
VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ
V BRNĚ

Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU

NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FAKULTA CHEMICKÁ

FAKULTA STAVEBNÍ

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Přednáška magisterského studijního programu JADERNÁ ENERGETIKA

TERMODYNAMIKA ENERGETICKÝCH ZAŘÍZENÍ A PŘENOS TEPLA

Základní pojmy a zákony, stavová rovnice ideálního plynu

Fakulta strojního inženýrství

Autor: doc. Ing. Lubomír Klimeš, Ph.D.

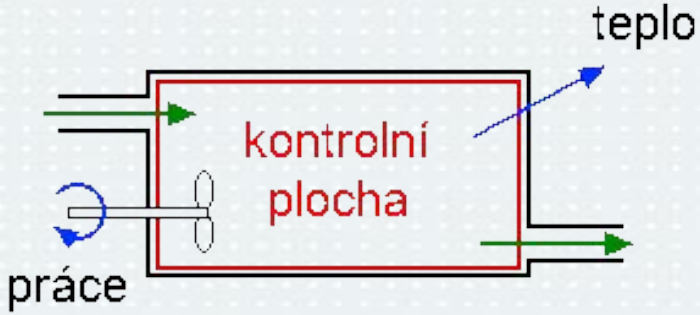
Datum: 2024

CC BY NC SA

Termodynamická soustava

TERMODYNAMICKÁ SOUSTAVA je souhrn látek účelně omezený vůči okolí tzv. kontrolní plochou.

Rozlišujeme soustavu



- uzavřenou - nedochází k výměně pracovní látky mezi soustavou a okolím (přes kontrolní plochu)
- otevřenou - dochází k výměně pracovní látky mezi soustavou a okolím (přes kontrolní plochu)

- izolovanou - kontrolní plocha zamezuje výměně tepla s okolím
- neizolovanou - kontrolní plocha nezamezuje výměně tepla s okolím

- homogenní - vlastnosti soustavy jsou ve všech jejích částech stejné nebo se spojitě mění
- heterogenní - není splněna podmínka homogenity

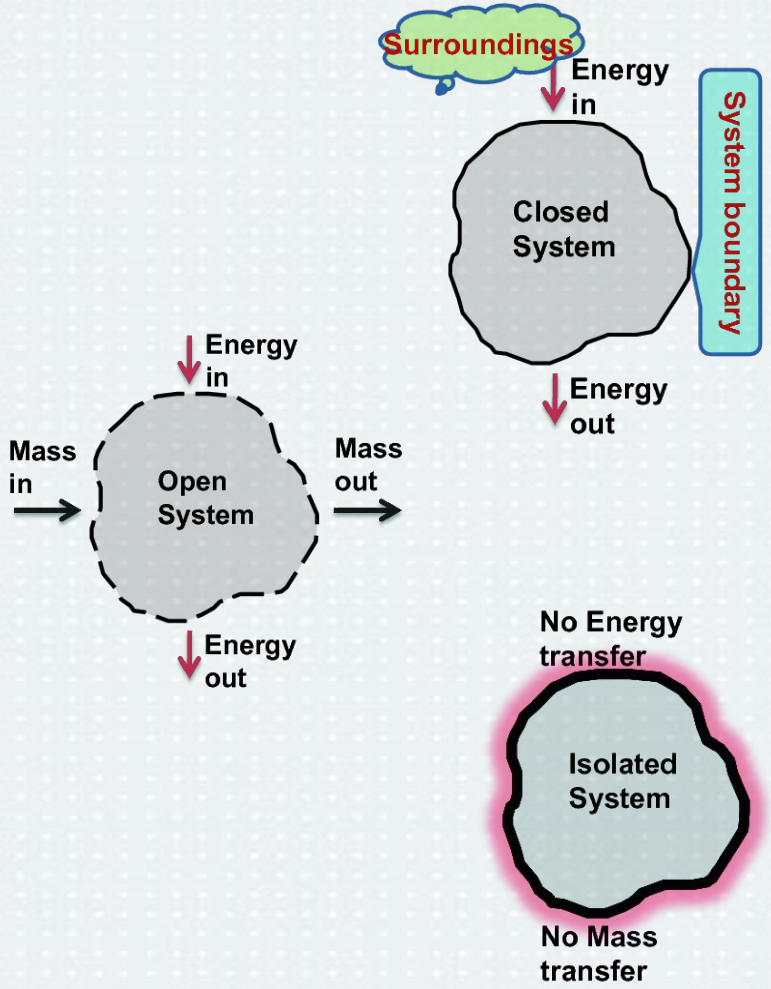
https://www.hkdivedi.com/2016/07/what-is-control-volume-system-in.html, upraveno

