



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

## ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

## ELEKTROMAGNETICKÝ VÝPOČET INDUKČNÍHO STROJE S VYUŽITÍM OPEN SOURCE PROGRAMU

ELECTROMAGNETIC CALCULATION OF AN INDUCTION MACHINE USING AN OPEN SOURCE PROGRAM

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Vladimír Bílek

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Jan Bárta, Ph.D.

BRNO 2019

# Bakalářská práce

bakalářský studijní obor **Silnoproudá elektrotechnika a elektroenergetika**

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

**Student:** Vladimír Bílek

**ID:** 195658

**Ročník:** 3

**Akademický rok:** 2018/19

## NÁZEV TÉMATU:

### **Elektromagnetický výpočet indukčního stroje s využitím open source programu**

#### POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Na základě literární rešerše popište problematiku elektromagnetického výpočtu elektrických strojů pomocí metody konečných prvků.
2. Vytvořte přehled v současné době používaných programů pro elektromagnetický výpočet elektrických strojů pomocí konečně prvkových metod.
3. V Open Source programu Elmer proveďte výpočet parametrů zadaného indukčního stroje.
4. Vypočtené hodnoty z programu Elmer ověřte měřením na zadaném stroji.

#### DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] A. E. Fitzgerald, Ch. Kingsley, S. Umans "Electric Machinery", McGraw-Hill Companies Inc., 2003. 688 s. ISBN 0-07-112193-5
- [2] J. Luomi. "Finite element methods for electrical machines", Chalmers University of technology, Sweden, 1993. 159s
- [3] Pavel Ponomarev „Elmer FEM, Induction Machine Tutorial“, Research Report VTT-R-02819-17

**Termín zadání:** 4.2.2019

**Termín odevzdání:** 22.5.2019

**Vedoucí práce:** Ing. Jan Bárta, Ph.D.

**Konzultant:**

**doc. Ing. Petr Toman, Ph.D.**  
*předseda oborové rady*

#### UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

## **Abstrakt**

Tato bakalářská práce se zabývá problematikou metody konečných prvků a jejím použitím pro elektromagnetický výpočet indukčních strojů. V první části práce je podrobně pojednáváno o metodě konečných prvků, kde práce popisuje postup výpočtu elektromagnetického modelu a jeho využití v simulačním softwaru. Druhá část práce obsahuje a porovnává seznam placených a open-source simulačních programů. Třetí část práce popisuje tvorbu zadaného elektromagnetického modelu. Čtvrtá část práce pojednává o samotném programu ELMER, jeho možnostech a jeho nastavení. Jsou zde uvedeny i výsledky všech simulací. V páté části jsou výsledky simulací porovnávány s měřeními na reálném stroji. V poslední části je celkové zhodnocení práce.

## **Klíčová slova**

Metoda konečných prvků, Elektromagnetický model, Elektromagnetický výpočet, ELMER, Open-Source programy, časově proměnná simulace, časově harmonická analýza

## **Abstract**

This bachelor thesis deals with issues of finite element method and its use for electromagnetic calculation of induction machine. The first part of the thesis deals in details about finite element method, where the thesis describes the procedure of calculation of electromagnetic model and its use in simulation software. The second part contains and compares the list of paid and open-source simulation programs. The third part describes the creation of the specified electromagnetic model. The fourth part of thesis represents program ELMER, program's possibilities and how to set up scripts for simulation. The fifth part compares simulation results with measurements on real induction machine. The last part is the overall evaluation of the thesis.

## **Keywords**

Finite element method, Electromagnetic model, Electromagnetic Calculation, ELMER, Open-Source programs, time transient simulation, time harmonics analysis

## **Bibliografické citace:**

BÍLEK, Vladimír. Elektromagnetický výpočet indukčního stroje s využitím open source programu. Brno, 2019. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/117550>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky. Vedoucí práce Jan Bárta.

# Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma „Elektromagnetický výpočet indukčního stroje s využitím open source programu“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne .....

Podpis autora .....

## **Poděkování**

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Janu Bártovi, Phd. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne .....

Podpis autora .....

# Obsah

<b>Seznam obrázků</b> .....	1
<b>Seznam tabulek</b> .....	4
<b>Seznam symbolů a zkratk</b> .....	4
<b>Úvod</b> .....	10
<b>1 Metoda konečných prvků</b> .....	11
1.1 Problematika řešení numerických úloh .....	11
1.2 Stručná historie a rozvoj metody konečných prvků .....	12
1.3 Popis metody konečných prvků .....	12
1.3.1 Diskretizace zkoumané oblasti do konečného počtu prvků a generace sítě ...	14
1.3.2 Aproximace potenciálu na jednotlivých prvcích z uzlových hodnot .....	16
1.3.3 Sestavení soustavy rovnic pro neznámé uzlové potenciály .....	21
1.3.4 Vyřešení soustavy rovnic .....	25
1.3.5 Výpočet dodatečných veličin a zobrazení výsledků .....	26
1.4 Struktura současného profesionálního softwaru .....	28
1.4.1 Preprocesor .....	28
1.4.2 Procesor .....	29
1.4.3 Postprocesor .....	29
<b>2 Přehled současně používaných programů využívající metodu konečných prvků</b> .....	31
<b>3 Tvorba elektromagnetického modelu</b> .....	35
3.1 Přehled parametrů elektromagnetického modelu .....	35
3.2 Postup tvorby geometrie elektromagnetického modelu .....	36
3.2.1 Tvorba statoru a rotoru 3-fázového asynchronního motoru .....	36
<b>4 Simulace elektromagnetického modelu v programu ELMER</b> .....	41
4.1 Princip simulace v programu ELMER .....	41
4.2 Výpočet analytických veličin použitých v simulacích .....	41
4.2.1 Výpočet indukčnosti čela vinutí .....	42
4.2.2 Výpočet odporu a indukčnosti kruhu nakrátko mezi dvěma tyčemi .....	43
4.2.3 Extrapolace B-H křivky .....	46
4.3 Příprava simulací v programu ELMER .....	49
4.3.1 Skript s parametry stroje a definovanou napájecí soustavou .....	50

4.3.2	Skript definující rotorovou klec nakrátko .....	53
4.3.3	Popis struktury hlavního skriptu.....	55
4.4	<i>Časově proměnná elektromagnetická simulace</i> .....	64
4.4.1	Skript časově proměnné elektromagnetické simulace .....	64
4.4.2	Výsledky časově proměnné elektromagnetické simulace .....	69
4.5	<i>Časově harmonická elektromagnetická analýza</i> .....	75
4.5.1	Skript pro časově harmonickou elektromagnetickou analýzu.....	76
4.5.2	Výsledky harmonické analýzy .....	80
4.6	<i>Časově proměnná elektromagnetická simulace pro výpočet ztrát v železe</i> .....	84
4.6.1	Skript pro časově proměnnou elektromagnetickou simulaci pro výpočet ztrát v železe .....	84
4.6.2	Výsledky časově proměnné simulace pro výpočet ztrát v železe.....	87
4.7	<i>Časově proměnná elektromagnetická simulace pro skokového zatížení motoru</i> .....	88
4.7.1	Skript pro časově proměnné elektromagnetickou simulaci se skokovým zatížením motoru.....	88
4.7.2	Výsledky časově proměnné simulace se skokovým zatížením motoru .....	90
4.8	<i>Časově proměnná elektromagnetická simulace pro více režů motoru</i> .....	95
4.8.1	Skript pro časově proměnnou elektromagnetickou simulaci pro více režů motoru .....	96
4.8.2	Výsledky časově proměnné simulace s více režy motoru.....	98
<b>5</b>	<b><i>Porovnání výsledků simulací s naměřenými hodnotami reálného stroje</i></b> .....	<b>105</b>
5.1	<i>Popis měřicího stanoviště</i> .....	105
5.2	<i>Srovnání měřených a simulovaných závislostí</i> .....	106
5.3	<i>Porovnání náhradních schémat pro naměřené a simulované hodnoty</i> .....	108
5.3.1	Náhradní schéma pro měřený motor .....	108
5.4	<i>Náhradní schéma pro model časově proměnné simulace</i> .....	112
5.5	<i>Náhradní schéma pro model harmonické analýzy</i> .....	114
	<b><i>Závěr</i></b> .....	<b>116</b>
	<b><i>Literatura</i></b> .....	<b>122</b>
	<b><i>Příloha A - Materiálové údaje motoru</i></b> .....	<b>125</b>
	<b><i>Příloha B - Výsledky naměřených a vypočítaných hodnot motoru</i></b> .....	<b>127</b>

# Seznam obrázků

Obr. 1.1:	Příklady konečných prvků: (a) 1D, (b) 2D a (c) 3D prostředí [2]. . . . .	14
Obr. 1.2:	Příklad rozdělení oblasti do konečného počtu prvků u dvou materiálových rozhraní [4]. . . . .	15
Obr. 1.3:	Lineární 2D: a) globální tvarové funkce, b) lokální tvarová funkce [6].	16
Obr. 1.4:	Lineární interpolace v 1D úloze [6]. . . . .	17
Obr. 1.5:	Aproximace distribučního potenciálu na 2D regionu [2]. . . . .	19
Obr. 1.6:	Trojúhelníkový konečný prvek a souřadnicová transformace: a) referenční prvek v lokální ploše $\xi - \eta$ , b) reálný prvek v globální ploše $x - y$ [2]. . . . .	19
Obr. 1.7:	Dva globálně očíslované trojúhelníkové konečné prvky [6]. . . . .	22
Obr. 1.8:	Dirichletova (a) a Neumannova (b) okrajová podmínka [10]. . . . .	24
Obr. 1.9:	Periodická okrajová podmínka [10]. . . . .	24
Obr. 1.10:	Rozložení hustoty magnetického toku $B$ ve skalárním (a) a vektorovém (b) poli [13]. . . . .	27
Obr. 3.1:	Vytvořená geometrie pomocí bodů zubu statoru (a) a drážky rotoru (b).	37
Obr. 3.2:	Spojené body geometrie zubu statoru (a) a drážky rotoru (b). . . . .	37
Obr. 3.3:	Výsledná geometrie statoru (a) a rotoru (b). . . . .	38
Obr. 3.4:	Vytvoření sítě konečných prvků v statoru (a) a rotoru (b). . . . .	39
Obr. 3.5:	Importovaná geometrie statoru a rotoru v podprogramu ELMERGUI.	40
Obr. 4.1:	Blokový diagram znázorňující princip celkový průběh simulace v programu ELMER. . . . .	41
Obr. 4.2:	Rozměry čela vinutí stroje [22]. . . . .	43
Obr. 4.3:	Rozměry čela kruhu nakrátko [23]. . . . .	44
Obr. 4.4:	Metoda extrapolace B-H křivky [24]. . . . .	47
Obr. 4.5:	Extrapolovaná B-H křivka. . . . .	49
Obr. 4.6:	Schéma reprezentující jednu statorovou fázi motoru (a) [18] a modelovaná část vinutí statorové fáze (b) [18]. . . . .	51
Obr. 4.7:	Schéma reprezentující rotorovou klec nakrátko [18]. . . . .	53
Obr. 4.8:	Časový průběh momentu motoru pro časově proměnnou simulaci. . .	69
Obr. 4.9:	Detail časového průběhu momentu pro časově proměnnou simulaci. .	70
Obr. 4.10:	Časový průběh napájecích proudů pro časově proměnnou simulaci. .	71

Obr. 4.11: Detail časového průběhu napájecích proudů pro časově proměnnou simulaci. . . . .	71
Obr. 4.12: Průběhy proudů indukovaných v rotorových tyčích v závislosti na čase. . . . .	72
Obr. 4.13: Detail průběhů proudů v rotorových tyčích v závislosti na čase. . . . .	72
Obr. 4.14: Závislost momentu na otáčkách pro časově proměnnou simulaci. . . . .	73
Obr. 4.15: Závislost proudu na otáčkách pro časově proměnnou simulaci. . . . .	73
Obr. 4.16: Rozložení magnetické indukce ve skalárním poli pro časově proměnnou simulaci. . . . .	74
Obr. 4.17: Průběh rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře v závislosti na poloze. . . . .	75
Obr. 4.18: Závislost momentu na otáčkách pro harmonickou analýzu. . . . .	81
Obr. 4.19: Závislost proudu na otáčkách pro harmonickou analýzu. . . . .	81
Obr. 4.20: Průběh momentu závislý na úhlu otočení rotoru pro harmonickou analýzu. . . . .	82
Obr. 4.21: Rozložení reálné složky magnetické indukce ve skalárním poli pro harmonickou analýzu. . . . .	82
Obr. 4.22: Rozložení imaginární složky magnetické indukce ve skalárním poli pro harmonickou analýzu. . . . .	83
Obr. 4.23: Průběh rozložení reálné části magnetické indukce ve vzduché mezeře v závislosti na poloze pro harmonickou analýzu. . . . .	83
Obr. 4.24: Průběh rozložení imaginární části magnetické indukce ve vzduché mezeře v závislosti na poloze pro harmonickou analýzu. . . . .	84
Obr. 4.25: Rozložení ztrát v železe ve skalárním poli pro časově proměnnou simulaci. . . . .	87
Obr. 4.26: Časový průběh momentu pro časově proměnnou simulaci se skokovým zatížením motoru při jeho startu. . . . .	91
Obr. 4.27: Časový průběh proudu pro časově proměnnou simulaci se skokovým zatížením motoru při jeho startu. . . . .	91
Obr. 4.28: Časový průběh rychlosti pro časově proměnnou simulaci se skokovým zatížením motoru při jeho startu. . . . .	92
Obr. 4.29: Rozložení magnetické indukce ve skalárním poli pro časově proměnnou simulaci se skokovým zatížením motoru při jeho startu. . . . .	92
Obr. 4.30: Rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro časově proměnnou simulaci se skokovým zatížením motoru při jeho startu. . . . .	93
Obr. 4.31: Časový průběh momentu pro časově proměnnou simulaci se skokovým zatížením motoru v čase 0,2 s. . . . .	94
Obr. 4.32: Časový průběh proudu pro časově proměnnou simulaci se skokovým zatížením motoru v čase 0,2 s. . . . .	94

Obr. 4.33:	Časový průběh rychlosti pro časově proměnnou simulaci se skokovým zatížením motoru v čase 0,2 s. . . . .	95
Obr. 4.34:	Časový průběh momentu motoru pro časově proměnnou simulaci více řezů motoru. . . . .	99
Obr. 4.35:	Detail časového průběhu momentu pro časově proměnnou simulaci více řezů motoru. . . . .	99
Obr. 4.36:	Časový průběhu napájecích proudů pro časově proměnnou simulaci s více řezy motoru. . . . .	100
Obr. 4.37:	Detail časového průběhu napájecích proudů pro časově proměnnou simulaci s více řezy motoru. . . . .	100
Obr. 4.38:	Časový průběhu indukovaných proudů rotorových tyčí pro časově proměnnou simulaci s více řezy motoru. . . . .	101
Obr. 4.39:	Detail časového průběhu indukovaných proudů rotorových tyčí pro časově proměnnou simulaci s více řezy motoru. . . . .	101
Obr. 4.40:	Rozložení magnetické indukce ve skalárním poli pro časově proměnnou simulaci s více řezy motoru. . . . .	102
Obr. 4.41:	Rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro 1. řez motoru.	103
Obr. 4.42:	Rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro 2. řez motoru.	103
Obr. 4.43:	Rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro 3. řez motoru.	104
Obr. 4.44:	Rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro 4. řez motoru.	104
Obr. 5.1:	Sestava měřicího stanoviště. . . . .	105
Obr. 5.2:	Porovnání závislostí momentu na otáčkách. . . . .	106
Obr. 5.3:	Porovnání závislostí proudu na otáčkách. . . . .	107
Obr. 5.4:	Náhradní schéma měřeného motoru. . . . .	110
Obr. 5.5:	Fázorový diagram náhradního schématu měřeného motoru. . . . .	111
Obr. 5.6:	Náhradní schéma pro časově proměnnou simulaci elektromagnetického modelu. . . . .	112
Obr. 5.7:	Fázorový diagram náhradního schématu pro časově proměnnou simulaci modelu. . . . .	113
Obr. 5.8:	Náhradní schéma pro harmonickou analýzu elektromagnetického modelu. . . . .	114
Obr. 5.9:	Fázorový diagram náhradního schématu pro harmonickou analýzu modelu. . . . .	115

# Seznam tabulek

Tab. 2.1:	Přehled placených programů využívající FEM s přiřazenými výrobci, geometrií, podpory platformy a rokem vydáním programu. . . . .	31
Tab. 2.2:	Seznam placených programů s přiřazenými webovými stránkami produktu a krátkým popisem programu. . . . .	32
Tab. 2.3:	Přehled open-source programů využívající FEM s přiřazenými výrobci, geometrií, podpory platformy a rokem vydáním programu. . . . .	33
Tab. 2.4:	Seznam open-source programů s přiřazenými webovými stránkami produktu a krátkým popisem programu. . . . .	34
Tab. 3.1:	Přehled parametrů 3-fázového asynchronního motoru. . . . .	35
Tab. 3.2:	Přehled geometrických rozměrů a použitého materiálu statoru a rotoru 3-fázového asynchronního motoru. . . . .	35
Tab. 4.1:	Geometrické rozměry pro kroužek nakrátko . . . . .	43
Tab. 5.1:	Naměřené hodnoty při měření naprázdno a nakrátko . . . . .	108
Tab. 5.2:	Hodnoty bazových a poměrných jednotek fázového diagramu měřeného motoru. . . . .	111
Tab. 5.3:	Naměřené hodnoty při měření naprázdno a nakrátko . . . . .	112
Tab. 5.4:	Hodnoty bazových a poměrných jednotek fázového diagramu časově proměnné simulace. . . . .	113
Tab. 5.5:	Naměřené hodnoty při měření naprázdno a nakrátko . . . . .	114
Tab. 5.6:	Hodnoty bazových a poměrných jednotek fázového diagramu časově harmonické simulace. . . . .	115

# Seznam symbolů a zkratek

Značka	Veličina	Jednotka
$A$	Magnetický potenciál	[Wb/m]
$A$	Matice ostatních prvků	[-]
$A_{nn}, b_n$	Hodnoty koeficientu	[-]
$a, b, c, d$	Konstanty tvarových funkcí	[-]
$a_N$	Exponent pro frekvenci ztrát v železe	[-]
$a_k$	Kvadratický člen kvadratické extrapolační funkce	[Hm <sup>-1</sup> T <sup>-1</sup> ]
$B$	Matice primárních prvků	[-]
$B$	Magnetická indukce	[T]
$B_n$	Magnetická indukce v n-tém bodě B-H křivky	[T]
$B_s$	Magnetická indukce mezi druhým a třetím regionem B-H křivky	[T]
$B_k$	Maximální hodnota magnetické indukce K-té harmonické složky	[T]
$b_k$	Lineární člen kvadratické extrapolační funkce	[mH <sup>-1</sup> ]
$b_N$	Exponent pro velikost ztrát v železe	[-]
$C$	Kapacita	[F]
$C_N(f)$	Koeficient ztrát v železe	[-]
$c_k$	Absolutní člen kvadratické extrapolační funkce	[Am <sup>-1</sup> ]
$D_{aext}$	Průměr kruhu nakrátko	[m]
$D_{ext}$	Vnější průměr rotoru	[mm]
$D_i$	Vnitřní průměr tyče u kruhu nakrátko	[mm]
$D_{s0}$	Střední hodnota průměru vinutí	[mm]
$D_r$	Průměr rotoru u středu rotorové tyče	[mm]
$D_v$	Průměr délky vzduchové mezery	[mm]
$D_{req}$	Střední průměr kruhu nakrátko	[m]
$d$	Hustota magnetického materiálu	[gcm <sup>-3</sup> ]
$d$	Vektor směru hledání	[-]
$E$	Intenzita elektrického pole	[V/m]
$E_m$	Vnitřní elektromotorická síla motoru	[V]
$E_s$	Vstupní elektromotorická síla motoru	[V]
$e$	Konečný prvek	[-]
$e$	Šířka kruhu nakrátko	[mm]
$e_{eq}$	Střední hodnota šířky kruhu nakrátko	[m]
$F$	Skalární funkce	[-]
$F(t)$	Matice pro zdroj napájení	[-]
$f$	Vektor pravé strany	[-]

$f_i$	Celkový příspěvek vektoru pravé strany v bodě $i$	[-]
$f_i^{(e)}$	Příspěvek elementu vektoru pravé strany v bodě $i$	[-]
$f_k$	K-tá harmonická složka frekvence	[Hz]
$G_{Al}$	Vodivost hliníku	[Smm <sup>-2</sup> ]
$G_{Cu}$	Vodivost mědi	[Smm <sup>-2</sup> ]
$g, k$	Konstanty příspěvku vektoru	[-]
$H$	Intenzita magnetického pole	[A/m]
$H_n$	Intenzita magnetického pole v n-tém bodě B-H křivky	[Am <sup>-1</sup> ]
$H_r$	Výška rotorové tyče	[mm]
$h$	Výška statorového zubu	[mm]
$h_b$	Střední výška kruhu nakrátko	[m]
$h_{eq}$	Korigovaná výška kruhu nakrátko	[m]
$h_p$	Zkorigovaná výška kruhu nakrátko	[m]
$h_r$	Výška kruhu nakrátko	[mm]
$I$	Napájecí proud motoru	[A]
$I_{Mer}$	Měřený napájecí proud motoru	[A]
$I_0$	Proud naprázdno	[A]
$I_1$	Celkový vypočítaný proud motoru	[A]
$I_b$	Bázová hodnota proudu	[A]
$I_{Fe}$	Proud tekoucí odporem reprezentující ztráty v železe	[A]
$I_k$	Proud nakrátko	[A]
$I_M$	Magnetizační proud	[A]
$I_m$	Magnetizační proud motoru	[A]
$I_s$	Statorový proud motoru	[A]
$I'_r$	Rotorový proud motoru přepočítaný na statorovou část motoru	[A]
$J$	Proudová hustota	[A/m <sup>2</sup> ]
$J_r$	Vlastní moment setrvačnosti motoru	[Kgm <sup>2</sup> ]
$J_s$	Saturace magnetické polarizace	[T]
$K$	Korekční činitel šířky kruhu nakrátko	[-]
$k$	Souřadnice matice	[-]
$L_b$	Bázová hodnota indukčnosti	[H]
$L_{ew}$	Indukčnost čela vinutí	[H]
$L_{er}$	Indukčnost kruhu nakrátko mezi dvěma rotovými tyčemi	[nH]
$L_i^r(x)$	Lagrangeův interpolační polynom	[-]
$L_{r\sigma}$	Rotorová indukčnost vinutí	[H]
$L_{s\sigma}$	Statorová indukčnost vinutí	[H]
$l_{ew}$	Příčná délka čela vinutí	[mm]
$l_w$	Délka čela statorového vinutí	[mm]

$M$	Moment motoru	[Nm]
$M_{Max}$	Moment zvratu motoru	[Nm]
$M_{Mer}$	Měřený moment motoru	[Nm]
$M_z$	Zátěžný moment motoru	[Nm]
$m$	Počet fází motoru	[-]
$m$	Počet iretačních kroků	[-]
$N$	Celkový počet vodičů ve statorové drážce	[-]
$N_{i,j}(x)$	Tvarová funkce v bodech i, j	[-]
$N_i^{(e)}; N_i^{(e)}(x, y, z)$	Tvarová funkce pro konečný prvek v bodě i	[-]
$N(x)$	Tvarová funkce	[-]
$n$	Jednotka normály	[-]
$O$	Střední hodnota obvodu vinutí	[mm]
$P$	Výkon motoru	[W]
$P_0$	Výkon naprázdno	[W]
$P_k$	Celkové ztráty v železe	[W]
$Q$	Počet statorových drážek	[-]
$q$	Počet drážek na pól a fázi	[-]
$R$	Rezistivita magnetického materiálu	$[\mu\Omega\text{cm}]$
$R_1$	Odpor statorového vinutí	$[\Omega]$
$R'_2$	Odpor rotorového vinutí přepočítaný na statorovou stranu motoru	$[\Omega]$
$R_a$	Celkový odpor kruhu nakrátko	$[\Omega]$
$R_b$	Bázová hodnota odporu vinutí	$[\Omega]$
$R_{er}$	Odpor kruhu nakrátko mezi dvěma rotorovými tyčemi	$[\mu\Omega]$
$R_{Fe}$	Odpor reprezentující ztráty v železe	$[\Omega]$
$R_k$	Celkový odpor nakrátko	$[\Omega]$
$R_s$	Odpor statorového vinutí	$[\Omega]$
$R'_r$	Odpor rotorového vinutí přepočítaný na statorovou stranu motoru	$[\Omega]$
$r$	Residuální vektor	[-]
$r$	Stupeň Lagrangeova polynomu	[-]
$res(x, y, z, V_j)$	Reziduum (zbytek)	[-]
$S$	Matice elementů	[-]
$S_{i,j}$	Celkový příspěvek matice elementů v bodech i, j	[-]
$S_{ij}^{(e)}$	Příspěvek matice elementu v bodech i, j	[-]
$s$	Skluz motoru	[-]
$s_{Max}$	Skluz zvratu motoru	[-]
$U_0$	Napětí naprázdno	[V]
$U_b$	Bázová hodnota napětí	[V]
$U_{Jmen}$	Jmenovité napětí motoru	[V]

$U_{Mer}$	Měřené napětí motoru	[V]
$U_k$	Napětí nakrátko	[V]
$U_m$	Vnitřní indukované napětí motoru	[V]
$U_s$	Napětí na vstupu statorové části motoru	[V]
$U'_s$	Napětí statorové částí motoru snižená o úbytek napětí na činném odporu	[V]
$u$	Obecná funkce, neznámý potenciál	[-]
$u_{i,j}$	Hodnota funkce v uzlových bodech i, j	[-]
$V; V(x, y)$	Obecný distribuční potenciál, funkce	[-]
$V_e; V_e(x, y)$	Potenciál konečného prvku	[-]
$V_{i,j}$	Obecný distribuční potenciál v uzlových bodech i, j	[-]
$W_e$	Celková energie	[J]
$W_{ew}$	Podélná délka čela vinutí	[mm]
$W^{(e)}$	Energie prvku	[J]
$w_i$	Aproximační funkce	[-]
$X$	Poměr korigované výšky kruhu nakrátko a střední výšky kruhu nakrátko	[m]
$X_k$	Celková rozptylová reaktance statorového a rotorového vinutí	[ $\Omega$ ]
$X_M$	Magnetizační reaktance	[ $\Omega$ ]
$X_{r1}$	Rozptylová reaktance statorového vinutí	[ $\Omega$ ]
$X'_{r2}$	Rozptylová reaktance rotorového vinutí přepočítaná na statorovou stranu motoru	[ $\Omega$ ]
$x$	Souřadnice bodu	[-]
$x_{i,j}$	Souřadnice v uzlových bodech i a j	[-]
$x_n$	Neznámá hodnota	[-]
$Z_1$	Celková vypočítaná impedance motoru	[ $\Omega$ ]
$Z_k$	Celková impedance nakrátko	[ $\Omega$ ]
$\alpha$	Koeficient teplotní roztažnosti	[ $K^{-1}$ ]
$\alpha_k, \beta_k$	Iretační krok	[-]
$\gamma$	Faktor počáteční chyby	[-]
$\Delta$	Plocha referenčního prvku	[-]
$\epsilon(\epsilon)$	Koeficient rozšíření výšky kruhu nakrátko	[-]
$\epsilon$	Koeficient rozšíření šířky kruhu nakrátko	[-]
$\epsilon$	Permitivita	[F/m]
$\eta, \xi$	Souřadnice popisující lokální plochu konečného prvku	[-]
$\kappa(A)$	Stavové číslo matice A	[-]
$\lambda_{1ew}, \lambda_{Wew}$	Faktory rozptylové permeance čela vinutí	[-]
$\lambda_a$	Koeficient geometrické korekce	[-]
$\lambda_w$	Konstanta pro příbytek délky čela vinutí	[-]
$\mu_0$	Permeabilita vakua	[ $Hm^{-1}$ ]

$\mu_n$	Relativní permeabilita mezi prvním a druhým regionem B-H křivky	$[\text{Hm}^{-1}]$
$\mu_r$	Relativní permeabilita	$[\text{Hm}^{-1}]$
$\rho$	Objemová hustota náboje	$[\text{C}/\text{m}^3]$
$\rho_{Al}$	Rezistivita hliníku	$[\Omega\text{m}]$
$\rho_{Cu}$	Rezistivita mědi	$[\Omega\text{m}]$
$\tau'_p$	Pólová rozteč	$[\text{mm}]$
$\tau'_u$	Rozteč statorového zubu	$[\text{mm}]$
$\Psi_b$	Bázová hodnota celkového spřaženého magnetického toku	$[\text{Vs}]$
$\Psi_m$	Magnetizační spřažený magnetický tok	$[\text{Vs}]$
$\Psi_s$	Spřažený magnetický tok statorového vinutí	$[\text{Vs}]$
$\Psi'_r$	Spřažený magnetický tok rotorového vinutí	$[\text{Vs}]$
$\Omega$	Zkoumaný region	$[-]$
$\omega$	Úhlová rychlost	$[\text{rads}^{-1}]$
$\omega_b$	Bázová hodnota úhlové rychlosti	$[\text{rads}^{-1}]$

<b>Zkratka</b>	<b>Popis</b>
CAD	Počítačová podpora konstruování (Computer aided design)
FEM	Metoda konečných prvků (Finite element method)
FEA	Analýza metodou konečných prvků (Finite element analysis)
PWM	Půlzně šířková modulace (Pulse Width Simulation)

# ÚVOD

Na dnešním trhu se na firmy, které se specializují na konstrukci elektrických strojů, přístrojů nebo jiných elektrických komponentů, klade čím dál větší nátlak na rychlost výroby, vysoké kvality produktu, ale hlavně nízké ceny produktu, který je na dnešním ekonomickém trhu klíčový. Velké firmy jako Siemens, které mají velké finanční prostředky a prvotřídní vybavení, nemusejí mít s těmito faktory problémy. Pro malé firmy mohou být takové podmínky, z hlediska financí, fatální. Proto musí svůj vývoj a výrobu co nejvíce zefektivnit. Nejlepším řešením je použití simulačních softwarových programů, využívající metodu konečných prvků, jako je ANSYS, ABAQUS nebo NASTRAN sloužící pro prvotní ověření analytických výpočtů, případně korekce a vylepšení vyvíjených produktů. Takové prostředky pro vývoj si, ale nemusí menší firmy dovolit, skrze jejich cenu, která může být až několik tisíc dolarů ročně. Jedinou alternativou jsou open source programy využívající metodu konečných prvků jako je např. ELMER, Agros2D, MFEM, a další. Mezi jejich přednosti patří podobné simulační vlastnosti a prostředí, jako u placených programů, s neméně přesnými výsledky simulací. Jako největší výhoda se dá považovat snadná dostupnost pro komerční i nekomerční účely.

Tato práce se zabývá popisem a využitím metody konečných prvků pro elektromagnetický výpočet elektrických strojů, porovnání placených a open source programů využívající výpočet pomocí metody konečných prvků. V práci je uveden stručný postup navržení geometrie elektromagnetického modelu pro program Elmer, prostřednictvím programu ONELAB. Hlavní částí této práce je pak ukázka možností samotného programu Elmer, kde jsou ukázány některé typy simulací pro elektromagnetický výpočet. Mezi tyto simulace patří zejména časově proměnná a časově harmonická simulace, výpočet ztrát v železe motoru, časově proměnná simulace pro skokové zatížení motoru a časově proměnná simulace využívající více řezů simulovaného elektromagnetického modelu. Na závěr práce bylo provedeno měření na reálném motoru, jehož výsledky jsou porovnány s těmi ze simulace. Všechny výsledky jsou prodiskutovány v závěru.

# 1 Metoda konečných prvků

## 1.1 Problematika řešení numerických úloh

V technickém odvětví se běžně setkáváme s komplexními technickými problémy, které nelze vyřešit pouhým analytickým výpočtem nebo experimentem. Použití analytického výpočtu by mohlo vést k rozsáhlému časově náročnému problému, jehož řešení by nemuselo být jednoduché nebo proveditelné. Experimenty nemusí dosáhnout taktéž korektního výsledku a mohou být drahé, časově náročné, okolnímu prostředí nebezpečné. Za další nevýhodu můžeme považovat malou flexibilitu změny parametrů a veličin pro daný experiment [1].

Většina úloh, potažmo problémů se kterými se můžeme v reálném světě setkat, se řeší v 1D, 2D nebo 3D prostředí. Nutno podotknout, že úlohy v 1D prostředí mají jednoduchou geometrii a většinou se jedná o jednoduché, časově nenáročné symetrické úlohy řešitelné pomocí analytických metod. S těmito typy úloh se v praxi moc často neseťkáváme. Častěji se setkáváme s úlohy ve 2D a 3D prostředí, které mají daleko více komplexní geometrii a o poznání složitější řešení z hlediska nutnosti využití pokročilých matematických znalostí, zejména využití parciálních diferenciálních rovnic. Čas potřebný pro vyřešení takových úloh, pomocí čistě analytických metod, by byl značný a úlohy by nemusely být proveditelné. Vědci a inženýři tedy našli způsob jak tyto problémy nebo úlohy lze řešit, a to pomocí numerických metod využívající analytické zjednodušení, díky kterým řešení daného problému je jednoduché nebo se značně zjednoduší. Tyto metody výpočtu se využívají pro výpočet kontinuí a fyzikálních polí. Následující metody jsou nejvíce použity pro řešení úloh elektromagnetismu, kterými se zabývá publikace [2]:

### A. Analytické metody (exaktní řešení)

- Separace proměnných
- Číselné řady
- Konformní mapování
- Integrovní řešení, např., Laplaceova a Fourierova transformace
- Perturbační metody

### B. Numerické metody (aproximační řešení)

- Metoda konečných diferencí
- Metoda vážených reziduí
- Momentová metoda

- Metoda konečných prvků
- Metoda přenosových matic
- Metoda Monte Carlo
- "Method of Lines"

Všechny výše uvedené metody, nám při řešení úloh, dají aproximované řešení s dostatečnou přesností, které pro inženýrské účely stačí [2]. V dalších kapitolách se tato práce bude věnovat metodě konečných prvků.

## 1.2 Stručná historie a rozvoj metody konečných prvků

V posledních letech se s dramatickým rozvojem výpočetní techniky, objevily nové a daleko efektivnější metody pro řešení komplexních problémů ve velké škále oborů. FEM má svůj původ ve strukturální analýze polí. První matematické zpracování FEM bylo ve 40. letech minulého století, Richardem Courantem. Tato metoda byla představena inženýry až koncem 50. a začátkem 60. let minulého století jako numerická řešení parciálních diferenciálních rovnic pro kosmický a letecký průmysl. Během 60. a 70. let minulého století byla inženýři a matematiky vyvinuta jako obecná numerická metoda pro řešení parciálních diferenciálních rovnic a integrálních rovnic. Od té doby je FEM bezpochyby nejpoužívanější a nejefektivnější numerická metoda použitá ve výpočetní technice při řešení rozsáhlých problémů jako jsou mechanika tekutin, jaderné inženýrství, elektromagnetismus, elektrostatika, vedení tepla, šíření vln a mnoho dalších [3].

## 1.3 Popis metody konečných prvků

V podstatě se jedná o numerickou metodu řešící obyčejné a parciální diferenciální rovnice přes, diskretizovaný polynomicky aproximovaný region, kde se pomocí soustavy rovnic vypočítá hledaná aproximovaná hodnota veličiny [4]. Jednoduše řečeno zkoumaná oblast řešené úlohy pro hledaný distribuční potenciál, je rozdělen na mnohem menší regiony, které se nazývají konečné prvky. Též můžeme tento postup pojmenovat jako diskretizaci zkoumané oblasti na konečný počet prvků. Pro praktické účely se vytvoří síť uzlových bodů, nebo také uzlů, které se umístí na vrcholky konečných prvků. Hledaný distribuční potenciál, je aproximován v každém elementu jednoduchou funkcí, většinou polynomem. Koeficienty polynomu jsou vybrány tak, aby přibližně splňovaly variační princip, např. minimalizaci energie pole. Mezi definované uzly se použije tato aproximovaná funkce polynomu k interpolaci proměnného potenciálu, který má být řešen mezi hodnotami v uzlech tj. mezi uzlovými body. Integrací přes konečné prvky nám dá systém rovnic pro uzlové hodnoty. Vyřešením soustavy rovnic obdržíme aproximované řešení počítaného potenciálu v celém regionu [5]. Obecně jsou

tři matematické možnosti jak pomocí FEM lze vyčíslit hodnoty a to pomocí Ritzovy, Galerkinovy nebo Rayleighovy - Ritzovy metody [4].

Ve výpočetní technice se pro simulace využívá FEA. FEA je implementace FEM pro řešení konkrétních typů úloh, které předem musíme znát k správné definici v simulačním softwaru a dosažení korektního výsledku výpočtů. Typy analýz, kterými se zabývá publikace [4], jsou:

- **Magnetostatická analýza** - jedná se o analýzu modelů, ve kterých vzniká magnetostatické pole. Analyzovaná zařízení jsou cívky, elektrické motory, permanentní magnety, disková zařízení a další. Hledané veličiny jsou hustota magnetického pole, intenzita magnetického pole, magnetický moment a magnetické spřažení.
- **Časově proměnná elektromagnetická analýza** - analýza modelu je časově závislá a vypočítané parametry se mění s časem a je tedy vhodné pro simulování přechodových dějů. Tyto typy analýz se používají u solenoidů, elektrických motorů, transformátorů a dalších. Hledané veličiny jsou proud, napětí, vygenerované Jouleovo teplo, hustota magnetického pole, intenzita magnetického pole, moment.
- **Časová harmonická elektromagnetická analýza** - analýza modelu probíhá v ustáleném stavu s využitím harmonických funkcí a je vhodná pro rychlý výpočet. Použití analýzy a hledané veličiny jsou stejné jako u časově proměnné elektromagnetické analýzy.
- **Elektrostatická analýza** - jedná se o analýzu modelů, ve kterých vzniká elektrostatické pole. Využívají se pro návrh a analýzu různých kapacitních systémů jako jsou kondenzátory, pojistky, přenosové vedení a další.
- **Analýza elektrického proudu** - pro analýzu různorodých vodivých systémů a v modelu zkoumá např. ztráty vířivými proudy. Hledané veličiny jsou napětí, proudová hustota, elektrické ztráty (Jouleovo teplo).
- **Termální analýza** - má velký význam v návrhu mnoha mechanických a elektrických systémů. Přechodová analýza je schopná simulovat přechod distribuovaného tepla mezi dvěma tepelnými stavy systému. Hledané veličiny jsou teplotní distribuce, tepelný gradient a tepelné ztráty.
- **Pevnostní analýza** - má velký význam v návrhu mnoha mechanických a elektrických komponentů. Hledané veličiny jsou tlak, střih a jiné typy namáhání.

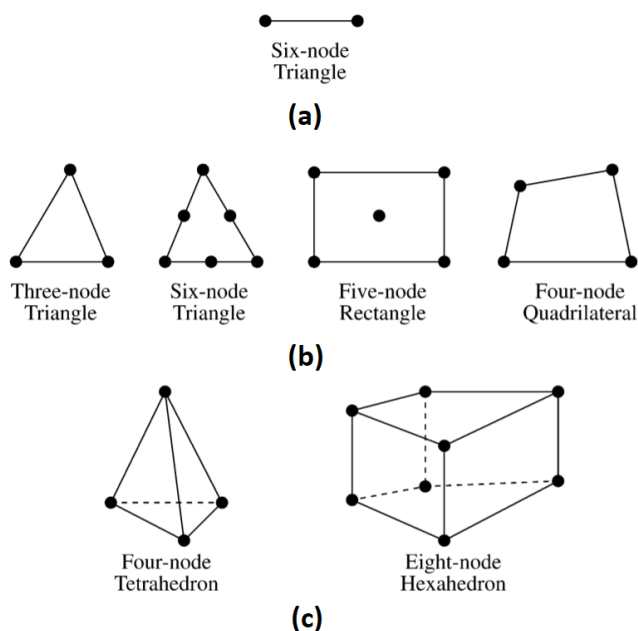
První 4 analýzy se používají pro řešení elektrické části úlohy a řídí se podle Maxwellových rovnic, neboli Ampérova zákona, zákona elektromagnetické indukce, Gaussova zákona a zákona o neexistenci elektromagnetického náboje. Poslední 2 analýzy se používají pro konstrukční řešení úlohy. V praxi většinou řešíme elektrickou i konstrukční část úlohy zároveň.

Při řešení úlohy užitím simulačního softwaru se vždy postupuje metodicky podle pěti následujících kroků [5]:

1. Diskretizace zkoumané oblasti do konečného počtu prvků a generace sítě
2. Aproximace potenciálu na jednotlivých prvcích z uzlových hodnot
3. Sestavení soustavy rovnic pro neznámé uzlové potenciály
4. Vyřešení soustavy rovnic
5. Výpočet dodatečných veličin a zobrazení výsledků

### 1.3.1 Diskretizace zkoumané oblasti do konečného počtu prvků a generace sítě

Základní princip spočívá v rozdělení zkoumaného regionu do konečného počtu prvků, kde zkoumaný region se dá definovat jako vytvořený model v simulačním softwaru. Tvar konečného prvku se volí na základě prostředí, ve kterém se počítá. V 1D úlohách se jedná o křivky Obr.1.1(a), pro 2D úlohy se jedná o čtvercové, trojúhelníkové nebo další základní rovinné prvky Obr.1.1(b). 3D úlohy jsou prostorové ekvivalenty 2D prvků, které dostaneme jejich tažením ve směru osy z. Tyto prvky mají tvar čtyřstěnu, pětistěnu, šestistěnu a dalších Obr.1.1(c). Nejčastěji používané prvky ve 2D prostředí pro elektrotechniku jsou trojúhelníky, ve strojírenství a tepelných úlohách se nejčastěji používají čtvercové prvky [5].

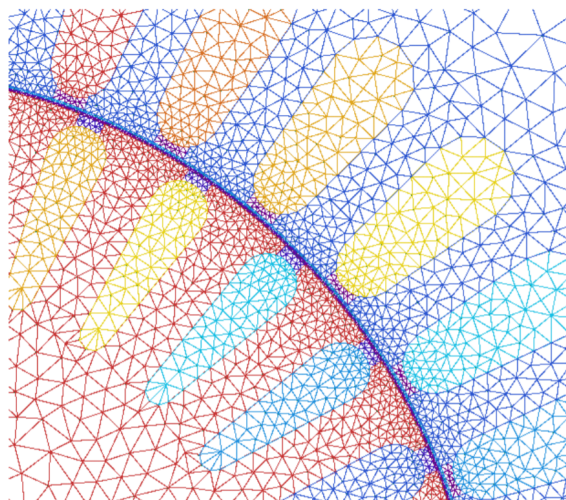


**Obr. 1.1:** Příklady konečných prvků: (a) 1D, (b) 2D a (c) 3D prostředí [2].

Pro rozdělení regionu do konečných prvků platí následující pravidla [6]:

- Čím více prvků ve zkoumané oblasti je, tím vyšší přesnost výsledků ve finálním výpočtu bude. Ale i přes velmi vysoký počet prvků se nebude vyřešený model podobat skutečnosti. Hledá se proto optimální počet prvků, jehož řešení bude dostatečně přesně a co nejrychleji vypočítané.
- Žádné prvky se nepřekrývají a nesmějí vzniknout díry při rozdělování, které by měly jinou geometrii než definované prvky. Výjimku tvoří okraje zkoumané oblasti, kde využitím lineárních prvků, nelze docílit přesného kopírování oblých křivek jako je např. kružnice statoru. Kolem tohoto okraje tedy vzniknou určité "díry", které způsobují chybu ve výpočtech, se kterou se musí vždy počítat.
- Pokud se ve zkoumaném regionu nacházejí materiálová rozhraní, konfigurace geometrie konečných prvků je přizpůsobena tak, aby se shodovala na obou rozhraní stejně.
- Na materiálovém rozhraní nebo v místě předpokládaného nejvyššího potenciálu je počet prvků vyšší než ve zbylé oblasti, pro korektní výsledky simulace. Obr.2 [6].
- Pro lepší výsledky simulací se můžou hrany prvků aproximovat pomocí paraboly, kde dostaneme parabolický prvek Obr.1a). Takové prvky se používají tam, kde zkoumaný region má zaoblenější geometrii.

Po rozdělení zkoumaného regionu a zvolení příslušného prvku, se vytvoří síť uzlů. Uzly jsou většinou umístěny na vrcholcích zvoleného prvku, kde se počítá hledaný potenciál. Uzly se také mohou umístit i na hranu prvku. Tímto krokem opět zvýšíme přesnost nasimulovaných výsledků, ale výpočet bude složitější a časově náročnější. Příkladem takového prvku je kvadratický Obr. 1.1(b) nebo kubický trojúhelník. Tvoření sítě uzlů se v softwarových programech nazývá generace sítě prvků [6].

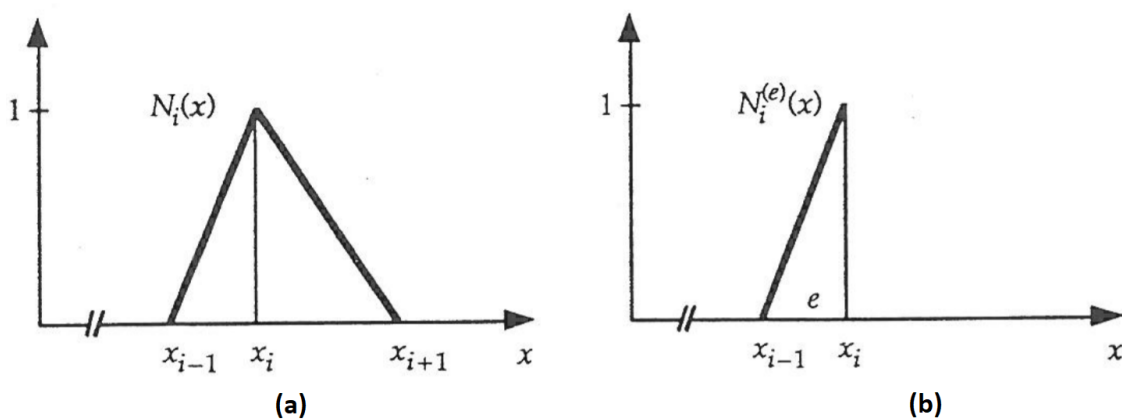


**Obr. 1.2:** Příklad rozdělení oblasti do konečného počtu prvků u dvou materiálových rozhraní [4].

### 1.3.2 Aproximace potenciálu na jednotlivých prvcích z uzlových hodnot

Základní myšlenka FEM je aproximace funkce, jednoduchými výrazy u každého konečného prvku. Pomocí FEM využíváme co nejnižší stupněm aproximačního polynomu, který po dosazení do příslušné diferenciální rovnice představuje ještě netriviální řešení. U FEM si vystačíme s lineární nebo kvadratickou aproximací, která se uplatní na mnoha menších intervalech, neboli aproximujeme funkci po částech. Vyšší aproximační stupeň se příliš nepoužívá neboť může oscilovat. Takovým aproximačním funkcím říkáme tvarové funkce [5]. Tvarová funkce je spojitá funkce, která je definována v jednom uzlovém bodě daného individuálního konečného prvku. Pro ostatní nulové body je rovna nule. Tyto tvarové funkce se nazývají lokální tvarové funkce Obr.1.3(b) a kombinací více lokálních tvarových funkcí získáme globální tvarovou funkci Obr.1.3(a), která se nazývá základní funkce řešení.

