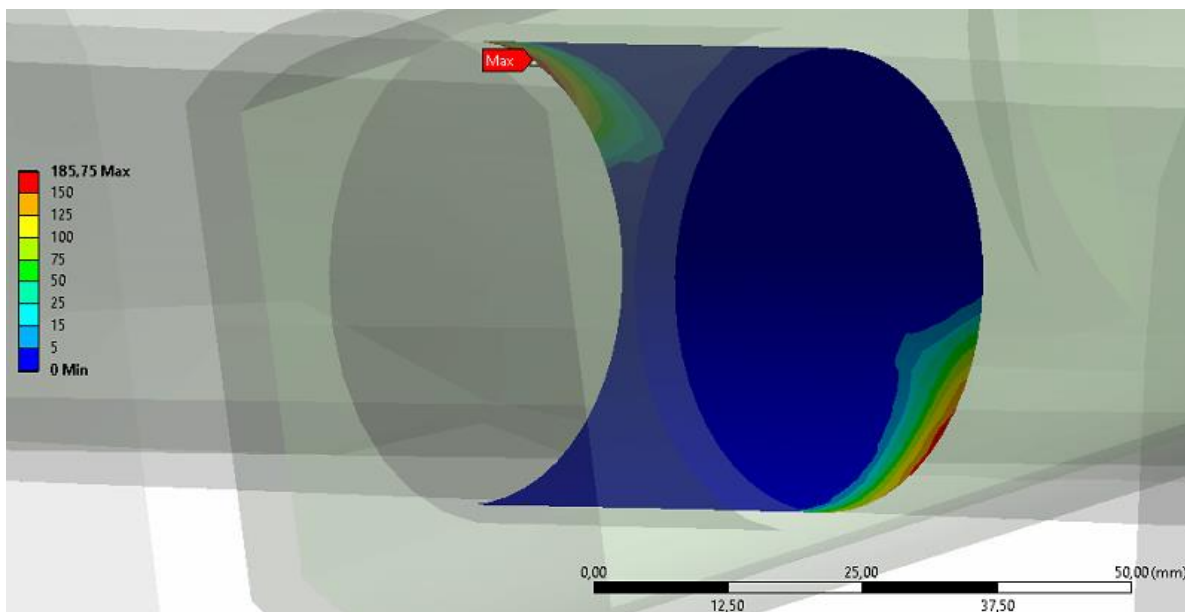


Obr. 17 Redukované napětí na polovičním řezu

### 3.4 ZHODNOCENÍ ANALYTICKÉ METODY

#### 3.4.1 VÝSLEDKY ANALÝZY

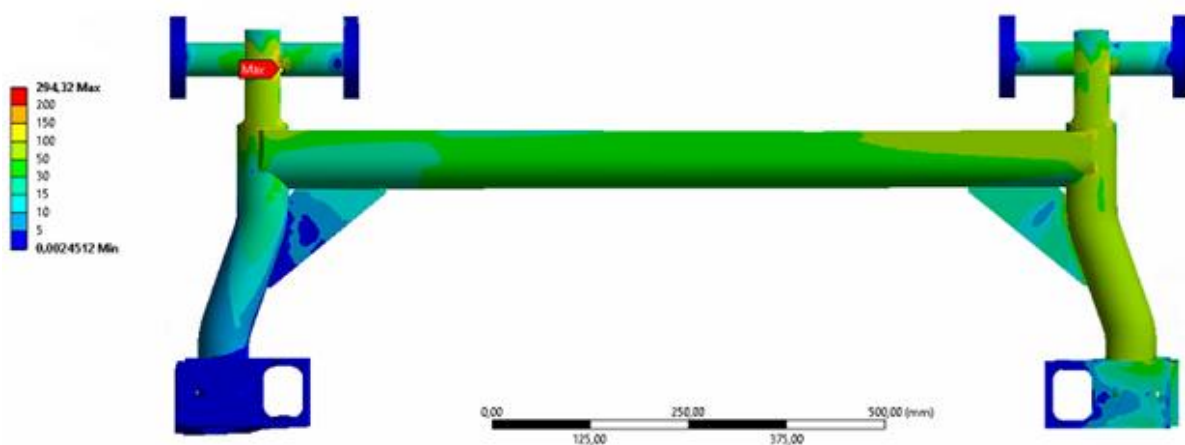
Při zatížení nápravnice dojde k zachycení sil v kontaktních plochách, především pak v krajních polohách, o které se nápravnice při natačení opírá jako první. V těchto částech proto dojde k velkému nárůstu tlaku.



Obr. 18 Tlak v místě kontaktu nápravnice s držákem

Na obr. 18 je zobrazeno rozložení tlaků na jedné z kontaktních ploch. Maximální hodnota tlaku, při zatížení silou 700 N, byla v místě kontaktu 185,75 MPa.

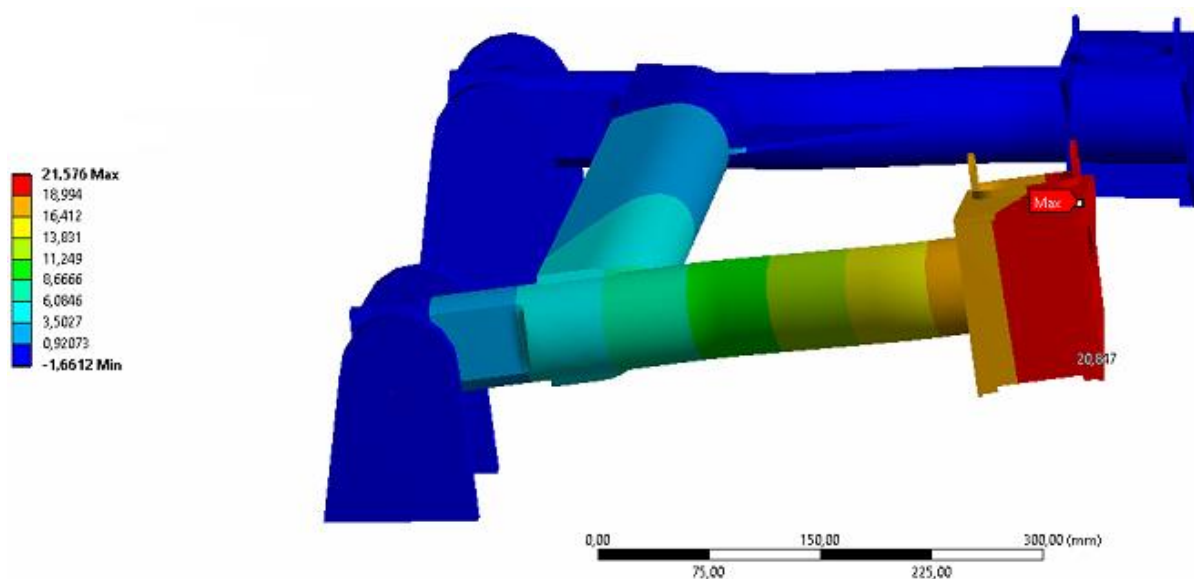
Při zdvihu jednoho ramene dochází k zachycování energie na protější rameni, a tudíž i k zvyšování napětí (viz obr. 19). Napětí v torzní příčce klesá směrem k zatěžovanému rameni, které je namáháno především v místě kontaktu mezi ramenem a držákem.



Obr. 19 Rozložení napětí na celé nápravnici

Maximální hodnota napětí je v místě kontaktu nápravnice a držáku a odpovídá hodnotě 294,32 MPa. Tato hodnota ale je pouze orientační, protože je pravděpodobně značně ovlivněna nepřesností vzniklou při tvorbě 3D modelu. Ve skutečnosti se zde nachází silentblok, který je měkčí než použitý držák s ocelovou trubkou. Dojde zde tedy k výraznému snížení maximální hodnoty napětí.

Nejdůležitějším výsledkem pro výpočet klopné tuhosti byla deformace ve svislé ose, která představovala zdvih. Maximální hodnoty zdvihu byly v nejvzdálenějších bodech nápravnice. Pro naše srovnání s hodnotami z reálného měření je však potřeba odečíst hodnotu v místě referenčního bodu, což je o 20 mm blíže k ose rotace nápravnice.



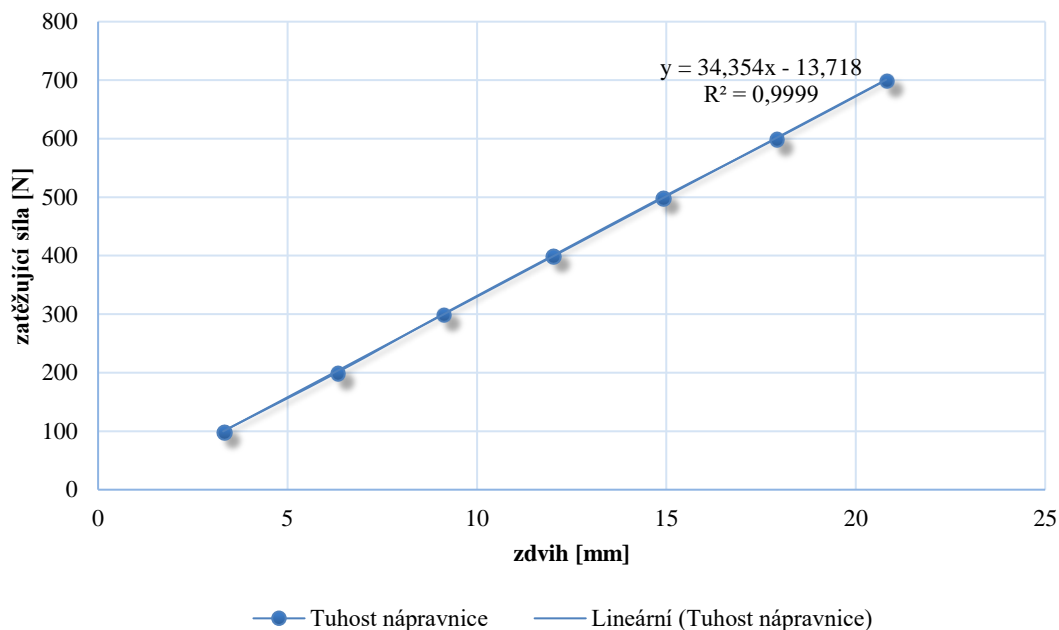
Obr. 20 Deformace nápravnice ve svislé ose při maximálním zatížení

Získané hodnoty jednotlivých zdvihů byly zapsány do tabulky a následně z nich vypočtena tuhost. Také zde byla vypočítána průměrná hodnota tuhosti. Dále byl z těchto hodnot vytvořen graf, ve kterém byly body proloženy přímkou. Rovnice popisující tuto přímku určuje vztah mezi zatěžující silou a jí odpovídajícím zdvihem.

Tab. 1 Hodnoty zatěžované nápravnice získané z ANSYSu

síla [N]	zdvih [mm]	tuhost [N·mm <sup>-1</sup> ]
100	3,2	<b>31,3</b>
200	6,3	<b>31,7</b>
300	9,1	<b>33,0</b>
400	12	<b>33,3</b>
500	14,9	<b>33,6</b>
600	17,9	<b>33,5</b>
700	20,9	<b>33,7</b>
<b>průměr</b>		<b>32,7</b>

## Tuhost nápravnice



Obr. 21 Graf závislosti zdvihu na zatěžující síle

Vynesené hodnoty byly v grafu spojeny křivkou a následně proloženy přímkou. Rovnice popisující závislost velikosti zdvihu na zatěžující síle získaná z hodnot zjištěných pomocí ANSYSu tedy je:

$$y = 34,354x - 13,718, \quad (8)$$

kde  $y$  je velikost zatěžující síly [N] a  $x$  je velikost zdvihu [mm].