cc BY NC SA

Termodynamická soustava

Rovnováha soustavy

- mechanická - síly působící v soustavě a v okolí jsou ve vzájemné rovnováze
- tepelná - nedochází k přenosu tepla v soustavě ani s okolím
- chemická - vnitřní struktura a chemické složení soustavy se nemění



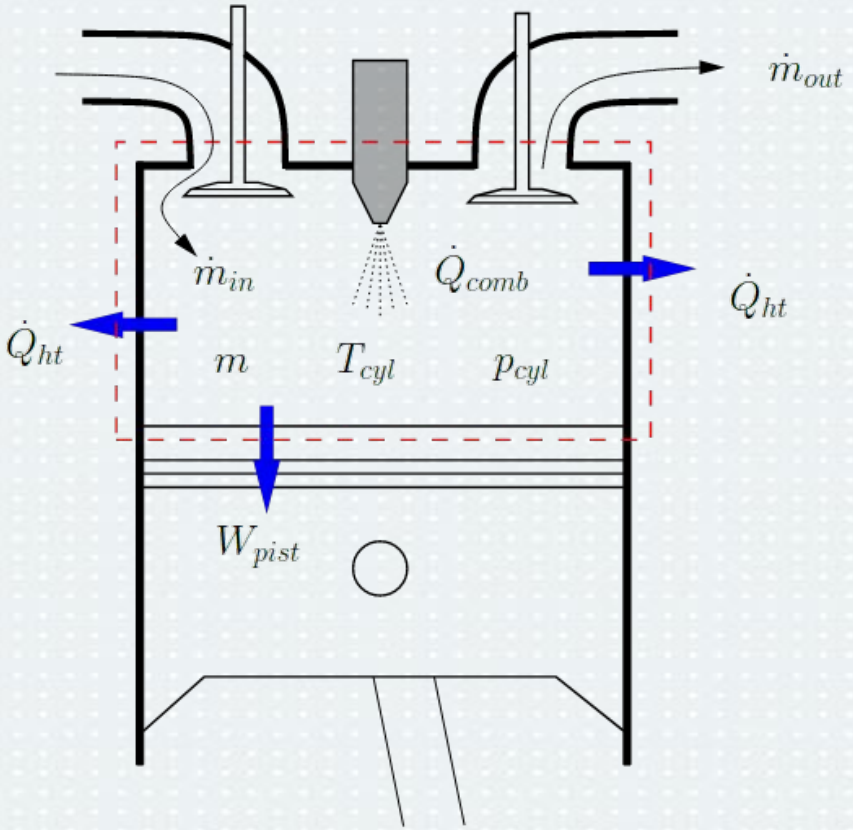
Termodynamika řeší dva základní problémy:

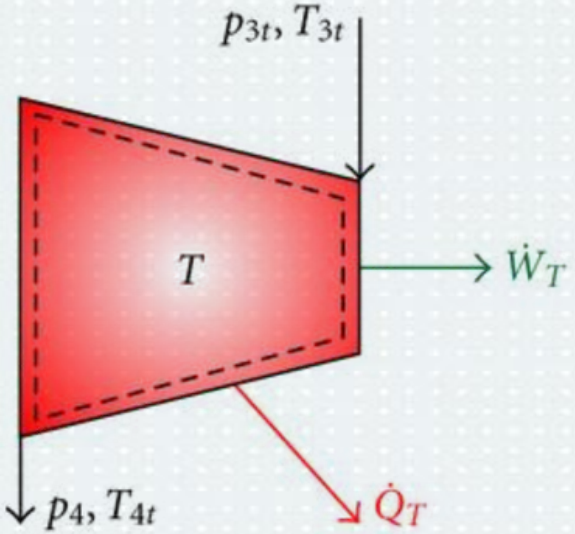
- stav termodynamické soustavy a veličiny, které tento stav charakterizují (např. tlak a teplota)
- děj (= změnu stavu) termodynamické soustavy a veličiny, které tento děj charakterizují (např. teplo a práce)

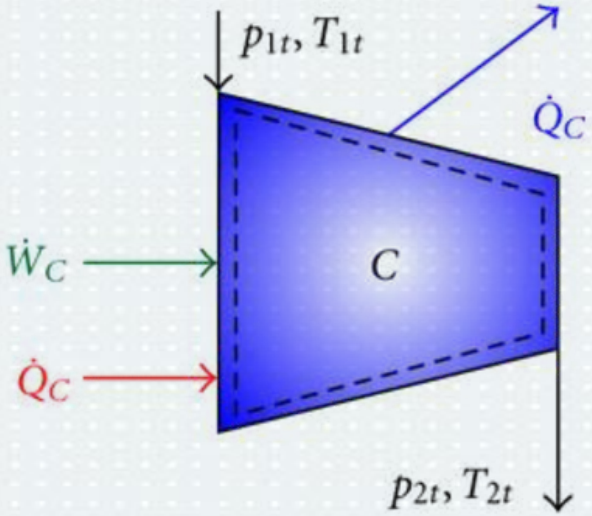
https://edurev.in/t/93444/Thermodynamics--General-Terms-and-State-Variables

CC BY NC SA

Termodynamická soustava







https://www.researchgate.net/figure/Filling-and-emptying-method-example-of-control-volume-defined-for-one-cylinder_fig2_268191277
https://www.researchgate.net/figure/Control-volumes-for-the-turbine-and-the-compressor_fig6_258385864

cc BY NC SA

Energie, teplo, práce

ENERGIE *E* [J] je schopnost soustavy konat práci (fyzikální, chemické či jiné změny). Energie je stavová veličina. Rozlišujeme rozdílné formy energie: mechanickou, tepelnou, elektrickou, magnetickou, chemickou, jadernou a další.

1 kcal = 4,1868 kJ	1 kWh = 3600 kJ	1 eV = 1,602 · 10^{-19} J
1 kpm = 9,80665 J	1 BTU = 1055,04 J	1 erg = 10^{-7} J

VNITŘNÍ ENERGIE *U* [J] je makroskopický souhrn energií všech částic, ze kterých se látka skládá, jedná se především o kinetickou a potenciální energii částic.

TEPLO *Q* [J] je forma přenosu energie, není stavovou veličinou. Pro předané teplo platí kalorimetrická rovnice

$$Q_{12} = mc(T_2 - T_1)$$

PRÁCE *A* [J] je forma přenosu energie, není stavovou veličinou.

cc BY NC SA

Stavové veličiny

STAVOVÉ VELIČINY určují stav soustavy.

Hodnota stavové veličiny závisí pouze na stavu soustavy a nikoliv na způsobu, jakým se soustava do tohoto stavu dostala.

Rozlišujeme:

a) STAVOVÉ VELIČINY MĚŘITELNÉ
tlak p, teplota T, měrný objem v, objem V, hmotnost m, látkové množství n, …

b) STAVOVÉ FUNKCE, které se počítají se z měřitelných stavových veličin
vnitřní energie U, entalpie H, entropie S, …

c) FYZIKÁLNÍ VLASTNOSTI
měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku c_p a objemu c_v,
součinitel tepelné vodivosti λ, teplotní vodivost a, kinematická viskozita ν, …

CC BY NC SA

Stavové veličiny



Nadmořská výška je stavová veličina stejně jako teplota, tlak, měrný objem, vnitřní energie entalpie a entropie – nezávisí na cestě.