U tvarové funkce záleží na geometrickém tvaru konečného prvku, počtu uzlových bodů konečného prvku a na pozici uzlových bodů. Pro přesnější řešení úloh se může použít tvarová funkce vyššího řádu, neboli lineární aproximace se zamění za kvadratickou. Dále záleží na použití aproximační funkce pro tvarovou funkci. Pokud je použit Lagrangeův interpolační polynom, tvarové funkce jsou spojitě na rozhraní konečných prvků, ale jejich derivace jsou nespojitě. Použitím Hermitova interpolačního polynomu tento problém vyřešíme, ale Hermitova interpolace je všeobecně složitější, než Lagrangeův polynom. V dalších podkapitolách jsou představeny principy řešení, u kterých využíváme Lagrangeův polynom [6].



Obr. 1.3: Lineární 2D: a) globální tvarové funkce, b) lokální tvarová funkce [6].

#### 1.3.2.1 Princip aproximace potenciálu v 1D úloze

Máme funkci  $u$ , která je zobrazena v Obr.1.4. U této funkce jsou známy hodnoty v uzlových bodech  $x_i$ , tj.  $u_i = u(x_i)$  a předpokládáme že v místě bodu  $x$  se mezi dvěma

přilehlými uzlovými body mění lineárně. Pro element ležící v intervalu  $x_{i-1} \leq x \leq x_i$  je lineární interpolace vyjádřena:

$$u = \frac{x_i - x}{x_i - x_{i-1}} u_{i-1} + \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} u_i. \quad (1.1)$$

Tato rovnice se přepíše na tvar

$$u = N_{i-1}(x)u_{i-1} + N_i(x)u_i, \quad (1.2)$$

kde tyto funkce jsou pozice, tj. tvarové funkce

$$N_{i-1}(x) = \frac{x_i - x}{x_i - x_{i-1}} \quad (1.3)$$

$$N_i(x) = \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \quad (1.4)$$

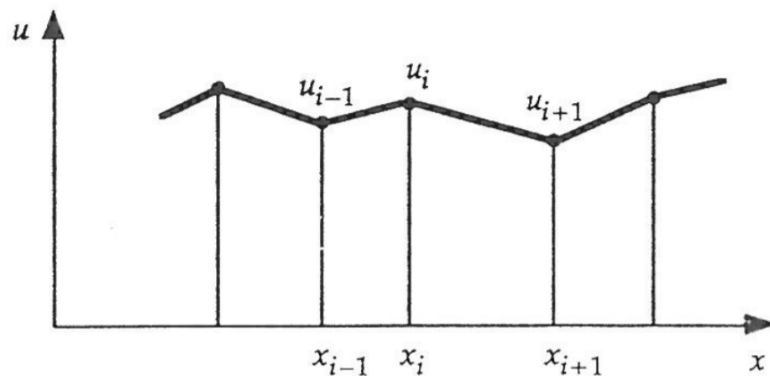
Pro další element v intervalu  $x_i \leq x \leq x_{i+1}$  platí

$$u = N_i(x)u_i + N_{i+1}(x)u_{i+1}, \quad (1.5)$$

kde tvarové funkce jsou definovány

$$N_i(x) = \frac{x_{i+1} - x}{x_{i+1} - x_i}, \quad (1.6)$$

$$N_{i+1}(x) = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}. \quad (1.7)$$



**Obr. 1.4:** Lineární interpolace v 1D úloze [6].

Z výše uvedených vzorců vyplývá, že součet všech interpolovaných polynomů nám dá aproximovanou funkci:

$$u = \sum_{j=1}^n N_j(x)u_j \quad (1.8)$$

Tato rovnice platí pouze pokud každá tvarová funkce:

1. má svůj celý definovaný region,
2. připadá pouze na jeden uzlový bod,
3. je nenulová u konkrétního konečného prvku, obsahující svůj definovaný uzlový bod a je nulová ve všech ostatních konečných prvcích,
4. má svoji hodnotu v konkrétním uzlovém bodě a nulovou hodnotu v ostatních uzlových bodech, tj.  $N_i(x_i) = 1$  a  $N_i(x_j) = 0$ , kde  $i \neq j$
5. je lineárně nezávislá, tj. žádná tvarová funkce není lineární kombinací jiných lineárních funkcí

Lagrangeův interpolační polynom, se široce používá i pro konstrukci tvarových funkcí vyššího řádu, jak pro 2D tak i 3D. Obecně v 1D je vztah pro Lagrangeův interpolační polynom o stupni  $r$  [6]

$$L_i^r(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^r \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} \quad (1.9)$$

### 1.3.2.2 Princip aproximace potenciálu ve 2D úloze

Princip je dost podobný jako v případě 1D, ale složitější. U 2D úloh vycházíme při řešení ze dvou rovnic a to Laplaceovy

$$\nabla^2 V = 0 \quad (1.10)$$

a Poissonovy

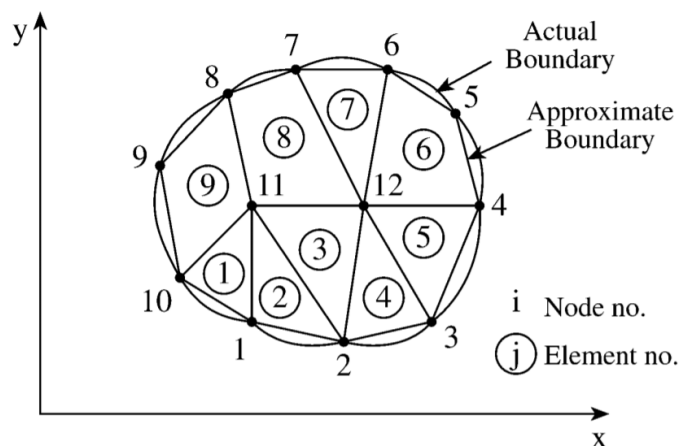
$$\nabla^2 V = -\frac{\rho_S}{\epsilon} \quad (1.11)$$

Uvažujme příklad který řešíme pro Laplaceovu rovnici, kde hledáme aproximaci pro potenciál  $V_e$  konečného prvku  $e$  pro 2D region, který je rozdělen pomocí trojúhelníků. Region může být rozdělen i na čtyřúhelníky, jenž jsou zobrazeny na Obr.1.5, řešení bude ale složitější. Pro zjednodušení rozdělíme elementy 6,8 a 9 na poloviny, kde dostaneme trojúhelníky. Následně budeme hledat celkový distribuční potenciál pro všechny konečné prvky.

Prvně stanovíme vztah pro přibližné řešení distribučního potenciálu pro celý region, který je

$$V(x, y) \simeq \sum_{e=1}^n V_e N_i^{(e)}(x, y), \quad (1.12)$$

kde  $n$  je počet uzlových bodů a  $N_i^{(e)}$  je tvarová funkce aproximované funkce.

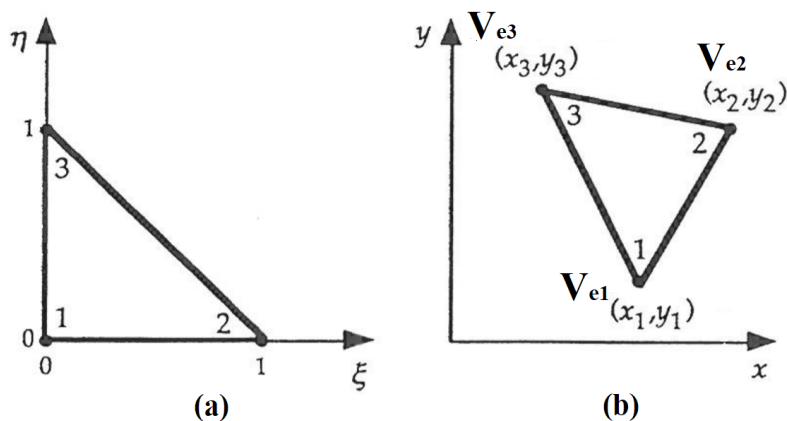


**Obr. 1.5:** Aproximace distribučního potenciálu na 2D regionu [2].

Obecně platí, že potenciál  $V_e$  je nenulový uvnitř konečného prvku  $e$ , ale je nulový mimo něj. Pro aproximaci potenciálu  $V_e$  konečného prvku, využijeme polynomickou aproximaci pro trojúhelníkové útvary

$$N_i^{(e)}(x, y) = a + bx + cy, \quad (1.13)$$

kde konstanty  $a, b$ , a  $c$  se musí určit [2]. Ty nám definují lineární tvarové funkce. K sestavení tvarových funkcí je nejjednodušší použít referenční prvek Obr.1.6(a), který nám charakterizuje daný konečný prvek v globálním souřadnicovém systému Obr.1.6(b) [6]. Pro konečný referenční prvek získáme potenciály  $V_{e1}(x_1, y_1)$ ,  $V_{e2}(x_2, y_2)$  a  $V_{e3}(x_3, y_3)$  v



**Obr. 1.6:** Trojúhelníkový konečný prvek a souřadnicová transformace: a) referenční prvek v lokální ploše  $\xi - \eta$ , b) reálný prvek v globální ploše  $x - y$  [2].

bodových uzlech 1,2 a 3 pomocí soustavy rovnic vycházející z rovnice (1.13)

$$\begin{bmatrix} V_{e1} \\ V_{e2} \\ V_{e3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Kde koeficienty a, b a c jsou vyjádřeny

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{e1} \\ V_{e2} \\ V_{e3} \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Substitucí těchto rovnic do rovnice (1.13) dostaneme

$$V_e = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} (x_2y_3 - x_3y_2) & (x_2y_3 - x_3y_2) & (x_2y_3 - x_3y_2) \\ (y_2 - y_3) & (y_3 - y_1) & (y_1 - y_2) \\ (x_3 - x_2) & (x_1 - x_3) & (x_2 - x_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{e1} \\ V_{e2} \\ V_{e3} \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Pomocí této úpravy vznikne soustava rovnic pro řešení všech vrcholových potenciálů. Můžeme ji také napsat ve tvaru

$$V_e = \sum_{i=1}^3 N_i^{(e)}(x, y) V_{ei}, \quad (1.17)$$

kde,  $N_i^{(e)}$  je tvarová funkce daného uzlového bodu

$$N_1^{(e)} = \frac{1}{2\Delta} [(x_2y_3 - x_3y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y], \quad (1.18)$$

$$N_2^{(e)} = \frac{1}{2\Delta} [(x_3y_1 - x_1y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y], \quad (1.19)$$

$$N_3^{(e)} = \frac{1}{2\Delta} [(x_1y_2 - x_2y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y], \quad (1.20)$$

, pro tvarové funkce platí, že jejich součet je roven 1,

$$\sum_{i=1}^3 N_i^{(e)}(x, y) = 1, \quad (1.21)$$

$\Delta$  je plocha referenčního prvku e a vyjadřuje se jak dvojnásobná

$$2\Delta = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} = (x_1y_2 - x_2y_1) + (x_3y_1 - x_1y_3) + (x_2y_3 - x_3y_2), \quad (1.22)$$

rovnici se může přesat do tvaru

$$\Delta = \frac{1}{2} [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)] \quad (1.23)$$

Hodnota plochy  $A$  je pozitivní pouze pokud jsou uzlové body číslovány proti směru hodnových ručiček, nezáleží ve kterém bodě začínáme.

Pokud bychom chtěli stejnou úlohu řešit např. pomocí dříve avizovaných čtyřúhelníků, vztah pro polynomickou aproximaci by měl tvar

$$V_e(x, y) = a + bx + cy + dxy \quad (1.24)$$

Řešení by bylo principiálně stejné, podle výše uvedeného postupu, výpočet bude ovšem složitější [2]. Pro přesnější vyhodnocení potenciálu, v konečném prvku se také může použít Lagrangeův interpolační polynom pro vyšší aproximační stupně (1.9) a vznikly by nám tvarové funkce vyššího řádu [6].

### 1.3.2.3 Princip aproximace potenciálu ve 3D úloze

Princip aproximace potenciálu ve 3D úloze je velmi podobný jako ve 2D úloze. Jediné co přibude je třetí souřadnice  $z$ , která se objeví v rovnici (1.13). Příkladem může být nejjednodušší lineární čtyřstěn

$$V_e(x, y, z) = ax + by + cz + d \quad (1.25)$$

Postup řešení celkového potenciálu je téměř stejný jako v předešlém případě [5].

3D úlohy jsou velice složité a časově náročné na výpočet. Pro ekonomické účely je můžeme zjednodušit na 2D úlohy, ale pouze pod podmínky jsou-li symetrické. Tímto krokem snížíme počet potřebných aproximačních rovnic a dramaticky zvýšíme výpočetní rychlost. Po vyřešení úlohy se mohou ostatní veličiny v ose  $z$  dopočítat [4].

### 1.3.3 Sestavení soustavy rovnic pro neznámé uzlové potenciály

Soustavy rovnic se sestavují pro každý konečný prvek s aproximovaným potenciálem. Ovšem použitím aproximovaného potenciálů (1.12) při sestavování rovnic, a jejího následného řešení bude vykazovat zbytek  $res(x, y, z, V_j)$ , který je funkcí souřadnic a uzlových potenciálů. Je třeba nalézt takové hodnoty  $V_j$ , které nám dají minimální zbytek. Metod pro určení zbytku a sestavení rovnic je několik a zabývají se jimi publikace [7], [8] a [9]. Nejrozšířenější a nejpoužívanější metoda pro FEM je Galerkinova metoda, zde se zbytek minimalizuje v okolí  $i$ -tého uzlu jeho aproximační funkce a volí se  $w_i = N_i$

$$\int_{\Omega} res(x, y, z, \varphi_1, \dots, \varphi_n) N_i(x, y, z) d\Omega = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (1.26)$$

$n$  je počet uzlů jejichž potenciál neznáme. Při sestavení soustavy rovnic pro  $n$  uzlů sítě je pak obecný tvar matice

$$[S] [u] = [f], \quad (1.27)$$

kde  $S$  je matice elementů,  $u$  je neznámý potenciál a  $f$  je vektor pravé strany.

Vektor pravé strany a matice elementů jsou součty příspěvků jednotlivých prvků [5]

$$f_i = \sum_{e=1}^m f_i^{(e)}, \quad (1.28)$$

$$S_{ij} = \sum_{e=1}^m S_{ij}^{(e)}, \quad (1.29)$$

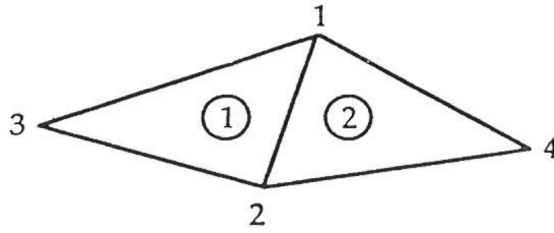
kde  $m$  je počet prvků. Příspěvek vektoru se obecně píše ve tvaru

$$f_i = \int_{\Omega} g N_i d\Omega, \quad i = 1, \dots, n \quad (1.30)$$

a příspěvek elementu se obecně píše ve tvaru

$$S_{ij} = \int_{\Omega} k (\nabla N_i) (\nabla N_j) d\Omega \quad i, j = 1, \dots, n, \quad (1.31)$$

kde  $k$  a  $g$  jsou konstanty a  $N_{i,j}$  jsou tvarové funkce [6]. Podle publikace [6] se principiálně matice elementů  $S$  sestavuje tak, že všechny příspěvky individuálního konečného prvku  $S_{ij}$  jsou přidány do celkového systému matice  $S$ . Všechny příspěvky musí být přidány do matice na správných sloupcích a řádků podle globálního číslování uzlů. Jako příklad mohou být uvedeny dva konečné trojúhelníkové prvky, globálně očíslované Obr.(1.7)



**Obr. 1.7:** Dva globálně očíslované trojúhelníkové konečné prvky[6].

Nejprve se sestaví matice s příspěvky, pro každý příslušný, řádně očíslovaný, konečný prvek

$$S^{(1)} = \begin{bmatrix} S_{11}^{(1)} & S_{13}^{(1)} & S_{12}^{(1)} \\ S_{31}^{(1)} & S_{33}^{(1)} & S_{32}^{(1)} \\ S_{21}^{(1)} & S_{23}^{(1)} & S_{22}^{(1)} \end{bmatrix}, \quad S^{(2)} = \begin{bmatrix} S_{11}^{(2)} & S_{12}^{(2)} & S_{14}^{(2)} \\ S_{21}^{(2)} & S_{22}^{(2)} & S_{24}^{(2)} \\ S_{41}^{(2)} & S_{42}^{(2)} & S_{44}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Následně se matice s příspěvky pro každý individuální prvek sloučí do tzv. globální matice systému

$$S = \begin{bmatrix} S_{11}^{(1)} + S_{11}^{(2)} & S_{12}^{(1)} + S_{12}^{(2)} & S_{13}^{(1)} & S_{14}^{(2)} \\ S_{21}^{(1)} + S_{21}^{(2)} & S_{22}^{(1)} + S_{22}^{(2)} & S_{23}^{(1)} & S_{24}^{(2)} \\ S_{31}^{(1)} & S_{32}^{(1)} & S_{33}^{(1)} & 0 \\ S_{41}^{(2)} & S_{42}^{(2)} & 0 & S_{44}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

Při sestavování rovnic se určuje jaký materiál má daná část hlavního regionu a také se určuje v jakém prostředí se daný region nachází. Další hlavní částí je vytvoření soustavy rovnic pro tzv. okrajové podmínky, které se značí jako  $\Gamma$ .

### 1.3.3.1 Okrajové podmínky

Okrajové podmínky jsou určitá omezení, kterými specifikujeme co se děje s danou veličinou mimo řešený region. Jsou velmi důležité pro správné vypočítání dané úlohy, a také urychlení výpočetního procesu [10]. Jedná se o diferenciální a parciální rovnice, neboli soustavu diferenciálních a parciálních rovnic, které jsou řešeny v počítaném regionu, na jejíž okraji jsou známy určité podmínky [11]. Podle literárních zdrojů [10] a [11] se hlavně nejvíce pro výpočet elektromagnetických úloh používají 4 následující okrajové podmínky:

1. **Dirichletova podmínka** - Pomocí této podmínky specifikujeme hodnotu, kterou neznámá počítaná funkce musí dosáhnout na okraji daného regionu. Tato podmínka musí být splněna přesně a použijeme ji tam, kde víme že magnetický tok má nulovou hodnotu, neboli siločáry jsou rovnoběžné s okrajem regionu Obr.1.8(a). Dirichletova podmínka může být definována pomocí Laplaceovy rovnice:

$$\Delta V = 0 \quad \forall x \in \Omega, \quad (1.34)$$

$$V(x) = F(x) \quad \forall x \in \partial\Omega, \quad (1.35)$$

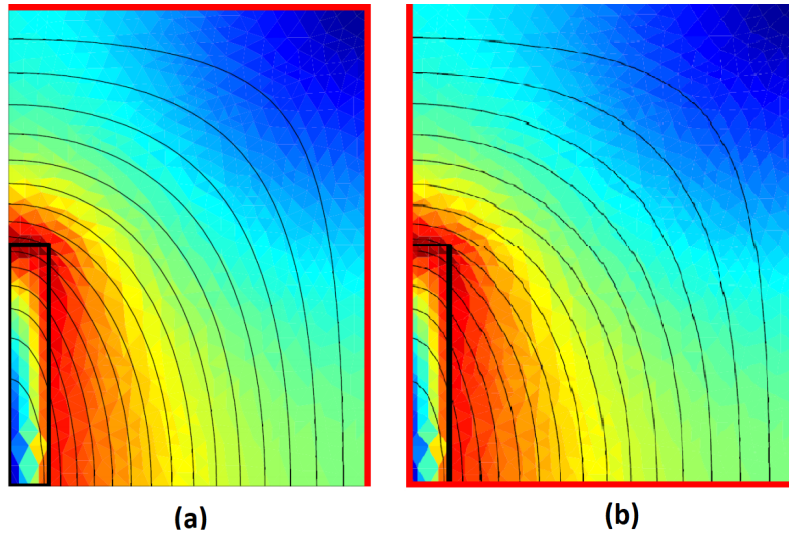
kde  $V$  je neznámá funkce,  $x$  je nezávislá proměnná (např. prostorových souřadnic),  $\Omega$  je zkoumaný region,  $\partial\Omega$  je okraj regionu a  $F$  je daná skalární funkce definovaná na  $\partial\Omega$ .

2. **Neumannovy podmínky** - Užitím této podmínky pomocí obyčejné nebo parciální diferenciální rovnice, nám určuje specifickou hodnotu, jejíž řešení, získáme na rozhraní regionu pomocí derivace. Tato podmínka nemusí být splněna přesně a na jejím splnění hlavně záleží hustota generované sítě. Používáme ji na hranici, kde víme že tangenciální složka magnetického pole je nulová, neboli siločáry jsou kolmé na rozhraní Obr.1.8(b). Neumannova podmínka může být definována pomocí Laplaceovy rovnice:

$$\Delta V = 0 \quad \forall x \in \Omega, \quad (1.36)$$

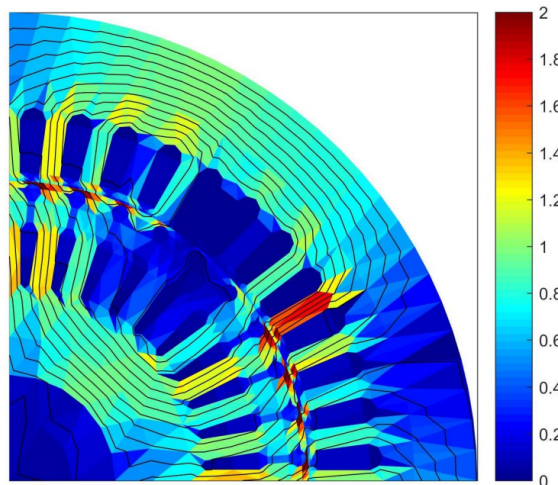
$$\frac{\partial V(x)}{\partial n} = F(x) \quad \forall x \in \partial\Omega, \quad (1.37)$$

kde  $n$  je jednotka normály k okrajové podmínce.



Obr. 1.8: Dirichletova (a) a Neumannova (b) okrajová podmínka [10].

3. **Smíšená okrajová podmínka** - Jedná se o použití rozdílných okrajových podmínek na rozdílná místa zkoumaného regionu. Je důležité aby každá okrajová podmínka byla použita daný na celý okraj dílčího místa celého zkoumaného regionu.
4. **(Ne)periodické okrajové podmínky** - Princip (ne)periodické podmínky spočívá v tom, že pomocí Dirichletovy okrajové podmínky spojíme dva okraje dvou zkoumaných regionů (např. stator a rotor motoru).



Obr. 1.9: Periodická okrajová podmínka [10].

Na jednom okraji je dán magnetický potenciál, který je roven kladnému nebo zápornému magnetickému potenciálu na druhém okraji

$$A_1 = \pm A_2, \quad (1.38)$$

Pro praktické využití se uvažuje konstanta  $c$  pro korekci výpočtu

$$A_1 = cA_2 \quad (1.39)$$

Nejvíce se tato podmínka využívá u elektrických motorů, kde simulujeme jenom jeho část Obr.(1.9), pro rychlejší výpočet. Rozlišujeme dva typy podmínek

- první je periodická ( $A_1 = A_2$ ), kde siločáry vstupují do prvního okraje a vystupují z druhého
- druhá je neperiodická ( $A_1 \neq A_2$ ), ke stejné siločáry vstupují skrze dva stejné okraje

### 1.3.4 Vyřešení soustavy rovnic

Metod pro řešení lineárních soustav je několik, kde publikace [6], [3] a [12] popisují tyto metody. Řešená soustava rovnic bývá velmi řídká, symetrická podle diagonály a je dobře podmíněná. Z toho vyplývá, že i při vysokém počtu rovnic je řešení stabilní. Obecně pro řešení soustavy o velikosti několika tisíc rovnic se používá přímá Gaussova eliminační metoda. Pro příklad uvažujme obecnou soustavu rovnic z předešlé sekce (1.27)

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix}, \quad (1.40)$$

kde neznámé hodnoty  $x_n$  se vypočítají za pomoci rovnice ve tvaru

$$x_n = \frac{b_n^{(n-1)}}{A_{nn}^{(n-1)}} \quad (1.41)$$

Hodnoty koeficientu  $A_{nn}$  a  $b_n$  se vypočítají pomocí rovnic

$$A_{ij}^{(k)} = A_{ij}^{(k-1)} - \frac{A_{ik}^{(k-1)} A_{kj}^{(k-1)}}{A_{kk}^{(k-1)}}, \quad i, j = k + 1, k + 2, \dots, n, \quad (1.42)$$

$$b_i^{(k)} = b_i^{(k-1)} - \frac{A_{ik}^{(k-1)} b_k^{(k-1)}}{A_{kk}^{(k-1)}}, \quad i, j = k + 1, k + 2, \dots, n, \quad (1.43)$$

kde horní index  $k$  udává souřadnice matice a dolní index  $n$  značí poslední prvek matice. Pokud ovšem narazíme na prvek matice, který je nulový tak výše uvedené rovnice budeme dělit nulou, což není matematicky korektní. K vypočítání těchto neznámých hodnot slouží rovnice

$$x_i = \frac{b_i^{(i-1)} - \sum_{j=i+1}^n A_{ij}^{(i-1)} x_j}{A_{ii}^{(i-1)}}, \quad i = n - 1, n - 2, \dots, 1. \quad (1.44)$$

Gaussova eliminační metoda není příliš použitelná pro složité výpočty ve výpočetní technice, z hlediska nízkého maximálního počtu soustavy rovnic.

Pro větší počet rovnic jsou vhodnější iretační metody, které využívají řešení pomocí minimalizace problému [6]. Jejich výhodou je, že uchovávají jenom pole nenulových koeficientů. Nejpoužívanější metoda je iretační metoda konjugovaných gradientů a její varianty. Je nejefektivnější pro přesné řešení soustavy několika miliónů rovnic [5]. Principiálně se pomocí této metody počítá následovně podle publikace [6]:

Máme matici  $A$

$$d^{iT} Ad^j = 0, \quad i \neq j, \quad (1.45)$$

kde  $d$  je vektor směru hledání. Z toho vyplývá, že gradienty residuálních vektorů  $r$  jsou ortogonální vůči sobě

$$r^i r^j = 0 \quad i \neq j. \quad (1.46)$$

Pro hledání neznámé hodnoty  $x^k$  je vybrán optimální délka kroku iretace  $\alpha_k$ . Ta je dána rovnicí

$$\alpha_k = -\frac{r^{kT} d^k}{d^{kT} Ad^k}, \quad (1.47)$$

$$x^{k+1} = x^k + \alpha_k d^k, \quad (1.48)$$

$$\beta_k = -\frac{r^{(k+1)T} Ad^k}{d^{kT} Ad^k}, \quad (1.49)$$

$$d^{k+1} = -r^{(k+1)} + \beta_k d^k. \quad (1.50)$$

$\beta_k$  je iretační krok pro nový směr vektoru hledání  $d^{k+1}$ . Počet iretačních kroků potřebný pro vyřešení dané soustavy rovnic je dán vztahem

$$m \geq \frac{1}{2} \sqrt{\kappa(A)} \log \frac{2}{\gamma}, \quad (1.51)$$

kde  $\kappa(A)$  je stavové číslo matice  $A$  a  $\gamma$  je faktor počáteční chyby.

### 1.3.5 Výpočet dodatečných veličin a zobrazení výsledků

Účel výpočtu dodatečných veličin, je získání dalších užitečných informací o zkoumaném regionu. Dodatečně vypočítané veličiny se, na základě řešené úlohy, liší. Např. pro kondenzátor jsou nejdůležitější hledané veličiny kapacita  $C$  a intenzita elektrického pole  $E$ , naopak pro vodič jímž protéká střídavý elektrický proud, to je proudová hustota  $J$  a intenzita magnetického pole vodiče  $H$ . Při řešení praktických úloh je vypočítaných dodatečných veličin mnohem více a na jejich základě můžeme usoudit, zda-li daná úloha odpovídá teoretickým předpokladům. K tom nám dopomůže graficky znázorněné

rozložení dané veličiny ve zkoumaném regionu. Grafické znázornění je realizováno pomocí siločar nebo vektorového a skalárního pole Obr.(1.10) [13].

Výpočty dodatečných veličin se zabývají publikace [6] a [4]. Příkladem pro postup výpočtu kapacity kondenzátoru podle literárního zdroje [5] je následující: Z uzlových potenciálů se vypočítá potenciál na jednotlivých prvcích, z něhož určíme intenzitu na každém prvku

$$E^{(e)} = -gradV^{(e)} = - \sum V_j gradN_j^{(e)}. \quad (1.52)$$

Ze známe intenzity, se vypočítá hustota energie prvku

$$w^{(e)} = \frac{1}{2} \varepsilon^{(e)} E^{(e)2}, \quad (1.53)$$

dále se vypočítá energie prvku

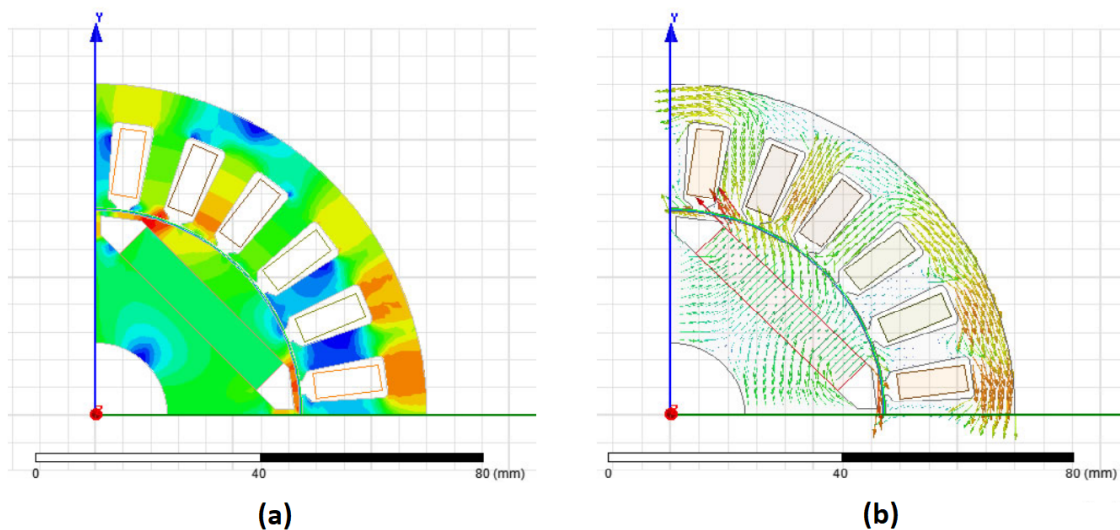
$$W^{(e)} = \int_{S^{(e)}} w^{(e)} dS, \quad (1.54)$$

a celkový součet energie všech prvků

$$W_e = \sum_1^m W^{(e)}. \quad (1.55)$$

Z celkové energie je nakonec vypočtena kapacita

$$C = \frac{2W_e}{\Delta V^2} \quad (1.56)$$



**Obr. 1.10:** Rozložení hustoty magnetického toku  $B$  ve skalárním (a) a vektorovém (b) poli [13].

## 1.4 Struktura současného profesionálního softwaru

Velkou výhodou dnešních počítačových programů, využívající FEM, je že uživatel nemusí znát pokročilé programátorské techniky, neboť jsou tyto programy většinou cílené projektantům, konstruktérům a jiným uživatelům. Všechny výpočtové algoritmy, jež byly uvedeny v předešlých podkapitolách, už jsou předem definovány v programu. Jediné co uživatel musí udělat je správné použití programu při definování zvolené úlohy, což zahrnuje [14]:

- sestavení správného výpočtového modelu (vymezení definiční oblasti, okrajových podmínek a podmínek na rozhraní, dosazení správných materiálových parametrů apod.)
- správnou interpretaci výstupních údajů a jejich verifikace.

Při použití těchto programů může vzniknout dojem, že je jejich užívání jednoduché a přivedou jakéhokoliv uživatele rychle a bezchybně, ke správnému řešení simulace. Ve skutečnosti musí uživatel znát dobře fyzikální a matematické vlastnosti elektromagnetických polí a mít určité zkušenosti v této oblasti. Každý simulační program obsahuje vždy tři na sobě závislé části a to **preprocesor**, **procesor** a **postprocesor** [14].

### 1.4.1 Preprocesor

V této fázi, program zpracovává vstupní data řešené úlohy. Vstupní data se zadávají buď parametricky nebo pomocí grafického rozhraní. Postup zadávání vstupních dat je následující:

- Jako první krok k definování dané úlohy je vytvoření geometrického modelu, nebo také CAD modelu, který co nejpřesněji odpovídá reálnému zkoumanému objektu. Model je buď vytvořen přímo v daném simulačním programu nebo je importován z jiného konstrukčního programu. Z ekonomického hlediska se model mnohdy zjednoduší, např. se vytvoří jenom čtvrtina původní geometrie, ke snížení výpočetního času programu [15].
- Jsou definované příslušné parametry materiálových charakteristik (např. permeabilita, konduktivita a permitivita [14]), které mohou být lineární nebo nelineární [15]. Dále jsou vybírána prostředí, která jsou lineární, nelineární, izotropní nebo anizotropní. Programy často mají tyto charakteristiky uloženy ve vlastní modifikované databázi [14].
- Dalším krokem je stanovení hraničních podmínek. Hraniční podmínky byly popsány v podkapitole 1.3.3.1 a definují se pro povrchy nebo tělesa vytvořeného

modelu. Sem také patří i ošetření singularit (např. bodů v nichž není definovaná normála), či problematika neohraničených oblastí.

- Stanoví se hodnoty parametrů zdrojů pole, jako jsou např. proudy, napětí, velikost nábojů aj. [14].
- Je vytvořený model je rozdělen do konečného počtu prvků a je automaticky vygenerovaná síť uzlů, kde uživatel má možnost ručně korigovat hustotu sítě [14].
- Nakonec se musí definovat řešený typ úlohy, které byly popsány v podkapitole 1.3 [15].

Vstupní data by měly být zadány správně, neboť při jejich chybném zadání by mohlo dojít k nesmyslným výsledkům.

#### 1.4.2 Procesor

V této části programu dochází k numerickému řešení okrajové úlohy tj. určení hodnot skalárního elektrického nebo vektorového magnetického potenciálu v uzlech diskretizační sítě. Je zde několik na sobě nezávislých modulů, které řeší např. 2D a 3D úlohy nebo stacionární, dynamické pole a mnoho jiných úloh. Dále zde dochází k počítání veličin jako je např. magnetická indukce, kapacity, proudové hustoty a jiných veličin. Výčet řešených veličin pro kontrétní úlohu je popsán v podkapitole 1.3 [14].

#### 1.4.3 Postprocesor

Jedná se o finální část programu, kde získané veličiny v procesoru, jsou zpracovány do požadovaných výstupů. V postprocesu se provádí podle publikace [14] následující operace:

- Grafické zpracování základních a dopočítaných veličin v libovolných definičních oblastech a časových hladinách. Zobrazují se průběhy siločar, ekvipotenciály a jiné. Také se zde zobrazují vektory, histogramy nebo pouze složky některých veličin, např. tečné a normálové složky vektorových veličin, reálné a imaginární složky fázorů a jiné.
- Dopočítávání a vizualizace dalších veličin, např. rozložení energie elektrického nebo magnetického pole, z elektrického pole se určuje kapacita, z magnetického pole indukčnost apod.
- Export veličin a to ve formě různých grafických formátů vhodných pro další editaci a tisk nebo ve formě různých datových souborů jako vstupní údaje pro jiné softwary.

Z grafických výstupů postprocesoru může být zjevné, zda-li daná simulovaná úloha dává, fyzikálně smysl a výpočet byl správný. Pokud by došlo v postprocesor k určitým nesrovnalostem, tak program je schopen poskytnout soubor s výpisem možných chyb a problémů, které se mohly vyskytnout během simulace. Z těchto výpisů, je také možné zjistit, jak se numerické metody chovaly při postupu řešení simulace [16].

## 2 Přehled současně používaných programů využívající metodu konečných prvků

V této kapitole, je přehled používaných placených a open-source programů využívající FEM. V přehledných tabulkách jsou uvedeny jednotlivé programy, k nimž jsou přiřazeny jejich charakteristické vlastnosti, získané z publikací [14] a [17].

Produkt	Výrobce	Geometrie	Podpora platformy	Vydání
ANSYS	ANSYS, Inc., Southpointe, USA	2D/3D	Windows, Linux MacOSX	1970
Maxwell	ANSYS, Inc., Southpointe, USA	2D/3D	Windows, Linux	1970
EMS	EMWORKS team, USA	2D/3D	Windows	-
Abaqus	Abaqus Inc., Francie-USA	2D/3D	Linux, Windows	1979
ADINA	ADINA R & D, Inc, USA	2D/3D	Windows	1986
COMSOL Multiphysics	COMSOL AB, Stockholm Švédsko	2D/3D	Windows	1986
JMAG	JSOL Corporation, Japonsko	2D/3D	Linux, Windows, Web browser	1983
CST Studio Suite	Impressum, CST, Německo	2D/3D	Windows	1968
JCMsuite	JCMwawe GmbH, Německo	2D/3D	Windows, Linux	2001
NX nastran	Siemens PLM Software	2D/3D	Windows	1985
GiD	CIMNE-UPC, Baelona Tech	2D/3D	Windows, Linux, MacOSX	-
Flux	CEDRAT Group, Francie	2D/3D	Windows	1990
Opera	ERA Technology Limited, Vector Fields Software, Wimborne, Dorset, VB	2D/3D	Windows, Linux	-
QuickField	Tera Analysis Ltd, Dánsko	2D/3D	Windows	1995
FEATool Multiphysics	Matlab and GNU Octave PDE simulation toolbox	1D/2D/3D	Windows, MacOSX, Unix, Linux Web browser	2003

**Tab. 2.2:** Seznam placených programů s přiřazenými webovými stránkami produktu a krátkým popisem programu.

<b>Produkt</b>	<b>Webové stránky</b>	<b>Popis</b>
ANSYS	<a href="http://www.ansys.com">www.ansys.com</a>	Univerzální program pro řešení fyzikálních polí
Maxwell	<a href="http://www.ansys.com/products/electronics/ansys-maxwell">www.ansys.com/products/electronics/ansys-maxwell</a>	Řešení elektromagnetických a elektromechanických systémů
EMS	<a href="http://www.emworks.com/product/ems">www.emworks.com/product/ems</a>	Univerzální program pro řešení fyzikálních polí
Abaqus	<a href="http://www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/">www.3ds.com/products-services/simulia/products/abaqus/</a>	Univerzální program pro řešení fyzikálních polí
ADINA	<a href="http://www.adina.com/index.shtml">www.adina.com/index.shtml</a>	Univerzální program pro řešení fyzikálních polí
COMSOL Multiphysics	<a href="http://www.comsol.com">www.comsol.com</a>	Univerzální program pro řešení fyzikálních polí
JMAG	<a href="http://www.jmag-international.com">www.jmag-international.com</a>	Řešení elektromagnetických polí, tepelných a konstrukčních úloh
CST studio Suite	<a href="http://www.cst.com">www.cst.com</a>	Multifyzikální program zaměřený na nf a vf elektromagnetického pole
JCMsuite	<a href="http://www.jcmwave.com/index.php/jcmsuite">www.jcmwave.com/index.php/jcmsuite</a>	Řešení elektromagnetických polí, elasticity a vedení tepla
NX Nastran	<a href="http://www.plm.automation.siemens.com/global/en/products/simcenter/nx-nastran.html">www.plm.automation.siemens.com/global/en/products/simcenter/nx-nastran.html</a>	Univerzální program pro řešení fyzikálních polí
GiD	<a href="http://www.gidhome.com">www.gidhome.com</a>	Univerzální program pro řešení fyzikálních polí
Flux	<a href="http://www.cedrat.com">www.cedrat.com</a>	Elektromagnetické a tepelné výpočty
Opera	<a href="http://www.operafea.com">www.operafea.com</a>	Multifyzikální program zaměřený na elektromagnetické pole
QuickField	<a href="http://www.quickfield.com">www.quickfield.com</a>	Multifyzikální program pro řešení fyzikálních polí
FEATool Multiphysics	<a href="http://www.featool.com">www.featool.com</a>	Univerzální program pro řešení fyzikálních polí napsaný v Matlabu a Octavu

**Tab. 2.3:** Přehled open-source programů využívající FEM s přiřazenými výrobci, geometrií, podpory platformy a rokem vydáním programu.

<b>Produkt</b>	<b>Výrobce</b>	<b>Geometrie</b>	<b>Podpora platformy</b>	<b>Vydání</b>
Agros2D	Pavel Karban, Plzeň, ČR	2D/3D	Windows, Linux	2010
FEMM	David Meeker, Waltham, USA	2D	Windows, Linux	1997
ELMER	CSC, Finsko	2D/3D	Windows, Linux, MacOSX	2005
FreeFem++	Université Pierre et Marie Curie and Laboratoire Jacques-Louis Lions	2D/3D	Linux, Windows, MacOSX, Solaris	1987
GOMA	Sandia National Laboratories, University of New Mexico	2D/3D	Linux	1994
MFEM	Lawrence Livermore National Laboratory, USA	2D/3D	Windows, Linux, MacOSX	-
Range Software	Tomáš Šoltys	3D	Linux, Windows	-
MoFEM JosePH	University of Glasgow, Skotsko	2D/3D	Linux, Unix, OS X	2008
Hermes Project	hp-FEM group, USA, ČR	2D/3D	Windows, Linux, Unix, MacOSX	2010
FEniCS Project	FEniCS Team, EU, USA	2D/3D	Windows, Linux, Unix, MacOSX	2003
DUNE	DUNE developer team, Německo	2D/3D	Linux, Unix, MacOSX	2002
deal.II	deal.II team, USA	2D/3D	Windows, Linux, Unix, MacOSX	2000
ONELAB	ONELAB team, Belgie	1D/2D/3D	Windows, Linux, MacOSX	-
OpenFOAM	ESI-OpenCFD team, USA	2D/3D	Windows, Linux, MacOSX	2004
MaxFEM	Universidade DE SANTIAGO DE COMPOSTELA, Španělsko	2D/3D	Windows, Linux, MacOSX	2015

**Tab. 2.4:** Seznam open-source programů s přiřazenými webovými stránkami produktu a krátkým popisem programu.

Produkt	Webové stránky	Popis
Agros2D	<a href="http://www.agros2d.org/">www.agros2d.org/</a>	Řešení fyzikálních polí založená na knihovně Hermes2D pro hp-FEM
FEMM	<a href="http://www.femm.info">www.femm.info</a>	Program pro řešení fyzikálních polí
ELMER	<a href="http://www.csc.fi/web/elmer">www.csc.fi/web/elmer</a>	Univerzální program pro řešení fyzikálních polí
FreeFem++	<a href="https://freefem.org/index.html">https://freefem.org/index.html</a>	Program napsaný v C++ pro rychlé řešení fyzikálních polí
GOMA	<a href="https://goma.github.io/">https://goma.github.io/</a>	Program pro řešení fyzikálních polí
MFEM	<a href="http://www.mfem.org">www.mfem.org</a>	Vysoko výkonostní program napsaný v C++ pro řešení fyzikálních polí
Range Software	<a href="http://www.range-software.com/index.php">www.range-software.com/index.php</a>	Program pro řešení fyzikálních polí
MoFEM JosePH	<a href="http://mofem.eng.gla.ac.uk/mofem/html/">http://mofem.eng.gla.ac.uk/mofem/html/</a>	Program pro řešení fyzikálních polí
Hermes Project	<a href="http://www.hpfem.org">www.hpfem.org</a>	Univerzální program pro řešení fyzikálních polí
FEniCS Project	<a href="http://www.fenicsproject.org">www.fenicsproject.org</a>	Software pro zautomatizované řešení fyzikálních polí
DUNE	<a href="http://www.dune-project.org">www.dune-project.org</a>	Software pro zautomatizované řešení fyzikálních polí
deal.II	<a href="http://www.dealii.org">www.dealii.org</a>	Program napsaný v C++ pro zautomatizované řešení fyzikálních polí
ONELAB	<a href="http://www.onelab.info/">www.onelab.info/</a>	Program pro řešení fyzikálních polí
OpenFOAM	<a href="http://www.openfoam.com">www.openfoam.com</a>	Program pro řešení fyzikálních polí
MaxFEM	<a href="http://www.usc.es/en/proxectos/maxfem/">www.usc.es/en/proxectos/maxfem/</a>	Program zaměřený na řešení elektromagnetických polí

Z výše uvedených tabulek se dá usoudit, že rozmanitost open-source programů je velká, téměř srovnatelná s placenými programy. Mnoho dnešních open-source programů má dnes na internetu velmi silnou komunitu lidí po celém světě, která neustále pracuje na nových vylepšení a rozšíření pro tyto programy. Pro jednotlivce nebo malé firmy, je tedy mnohdy výhodnější si bezplatně stáhnout open-source program, který může dosahovat podobných kvalit jako velmi drahý program, za který se platí až několik tisíc dolarů ročně.

### 3 Tvorba elektromagnetického modelu

#### 3.1 Přehled parametrů elektromagnetického modelu

Pro tvorbu elektromagnetického modelu byl zadán, analyticky vypočítaný, 3-fázový asynchronní motor s jednovrstvým vinutím, jehož parametry jsou popsány v Tab.3.1 a jeho geometrie, včetně použitého materiálu, v Tab.3.2.

**Tab. 3.1:** Přehled parametrů 3-fázového asynchronního motoru.

Parametr	Jednotka	Hodnota
Jmenovitý výkon	kW	1,5
Jmenovitý moment	Nm	9,905
Jmenovité napětí	V	400
Účinnost	%	84,62
Účíník	-	0,744
Jmenovitý proud	A	3,43
Proud naprázdno	A	2,23
Poměrný proud nakrátko	-	7,67
Poměrný moment nakrátko	-	3,925
Moment zvratu	Nm	42,112
Zapojení motoru	-	Y
Počet pólů	-	4
Počet fází	-	3
Kmitočet	Hz	50
Skluž	%	3,588
Skluž zvratu	%	30,273
Otáčky	$min^{-1}$	1446.2

**Tab. 3.2:** Přehled geometrických rozměrů a použitého materiálu statoru a rotoru 3-fázového asynchronního motoru.

Rozměr	Jednotka	Hodnota	
		Stator	Rotor
Vnější průměr	mm	140	83.3
Vnitřní průměr	mm	84.1	30
Délka svazku	mm	140	
Vzduchová mezera	mm	0.4	
Počet drážek	-	36	28
Použitý materiál	-	M470-50A	

## 3.2 Postup tvorby geometrie elektromagnetického modelu

Vytvoření geometrie elektromagnetického modelu pro simulační program ELMER, je možné provést pomocí mnoha volně dostupných open-source CAD programů, jako je např. FreeCAD, Salome, LibreCAD a další [18]. Pro vytvoření geometrie elektromagnetického modelu v téhle práci byl vybrán program GMSH, který je součástí programu ONELAB.