### 3.4.2 SROVNÁNÍ JEDNOTLIVÝCH VARIANT

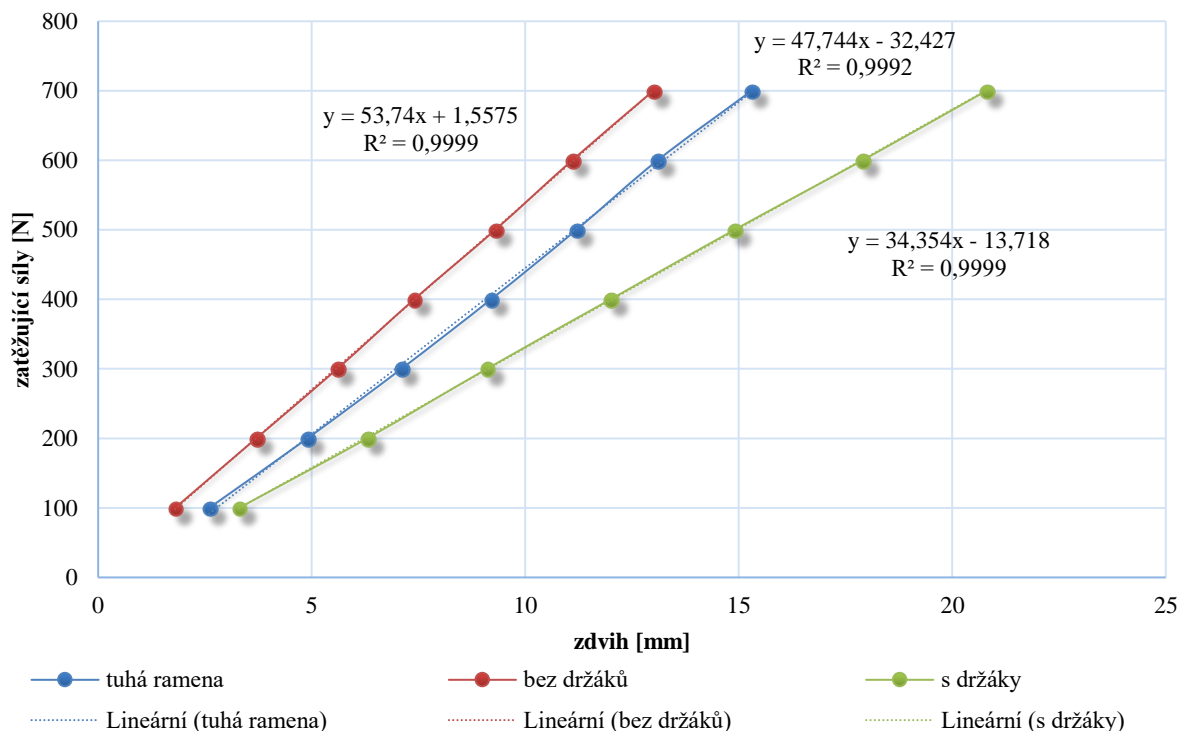
Získané hodnoty z předešlých kapitol (tzn. kap. 3.3.1 a 3.3.2) byly zaznamenány do tabulek a následně porovnány s analýzou nápravnice s držáky, která se jeví jako nejrealnější varianta.

Tab. 2 Srovnání jednotlivých variant

síla [N]	Tuhá ramena	Nápravnice	
	s držáky	bez držáků	s držáky
	zdvih [mm]		
100	2,5	1,8	<b>3,2</b>
200	4,9	3,7	<b>6,3</b>
300	7,5	5,6	<b>9,1</b>
400	9,5	7,4	<b>12</b>
500	11,4	9,3	<b>14,9</b>
600	13,1	11,1	<b>17,9</b>
700	15,5	13	<b>20,9</b>

Z těchto hodnot je patrný rozdíl mezi měřením s použitím válcové vazby (bez držáků) a s využitím držáků. Zdvih, v případě nápravnice s držáky, je zhruba o 40 % větší a odpovídá tak více skutečným hodnotám, než je tomu v případě varianty bez držáků. Dále je zde také možné srovnat zdvih u skutečné nápravnice a u nápravnice s tuhými rameny. Z tohoto rozdílu plyne vliv podélných ramen na celkovou tuhost.

### Srovnání jednotlivých variant (ANSYS)



Obr. 22 Graf závislosti velikosti zdvihu na zatěžující síle pro jednotlivé varianty

Srovnáním jednotlivých zdvihů nápravnice s držáky a varianty s tuhými rameny získáme vliv podélných ramen na celkovou tuhost nápravnice. Z hodnot v tabulce (viz tab. 2) je vidět, že v případě nápravnice s tuhými rameny je zdvih zhruba o 25 % nižší, než je tomu u skutečné nápravnice. Z toho plyne, že u skutečné nápravnice je právě tento rozdíl zdvihu způsoben deformací samotného podélného ramene nápravnice. Tuhost samotné příčky by odpovídala přibližně hodnotě varianty s tuhými rameny, která se deformují jen zanedbatelně. Avšak právě díky vlivu podélných ramen je tato tuhost ještě snížena zhruba o 25 % (viz tab.3).

Tab. 3 Zprůměrované hodnoty tuhostí jednotlivých variant

tuhost [ $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ]	Tuhá ramena	Nápravnice	
	s držáky	bez držáků	s držáky
	43	54,1	<b>32,7</b>

## 4 EXPERIMENTÁLNÍ METODY URČENÍ KLOPNÉ TUHOSTI

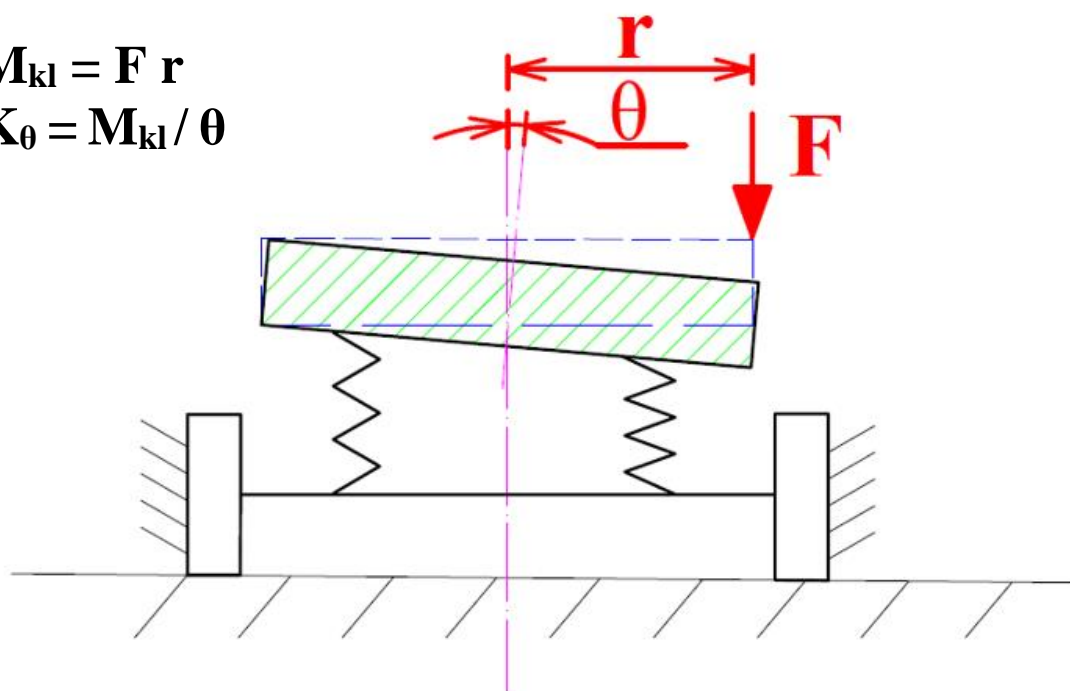
Existuje spousta způsobů, jak změřit klopnou tuhost. Většina metod si je ale hodně podobná a často se liší pouze v uchycení automobilu a v jeho zatěžování. Uvedu zde tedy pro přehled pouze pár způsobů, ze kterých ostatní metody vychází.

### 4.1 NAKLÁPĚNÍ KAROSERIE

První možnost určování klopné tuhosti spočívá v uchycení automobilu v místě nábojů kol, aby se zamezilo jejich pohybům a rotacím, a následně působení zatěžující silou na karoserii vozidla. Jednou z možností zatěžování je působit v příčné ose těžiště na rameni o známé délce silou svisle dolů. Jako zátěž mohou být použita závaží, ze kterých si pak snadno dopočítáme sílu. Další možností je například zatěžování z boku na karoserii, což by představovalo boční síly jako například při průjezdu zatáčkou. Při známé délce ramena, na kterém působí síla, se zjistí klopný moment, kterým je náprava zatěžována. Nakonec se změří úhel naklonění karoserie a dopočítá celková klopná tuhost.

$$M_{kl} = F r$$

$$K_{\theta} = M_{kl} / \theta$$

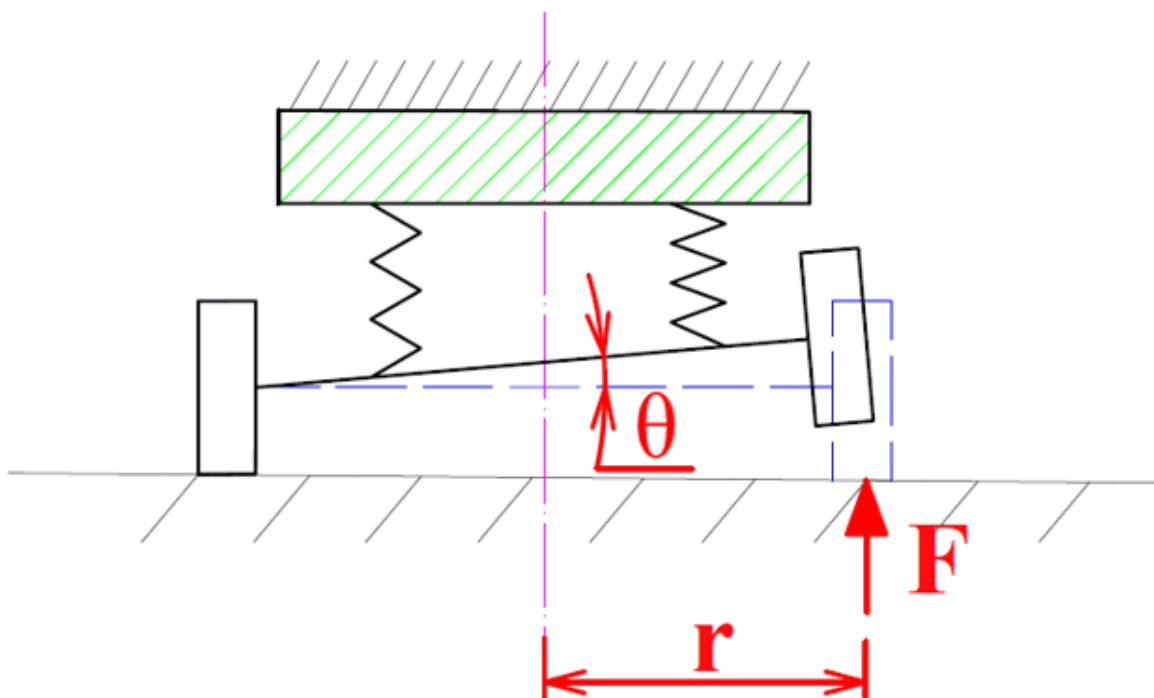


Obr. 23 Schéma měření klopné tuhosti při naklápění karoserie automobilu

### 4.2 NAKLÁPĚNÍ VOZOVKY

Druhou možností je naopak pevně uchytit karoserii a zatěžovat kola. V tomto případě dochází jakoby k naklápění vozovky. Postup zjišťování klopné tuhosti je obdobný jako v předchozím případě. Tato metoda je vhodná nejen pro měření celkové klopné tuhosti, ale také pro měření tuhostí jednotlivých náprav. Z této varianty vychází i naše reálné měření klopné tuhosti

nápravnice s torzní příčkou. Pokud je potřeba změřit tuhost demontované nápravy, je potřeba vhodně zvolit její uchycení v místě spoje s karoserií, aby odpovídalo reálnému uchycení k vozidlu.



Obr. 24 Schéma měření klopné tuhosti při zdvihu kola

### 4.3 MĚŘENÍ POMOCÍ TENZOMETRICKÝCH VAH

Tato metoda spočívá v měření zatížení pod jednotlivými koly. K tomu je vhodné použít tenzometrické váhy. Dále je potřeba zjistit rozchod kol a výšku těžiště. Karoserii lze zatížit například působením boční síly, která působí ve výšce těžiště. Poslední neznámou, kterou je potřeba zjistit, je úhel naklopení karoserie. Poté již stačí určit klopnou tuhost. Tato metoda je znázorněna na obr. 7 a vychází ze vzorce (2).

Celkovou klopnou tuhost je možné zjistit také pomocí klopných tuhostí přední a zadní nápravy, které se zjistí jednotlivě a poté jejich sečtením získáme výslednou tuhost, protože platí vztah [10]:

$$K_{\theta} = K_{\theta p} + K_{\theta z}, \quad (9)$$

kde  $K_{\theta p}$  je klopná tuhost přední nápravy [ $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$ ] a  $K_{\theta z}$  je klopná tuhost zadní nápravy [ $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$ ]. [10]

## 5 MĚŘENÍ KLOPNÉ TUHOSTI NÁPRAVNICE

V této kapitole je popsán použitý postup při měření klopné tuhosti, příprava měřícího stavu a také samotné nápravnice. Měření probíhalo na VUT v budově C1, kde bylo možné využít litinovou desku a také jeřáb společně s tenzometrem. Dále z běžného náradí byla použita gola sada, sada imbusových a očkových klíčů, ale také stolní vrtačka nebo úhlová bruska.