Délka trasy na kopec není stavová veličina stejně jako objemová práce, technická práce a teplo.

https://bpb-us-e1.wpmucdn.com/sites.psu.edu/dist/3/31790/files/2015/09/ski-roundtop.jpg

CC BY NC SA

Tlak

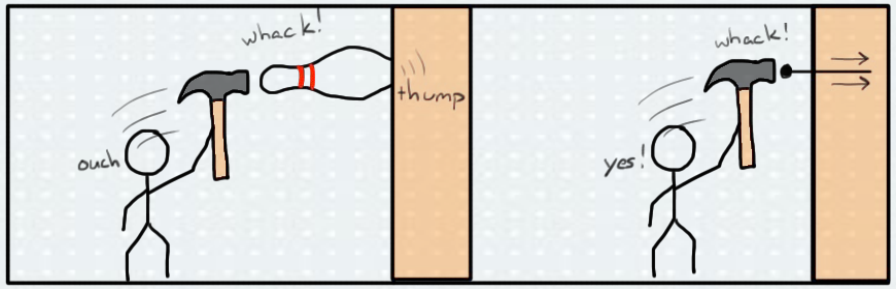
Tlak plynu je vyvolán tepelným pohybem jeho částic - atomů či molekul. Do všech vztahů v termodynamice dosazujeme absolutní tlak.

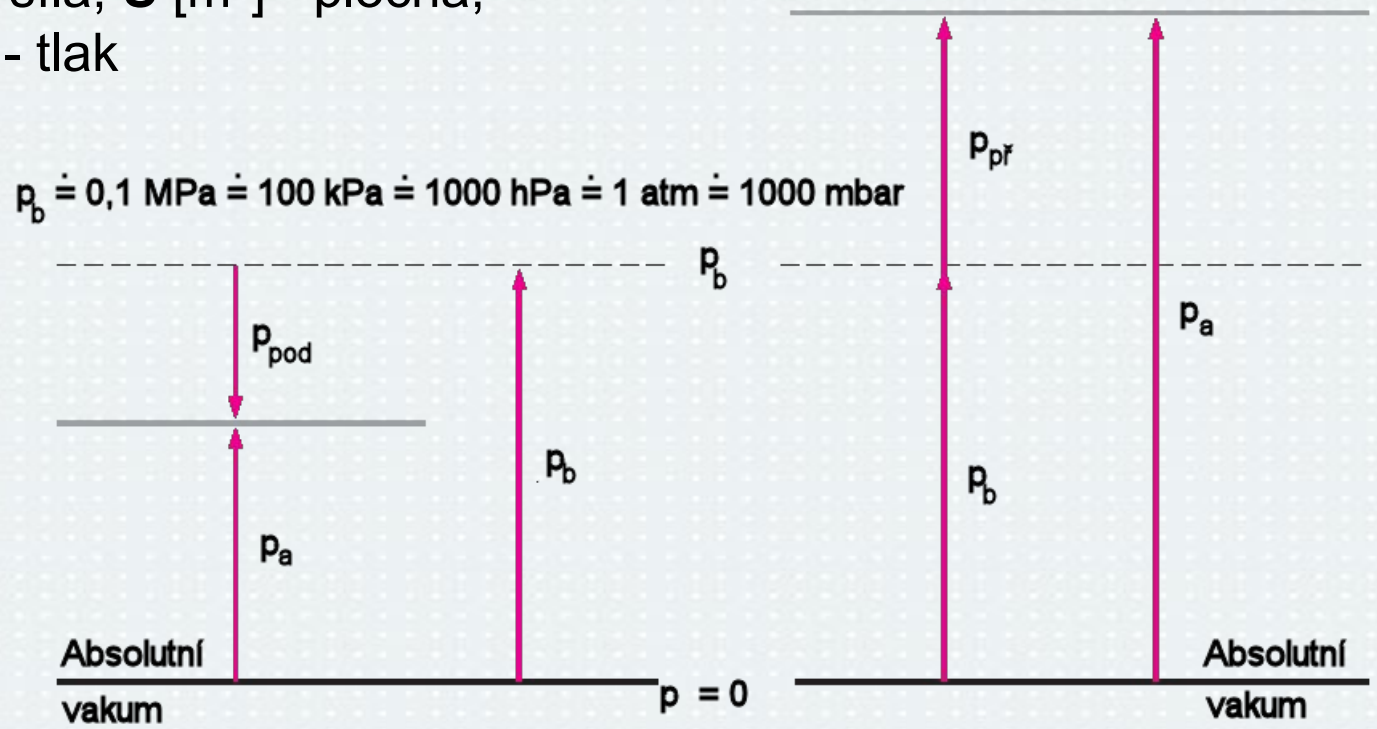
$$p = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}S} \qquad p = \frac{F}{S}$$