Tvorba samotné geometrie, v programu GMSH, je možné provést pomocí tří metod. První je využití grafického uživatelského rozhraní, druhá je pomocí zdrojového kódu a třetí je kombinací obou předchozích. Při užití kterékoliv metody se vždy vytvoří kód, který lze vždy upravit. Hlavní výhodou programu, jsou výborné možnosti vytvoření sítě konečných prvků a parametrické vlastnosti, díky kterým lze měnit počet konečných prvků nebo kdykoliv upravit geometrii modelu. Nevýhodou tohoto programu je nutná určitá představa uživatele o tvořené geometrii, neboť její tvorba se skládá z vytvoření sítě bodů, které jsou následně spojeny. Program je nejučinnější pro tvorbu 2D nebo jednoduchých 3D geometrií. Pro komplexní 3D geometrie jsou vhodnější programy jako je AutoCAD, které jsou uživatelsky přívětivější [18]. Tvorba geometrie elektromagnetického modelu v této práci vychází z publikací [18] a [19].

### 3.2.1 Tvorba statoru a rotoru 3-fázového asynchronního motoru

Postup tvorby geometrie v této práci probíhá pomocí psaní zdrojového kódu, kde geometrie pro stator a rotor se vytváří separátně ve dvou souborech. Následující postup bude popisován pro stator i rotor zároveň. V této podkapitole budou vysvětleny pouze základní a nejdůležitější příkazy z celého kódu.

Nejprve se v textovém souboru, programu GMSH, číselně definují konstanty geometrických rozměrů modelů, jako je počet zubů, vnitřní a vnější rozměry statoru/rotoru, rozměry zubu statoru a drážky rotoru a střed vzduchové mezery. Dále se číselně definují konstanty jemnosti konečných prvků, které jsou důležité ve finální části geometrie. V rámci snížení času nutného pro simulaci se namodeluje pouze 1/4 průřezu motoru, neboť se jedná o symterickou geometrii. Po definování všech parametrů se začne se samotnou geometrií. Prvně se definují body geometrie z předem vypsanych konstant

```
Point(dP+1) = {0,0,0,m_coarse}
```

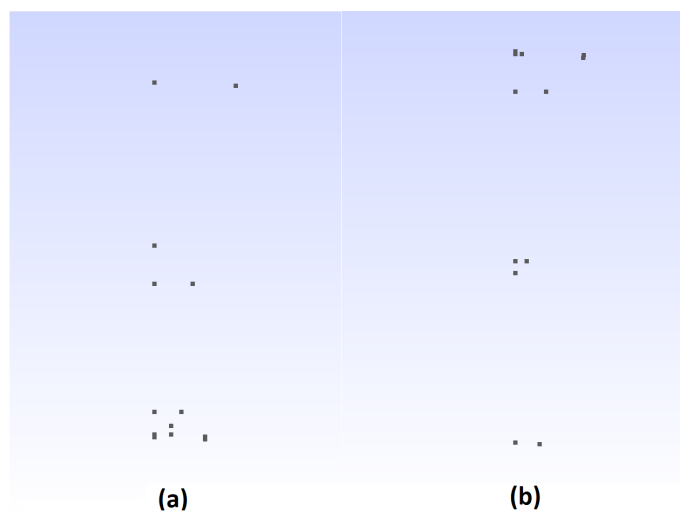
První argument určuje index bodu a proměnnou, která je užitečná při pozdější rotaci a kopírování daného bodu. V druhém argumentu, první tři parametry určují souřadnice bodu a čtvrtý parametr jemnost síťových prvků. Parametry se zde mohou zadávat z definovaných konstant pomocí jednoduchých algebraických rovnic a výpočtů. Při tvorbě geometrie je vždy nejekonomičtější vytvořit pouze polovinu statorového zubu a

rotorové drážky Obr. 3.1. Dále se vytvořené body spojí pomocí příkazů pro linie a oblouk

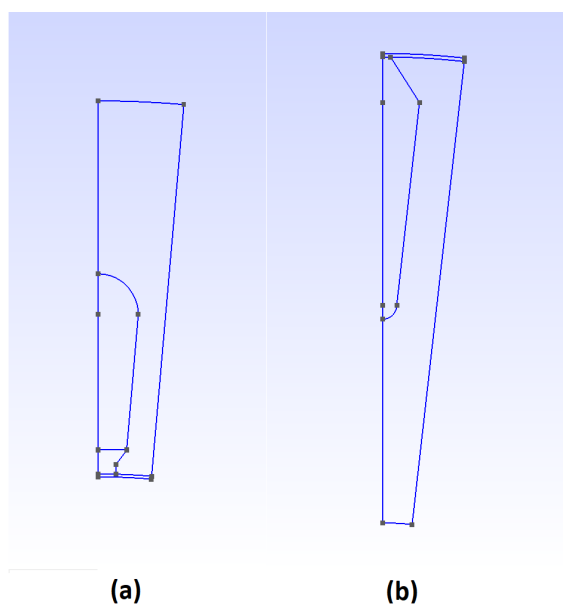
$$\text{Line}(dR+1) = \{dP+1, dP+2\},$$

$$\text{Circle}(dP+2) = \{dP+2, dP+5, dP+7\},$$

kde první argument, u obou příkazů je stejný jako v předešlém příkaze. Druhý argument u linií určuje body, které se mají spojit, tedy počáteční a koncový. U oblouku udává hodnoty počátečního, středového a koncového bodu oblouku Obr. 3.2.



**Obr. 3.1:** Vytvořená geometrie pomocí bodů zubu statoru (a) a drážky rotoru (b).



**Obr. 3.2:** Spojené body geometrie zubu statoru (a) a drážky rotoru (b).

Vytvořená polovina statorového zubu a rotorové drážky se zrcadlí podle příkazu

```

For t In {dP+0:dP+12}
Symmetry{Cos(2*Pi*i/QR+2*Pi/QR/2),Sin(2*Pi*i/QR+2*Pi/QR/2),0,0} {Point{t};}

```

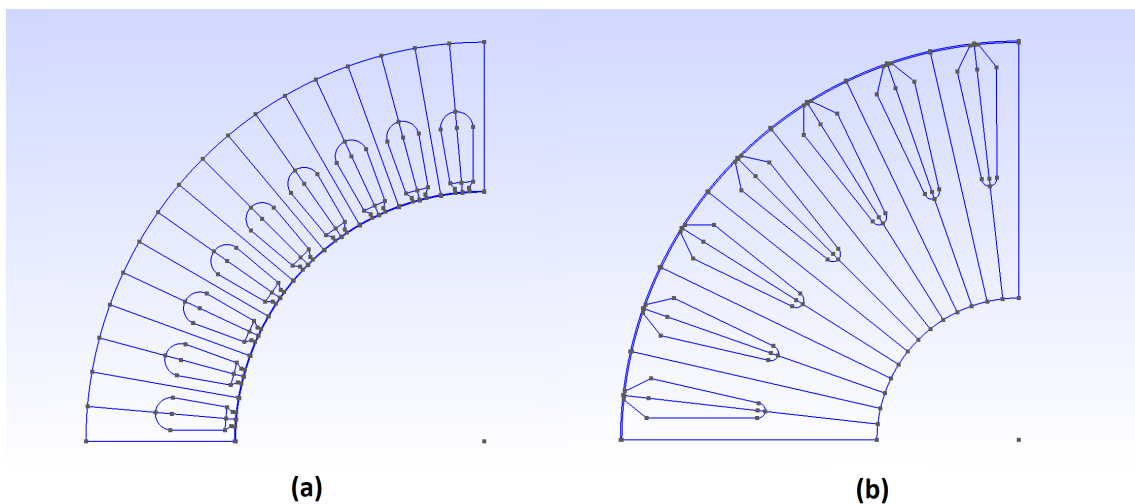
kde se v prvním řádku zadávají parametry indexů bodů, které se mají zrcadlit, a ve druhém řádku se zadávají parametry podle, kterých os se mají zrcadlit. Celý statorový zub a rotorová drážka se poté symetricky rotují do jednoho celku podle příkazu

```

For t In {dP+0:dP+12}
Rotate{{0,0,1},{0,0,0},2*Pi*i/QR+2*Pi/QR/2} {Point{t};}

```

V argumentech prvního a druhého řádku se zadávají obdobné hodnoty jako v předchozím příkaze. Zde se hlavně uplatňuje proměnná **dP**, pomocí níž se kopírují body při rotaci a zrcadlení. Výsledné geometrie statoru a rotoru jsou zobrazeny v Obr. 3.3. V této části je geometrie hotová. Dalším krokem se musí definovat všechny okrajové



**Obr. 3.3:** Výsledná geometrie statoru (a) a rotoru (b).

podmínky rozhraní, periodické okrajové podmínky a okrajové podmínky vzduchové mezery. Příkladem definice okrajové podmínky je následující

```

StatorBoundary_[] += {dR+9,dR+5,dR+2,dR+4,dR+1,dR+7}

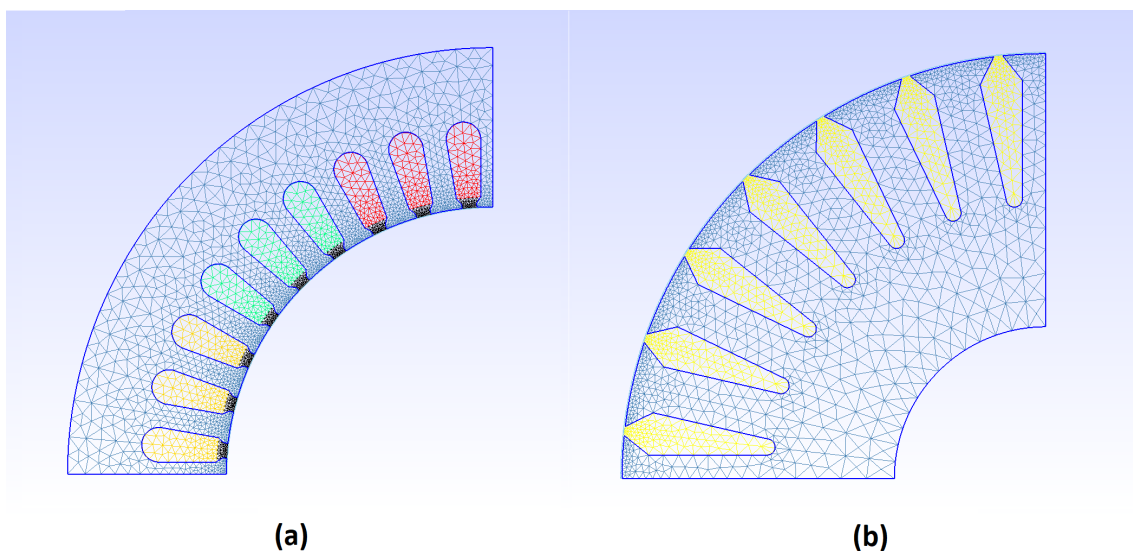
```

Argument obsahuje pole, kde definujeme vytvořené linie a oblouky v geometrii, které tvoří určitou křivku jako okrajovou podmínku. Po definování okrajových podmínek se následně definují entity ploch vyjadřující vodiče/tyče, statorové/rotorové plechy, vzduchovou mezeru a statorové klíny. Příkazy pro tyto operace se např. definují

jako

```
Line Loop(newll) = {dR+8,dR+9,dR+5,-dR-11,dR+2,dR+10,-dR-4}  
Plane Surface(news) = -rev*{newll-1}  
RotorAirgapLayer_[] += dH
```

kde se argumenty pole prvního řádku definují stejně jako v předešlém případě. Jako poslední krok jsou entity ploch přiřazeny k fyzickým plochám nebo regionům. Tyto regiony jsou později použity pro simulace v programu ELMER. Ke snadnějšímu rozeznání rozdílných regionů a okrajových rozhraní, program GMSH, umí barevně, tyto regiony rozlišit. Pomocí GMSH se ještě může zobrazit síť konečných prvků Obr. 3.4.



**Obr. 3.4:** Vytvoření sítě konečných prvků v statoru (a) a rotoru (b).

Celý kód geometrie pro stator a rotor je uveden v příloze A a B. Jednotlivé příkazy a nastavení programu GMSH jsou uvedeny a popisovány v manuálu [20].

Geometrie statoru a rotoru se následně exportují do souboru s koncovkou .msh, ve kterém se uloží celá síť konečných prvků. Export souborů lze provést přímo v programu GMSH a to přes položku [File > Export] zde se uloží soubor s názvem za kterým musí být napsaná přípona .msh. Po uložení souboru se zobrazí tabulka v jakém formátu se má soubor uložit. Vybere se formát Version 2 ASCII a soubor se exportuje. Nebo se tato operace může provést v příkazovém řádce operačního systému Windows, pomocí následujících příkazů

```
gmsH stator.geo -2 -o stator.msh  
gmsH rotor.geo -2 -o rotor.msh
```

Tytéž soubory se převedou na formát podporavý programem ELMER, opět v příkazovém řádku využitím podprogramu ELMERgrid, který je součástí programu ELMER. To je zprostředkováno pomocí následujících příkazů

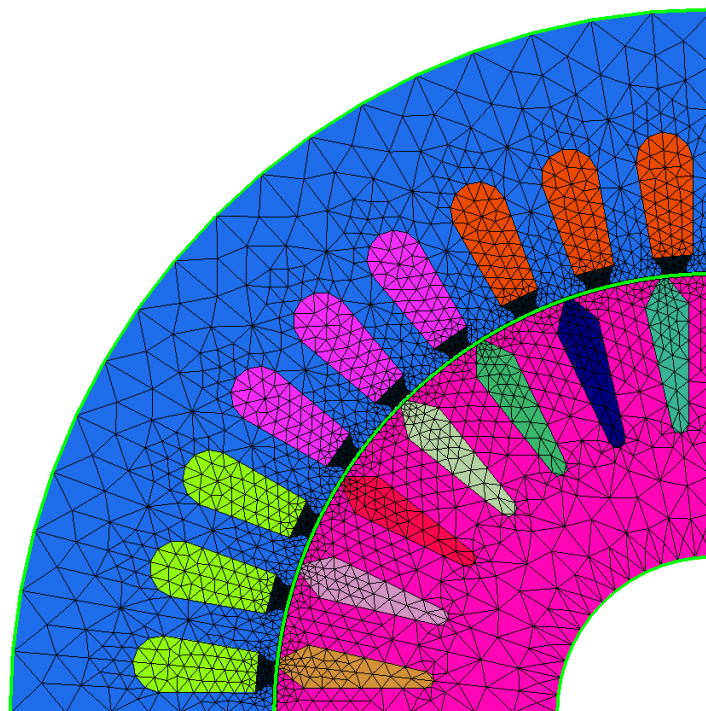
```
ElmerGrid 14 2 stator.msh -2d -autoclean -names  
ElmerGrid 14 2 rotor.msh -2d -autoclean -names
```

Převedené soubory mají zachovaná všechna jména fyzických regionů a veškeré souřadnice celé geometrie, což značně zjednoduší další práci s těmito soubory při simulaci. Nakonec se převedené soubory pro stator a rotor spojí do jedné geometrie následujícím příkazem

```
ElmerGrid 2 2 stator -in rotor -unite -autoclean -names -out im
```

ELMERgrid také podporuje i jiné soubory obsahující uloženou síť konečných prvků, jako jsou např. unv, tra, pf3 a další. Pokud použitý formát není podporován, lze ho přidat do podprogramu ELMERgrid [18]. Vlastnosti a možnosti podprogramu ELMERgrid jsou popsány v manuálu [21].

Celá geometrie je uložena v souboru im a lze ji zobrazit v ELMERGUI, což grafické rozhraní pro program ELMER. Výsledná geometrie je ukázána na Obr. 3.5.

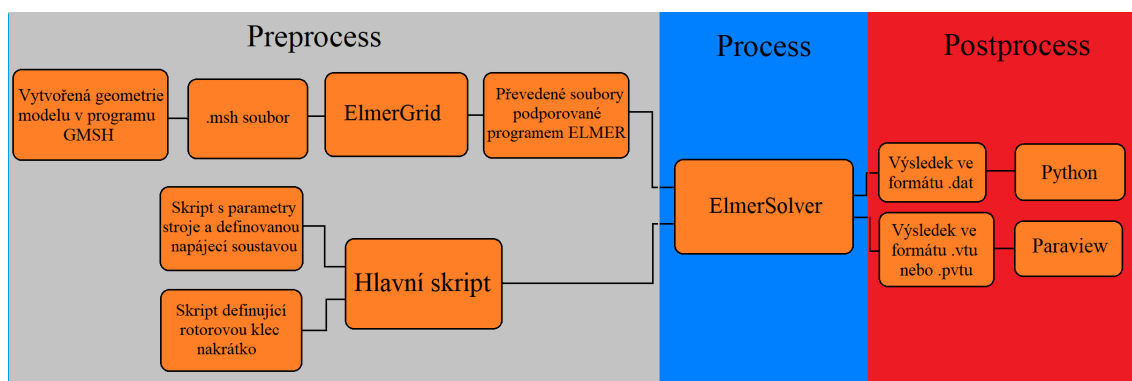


**Obr. 3.5:** Importovaná geometrie statoru a rotoru v podprogramu ELMERGUI.

## 4 Simulace elektromagnetického modelu v programu ELMER

### 4.1 Princip simulace v programu ELMER

Průběh simulace se skládá ze tří kroků: preprocesu, procesu a postprocesu. V preprocesu se vytvoří geometrie elektromagnetického modelu s převedením geometrie na soubory podporované programem ELMER, viz kapitola 3, a vytvoří se tři skripty jeden hlavní a dva sekundární. V procesu dochází ke všem výpočtům elektromagnetického modelu, přes podprogram ElmerSolver. Výsledky výpočtů se v rámci postprocesu zobrazí v programu Paraview (zde zejména skalární pole) a v programovacím jazyku Python (pro vytvoření grafů). Pro zobrazení grafů mohou být použity jiné programy jako jsou Excel, Matlab či jiné, ale Python má velmi dobré vlastnosti, práce s ním je jednoduchá a navíc se jedná o open-source program. Celý postup a princip simulace je zobrazen na Obr.4.1. V následujících podkapitolách budou jednotlivé kroky pro přípravu simulace vysvětleny.



**Obr. 4.1:** Blokový diagram znázorňující princip celkového průběhu simulace v programu ELMER.

### 4.2 Výpočet analytických veličin použitých v simulacích

Při nastavování simulačního skriptu pro ELMER, se vždy musí vycházet z parametrů stroje, viz. Tab.3.1 a Tab.3.2. Navíc se musí některé veličiny analyticky dopočítat nebo určit, z jichž známých parametrů stroje. Z hlediska geometrie stroje je důležité analyticky dopočítat **indukčnost čela vinutí**, **odpor kroužku nakrátko mezi dvěma tyčemi** a **indukčnost kroužku nakrátko mezi dvěma tyčemi**. Dále z hlediska materiálu je důležitá **vodivost** použitých vodičů, jejichž hodnoty hlavně závisí na použitých materiálech a aproximace **B-H křivky** pro použité statorové a rotorové plechy.

#### 4.2.1 Výpočet indukčnosti čela vinutí

Indukčnost čela vinutí vzniká průchodem proudu vinutím, kde tato indukčnost reaguje s rotorovým vinutím a hlavně ovlivňuje velikost momentu motoru. Je tedy nutné zahrnout tuto veličinu do simulace neboť ovlivní celkové výsledky simulace. Postup výpočtu indukčnosti čela vinutí je podle publikace [22] následující:

Rovnice pro výpočet indukčnosti čela vinutí je

$$L_{ew} = 3 \cdot \frac{4 \cdot m}{Q} \cdot q \cdot N^2 \mu_0 \cdot l_w \lambda_w \quad (4.1)$$

Hodnoty  $m$ ,  $Q$ ,  $N$ ,  $q$  a  $\mu_0$  jsou známé. Je nutné dopočítat hodnotu střední délky vinutí a přídatku  $l_w \lambda_w$ . Nejdříve se musí vypočítat střední hodnota průměru vinutí  $D_{so}$ , kde vycházíme z průměru délky vzduchové mezery  $D_v = 84mm$  a výšky jednoho statorového zubu  $h = 13,65$

$$D_{so} = D_v + h = 84 + 13,65 = 97,65mm \quad (4.2)$$

Následně se vypočítá jeho obvod  $O$

$$O = \pi \cdot D_{so} = \pi \cdot 97,65 = 306,777mm \quad (4.3)$$

Dále se musí vypočítat rozměry čela vinutí  $W_{ew}$  a  $l_{ew}$ , které jsou znázorněny na Obr.4.2. Hodnota rozměru  $W_{ew}$  se spočítá z rozdílu pólové rozteče a rozteče statorového zubu

$$W_{ew} = \tau'_p - \tau'_u = \frac{O}{2p} - \frac{O}{Q_s} = \frac{306,777}{4} - \frac{306,777}{36} = 68,173mm \quad (4.4)$$

Rozměr  $l_{ew}$  je pak polovina rozdílu střední délky vodiče  $l_w = 267mm$  a rozměru  $W_{ew}$

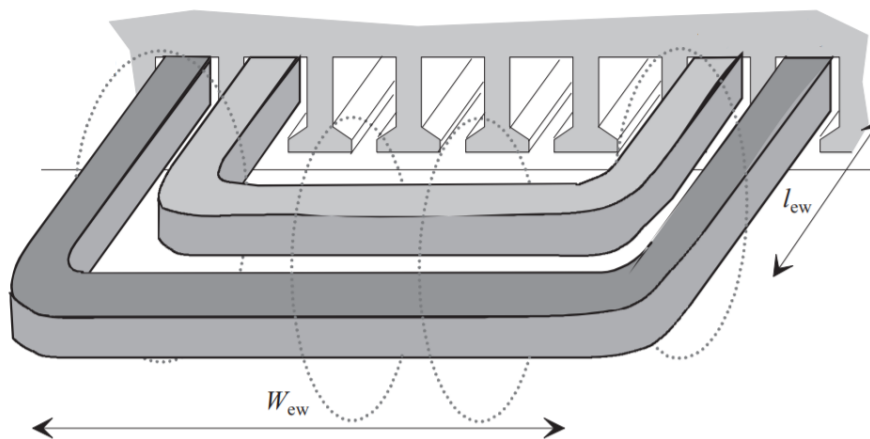
$$l_{ew} = 0,5 \cdot (l_w - W_{ew}) = 0,5 \cdot (267 - 68,173) = 99,414mm \quad (4.5)$$

Nakonec se vypočítá hodnota veličiny  $l_w \lambda_w$ , kde se při jeho výpočtu využijí empiricky určené koeficienty  $\lambda_{l_{ew}}$  a  $\lambda_{W_{ew}}$

$$l_w \lambda_w = 2 \cdot l_{ew} \cdot \lambda_{l_{ew}} + W_{ew} \cdot \lambda_{W_{ew}} = 2 \cdot 99,414 \cdot 0,5 + 68,173 \cdot 0,2 = 113,336mm \quad (4.6)$$

Se všemi známými hodnotami se indukčnost čela vinutí se dopočítá, dle výše uvedeného vzorce

$$L_{ew} = 3 \cdot \frac{4 \cdot m}{Q} \cdot q \cdot N^2 \mu_0 \cdot l_w \lambda_w = 3 \cdot \frac{4 \cdot 3}{36} \cdot 3 \cdot 70^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 113,336 = 21,086mH \quad (4.7)$$



Obr. 4.2: Rozměry čela vinutí stroje [22].

#### 4.2.2 Výpočet odporu a indukčnosti kruhu nakrátko mezi dvěma tyčemi

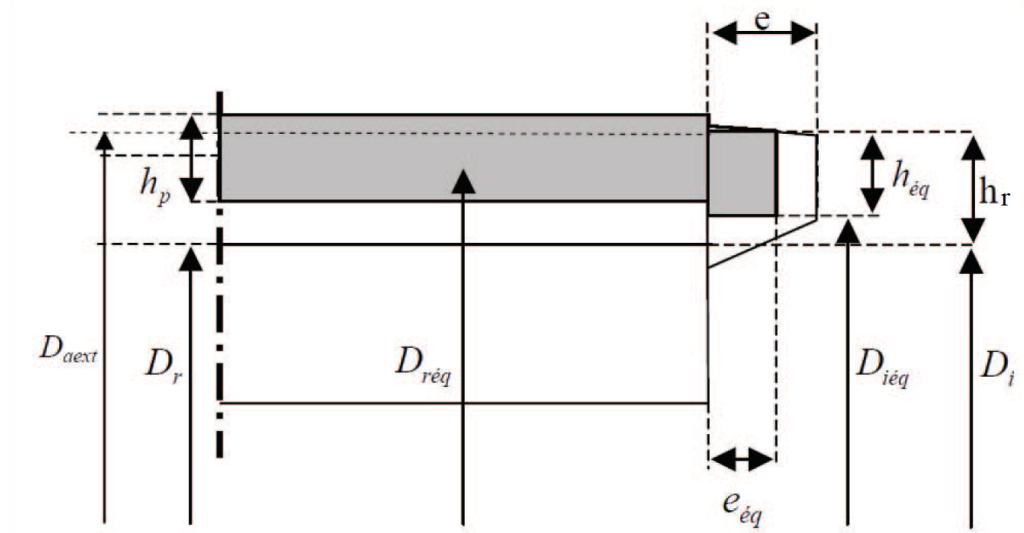
Velikost odporu kruhu nakrátko mezi dvěma tyčemi závisí na skluzu i teplotě a určuje výsledný moment motoru. **Indukčnost kroužku nakrátko mezi dvěma tyčemi** má také vliv na výsledný moment motoru. Výpočet pro obě veličiny, dle literárního zdroje [23] velmi závisí na geometrii motoru a při výpočtu zanedbává magnetické vlastnosti statorových a rotorových plechů. Uvažují se tedy jako vzduch nebo vakuum. Všechny rozměry kruhu nakrátko použité pro výpočet nebo vypočítané jsou uvedeny v Obr.4.3. Číselné hodnoty potřebné k výpočtu jsou uvedeny v Tab.4.1

Tab. 4.1: Geometrické rozměry pro kroužek nakrátko

Parametr	Veličina	Jednotka	Hodnota
Šířka kruhu nakrátko	$e$	mm	17,007
Výška kruhu nakrátko	$h_r$	mm	14,5
Výška rotorové tyče	$H$	mm	14,7
Průměr rotoru u středu rotorové tyče	$D_r$	mm	69,1
Vnitřní průměr tyče u kruhu nakrátko	$D_i$	mm	54,6
Vnější průměr rotoru	$D_{ext}$	mm	84

Nejdříve se vypočítá rezistivita kruhu nakrátko a rotorových tyčí při jmenovité teplotě. Materiál pro rotor počítaného motoru, byl vybrán hliník s definovanou rezistivitou při teplotě 20°C  $\rho_{Al,20} = 3,0303 \cdot 10^{-8} \Omega m$ . Předpokládaná pracovní teplota motoru je 70°C, kde koeficient teplotní roztažnosti hliníku je  $\alpha = 0,00429 K^{-1}$ , takže pro rezistivitu platí

$$\begin{aligned} \rho_{Al,70} = \rho &= \rho_{Al,20} \cdot (1 + \alpha(\Delta\vartheta)) = 3,0303 \cdot 10^{-8} \cdot (1 + 0,00429 \cdot (70 - 20)) = \\ &= 3,6803 \cdot 10^{-8} \Omega m \end{aligned} \quad (4.8)$$



**Obr. 4.3:** Rozměry čela kruhu nakrátko [23].

Dále platí ve výpočtech

$$\xi = e \sqrt{\frac{\pi \cdot \mu_0 \cdot f \cdot s}{\rho}} = 0,017007 \sqrt{\frac{\pi \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 0,03588}{3,6803 \cdot 10^{-8}}} = 0,23556 \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \epsilon(\xi) &= \xi \cdot \frac{\sinh(2 \cdot \xi) + \sin(2 \cdot \xi)}{\cosh(2 \cdot \xi) - \cos(2 \cdot \xi)} = 0,23556 \cdot \frac{\sinh(2 \cdot 0,23556) + \sin(2 \cdot 0,23556)}{\cosh(2 \cdot 0,23556) - \cos(2 \cdot 0,23556)} = \\ &= 1,000274 \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$h_p = \frac{H_r}{\epsilon(\xi)} = \frac{0,0147}{1,000274} = 0,014696 \text{ m} \quad (4.11)$$

$$D_{aext} = D_i + h_r = 0,0546 + 0,0145 = 0,0691 \text{ m} \quad (4.12)$$

$$D_{req} = D_{ext} - h_p = 0,094 - 0,014696 = 0,069304 \text{ m} \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} R_a &= \frac{\rho \cdot \pi \cdot p}{e \cdot h_r} \cdot (D_r - D_i) \cdot \left( \frac{D_r^{2 \cdot p} + D_i^{2 \cdot p}}{D_r^{2 \cdot p} - D_i^{2 \cdot p}} \right) = \\ &= \frac{3,6803 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot 2}{0,017007 \cdot 0,0145} \cdot (0,0691 - 0,0546) \cdot \left( \frac{0,0691^{2 \cdot 2} + 0,0546^{2 \cdot 2}}{0,0691^{2 \cdot 2} - 0,0546^{2 \cdot 2}} \right) = \\ &= 31,0568 \mu\Omega \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$h_{eq} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot D_{aext}}{R_a \cdot e + \pi \cdot \rho} = \frac{3,6803 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot 0,0691}{31,0568 \cdot 10^{-6} \cdot 0,017007 + \pi \cdot 3,6803 \cdot 10^{-8}} = 0,0124384 \text{ m} \quad (4.15)$$

$$h_b = h_p - \left( \frac{D_{ext} - D_{aext}}{2} \right) = 0,014696 - \left( \frac{0,084 - 0,0691}{2} \right) = 0,01244 \text{ m} \quad (4.16)$$

$$X = \frac{h_{eq}}{h_b} = \frac{0,0124384}{0,01244} = 1,7166 \quad (4.17)$$

$$K = 0,01 \cdot X^2 - 0,08 \cdot X + 1,07 = 0,01 \cdot 1,7166^2 - 0,08 \cdot 1,7166 + 1,07 = 0,96214 \quad (4.18)$$

Pokud by byla hodnota  $X > 2,36$ , tak by tvar rovnice pro  $K$  byl

$$K = -0,017 \cdot X + 0,977 \quad (4.19)$$

$$e_{eq} = \frac{e \cdot K}{\epsilon(\xi)} = \frac{0,017007 \cdot 0,96214}{1,000274} = 0,01636 \text{ m} \quad (4.20)$$

$$\lambda_a = 0,365 \cdot \text{Log} \left( \frac{3 \cdot \pi \cdot (D_{aext} - h_{eq})}{4 \cdot (h_{eq} + e_{eq})} \right) = 0,365 \cdot \text{Log} \left( \frac{3 \cdot \pi \cdot (0,0691 - 0,012435)}{4 \cdot (0,012435 + 0,01636)} \right) = 0,24314 \quad (4.21)$$

Výsledný odpor a indukčnost kruhu nakrátko mezi dvěma rotorovými tyčemi je

$$R_{er} = \frac{1}{N_r} \cdot \frac{\rho \cdot \pi \cdot p}{e_{eq} \cdot h_r} \cdot (D_{req} - D_i) \cdot \left( \frac{D_{req}^{2 \cdot p} + D_i^{2 \cdot p}}{D_{req}^{2 \cdot p} - D_i^{2 \cdot p}} \right) = \frac{1}{28} \cdot \frac{3,6803 \cdot 10^{-8} \cdot \pi \cdot 2}{0,01636 \cdot 0,0145} \cdot (0,069304 - 0,0546) \cdot \left( \frac{0,069304^{2 \cdot 2} + 0,0546^{2 \cdot 2}}{0,069304^{2 \cdot 2} - 0,0546^{2 \cdot 2}} \right) = 1,15685 \mu\Omega \quad (4.22)$$

$$L_{er} = \pi \cdot \frac{\mu_0}{N_r} \cdot (D_{aext} - h_{eq}) \cdot \lambda_a = \pi \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}{28} (0,0691 - 0,012435) \cdot 0,24314 = 1,9425 \text{ nH} \quad (4.23)$$

Pro simulaci se ještě musí dopočítat vodivost vodičů rotorové a statorové části. Pro klec nakrátko už máme definovaný materiál a rezistivitu při pracovní teplotě. Pro

vypočítání vodivosti stačí spočítat převrácenou hodnotu rezistivity pro pracovní teplotu

$$G_{Al} = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{3,6803 \cdot 10^{-8}} = 27,1717 \text{ Smm}^{-2} \quad (4.24)$$

Vodivost vinutí na statoru se vypočítá stejně jako u rotorové části motoru. Materiál pro statorové vinutí byl vybrána měď s definovanou rezistivitou při teplotě 20°C  $\rho_{Cu,20} = 1,72 \cdot 10^{-8} \text{ } \Omega\text{m}$  a koeficient teplotní roztažnosti mědi  $\alpha = 0,00393 \text{ K}^{-1}$ , takže pro rezistivitu platí

$$\begin{aligned} \rho_{Cu,70} &= \rho_{Cu,20} \cdot (1 + \alpha(\Delta\vartheta)) = 1,72 \cdot 10^{-8} \cdot (1 + 0,00393 \cdot (70 - 20)) = \\ &= 2,058 \cdot 10^{-8} \text{ } \Omega\text{m} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Pro vodivost pak platí

$$G_{Cu} = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{2,058 \cdot 10^{-8}} = 48,5913 \text{ Smm}^{-2} \quad (4.26)$$

### 4.2.3 Extrapolace B-H křivky

Při extrapolaci **B-H křivky** se nejčastěji využívá grafické metody, která spočívá v protažení naměřené B-H křivky a musí pod určitým úhlem mírně stoupat. Hlavní zásady při užití této metody jsou, že křivka nesmí mít moc prudké stoupání a hlavně nesmí klesat s rostoucí magnetickou indukcí. V rámci této práce byla využita extrapoláční numerická metoda, o které pojednává publikace [24]. Při extrapolaci se B-H křivka rozdělí na tři regiony, viz. Obr.4.4. Region měřených hodnot se může zjistit samotným měřením materiálu pro statorové a rotorové plechy nebo se může využít katalog s parametry materiálu od daného výrobce. V této práci se využil katalog od firmy COGENT [25], kde jsou i další potřebné parametry nutné pro pozdější výpočet. Ve středním regionu se využívá k extrapolaci kvadratická funkce, která má tvar

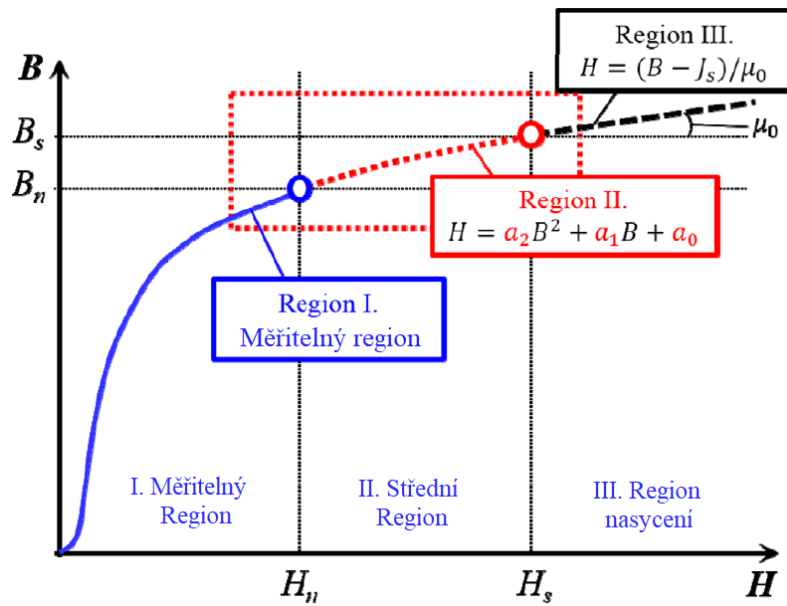
$$H_n = a_k \cdot B_n^2 + b_k \cdot B_n + c_k \quad (4.27)$$

V regionu saturace se permeabilita plechů rovná permeabilitě vzduchu, tudíž se jedná o lineární extrapolaci, která má tvar

$$H_n = \frac{(B_n - J_s)}{\mu_0} \quad (4.28)$$

Využití výše popsaných rovnic je ilustrováno na Obr.4.4.

Hlavní výhodou této metody je její přesnost. Při experimentálním ověření této metody s naměřenými hodnotami pomocí vibračně vzorkovacího magnetometru, podle publikace [24], jsou maximální odchylky malé v řádech jednotek procent. Na demonstrováných vzorcích byla největší odchylka 1,2%. Metoda je také vhodná pro extrapolaci



**Obr. 4.4:** Metoda extrapolace B-H křivky [24].

B-H křivce, kde se předpokládá vysoká magnetická saturace materiálu. V následujících odstavcích bude ukázán postup veškerých výpočtů.

Nejdříve se musí určit saturace magnetické polarizace  $J_s$ , který se může vypočítat dvěma metodami. První metoda je pomocí empirického vzorce, kde musí být známa procentuální příměs křemíku a hliníku. Rovnice má tvar

$$J_s = 2,162 - 0,043 \cdot \%Si - 0,0625 \cdot \%Al \quad (4.29)$$

Nevýhodou této metody je nutnost znát přesné složení materiálu, což ne všichni výrobci ve svých katalozích uvádějí. Výhodnější je druhá metoda, kde se využívají pro výpočet hodnoty hustoty a rezistivity materiálu plechů. Hustota a rezistivita materiálu se dá opět vypočítat využitím známého složení materiálu plechů, kde jsou jednotky pro hustotu materiálu  $d[\text{g}/\text{cm}^3]$  a rezistivity materiálu  $R[\mu\Omega\text{cm}]$

$$d = 7,865 - 0,065 \cdot (\%Si + 1,7 \cdot \%Al) \quad (4.30)$$

$$R = 13 + 10,52 \cdot \%Si \cdot 11,82 + \%Al \quad (4.31)$$

Velká výhoda zde je, že tyto hodnoty jsou uvedeny v katalogu výrobce, díky čemuž se nemusí počítat. Pro saturaci magnetické polarizace platí

$$\begin{aligned} J_s &= 0,37863 \cdot d - 0,00175 \cdot R - 0,79318 = \\ &= 0,37863 \cdot 7,7 - 0,00175 \cdot 39 - 0,79318 = \\ &= 2,05402 \text{ T} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Jednotky veličin musí být stejné jak byly uvedeny výše. Poté se spočítá relativní permeabilita mezi I. a II. regionem podle vzorce

$$\mu_n = \frac{H_{n-1} - H_n}{B_{n-1} - B_n} = \frac{3963 - 7773}{1,7 - 1,8} = 38100 Hm^{-1} \quad (4.33)$$

Dále se vypočítá magnetická indukce  $B_s$  mezi II. a III. regionem podle vzorce

$$\begin{aligned} B_s &= \frac{2 \cdot (J_s + \mu_0 \cdot H_n) - (1 - \mu_0 \cdot \mu_n) \cdot B_n}{1 - \mu_0 \cdot \mu_n} = \\ &= \frac{2 \cdot (2,05402 + 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 7773) - (1 - 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 38100) \cdot 1,8}{1 - 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 38100} = \\ &= 2,53513 T \end{aligned} \quad (4.34)$$

Nakonec se dopočítají členy  $a, b, c$  kvadratické rovnice, pomocí následujících rovnic 4.27

$$a = \frac{1 - \mu_0 \cdot \mu_n}{2 \cdot (B_s - B_n)} = \frac{1 - 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 38100}{2 \cdot (2,53513 - 1,8)} = 0,64758 Hm^{-1}T^{-1} \quad (4.35)$$

$$b = \frac{1}{\mu_0} - 2 \cdot a \cdot B_s = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} - 2 \cdot 0,64758 \cdot 2,53513 = 795771 mH^{-1} \quad (4.36)$$

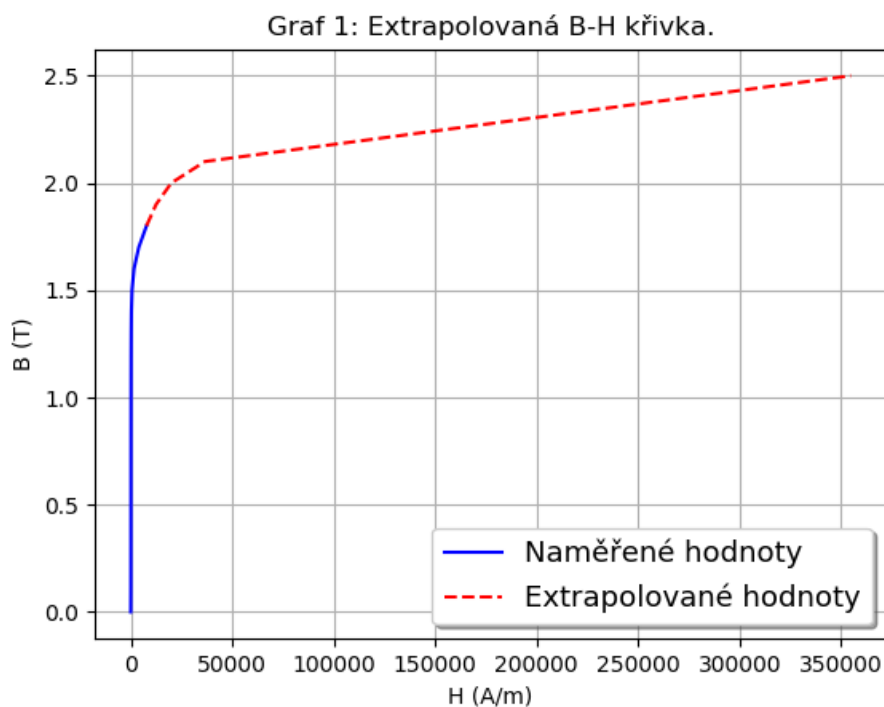
$$\begin{aligned} c &= \frac{B_s - J_s}{\mu_0} - B_s \cdot (a \cdot B_2 + b) = \\ &= \frac{2,53513 - 2,05402}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} - 2,53513 \cdot (0,64758 \cdot 0,2 + 795771) = \\ &= -1634530 Am^{-1} \end{aligned} \quad (4.37)$$

Konečný tvar rovnic 4.27 a 4.28 pro extrapolaci B-H křivky bude

$$H_n = 0,64758 \cdot B_n^2 + 795771 \cdot B_n - 1634530 \quad (4.38)$$

$$H_n = \frac{(B_n - 2,05402)}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \quad (4.39)$$

V rámci simulace lze rovnici 4.39 zanedbat, neboť se při výpočtech v simulaci uvažuje, že se do regionu nasycení nedostane. Pro extrapolaci B-H křivky se tedy dopočítá střední region s rovnicí 4.38. Naměřené a vypočítané hodnoty jsou ukázány v příloze práce. Výsledná extrapolovaná křivka je ukázána na Obr.4.5.



**Obr. 4.5:** Extrapolovaná B-H křivka.

### 4.3 Příprava simulací v programu ELMER

Příprava simulace probíhá dvěma způsoby. První je pomocí grafického rozhraní programu ELMER, který se jmenuje ELMERGUI. V ELMERGUI se nastavují veškeré parametry stroje, napájecí soustava, typ použitých řešičů pro výpočet a další, podobně jako v jiných programech využívající FEM. Výsledkem těchto nastavení je skript, jenž má koncovku .sif. Tato metoda je mnohdy jednodušší pro začátečníky, neboť se jedná o interaktivní prostředí a program určitým způsobem provází při nastavování uživatele. Druhá metoda, kterou popisuje tato práce, je přímé napsání skriptu pro danou simulaci. Zde musí mít uživatel určitou představu a zkušenost s psaním skriptu a měl by vědět co skript má dělat, protože skript není nikterak kontrolován nebo opravován programem ELMER. Jediná kontrola je spuštění skriptu v příkazovém řádku, kde se zobrazí zpráva simulace s potencionální chybou. Chyby skriptu jsou zde psány velmi obecně a nepoukazují vždy na konkrétní problém ve skriptu. To je rozdíl oproti první metodě, kde ELMERGUI kontroluje některé vstupy od uživatele. Velikou výhodou psaní skriptu je větší volnost s nastavením simulace. Řešiče pro simulaci mohou být zde libovolně upraveny a přesně nastaveny pro určitý model [18]. Skripty mohou být psány v textovém dokumentu. Mnohem výhodnější je psát je v programu Notepad++, který dokáže rozpoznat jazykovou strukturu některých programovacích jazyků a lze s ním upravovat veškeré textové nebo datové soubory [26]. Notepad++ je open-source

program, což je jeho velikou výhodou. V této podkapitole bude popsána základní struktura a některé části skriptu, která je u všech simulací velmi podobná. V dalších podkapitolách budou vysvětleny odlišnosti ve skriptech pro každou simulaci zvlášť.

Pro simulaci se se v rámci přehlednosti píše celkem tři skripty a to **hlavní skript**, **skript obsahující parametry stroje s definovanou napájecí soustavou** a **skript popisující rotorovou klec nakrátko**, viz Obr.4.1. Nejdříve se v této podkapitole popíše sekundární skripty, poté primární.