### 5.1 PŘÍPRAVA NÁPRAVNICE

Měření probíhalo na zadní nápravnici automobilu Škoda Felicia. Po její demontáži z vozidla bylo zapotřebí odmontovat tlumiče spolu s pružinami, bubnové brzdy, náboje kol a silentbloky. Abychom změřili čistě tuhost nápravnice, byl odmontován i stabilizátor.



*Obr. 25 Nápravnice připravená na měření*

### 5.2 PŘÍPRAVA MĚŘÍCÍHO STAVU

Při přípravách měřícího stavu bylo zapotřebí zvážit jeho funkčnost. Především jak uchytit nápravnici k litinové desce a následně ji zatížit, aby to odpovídalo co nejreálnějším podmínkám.

Po zhodnocení možností byla zvolena metoda, během které je napevno uchycena karoserie a zatěžováno jedno kolo. K přípravě měřícího stavu bylo využito trubek o délce cca 300 mm, průměru 44,5 mm a tloušťce stěny 3,2 mm. Ty sloužily jako držáky nápravnice v lůžkách od silentbloků na obou stranách. Představovaly tedy pevné spojení karoserie s nápravnicí. V takto řešeném spoji docházelo při měření k mnohem menším ztrátám energie, než by docházelo při uchycení pomocí silentbloků. To výrazně ovlivnilo přesnost měření. Trubky byly na obou koncích provrtány, aby je bylo možné přišroubovat k litinové desce a přichytit k ní tak nápravnici. Plnily tedy funkci válcové vazby, kdy umožňovaly pouze rotaci kolem jedné osy a také posun v této ose. Během svislého zatěžování nedochází k výrazným bočním posuvům, proto nebylo potřeba obzvlášť zamezovat ještě tomuto pohybu. Trubky musely být podepřeny pomocí podložek, aby se nápravnice nedotýkala země, což by vedlo k dalšímu zkreslování naměřených výsledků.

Dále byl použit ocelový „C“ profil o tloušťce 8 mm. Ten byl uříznut, aby vznikl tvar písmene „L“. Do něj byly následně vyvrtány dvě díry, do každé strany jedna. První sloužila k připevnění pomocí šroubu k litinové desce, druhá pak k uchycení nápravy v místě náboje. Nakonec byla využita ještě jedna pásovina, pomocí které se upevnila část pro uložení tlumiče a pružiny. Ta zabraňovala natáčení podélného ramene.



*Obr. 26 Uchycení podélného ramene pomocí připravených součástí*

Následně bylo potřeba připravit jeřáb, na který se zavěsil tenzometr. K němu byla přišroubována dvě oka. Jedno pro zavěšení tenzometru na jeřáb a druhé k jeho upevnění k nápravnici. Pomocí kabelu byla pak přenášena data do počítače, který nám po přepočtu ukazoval zatěžující sílu.

Jako poslední součást tohoto měřicího stavu je výškoměr, pomocí kterého se zjišťovala změna polohy referenčního bodu.

### 5.3 POSTUP MĚŘENÍ

Po upevnění všech součástí bylo možné přejít k samotnému měření. Nejdříve si bylo potřeba zvolit referenční bod, kterému bude měřena změna polohy. V našem případě to byl vrchní bod hlavy šroubu, který uchycuje oko tenzometru k nápravnici. Tento bod bude snadno měřitelný právě pomocí nachystaného výškoměru. Pro první měření je potřeba alespoň trochu tenzometr předejmut a vyvinout tak malou sílu na nápravu. Pokud bychom to neudělali, tenzometr by byl prověšený a ukazoval by zatěžující sílu, která by odpovídala přibližně hmotností ok a samotného tenzometru. Tato hodnota by pro nás nebyla odpovídající. Po změření prvního stavu jsme si poznamenali zatěžující sílu a výšku referenčního bodu. Poté byl zvednut jeřáb o určitý krok,

tím byla vybuzena větší síla a získána nová poloha referenčního bodu. Opět jsme si hodnoty poznamenali a tímto stylem jsme pokračovali do doby, než jsme měli dostatek hodnot. Velikost jednotlivých kroků je vhodné volit přibližně stejnou, aby bylo možné porovnávat změnu nárůstu zatěžující síly.



*Obr. 27 Ukázka z průběhu měření*

Po dosažení námi zvolené maximální polohy zdvihu jsme začali opakovat měření během spouštění nápravnice do původní polohy, tedy snižováním zátěže. Přitom jsme se snažili opět o podobné kroky jako při pohybu nahoru, aby bylo možné pozorovat jejich případné rozdíly.

Po ukončení měření byl k nápravnici přimontován stabilizátor a poté bylo provedeno nové měření. Snahou bylo jednotlivé kroky co nejvíce přiblížit prvním měření. Z výsledků je vidět změna potřebné síly ke zdvihu, což je způsobeno právě tuhostí přidaného stabilizátoru.



*Obr. 28 Celý měřící stav při měření nápravnice se stabilizátorem*

## 5.4 VÝSLEDKY MĚŘENÍ

Získané hodnoty byly v průběhu zaznamenány a následně vloženy do tabulky programu Microsoft Excel, kde se s nimi dále pracovalo. Tuhost nápravnice byla vypočtena pomocí vzorce:

$$k_{\theta} = \frac{F}{z}, \quad (10)$$

kde  $k$  je tuhost ve svislém směru [ $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ],  $F$  je zatěžující síla [ $\text{N}$ ] a  $z$  je zdvih [ $\text{mm}$ ].

Tab. 4 Naměřené a vypočítané hodnoty tuhosti nápravnice bez stabilizátoru ve svislém směru

<b>BEZ stabilizátoru</b>			
<b>síla</b> <b>[N]</b>	<b>poloha</b> <b>[mm]</b>	<b>zdvih</b> <b>[mm]</b>	<b>tuhost nápravnice</b> <b>[N·mm<sup>-1</sup>]</b>
47,8	120,7	6,7	7,13
130	133	19	6,84
188	143,5	29,5	6,37
243	153,5	39,5	6,15
301	162,8	48,8	6,17
341	172,6	58,6	5,82
396,5	182,3	68,3	5,81
462	194,2	80,2	5,76
511	202,6	88,6	5,77
613	221,9	107,9	5,68
662	231,1	117,1	5,65
728	242	128	5,69
665,9	232,7	118,7	5,61
559,8	225,2	111,2	5,03
504,5	217,3	103,3	4,88
444,1	206,9	92,9	4,78
386,4	196,3	82,3	4,70
338,5	186,9	72,9	4,64
306	174,9	60,9	5,02
220	163,4	49,4	4,45
159,9	150,7	36,7	4,36
115	140,5	26,5	4,34
83,9	130,6	16,6	5,05
<b>průměr</b>			<b>5,47</b>

Z naměřené polohy referenčního bodu ( $h_{rb}$ ) byl pomocí jeho polohy v nezátíženém stavu (114 mm nad litinovou deskou) dopočítán zdvih ( $z$ ) pro všechny naměřené hodnoty. Následně byla, podílem zatěžující síly zdvihem, získána tuhost nápravnice ve svislém směru ( $k_{\theta}$ ) v  $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ . Zprůměrováním hodnot tuhostí byla zmenšena nepřesnost jednotlivých měření. Získaná hodnota ( $5,47 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ) odpovídá průměrné tuhosti nápravnice bez stabilizátoru ve svislém směru.

Tab. 5 Naměřené a vypočtené hodnoty tuhosti nápravnice se stabilizátorem ve svislém směru

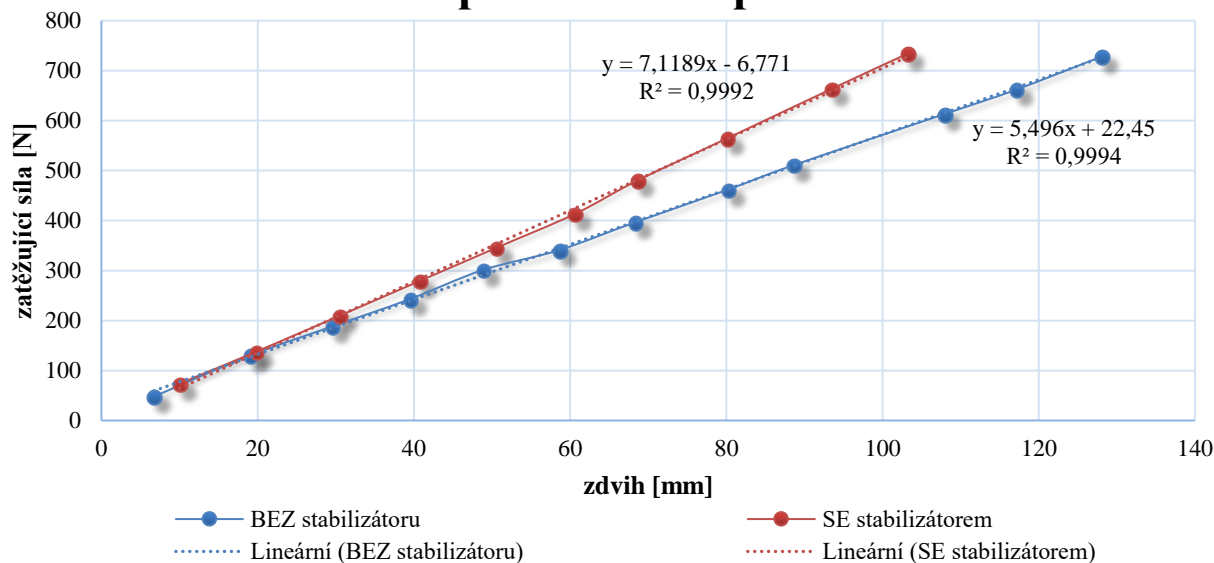
<b>SE stabilizátorem</b>			
<b>síla</b>	<b>poloha</b>	<b>zdvih</b>	<b>tuhost nápravnice</b>
<b>[N]</b>	<b>[mm]</b>	<b>[mm]</b>	<b>[N·mm<sup>-1</sup>]</b>
73,8	124	10	7,38
137,6	133,8	19,8	6,95
209,7	144,5	30,5	6,88
278,9	154,7	40,7	6,85
345,2	164,5	50,5	6,84
413,3	174,6	60,6	6,82
480,1	182,6	68,6	7,00
564,6	194,1	80,1	7,05
663,8	207,5	93,5	7,10
734,1	217,2	103,2	7,11
611	208,7	94,7	6,45
510,5	195,9	81,9	6,23
444	186,1	72,1	6,16
369,6	175,8	61,8	5,98
302,5	165,6	51,6	5,86
226,1	153	39	5,80
164,5	142	28	5,88
113,2	133,7	19,7	5,75
60,7	124,8	10,8	5,62
<b>průměr</b>			<b>6,51</b>

Stejný postup byl aplikován na získané hodnoty z měření nápravnice se stabilizátorem. Podílem zatěžující síly a dopočteným zdvihem se opět získá tuhost. Průměrná hodnota je v tomto případě 6,51 N·mm<sup>-1</sup>. Rozdílem těchto dvou průměrných hodnot (tedy 6,51 a 5,47) vypočítáme tuhost stabilizátoru ( $k_s$ ). Ta je v našem případě 1,04 N·mm<sup>-1</sup>. Je nutné podotknout, že všechny tyto tuhosti jsou vztaženy do místa působení zatěžující síly, tedy na rameni nápravnice v místě námi zvoleného referenčního bodu.

Z hodnot v tabulkách byly sestrojeny jednotlivé grafy závislosti zatěžující síly na zdvihu. V grafech je vždy pro porovnání závislost jak pro změřené hodnoty se stabilizátorem, tak i bez něj.

Do prvního grafu byly vyneseny jednotlivé hodnoty zaznamenané během zdvihu nápravnice. Body byly následně spojeny křivkou. Na grafu je vidět téměř lineární průběh, jednotlivé odchylky byly způsobeny pravděpodobně nepřesností měření. Pro větší přesnost byly tyto křivky proloženy přímkami, ke kterým byly připsány rovnice. Pomocí nich můžeme získat přesnější hodnoty daných tuhostí, než je hodnota získaná pomocí průměru (viz tab. 4 a tab. 5).