#### 4.3.1 Skript s parametry stroje a definovanou napájecí soustavou

Pro sekundární skript obsahující parametry stroje s definovanou napájecí soustavou se definují všechny parametry stroje jako jsou velikost sdruženého napětí, frekvence, otáčky, analyticky dopočítané hodnoty indukčnosti čela vinutí a další. Důležité je, aby soubor měl koncovku .dat. Pro časově proměnnou simulaci hlavička obsahuje následující parametry

```
$ slip = 0.03588
$ f = 50.00 ! [Hz] frekvence
$ U = 400.00 ! [V] Sdružené napětí
$ pp = 2 ! počet pólových párů
$ n = 1446.2 ! [min-1] jmenovité otáčky
$ l = 0.140 ! [m] délka statorových svazků
$ Rs = 3.729 ! [Ohm] Odpor fáze statoru
$ Nph = 210 ! Počet otáček vinutí pro tři fáze
$ w_syn = 1500/60*2*pi ! [rad/s] úhlová rychlost
!Analyticky dopočítané veličiny:
$ L_ew = 21.086e-3 ! [H] indukčnost čela vinutí
$ R_er = 1.15685e-6 ! [Ohm] Odpor části kruhu nakrátko mezi dvěma tyčemi
$ L_er = 1.9425e-9 ! [H] Indukčnost části kruhu nakrátko mezi dvěma tyčemi
```

Pro simulaci pomocí harmonické analýzy se doplní jmenovitý proud, proud naprázdno a úhel natočení rotoru

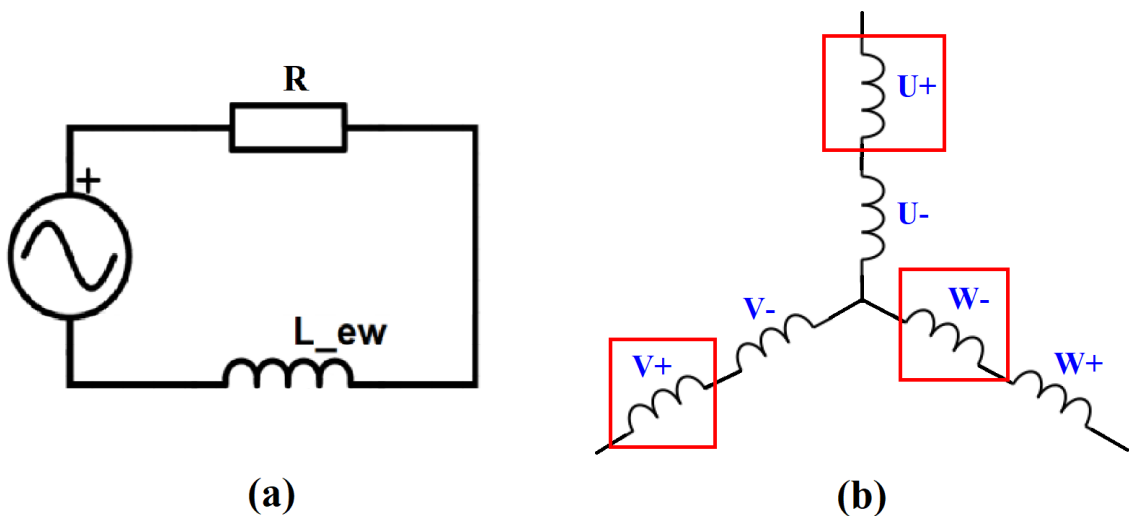
```
$ r_angle = 0.0 ! úhel natočení rotoru
$ I = 3.43 ! [A] jmenovitý proud
$ I0 = 2.23 ! [A] proud naprázdno
```

Dále se definuje chování napájecí soustavy, která je stejná pro všechny typy

simulací. Nejdříve se definuje počet obvodů, reprezentující napájecí fáze U, V, W a rotorovou klec nakrátko, kde každá část je číselně popsána

`§ Circuits = 4`

V rámci tohoto skriptu se definují pouze fáze U, V, W. Klec nakrátko se definuje v jiném skriptu, který bude popsán níže. Definice napájecích fází U, V, W je velmi podobná a proto bude popsána jenom fáze U. Napájecí soustava bude zde sinusově symetrická a proto může být každá fáze definovaná samostatně. Pokud by napájecí soustava byla určitým způsobem nesymetrická typu napájení pomocí PWM nebo by simulovaný motor měl poruchu, napájecí soustava by se musela popsat jako jeden komplexní celek místo tří menších celků. Pro kontrolu je mnohdy vhodné simulovat pouze stator, zda-li je napájecí soustava správně nastavena. Při psaní skriptu se vychází ze schématu na Obr.4.6(a), který reprezentuje jednu fázi motoru [18]. Ve skriptu se pak modeluje jenom kladná část statorového vinutí, neboť je geometrie modelu symetrická a sníží to výpočetní čas. Modelované vinutí jsou znázorněny na Obr.4.6(b)



**Obr. 4.6:** Schéma reprezentující jednu statorovou fázi motoru (a) [18] a modelovaná část vinutí statorové fáze (b) [18].

Fáze je pak ve skriptu popsána v maticovém tvaru a vychází z rovnice

$$Ax' + Bx = F(t) \tag{4.40}$$

Jenotlivé členy rovnice se pak definují ve skriptu následovně

`§ C.1.variables = 6 ! I a U pro každý element`

\$ C.1.perm = 6 ! Permutační vektor (pro zmenšení šířky matice)

\$ C.1.A = 6 ! mass matrix

\$ C.1.B = 6 ! stiffness matrix

\$ C.1.Mre = 6 ! Může být využit pro harmonickou analýzu, pro časově proměnnou je nulová

\$ C.1.Mim = 6 ! Může být využit pro harmonickou analýzu, pro časově proměnnou je nulová

Matice C.1.A a C.1.B jsou vyplněny I. a II. kirchhoffovými zákony a rovnicemi pro ostatní prvky. Matice C.1.Mre a C.1.Mim slouží pro popsání napájecí soustavy pomocí reálné a imaginární části, nemusí se použít. Poté se definují tři komponenty, které jsou znázorněny na Obr.4.6. Pro každý komponent se definuje napětí a proud

\$ C.1.name.1 = "i\_su" ! proud zdroje

\$ C.1.name.2 = "v\_su" ! napětí zdroje

\$ C.1.name.3 = "i\_component(8)" ! proud odporu vinutí

\$ C.1.name.4 = "v\_component(8)" ! proud odporu vinutí

\$ C.1.name.5 = "i\_ewu" ! proud indukčnosti čela vinutí

\$ C.1.name.6 = "v\_ewu" ! napětí indukčnosti čela vinutí

U třetího a čtvrtého komponentu se i\_component(8) a u\_component(8) odkazuje na popsané vinutí v hlavním skriptu. Dále se do matice zahrne zdroj napětí, na který se bude odkazovat v hlavním skriptu. Nakonec se definují Kirchhoffovy zákony pro proud a napětí pro každý komponent statorové fáze, viz. Obr.4.6.

Kirchhoffovy zákony pro proud

\$ C.1.B(2,0) = -1 ! odpor fáze

\$ C.1.B(2,2) = 1 ! odpor fáze

\$ C.1.B(4,0) = -1 ! odpor vinutí

\$ C.1.B(4,4) = 1 ! odpor vinutí

Jelikož má motor jednovrstvé vinutí členy C.1.B(2,0) a C.1.B(4,0), mají zápornou hodnotu 1. Výsledné hodnoty proudu, momentu a dalších mají za těchto podmínek nominální hodnotu.

Kirchhoffovy zákony pro napětí

\$ C.1.B(1,1) = -0.5

\$ C.1.B(1,3) = 1

$$\text{\$ C.1.B(1,5) = 1}$$

První člen má hodnotu -0.5 z důvodu modelování pouze kladné části fáze, viz. Obr.4.6(b). Nakonec se pro napájecí soustavu definují Kirchhoffovy zákony pro ostatní prvky. Zde se pouze definuje působení indukčnosti čela vinutí

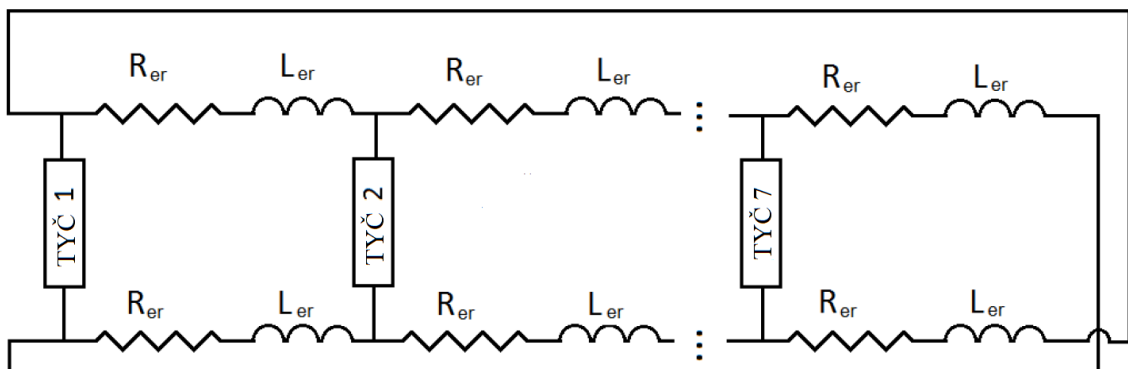
$$\text{\$ C.1.A(5,4) = } L_{ew}/2$$

$$\text{\$ C.1.B(5,5) = -1}$$

Indukčnost je zde poloviční opět z důvodu modelování poloviny vinutí.

#### 4.3.2 Skript definující rotorovou klec nakrátko

Skript pro rotorovou klec nakrátko popisuje komponenty odporu a indukčnosti kroužku nakrátko mezi dvěma tyčemi, pro celou čtvrtinu rotoru. Při psaní skriptu se vychází ze schématu na Obr.4.7. Důležité je, aby skript měl koncovku .definitions. Skript je velmi obsáhlý a budou zde uvedeny a popsány jenom jeho nejdůležitější části. Bude tedy popsána jedna rotorová tyč.



Obr. 4.7: Schéma reprezentující rotorovou klec nakrátko [18].

Prvně se definují tyče rotorové klece nakrátko. Definování jedné tyče je pak provedeno

##### Component 1

Name = String RB1

Body = Integer 1

Coil Type = String Stranded

Number of Turns = Real 1

End

Pracovní název pro první tyč se definuje jako Component 1, kde tyči přiřadíme jméno String RB1 a číslo 1 v sekci Body. Příkazem Integer definujeme objekt nebo fyzikální region, který se bude pohybovat a měnit svoji polohu při simulaci. Coil Typy jak se má distribuovat proud v kleci nakrátko. String Stranded udává rovnoměrnou distribuci proudu ve všech tyčích. Number of Turns popisuje počet otáček vinutí, čili se definuje 1, pro jednu tyč. Real označuje číselnou konstantu.

Dalším krokem je definování napájecího zdroje pro obvod rotorové klece. Zde není přímo napojený napájecí zdroj pouze působení statorové části na rotorovou část. Proto se obvod uvažuje bez napájecího zdroje

```
C.4.source.1 = 0
```

Poté se vytvoří matice pro rotor, podle rovnice 4.40. Tato operace je stejná jako v předchozím sekundárním skriptu. Jediný rozdíl je ve velikosti matic

```
$ C.4.variables = 42
$ C.4.perm = zeros(42)
$ C.4.A = zeros(42, 42)
$ C.4.B = zeros(42, 42)
$ C.4.Mre = zeros(42, 42)
$ C.4.Mim = zeros(42, 42)
```

Pak se přiřadí proudy a napětí ke všem komponentům, viz. Obr.4.7.

```
$ C.4.name.1 = "i_component(1)" ! rotorová tyč
$ C.4.name.2 = "v_component(1)" ! rotorová tyč
$ C.4.name.3 = "i_r1" ! odpor rotoru
$ C.4.name.4 = "v_r1" ! odpor rotoru
$ C.4.name.5 = "i_l1" ! indukčnost rotoru
$ C.4.name.6 = "v_l1" ! indukčnost rotoru
```

Nakonec se definují Kirchhoffovy zákony. Kirchhoffovy zákony pro proud se zde definují pro dva uzly jedné tyče

```
! Pravý uzel tyče
$ C.4.B(0,0) = 1
$ C.4.B(0,40) = 1
```

\$ C.4.B(0,2) = -1  
! Levý uzel tyče  
\$ C.4.B(4,4) = -1  
\$ C.4.B(4,38) = 1  
\$ C.4.B(4,0) = -1

Kirchhoffovy zákony pro napětí jsou

! Tyč 1  
\$ C.4.B(2,1) = 1/1  
\$ C.4.B(2,3) = 1  
\$ C.4.B(2,5) = -1  
\$ C.4.B(2,7) = -1/1

Nakonec se definují Kirchhoffovy zákony pro ostatní prvky. Tyto prvky jsou jmenovitě odpor a indukčnost kruhu nakrátko mezi dvěma fázemi

\$ C.4.B(3,3) = -1  
\$ C.4.B(3,2) = R\_er  
\$ C.4.A(3,2) = L\_er  
\$ C.4.B(5,5) = -1  
\$ C.4.B(5,4) = R\_er  
\$ C.4.A(5,4) = L\_er

### 4.3.3 Popis struktury hlavního skriptu

Hlavní skript se skládá z hlavičky, sekcí materiálů, časově proměnných veličin, struktury elektromagnetického modelu, komponentů, řešičů a okrajových podmínek. Soubor hlavního skriptu musí mít vždy koncovku .sif. Zde budou vysvětleny jenom ty části, které jsou ve všech simulacích stejné. V dalších podkapitolách budou pro samostatné simulace vysvětleny podrobněji.

V hlavičce se hned v prvním řádku zahrne sekundární skript obsahující parametry stroje a napájecí soustavu a to buď pro časově proměnnou simulaci

```
include harmonic_params.dat
```

nebo pro časově harmonickou analýzu

```
include transient_params.dat
```

Dále se zde definují cesty ke složce s vytvořenou geometrií, složce kde se mají uložit výsledky a složka která obsahuje informace o B-H křivce statorových a rotorových plechů

```
Header
```

```
Mesh DB "im"
```

```
Results Directory "results"
```

```
Include path "materials"
```

```
End
```

Poslední prvek hlavičky jsou obecné informace o simulaci, které velice závisí na daném typu simulace.

```
Simulation
```

```
Max Output Level = 3
```

```
Coordinate System = Cartesian 2D
```

```
Coordinate Scaling = 0.001
```

```
Circuit Model Depth = Real $ I
```

```
Use Mesh Names = Logical True
```

```
End
```

Max Output Level definuje kolik informací bude zobrazeno každým řešičem v příkazovém řádku, ve kterém probíhá výpočet. Coordinate System definuje kartézskou soustavu. V tomto případě pouze 2D. Coordinate Scaling udává měřítko elektromagnetického modelu a převádí model z mm na m. Circuit Model Depth definuje šířku modelu a odkazuje se na hodnotu, která je obsažena v sekundárním skriptu obsahující parametry stroje. Use Mesh Names zachovává jména fyzických regionu vytvořených programem GMSH.

V sekci materiálů se definují všechny použité materiály pro stroj včetně vzduchu. Pro vzduch, vinutí statoru a rotorové tyče se definuje relativní permeabilita a elektrická vodivost. Pro vinutí statoru a rotorové tyče se u elektrické vodivosti vychází z vypočítaných hodnot pro jmenovitou teplotu motoru

```
! Vzduch
```

```
Material 1
```

```
Relative Permeability = 1
```

```
Electric Conductivity = 0  
End
```

```
! Hliník  
Material 3  
Relative Permeability = 1  
Electric Conductivity = 27.1717e6  
End
```

```
! Měď  
Material 4  
Relative Permeability = 1  
Electric Conductivity = 48.5913e6  
End
```

Materiál statorových a rotorových plechů se pro časově proměnné simulace definuje následovně

```
! plechy  
Material 2  
Name = "Iron"  
INCLUDE el_steel_M470_50A  
Electric Conductivity = 0  
End
```

Rozdíl oproti ostatním materiálům je obsažení B-H křivky a pojmenováním materiálu pro další operace. Příkaz INCLUDE se odvolává na složku materials, která obsahuje menší skript s daty o B-H křivce. Tento skript má následující strukturu, která bude o některé hodnoty B-H křivky zmenšena

```
Electric Conductivity = 0  
H-B Curve = Variable coupled iter  
Real Monotone Cubic  
0 0  
0.1 52  
0.2 68  
.....  
.....  
2.4 275325.1857
```

2.5 354902.6462

End

Pro harmonickou analýzu se B-H křivka nahradí relativní permeabilitou. Tento proces bude popsán v podkapitole 4.5.

V sekci časově proměnných veličin se definuje časově proměnné hodnoty napětí pro všechny tři fáze a otáček rotoru vzhledem ke statoru. Simulovaný motor je napájen symetrickým sinusovým napětím, proto bude zde definováno pro všechny tři fáze jeho fázová časově závislá funkce napětí jejichž fázorový součet je nulový. Pro časově proměnné simulace bude průběh napětí definován pomocí příkazu MATC, který má za úkol měnit napětí v závislosti na čase

Body Force 1

Name = "Circuit"

U\_u = Variable time

Real MATC "400\*sqrt(2)/sqrt(3)\*sin(tx(0)\*2\*pi\*f)"

U\_v = Variable time

Real MATC "400\*sqrt(2)/sqrt(3)\*sin(tx(0)\*2\*pi\*f-2\*pi/3)"

U\_w = Variable time

Real MATC "400\*sqrt(2)/sqrt(3)\*sin(tx(0)\*2\*pi\*f+2\*pi/3)"

End

Harmonická analýza využívá lehce modifikovanou verzi, která bude blíže přiblížena v podkapitole 4.5. Časově závislé otáčky rotoru jsou pro každou simulaci jiné. Proto budou jejich příkazy dopsány a vysvětlen v podkapitolách korespondujících k danému typu simulace.

Ve struktuře elektromagnetického modelu přiřazujeme pro všechny fyzické regiony, které byly definovány a vytvořeny v programu GMSH, chování těchto objektů. Princip je velmi podobný jako ve skriptu rotorové klece nakrátko při definování jedné tyče. Vychází se ze souborů, které byly převedeny podprogramem ElmerGrid, viz kapitola 3. Ve vygenerované složce im se nachází šest souborů, obsahující informace o geometrii elektromagnetického modelu, např. jména fyzických regionů, informace o síti konečných prvků apod. Nejdůležitější soubor je entities.sif, kde jsou jména všech

objektů a jsou navíc přiřazeny k fyzickým regionům pro simulaci. Jsou zde také uvedeny okrajové podmínky. Příklad fyzických regionu je následující

```
Body 1  
  Name = Bar1  
End
```

```
Body 8  
  Name = U_plus  
End
```

```
Body 11  
  Name = StatorIron  
End
```

```
Body 14  
  Name = RotorIron  
End
```

```
Body 15  
  Name = RotorAirgap  
End
```

Celý kód v souboru entities.sif se zkopíruje a použije v hlavním skriptu. Ke každému objektu je pak přiřazen materiál číselně korespondující a rovnici řešiče. K některým objektům jsou navíc přiřazeny rovnice pro pohyb rotoru ze sekce proměnných a definování objektu pro jeho pohyb

```
Body 1  
  Name = Bar1  
  Equation = 1  
  Material = 3  
  Body Force = 7  
  Torque Groups = Integer 1  
End
```

```
Body 8  
  Name = U_plus  
  Equation = 1
```

```

    Material = 4
End

Body 11
    Name = StatorIron
    Equation = 1
    Material = 2
End

Body 14
    Name = RotorIron
    Equation = 1
    Material = 2
    Body Force = 7
    Torque Groups = Integer 1
End

Body 15
    Name = RotorAirgap
    Equation = 1
    Material = 1
    Body Force = 7
    R Inner = Real 0.0423
    R Outer = Real 0.042
End

```

Equation určuje, které části řešiče se mají aplikovat na daný objekt. Funkce řešičů bude vysvětlen níže. Příkaz Material přiřazuje ke každému objektu, dříve definovaný materiál s číselnou korespondencí. Body Force definuje rovnici pro natáčení rotoru, která byla vytvořena v sekci proměnných. Torque Groups udává, že se daný objekt má pohybovat a měnit polohu. Pro vzduchovou mezeru na rotorové části je navíc definovaná střední hodnota průměru.

V komponentech se zahrnuje sekundární skript definující rotorovou klec nakrátko. Navíc se přiřazuje ke každému fyzickému regionu, reprezentující jednu statorovou fázi, přiřadí obvody ze sekundárního skript definující statorové parametry a napájecí soustavu

```
include "cage.definitions"
```

```
Component 8
  Name = String Uplus
  Body = Integer 8
  Coil Type = String Stranded
  Number of Turns = Real $ Nph
  Resistance = Real $ Rs
End
```

```
Component 9
  Name = String Vplus
  Body = Integer 10
  Coil Type = String Stranded
  Number of Turns = Real $ Nph
  Resistance = Real $ Rs
End
```

```
Component 10
  Name = String Wminus
  Body = Integer 9
  Coil Type = String Stranded
  Number of Turns = Real $ Nph
  Resistance = Real $ Rs
End
```

Číslovaní komponentů statorových fází je ovlivněno číslováním komponentů u rotorových tyčí a proto pokračují číslem 8. Příkazem Body se přiřazuje komponent k číselně korespondujícímu fyzickému regionu v sekci struktury elektromagnetického modelu. Všechny cívky pro statorové fáze se definují jako Stranded, což znamená, že při výpočtech je v cívkách zanedbán vliv vířivých proudů a proud teče pouze osou Z stroje. Pro každý komponent je definovaná stejná hodnota statorového odporu a počtu otáček vinutí v jedné fázi.

V sekci řešičů se odehrávají veškeré výpočty v průběhu simulace. Může se v nich definovat, které veličiny se mají počítat a to pro skalární pole nebo její okamžitou hodnotu. Řešiče také zaručují pohyb sítě konečných prvků rotoru. Sekce řešičů se velmi liší na základě použité simulace. Proto bude každá sekce řešičů vysvětlena podrobněji u každého typu simulace zvlášť.

Okrajové podmínky jsou pro všechny typy simulací stejné a neměnné. Struktura okrajových podmínek se nachází ve složce entities.sif, stejně jako dříve zmiňovaná

struktura elektromagnetického modelu. Skript pro okrajové podmínky se opět zkopíruje a modifikuje pro potřeby simulace. V souboru je vygenerovaných celkem šest okrajových podmínek jejichž modifikace pro časově proměnné simulace vypadá následovně

Boundary condition 1

Name = OuterStator

A = real 0

End

Boundary Condition 2

Name = StatorRight

Mortar BC = Integer 3

Mortar BC Static = Logical True

Anti Radial Projector = Logical True

Galerkin Projector = Logical True

End

Boundary Condition 3

Name = StatorLeft

End

Boundary Condition 4

Name = Sliding\_Stator

Mortar BC = Integer 8

Anti Rotational Projector = Logical True

Galerkin Projector = Logical True

End

Boundary condition 5

Name = InnerRotor

A = real 0

End

Boundary Condition 6

Name = RotorRight

Mortar BC = Integer 7

Mortar BC Static = Logical True

Anti Radial Projector = Logical True

Galerkin Projector = Logical True

End

Boundary Condition 7

Name = RotorLeft

End

Boundary Condition 8

Name = Slidin\_rotor

End

První a pátá okrajová podmínka využívá Dirichletovu okrajovou podmínku pro vnější stranu statoru a vnitřní stranu rotoru. Při jejím použití se uvažuje, že magnetický tok je na těchto křivkách nulový. Pro harmonickou analýzu jsou tyto okrajové podmínky rozděleny na reálnou a imaginární složku

Boundary condition 1

Name = OuterStator

A re = real 0

A im = real 0

End

Boundary condition 5

Name = InnerRotor

A re = real 0

A im = real 0

End

Druhá a sedmá okrajová podmínka reprezentuje anti-periodickou okrajovou podmínku. Anti-periodická okrajová podmínka se zde používá, protože je namodelovaný pouze jeden pól stroje. Pokud by byly namodelovány dva póly stroje použila by se periodická okrajová podmínka. Příkazem Mortar BC se pak odkazuje na třetí a sedmou okrajovou podmínkou, protože se jedná o podobné křivky. Čtvrtá a osmá okrajová podmínka tvoří pro jeden pól lepší a přesnější výsledky simulace. Tato okrajová podmínka se používá pro pohyblivé části, zde rotor a vzduchová mezera.

O celkové struktuře, významu a použití všech příkazů se lze dočíst v manuálu pro podprogram ElmerSolver [27].

## 4.4 Časově proměnná elektromagnetická simulace

Časově proměnná elektromagnetická simulace využívá pro svoje výpočty tzv. metodu časového kroku. Ve výsledku tzn. že elektromagnetický model je popsán řídicími rovnicemi popisující jeho chování. Při simulaci se vychází z výchozích podmínek, např. start motoru, zabrzděný rotor, atd. Simulace probíhá pomocí několika za sebou následujících výpočtů s definovaným časovým krokem, např. 1 ms. Sleduje se jak se vlastnosti motoru mění za tento časový úsek a vždy se vychází počátečních podmínek, které vzniknou při novém výpočtu. Tato metoda má velké výhody při výpočtech komplexních elektromagnetických modelů, kde se může simulovat skokové zatížení motoru, simulace přechodových jevů a dalších. Nevýhodou metody je velká časová náročnost [28].

### 4.4.1 Skript časově proměnné elektromagnetické simulace

Pro časově proměnnou simulaci se musí v samotné hlavičce definovat o jaký typ simulace se jedná. Zakomponuje se zde tedy časový krok pro simulaci. Do položky Simulation se přidají následující příkazy

```
Simulation Type = Transient  
Timestepping Method = BDF  
BDF Order = 2  
Output Intervals = 1  
Timestep Sizes = $ 1/f/600  
Timestep Intervals = $ 10000
```

Důležitý příkaz je Simulation Type, který udává typ simulace jako časově proměnnou. Timestepping Method udává typ časové kroku, zde BDF druhého stupně, více informací o této metodě lze najít v manuálu [27]. Output Intervals ovlivňuje zda-li se výsledky simulace mají uložit, přiřazením jedničky k tomuto příkazu se výsledky ukládají. Časový krok je nastaven na 600 kroků pro jednu elektrickou periodu. Tento časový krok je praktický pro simulaci vyšších harmonických složek, ale jeho výpočetní čas je zase vysoký. Pro zjištění střední hodnoty proudu nebo momentu by se mohl snížit i na 200 nebo 100, ale samotné průběhy by byli velmi vysoké. Timestep Intervals určuje dobu simulace elektromagnetického modelu.

V sekci proměnných se definují pohyb rotoru jako časově závislé otáčky se skluzem pro jmenovité otáčky

```
Body Force 7  
Mesh Rotate 3 = Variable time
```

```
Real MATC "180/pi*2*pi*f/pp*(1-slip)*tx"  
End
```

Posledním přídatkem pro skript jsou řešiče. Na začátku řešičů se definuje rovnice, která byla dříve přiřazena v sekci struktury elektromagnetického modelu pro jednotlivé objekty. V rovnici se definují řešiče, které budou aktivní při simulaci pro daný objekt. Pro časově proměnnou simulaci je definována jedna rovnice obsahující tři řešiče

```
Equation 1 :: Active Solvers(3) = 2 3 4
```

První řešič pak definuje pohyb prvkové sítě rotoru. Pracuje tak aby před každým časovým krokem změnil polohu sítě konečných prvků.

```
Solver 1  
  Exec Solver = Before timestep  
  Equation = MeshDeform  
  Procedure = "RigidMeshMapper" "RigidMeshMapper"  
End
```

Druhý a pátý řešič mění a zpracovávají hodnoty v obvodech pro statorový napájecí soustavu a rotorovou klec nakrátko. Jsou nastaveny tak, aby fungovaly po celou dobu simulace

```
Solver 2  
  Exec Solver = Always  
  Equation = Circuits  
  Variable = X  
  Procedure = "CircuitsAndDynamics" "CircuitsAndDynamics"  
  No Matrix = Logical True  
End
```

```
Solver 5  
  Exec Solver = Always  
  Equation = CircOutput  
  Procedure = "CircuitsAndDynamics" "CircuitsOutput"  
End
```

Třetí řešič je hlavní řešič ve kterém se počítá ve 2D geometrii magnetický vektorový potenciál. Řešič počítá na bázi numerické iterace pro nelineární systém a

pracuje po celou dobu simulace. Je zde tedy nastaveno toleranční odchylka, maximální počet iterací, minimální počet iterací a další parametry které udávají konečnou přesnost výsledku ve výpočtech. Všechny parametry řešiče jsou popsány v manuálu [27]

### Solver 3

```
Exec Solver = Always
Equation = MgDyn2D
Procedure = "MagnetoDynamics2D" "MagnetoDynamics2D"
Stabilize = False
Partition Local Constraints = Logical True
Nonlinear System Compute Change in Scaled System = Logical True
Nonlinear System Convergence Measure = Residual
Nonlinear System Convergence Tolerance = 1e-6
Nonlinear System Max Iterations = 20
Nonlinear System Min Iterations = 1
Nonlinear System Relaxation Factor = 1.0
Nonlinear System Newton After Iterations = 7
Export Lagrange Multiplier = Logical True
Linear System Abort Not Converged = False
Linear System Solver = Iterative
Linear System Iterative Method = GCR ! GCR !
Linear System GCR Restart = 500
Bicgstabl Polynomial Degree = 4
Linear System Preconditioning = ILU4
Linear System Max Iterations = 1500
Linear System Residual Output = Integer 20
Linear System Convergence Tolerance = 1e-7 ! 2.0e-6
Mortar BCs Additive = Logical True
```

End

Čtvrtý řešič má za úkol počítá všechny skalární hodnoty a hodnoty pro skalární pole během simulace, kde proměnná se kterou počítá je A, z předešlého řešiče. Dále je nastaven tak, aby počítal uzlovou sílu ze které zároveň počítá i moment elektromagnetického modelu, proudovou hustotu a distribuci magnetického vektorového potenciálu. Opět je nastaven aby fungoval vždy během simulace

### Solver 4

```
Exec Solver = Always
Equation = CalcFields
```

```

Potential Variable = "A"
Procedure = "MagnetoDynamics" "MagnetoDynamicsCalcFields"
Calculate Nodal Forces = Logical True
Calculate Magnetic Torque = Logical True
Calculate Current Density = Logical True
Calculate Magnetic Vector Potential = Logical True
End

```

Do řešiče se mohou přidat další moduly pro vypočítání hodnot veličin, např. elektrické pole nebo síla magnetického pole

```

Calculate Electric Field = Logical True
Calculate Magnetic Field Strength = Logical True

```

Šestý řešič ukládá vypočítané skalární pole. Skalární pole se vždy uloží po každém výpočtu jednoho časového kroku a jejich celkový počet je dán hodnotou definovanou pro celkový počítaný časový interval, viz Timestep Intervals. Binární hodnoty skalárního pole se uloží do souboru case s koncovkou .vtu. Soubory jsou pak uloženy ve složce results

```

Solver 6
Exec Solver = After timestep
Equation = "ResultOutput"
Procedure = "ResultOutputSolve" "ResultOutputSolver"
Output File Name = case
Output Directory = results
Save Geometry Ids = Logical True
Vtu Format = Logical True
Binary Output = Logical True
Single Precision = Logical True
End

```

V řešiči lze nastavit, která pole se mají ukládat. Mohou se tedy přidat veškeré skalární pole související s elektromagnetickým výpočtem. Níže jsou uvedeny příklady pro přidání hustoty magnetického toku, proudové hustoty a vektorového potenciálu A

```

Scalar Field 1 = "magnetic flux density e"
Scalar Field 2 = "current density e"

```

Scalar Field 3 = "a"

Pak pro lepší vizualizaci diskontinuálních polí lze využít následující příkaz. Nevýhodou příkazu je zkrácení samotných výpočtů při simulaci.

Discontinuous Bodies = Logical True

Sedmý a poslední řešič ukládá skalární hodnoty vypočítané během simulace do složky results. Soubor do kterého se hodnoty ukládají je transient\_results.dat. Řešič ukládá tyto výsledky až po ukončení výpočtu jednoho časového kroku a celkový počet hodnot je opět dán časovým intervalem

Solver 7

Exec Solver = After timestep

Equation = Scalars

Procedure = "SaveData" "SaveScalars"

Filename = transient\_results.dat

Output Directory = results

End

Do řešiče se mohou přidat příkazy, které uloží do souboru skalární hodnoty všech veličin v definovaných koordinacích určených uživatelem. Příklad uložení hodnot v koordinacích je následující

Save Coordinates(3,2) = -0.053 0.053 -0.0428 0.046 -0.07 0.07

Exact Coordinates = True

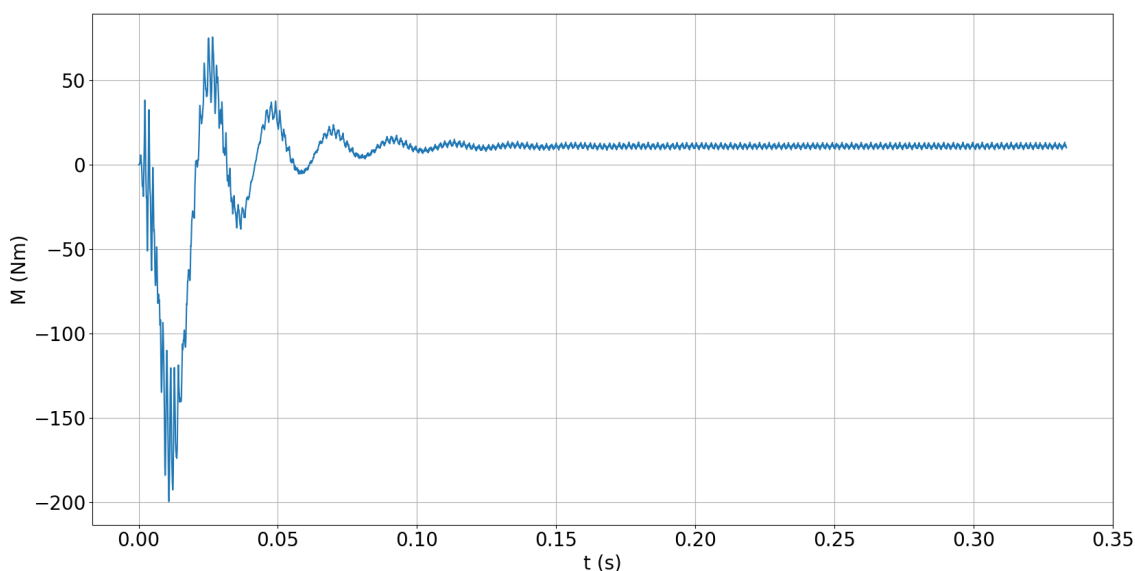
Skript se pak uloží pod názvem např. jako transient.sif. Nejdůležitější je přípona .sif, jméno není důležité. Pomocí příkazového řádku se pak musí dostat do složky, kde se soubor nachází a samotná simulace se spustí pomocí příkazu

ElmerSolver transient.sif

Stejným způsobem se spouští i ostatní simulace. Tento krok už tedy nebude níže zmiňován.

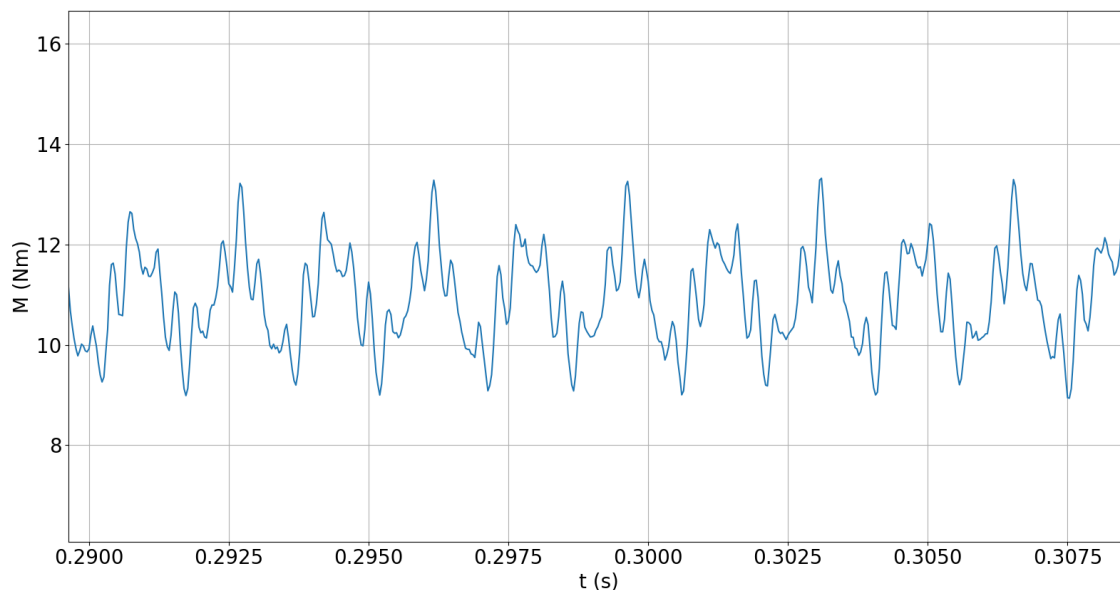
#### 4.4.2 Výsledky časově proměnné elektromagnetické simulace

Po ukončení simulace, která trvala přibližně 5,5 hodin, se samotný postprocessing rozdělí na dvě části, jak bylo dříve avizováno v podkapitole 4.1. **První část postprocessingu** je zobrazení časových průběhů a to za pomoci programovacího jazyka Python. Z výsledků simulace se v souboru `transient_results.dat.names` nachází jména všech vypočítaných veličin. Každá veličina navíc obsahuje číslo, které reprezentuje pozici sloupce v souboru `transient_results.dat`. Zde je Python velmi vhodný, protože dokáže vykreslit průběhy přímo ze souboru a stačí pouze vybrat která veličina se má zobrazit. Pro moment v závislosti na otáčkách se v Pythonu musí při vykreslování každá hodnota vynásobit délkou motoru, protože při ELMER počítá každý model na délku jednoho metru a navíc se tato hodnota musí vynásobit čtyřmi, neboť je vymodelována jenom jeho čtvrtina. Výsledný průběh je zobrazen na Obr.4.8



**Obr. 4.8:** Časový průběh momentu motoru pro časově proměnnou simulaci.

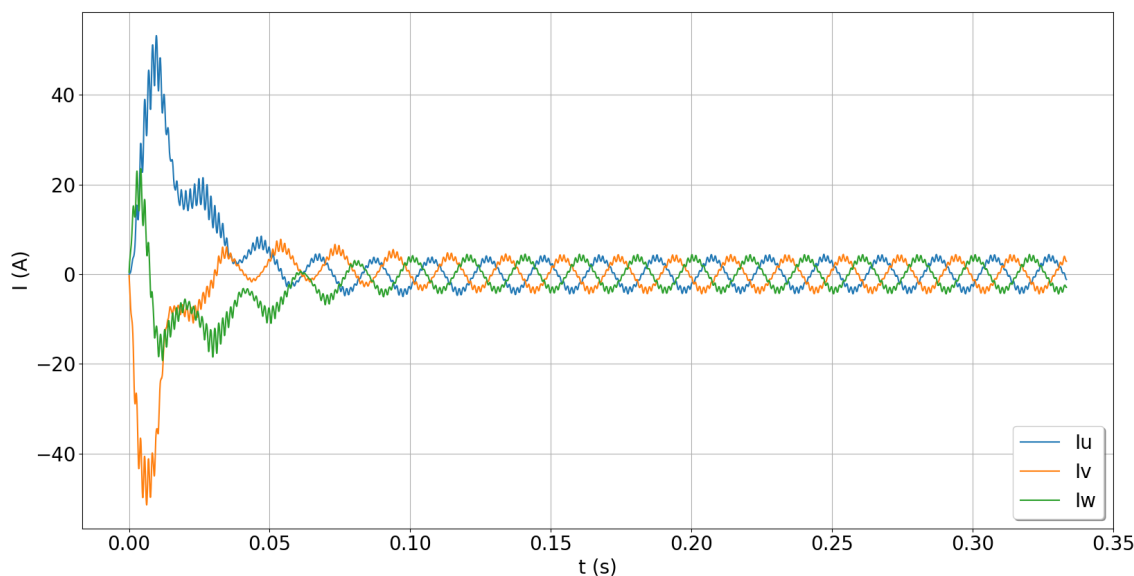
Z průběhu lze pozorovat při startu motoru vysoký záběrný moment, který se v čase 0,15s ustálí. Z detailu průběhu na Obr.4.9 lze pozorovat zvlnění momentu jehož střední hodnota je přibližně  $11Nm$  a liší se o  $1,1Nm$  oproti jmenovité hodnotě momentu, viz. Tab.3.1. Samotné zvlnění odpovídá teoretickým předpokladům, je zde ale několik faktorů které toto vypočítané zvlnění ovlivňuje. První je počet simulačních kroků a časový interval po který simulace probíhá. Čím vyšší počet kroků a vyšší interval by byl, tím hladší a méně ostrý průběh bude. Ale nelze dosáhnout dokonale hladkého průběhu, proto je nutné vybrat optimální velikost tohoto nastavení. Další metoda pro zlepšení průběhu momentu je zvýšení počtu konečných prvků v geometrii elektromagnetického modelu. Zvlnění momentu je totiž značně ovlivněno diskretizací modelu a navíc diskretizace modelu zpřesňuje konečné výsledky jeho střední hodnoty.



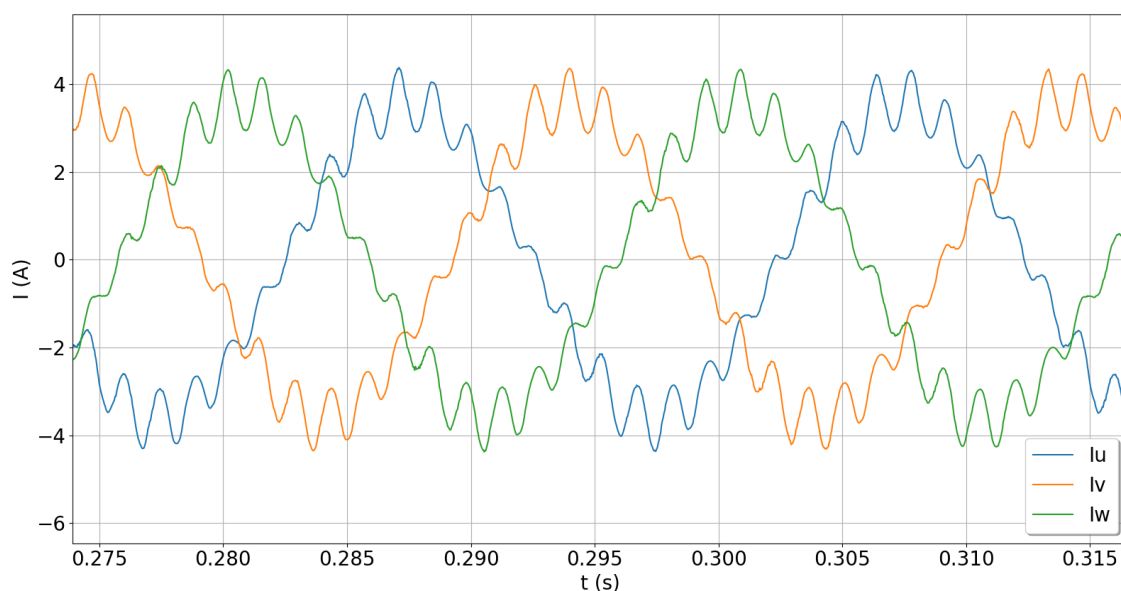
**Obr. 4.9:** Detail časového průběhu momentu pro časově proměnnou simulaci.

K lepším výsledkům by se tedy musel zvýšit počet konečných prvků, kde nejdůležitější je diskretizace modelu v oblasti vzduchové mezery. Je zde největší změna energie, který je velmi důležitá při výpočtech momentu, proudu a dalších veličin. Velikou nevýhodou je pak čas potřebný pro simulaci se zvyšujícím se počtem prvků, který se dramaticky zvyšuje. Proto je opět nutné najít kompromis s optimálním počtem konečných prvků. Další faktor je metoda výpočtu analytických veličin, kdy s jinou metodou by analytické veličiny mohly vyjít jinak. Poslední a důležitý ovlivňující faktor průběhu a velikost momentu je zanedbání efektu drážkování a natočení vinutí motoru při těchto výpočtech.

Další sledovaná veličina při simulaci je proud a jelikož je model nastaven tak aby byl napájen sinusovým napětím, proud má také sinusový průběh, viz. Obr.4.10. Na průběhu lze pozorovat velký proudový náraz s přechodovou složkou, která se ustálí v čase 0, 125s. Čili časy ustálení proudu a momentu spolu korespondují. Z detailu průběhu proudů, Obr.4.11, lze vidět velikost amplitudy proudu přibližně 4, 5A, kde odhadovaná hodnota efektivní hodnoty proudu je 3, 2A. Efektivní hodnota se tedy velmi blíží jmenovité provozní efektivní hodnotě proudu, viz. Tab.3.1. Na detailu průběhů proudů lze opět pozorovat zvlnění těchto průběhů a průběhy nemají čistý sinusový průběh. Pro zlepšení a vyhlazení průběhů platí stejná pravidla, která byla popsána v předešlém odstavci. Průběh proudu hlavně ovlivňují vyšší harmonické složky, které se projevují značným zvlněním průběhu. Vyšší harmonické složky jsou hlavně způsobeny zanedbáním efektu drážkování a natočení vinutí motoru. Typ simulace, který s těmito faktory počítá, bude popsán v další podkapitole.

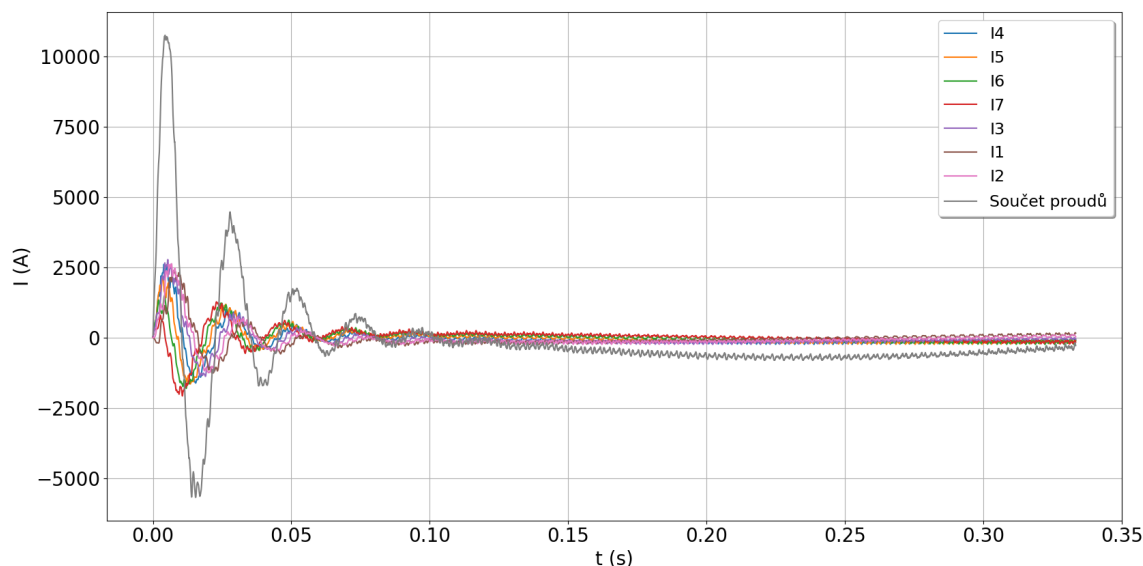


**Obr. 4.10:** Časový průběh napájecích proudů pro časově proměnnou simulaci.

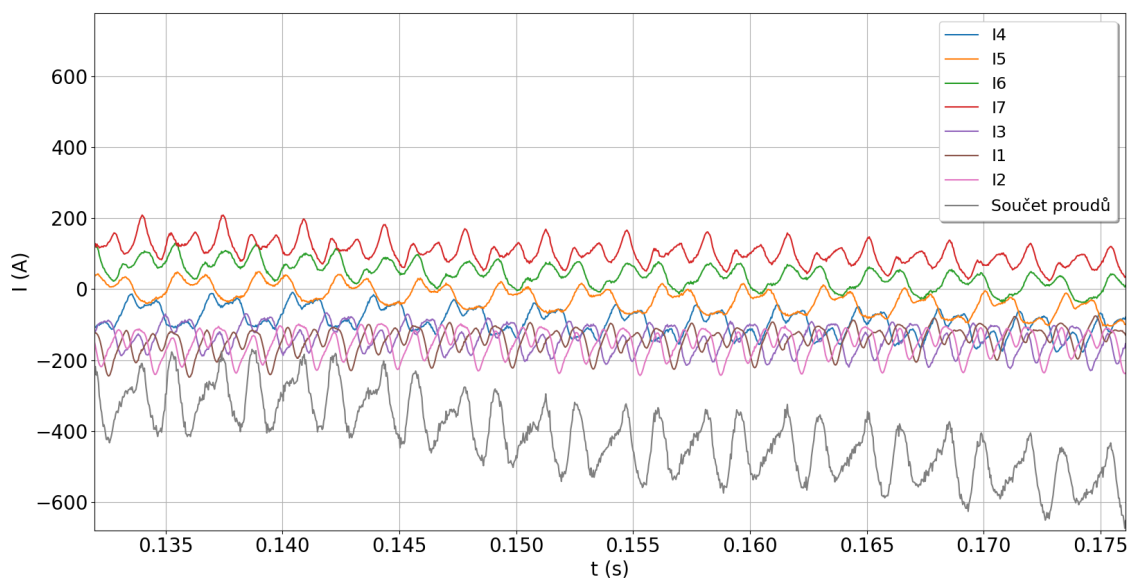


**Obr. 4.11:** Detail časového průběhu napájecích proudů pro časově proměnnou simulaci.

ELMER má možnost vypočítat proudy v samotné rotorové kleci pro každou tyč zvlášť. V postprocesu se pro zjištění celkového proudu musí všechny jednotlivé proudy sečíst. Průběh proudů v tyčících, viz. Obr.4.12, vykazuje velmi vysoký nárazový indukovaný proud, kde velikost amplitudy jednotlivých proudů v tyčích je až  $2,5kA$ , zatímco dílčích proudů má v části kroužku nakrátko velikost amplitudy více než  $10kA$ . Průběhy proudů se opět ustálí v čase  $0,125s$  a jejich detail, lze názorně vidět na Obr.4.13. Pomocí uvedených průběhů lze odhadnout, zda-li jsou průřezy tyčí a kruhů nakrátko rotoru dobře nadimenzovány a dokáží odolat tepelným účinkům indukovaných proudů. Lze pomocí nich odhadnout dynamické účinky působící na tyče a kruhy nakrátko.



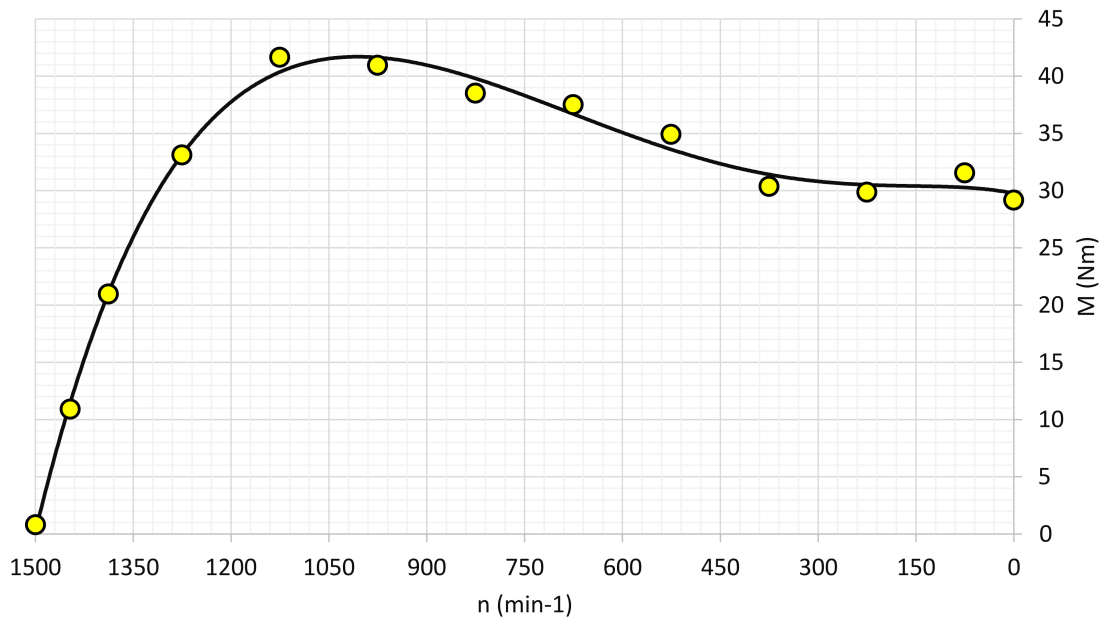
**Obr. 4.12:** Průběhy proudů indukovaných v rotorových tyčích v závislosti na čase.



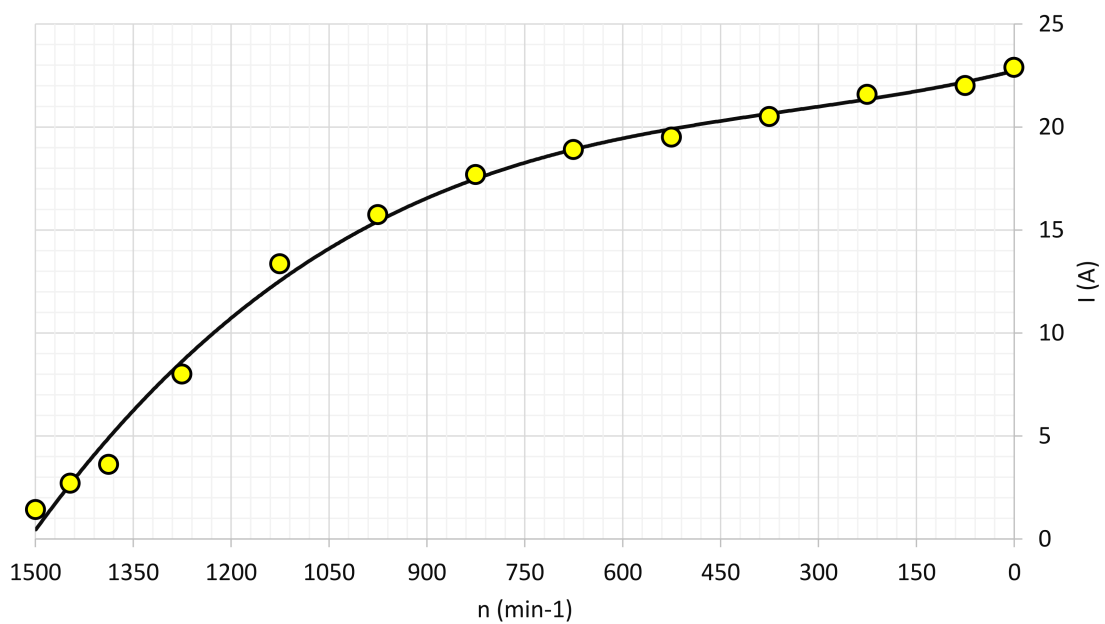
**Obr. 4.13:** Detail průběhů proudů v rotorových tyčích v závislosti na čase.

Nakonec se provedla simulace pro závislosti momentu a proudu na otáčkách pro 13 hodnot rozdílného skluzu. Pro tyto závislosti je použití časově proměnné simulace z určitého hlediska nevhodné. Hlavní důvod je dříve zmíněná časová náročnost, která je značná a při psaní této práce trvala simulace přibližně 13 hodin a to ještě při sníženém simulačním kroku a časového intervalu. Zde byl krok vybrán na hodnotu 200 a intervalu na 4000 hodnot, což pro zjištění střední hodnoty momentu a efektivní hodnoty proudu stačí. Další nevýhodou je že se simulace musí provést pro každý skluz zvlášť. Lze to obejít napsáním skriptu v programovacím jazyku Python, který provede sekvenci simulací pro každý skluz. Na druhou stranu je výhodou pro tento typ simulace její přesnost. Pokud by se využil velký simulační krok a časový interval (jako byl použit pro simulaci výše)

s dostatečně velkým počtem konečných prvků elektromagnetického modelu, výsledky by byly velmi přesné. Ze samotné závislosti momentu na otáčkách, viz. Obr.4.14, má závislost tvar podle teoretických předpokladů, kde se moment zvratu blíží jmenovité hodnotě, viz. Tab.3.1. Závislost proudu na otáčkách, viz. Obr.4.15, má opět předpokládaný průběh, kdy se se zvyšujícími otáčky zvyšuje samotný napájecí statorový proud. Veškeré hodnoty výsledků ze simulace jsou zahrnuty v příloze.



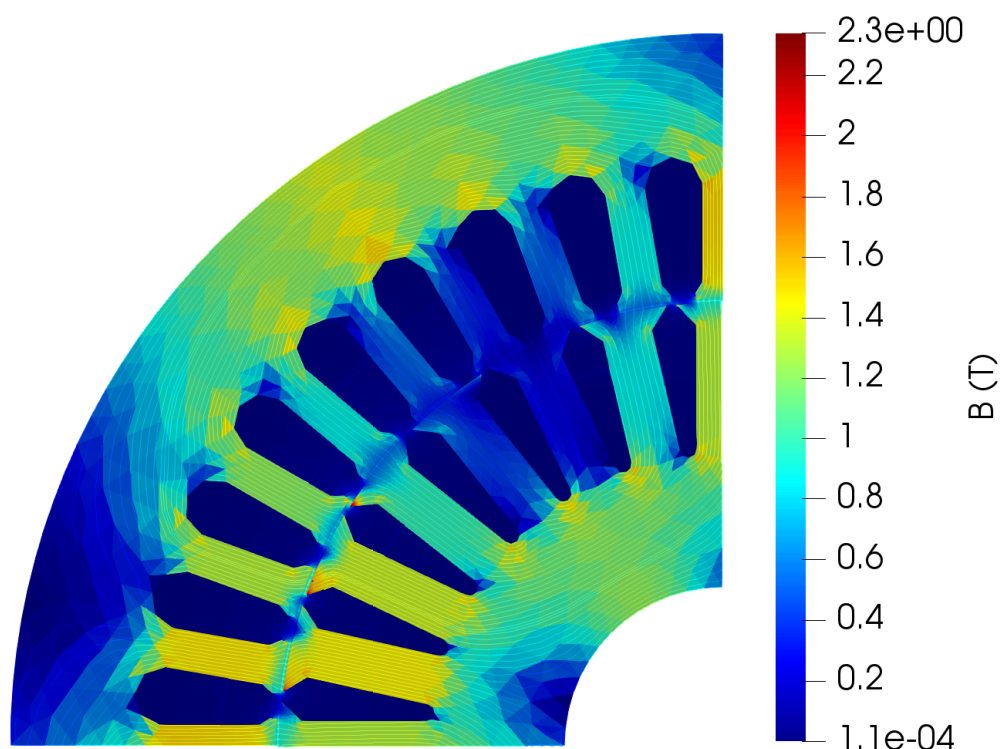
**Obr. 4.14:** Závislost momentu na otáčkách pro časově proměnnou simulaci.



**Obr. 4.15:** Závislost proudu na otáčkách pro časově proměnnou simulaci.

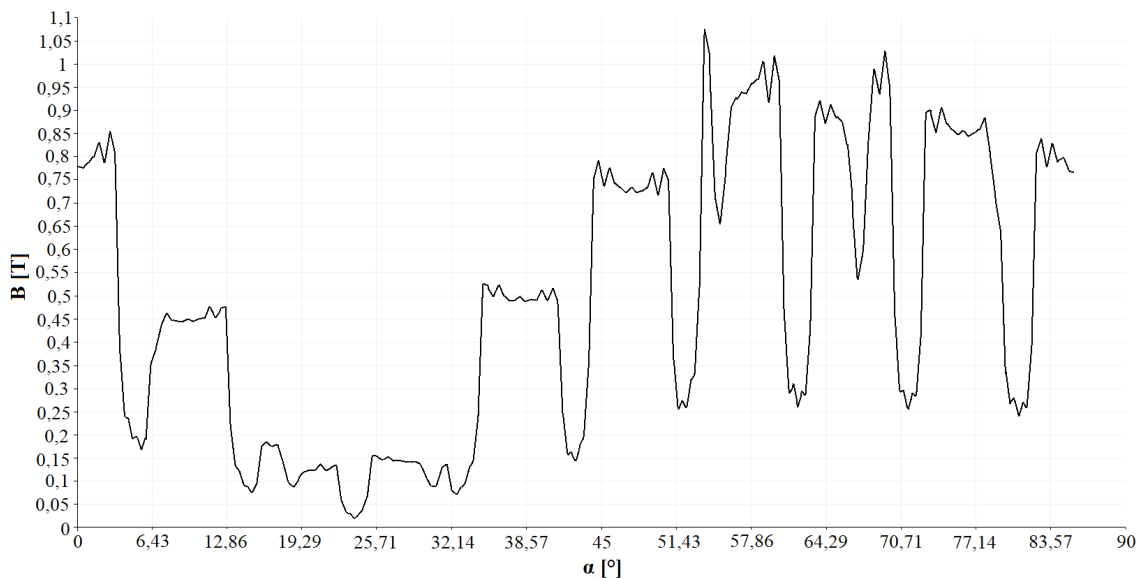
**Druhá část postprocessingu** je v programu Paraview, kde lze zobrazit skalární pole pro všechny veličiny nastavené v řešiči programu ELMER jako jsou např. proudová hustota ve vodičích, magnetický vektorový potenciál a další [29]. V této práci budou ukázány pouze skalární pole pro distribuci magnetické indukce v řezu motoru.

V programu Paraview se pak tato pole zobrazí přes záložku [File > Open], kde se vybere soubor case.vtu. V horní liště by se měl zobrazit počet nahraných souborů a možnost pustit animaci pro pohyb motoru. Zde se také vybere v posuvníku typ skalárního pole a to [Magnetic flux density]. Program Paraview dokáže také zobrazit siločáry ve skalárním poli. V záložce [Properties] se stiskne tlačítko [Apply], což znemožní zapnout animaci a převede daný snímek do režimu editoru. V editoru se pak mění průhlednost snímku, jeho zbarvení a další operace. Siločáry se vygenerují v záložce [Filters > Alphabetical > Contour]. Vygeneruje se pouze jedna siločára, proto je nutné přidat další, to se provede v záložce [Properties > Add a range of values], kde se v políčku step zadá jejich počet. Výsledné pole je zobrazeno níže na Obr.4.16. Z pole vyplývá, že největší hodnota magnetické indukce je ve statorových a rotorových zubech, protože se zde nachází místo s největší koncentrací siločár na malou plochu. Nižší hodnota magnetické indukce je pak ve statorovém a rotorovém jhu, neboť jsou siločáry rozprostřeny na větší plochu. Obě podmínky odpovídají teoretickým předpokladům.



**Obr. 4.16:** Rozložení magnetické indukce ve skalárním poli pro časově proměnnou simulaci.

V programu Paraview lze zobrazit velikost magnetické indukce v závislosti na poloze ve vzduchové mezeře a postup pro jeho zobrazení je následující. V horní liště se vybere [Filters > Alphabetical > Cell Data To Point Data] a v záložce [Properties] se převede snímek do režimu editoru tlačítkem [Apply]. Následovně se v horní záložce vybere [Filters > Alphabetical > Plot On Intersection Curves]. Ve složce [Properties] se zobrazí nové možnosti, kde nejdůležitější krok je vybrat typ křivky po které se bude sledovat průběh velikosti veličiny na vzdálenosti. Pro magnetickou indukci je nejvhodnější vybrat kruh, čili v záložce [Slice Type] se vybere možnost [Sphere] a v políčku [Radius] se napíše poloměr křivky od středu, zde vzdálenost poloměru vzduchové mezery. Tato křivka může být posunuta v závislosti na ose x nebo y. Nakonec se opět zmáčkne tlačítko [Apply] a v nabídce [Series Parameters], kde se nachází všechny vypočítané veličiny ze simulace, se zaškrtně políčko s názvem [magnetic flux density\_Magnitude]. Výsledný průběh vypadá následovně



**Obr. 4.17:** Průběh rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře v závislosti na poloze.

Z průběhu na Obr.4.17 lze pozorovat vyšší hodnoty magnetické indukce v oblasti statorových a rotorových zubů.

#### 4.5 Časově harmonická elektromagnetická analýza

Na rozdíl od časově proměnné simulace, kde výpočty simulace probíhali pro určitý časový úsek, se výpočty v časově harmonické analýze aproximují pomocí funkcí času. Znamená to, že model může být aproximován pomocí harmonických funkcí typu sinus nebo cosinus s rozdílnými amplitudami a frekvencemi, proto se nazývá harmonická analýza. Většinou jsou však frekvence neměnné a uvažují se jako konstanty. Výpočty v simulaci

pak řeší pouze proměnné hodnoty, kde model je řešen v ustáleném stavu. Veliká výhoda oproti časově proměnné simulaci je velmi nízký výpočtový čas [28].

#### 4.5.1 Skript pro časově harmonickou elektromagnetickou analýzu

Pro tento typ simulace neplatí definování časového kroku jako tomu bylo u časově proměnné simulace. Výpočty totiž probíhají v ustáleném stavu, a proto sekce Simulation má následující příkazy

```
Simulation Type = Steady
Steady State Max Iterations = 2
Angular Frequency = Real $ 2*pi*f
Mesh levels = 2
Mesh Keep = 1
```

Simulation Type zde udává příkaz pro simulaci v ustáleném stavu. Steady State Max Iterations udává maximální počet iterací provedených během výpočtu a využívá se pouze pro harmonickou analýzu. Angular Frequency udává s jakou uhlovou rychlostí se motor točí v ustáleném stavu. Mesh levels zjemňuje síť konečných prvků. Mesh Keep ovlivňuje jemnost výsledků výpočtu.

V materiálech není zahrnuta B-H křivka, protože se jedná o simulaci v ustáleném stavu a systém je řešen lineárně. B-H křivka je nahrazena relativní permeabilitou. Relativní permeabilita se určí z průměrné hodnoty magnetické indukce z časově proměnné simulace ve skalárním poli, viz Obr.4.16. Průměrná odhadovaná hodnota magnetické indukce ve skalárním poli je přibližně 1,2 T. Pro výpočet relativní permeability se využijí naměřené hodnoty B-H křivky od firmy Cogent [25], kde hledaný parametr je magnetická intenzita pro 1,2 T. Výpočet je pak následující

$$\mu_r = \frac{B}{H \cdot \mu_0} = \frac{1,2}{178 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 5365 \text{Hm}^{-1} \quad (4.41)$$

Modifikace řádků pro materiál plechů je následující

```
Material 2
Name = "Iron"
Relative permeability = 5365
Electric Conductivity = 0
End
```

V sekci proměnných veličin využívá harmonická analýza pro napájecí napětí místo časově závislých funkcí konstantní hodnotu reálné a imaginární části fázového napětí při výpočtech. Fázorový součet přesto musí být nulový. Důvodem této modifikace je simulace v ustáleném stavu a uvažuje se vždy konstantní napětí. Výsledné příkazy vypadají následovně

#### Body Force 1

Name = "Circuit"

U\_u Re = Real \$ sqrt(2)/sqrt(3)\*400\*cos(0)

U\_u Im = Real \$ sqrt(2)/sqrt(3)\*400\*sin(0)

U\_u Re = Real \$ sqrt(2)/sqrt(3)\*400\*cos(-120\*pi/180)

U\_u Im = Real \$ sqrt(2)/sqrt(3)\*400\*sin(-120\*pi/180)

U\_u Re = Real \$ sqrt(2)/sqrt(3)\*400\*cos(120\*pi/180)

U\_u Im = Real \$ sqrt(2)/sqrt(3)\*400\*sin(120\*pi/180)

End

Pohyb rotoru v této simulaci nebude časově závislá jako tomu bylo u časově proměnné simulace. Místo toho se definuje úhel natočení rotoru, při kterém se budou provádět simulace. Hodnota úhlu natočení se pak definuje ve skriptu obsahujícím parametry motoru a definici napájecí soustavy

#### Body Force 2

Mesh Rotate 3 = Real \$ r\_angle

End

Sekce řešičů pro harmonickou analýzu obsahuje rovnici s čtyřmi aktivními řešiči. Jeho řádky se lehce liší oproti časově proměnné simulaci, ale ve výsledku je jen jiná varianta zápisu

#### Equation 1

Active Solvers(4) = 2 3 4 5

End

Poté je definováno osm řešičů pro harmonickou analýzu. První řešič má stejnou funkci jako u časově proměnné simulace. Rozdíl je pouze v tom, že je spuštěn jako úplně

první řešič namísto spuštění před každým časovým krokem

#### Solver 1

```
Exec Solver = Before All  
Equation = MeshDeform  
Procedure = "RigidMeshMapper" "RigidMeshMapper"
```

End

Druhý řešič nemá ve své struktuře nemá příkaz No Matrix a Equation se definuje jako Circ. Dále je v příkazu definován pro harmonickou analýzu

#### Solver 2

```
Exec Solver = Always  
Equation = Circ  
Variable = X  
Procedure = "CircuitsAndDynamics" "CircuitsAndDynamicsHarmonic"
```

End

Třetí řešič počítá model jako lineární systém, kde počítá reálnou a imaginární složku skalárních polí a skalárních hodnot. Typ solver musí být změněn pro harmonickou analýzu. Jsou pak zde stejné příkazy jako v předešlé simulaci, čili toleranční odchylka, maximální počet iterací, a další. Poslední změna pro tento řešič je využití modulu pro iterační metody bicgstabl místo GCR. O tomto modulu se dá přečíst více v manuálu ElmerSolver [27]

#### Solver 3

```
Exec Solver = Always  
Equation = MgDyn2D  
Procedure = "MagnetoDynamics2D" "MagnetoDynamics2DHarmonic"  
Stabilize = False  
Partition Local Constraints = Logical True  
Nonlinear System Compute Change in Scaled System = Logical True  
Nonlinear System Convergence Measure = Residual  
Nonlinear System Convergence Tolerance = 1e-6  
Nonlinear System Max Iterations = 20  
Nonlinear System Min Iterations = 1  
Nonlinear System Relaxation Factor = 1.0  
Nonlinear System Newton After Iterations = 7  
Export Lagrange Multiplier = Logical True
```

```

Linear System Abort Not Converged = False
Linear System Solver = Iterative
Linear System Iterative Method = bicgstabl
Linear System GCR Restart = 1000
Bicgstabl Polynomial Degree = 4
Linear System Preconditioning = ilu6
Linear System Max Iterations = 1500
Linear System Residual Output = Integer 20
Linear System Convergence Tolerance = 1e-7 ! 2.0e-6
Mortar BCs Additive = Logical True
End

```

Čtvrtý řešič počítá skalární pole pro magnetickou indukci a plní funkci přídavného programu pro pátý řešič. Počítá reálnou a imaginární složku magnetické indukce pro skalární pole a moment pro celý obvod modelu. Oproti pátému řešiči, který pro výpočet momentu využívá uzlovou sílu, tento moment není tak přesný

```

Solver 4
Equation = CompB
Exec Solver = Always
Variable = -nooutput temp
Exported Variable 1 = B[B re:2 B im:2]
Target Variable="A"
Procedure = "MagnetoDynamics2D" "bSolver"
Discontinuous Galerkin = Logical True
End

```

Pátý řešič počítá sklarání pole a šestý řešič inicializuje obvody statorové napájecí soustavy a rotorové kleci nakrátko. Jejich struktura a funkce je naprosto stejná jako ve čtvrtém a pátém řešiči u časově proměnné simulace.

Sedmý řešič je pro uložení skalárních polí. Jeho struktura je velmi podobná jako v předchozí simulaci. Rozdíly jsou ve jméně uloženého souboru a nejsou zahrnuty příkazy Binary Output a Single Precision

```

Solver 7
Exec Solver = After simulation
Procedure = "ResultOutputSolve" "ResultOutputSolver"
Output File Name = "harmonic"

```

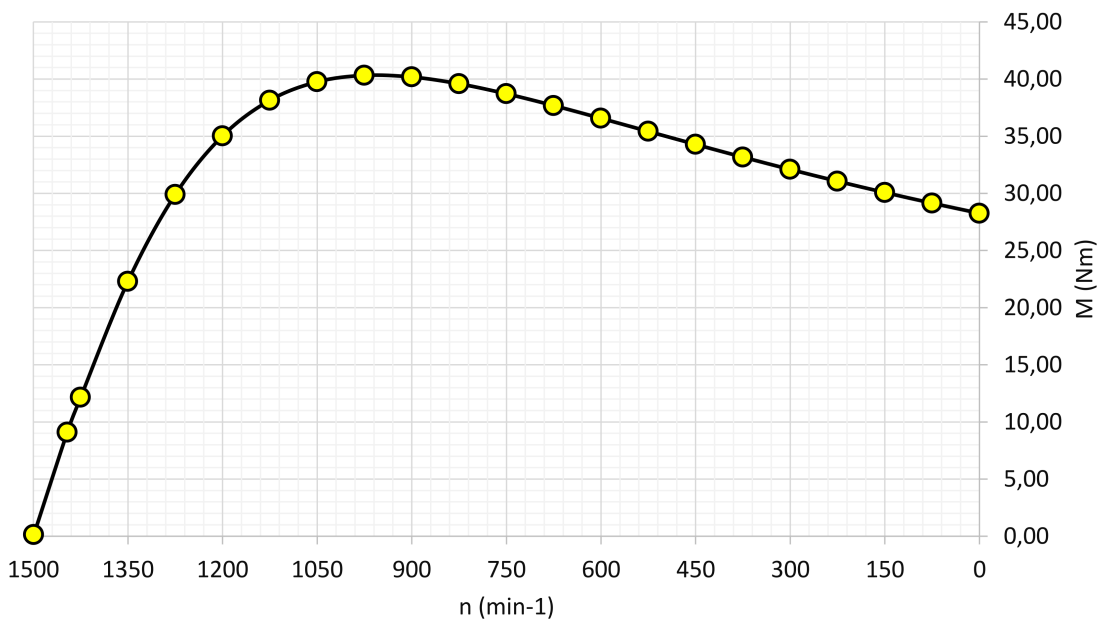
```
Output Directory = results
Save Geometry Ids = Logical True
Vtu Format = Logical True
End
```

Osmý řešič je opět podobný pro předchozí simulaci. Je jenom změněno jméno ukládaného souboru a navíc zde není nutné psát místo uložení souboru

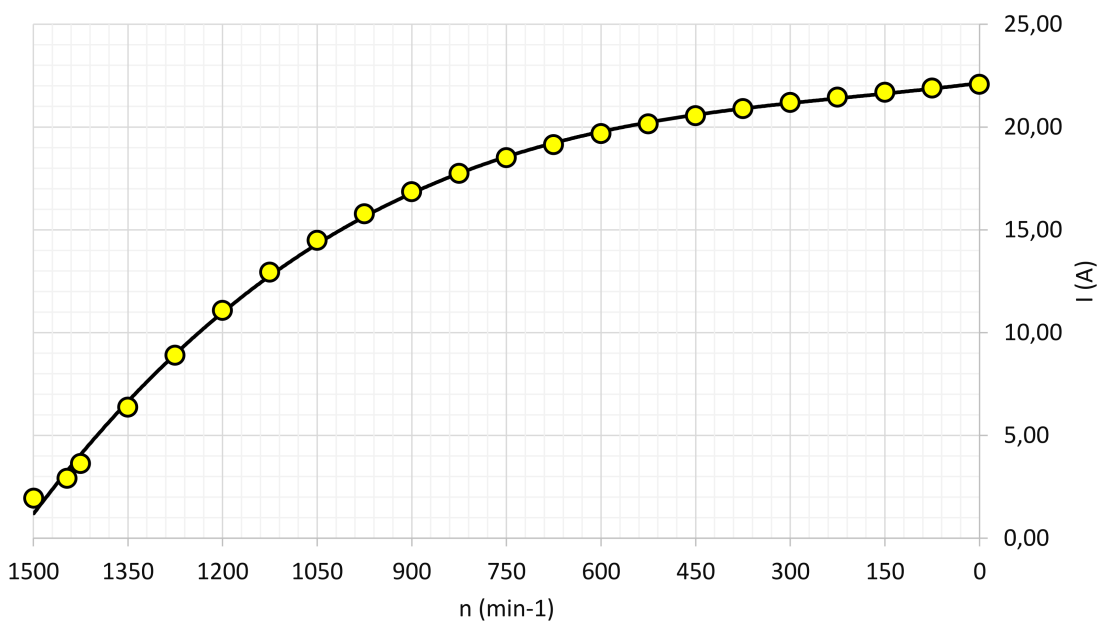
```
Solver 8
Exec Solver = After simulation
Equation = scalars
Procedure = "SaveData" "SaveScalars"
Filename = harmonic_results.dat
End
```

#### 4.5.2 Výsledky harmonické analýzy

Postproces probíhá úplně stejným způsobem jako tomu bylo výše uvedeno a jelikož výpočty probíhají pro model v ustáleném stavu, nelze pomocí harmonické analýzy vykreslit přechodové děje. Harmonická analýza je spíše vhodná pro rychlé určení hodnot některých veličin nebo průběhů či závislostí veličin v ustáleném stavu, kde se při každé simulaci mění jen některé veličiny. Každá dílčí simulace probíhá v řádech sekund a pokud by je požadováno simulovat některou závislost, celá simulace pak trvá v řádech minut (pro celou simulaci se opět píše skript v Pythonu). To je značné snížení simulačního času, než jak tomu bylo u časově proměnné simulace. Pro určení závislosti momentu na otáčkách trvala simulace u časově proměnné simulace 13 hodin. V rámci této práce trvala simulace pro stejnou závislost u harmonické analýzy přibližně 3 minuty. Na druhou stranu, oproti časově proměnné simulaci, při svých výpočtech zanedbává některé faktory. Konečné výsledky jsou s menšími rozdíly velmi podobné. Závislost momentu na otáčkách, viz. Obr.4.18, má opět tvar podle teoretických předpokladů, ale má mnohem hladší průběh než u časově proměnné simulace. Spíše se podobá závislosti pro Klossův vztah a jeho moment zvratu včetně záběrného momentu je menší, než-li je tomu tak u časově proměnné simulace. Aby tato křivka vycházela, musí se moment vynásobit délkou motoru v metrech. Výhodou harmonické analýzy je, že i když je vymodelovaná pouze čtvrtina motoru, ELMER dokáže vypočítat celkový moment na jeden metr. Závislost proudu na otáčkách, viz. Obr.4.19 má pak úplně stejný průběh, a s rostoucími otáčkami se zvyšuje statorový napájecí proud. Pokud by bylo nutné zobrazit průběh některé veličiny v ustáleném stavu, pak se tento krok provede pomocí změny úhlu natočení rotoru. Změna úhlu rotoru se provede v sekci proměnných, viz.



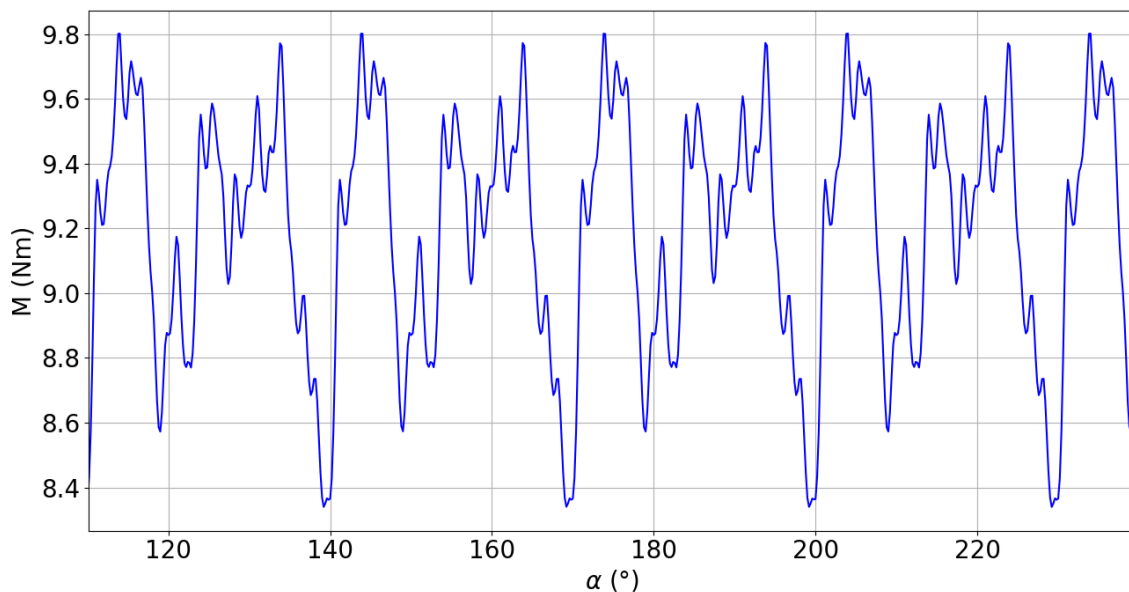
**Obr. 4.18:** Závislost momentu na otáčkách pro harmonickou analýzu.



**Obr. 4.19:** Závislost proudu na otáčkách pro harmonickou analýzu.

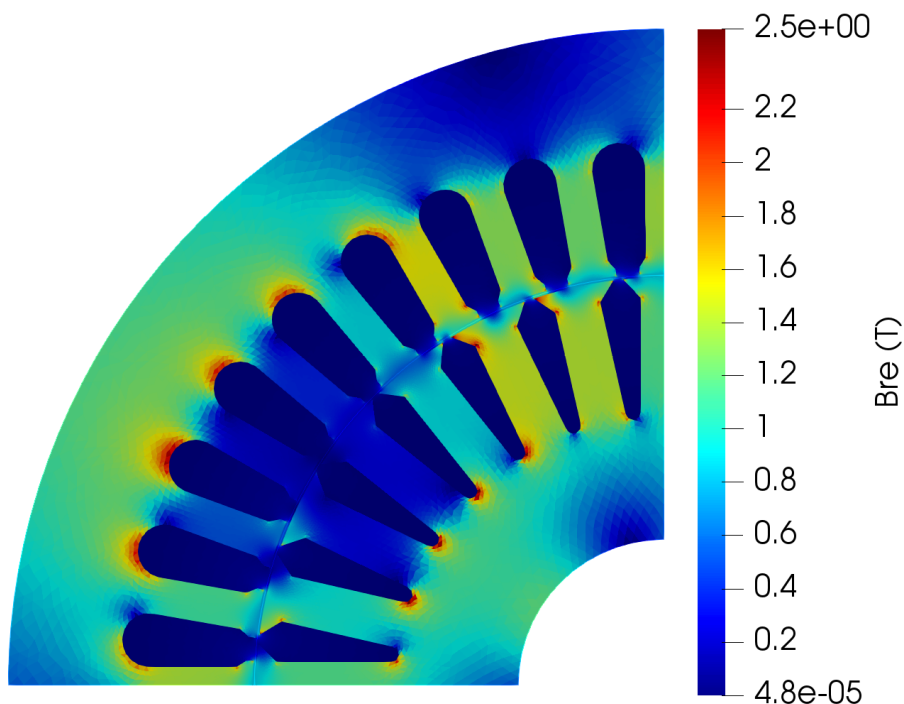
podkapitola 4.5.1. Tímto způsobem se může kterákoliv počítaná veličina zobrazit v závislosti na natočení rotoru. Pro další ukázu je na Obr.4.20 zobrazen průběh motoru v závislosti na poloze rotoru. Jeho střední hodnota je přibližně 9,1 Nm což se odlišuje oproti časově proměnné simulaci, ale je blízká jmenovité hodnotě momentu, viz. Tab.3.1.

Jako další je opět ukázáno skalární pole pro rozložení magnetického pole v programu



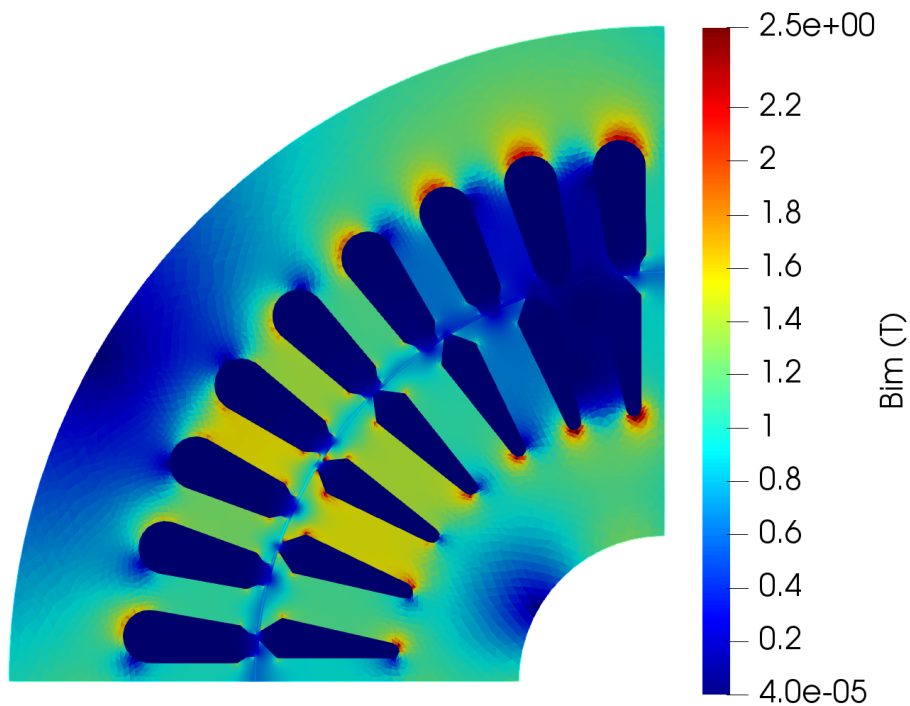
**Obr. 4.20:** Průběh momentu závislý na úhlu otočení rotoru pro harmonickou analýzu.

Paraview. Nevýhodou v harmonické analýze je, že konečné výpočty jsou provedeny pro reálnou a imaginární složku, čili samotné skalární pole jsou rozdělny na reálnou a imaginární složku. Na Obr.4.21 a Obr.4.22 jsou tyto pole ukázány.



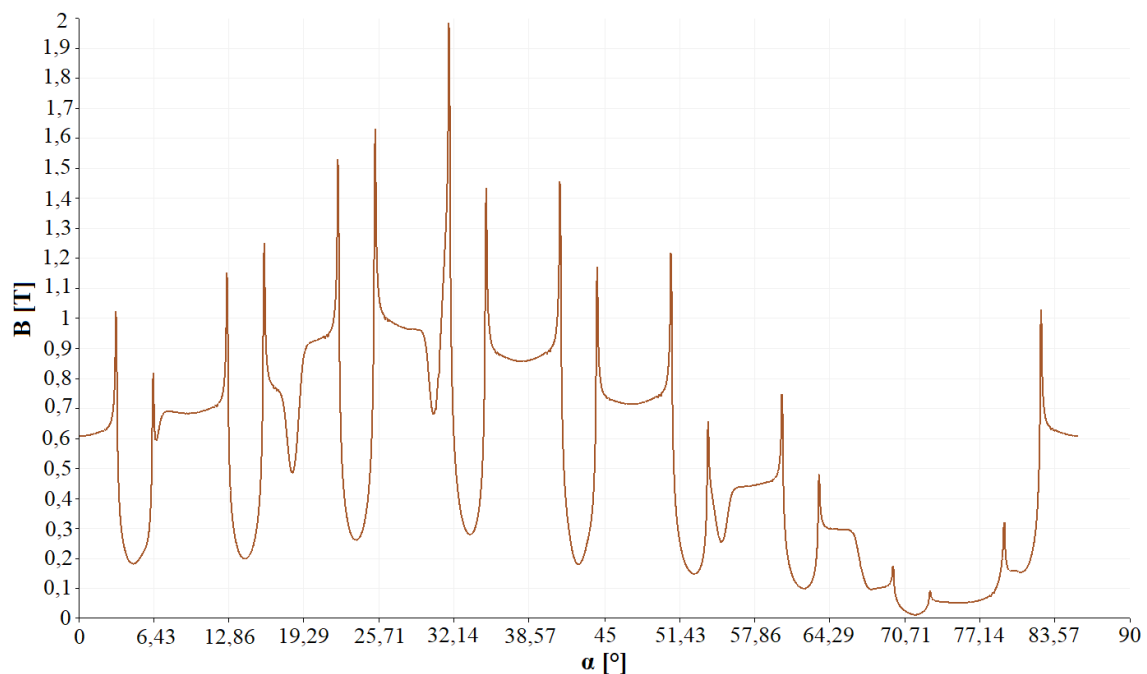
**Obr. 4.21:** Rozložení reálné složky magnetické indukce ve skalárním poli pro harmonickou analýzu.

Nakonec je zobrazena magnetická indukce ve vzduchové mezeře pro reálnou a imaginární složku. Průběhy jsou zobrazeny na Obr.4.23 a Obr.4.24 a opět zde vidět, že největší indukce je u statorových a rotorových zubů. Z průběhů lze ale pozorovat, že

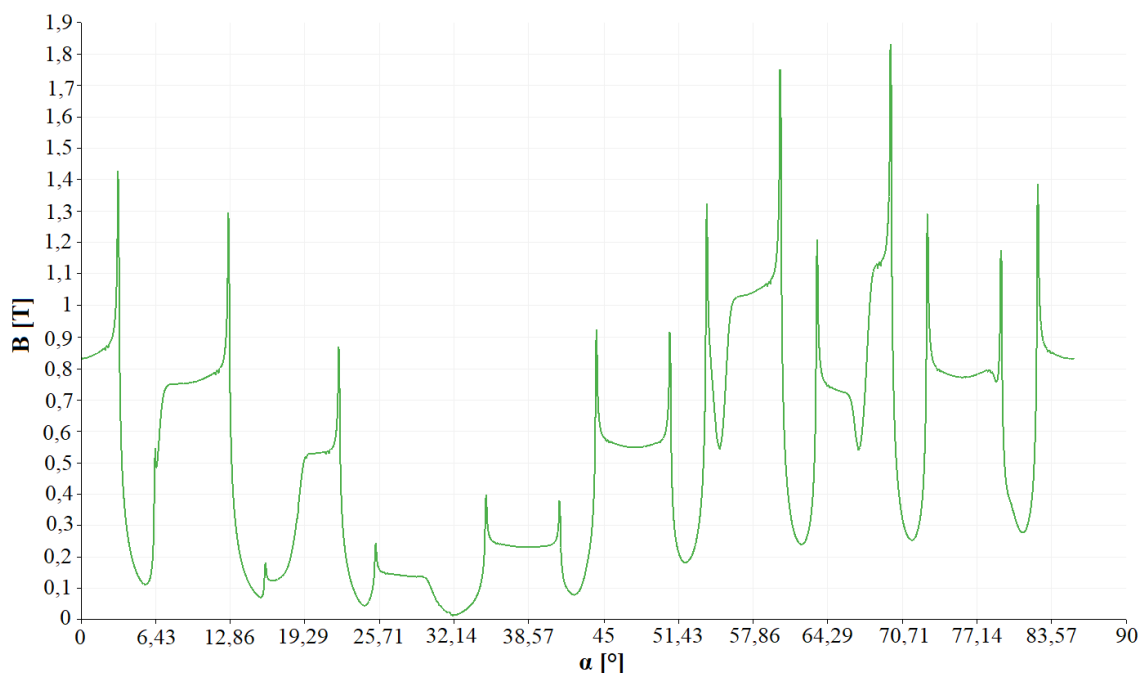


**Obr. 4.22:** Rozložení imaginární složky magnetické indukce ve skalárním poli pro harmonickou analýzu.

mají vyšší hodnoty magnetické indukce než-li tomu bylo u časově proměnné simulace. To způsobuje zejména typ této simulace.



**Obr. 4.23:** Průběh rozložení reálné části magnetické indukce ve vzdučné mezeře v závislosti na poloze pro harmonickou analýzu.



**Obr. 4.24:** Průběh rozložení imaginární části magnetické indukce ve vzduché mezeře v závislosti na poloze pro harmonickou analýzu.

## 4.6 Časově proměnná elektromagnetická simulace pro výpočet ztrát v železe

Výpočet ztrát v železe indukčního motoru je jeden z nejdůležitějších kroků při jeho návrhu, neboť ztráty v železe mohou tvořit dominantní část celkových ztrát motoru. Pro optimální návrh motoru je tedy nutné vypočítat jejich nejpřesnější hodnotu. Pro výpočet ztrát v programech využívající FEM pojednávají publikace [30] a [31]. Pro model vytvořený v této práci se využívá Steinmetzova metoda, která je definována následovně

$$P_k = \sum_{i=1}^N (C_N(f) \cdot f_k^{a_N} \cdot B_k^{b_N}) \quad (4.42)$$

### 4.6.1 Skript pro časově proměnnou elektromagnetickou simulaci pro výpočet ztrát v železe

Od této podkapitoly dál budou všechny typy simulací využívat lehce modifikovanou strukturu časově proměnné simulace popsané v podkapitole 4.4. V dalších podkapitolách se tedy už nebude odkazovat na výše popsanou simulaci.