## Měření při zdvihu nápravnice



Obr. 29 Graf závislosti zatěžující síly na zdvihu během zdvihu nápravnice

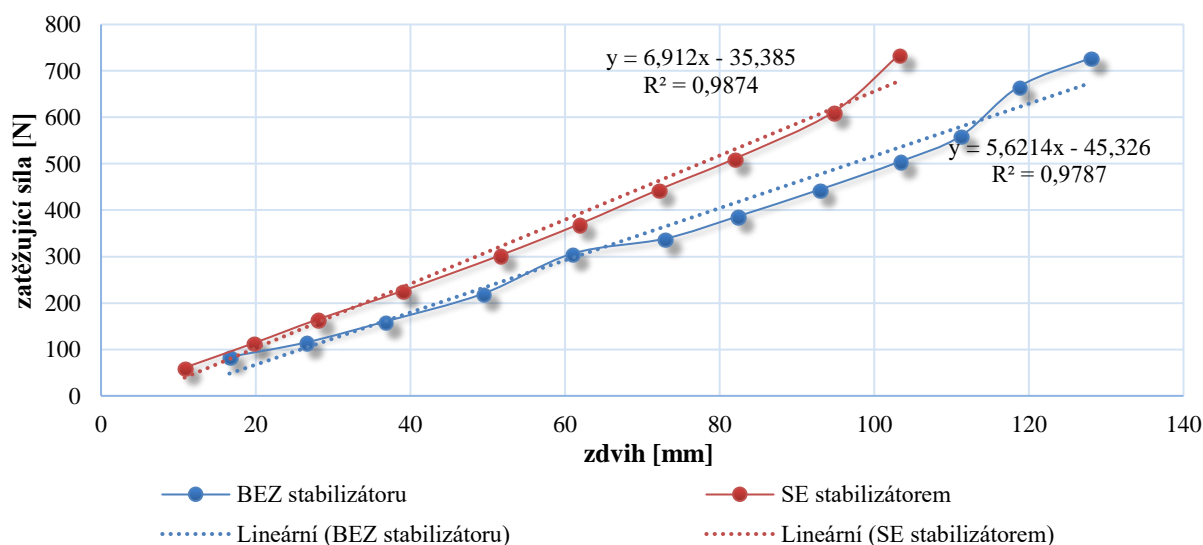
Z grafu (viz obr. 29) je na první pohled vidět vliv stabilizátoru na měření. Při měření se stabilizátorem bylo potřeba větší síly pro daný zdvih, než tomu bylo v případě měření bez stabilizátoru. Lineární spojnicí trendu v případě měření bez stabilizátoru popisuje rovnice:

$$y = 5,496x + 22,45. \quad (11)$$

Pro měření se stabilizátorem pak platí rovnice:

$$y = 7,1189x - 6,771. \quad (12)$$

## Měření při spouštění nápravnice

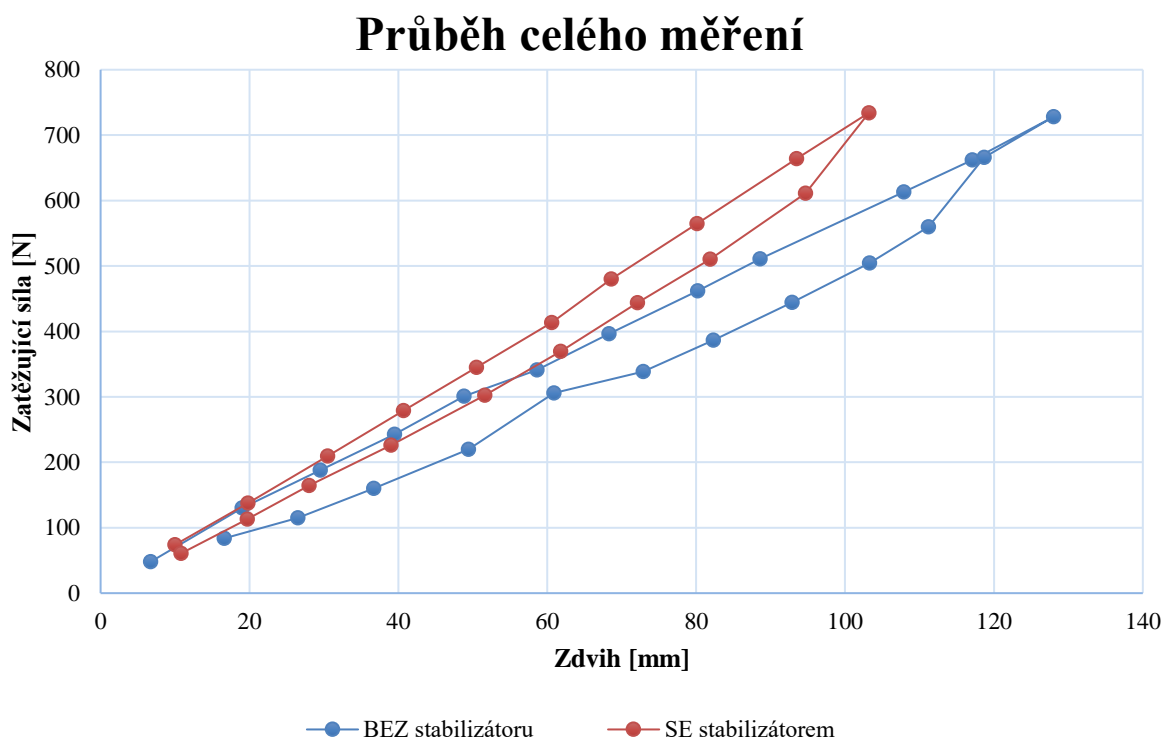


Obr. 30 Graf závislosti zatěžující síly na zdvihu během pozvolného spouštění nápravnice

Během spouštění nápravnice do nezatíženého stavu už jednotlivé body neleží na přímce, jako tomu bylo u jejího zdvihu. Tentokrát to nejsou jen nepřesnosti měření, ale i hystereze<sup>1</sup>. Právě kvůli hysterezi probíhalo i měření během spouštění nápravnice. V tomto případě, tedy při spouštění nápravnice, platí pro měření bez stabilizátoru rovnice (13) a pro měření se stabilizátorem rovnice (14).

$$y = 5,6214x - 45,326 \quad (13)$$

$$y = 6,912x - 35,385 \quad (14)$$



Obr. 31 Graf z celého průběhu měření tuhosti nápravnice

Pokud dáme oba předchozí grafy dohromady a vykreslíme závislost zatěžující síly na zdvihu během celého měření (tedy během zdvihu i následného spouštění nápravnice), zobrazí se celá hysterezní smyčka.

<sup>1</sup> Hystereze je označení chování dynamického systému, kdy výstupní veličina nezávisí jen na proměnné vstupní veličině, ale i na předchozím stavu daného systému (označováno také jako „paměťový efekt“ systému). [13]

## 6 DALŠÍ VÝPOČTY

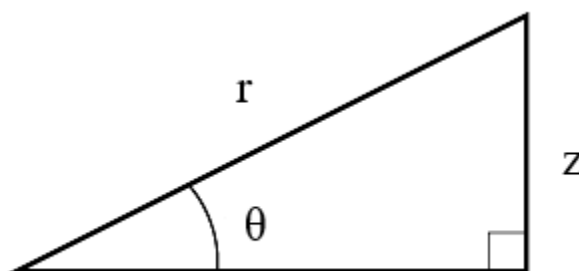
V této kapitole bude vypočítána klopná tuhost samotné nápravnice. Ta bude vypočtena z hodnot získaných při experimentálním měření, ale i z ANSYSu. Jak už bylo zmíněno výše, klopnou tuhost zadní nápravy neurčuje jen tuhost samotné nápravnice. Velký vliv na ni mají také pružiny a zkrutný stabilizátor. Proto budou v této kapitole pro porovnání také dopočítány tuhosti ovlivňující pohyb ve svislém směru právě zmíněného stabilizátoru a pružiny. Následně bude procentuálně porovnán vliv jednotlivých částí na celkovou tuhost zadní nápravy při jejím svislém pohybu.

### 6.1 VÝPOČET KLOPNÉ TUHOSTI

Při výpočtu klopné tuhosti samotné nápravnice budeme vycházet ze získané tuhosti ve svislém směru (tzn. podíl velikosti zatěžující síly a velikosti odpovídajícího zdvihu).

#### 6.1.1 KLOPNÁ TUHOST Z EXPERIMENTÁLNÍHO MĚŘENÍ

Z experimentálního měření byla získána tuhost nápravnice bez stabilizátoru o průměrné hodnotě  $5,47 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ . Z této hodnoty je patrné, že pro zdvih o velikosti 1 mm je potřeba síla 5,47 N.



Obr. 32 Schéma veličin pro výpočet klopné tuhosti

Při výpočtu budeme vycházet z obr. 32, kde  $z$  je zdvih [mm],  $r$  je vzdálenost od působíště síly k podélné ose vozidla [mm] a  $\theta$  je velikost úhlu [rad]. Vzdálenost od působíště síly k podélné ose vozidla ( $r$ ) je 637,5 mm. Tato hodnota byla získána z rozměrů nápravnice. Abychom získali výslednou klopnou tuhost v jednotkách  $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$ , použijeme velikost úhlu ( $\theta$ ) 1 rad. Nyní je potřeba si zjistit velikost zdvihu odpovídající tomuto úhlu. Tu získáme pomocí goniometrické funkce sinus ze vzorce:

$$\sin(\theta) = \frac{z}{r} \quad (15)$$

Po úpravě a dosazení získáme:

$$z = \sin(\theta) \cdot r = \sin\left(\frac{360}{2\pi}\right) \cdot 637,5 = 536 \text{ mm}$$

Tedy pro naklonění nápravy o úhel 1 rad je potřeba zdvih o velikosti 536 mm.

Pro tento daný zdvih si vypočteme velikost potřebné síly. Budeme vycházet z rovnice (10). Po úpravě a dosazení získáme:

$$F_E = k_E \cdot z = 5,47 \cdot 536 = 2931,9 \text{ N}$$

Tato síla je potřebná pro naklopení karoserie o požadovaný úhel ve vzdálenosti 637,5 mm od podélné osy vozidla.

Poté už stačí dosazením do rovnice (1) vypočítat klopnou tuhost, která bude:

$$K_{\theta E} = \frac{F_E \cdot r}{\theta} = \frac{2931,9 \cdot 637,5}{\frac{360}{2\pi}} = 32\,621,7 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1} = 32,6 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Klopna tuhost samotné nápravnice, vypočítaná z hodnot získaných při experimentálním měření, je  $32,6 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ .

### 6.1.2 KLOPNÁ TUHOST Z ANALYTICKÉHO VÝPOČTU

Hodnotu klopne tuhosti z hodnot získaných pomocí MKP modelu vypočítáme stejně jako v kap. 6.1.1. Průměrná hodnota tuhosti nápravnice ve svislém směru byla  $32,7 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ . Hodnota zdvihu zůstane opět 536 mm (viz kap. 6.1.1).

Potřebná síla pro daný zdvih bude:

$$F_A = k_A \cdot z = 32,7 \cdot 536 = 17\,527,2 \text{ N}$$

Hodnota klopne tuhosti tedy je:

$$K_{\theta A} = \frac{F_A \cdot r}{\theta} = \frac{17\,527,2 \cdot 637,5}{\frac{360}{2\pi}} = 195\,015,9 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1} = 195 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Klopna tuhost je v tomto případě  $195 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$  a je zhruba 6x větší, než je tomu v případě klopne tuhosti vypočítané z hodnot získaných během experimentálního měření. Tento rozdíl byl patrný již z rozdílu tuhostí nápravnice ve svislém směru, která byla také 6x větší.

## 6.2 TUHOST PRUŽINY

Pro výpočet tuhosti pružiny je potřeba znát průměr „drátu“, průměr pružiny, počet činných závitů a v neposlední řadě také materiál, ze kterého je vyrobena. Automobilové vinuté pružiny bývají vyrobeny z vysoce legované oceli, jejíž materiálové vlastnosti (modul pružnosti, modul pružnosti ve smyku atd.) se liší minimálně od klasické oceli. Pro jednoduchost tedy budou použity v následujících výpočtech hodnoty pro klasickou ocel.

Tuhost pružiny se vypočítá podle vzorce [14]:

$$k_p = \frac{G d_p^4}{8 D_p^3 n}, \quad (16)$$

kde  $k_p$  je tuhost pružiny [ $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ ],  $G$  je modul pružnosti ve smyku [Pa],  $d_p$  je průměr drátu pružiny [m],  $D_p$  je průměr pružiny [m] a  $n$  je počet činných závitů [-].

Znamé hodnoty:

- $d_p = 10,5 \text{ mm} = 0,0105 \text{ m}$
- $D_p = 100 \text{ mm} = 0,1 \text{ m}$
- $n = 10$
- $G = 81 \text{ GPa} = 81 \cdot 10^9 \text{ MPa}$

Dosazením těchto hodnot do vzorce získáme:

$$k_p = \frac{81 \cdot 10^9 \cdot 0,0105^4}{8 \cdot 0,1^3 \cdot 10} = 12\,307 \text{ N} \cdot \text{m} = 12,307 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$$

Tuhost pružiny použité na zadní nápravě automobilu Škoda Felicia je  $12,307 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ . Jinými slovy je potřeba vyvinout sílu o velikosti  $12,307 \text{ N}$ , aby došlo ke stlačení pružiny o  $1 \text{ mm}$ .