První modifikace skriptu pro výpočet ztrát je prodloužení časového intervalu, jehož hodnota musí být 15000, aby simulace správně fungovala. Níže bude uveden důvod. Dále v sekci materiálů upraví vlastnosti plechů. Pro plechy se dopíše hlavně

Berttotoho koeficienty  $k_h$ ,  $k_c$  a  $k_e$ , které reprezentují koeficient  $C(f)$  z rovnice 4.42. Hodnoty koeficientů se potom zjišťují z hodnot B-H křivky udané výrobcem plechů, které se následně aproximují a z aproximované křivky se berou právě Berttotoho koeficienty. Výsledná struktura vypadá následovně

Material 2

Name = "Iron"

INCLUDE el\_steel\_M470\_50A

Electric Conductivity = 0

!C1

Harmonic Loss Coefficient 1 = Variable "Frequency"

Real

0.0 \$170.106

10000.0 \$170.106

End

!C2

Harmonic Loss Coefficient 2 = Variable "Frequency"

Real

0.0 \$1.24616

10000.0 \$1.24616

End

!C3

Harmonic Loss Coefficient 1 = Variable "Frequency"

Real

0.0 \$8.40598

10000.0 \$8.40598

End

End

Ve struktuře struktuře elektromagnetické modelu se změni použité rovnice pro výpočet ztrát v železe pro objekty obsahující plechy

Stator Iron

Equation = 2

Material = 2

End

Rotor Iron

Equation = 2

Material = 2

Body Force = 7

Torque Groups = Integer 1

End

Nakonec v sekci řešičů se přidá druhá rovnice řešící přímo ztráty v železe

Equation 1 :: Active Solvers(3) = 2 3 4

Equation 2 :: Active Solvers(4) = 2 3 4 8

Prvních sedm řešičů je beze změny. Přidá se osmý řešič, který využívá pro výpočet ztrát v železe modul FourierLoss, který pracuje s vektorovým potenciálem A. Modul zpracovává výsledky po celou dobu výpočtu a je schopen vypočítat celkovou hodnotu ztrát v železe. Tato hodnota je exportována do souboru Loss.dat. Řešič počítá ztráty v železe pro nominální hodnotu frekvence motoru, ale je zde nutné dopsat koeficienty pro ztráty ve vyšších harmonických frekvencích. Použité koeficienty jsou  $a_N$  a  $b_N$  z rovnice 4.42 a zjišťují se opět z aproximované funkce B-H křivky. Ty se pak píší za příkaz Harmonic Loss Field Exponent ( $b_N$ ) a Frequency exponent ( $a_N$ ). Pro přesnější určení hodnoty ztrát v železe je dobré využít co nejvíce koeficientů, aby byl ve výpočtu zahrnut efekt drážkování. Zde jsou uvedeny pouze tři statorové harmonické frekvence neboli 90 rotorovými harmonickými frekvencemi a efekt drážkování zde není zahrnut. Řešič je nastaven tak, aby začal výpočty pro ztráty v železe až od určité doby chodu motoru, proto je nutné aby byla zvýšen časový interval na vyšší hodnotu. Tímto způsobem se zamezí zkreslení výsledku vlivem startu motoru, kde jsou plechy přesycené. Výsledné hodnoty ztrát v železe jsou vypočítány pro kvazistacionární chod motoru. Dále jsou zde uvedeny toleranční odchylky pro výpočet. Celý řešič je pak psán následovně

Solver 8

Equation = "Fourier"

Exec Solver = Always

Procedure = "RFourierLoss" "FourierLossSolver"

Target Variable = "A"

Fourier Loss Filename = File "Loss.dat"

Fourier Series Components = Integer 25

Frequency = Real \$50.0

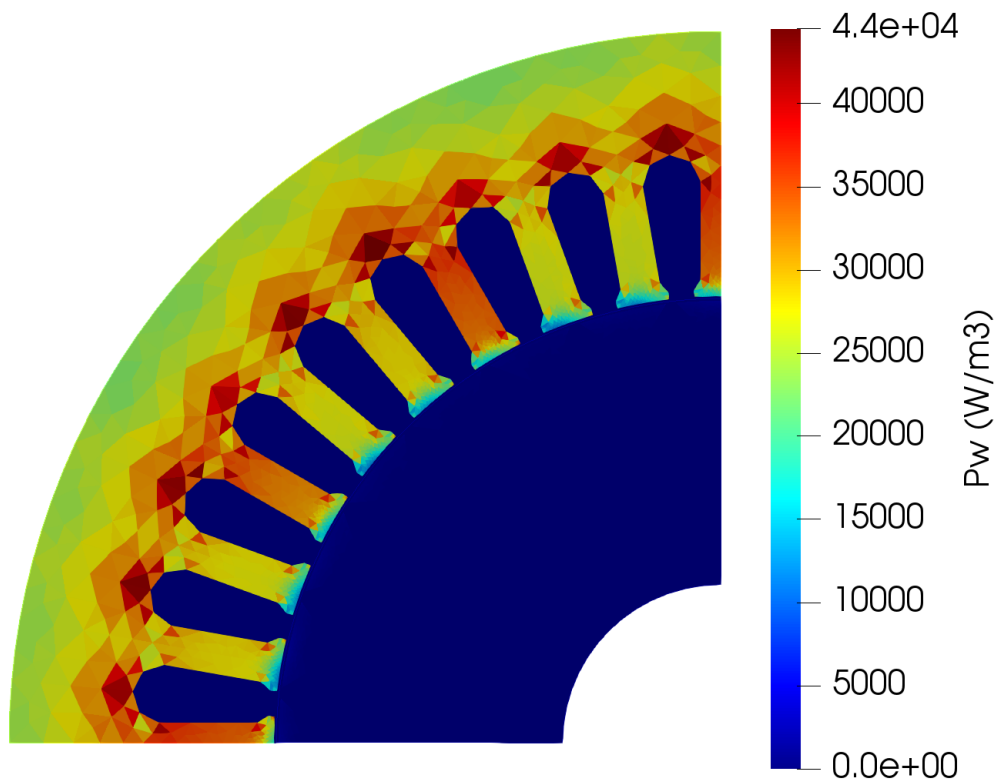
```

Fourier Start Time = Real 0.05
Fourier Integrate Cycles = Integer 30
Calculate Elemental Fields = Logical True
Harmonic Loss Field Exponent(3) = Real 1.776 2.0 1.5 ! b1, b2, b3
Harmonic Loss Frequency Exponent(3) = Real 1.0 2.0 1.5 ! a1, a2, a3
Linear System Solver = Iterative
Linear System Iterative Method = bicgstabl
Linear System GCR Restart = 500
Bicgstabl Polynomial Degree = 4
Linear System Preconditioning = ILU0
Linear System Max Iterations = 1500
Linear System Residual Output = Integer 20
Linear System Convergence Tolerance = 1e-7 ! 2.0e-6
End

```

#### 4.6.2 Výsledky časově proměnné simulace pro výpočet ztrát v železe

Pro tento typ simulace bude v této práci ukázáno pouze skalární pole pro ztráty v železe, neboť jsou ostatní výsledky totožné s časově proměnou simulací. Skalární pole s celkovými ztrátami železa v elektromagnetickém modelu na  $\text{m}^3$  je uveden na Obr.4.25.



**Obr. 4.25:** Rozložení ztrát v železe ve skalárním poli pro časově proměnnou simulaci.

Ze skalárního pole lze vidět, že největší ztráty v železe jsou v místech statorových zubů. Vlivem použití pouze tří statorových harmonických frekvencí v řešiči skriptu jsou veškeré ztráty v rotoru zanedbány. Pokud by bylo v řešiči uvedeno např. 25 koeficientů čili 25 statorových harmonických frekvencí, neboli 750 rotorových harmonických frekvencí, tak by se výrazně projevil efekt drážkování a ztráty v železe by byly mnohem více viditelné hlavně na koncích statorových a rotorových zubů. Po ukončení simulace je ve stejné složce uložen soubor Loss.dat, kde jsou uvedena zprůměrovaná hodnota ztrát v železe pro statorové a rotorové plechy. Celková vypočítaná průměrná hodnota ztrát v železe pro tento model je přibližně 47W.

## 4.7 Časově proměnná elektromagnetická simulace pro skokového zatížení motoru

Pomocí této simulace se dá zjistit jak se bude chovat motor, který se roztočí z nulových otáček na nominální hodnotu otáček a motor se zatíží libovolným momentem. Tímto zátěžným momentem lze motor skokově zatížit v kterýkoliv čas simulace neboli lze motor zatížit např. přímo při jeho startu nebo v průběhu chodu motoru za určitý čas. Hlavní rozdíl tohoto typu simulace oproti časově proměnné simulaci v podkapitole 4.4 je, že zde se motoru vnutí skluz a moment, kterým se má zatížit. V časově proměnné simulaci se motoru vnutí pouze daný skluz. Při simulaci bere model v potaz setrvačnost rotoru a řídí se následující rovnicí

$$\frac{d\omega}{dt} \cdot J_r = M - M_z \quad (4.43)$$

Pro lepší výsledky simulací lze rovnici modifikovat a zahrnout do ní např. tření ložisek, elektromagnetické parazitní momenty, apod. [18].

### 4.7.1 Skript pro časově proměnné elektromagnetickou simulaci se skokovým zatížením motoru

Program ELMER nemá definovaný výpočetní modul, který by mohl počítat tento definovaný typ simulace (s novějšími verzemi programu ELMER se to může změnit). ELMER má možnost modul pro tento typ simulace vytvořit a libovolně modifikovat. To je velká výhoda tohoto programu, neboť si uživatel může definovat jakýkoliv výpočetní modul. Modul je na operačním systému Windows ve formě souboru s příponou .dll a je vytvořen ze skriptu. Proces vytvoření tohoto souboru je zprostředkováván podprogramem elmerf90. Ten se spustí pomocí následujícího příkazu v příkazovém řádku

`elmerf90 -O -o Kinematics.dll Kinematics.f90`

Následně vytvořený .dll soubor se musí vložit do knihovny programu ELMER. Tato knihovna se normálně nachází v systémové cestě [C:/Program Files (x86)/Elmer 8.3/share/elmersolver/lib]. Po zakomponování modulu do knihovny programu ELMER se před spuštěním samotné simulace musí modifikovat simulační skript. V hlavičce se přidá parametr pro velikost vlastní setrvačnosti motoru a také odpovídající faktor zatížení, který je definován čtyřnásobnou délkou svazku motoru a funguje jako měřítko pro SI soustavu. Čtyřnásobek je zahrnut, protože je namodelovaná pouze čtvrtina motoru a tímto násobkem se dosáhne nominální zátěže

```
Jr = Real 0.0049  
Torque Scaling Factor = Real $ 4*0.140
```

V sekci proměnných se pohyb rotoru definuje následovně

```
Body Force 7  
  Mesh Rotate 3 = Variable "Rotor Angle"  
  Real MATC "180*tx/pi"  
End
```

V sekci řešičů se pak rovnice definuje pro první až třetí řešič

```
Equation 1 :: Active Solvers(3) = 1 2 3
```

První až pátý řešič potom koresponduje s druhým až šestým řešičem pro časově proměnnou simulaci v podkapitole 4.4, kde jsou jejich funkce stejné. Šestý řešič se pak odvolává na nově vytvořený modul, kde se spustí až po časovém kroce

```
Solver 6  
  Exec Solver = after timestep  
  Equation = Kinem  
  Procedure = "Kinematics" "Kinematics"  
  No Matrix = Logical True  
End
```

Sedmý řešič posouvá síť konečných prvků a výpočty pro posun rotoru provádí nově vytvořený modul. Ten pak vychází z rovnice 4.43, kde dopočítává rychlost motor a úhel natočení rotoru. S novým úhlem rotoru celý proces opakuje. Oproti předchozím simulacím otočení rotoru probíhá po časovém kroce

#### Solver 7

```
Exec Solver = after timestep  
Equation = MeshDeform  
Procedure = "RigidMeshMapper" "RigidMeshMapper"  
End
```

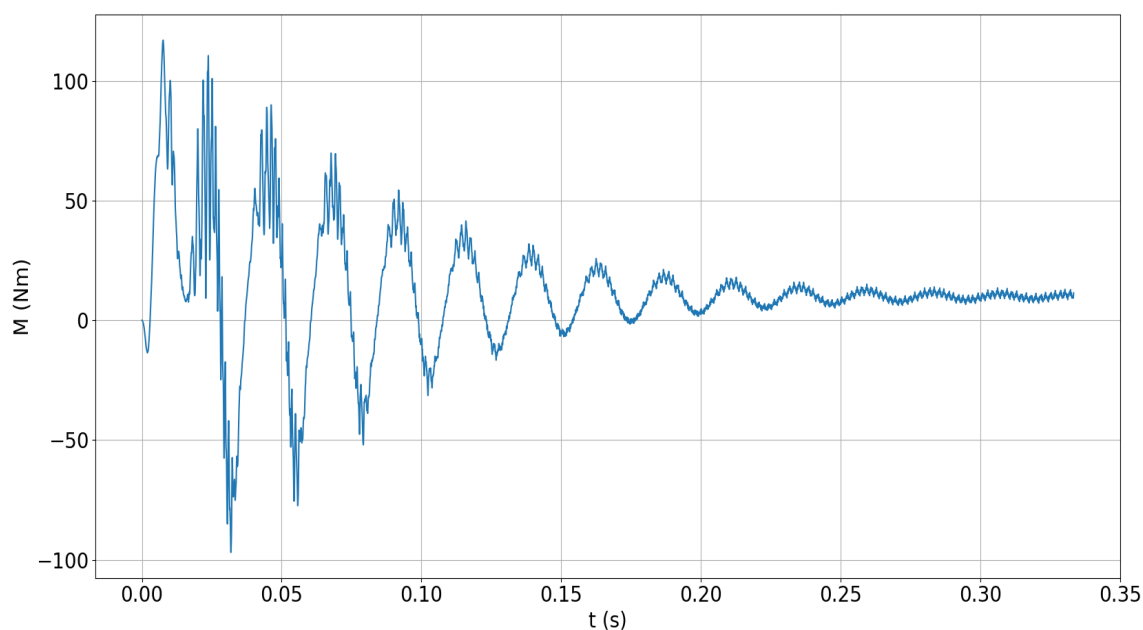
Osmý řešič ukládá všechny dosažené výsledky během simulace

#### Solver 8

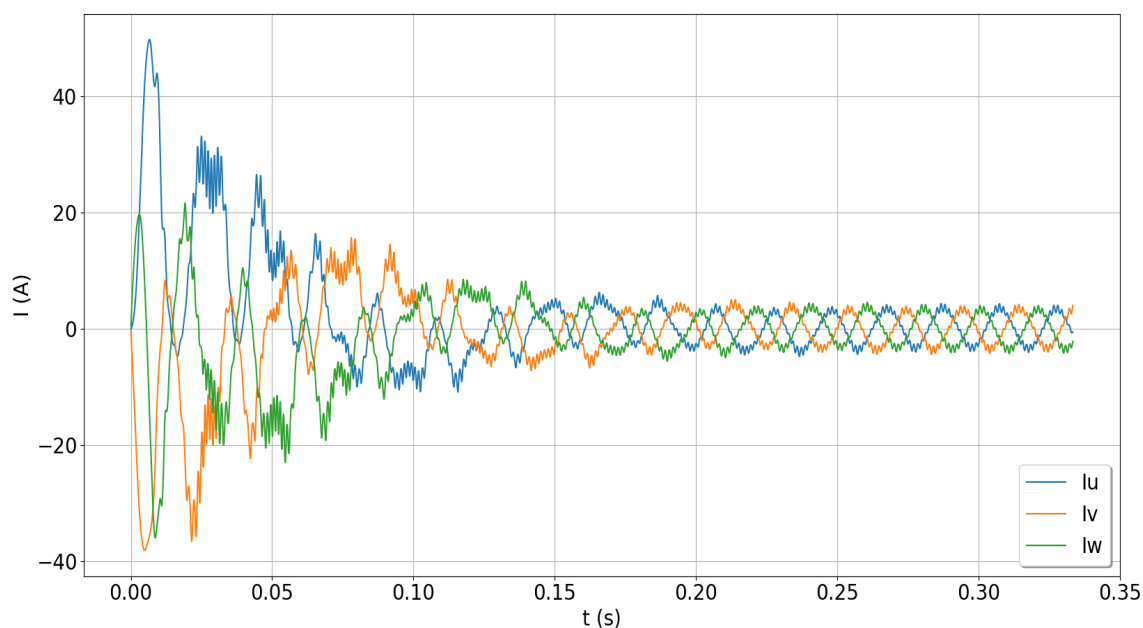
```
Exec Solver = after timestep  
Equation = scalars  
Procedure = "SaveData" "SaveScalars"  
Output Directory = resultskinematics  
Filename = transient_results.dat  
End
```

### 4.7.2 Výsledky časově proměnné simulace se skokovým zatížením motoru

V rámci této práce byly provedeny dvě simulace, kde u první simulace se motor zatížil jmenovitým momentem bezprostředně při jeho startu a u druhé simulace se motor zatížil jmenovitým momentem až po uplynutí určité doby. Pro první simulaci je výsledná závislost průběhu momentu na čase zobrazena na Obr.4.26, kde lze u něho opět pozorovat přechodovou složku momentu, která se postupně ustáluje a zůstává na jmenovité hodnotě 9,905 Nm. Rozdíl oproti předešlé simulaci je ten, že doba ustálení je mnohem delší a motor nemá takový propad momentu při jeho startu. Je to způsobeno hlavně tím, že je po celou dobu zatížen konstatním jmenovitým momentem a trvá mu déle než se ustálí, neboť je motoru kladen odpor v podobě zatěžovacího momentu. U časově proměnné simulace motoru nebyl definován žádný zatěžovací moment, byl pouze definován skluz motoru proto se mnohem rychleji ustálil. Závislost průběhu proudu na čase je zobrazena na Obr.4.27 a lze z něho pozorovat, že jeho průběh je mnohem více asymetrický, než-li tomu bylo u časově proměnné simulace. Opět je to dáno konstatním zatěžovacím momentem motoru a trvá mu déle než se proud ustálí, neboť je ovlivněn průběhem momentu. Konečná ustálená efektivní hodnota proudu se pohybuje kolem 3,3 A a velmi se blíží jmenovité hodnotě motoru. To je částečné zlepšení oproti časově proměnné simulaci, kde byla hodnota proudu menší o 0,1A. Nakonec je na Obr.4.28 zobrazena závislost průběhu rychlosti motoru na čase, kde je vidět na startu menší propad otáček následující vysokým nárustem otáček. Z toho lze usoudit, že otáčky sledují průběh momentu, což odpovídá teoretickým předpokladům. Otáčky se následně ustálí na jejich jmenovitou hodnotu.



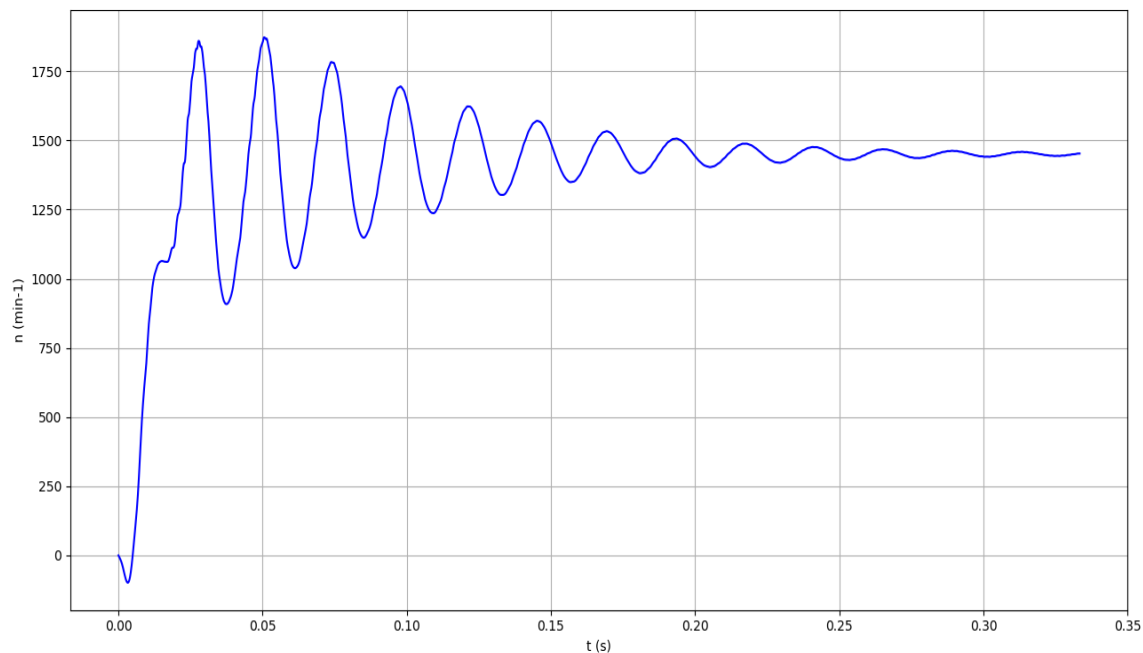
**Obr. 4.26:** Časový průběh momentu pro časově proměnou simulaci se skokovým zatížením motoru při jeho startu.



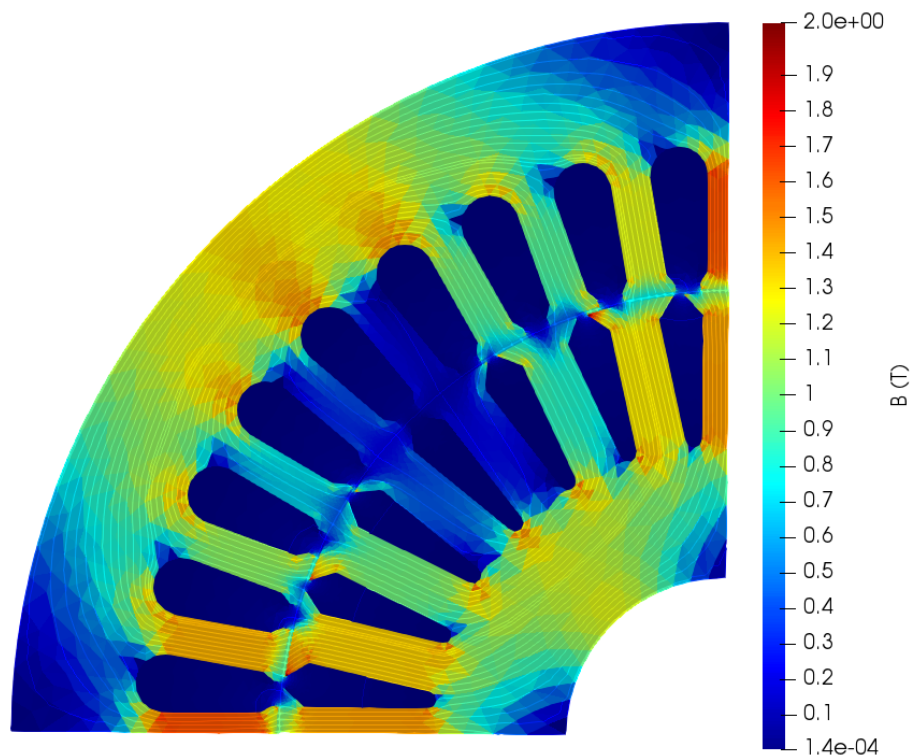
**Obr. 4.27:** Časový průběh proudu pro časově proměnou simulaci se skokovým zatížením motoru při jeho startu.

Nadále je ukázáno skalární pole, viz. Obr.4.29, které je velmi podobné jako u časově proměnné simulace a průběh rozložení magnetického pole ve vzduchové mezeře, viz. Obr.4.30 která má lehce vyšší hodnoty než-li tomu bylo u časově proměnné simulace, a to hlavně vlivem vyššího zatížení motoru. Dále má lehce odlišný průběh, což

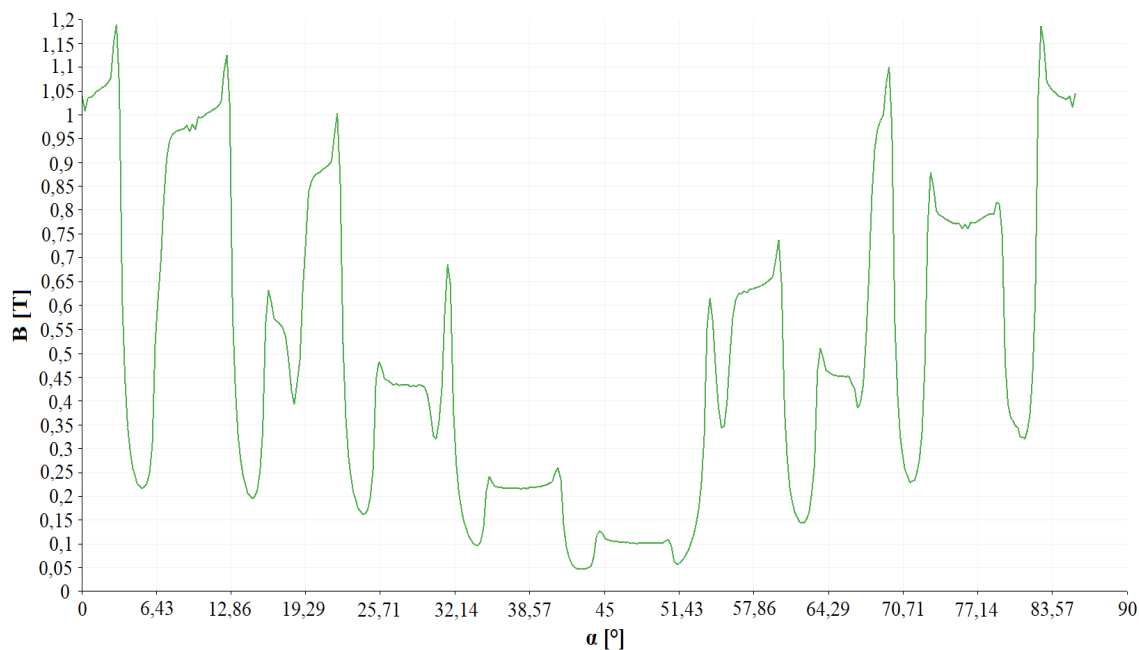
je způsobeno typem simulace, neboť časově proměnná simulace se skokovým zatížením počítá natočení rotoru jiným způsobem, což lze vidět na tomto průběhu.



**Obr. 4.28:** Časový průběh rychlosti pro časově proměnnou simulaci se skokovým zatížením motoru při jeho startu.

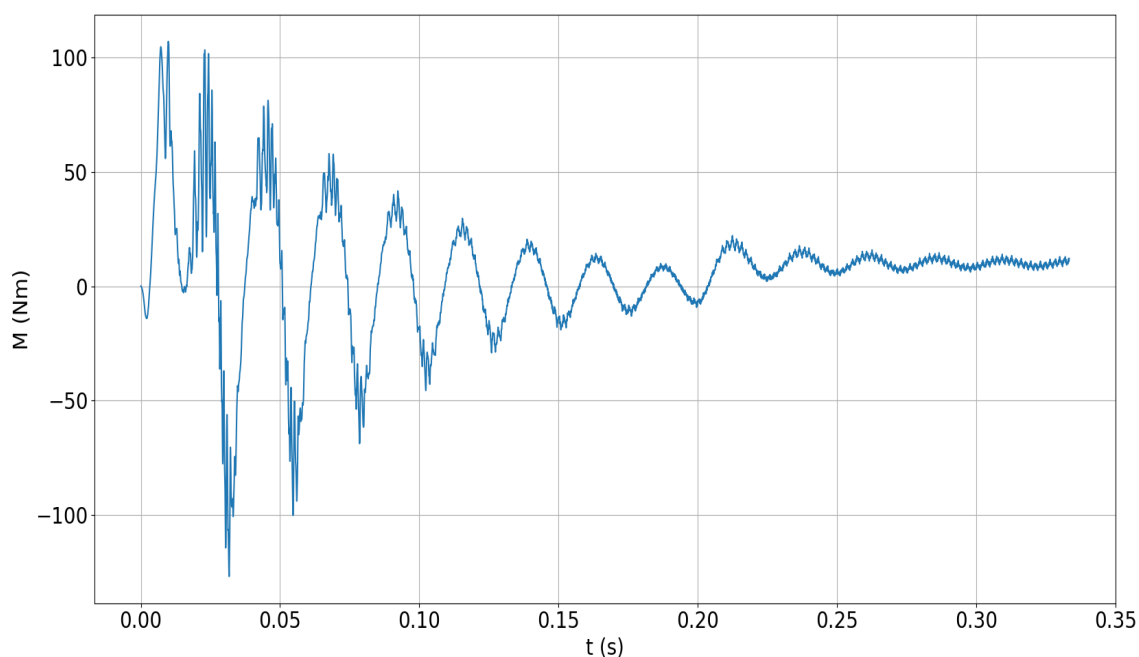


**Obr. 4.29:** Rozložení magnetické indukce ve skalárním poli pro časově proměnnou simulaci se skokovým zatížením motoru při jeho startu.

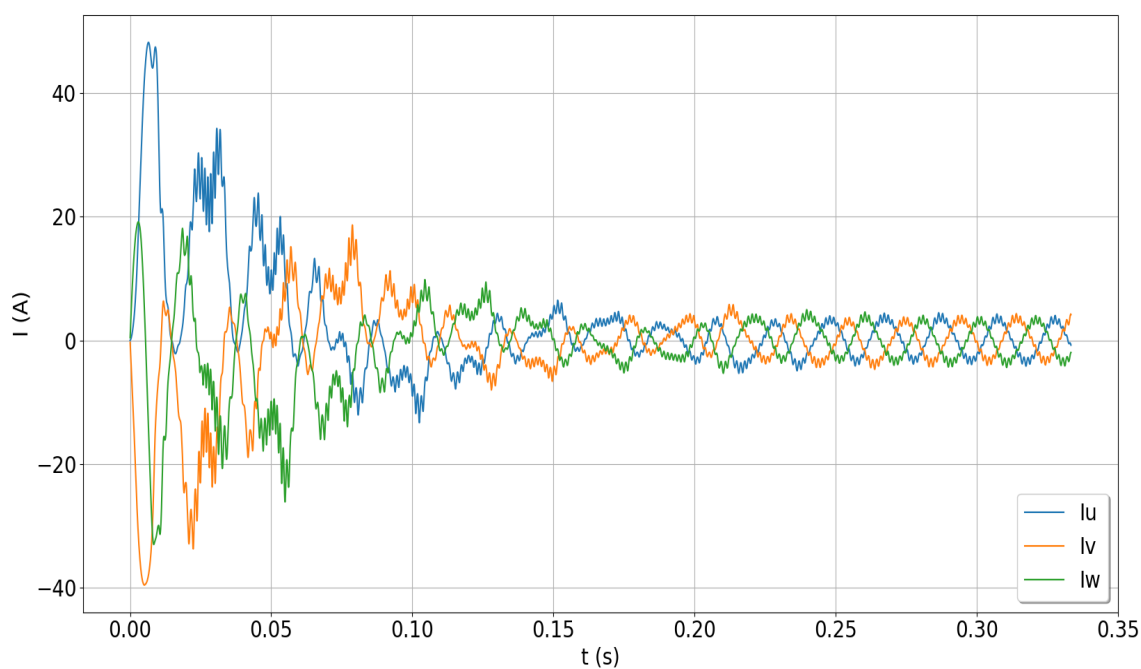


**Obr. 4.30:** Rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro časově proměnou simulaci se skokovým zatížením motoru při jeho startu.

Pro druhou simulaci byl motor zatížen jmenovitým konstantním momentem v čase 0,2 s. Ze závislosti průběhu momentu na čase, viz. Obr.4.31, lze pozorovat, že přechodová složka symetricky kmitá kolem osy x a pokud by se moment ustálil, jeho hodnota by byla velmi malá až nulová. Hlavní důvod je, že v tomto typu simulace je definovaný zatěžovací moment a vlastní moment setrvačnosti a řídí se rovnicí 4.43. Ve výsledku by v ustáleném stavu měl moment hodnotu rovnou pouze součinu vlastního momentu setrvačnosti a derivace úhlové rychlosti podle času. Rovnice by se mohla dále přizpůsobit, aby v sobě zahrnovala dodatečné ztráty, jako jsou např. ztráty třením v ložiscích, což by výsledný proud zvýšilo. V čase 0,2 s je skokově zatížen jmenovitým momentem, kde opět dochází k menšímu rozkmitu momentu a jeho následným pozvolným ustálením na jeho jmenovitou hodnotu 9,905 Nm. Lze tedy vidět, že celkový moment je zvýšen o tento konstantní moment. Na závislosti průběhu proudu na čase, viz Obr.4.32, lze opět pozorovat nesymetričnost průběhu se stejnými vlastnostmi jako v předchozím případě. Průběh má místy menší hodnoty, neboť je motor nezatížený. Ale od času 0,2 s dochází k menšímu rozkmitu proudu, který se rychle ustálí na efektivní hodnotu 3,3 A. Nakonec jsou zobrazena závislost průběhu otáček na čase, viz Obr.4.33. Na průběhu lze pozorovat stejné vlastnosti jako u první simulace. S tím rozdílem, že do času 0,2 s jsou hodnoty vyšší, než-li tomu bylo u první simulace a kmitají kolem osy x na hodnotě  $1500 \text{ min}^{-1}$ , kde je motor v chodu naprázdno neboť neuvažuje dodatečné ztráty. Od času 0,2 s se otáčky sníží vlivem skokového zatížení motoru a jejich hodnota se pomalu ustaluje na jmenovité otáčky.



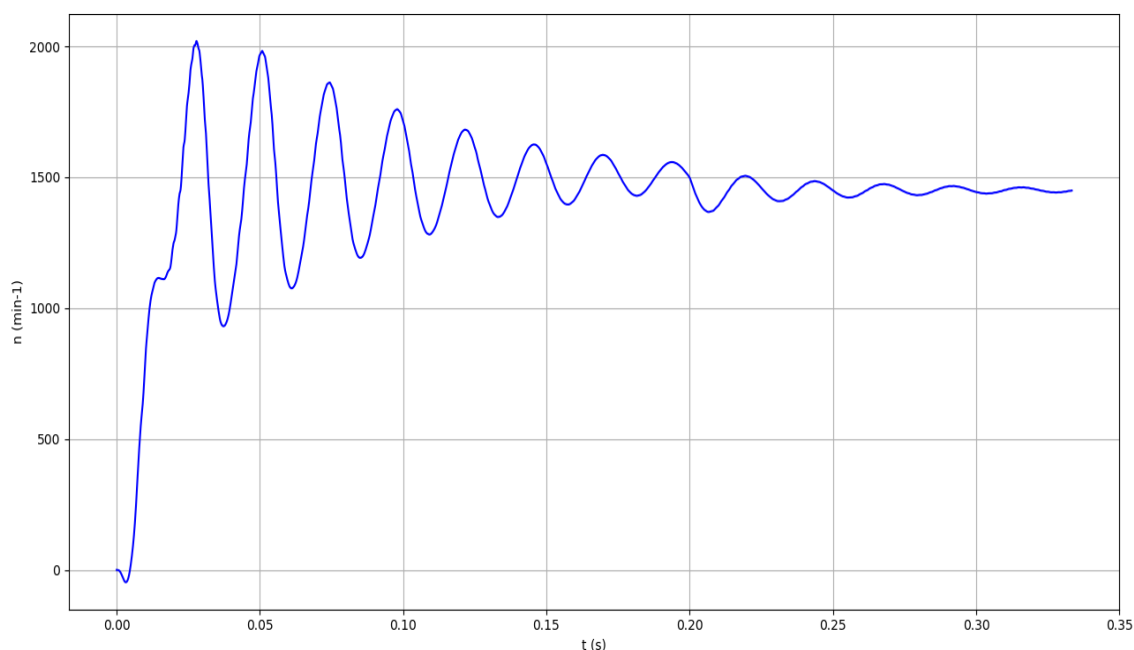
**Obr. 4.31:** Časový průběh momentu pro časově proměnou simulaci se skokovým zatížením motoru v čase 0,2 s.



**Obr. 4.32:** Časový průběh proudu pro časově proměnou simulaci se skokovým zatížením motoru v čase 0,2 s.

Rozložení magnetické indukce ve skalárním poli a rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro tuto simulaci velmi podobné jako u první simulace. Nebudou zde

tedy ukázány.



**Obr. 4.33:** Časový průběh rychlosti pro časově proměnou simulaci se skokovým zatížením motoru v čase 0,2 s.

#### 4.8 Časově proměnná elektromagnetická simulace pro více řezů motoru

Výsledky předešlých simulací jsou značně zkresleny vlivem zanedbání efektu drážkování. Efekt drážkování vytváří vyšší harmonické složky magnetického toku ve vzduchové mezeře. Tyto harmonické složky vytváří parazitní moment, který zkresluje průběh momentu a proudu, vytváří vibraci a hluk na stroji, vyvolávají vyšší harmonické složky indukovaného napětí v rotoru a zvyšují ztráty v železe vlivem vyšších harmonických složek magnetického toku. V reálných strojích je tento efekt potlačen zešikmení statorového vinutí nebo rotorových tyčí o malý úhel drážkové rozteče. Vyšší harmonické magnetického toku ve vzduchové mezeře jsou pak podél osy stroje v součtu nulové. [22].

Pro přesné výsledky simulací je nejlepší využít 3D prostředí v programu využívající FEM. Nicméně ELMER dokáže tento krok obejít a vytvořit více průřezů motoru, kde každý rotor je vůči prvnímu průřezu natočen a to tak, aby odpovídal definovanému natočení rotorových drážek v celkové délce motoru. Model je pak řešen ve 2D, ale existuje určitá vazba mezi průřezy, a lze říci, že model jako celek je počítán ve 2.5D prostředí [18]. Tímto způsobem lze dosáhnout lepších výsledků pro modely v podkapitolách 4.4,

4.5, 4.6 a 4.7. V rámci této práce je ukázán reprezentační model pro rozšířenou verzi časově proměnné simulace v podkapitole 4.4.

#### 4.8.1 Skript pro časově proměnnou elektromagnetickou simulaci pro více řezů motoru

Před napsáním skriptu pro tento typ simulace se nejdříve musí upravit samotná geometrie elektromagnetického modelu. Zejména se vytvoří další průřezy modelu v osy Z. Základní postup pro vytvoření geometrie statoru a rotoru, exportování souboru s příponou .msh a převedení souborů na formát podporovaný programem ELMER je stejný jako v kapitole 3. Rozdíl je ve spojení statorové a rotorové částí geometrie, kde první řez je převeden do měřítka SI soustavy (mm -> m)

```
ElmerGrid 2 2 im_stator -in im_rotor -unite -autoclean -names -out im -scale 0.001  
0.001 0.001
```

Poté se vytvoří kopie řezu, které se uloží do složky imms. V této práci jsou představeny čtyři kopie řezu, které pro tento typ simulace dostačují. Pro vyšší přesnost výsledků by se mohlo využít více řezů. Výpočtový čas by byl pak opět vyšší. O optimálním počtu kopií řezů se pak zabývá publikace [32]

```
ElmerGrid 2 2 im -out imms -clone 1 1 4 -clonesize 0 0 0.04  
ElmerGrid 2 2 imms -partition 1 1 4
```

Číslo 4 reprezentuje počet kopií řezu motoru a hodnota 0,04 udává vzdálenost mezi jednotlivými řezy, tedy 0,04 m mezi každou kopií řezu motoru. Příkaz partition odděluje řezy mezi sebou. Tímto se vytvoří při výpočtech vazba mezi kopiemi a každý řez je počítán samostatně. Nakonec se musí zkopírovat soubor mesh.names ze složky im do složky imms.

Z hlediska skriptu se změny tentokrát dotknou každého skriptu. V sekundárním skriptu obsahující parametry stroje s definovanou napájecí soustavou se přidají parametry pro počet řezů modelu a natoční rotoru ve stupních

```
$ skew = 10  
$ ns = 4
```

V sekundárním skriptu definující rotorovou klec nakrátko se pro každou tyč změní jejich celkový počet na čtyři

```
Component 1
  Name = String RB1
  Body = Integer 1
  Coil Type = String Stranded
  Number of Turns = Real $4
End
```

Dále se v sekci Kirchhoffových napěťových zákonů uvažuje pro každou část kruhu nakrátko mezi dvěma tyčemi pouze čtvrtinová hodnota napětí

```
!Bar1
$ C.4.B(2,1) = 1/4
$ C.4.B(2,3) = 1
$ C.4.B(2,5) = -1
$ C.4.B(2,7) = -1/4
```

Ve hlavním skriptu se v hlavičce změní cesta k nově vytvořené geometrii, která byla uložena do složky imms

```
Header
  MeshDB "imms"
  Results Directory "results"
  Include Path "materials"
End
```

V sekci simulation se dále změní délka modelu, která je dělena počtem nově vytvořených řezů

```
Circuit Model Depth = Real $ l/ns
```

A odstraní se příkaz definující kartézskou soustavu v ose

```
Coordinate Scaling = 0.001
```

V sekci proměnných se definuje pohyb rotoru u kterého se projeví natočení roto-rové části geometrie

```
Body Force 7
```

```

Mesh Rotate 3 = Variable time, coordinate 3
Real MATC " 180/pi*f*(1-slip)*2*pi/pp*tx(0)+skew*tx(1)/l"
End

```

Nakonec se v sekci komponentů změni počet statorového vinutí, který je definován pro všechny čtyři řezy modelu

```

Component 8
Name = String Uplus
Body = Integer 8
Coil Type = String Stranded
Number of Turns = Real $ ns*Nph
Resistance = Real $ Rs
End

```

Sekce řešičů je identická s časově proměnnou simulací bez nově vytvořených řezů. Samotné spuštění simulace se zde provádí za využití programu mpirun, který slouží k paralelnímu spuštění více programů. Využije se tedy k spuštění výpočtu všech čtyř řezů modelu naráz. Dříve popisovaná metoda na tento typ simulace nefunguje. Výhodou programu je možnost paralelních výpočtů, což se dá využít pro rozdělení jednoho řezu modelu na několik sekcí. Jejich výpočtem se pak může drasticky snížit výpočtový čas. Tento program by se tedy mohl využít pro snížení výpočtového času u výše popsanych simulací. Nevýhodou programu je, že je pouze na operační systém Linux. Program je pak spuštěn v příkazovém řádce pomocí následujících příkazů

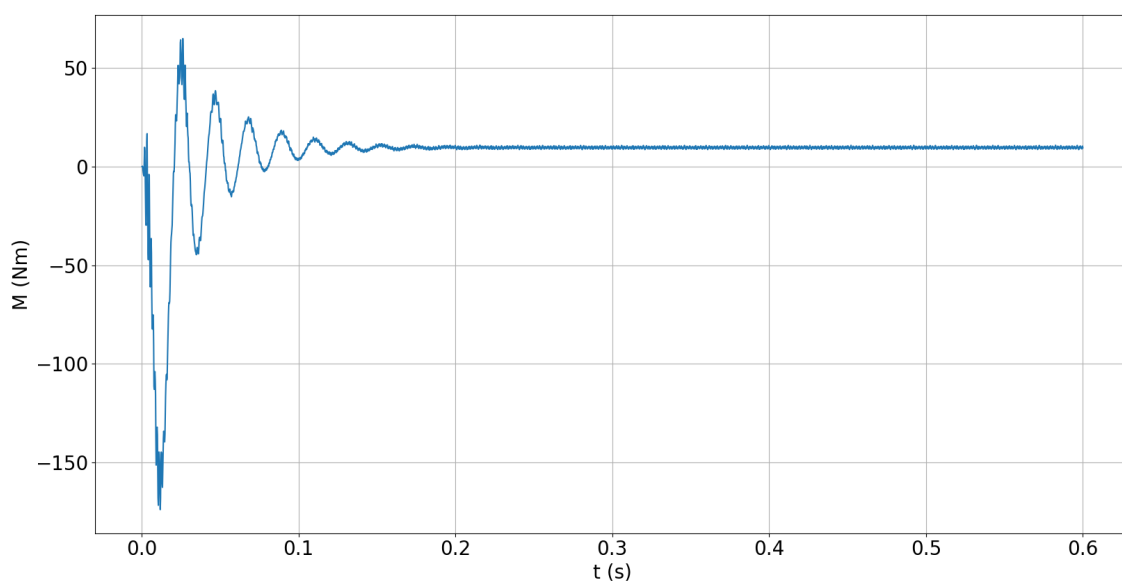
```

echo "transient.sif" > ELMERSOLVER_STARTINFO
mpirun -np 4 ElmerSolver_mpi

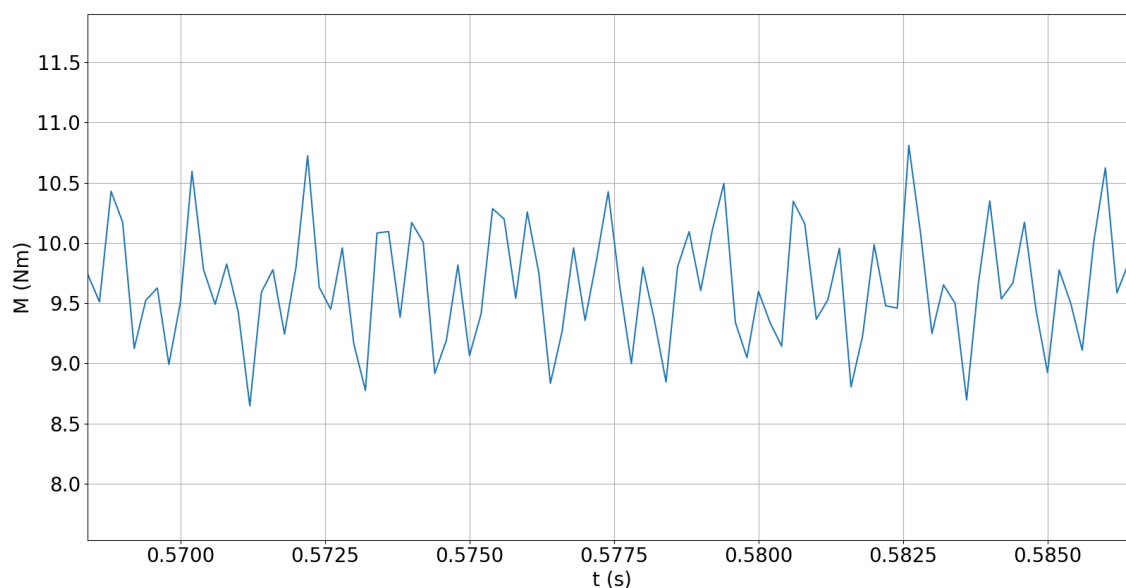
```

#### 4.8.2 Výsledky časově proměnné simulace s více řezy motoru

Jak již bylo dříve avizováno, tak pomocí této simulace se ve výpočtech zahrnuje efekt drážkování a natočení rotorového vinutí motoru. Honota celkového momentu je pak snížena vlivem natočení rotorového vinutí a ruší vliv efektu drážkování. To způsobí vynulování vyšších harmonických složek momentu. Průběh momentu na čase je zobrazen na Obr.4.34. Záběrný moment je menší, než-li tomu bylo u časově proměnné simulaci a ustálí na hodnotě 0,2 s. Tato hodnota se lehce liší oproti časově proměnné simulace a je o 0,05 s větší. Střední hodnota momentu je menší, viz. Obr.4.34. Jeho hodnota je přibližně 9,7 Nm, což je velmi dobrý výsledek a oproti jmenovité hodnotě se liší přibližně o 0,2 Nm. Průběh zvlnění je pak podobný jako u časově proměnné simulace.



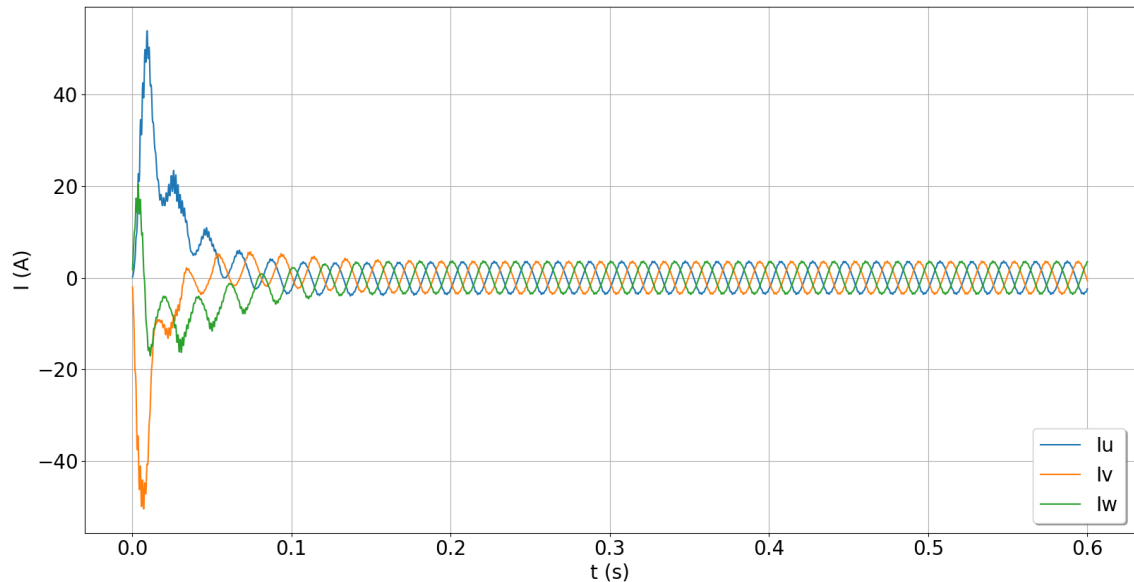
**Obr. 4.34:** Časový průběh momentu motoru pro časově proměnnou simulaci více řezů motoru.



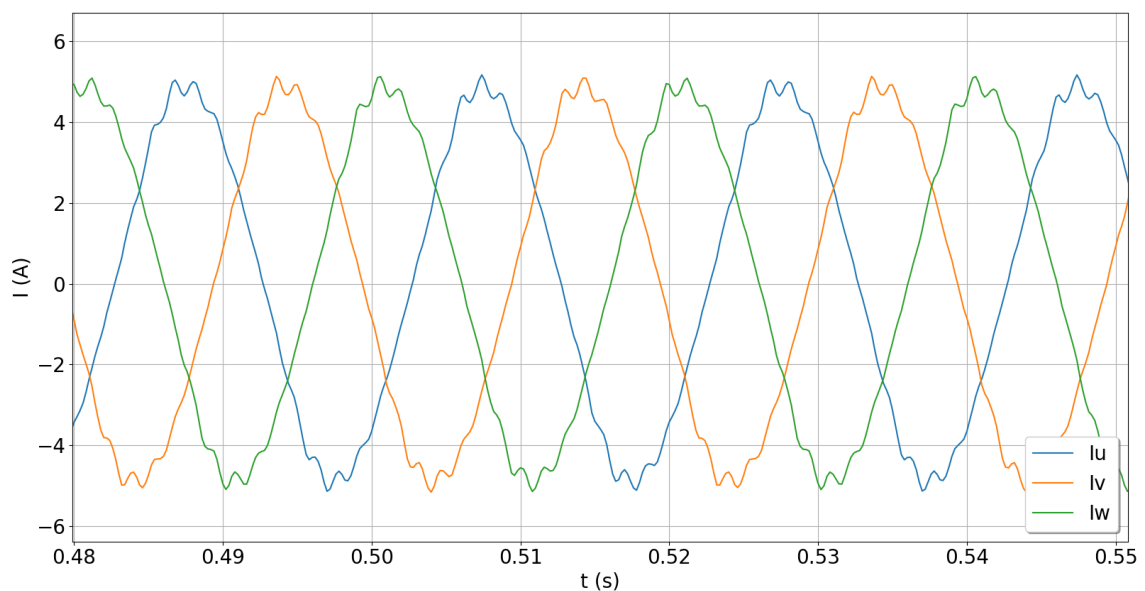
**Obr. 4.35:** Detail časového průběhu momentu pro časově proměnnou simulaci více řezů motoru.

Průběh napájecího proudu na čase, viz. Obr.4.36, má stejný průběh jako u časově proměnné simulace s tím rozdílem, že jeho průběh je mnohem hladší. Tento jev způsobuje opět natočení rotorového vinutí, které vynuluje vyšší harmonické složky proudu, způsobené efektem drážkování. Hladký průběh detailu jde pozorovat i na detailu průběhu, viz. Obr.4.37, kde je vyhlazení průběhu značné oproti časově proměnné

simulaci. Menší zvlnění se projevuje jenom na špičce amplitud průběhu. Celkový průběh se blíží hladkému sinusovému průběhu. Efektivní hodnota proudu je pak přibližně 3,55 A. Hodnota je sice vyšší než u časově proměnné simulace, ale stále se blíží jmenovité hodnotě a jeho rozdíl je menší a to 0,15 A. Přechodová složka proudu se pak ustaluje na hodnotě 0,15 s.



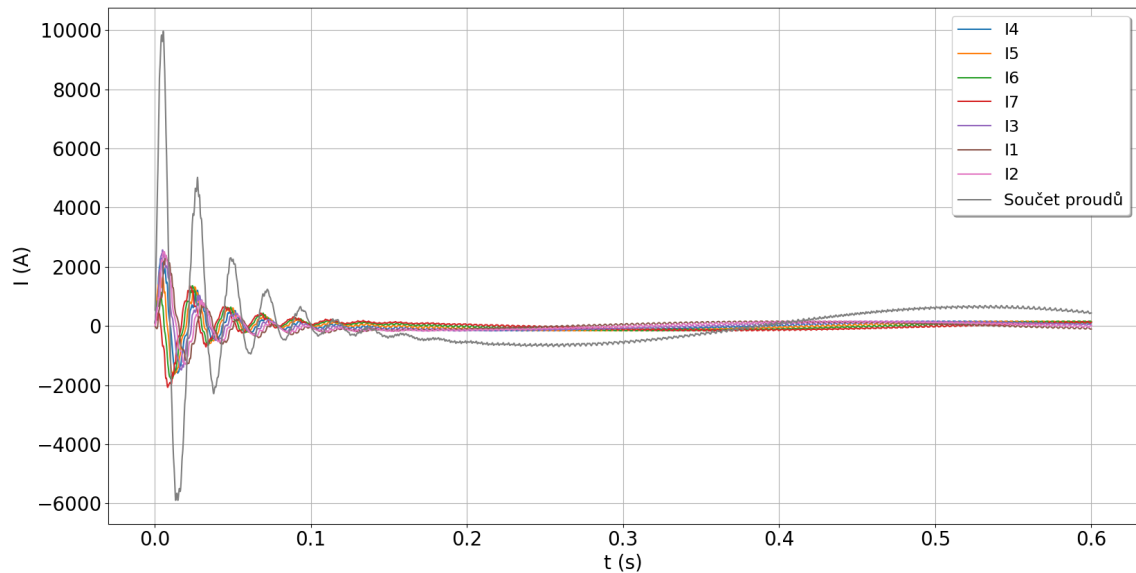
**Obr. 4.36:** Časový průběhu napájecích proudů pro časově proměnnou simulaci s více řezy motoru.



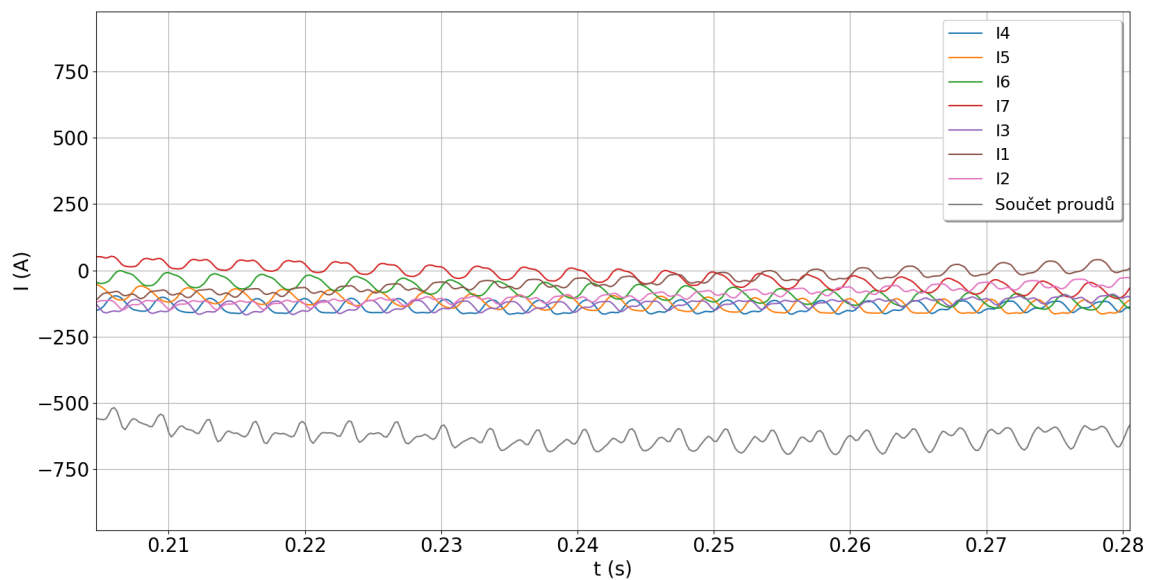
**Obr. 4.37:** Detail časového průběhu napájecích proudů pro časově proměnnou simulaci s více řezy motoru.

Pro další ukázkou byly provedeny výpočty pro průběhy proudů rotorového vinutí na čase, viz. Obr.4.38. Nárazový proud celkový a pro každou tyč má zde téměř stejnou

hodnotu jako časově proměnné simulace a ustálí se na hodnotě 0,15 s. Největší rozdíl je opět vidět na průběhu proudu, kde při této simulaci je průběh velmi hladký, opět vlivem natočení rotorových tyčí a vyrušením efektu drážkování. To lze také pozorovat na detailu průběhu, viz. Obr.4.39.



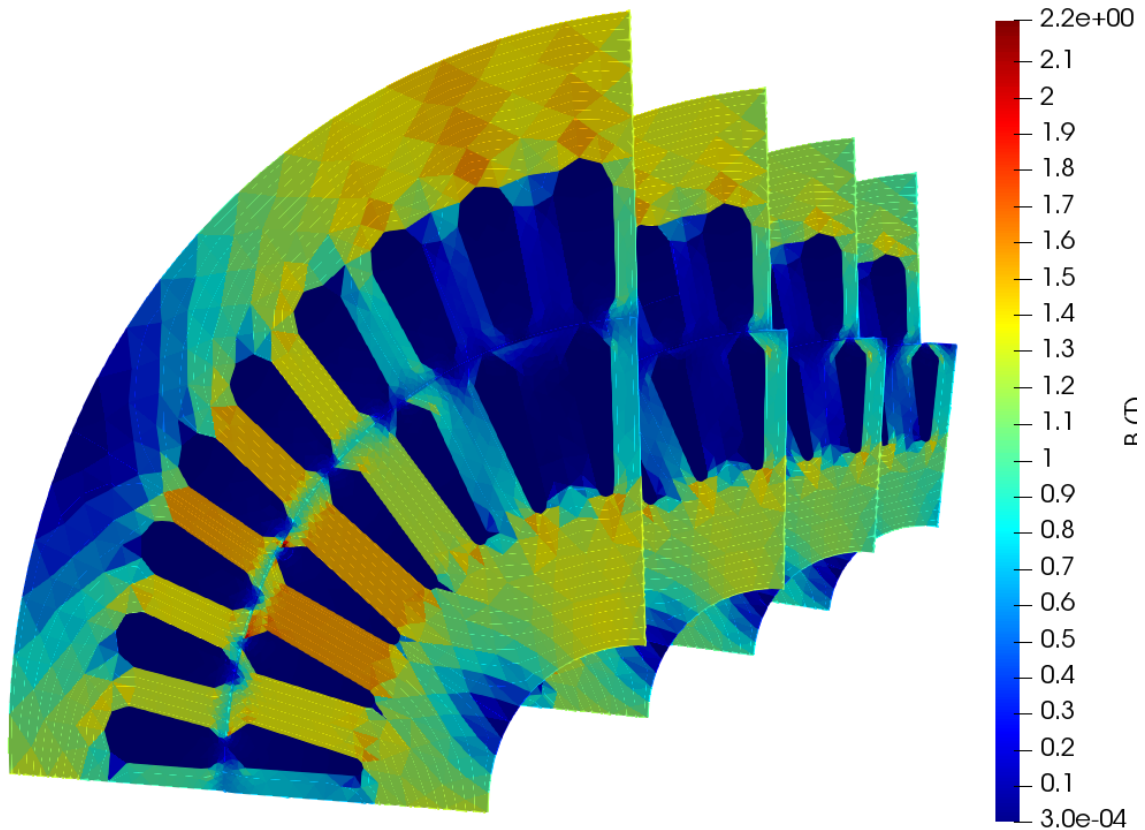
**Obr. 4.38:** Časový průběh indukovaných proudů rotorových tyčí pro časově proměnnou simulaci s více řezy motoru.



**Obr. 4.39:** Detail časového průběhu indukovaných proudů rotorových tyčí pro časově proměnnou simulaci s více řezy motoru.

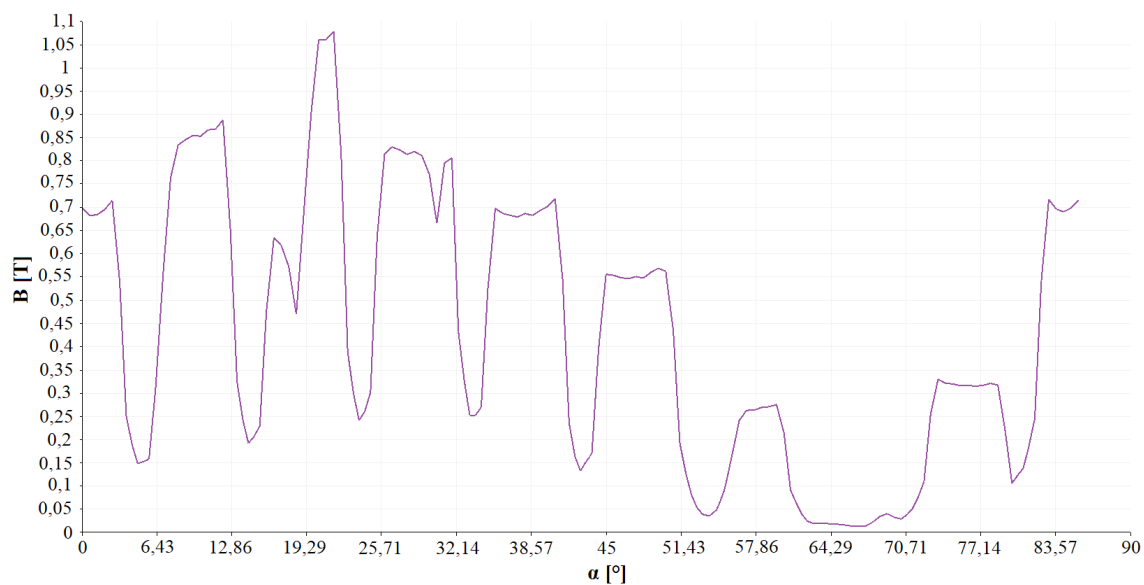
Nakonec je zobrazeno skalární pole pro distribuci magnetické indukce ve všech řezech stroje, viz. Obr.4.40. Ze skalárního pole lze pozorovat, že má podobné rozložení magnetické indukce jako tomu bylo u časově proměnné simulace. Na řezech motoru

jde vidět i nastavené natočení rotoru a každý následující řez je o určitý úhel posunut oproti prvnímu řezu. ELMER umí při této simulaci uložit data pro každý řez modelu. To je výhodné pro uživatele, který by potřeboval zkontrolovat separátně každý řez modelu. Celá tato simulace trvala přibližně 7 hodin.

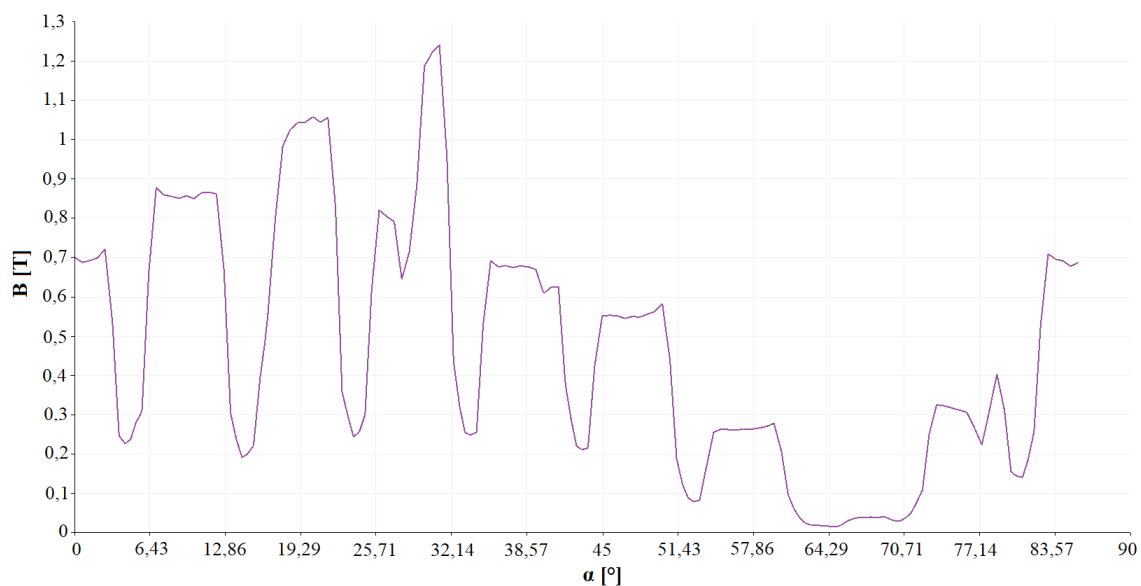


**Obr. 4.40:** Rozložení magnetické indukce ve skalárním poli pro časově proměnou simulaci s více řezy motoru.

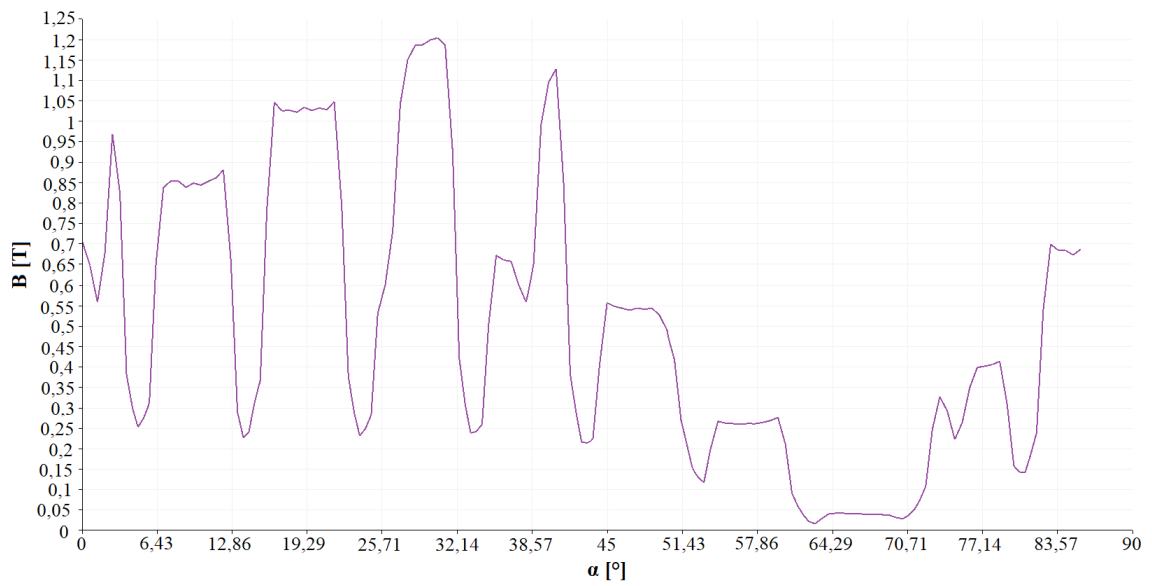
Pro každý samotný řez je zobrazen průběh rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Tyto průběhy jsou zobrazeny na Obr.4.41, Obr.4.42, Obr.4.43 a Obr.4.44. Každý průběh má lehce jiný tvar vlivem natočení rotorových tyčí, kde každý řez je o jistý úhel posunut. Dále mají jiné velikosti hodnot magnetické indukce. Samotné průběhy se potom trochu liší oproti časově proměnné simulaci, a to hlavně zahrnutím efektu drážkování a natočení rotorových tyčí. Dále mají průběhy ostřejší průběh, což je způsobeno menším počtem konečných prvků, které byly použity pro tento simulovaný model. Pokud by byl zvýšen počet konečných prvků, průběhy by měli hladší tvary a blížili by se více průběhu na Obr.4.17. Samotná simulace by ale trvala přibližně 15 hodin a výsledky by nemusely být o tolik rozdílné.



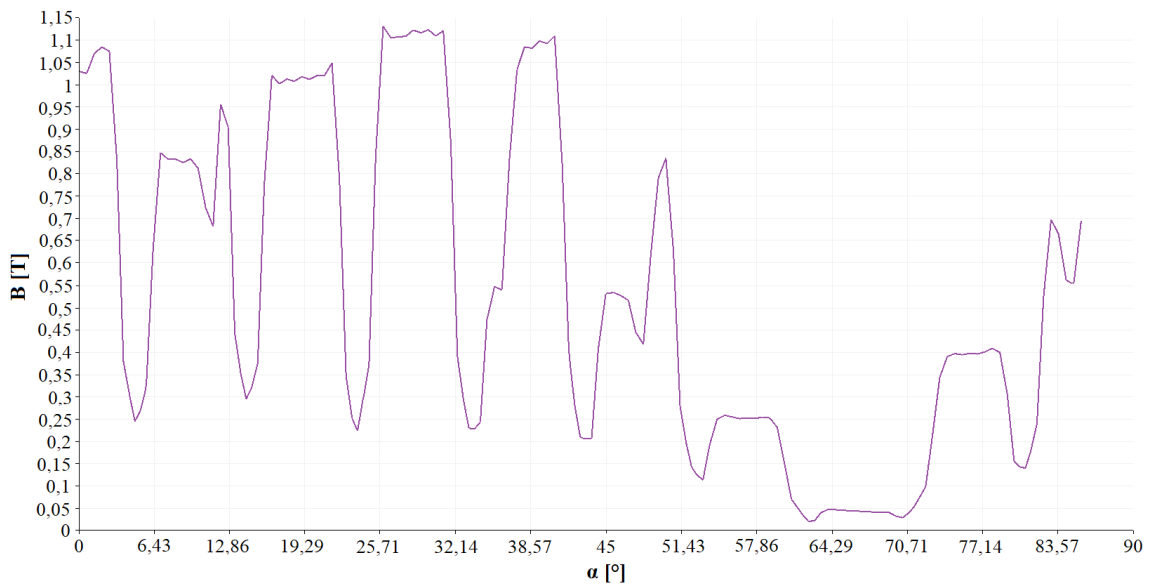
**Obr. 4.41:** Rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro 1. řez motoru.



**Obr. 4.42:** Rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro 2. řez motoru.



**Obr. 4.43:** Rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro 3. řez motoru.

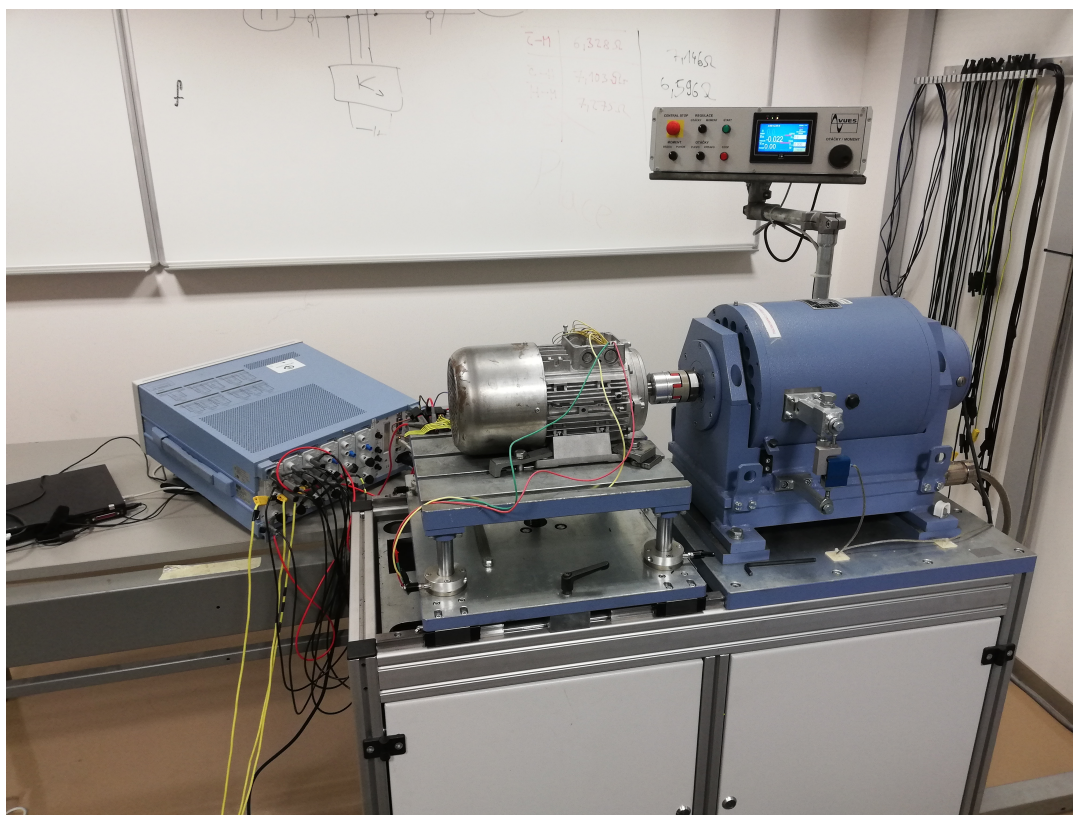


**Obr. 4.44:** Rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře pro 4. řez motoru.

## 5 Porovnání výsledků simulací s naměřenými hodnotami reálného stroje

### 5.1 Popis měřicího stanoviště

Na závěr této práce bylo provedeno laboratorní měření na průmyslově vyráběném 3-f motoru s velmi podobnými parametry. Měření bylo provedeno v laboratořích elektrických strojů na Ústavu výkonové elektrotechniky a elektroniky VUT FEKT v Brně. Motor byl pak napájen z externího 3-f zdroje, který dokáže plynule měnit napájecí sinusové napětí. Hřídel motoru byla napojena na dynamometr a na jeho ovládacím panelu byly nastavován moment a otáčky, při kterém byl motor zatížen a provozován. Motor byl před měřením zahřátý na provozní teplotu k zajištění provozu motoru při jmenovitých parametrech při samotném měření. Teplota byla měřena pomocí tepelných čidel pt100 a hodnota odporu byla zaznamenávána na digitální multimetr. Pomocí síťového analyzátoru byly zaznamenávány efektivní hodnoty sdruženého napětí, fázového proudu, příkonu, výkonu a jalového výkonu. Veškeré zaznamenané hodnoty byly převedeny do programu Excel. Hodnoty byly následovně s pomocí programu Excel a Python zpracovány. Celé měřicí stanoviště je uvedeno na obr.5.1.



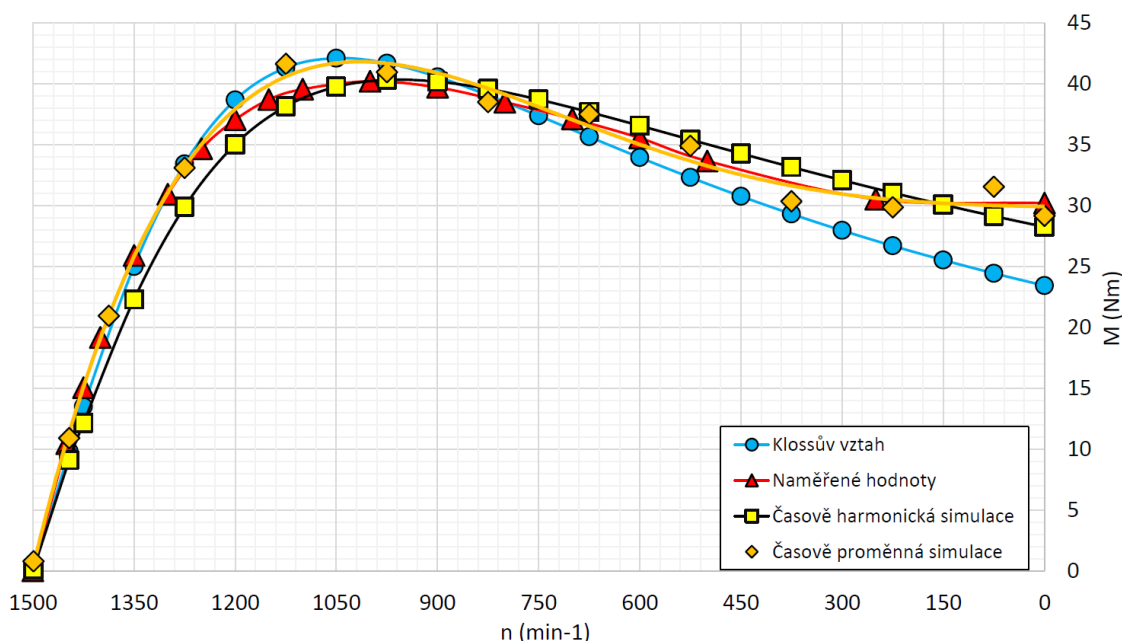
**Obr. 5.1:** Sestava měřicího stanoviště.

## 5.2 Srovnání měřených a simulovaných závislostí

Cílem měření této práce je pak porovnat zejména závislost momentu a proudu na otáčkách. Pro závislost momentu na otáčkách se srovnávají zejména hodnoty z měření, časově proměnné simulace, harmonické analýzy a navíc byl přidán Klossův vztah, který je dán rovnicí

$$\frac{M}{M_{Max}} = \frac{2}{\frac{s_{Max}}{s} + \frac{s}{s_{Max}}} \quad (5.1)$$

Všechny závislosti jsou zobrazeny níže na Obr.5.2



**Obr. 5.2:** Porovnání závislostí momentu na otáčkách.

Ze závislosti lze pak pozorovat, že simulované a měřené závislosti jsou si velmi podobné s malými rozdíly. Ve jmenovitém bodě stroje jsou pak jmenovité hodnoty momentů pro všechny závislosti téměř stejné i samotná počáteční strmost charakteristiky je stejná. Rozdíl lze pak pozorovat u momentu zvratu, kde se jmenovité hodnotě nejvíc blíží časově proměnná simulace a téměř kopíruje závislost pro Klossův vztah. Závislost měřených hodnot a harmonické analýzy nedosahují jmenovitého momentu zvratu, ale jsou si v tomto bodě obě charakteristiky velmi podobné. Měřené závislosti nedosahují jmenovité hodnotě momentu zvratu zejména kvůli způsobu provozu motoru při jeho měření. Motor byl provozován pouze na poloviční napětí, aby se předešlo jeho zničení při vyšším skluzu. Všechny naměřené hodnoty momentu pak byly přepočítány podle následujícího napětového poměru

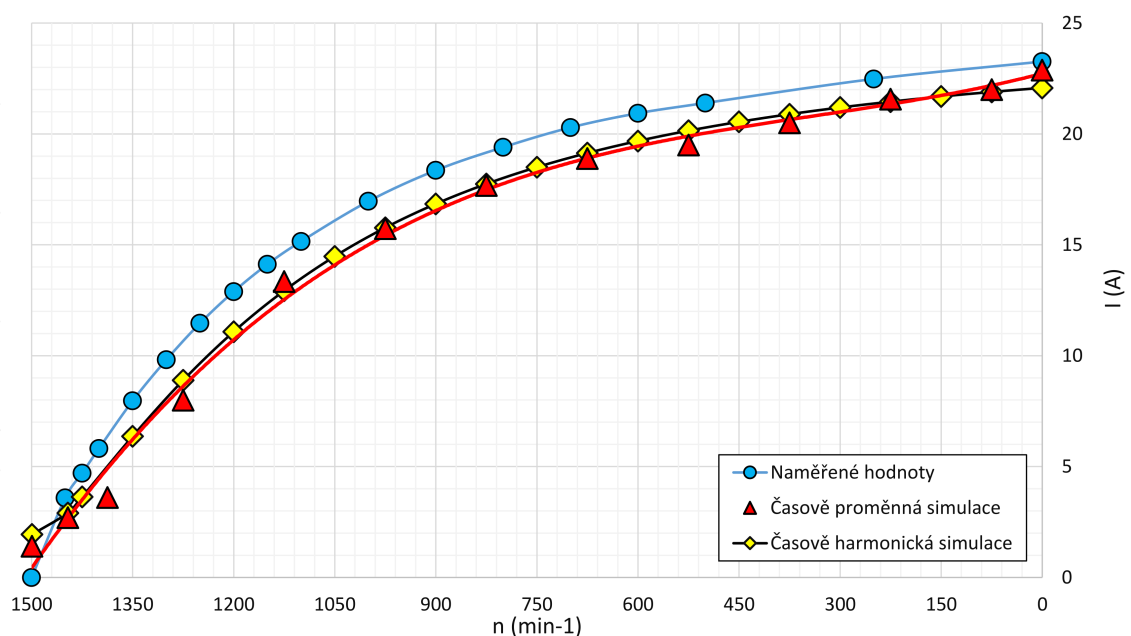
$$M = M_{Mer} \cdot \left( \frac{U_{Jmen}}{U_{Mer}} \right)^2 \quad (5.2)$$

Výsledný přepočítá pak počítá s lineárním sycením motoru, což zkreslí konečný výsledek závislosti. Tato metoda není příliš přesná, ale při dostatečně vysokém napětí, lze s určitou přesností dosáhnout předpokládaných výsledků. Jen se musí dát pozor, aby se u motoru při vyšším skluzu nezničila izolace statorového vinutí vlivem vyšší teploty. O této problematice a lepší řešení pro určení závislosti momentu na otáčkách pojednává následující publikace [33]. Závislost harmonické analýzy má pak rozdílný moment zvratu hlavně kvůli zanedbání některých faktorů při simulačních výpočtech. U záběrného momentu lze pozorovat téměř stejné průběhy pro měřenou závislost a závislost pro časově proměnou simulaci. U harmonické analýzy lze pak vidět menší odchýlení od této hodnoty, kde strmost této závislosti je pak podobná jako u Klossova vztahu. Na rozdíl od Klossova vztahu, který počítá motor při konstantní teplotě, bere harmonická analýza v potaz vyšší teplotu při zabrzděném rotoru a hodnota se blíží více naměřené.

Pro závislost proudu na otáčkách jsou porovnávány závislosti pro měřené hodnoty, harmonickou analýzu a časově proměnou analýzu. Pro měřené hodnoty proudu platí podobný následující napěťový přepočít, kde pro něho platí výše nedostatky této metody, viz. [33]

$$I = I_{Mer} \cdot \left( \frac{U_{Jmen}}{U_{Mer}} \right) \quad (5.3)$$

Porovnání závislostí je zobrazeno na Obr.5.3



**Obr. 5.3:** Porovnání závislostí proudu na otáčkách.

Závislosti časově proměnné simulace a harmonické analýzy mají téměř stejný průběh a jejich hodnoty jsou velmi podobné. Závislost pro naměřené hodnoty se lehce

liší, ale tento rozdíl může být způsoben použitou přepočítávací metodou. Celkové výsledky závislosti a to jak pro moment na otáčkách tak i proudu na otáčkách mají velmi dobrou shodu s menšími rozdíly a lze usoudit, že program ELMER má velmi dobré simulační vlastnosti.

Nakonec bylo provedeno měření pro zjištění ztrát v železe a celkové změřené ztráty vyšly přibližně na 68W. V simulaci pro zjištění ztrát v železe bylo vypočítáno přibližně 47W. Jedná se o dobrý výsledek vzhledem k tomu, že při simulaci byl zanedbán efekt drážkování. Pokud by se při simulaci uvažoval, vypočítané ztráty by byly vyšší a blížili by se více naměřeným. Zde má ELMER opět dobré výsledky. Hodnoty k výše uvedeným závislostem jsou uvedeny v příloze.

### 5.3 Porovnání náhradních schémat pro naměřené a simulované hodnoty

Na závěr této práce jsou v této podkapitole porovnány náhradní schémata stroje pro měřený motor, časově proměnou simulaci a harmonickou analýzu. Postup výpočtu parametrů pro náhradní schémata je podle následující normy [34]. V rámci této práce bude ukázán pouze postup výpočtu parametrů náhradní schématu pro naměřené hodnoty. Výpočet pro simulace je analogický.

#### 5.3.1 Náhradní schéma pro měřený motor

Při měření motoru naprázdno a nakrátko byly naměřeny následující parametry:

**Tab. 5.1:** Naměřené hodnoty při měření naprázdno a nakrátko

Měření	$U[V]$	$I[A]$	$P[W]$
Naprázdko	400	2,569	161
Nakrátko	60	3,539	253

V rámci výpočtů se použijí naměřené konstantní hodnoty motoru z Tab.3.1. Nejprve se vypočítají hodnoty z měření naprázdno a první parametr je odpor reprezentující ztráty v železe

$$R_{Fe} = \frac{U_0^2}{P_0} = \frac{400^2}{161} = 993,789\Omega \quad (5.4)$$

Dále se vypočítá proud tekoucí tímto odporem

$$I_{Fe} = \frac{U_0}{\sqrt{3} \cdot R_{Fe}} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 993,789} = 0,2324A \quad (5.5)$$

Kde pomocí tohoto proudu se dopočítá proud tekoucí magnetizační reaktancí

$$I_M = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} = \sqrt{2,569^2 - 0,2324^2} = 2,5585A \quad (5.6)$$

Z něhož se dopočítá magnetizační reaktance

$$X_M = \frac{U_0}{\sqrt{3} \cdot I_M} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 2,5585} = 90,265\Omega \quad (5.7)$$

Dále se vypočítají parametry z měření nakrátko. První parametr je impedance nakrátko

$$Z_k = \frac{U_k}{\sqrt{3} \cdot I_k} = \frac{60}{\sqrt{3} \cdot 3,539} = 9,788\Omega \quad (5.8)$$

Výpočet odporu nakrátko

$$R_k = R_1 + R'_2 = \frac{P_k}{3 \cdot I_k^2} = \frac{253}{3 \cdot 3,539^2} = 6,733\Omega \quad (5.9)$$

Poté se vypočítá odpor vinutí rotoru přepočítanou na primární vinutí, kde změřená hodnota odporu fáze motoru je  $3,729\Omega$

$$R'_2 = R_k - R_1 = 6,733 - 3,729 = 3,004\Omega \quad (5.10)$$

Vypočítá se součet rozptylové reaktance

$$X_k = X_{r1} + X'_{r2} = \sqrt{Z_k^2 - (R_1 + R'_2)^2} = \sqrt{9,788^2 - (6,733)^2} = 7,104\Omega \quad (5.11)$$

Pro výslednou reaktanci se pak uvažuje, že se satorová a rotorová reaktance vinutí rozdělí v poměru podle publikace [35] následovně

$$X_{r1} = 0,4 \cdot X_k = 0,4 \cdot 7,104 = 2,8418\Omega \quad (5.12)$$

$$X'_{r2} = 0,6 \cdot X_k = 0,6 \cdot 7,104 = 4,2626\Omega \quad (5.13)$$

Pro další kontrolu se z náhradních parametrů vypočítá jmenovitý moment motoru

$$\begin{aligned} M &= \frac{m \cdot U^2 \cdot \frac{R'_2}{s} \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \left[ \left( R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_{r1} + X'_{r2})^2 \right]} = \\ &= \frac{3 \cdot \left( \frac{400}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \frac{3,004}{0,03588} \cdot 2}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot \left[ \left( 3,729 + \frac{3,004}{0,03588} \right)^2 + (7,104)^2 \right]} = 11,076Nm \end{aligned} \quad (5.14)$$

Dále výkon

$$P = M \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = 11,076 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 1446,2}{60} = 1677,426W \quad (5.15)$$

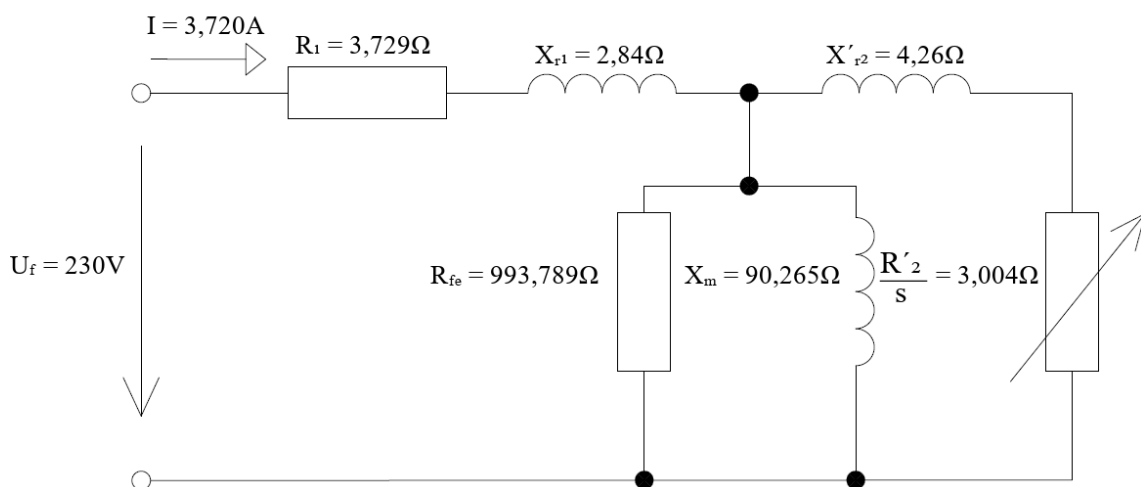
A nakonec proud, kde se nejdřív musí vypočítat celkový odpor náhradního schématu

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 + jX_1 + \frac{\frac{X_m \cdot R_{Fe}}{X_m + R_{Fe}} \cdot \left( \frac{R'_2}{s} + jX'_{r2} \right)}{\frac{X_m \cdot R_{Fe}}{X_m + R_{Fe}} + \left( \frac{R'_2}{s} + jX'_{r2} \right)} = \\ &= 3,729 + j2,842 + \frac{\frac{90,265 \cdot 993,789}{90,265 + 993,789} \cdot \left( \frac{3,004}{0,03588} + j4,263 \right)}{\frac{90,265 \cdot 993,789}{90,265 + 993,789} + \left( \frac{3,004}{0,03588} + 4,263 \right)} = \\ &= 62,084 \angle 41,768 \Omega \end{aligned} \quad (5.16)$$

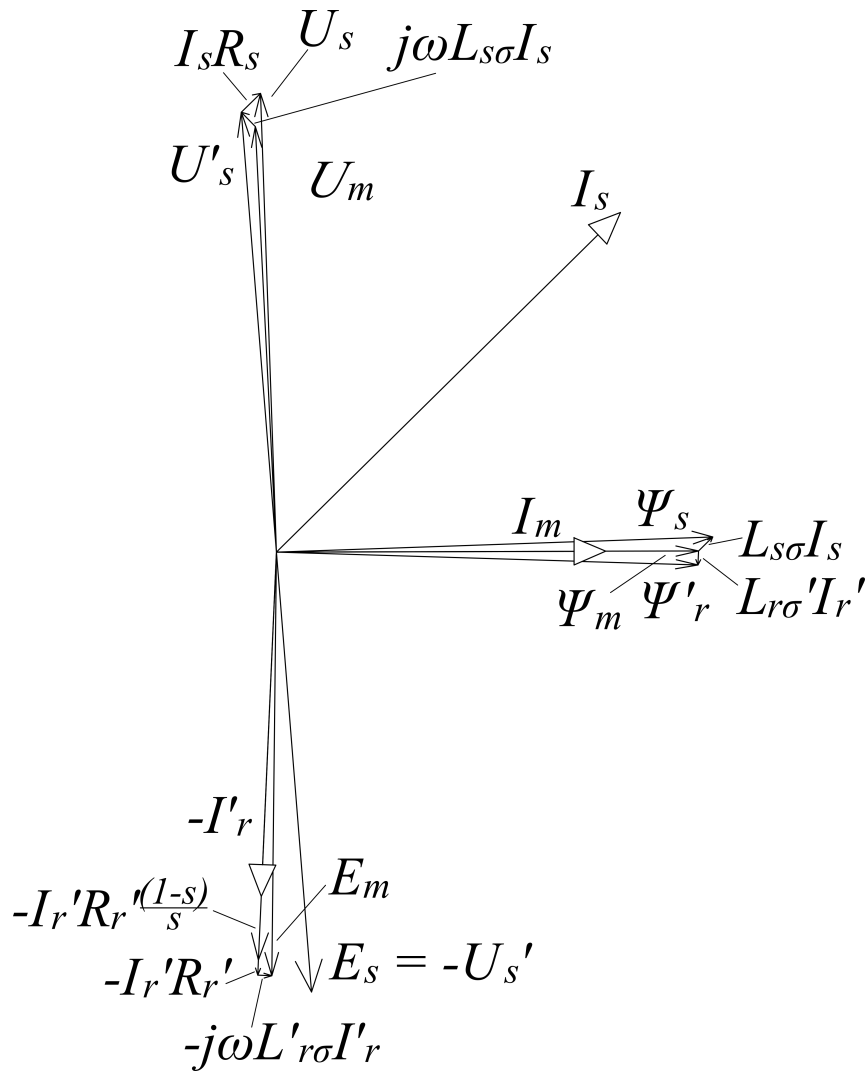
Proud je dopočítán pomocí Ohmova zákona

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{400}{\sqrt{3} \cdot 62,084 \angle 41,768} = 3,72 \angle -41,768A \quad (5.17)$$

Výsledné hodnoty momentu, výkonu a proudu se lehce liší oproti jmenovitým hodnotám. To může být způsobeno zejména chybou měření, technickým stavem motoru nebo použitou výpočetní metodou. Celé náhradní schéma měřeného motoru je zobrazeno na Obr.5.4. Pro náhradní schéma je vytvořen fázorový digram, který je vytvořen pomocí poměrných jednotek podle literárního zdroje [22] a nachází se na Obr.5.5



**Obr. 5.4:** Náhradní schéma měřeného motoru.



Obr. 5.5: Fázorový diagram náhradního schématu měřeného motoru.

Tab. 5.2: Hodnoty bazových a poměrných jednotek fázorového diagramu měřeného motoru.

Bázové hodnoty:	Hodnoty poměrných jednotek:		
$U_b = 230V$	$I_s = 1,0532,$	$L_{s\sigma} I_s = 0,0435,$	$j\omega L_{s\sigma} I_s = 0,0435,$
$I_b = 3,43A$	$I_m = 0,7169,$	$L'_{r\sigma} I'_r = 0,0435,$	$E_m = 0,923,$
$\Psi_b = 1,4642Vs$	$I'_r = 0,7507,$	$U_s = 1,$	$E_s = 0,9613,$
$R_b = 67,055\Omega$	$\Psi_s = 0,9507,$	$U_m = 0,9284,$	$I'_r R'_r \frac{(1-s)}{s} = 0,8894,$
$L_b = 0,2737H$	$\Psi'_r = 0,9183,$	$U'_s = 0,9613,$	$I'_r R'_r = 0,0331,$
$\omega_b = 151,477rads^{-1}$	$\Psi_m = 0,9192,$	$I_s R_s = 0,0586,$	$j\omega L'_{r\sigma} I'_r = 0,0305$

## 5.4 Náhradní schéma pro model časově proměnné simulace

Pro časově proměnnou simulaci byly v rámci simulace elektromagnetického modelu získané hodnoty pro zkoušku motoru naprázdno a nakrátko následující. Pro zachování stejných podmínek, byly použity stejné hodnoty napájecího napětí.