### 6.3 TUHOST STABILIZÁTORU

Stabilizátor z této nápravy je jednoduchá tyč kruhového průřezu. Je vyroben z oceli, takže budou brány stejné materiálové hodnoty jako u pružiny. Stabilizátor je namáhaný na krut, proto jeho tuhost vychází ze vzorce [15]:

$$\varphi = \frac{M_{kl} l}{G I_p}, \quad (17)$$

kde  $\varphi$  je úhel zkroucení [rad],  $M_{kl}$  je klopň moment [ $\text{N}\cdot\text{m}$ ],  $l$  je délka součásti [m] a  $I_p$  je polární moment průřezu [ $\text{m}^4$ ].

Upravením této rovnice získáme tvar:

$$\frac{M_{kl}}{\varphi} = \frac{G I_p}{l_s}, \quad (18)$$

kde levá strana odpovídá tuhosti stabilizátoru  $K_s$  [ $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$ ].

Pro výpočet tuhosti stabilizátoru je proto potřeba si spočítat polární moment průřezu, který získáme ze vzorce [15]:

$$I_{ps} = \frac{\pi}{32} D_s^4 \quad (19)$$

kde  $D_s$  je průměr stabilizátoru [m].

Znamé hodnoty:

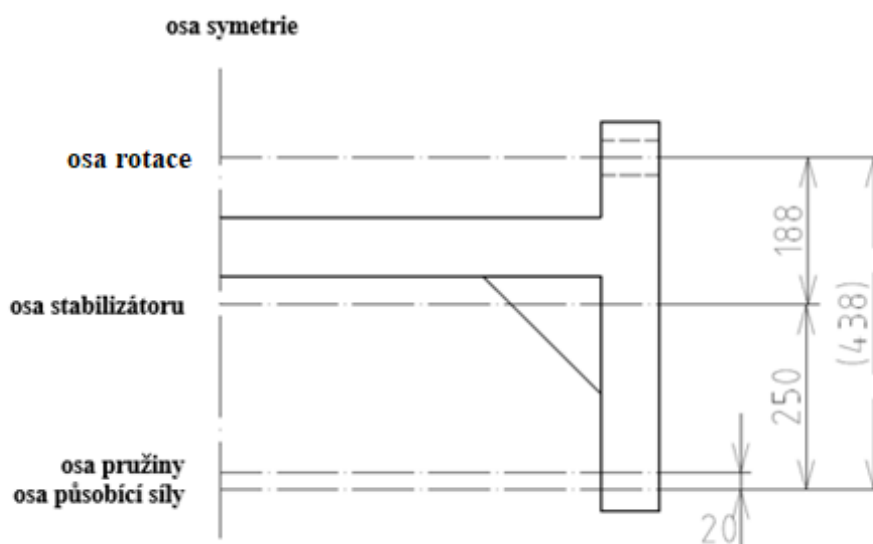
- $D_s = 14 \text{ mm} = 0,014 \text{ m}$
- $l_s = 800 \text{ mm} = 0,8 \text{ m}$
- $G = 81 \text{ GPa} = 81 \cdot 10^9 \text{ Pa}$

Dosazením do vzorců získáme:

$$I_{ps} = \frac{\pi}{32} \cdot 0,014^4 = 3 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$$

$$K_s = \frac{81 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-9}}{0,8} = 381,86 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Výsledná tuhost stabilizátoru je tedy  $381,86 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ , což znamená, že je potřeba síla 381 N na rameni o délce 1 m, aby se stabilizátor zkroutil o úhel 1 rad. Pro naše další postupy ale bude lepší, když bude tuhost v jednotkách  $\text{N} \cdot \text{mm}^{-1}$ . Proto je potřeba tuhost stabilizátoru přepočítat.



Obr. 33 Schéma poloviny nápravy se vzdálenostmi jednotlivých os

Jak je vidět na obr. 33, vzdálenost osy stabilizátoru k ose působení síly je 250 mm. Pokud chceme znát velikost síly, kterou je potřeba vynaložit pro posun o 1 mm v místě působící síly, je potřeba nejprve převést sílu z ramene délky 1 m na rameno délky 0,25 m. Toho dosáhneme pomocí momentové rovnováhy, kde musí platit vzorce [10]:

$$M_1 = M_2 \quad (20)$$

$$F_1 r_1 = F_2 r_2 \quad (21)$$

kde  $M_1$  a  $M_2$  jsou momenty [N·m],  $F_1$  a  $F_2$  jsou zatěžující síly [N],  $r_1$  a  $r_2$  jsou vzdálenosti (poloměry) působišť sil od osy otáčení [m].

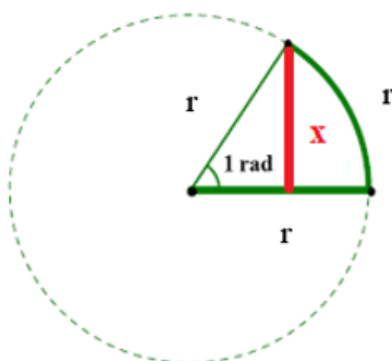
Známé hodnoty:

- $F_1 = 381,86 \text{ N}$
- $r_1 = 1 \text{ m}$
- $r_2 = 0,25 \text{ m}$

Úpravou a dosazením do rovnice (21) pak získáme:

$$F_2 = \frac{F_1 r_1}{r_2} = \frac{381,86 \cdot 1}{0,25} = 1\,527,44 \text{ N},$$

což je síla potřebná pro natočení stabilizátoru o 1 rad při působení ve vzdálenosti 0,25 m od osy stabilizátoru. Dále je potřeba zjistit velikost síly potřebné pro posun o 1 mm v místě působení síly, tedy opět na rameni délky 0,25 m. Proto je nutné zjistit, kolik mm odpovídá natočení o velikosti 1 rad, tedy vzdálenost  $x$  (viz obr. 34).



Obr. 34 Schéma konstrukce radiánu [16]

Pro zjištění velikosti výšky  $x$  (viz obr. 34) je potřeba vědět, že celý kruh (tj.  $360^\circ$ ) odpovídá hodnotě  $2\pi$  radiánů. Z toho si lze snadno dopočítat, že jeden radián odpovídá úhlu o velikosti přibližně  $57,296^\circ$ . Poté se dopočítá výška  $x$  v tomto trojúhelníku pomocí vzorce:

$$\sin(\alpha) = \frac{x}{r},$$

kde  $\alpha$  je úhel odpovídající 1 rad [ $^\circ$ ],  $r$  je poloměr kruhu [m] a  $x$  je výška trojúhelníku [m].

Po úpravě a dosazení dostaneme:

$$x = \sin(\alpha)r = \sin(57,296) \cdot 0,25 = 0,21 \text{ m.}$$

Při působení síly o velikosti 1527,44 N ve svislém směru na rameni o délce 0,25 m dojde tedy k posunu koncového bodu ve směru působení síly o 0,21 m. Podílem zatěžující síly a této vzdálenosti získáme pak hledanou tuhost stabilizátoru v  $\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ , protože platí vztah:

$$k_{sA1} = \frac{F_2}{x} = \frac{1527,44}{0,21} = 7\,273,52 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1} = 7,273\,52 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}.$$

#### 6.4 PŘEVOD TUHOSTÍ DO MÍSTA PŮSOBENÍ SÍLY

Aby bylo možné vzájemně porovnat vliv samotné nápravnice, stabilizátoru a pružiny, je potřeba tyto tuhosti přepočítat k dané ose rotace, kterou je osa procházející lůžky silentbloků (viz obr. 33). Nápravnice byla během měření tuhosti natáčena právě podle této požadované osy, proto tyto hodnoty není potřeba přepočítávat. Tuhosti stabilizátoru a pružiny je však nutné přepočítat. K tomu je potřeba si vypočítat převodový poměr podle vztahu:

$$i = \frac{l_1}{l}, \quad (22)$$

kde  $i$  je převodový poměr [-],  $l_1$  je vzdálenost od osy tělesa k ose rotace [mm] a  $l$  je celková vzdálenost od osy rotace k ose působící síly [mm].

Poté pomocí tohoto převodového poměru vypočítáme danou tuhost vzhledem k ose rotace podle vztahu:

$$k_{As} = k_1 \cdot i^2, \quad (23)$$

kde  $k_{As}$  je výsledná tuhost [ $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ] a  $k_1$  je tuhost součásti [ $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ ].

Pro stabilizátor platí:

- $l_{1s} = 188 \text{ mm}$
- $l = 438 \text{ mm}$
- $k_{As1} = 7,27 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$

Převodový poměr pro stabilizátor tedy bude:

$$i_s = \frac{188}{438} = 0,43.$$

Výsledná tuhost stabilizátoru vztažená k ose rotace pak bude:

$$k_{As} = 7,27 \cdot 0,43^2 = 1,34 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}.$$

Tato vypočtená hodnota potvrzuje správnost experimentálního měření tuhosti nápravnice, kdy byla změřena tuhost stabilizátoru na  $1,04 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$  (viz kap. 5.4). Odchylka je způsobena nepřesností měření a také vlivem stáří a dlouhodobým používáním stabilizátoru.

Pro pružinu platí:

- $l_{1p} = 418 \text{ mm}$
- $l = 438$
- $k_p = 12,307 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$

Převodový poměr pro pružinu bude:

$$i_p = \frac{418}{438} = 0,95.$$

Tuhost pružiny vztažená k ose rotace tedy bude:

$$k_{Ap} = 12,307 \cdot 0,95^2 = 11,11 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}.$$

## 7 CELKOVÉ ZHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ

Z experimentálního měření byly získány hodnoty:

- tuhost nápravnice  $k_{En} = 5,47 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$
- tuhost nápravnice se stabilizátorem  $k_{En+s} = 6,51 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$
- tuhost stabilizátoru  $k_{Es} = 1,04 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$
- **klopná tuhost nápravnice**  $K_{\theta E} = 32,5 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$

Analytickým výpočtem byly získány hodnoty:

- tuhost nápravnice  $k_{An} = 32,7 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$
- tuhost stabilizátoru  $k_{As} = 1,34 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$
- tuhost pružiny  $k_{Ap} = 11,11 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$
- **klopná tuhost nápravnice**  $K_{\theta A} = 193,5 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$

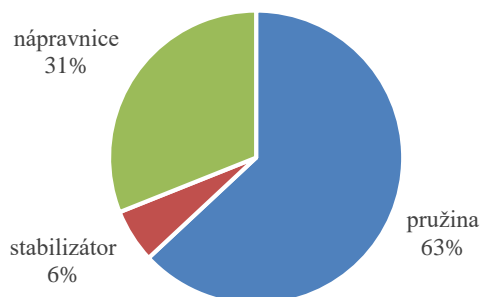
### 7.1 SROVNÁNÍ TUHOSTÍ NÁPRAVNICE

Na první pohled je patrný velký rozdíl mezi tuhostí nápravnice ve svislém směru naměřenou při reálném měření a hodnotou vypočtenou pomocí MKP. Rozdíl je následně promítnut i do samotné klopné tuhosti. Reálná nápravnice byla z automobilu Škoda Felicia, takže mohla být zhruba 20 let stará a během této doby také používaná. Vlastnosti materiálu se po takové době značně změnil (povrchová rez, ale i vnitřní struktura materiálu) a používáním dojde i k deformacím vlivem zatěžování. Do analytické metody je však tato fakta velmi obtížné započítat. To jsou pravděpodobně dva důvody, které nejvíce ovlivnily tyto rozdílné výsledky. Kromě toho se zde nachází i chyby vzniklé během získávání rozměrů nápravnice a následně při tvorbě 3D modelu, ale také chyby vzniklé samotným výpočtem (viz kap. 9). Pro přesnější výsledky by bylo potřeba opakovat měření u jiné nápravnice, ideálně u nové, nepoužívané.

### 7.2 SROVNÁNÍ VLIVU JEDNOTLIVÝCH ČÁSTÍ NA CELKOVOU TUHOST NÁPRAVY

Pro srovnání vlivu tuhostí jednotlivých částí na celkovou tuhost nápravy byla vybrána vypočtená tuhost pružiny, naměřená tuhost stabilizátoru. Jako poslední byla vzata naměřená tuhost nápravnice bez stabilizátoru (její průměrná hodnota). Z těchto hodnot byl pro srovnání vytvořen graf (viz obr. 35).

#### Poměr tuhostí jednotlivých částí z experimentální metody

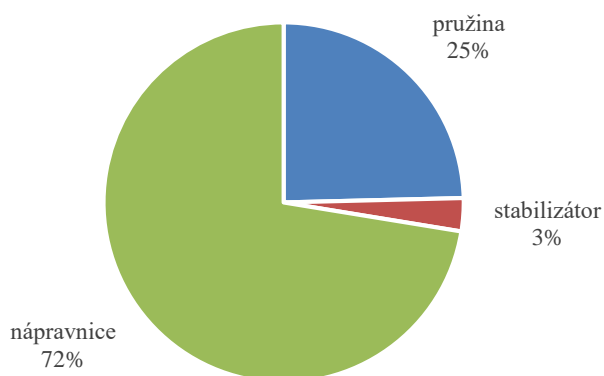


Obr. 35 Graf vlivu tuhostí naměřených hodnot jednotlivých částí na celkovou tuhost nápravy

Jak je vidět na obr. 35, největší část tuhosti nápravy tvoří pružina (63 %). Překvapivě malý vliv má samotná nápravnice, která představuje pouze 31 %. Celkovou tuhost nápravy (tzn. nápravnice, pružiny a stabilizátoru) získáme sečtením tuhostí jednotlivých částí, ta tedy je  $17,62 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ .

V dalším případě budeme uvažovat hodnoty získané z analytických výpočtů. Srovnávat tedy budeme hodnoty tuhosti nápravnice získané z ANSYSu, vypočtenou tuhost pružiny a vypočtenou tuhost stabilizátoru.

### Poměr tuhostí jednotlivých částí z analytické metody



Obr. 36 Graf vlivu tuhostí vypočtených hodnot jednotlivých částí na celkovou tuhost nápravy

V tomto případě tvoří největší část celkové tuhosti nápravy samotná nápravnice, tedy 72 %. Tuhost pružiny pak odpovídá 25 % a stabilizátor odpovídá pouze 3 % z celé tuhosti.

## 8 KONCEPČNÍ NÁVRH MĚŘÍČÍHO STAVU

Návrh měřicího stavu vychází z prováděného měření. Při jeho tvorbě byl opět využit program Autodesk Inventor. Důraz byl kladen na vytvoření univerzálního stavu, který by mohl sloužit k měření klopné tuhosti náprav s torzní příčkou automobilů různých značek a modelů.

### 8.1 KONSTRUKCE

Navržený měřicí stav se skládá ze tří základních částí. Těmi jsou stojan, držák na uchycení karoserie v místě uložení kola (dále „držák A“), a také držák na uchycení nápravy v místě spojení s karoserií (dále „držák B“).

#### 8.1.1 STOJAN

Stojanová konstrukce je ve tvaru trojúhelníku a skládá se ze čtvercových profilů (jeklů). Na příčné sloupy byl použit profil 50x50x5, který je na spodní straně opatřen čtvercovou deskou sloužící k upevnění stojanu. Na ostatní ramena byl zvolen menší profil o rozměrech 30x30x1,5. V horní části této konstrukce se nachází dva „I“ profily umístěné do tvaru písmene „L“. Kratší rameno je délky 600 mm a slouží k uchycení nápravy v místě uložení kola. Delší rameno je délky 1 600 mm a slouží k upevnění nápravy v místě spojení s karoserií. Délky těchto ramen byly voleny s rezervou podle nápravnic, jejichž šířka (rozchod kol) se pohybuje většinou okolo 1 300 až 1 500 mm a délka podélných ramen okolo 500 mm.

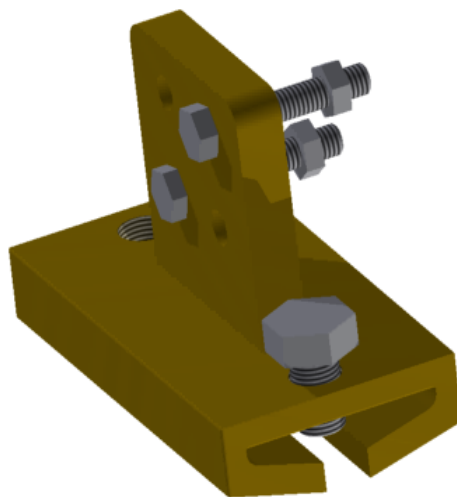


Obr. 37 Model stojanu měřicího stavu

#### 8.1.2 DRŽÁK A

Tento držák slouží k uchycení nápravy v místě náboje kola. Tvar je přizpůsoben profilu nosníku, aby se po něm mohl držák bez problému pohybovat a měnit tak rozteč na požadovanou hodnotu. Držák je opatřen dvěma šrouby, pomocí kterých jej lze pevně uchytit k nosníku.

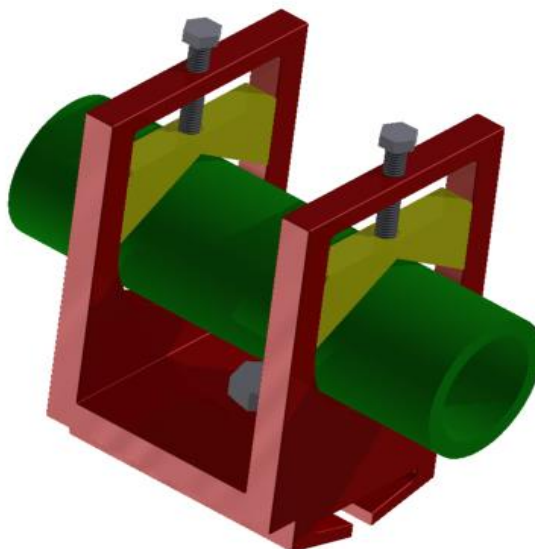
Na svislé příčce se nachází další čtyři díry sloužící k uchycení nápravy pomocí šroubů a matek. Náprava tedy bude mít v místě uchycení zamezené posuvy ve všech směrech a rotace kolem všech os.



Obr. 38 Model držáku A

### 8.1.3 DRŽÁK B

Stejně jako v předchozím případě je i zde tvar přizpůsoben tvaru nosníku. Opět kvůli možnému pohybu a s možností uchycení držáku ke stojanu pomocí přitahovacího šroubu. Pro uchycení nápravy v místě silentbloků se zde nachází trubka, v našem případě o průměru 46 mm. Při potřebě změnit průměr je trubka snadno vyměnitelná až do průměru 60 mm, což by mělo pro měření nápravnic osobních automobilů stačit. Po nasazení nápravnice lze trubku pomocí dvou šroubů utáhnout, aby se znemožnilo jejímu dalšímu nežádoucímu pohybu. Další, avšak dražší, možností uchycení trubky je například použití sklíčidla. Tento držák představuje propojení nápravnice s karoserií v místě uložení silentbloků. Trubka nahrazuje válcovou vazbu, která zamezuje posuvu nápravnice v příčném a svislém směru a umožňuje posuv a rotaci kolem podélné osy.



Obr. 39 Model držáku B

## 8.2 POPIS FUNKCE

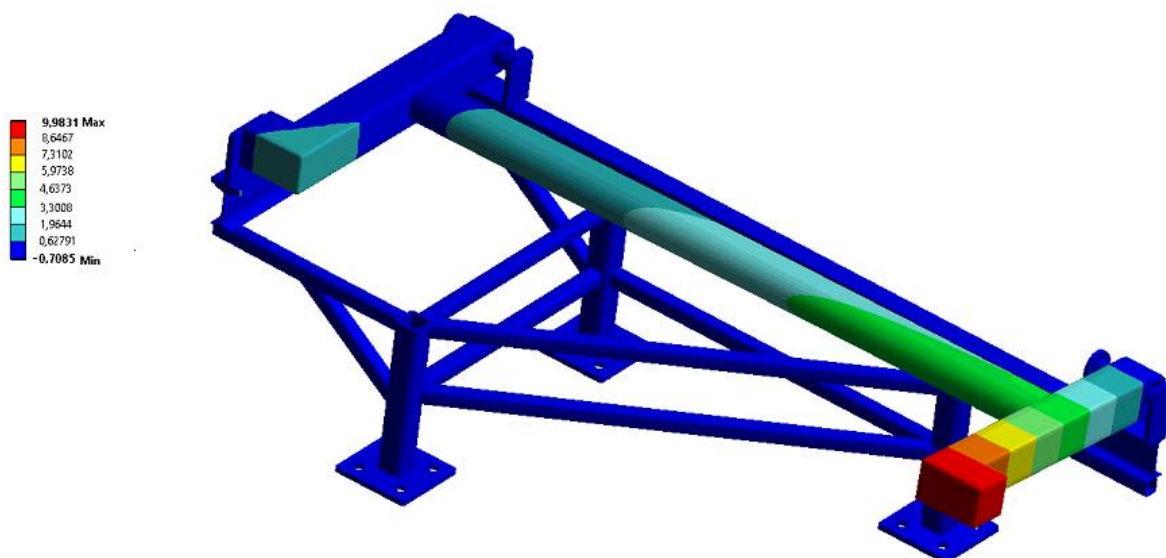
Po uchycení nápravy (v jednom místě uložení kola a v obou místech pro silentbloky) je možné nápravu zatěžovat. Na výběr jsou dvě možnosti. První možností je nápravu zvedat v místě uložení druhého kola svisle nahoru pomocí jeřábu s tenzometrem (podobně jak tomu bylo během reálného měření). S využitím tenzometru jsme schopni ihned určit velikost působící síly. Druhou možností je rameno ve stejném místě zatěžovat svisle dolů pomocí závaží o námi známé hmotnosti, z čehož si snadno můžeme zjistit velikost zatěžující síly. Následně prostřednictvím měřících přístrojů, jako může být například výškoměr, zjistíme posun daného bodu. Z poměru potřebné zatěžující síly k posuvu daného referenčního bodu poté získáme klopnou tuhost.



Obr. 40 Model měřícího stavu s upevněnou nápravnicí

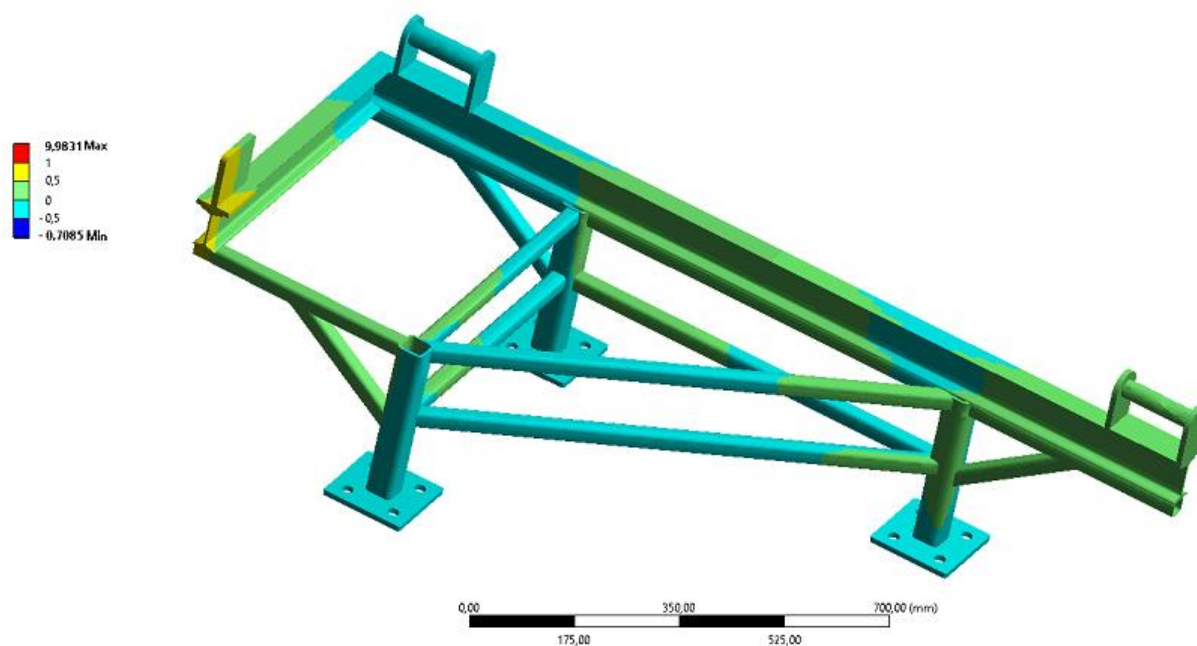
## 8.3 TUHOST MĚŘÍČÍHO STAVU

Pro správné fungování měřícího stavu je velmi důležitá jeho celková tuhost. Při zatěžování je nežádoucí, aby docházelo k jeho velkým deformacím. Ty by totiž ovlivňovaly výsledky měření. Z tohoto důvodu byla provedena pevnostní analýza. Pro tento účel byl vytvořen zjednodušený model nápravnice s maximálními možnými rozměry, které je na stojanu možné měřit. Model měl čtvercová tuhá ramena a torzní příčka byla opět z „U“ profilu. Rozměry byly voleny náhodně tak, aby se využilo maximálních rozměrů, které měřící stav umožňuje změřit. Tato zjednodušená nápravnice byla poté upevněna ke stojanu a zatížena silou ve svislém směru, jak tomu bylo během všech předchozích měření.