**Tab. 5.3:** Naměřené hodnoty při měření naprázdno a nakrátko

Měření	$U[V]$	$I[A]$	$P[W]$
Naprázdko	400	2,1	172,21
Nakrátko	60	3	180

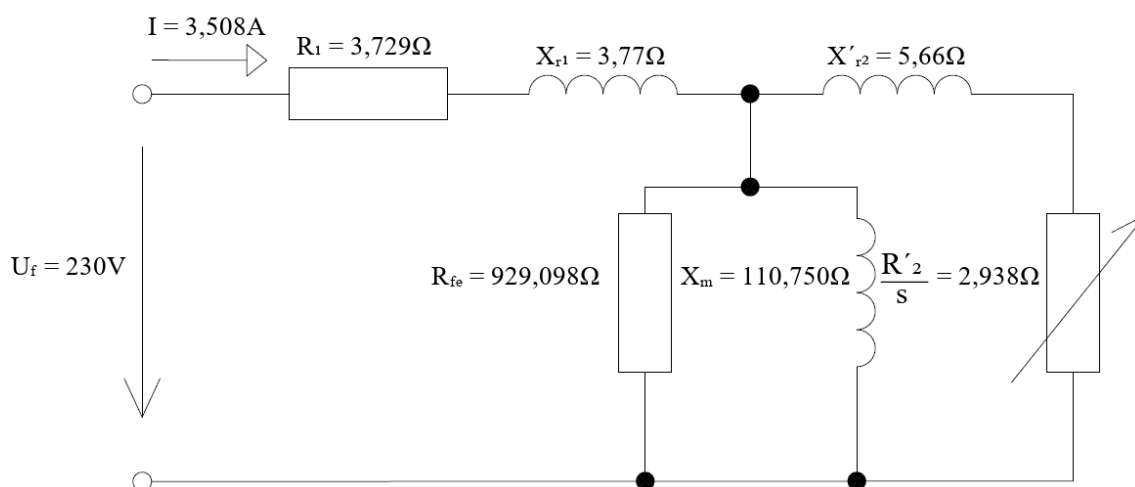
Kde hodnoty pro vypočítaný moment, výkon a proud jsou následovně dopočítány pomocí stejné metody, která je ukázána výše

$$M = 11,244Nm$$

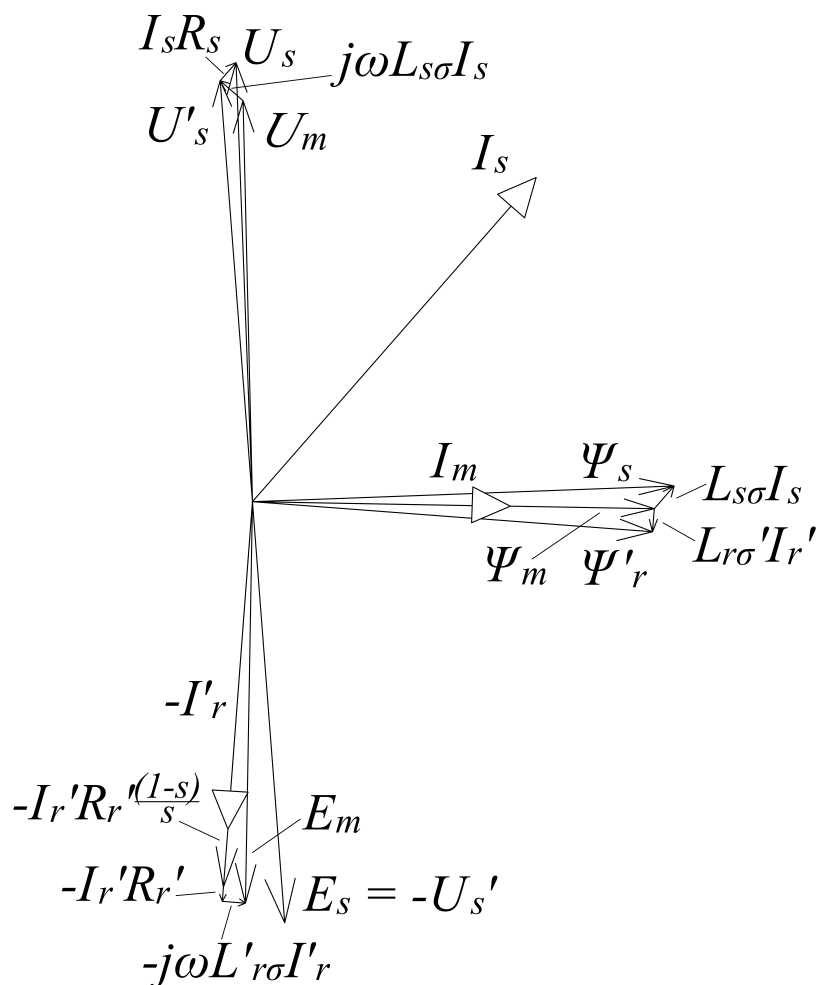
$$P = 1702,884W$$

$$I = 3,508\angle -37,408A$$

Z hodnot se dá usoudit, že vypočítaný moment a výkon je o něco málo vyšší nežli je tomu tak u naměřeného motoru. Na druhou stranu je vypočítaný proud nižší a blíží se více jmenovité hodnotě motoru. Na Obr.5.6 je uvedeno náhradní schéma modelu se všemi parametry. Rozdíl oproti naměřenému motoru, je zejména v rozptylových reaktancích, magnetizační reaktance a odporu reprezentující ztráty v železe. Na Obr.5.7 je zobrazen fázorový diagram pro náhradní schéma modelu.



**Obr. 5.6:** Náhradní schéma pro časově proměnnou simulaci elektromagnetického modelu.



**Obr. 5.7:** Fázorový diagram náhradního schématu pro časově proměnnou simulaci modelu.

**Tab. 5.4:** Hodnoty základních a poměrných jednotek fázorového diagramu časově proměnné simulace.

Bázové hodnoty:	Hodnoty poměrných jednotek:		
$U_b = 230V$	$I_s = 0,9803,$	$L_{s\sigma} I_s = 0,0689,$	$j\omega L_{s\sigma} I_s = 0,0689,$
$I_b = 3,43A$	$I_m = 0,5864,$	$L'_{r\sigma} I'_r = 0,0525,$	$E_m = 0,9137,$
$\Psi_b = 1,4642Vs$	$I'_r = 0,7471,$	$U_s = 1,$	$E_s = 0,9611,$
$R_b = 67,055\Omega$	$\Psi_s = 0,9597,$	$U_m = 0,9131,$	$I'_r R'_r \frac{(1-s)}{s} = 0,8795,$
$L_b = 0,2737H$	$\Psi'_r = 0,9123,$	$U'_s = 0,961,$	$I'_r R'_r = 0,0327,$
$\omega_b = 151,477rads^{-1}$	$\Psi_m = 0,9138,$	$I_s R_s = 0,0545,$	$j\omega L'_{r\sigma} I'_r = 0,0525$

## 5.5 Náhradní schéma pro model harmonické analýzy

Pro harmonickou analýzu byly opět v rámci simulace elektromagnetického modelu získány hodnoty pro zkoušku motoru naprázdno a nakrátko se stejnými podmínkami.

**Tab. 5.5:** Naměřené hodnoty při měření naprázdno a nakrátko

Měření	$U[V]$	$I[A]$	$P[W]$
Naprázdno	400	2,07	133
Nakrátko	60	3,04	182.4

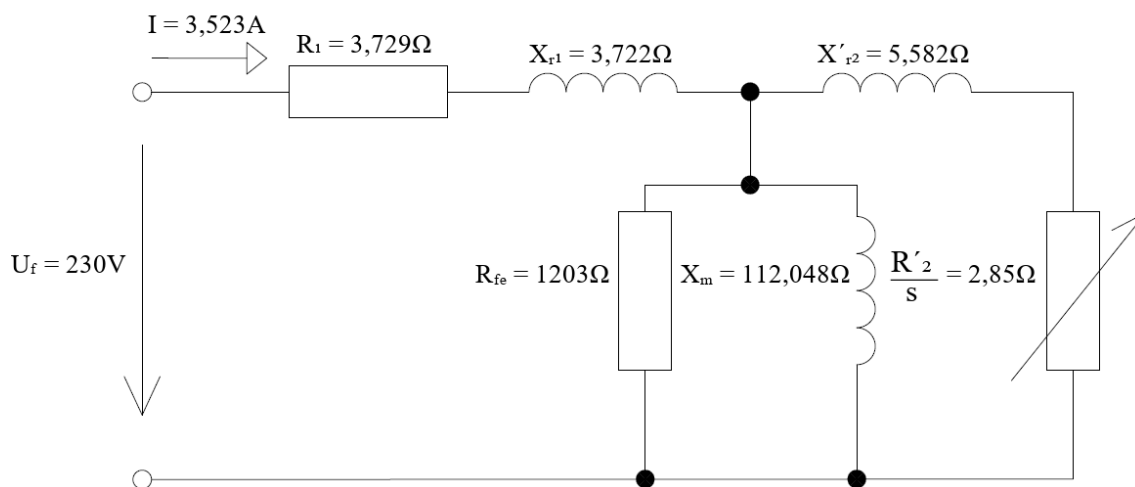
Kde hodnoty pro vypočítaný moment, výkon a proud jsou následující

$$M = 11,555 Nm$$

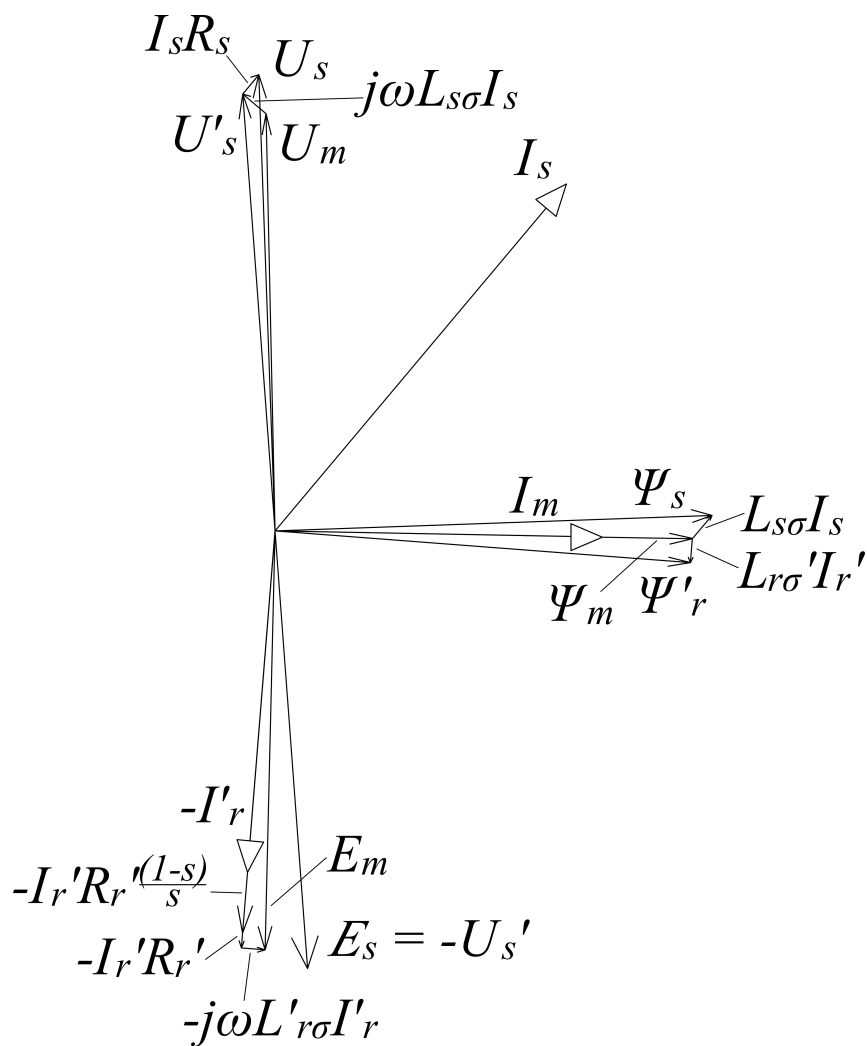
$$P = 1749,93 W$$

$$I = 3,523 \angle -38,412 A$$

Z hodnot se dá opět usoudit, že vypočítaný moment a výkon je oproti časově proměnné simulaci o něco vyšší, ale oproti hodnotám naměřeného motoru je zde větší rozdíl. Vypočítaný proud je zase nižší než je tomu u naměřených hodnot a opět se blíží více jmenovité hodnotě motoru a je téměř stejný s časově proměnnou simulací. Na Obr.5.8 je uvedeno náhradní schéma modelu se všemi parametry. Zásadní rozdíl je zde zejména u odporu reprezentující ztráty v železe a oproti naměřeným hodnotám je nižší odpor rotorového vinutí. Ostatní parametry jsou velice podobné časově proměnné simulaci. Na Obr.5.9 je opět zobrazen fázorový diagram pro náhradní schéma modelu.



**Obr. 5.8:** Náhradní schéma pro harmonickou analýzu elektromagnetického modelu.



**Obr. 5.9:** Fázorový diagram náhradního schématu pro harmonickou analýzu modelu.

**Tab. 5.6:** Hodnoty báзовých a poměrných jednotek fázorového diagramu časově harmonické simulace.

Bázové hodnoty:	Hodnoty poměrných jednotek:		
$U_b = 230V$	$I_s = 0,9924,$	$L_{s\sigma} I_s = 0,0661,$	$j\omega L_{s\sigma} I_s = 0,0669,$
$I_b = 3,43A$	$I_m = 0,7167,$	$L'_{r\sigma} I'_r = 0,0531,$	$E_m = 0,9179,$
$\Psi_b = 1,4642Vs$	$I'_r = 0,7502,$	$U_s = 1,$	$E_s = 0,9597,$
$R_b = 67,055\Omega$	$\Psi_s = 0,9571,$	$U_m = 0,9143,$	$I'_r R_r' \frac{(1-s)}{s} = 0,8835,$
$L_b = 0,2737H$	$\Psi'_r = 0,9119,$	$U'_s = 0,9597,$	$I'_r R_r' = 0,0329,$
$\omega_b = 151,477rads^{-1}$	$\Psi_m = 0,7167,$	$I_s R_s = 0,0545,$	$j\omega L'_{r\sigma} I'_r = 0,0521$

# ZÁVĚR

Tato bakalářská práce se zabývá popsáním metody konečných prvků a jejím využitím v programech pro výpočet indukčních točivých strojů a to hlavně v programu ELMER, kde popisuje jeho možnosti.

V první kapitole, této práce je popsána problematika řešení úloh a vypsání analytické a numerické metody, které se pro řešení úloh ve většině případů aplikují. Hlavním aspektem této práce je podrobné popsání numerické metody konečných prvků, která je jedna z nejpoužívanějších numerických metod ve výpočetní technice. K metodě konečných prvků je uveden krátký popis, který vysvětluje podstatu této metody, včetně její historie. Dále se zaměřuje na popis typů analýz, které se využívají při řešení elektromagnetických výpočtů ve výpočetní technice. Jako další bod této kapitoly je vypsán postup, při řešení elektromagnetického výpočtů pomocí metody konečných prvků, který se dělí do pěti následujících kroků: Diskretizace zkoumané oblasti do konečných počtů prvků a generace sítě, Aproximace potenciálu na jednotlivých prvcích z uzlových hodnot, Sestavení soustavy rovnic pro neznámé potenciály, Vyřešení soustavy rovnic a Výpočet dodatečných veličin a zobrazení výsledků. Každý bod je podrobně popsán a jsou k němu vypsány pravidla a vlastnosti, které se musí dodržet při využití této metody u elektromagnetických výpočtů. Poslední bodem této kapitoly je popsána struktura současného profesionálního softwaru. Popisuje rozdělení výpočetního programu do tří nejdůležitějších částí: preprocesor, procesor a postprocesor.

Ve druhé kapitole je vypsán obsáhlý seznam vybraných nejpoužívanějších placených a open-source programů využívající metodu konečných prvků pro elektromagnetický výpočet. V každé tabulce je k jednotlivému programu vypsán výrobce, použitá výpočetní geometrie, podpora platformy, prvotní rok vydání, webové stránky programu a stručný popis. Z nedostatku informací nebylo možné nalézt u každého programu prvotní rok vydání. Z tabulek lze vyvodit, že open-source programů je velká škála a jejich kvalita je na velmi dobré úrovni. Dalo by se říci, že mají velmi podobné simulační vlastnosti jako placené programy. Open-source jsou tedy mnohem výhodnější pro malé firmy a jednotlivce, z hlediska jejich velké rozmanitosti a dobré kvality, díky čemuž dokáží konkurovat placeným programům.

Třetí kapitola se zabývá vytvořením geometrie, analyticky vypočítaného 3-fázového indukčního motoru. Všechny potřebné parametry a geometrické rozměry motoru jsou popsány v přehledných tabulkách. Použitý program pro vytvoření geometrie byl zvolen GMSH, který je součástí programu ONELAB. V práci je uveden stručný popis programu vysvětlující jeho možnosti a vlastnosti. Vytvoření geometrie pak probíhala pomocí

psaní skriptu v tomto programu, kdy tato metoda vykazuje výborné parametrické vlastnosti. Postup vytvoření geometrie a jejího exportu je pak popsán pouze stručně a pro nejdůležitější příkazy skriptu. Nakonec je v této kapitole popsán postup převedení vytvořené geometrie na soubor podporovaný programem ELMER, kde tato operace byla zprostředkována pomocí podprogramu ELMERGRID. Celková geometrie je pak zobrazena na Obr.3.5

Čtvrtá kapitola a hlavní kapitola se zabývá programem ELMER. V první části tato kapitola popisuje obecně princip programu ELMER a návaznost modulů preprocesoru, procesoru a postprocesoru. Ve druhé části kapitoly se práce zabývá analytickým dopočítáním potřebných veličin pro samotnou simulaci. Mezi tyto veličiny patří indukčnost čela vinutí, odpor kroužku nakrátko mezi dvěma tyčemi, indukčnost kroužku nakrátko mezi dvěma tyčemi a vodivost mědi a hliníku. Nadále je extrapolována B-H křivka statorových a rotorových plechů, pomocí kvadratické rovnice z hodnot udaných výrobcem pro daný materiál. Celý postup výpočtu je uveden v podkapitole 4.2. V další podkapitole je uveden a popsán obecný postup přípravy simulace v programu ELMER pro indukční stroje. Simulace se pak připravovala pomocí skriptů a to z důvodu parametrickosti a možnosti nastavení samotných řešičů pro výpočty elektromagnetického modelu. Samotné skripty jsou pak tři a to hlavní skript, sekundární skript popisující parametry stroje s definováním napájecí soustavy a sekundární skript popisující rotorovou klec nakrátko. Postup přípravy a popis všech skriptů je uveden v podkapitole 4.3. V další podkapitole této práce jsou uvedeny všechny simulace, které byly provedeny v programu ELMER a patří mezi ně časově proměnná simulace, časově harmonická analýza, časově proměnná simulace pro výpočet ztrát v železe, časově proměnná simulace se skokovým zatížením motoru a časově proměnná simulace pro více řezů motoru. U každé dílčí simulace je uveden princip simulace, uvedené dodělky v hlavním skriptě, zejména vypsány řešiče a výsledky simulací.

Z hlediska výsledků byli u časově proměnné simulace zejména vypočítané časové průběhy, kde první průběh byl moment na čase. Z průběhu na Obr.4.8 lze vyčíst, že při startu průběh vykazoval přechodovou složku, která se ustálila v čase 0,15 s na střední hodnotu momentu 11 Nm. Což je rozdíl oproti jmenovité hodnotě 1,1 Nm. Pro průběh je dále uveden jeho detail, kde lze vidět zvlnění momentu, viz. Obr.4.9. Dále je zde zobrazen průběh proudu na čase, viz. Obr.4.10, kde lze vidět opět přechodovou složku, která se ustálí v čase 0,125 s na hodnotu proudu 3,2 A. Rozdíl oproti jmenovité hodnotě proudu je tedy přibližně 0,2 A. Pro průběh je opět uveden jeho detail a to na Obr.4.11. Z detailu průběhu lze pozorovat, že se jedná o zvlněný sinusový průběh, který je způsoben zejména použitím metody konečných prvků a diskretizací geometrie elektromagnetického modelu. Tento průběh by se pak mohl vyhladit zvýšením počtu konečných

prvků nebo zvýšením simulačního časového kroku simulace. Další významný faktor ovlivňující průběh proudu je zanedbání efektu drážkování, který vytváří vyšší harmonické složky proudu. Z obou simulací se dá usoudit, že mají dobré výsledky srovnatelné s jmenovitými hodnotami motoru. V rámci simulace byly provedeny výpočty pro proudy v rotorovém vinutí. Časový průběh proudů tekoucími tyčemi a jejich celkový součet, včetně detailu na průběh je uveden na Obr.4.12 a Obr.4.13. Dále byl provedeny výpočty pro závislost momentu na otáčkách, viz. Obr.4.14, a závislost proudu na otáčkách, viz Obr.4.15. Závislost momentu na otáčkách má průběh podle teoretických předpokladů, kde moment zvratu má velikost přibližně 41 Nm a oproti jmenovitému se liší o 1 Nm. To jsou opět dobré výsledky programu. U závislosti momentu na otáčkách se snižujícími otáčky zvyšuje proud, což odpovídá opět teoretickým předpokladům. Nakonec je uveden postup zobrazení distribuce magnetického toku ve skalárním poli, viz. Obr.4.16 a průběh rozložení magnetického pole ve vzduchové mezeře, viz. Obr.4.17, pomocí programu Paraview. Ve skalárním pole lze pak pozorovat, že největší sycení je v oblasti statorových a rotorových zubů. To je ověřeno i v průběhu rozložení magnetického pole ve vzduchové mezeře. Základní simulace trvala přibližně 5,5 hodin. Simulace pro závislost momentu a proudu na otáčkách pak trvala přibližně 13 hodin.

U časově harmonické analýzy nebyli vypočítány časové průběhy, neboť se jedná o analýzu elektromagnetického modelu v ustáleném stavu. V této simulaci se hlavně počítali závislosti momentu na otáčkách, viz. Obr.4.18, a závislost proudu na otáčkách, viz. Obr.4.19. Ze závislosti momentu na otáčkách lze pozorovat, že tento průběh se podobá více průběhu pro Klossův vztah. To je způsobeno zejména principem výpočtu, kdy elektromagnetický model počítá v ustáleném stavu a zanedbává některé jeho části jako jsou např. ztráty ve vinutí. Vypočítaný moment pro jmenovitý skluz motoru zde byl 9,1 Nm, což se blíží jmenovité hodnotě momentu. Závislost proudu na otáčkách má pak stejný průběh jako tomu bylo časově proměnné simulace a tedy, že se snižujícími se otáčkami se zvyšuje proud. Celková doba trvání výpočtů pro tuto simulaci byla přibližně 3 minuty, oproti 13 hodinám u časově proměnné simulace. Tento typ simulace je tedy vhodný pro rychlé určení závislostí za krátkou dobu. Dále je pak na Obr. 4.20 zobrazen průběh momentu v závislosti na poloze rotoru. I zde jde vidět zvlnění momentu stejně jako tomu bylo u časově proměnné simulace, akorát s nižší hodnotou. Nakonec byly zobrazeny skalární pole pro distribuci magnetické indukce a průběh rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře. Zde má tento typ analýzy nevýhodu, protože počítá reálnou a imaginární složku dané veličiny. Řešením problému by bylo vzít vypočítané data ze skalárního pole, vypočítat jejich absolutní hodnotu. Skalární pole zobrazující distribuci magnetické indukce reálné složky je na Obr.4.21 a imaginární složky na Obr. 4.22. Průběhy rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře je zobrazen pro reálnou složku na Obr.4.23 a imaginární složku na Obr.4.24.

Pro časově proměnnou simulaci vypočítavající ztráty v železe byla vypočítána distribuce celkových ztrát v železe na  $m^3$  a jejich celkovou hodnotu pro daný elektromagnetický model. Pro výpočty ztrát v železe byla použita Steinmetzova metoda. Pro výpočet ztrát v železe, v rámci ukázky tohoto výpočetního modulu, byly použity pouze 3 statorové harmonické frekvence neboli 90 rotorových harmonických frekvencí, čímž se zanedbal efekt drážkování. Pro přesnější výpočty by se mohlo využít např. až 25 statorových neboli 750 rotorových harmonických frekvencí. Celkové rozložení ve skalárním poli elektromagnetického modelu je zobrazeno na Obr.4.25. Ze skalárního pole lze vidět, že největší ztráty jsou v okolí statorových zubů, kde se nachází největší hustota magnetické indukce. Dále lze pozorovat velmi malé téměř nulové hodnoty ztrát v železe v rotoru. To je způsobeno zanedbáním efektu drážkování. Řešením bylo využití více harmonických frekvencí. Celková hodnota ztrát v železe vyšla 47 W. Naměřená hodnota ztrát v železe na reálném motoru byla 68 W. I přes rozdíl 21 W se jedná o dobrý výsledek, neboť se při výpočtech zanedbal efekt drážkování. Pro jeho zahrnutí by se muselo použít více harmonických frekvencí jako bylo výše popsáno. Celkové hodnoty by se blížily více naměřeným hodnotám ztrát v železe. Samotná simulace trvala přibližně 6,5 hodin.

U časově proměnné simulace pro skokové zatížení motoru byly počítány a sledovány průběhy pro skokové zatížení elektromagnetického modelu v určitém čase. Nejprve byl elektromagnetický model zatížen jmenovitým momentem 9,905 Nm hned při jeho startu. Časový průběh samotného momentu, viz Obr.4.26, pak ukazuje přechodovou složku momentu, který se postupně ustaluje na jmenovitou hodnotu momentu. Oproti časově proměnné simulaci je zde rozdíl ten, že elektromagnetickému modelu je vnucen zatěžovací moment a skluz. U časově proměnné simulace byl modelu vnucen pouze skluz. Dále je tento průběh dán rovnicí 4.43, podle které tento typ simulace počítá. Dále byl vypočítán časový průběh proudu, viz. Obr.4.27, kde je tento průběh oproti časově proměnné simulaci více asymetrický a je to hlavně z důvodu, že je ovlivněn průběhem momentu. Jeho ustálená efektivní hodnota pak činí 3,3 A. Nakonec jsou ukázány otáčky samotného modelu, viz. Obr.4.28. I zde jde vidět, že otáčky mají přechodový charakter, který se ustaluje na jmenovitou hodnotu  $1446 \text{ min}^{-1}$ . Dále byla provedena simulace, kdy byl motor zatížen až v čase 0,2 s. Z časového průběhu momentu, viz. Obr.4.31, kde lze pozorovat že přechodová složka kmitá kolem nulové hodnoty a v čase zatížení se jeho střední hodnota zvýší na jmenovitý zatěžovací moment. Toto chování je opět dáno rovnicí 4.43. Časový průběh proudu, viz. Obr.4.32, vykazuje podobné vlastnosti. Proud se zde ustaluje na menší hodnotu proudu a od času 0,2 s se jeho efektivní hodnota zvýší opět na 3,3 A. U časového průběhu otáček, viz. Obr.4.33, lze pak pozorovat, že jejich střední hodnota se rovná synchronním otáčkám a od času 0,2 s se ustalují na jmenovitou

hodnotu otáček. Nakonec bylo v této podkapitole zobrazeno skalární pole pro distribuci magnetické indukce Obr.4.29 a rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře Obr.4.30. Jejich rozdíly oproti časově proměnné simulaci jsou pak ty, že u tohoto modelu byl definovaný zatěžovací moment. Doba trvání simulace byla přibližně 5,5 hodin.

Časově proměnná simulace s více řezy motoru je pak poslední simulace této práce v programu ELMER. Jedná se o rozšířenou verzi časově proměnné simulace, kdy se vytvoří více řezů elektromagnetického modelu a při výpočtech se uvažuje efekt drážkování. V modelu byl pak nastaven úhel pootočení rotorových tyčí, který efekt drážkování vyruší. To se projevilo zejména ve hodnotě velikosti momentu, viz Obr.4.34, kde záběrný moment je menší než u časově proměnné simulace. Dále je střední ustálená hodnota také menší a má hodnotu přibližně 9,7 Nm, kde rozdíl oproti jmenovité je 0,2 Nm. Detail momentu je vidět na Obr.4.35. Čas ustálení momentu je 0,2 s a je něco vyšší než u časově proměnné simulace. Časový průběh napájecího proudu, viz. Obr.4.36, je mnohem hladší než-li tomu bylo u časově proměnné simulace a je to způsobeno natočením rotorového vinutí. To způsobí vyrušení vyšších harmonických složek proudu, které jeho zvlnění způsobují. To lze vidět i na samotném detailu časového průběhu napájecího proudu, viz. Obr. 4.37. Zde je pouze jeho špička a blíží se více sinusovému průběhu. Průběh proudu se ustálil na hodnotě 0,15 s a je opět o něco vyšší než u časově proměnné simulace. Efektivní hodnota proudu je 3,55 A a je o 0,15 A vyšší než jmenovitá hodnota proudu. Dále byl ukázán časový průběh proudu v rotorových tyčích, viz. Obr.4.38 a má vlivem natočení rotorových drážek opět hladší průběh. Jeho detail je zobrazen na Obr.4.39. Nakonec bylo zobrazeno skalární pole pro distribuci magnetické indukce, viz. Obr.4.40, kde lze vidět rozdělení geometrie na více řezů modelu a natočení rotorových tyčí. Samotné skalární pole má podobné rozložení magnetické indukce jako u časově proměnné simulace. Ke každému vytvořenému řezu byly zobrazeny průběhy magnetické indukce ve vzduchové mezeře, viz. Obr.4.41, Obr.4.42, Obr.4.43 a Obr.4.44. Každý křivka má lehce odlišný průběh a velikosti magnetické indukce. To je způsobeno odlišným natočením každého řezu, kdy každý následující řez je o určitý úhel natočen oproti prvnímu řezu. Křivky mají ostřejší tvary způsobené použitím nižšího počtu konečných prvků při simulaci. Samotná simulace tedy vykazuje lepší výsledky než u časově proměnné simulace. Simulace ale trvala přibližně 7 hodin.

V páté a poslední kapitole této práce je srovnání naměřených a vypočítaných hodnot. Prvně byli srovnány závislosti momentu na otáčkách, viz. Obr.5.2. Porovnávány byly zejména závislosti pro časově proměnnou simulaci, časově harmonickou analýzu, naměřených hodnot a navíc pro Klossův vztah. Ze závislostí lze pozorovat, že hodnoty momentů pro jmenovitý skluz byly téměř stejné. Hodnota absolutní odchylky od jmenovitého momentu byla 1 Nm. Pro moment zvratu se pak nejvíce blížili, ke

jmenovité hodnotě, závislosti časově proměnné simulace a pro Kloussův vztah. Časově harmonická analýza a závislost naměřených hodnot se pak lišily přibližně o 2 Nm oproti jmenovité hodnotě momentu zvratu. Z hlediska záběrného momentu pak mají všechny závislosti velmi podobnou hodnotu, kromě závislosti Klousova vztahu. Velikost absolutní odchylky je zde přibližně 2 Nm. Kloussův vztah má odlišný záběrný moment z hlediska zanedbání ztrát ve vinutí a oteplení motoru při nulových otáčkách. Závislost proudu na otáčkách, viz. Obr.5.3, kde zde byly porovnávány pouze časově proměnná simulace, časově harmonická simulace a naměřené hodnoty jsou zejména simulované závislosti téměř stejné. Naměřená závislost se o menší rozdíly liší. Z hlediska porovnání obou závislostí se jedná o velmi výborné výsledky s menšími rozdíly. Hlavně časově proměnná simulace měla nejlepší výsledky. Veškeré rozdíly pak mohly být způsobeny měřicí metodou použitou při měření na reálném motoru a také chybným nastavením skriptů pro simulace. Nakonec této kapitoly byly provedeny výpočty pro náhradní schéma motoru v ustáleném stavu a to pro reálný motor Obr.5.4, časově proměnnou simulaci Obr.5.6 a časově harmonickou analýzu Obr.5.8. Ke každému náhradnímu schématu byly dopočítány hodnoty momentu, výkonu a proudu. Z hlediska proudu se nejvíce blížili ke jmenovité hodnotě proudu časově proměnná analýza a časově harmonická analýza. U momentu a výkonu se blížilo nejvíce jmenovitým hodnotám měření na reálném motoru. Ke každému náhradnímu schématu byly vytvořeny fázorové diagramy. Měření na reálném motoru je zobrazeno na Obr.5.5, časově proměnné simulaci Obr.5.7 a časově harmonická analýza 5.9.

Hlavním aspektem této práce je pak ukázka samotného programu ELMER a popsání jeho možností a vlastností a srovnání výsledků s reálnými měřeními. Tato práce tedy popisuje celý postup přípravy a pochopení programu ELMER a přináší další cenné informace o tomto programu, které jsou jinak velmi těžce hledatelné. Tento faktor je velmi důležitý v praxi, kdy při aplikování programu na konkrétní výpočty musí uživatel znát veškeré možnosti programu a jeho použití musí být snadné. Ovšem s rozvíjecí komunitou pro tento program, se ale čím dál více objevují nové materiály ze kterých se dá čerpat. V budoucnu by tento program tedy mohl mít velmi široké spektrum informací, ze kterých by se dalo čerpat jako je tomu např. u placených programů. Dále práce ukazuje možnost využití programu přímo v praxi a jako možnost nahrazení za placené programy typu ANSYS. Program je vhodný jak pro malé tak i pro velké firmy. Výsledky programu ELMER jsou totiž velmi přesné a mohou konkurovat placeným programům. Hlavní výhodou programu ELMER je že se jedná o kompletně bezplatný program, který se neustále vyvíjí a zlepšuje jak ze strany vyvojářů, tak ze strany komunity.

# Literatura

- [1] V. Bílek. “Metoda konečných prvků pro modelování indukčních strojů.” Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2019. 57 s. Vedoucí semestrální práce Ing. Jan Bárta, Ph.D..
- [2] Matthew N. O. SADIKU. *Numerical Techniques in Electromagnetics*. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2000, s. 760. ISBN: 0-8493-1395-3.
- [3] Claes JOHNSON. *Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method*. 1. vyd. Cambridge: Cambridge University Press, 1987, s. 278. ISBN: 0-521-347-580.
- [4] Ramón Bargallo. *Finite elements for electrical engineering*. Tech. zpr. Universitat Politècnica de catalunya, Electrical engineering department, 2006.
- [5] Jarmila DĚDKOVÁ a Tomáš KRÍŽ. *Modelování elektromagnetických polí (MMEM): přednášky: počítačová cvičení*. 1. vyd. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav teoretické a experimentální elektrotechniky, 2012, s. 1–100. ISBN: 978-80-214-4401-0.
- [6] Jorma LUOMI. *Finite elements method for electrical machines*. 1. vyd. Göteborg: Chalmers University of Technology, Department of Electrical Machines a Power Electronics, 1993, s. 1–176.
- [7] Bruce A. FINLAYSON. *The method of weighted residuals and variational principles: with application in fluid mechanics, heat and mass transfer*. 1st ed. New York: Academic Press, 1972, s. 426. ISBN: 0122570502.
- [8] S. S. RAO. *The finite element method in engineering*. 4th ed. Boston, MA: Elsevier/Butterworth Heinemann, 2004, s. 657. ISBN: 0750678283.
- [9] O. C a Robert L. TAYLOR ZIENKIEWICZ. *The finite element method*. 5th ed. Boston: Butterworth-Heinemann, 2000, s. 708. ISBN: 0750650494.
- [10] Antti Lehtikoinen. *Boundary Conditions in Magnetic FEA, prezentace*. 2017.
- [11] SimWiki. *What are Boundary Conditions?* URL: <https://www.simscale.com/docs/content/simwiki/numerics/what-are-boundary-conditions.html>. [citováno: 04.11.2018].

- [12] C. T. KELLEY. *Iterative methods for linear and nonlinear equations*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1995, s. 538. ISBN: 0898713528.
- [13] ANSYS. *Electric motors; IPM motor: Basic characteristic evaluation*. URL: <https://www.ansys.com/products/electronics/electric-motors>. [citováno: 10.11.2018].
- [14] Daniel MAYER. *Aplikovaný elektromagnetizmus: úvod do makroskopické teórie elektromagnetického pole pro elektrotechnické inženýry*. 2. vyd. České Budějovice: Kopp, 2012, s. 538. ISBN: 978-80-7232-436-1.
- [15] Ajay Harish. *How Can I Learn Finite Element Analysis? The Complete Guide*. URL: <https://www.simscale.com/blog/2016/11/learn-finite-element-analysis-fea/>. [citováno: 10.11.2018].
- [16] Steve Roensch. *FINITE ELEMENT ANALYSIS: Post-processing*. [online]. URL: <http://www.finiteelement.com/feawhite4.html>. [citováno: 11.11.2018].
- [17] Wikipedia. *List of finite element software packages*. URL: [https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_finite\\_element\\_software\\_packages](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_finite_element_software_packages). [citováno: 12.11.2018].
- [18] Pavel Ponomarev. *SEMTEC Report Elmer FEM - Induction Machine Tutorial*. Tech. zpr. ABB, 2017.
- [19] Pavel Ponomarev. *FEM Modeling of PMSMs Using Elmer*. Tech. zpr. Lappeenranta University of Technology, 2014.
- [20] *Gmsh 4.0*. Gmsh. 2018. URL: <http://gmsh.info/doc/texinfo/gmsh.html>.
- [21] *ElmerGrid Manual*. CSC – IT Center for Science. 2015. URL: <ftp://nic.funet.fi/index/elmer/doc/ElmerGridManual.pdf>.
- [22] Juha PYRHONEN, Jokinen TAPANI a Valéria HRABOVCOVÁ. *Design of rotating electrical machines*. 2nd. Finland: Wiley, 2013, s. 612. ISBN: 1118581571.
- [23] P. Lombard a F. Zidat. “Determining end ring resistance and inductance of squirrel cage for induction motor with 2D and 3D computations”. In: *2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM) 12 (2016)*, s. 266–271.
- [24] S.H. Chai et al. “Extrapolating B-H Curve Data using Common Electrical Steel Characteristics for High Magnetic Saturation Applications”. In: *Journal of Magnetism* 20 (zář. 2015), s. 258–264. DOI: [10.4283/JMAG.2015.20.3.258](https://doi.org/10.4283/JMAG.2015.20.3.258).
- [25] Cogent Power. *Typical data for SURA® M470-50A*. URL: <https://cogent-power.com/cms-data/downloads/m470-50a.pdf>. [citováno: 31.3.2019].
- [26] Don Ho. *NotePad++*. URL: <https://notepad-plus-plus.org/download/v7.6.6.html>. [citováno: 10.4.2019].
- [27] *ElmerSolver Manual*. CSC – IT Center for Science. 2018. URL: <http://www.nic.funet.fi/index/elmer/doc/ElmerSolverManual.pdf>.

- [28] Antti Lehtikoinen. *Time-stepping versus time-harmonic analysis*. URL: <https://www.anttilehtikoinen.fi/research-work/time-stepping-versus-harmonic/>. [citováno: 2.4.2019].
- [29] KitWare. *Paraview*. URL: <https://www.paraview.org/overview/>. [citováno: 12.4.2019].
- [30] D. Eggers, S. Steentjes a K. Hameyer. “Advanced Iron-Loss Estimation for Nonlinear Material Behavior”. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 48.11 (2012), s. 3021–3024. ISSN: 0018-9464. DOI: [10.1109/TMAG.2012.2208944](https://doi.org/10.1109/TMAG.2012.2208944).
- [31] P. A. Hargreaves, B. C. Mecrow a R. Hall. “Calculation of Iron Loss in Electrical Generators Using Finite-Element Analysis”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 48.5 (2012), s. 1460–1466. ISSN: 0093-9994. DOI: [10.1109/TIA.2012.2209851](https://doi.org/10.1109/TIA.2012.2209851).
- [32] Pavel Ponomarev, L Aarniovuori a Janne Keränen. “Selection of optimal slice count for multi-slice analysis of skewed induction motors”. In: *řij.* 2017, s. 2149–2153. DOI: [10.1109/IECON.2017.8216361](https://doi.org/10.1109/IECON.2017.8216361).
- [33] E. B. Agamloh, A. Cavagnino a S. Vaschetto. “Accurate Determination of Induction Machine Torque and Current Versus Speed Characteristics”. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 53.4 (2017), s. 3285–3294. ISSN: 0093-9994. DOI: [10.1109/TIA.2017.2675984](https://doi.org/10.1109/TIA.2017.2675984).
- [34] ČSN EN 60034-2-1: *Točivé elektrické stroje – Část 2-1: Standardní metody určování ztrát a účinností ze zkoušek (s výjimkou strojů pro trakční vozidla)*.
- [35] *IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators*. IEEE. IEEE Power Engineering Society. 2004.

## Příloha A - Materiálové údaje motoru

### Typical data for SURA® M470-50A

T	W/kg at 50 Hz	VA/kg at 50 Hz	A/m at 50 Hz	W/kg at 100 Hz	W/kg at 200 Hz	W/kg at 400 Hz
0,1	0,03	0,10	52	0,13	0,19	0,52
0,2	0,12	0,28	68	0,42	0,76	1,98
0,3	0,25	0,49	77	0,78	1,58	4,16
0,4	0,42	0,72	84	1,21	2,62	6,90
0,5	0,61	0,98	91	1,71	3,86	10,3
0,6	0,82	1,27	98	2,26	5,29	14,3
0,7	1,05	1,59	106	2,86	6,94	19,2
0,8	1,30	1,94	114	3,59	8,86	25,2
0,9	1,57	2,34	124	4,30	11,2	32,3
1,0	1,87	2,79	136	5,22	13,7	40,6
1,1	2,21	3,34	152	6,04	16,6	50,4
1,2	2,59	4,02	178	7,29	19,9	61,7
1,3	3,01	4,97	224	8,32	23,7	74,6
1,4	3,53	6,65	326	9,72	28,1	89,9
1,5	4,13	11,2	630	11,4	32,7	105
1,6	4,78	27,6	1612			
1,7	5,39	74,2	3963			
1,8	5,82	163	7773			

Loss at 1.5 T, 50 Hz, W/kg	4,13
Loss at 1.0 T, 50 Hz, W/kg	1,87
Anisotropy of loss, %	6
Magnetic polarization at 50 Hz	
H = 2500 A/m, T	1,63
H = 5000 A/m, T	1,71
H = 10000 A/m, T	1,83
Coercivity (DC), A/m	85
Relative permeability at 1.5 T	1600
Resistivity, $\mu\Omega\text{cm}$	33
Yield strength, N/mm <sup>2</sup>	250
Tensile strength, N/mm <sup>2</sup>	390
Young's modulus, RD, N/mm <sup>2</sup>	210000
Young's modulus, TD, N/mm <sup>2</sup>	220000
Hardness HV5 (VPN)	120

RD represents the rolling direction  
 TD represents the transverse direction  
 Values for yield strength (0.2 % proof strength)  
 and tensile strength are given for the rolling direction  
 Values for the transverse direction are approximately 5% higher



October 2008

**Obř. A.1:** Data od vřyrobce pro plechy M470-50A.

**Tab. A.1:** Hodnoty extrapolované B-H křivky.

B [T]	H [Am <sup>-1</sup> ]
0	0
0,1	52
0,2	68
0,3	77
0,4	84
0,5	91
0,6	98
0,7	106
0,8	114
0,9	124
1	136
1,1	152
1,2	178
1,3	224
1,4	326
1,5	630
1,6	1612
1,7	3963
1,8	7773
1,9	12500
2	20000
2,1	36592,88
2,2	116170,3
2,3	195747,74
2,4	275325,19
2,5	354902,65

## Příloha B - Výsledky naměřených a vypočítaných hodnot motoru

**Tab. B.1:** Vypočítané hodnoty závislosti momentu na otáčkách pro Kloussův vztah.

Výpočet [-]	s [-]	n [min <sup>-1</sup> ]	M [Nm]
1	0,0000	1500	0,00
2	0,0359	1446	9,81
3	0,0500	1425	13,49
4	0,1000	1350	25,01
5	0,1500	1275	33,43
6	0,2000	1200	38,68
7	0,2500	1125	41,32
8	0,3000	1050	42,11
9	0,3500	975	41,70
10	0,4000	900	40,57
11	0,4500	825	39,06
12	0,5000	750	37,38
13	0,5500	675	35,65
14	0,6000	600	33,95
15	0,6500	525	32,32
16	0,7000	450	30,77
17	0,7500	375	29,32
18	0,8000	300	27,96
19	0,8500	225	26,70
20	0,9000	150	25,53
21	0,9500	75	24,44
22	1,0000	0	23,43

**Tab. B.2:** Vypočítané hodnoty závislosti momentu na otáčkách pro časově harmonickou simulaci elektromagnetického modelu.

Výpočet [-]	s [-]	n [min <sup>-1</sup> ]	M [Nm]
1	0,0005	1500	0,13
2	0,0359	1446	9,10
3	0,0500	1425	12,14
4	0,1000	1350	22,30
5	0,1500	1275	29,89
6	0,2000	1200	35,03
7	0,2500	1125	38,14
8	0,3000	1050	39,76
9	0,3500	975	40,32
10	0,4000	900	40,18
11	0,4500	825	39,59
12	0,5000	750	38,71
13	0,5500	675	37,68
14	0,6000	600	36,57
15	0,6500	525	35,42
16	0,7000	450	34,28
17	0,7500	375	33,17
18	0,8000	300	32,09
19	0,8500	225	31,06
20	0,9000	150	30,07
21	0,9500	75	29,14
22	1,0000	0	28,26

**Tab. B.3:** Vypočítané hodnoty závislosti momentu na otáčkách pro časově proměnnou simulaci elektromagnetického modelu.

Výpočet [-]	s [-]	n [min <sup>-1</sup> ]	M [Nm]
1	0,0005	1500	0,800
2	0,0359	1446	10,900
3	0,0750	1387,5	20,952
4	0,1500	1275	33,105
5	0,2500	1125	41,645
6	0,3500	975	40,952
7	0,4500	825	38,500
8	0,5500	675	37,500
9	0,6500	525	34,908
10	0,7500	375	30,350
11	0,8500	225	29,865
12	0,9500	75	31,541
13	1,0000	0	29,153

**Tab. B.4:** Naměřené hodnoty závislosti momentu na otáčkách pro reálný motor.

Měření [-]	s [-]	n [min <sup>-1</sup> ]	M [Nm]
1	0,000	1500	0,00
2	0,033	1450	10,44
3	0,050	1425	15,05
4	0,067	1400	19,16
5	0,100	1350	25,90
6	0,133	1300	30,94
7	0,167	1250	34,67
8	0,200	1200	37,05
9	0,233	1150	38,71
10	0,267	1100	39,56
11	0,333	1000	40,21
12	0,400	900	39,71
13	0,467	800	38,49
14	0,533	700	37,13
15	0,600	600	35,56
16	0,667	500	33,67
17	0,833	250	30,53
18	1,000	0	30,21

**Tab. B.5:** Vypočítané hodnoty závislosti proudu na otáčkách pro časově harmonickou simulaci elektromagnetického modelu.

Výpočet [-]	s [-]	n [min <sup>-1</sup> ]	I [A]
1	0,0005	1500	1,96
2	0,0359	1446	3,77
3	0,0500	1425	4,60
4	0,1000	1350	7,47
5	0,1500	1275	10,06
6	0,2000	1200	12,30
7	0,2500	1125	14,18
8	0,3000	1050	15,75
9	0,3500	975	17,04
10	0,4000	900	18,12
11	0,4500	825	19,01
12	0,5000	750	19,75
13	0,5500	675	20,37
14	0,6000	600	20,90
15	0,6500	525	21,34
16	0,7000	450	21,73
17	0,7500	375	22,05
18	0,8000	300	22,34
19	0,8500	225	22,58
20	0,9000	150	22,80
21	0,9500	75	22,99
22	1,0000	0	23,15

**Tab. B.6:** Vypočítané hodnoty závislosti proudu na otáčkách pro časově proměnnou simulaci elektromagnetického modelu.

Výpočet [-]	s [-]	n [min <sup>-1</sup> ]	I [A]
1	0,0005	1500	1,41
2	0,0359	1446	2,70
3	0,0750	1387	3,61
4	0,1500	1275	8,00
5	0,2500	1125	13,35
6	0,3500	975	15,73
7	0,4500	825	17,68
8	0,5500	675	18,90
9	0,6500	525	19,50
10	0,7500	375	20,50
11	0,8500	225	21,57
12	0,9500	75	22,00
13	1,0000	0	22,88

**Tab. B.7:** Naměřené hodnoty závislosti proudu na otáčkách pro reálný motor.

Měření [-]	s [-]	n [min <sup>-1</sup> ]	I [A]
1	0,0000	1500	0,000
2	0,0333	1450	3,592
3	0,0500	1425	4,698
4	0,0667	1400	5,819
5	0,1000	1350	7,969
6	0,1333	1300	9,816
7	0,1667	1250	11,465
8	0,2000	1200	12,892
9	0,2333	1150	14,121
10	0,2667	1100	15,155
11	0,3333	1000	16,966
12	0,4000	900	18,359
13	0,4667	800	19,403
14	0,5333	700	20,292
15	0,6000	600	20,934
16	0,6667	500	21,394
17	0,8333	250	22,479
18	1,0000	0	23,264