Obr. 421 Ukázka zatěžování nápravnice s maximálními možnými rozměry

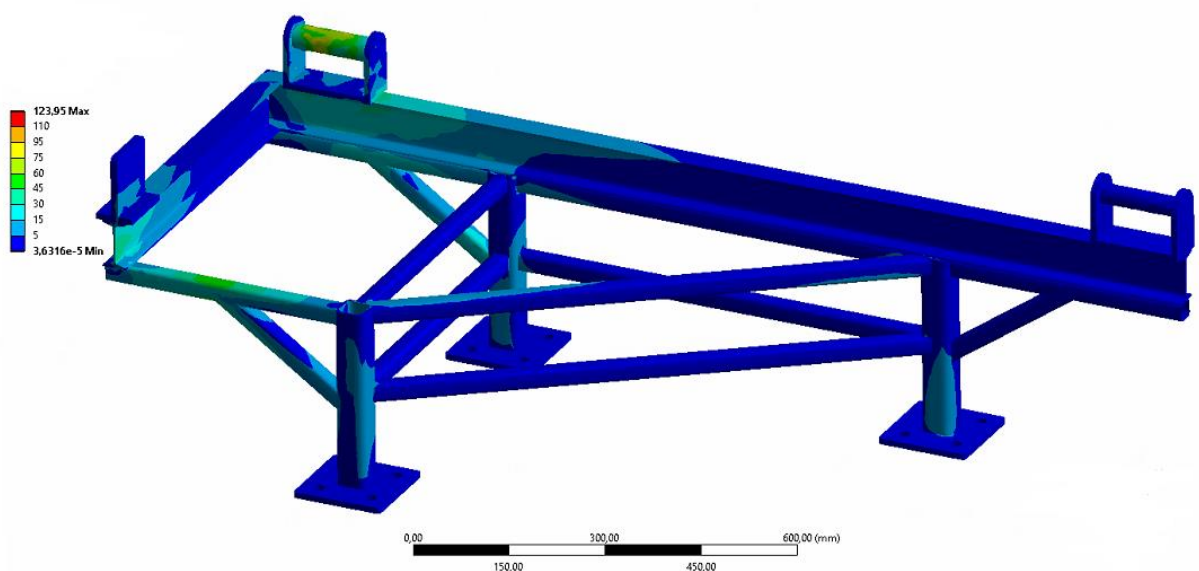
Při zatížení silou o velikosti 700 N došlo k maximálnímu zdvihu nápravnice o 9,9 mm. Poté byla nápravnice v ANSYSu zneviditelněna a byly pozorovány změny na samotném měřícím stavu.



Obr. 412 Deformace stojanu měřící nápravy ve svislé ose

Jak je vidět na tomto obrázku (viz obr. 42), deformace stojanu se ve svislé ose při zatížení silou 700 N pohybovala přibližně od - 0,5 mm do + 0,5 mm, což odpovídá zhruba 5 % deformace nápravnice, která byla zhruba 10 mm. Zatěžující síla však byla poměrně vysoká a zatěžování by probíhalo spíše při menších silách. Samotná nápravnice byla také díky masivním ramenům značně těžší, než by byly reálné nápravnice s těmito rozměry.

Pro případ, že bychom chtěli ještě zvýšit pevnost stojanu, stačilo by zvolit čtvercové profily o větší tloušťce stěn. Další možností by mohla být úprava nebo popřípadě přidání podpěr. Tuhost stojanu by bylo možné zvýšit také volbou většího „I“ profilu, avšak pak by bylo potřeba upravit tvar držáků, abychom je mohli opět použít. U samotných držáků by případně bylo vhodné zvolit trubky s větší tloušťkou stěn.



Obr. 43 Napětí zatíženého měřicího stavu

Kromě deformace ve svislém směru bylo zjištěno ještě napětí stavu při stejném zatížení. Maximální hodnota napětí ( $\sigma_{MAX}$ ) odpovídala 123,95 MPa a nacházela se opět v místě kontaktů nápravnice s držákem.

Pokud budeme uvažovat za materiál ocel 11 353, ze které se vyrábí ocelové trubky, bude hodnota meze kluzu:

- $R_e = 216 \text{ MPa}$ .

Bezpečnost tohoto měřicího stavu se pak vypočítá podle vztahu [16]:

$$k_{bezp} = \frac{R_e}{\sigma_{MAX}} \quad (24)$$

Dosažením do tohoto vzorce pak získáme výslednou bezpečnost:

$$k_{bezp} = \frac{216}{123,95} = 1,74$$

## 9 ROZBOR CHYB

### 9.1 CHYBA MĚŘENÉ VELIČINY

Měřené veličině odpovídá vždy jen jedna správná hodnota. Při opětných měření dané veličiny dostáváme většinou různé hodnoty. Jednotlivé odchylky od skutečné hodnoty se nazývají chybou. [19]

Chyby můžeme rozdělit do dvou skupin [19]:

- **Absolutní chyba** – jedná se o rozdíl mezi změřenou a skutečnou hodnotou, platí pro ni vztah [16]:

$$\Delta x = x - x' \quad (25)$$

kde  $x$  je skutečná hodnota a  $x'$  je hodnota naměřená.

- **Relativní chyba** – často se udává v procentech pro lepší vyjádření přesnosti měření. Platí pro ni vztah [19]:

$$\delta = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100 \quad (26)$$

Dále můžeme podle původu rozdělovat chyby na tyto skupiny [20]:

- **Chyby hrubé** – vznikají během měření chybou pozorovatele (například nedbalým odečítáním hodnot, využitím nedokonalého nebo vadného přístroje, nebo užitím nevhodné metody). Naměřená hodnota se při opakovaném měření značně liší od ostatních hodnot.
- **Chyby systematické** – jsou způsobovány pravidelně stejnými vlivy, mohou být dány například povahou metody, systematickým vlivem vnějších podmínek nebo vlastnostmi přístrojů. Snahou je tyto chyby potlačit například volbou jiného přístroje, volbou vhodnější metody, nebo korekcí měření.
- **Chyby náhodné** – vznikají zcela náhodně vzájemným působením pozorovatele, přístroje a prostředí. Jejich původ nemůžeme odhalit, ale každou náhodnou chybu můžeme považovat za velký počet velmi malých náhodně vzniklých chyb.

Určení správné hodnoty měřené veličiny je téměř nemožné. Můžeme jen stanovit nejpravděpodobnější hodnotu měřené veličiny a také odhadnout, jak velká chyba je v této hodnotě obsažena. Například při změření deseti odlišných hodnot je potřeba zvolit jednu platnou číslici. Nejpravděpodobnější hodnotou měřené veličiny je tzv. aritmetický průměr [19]:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (27)$$

Míru přesnosti výsledku měření nejlépe určíme ze střední kvadratické chyby aritmetického průměru [19]:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (28)$$

## 9.2 CHYBY FYZIKÁLNÍCH MĚŘENÍ

Často potřebujeme vypočítat veličinu, kterou nemůžeme přímo změřit. Ke zjištění této veličiny je potřeba využití vhodných vzorců vycházejících z různých fyzikálních zákonů. Pro její výpočet si můžeme změřit dílčí hodnoty, které následně použijeme pro výpočet v daném vzorci. Avšak všechny tyto přímo měřené veličiny vždy obsahují chyby měření. Taková chyba se nazývá chyba přenesená. Ve zbytku této kapitoly bude popsán způsob, jakým lze tuto chybu vypočítat. [19]

Pro ukázkou postupu si zvolme fyzikální veličinu, kterou je potřeba určit. Její označení bude  $X$ . Tato veličina je funkcí veličin  $(a, b, c)$ , které jsou obsaženy v řešeném vzorci. Platí tedy [19]:

$$X = f(a, b, c) \quad (29)$$

Zvolené veličiny  $(a, b, c)$  obsahují pravděpodobnou chybu, kterou si označíme  $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c$  a pravděpodobnost chyby hledané veličiny  $(X)$  bude  $\sigma_x$ . Pro její výpočet potom platí vztah [19]:

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \sigma_a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial b} \sigma_b\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial c} \sigma_c\right)^2} \quad (30)$$

V tomto vztahu se postupně vyskytují parciální derivace jednotlivých proměnných  $(a, b, c)$ . Pro správný výpočet pravděpodobné chyby je tedy potřeba především správně určit jednotlivé parciální derivace. K řešení těchto derivací musíme vědět, že při jejich výpočtu považujeme všechny veličiny za konstanty, kromě té, pomocí které právě derivujeme.

Pro lepší představu zde bude uveden postup na jednodušším příkladu z měření klopné tuhosti. Vycházet se bude z rovnice (1), kterou si je potřeba upravit do tvaru:

Úhel  $\theta$  si tedy můžeme vyjádřit pomocí funkce sinus následujícím způsobem (viz obr. 32):

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{Z}{r}\right), \quad (31)$$

Pomocí přímého měření byly zjištěny následující hodnoty:

- $F = 500 \pm 2,5 \text{ N}$
- $r = 637,5 \pm 0,05 \text{ mm}$
- $z = 86,7 \pm 0,05 \text{ mm}$

Pravděpodobné chyby těchto veličin tedy jsou:

- $\sigma_F = 5 \text{ N}$
- $\sigma_r = 0,1 \text{ mm}$
- $\sigma_z = 0,1 \text{ mm}$

Nyní je potřeba vypočítat jednotlivé parciální derivace, které se následně dosadí do rovnice (30). Jednotlivé parciální rovnice jsou<sup>2</sup>:

$$\frac{\partial}{\partial F} \left( \frac{Fr}{\sin^{-1} \left( \frac{z}{r} \right)} \right) = \frac{r}{\sin^{-1} \left( \frac{z}{r} \right)} \quad (32)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{Fr}{\sin^{-1} \left( \frac{z}{r} \right)} \right) = - \frac{F}{\sqrt{1 - \frac{z^2}{r^2}} \sin^{-1} \left( \frac{z}{r} \right)^2} \quad (33)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{Fr}{\sin^{-1} \left( \frac{z}{r} \right)} \right) = \frac{Fz}{r \sqrt{1 - \frac{z^2}{r^2}} \sin^{-1} \left( \frac{z}{r} \right)^2} + \frac{F}{\sin^{-1} \left( \frac{z}{r} \right)} \quad (34)$$

Po dosazení těchto parciálních derivací do rovnice (30) a jejich následným vyčíslením získáme pravděpodobnou chybu:

$$\sigma_k = 411,13 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot \text{°}^{-1}$$

Nyní dosadíme změřené veličiny do rovnice (31) a po jejím vyčíslení dostaneme předpokládanou klopnou tuhost nápravnice. K ní pak dopíšeme pravděpodobnou chybu ve tvaru:

$$K_\theta = 40\,836,9 \pm 205,67 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot \text{°}^{-1}$$

<sup>2</sup> Pro úpravu parciálních derivací byl využit Wolfram Alpha na <http://www.wolframalpha.com/>

Pro lepší představu si můžeme vypočítat relativní chybu v procentech. Tu zjistíme dosazením hodnot do vzorce (26):

$$\delta = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100 = \frac{411,13}{40\,836,9} \cdot 100 = 1,007 \%$$

## ZÁVĚR

V rámci této diplomové práce byla zjišťována klopná tuhost nápravy s torzní příčkou. Určování probíhalo pomocí experimentální a analytické metody. Jednotlivé metody byly následně porovnány na konkrétním typu nápravy. Také byl navrhnout měřící stav, na kterém by bylo možné provádět reálné měření.

Experimentální metoda byla prováděna ve školních dílnách na nápravnici z automobilu Škoda Felicia. Bylo provedeno měření tuhosti nápravnice se stabilizátorem i bez něj. Při měření byla nápravnice upevněna k podlaze v místě uchycení jednoho kola a obou silentbloků, pomocí kterých je běžně připevněna ke karoserii vozidla. V místě druhého kola byla pomocí jeřábu vyvíjena zatěžující síla ve svislém směru. Využitím tenzometru na jeřábu byly zaznamenávány velikosti sil a pomocí výškoměru pak polohy zvoleného referenčního bodu. Po přepočtu byla získána průměrná hodnota tuhosti  $5,47 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  při měření bez stabilizátoru a tuhost  $6,51 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$  při měření se stabilizátorem. Z toho plyne naměřená tuhost stabilizátoru, což je  $1,04 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ . Tuhost stabilizátoru byla následně ověřena výpočtem a vycházela  $1,34 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ . Rozdíl byl způsoben pravděpodobně nepřesnostmi při měření a také stářím stabilizátoru.

Při analytické metodě byl vytvořen 3D model, který pak byl převeden na MKP model. K nápravnici byly, pro reálnější výpočet, přidány i držáky. Model byl zavazben a zatěžován silou, stejně jako tomu bylo u reálného měření. Ze získaných hodnot byl pro srovnání opět udělán průměr. Hodnota tuhosti nápravnice vycházela  $32,7 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$ . Z další analýzy se zjistilo, že asi 25 % hodnoty zdvihu je způsobeno deformací podélného ramene, zbylá část je způsobena krutem torzní příčky. Kromě tuhosti stabilizátoru byla vypočtena i tuhost použité pružiny. Jednotlivé tuhosti byly pak porovnány a následně vyjádřeny procentuální vliv jednotlivých částí na celkovou tuhost zadní nápravy.

Tuhosti nápravnice ve svislém směru byly přepočítány na výslednou klopnou tuhost. V případě experimentálního měření odpovídala  $32,5 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$  a u analytické metody hodnotě  $193,5 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}$ . Velký rozdíl tuhostí se v rámci této diplomové práce přesně vysvětlit nepovedlo. Kromě nepřesností během tvorby 3D modelu a samotného měření zde byl patrně největší rozdíl v samotné nápravnici. Skutečný model byl zhruba 20 let starý a během této doby i hojně zatěžovaný v provozu, což značně ovlivnilo materiálové vlastnosti. Nápravnice byla pokryta povrchovou rzí, která také mohla změnit její vnitřní strukturu. Tyto a mnohé další vlastnosti však není možné zahrnout do analytických výpočtů, a proto byly pravděpodobně získány tak rozdílné hodnoty.

V závěrečné části diplomové práce pak byl proveden rozbor chyb. Ty vznikají především při nepřesnostech měření veličin, zaokrouhlováním, ale i při samotném výpočtu hodnot z fyzikálních nebo matematických vzorců. Pro přehled je zde uveden příklad výpočtu chyb na jednodušším příkladu. Velikost těchto chyb lze značně ovlivnit použitím vhodné měřicí techniky a pečlivým získáváním hodnot při samotném měření.

## POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] SAJDL, Jan. *Zavěšení kol* [online]. [cit. 2018-05-14]. Dostupné z: <http://www.autolexicon.net/cs/articles/zaveseni-kol/>
- [2] JAN, Zdeněk, Bronislav ŽDÁNSKÝ a Jiří ČUPERA. *Automobily. 1, Podvozky*. 4. vydání. Brno: Avid, spol. s r. o, 2012, 245 stran: ilustrace (převážně barevné). ISBN 978-80-87143-24-7.
- [3] *Náprava s vlečenými rameny a torzní tyčí* [online]. 2013 [cit. 2018-05-14]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/N%C3%A1prava\\_s\\_vle%C4%8Den%C3%BDmi\\_rameny\\_a\\_torzni%C3%AD\\_ty%C4%8D%C3%AD](https://cs.wikipedia.org/wiki/N%C3%A1prava_s_vle%C4%8Den%C3%BDmi_rameny_a_torzni%C3%AD_ty%C4%8D%C3%AD)
- [4] SAJDL, Jan. *Kliková náprava* [online]. 28.11.2017 [cit. 2018-05-01]. Dostupné z: <http://www.autolexicon.net/cs/articles/klikova-naprava/>
- [5] *Twist-beam rear suspension* [online]. 2017 [cit. 2018-05-14]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Twist-beam\\_rear\\_suspension](https://en.wikipedia.org/wiki/Twist-beam_rear_suspension)
- [6] *Zadní nápravy: Víceprvková, torzní příčka, tuhá... Která je nejlepší?* [online]. 2016 [cit. 2018-05-14]. Dostupné z: <http://www.auto.cz/zadni-napravy-viceprvkova-torzni-pricka-tuha-ktera-nejlepsi-101479>
- [7] *Numerical Simulation of the Kinematic Behavior of a Twist Beam Suspension Using Finite Element Method* [online]. São João del Rei: Department of Mechanical Engineering, 2012 [cit. 2018-05-14]. Dostupné z: <http://article.sapub.org/pdf/10.5923.j.jmea.20120206.05.pdf>
- [8] *Automotive Dictionary: Roll Stiffness meaning* [online]. [cit. 2018-05-17]. Dostupné z: [http://www.automotivedictionary.org/Roll\\_stiffness](http://www.automotivedictionary.org/Roll_stiffness)
- [9] VLK, František. *Dynamika motorových vozidel /*. Vyd. 2. Brno: Prof.Ing.František Vlk,DrSc., nakladatelství a vydavatelství, 2006, 432 s. ISBN 80-239-0024-2.
- [10] *Mechanika tuhého tělesa* [online]. [cit. 2018-05-22]. Dostupné z: <http://radek.jandora.sweb.cz/f04.htm>
- [11] GILLESPIE, Thomas D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992, xxii, 495 s. ISBN 1-56091-199-9.
- [12] MILLIKEN, William a MILLIKEN, Douglas. *Race Car Vehicle Dynamics*. 1st edition. Warrendale: SAE, 1995. 857 s. ISBN 1-56091-526-9.
- [13] *Hystereze* [online]. 2017 [cit. 2018-05-14]. Dostupné z: <https://cs.wikipedia.org/wiki/Hystereze>
- [14] *Kmitání: Dynamika I* [online]. [cit. 2018-05-14]. Dostupné z: [https://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/330/.content/files/dynamika\\_1\\_D11\\_kmitani\\_vlastni.pdf](https://www.fs.vsb.cz/export/sites/fs/330/.content/files/dynamika_1_D11_kmitani_vlastni.pdf)
- [15] VYBÍRAL, Bohumil. *Mechanika pružného tělesa* [online]. [cit. 2018-05-14]. Dostupné z: <http://fyzikalniolympiada.cz/texty/pruznost.pdf>

- [16] *Rotational kinematics* [online]. [cit. 2018-05-14]. Dostupné z: [http://www.stmary.ws/HighSchool/Physics/home/notes/MotionPlane/AP/Rot\\_Kinematics.htm](http://www.stmary.ws/HighSchool/Physics/home/notes/MotionPlane/AP/Rot_Kinematics.htm)
- [17] *Goniometrické funkce* [online]. [cit. 2018-05-14]. Dostupné z: <http://math.feld.cvut.cz/mt/txtb/4/txc3ba4e.htm>
- [18] PROCHÁZKOVÁ, Iva. *Dovolené napětí, bezpečnost* [online]. 2011 [cit. 2018-05-17]. Dostupné z: [http://www.sspu-opava.cz/UserFiles/File/\\_sablon/MEC\\_I/VY\\_32\\_INOVACE\\_G-19-20.pdf](http://www.sspu-opava.cz/UserFiles/File/_sablon/MEC_I/VY_32_INOVACE_G-19-20.pdf)
- [19] *Chyby měření* [online]. [cit. 2018-05-14]. Dostupné z: <https://kfy.zcu.cz/export/sites/kfy/dokumenty/FP1/chyby.pdf>
- [20] ŠŤASTNÝ, František. *Chyby* [online]. 1997 [cit. 2018-05-14]. Dostupné z: [http://amper.ped.muni.cz/jenik/nejistoty/html\\_tree/node6.html](http://amper.ped.muni.cz/jenik/nejistoty/html_tree/node6.html)

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

$a$		veličina
$b$		veličina
$c$		veličina
$d_p$	[mm]	průměr drátu pružiny
$D_p$	[mm]	vnější průměr pružiny
$D_s$	[mm]	průměr stabilizátoru
$E$	[GPa]	modul pružnosti v tahu
$F$	[N]	zatěžující síla
$F_1$	[N]	zatěžující síla
$F_2$	[N]	zatěžující síla
$F_A$	[N]	zatěžující síla z analytického výpočtu
$F_E$	[N]	zatěžující síla z experimentálního měření
$F_y$	[N]	boční síla
$F_{zi}$	[N]	vertikální zatížení vnitřního kola
$F_{zo}$	[N]	vertikální zatížení vnějšího kola
$G$	[GPa]	modul pružnosti ve smyku
$g$	[m·s <sup>-2</sup> ]	gravitační zrychlení
$h'_o$	[m]	poloha těžiště vůči ose klopení
$h''_p$	[m]	výška těžiště přední nápravy
$h''_z$	[m]	výška těžiště zadní nápravy
$h_{CG}$	[m]	výška těžiště
$h_r$	[m]	výška středu klopení
$h_{rb}$	[mm]	svislá poloha referenčního bodu
$i$	[-]	převodový poměr
$i_p$	[-]	převodový poměr pružiny
$I_P$	[mm <sup>4</sup> ]	polární moment
$I_{ps}$	[m <sup>4</sup> ]	polární moment průřezu stabilizátoru
$i_s$	[-]	převodový poměr stabilizátoru
$I_x$	[m <sup>4</sup> ]	polární moment v ose x
$I_y$	[m <sup>4</sup> ]	polární moment v ose y
$k_l$	[N·mm <sup>-1</sup> ]	tuhost součásti
$k_A$	[N·mm <sup>-1</sup> ]	tuhost nápravnice z analytického výpočtu

$k_{Ap}$	$[\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}]$	tuhost pružiny z analytického výpočtu
$k_{bezp}$	$[-]$	bezpečnost
$k_E$	$[\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}]$	tuhost nápravnice z experimentálního měření
$k_{En}$	$[\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}]$	tuhost nápravnice z experimentálního měření
$k_{En+s}$	$[\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}]$	tuhost nápravnice a stabilizátoru z experimentálního měření
$k_{Es}$	$[\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}]$	tuhost stabilizátoru z experimentálního měření
$k_k$	$[\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}]$	tuhost odpružení kola
$k_p$	$[\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}]$	tuhost pružiny
$K_s$	$[\text{N}\cdot\text{mm}\cdot\text{o}^{-1}]$	tuhost stabilizátoru v krutu
$k_s$	$[\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}]$	tuhost stabilizátoru
$k_{sA}$	$[\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}]$	tuhost stabilizátoru z analytického výpočtu
$k_{sA1}$	$[\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}]$	tuhost stabilizátoru z analytického výpočtu
$k_\theta$	$[\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}]$	klopná tuhost nápravnice
$K_\theta$	$[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}]$	klopná tuhost nápravnice
$K_{\theta A}$	$[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}]$	klopná tuhost nápravnice z analytického výpočtu
$K_{\theta E}$	$[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}]$	klopná tuhost nápravnice z experimentálního měření
$K_{\theta E}$	$[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}]$	klopná tuhost z experimentálního měření
$K_{\theta p}$	$[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}]$	klopná tuhost přední nápravy
$K_{\theta z}$	$[\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}]$	klopná tuhost zadní nápravy
$l$	$[\text{mm}]$	délka součásti
$l_1$	$[\text{mm}]$	vzdálenost tělesa od osy rotace
$l_{1p}$	$[\text{mm}]$	vzdálenost pružiny od osy rotace
$l_{1s}$	$[\text{mm}]$	vzdálenost stabilizátoru od osy rotace
$l_s$	$[\text{mm}]$	délka stabilizátoru
$M$	$[\text{N}\cdot\text{m}]$	moment
$m'$	$[\text{kg}]$	hmotnost odpružených částí vozidla
$m''_p$	$[\text{kg}]$	hmotnost přední nápravy
$m''_z$	$[\text{kg}]$	hmotnost zadní nápravy
$M_1$	$[\text{N}\cdot\text{m}]$	moment
$M_2$	$[\text{N}\cdot\text{m}]$	moment
$M_{kl}$	$[\text{N}\cdot\text{m}]$	klopný moment
$MKP$		Metoda Konečných Prvků
$n$	$[-]$	počet činných závitů
$P$		střed klopení kola

$p_p$	[m]	poloha středu klopení přední nápravy
$p_z$	[m]	poloha středu klopení zadní nápravy
$r$	[mm]	vzdálenost působíště síly od dané osy
$R$	[m]	poloměr rejdu
$r_1$	[m]	vzdálenost působíště síly od dané osy
$r_2$	[m]	vzdálenost působíště síly od dané osy
$R_e$	[MPa]	mez kluzu
$S$		střed klopení karoserie
$SK_p$		střed klopení přední nápravy
$SK_z$		střed klopení zadní nápravy
$t$	[m]	rozchod kol
$v$	[m·s <sup>-1</sup> ]	rychlost vozidla
$X$		fyzikální veličina
$x$	[mm]	výška trojúhelníku
$x$	[-]	skutečná hodnota
$\bar{x}$		průměrná hodnota
$x'$	[-]	naměřená hodnota
$z$	[mm]	zdvih
$\alpha$	[°]	úhel
$\alpha$	[°]	úhel
$\Delta h_k$	[m]	posun kola ve svislém směru
$\Delta x$	[-]	absolutní chyba
$\Delta Z_k$	[N]	změna zatížení kol
$\theta$	[°]	úhel naklopení karoserie
$\rho$	[kg·m <sup>-3</sup> ]	hustota
$\sigma_0$		střední kvadratická chyba aritmetického průměru
$\sigma_a$		pravděpodobná chyba veličiny a
$\sigma_b$		pravděpodobná chyba veličiny b
$\sigma_c$		pravděpodobná chyba veličiny c
$\sigma_F$	[N]	pravděpodobná chyba síly
$\sigma_k$	[N·mm <sup>o-1</sup> ]	pravděpodobná chyba tuhosti
$\sigma_{MAX}$	[MPa]	maximální hodnota redukovaného napětí
$\sigma_r$	[mm]	pravděpodobná chyba poloměru

---

$\sigma_X$		pravděpodobná chyba fyzikální veličiny X
$\sigma_z$	[mm]	pravděpodobná chyba zdvihu
$\delta$	[-]	relativní chyba
$\varphi$	[rad]	úhel zkroucení