F [N] - síla, ***S*** [m^2] - plocha,
p [Pa] - tlak

$$p_a = p_b - |p_{\mathrm{pod}}|$$

$$p_a = p_b + p_{\mathrm{př}}$$





https://www.khanacademy.org/science/physics/fluids/density-and-pressure/a/pressure-article

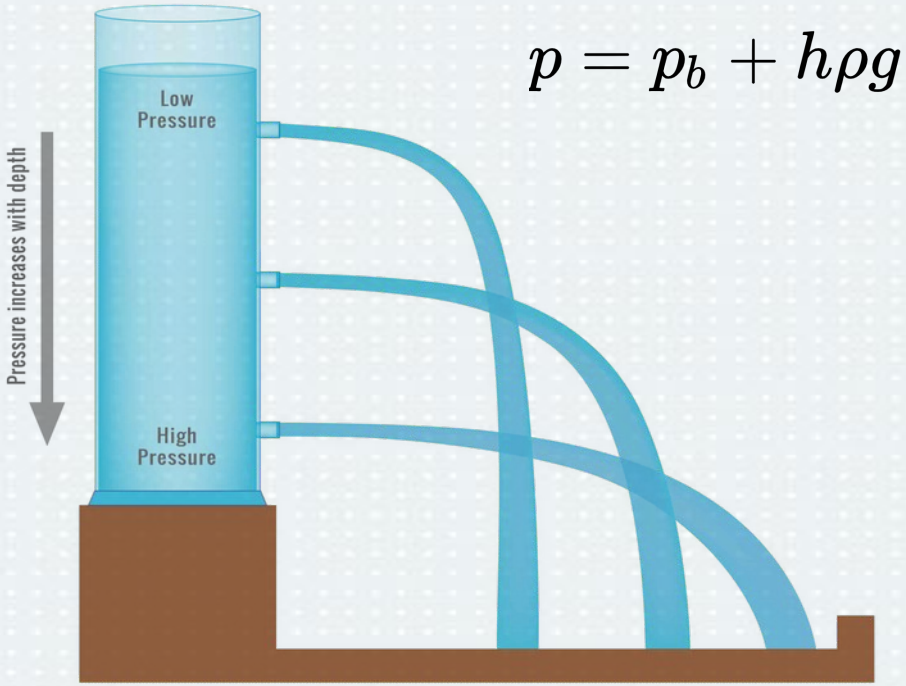
cc BY NC SA

Tlak

Přístroje pro měření tlaku:

- přetlak – manometry
- barometrický tlak – barometry, aneroidy
- podtlak – vakuometry

Měření absolutního tlaku vs. diferenčního tlaku.



$$p = p_b + h\rho g$$

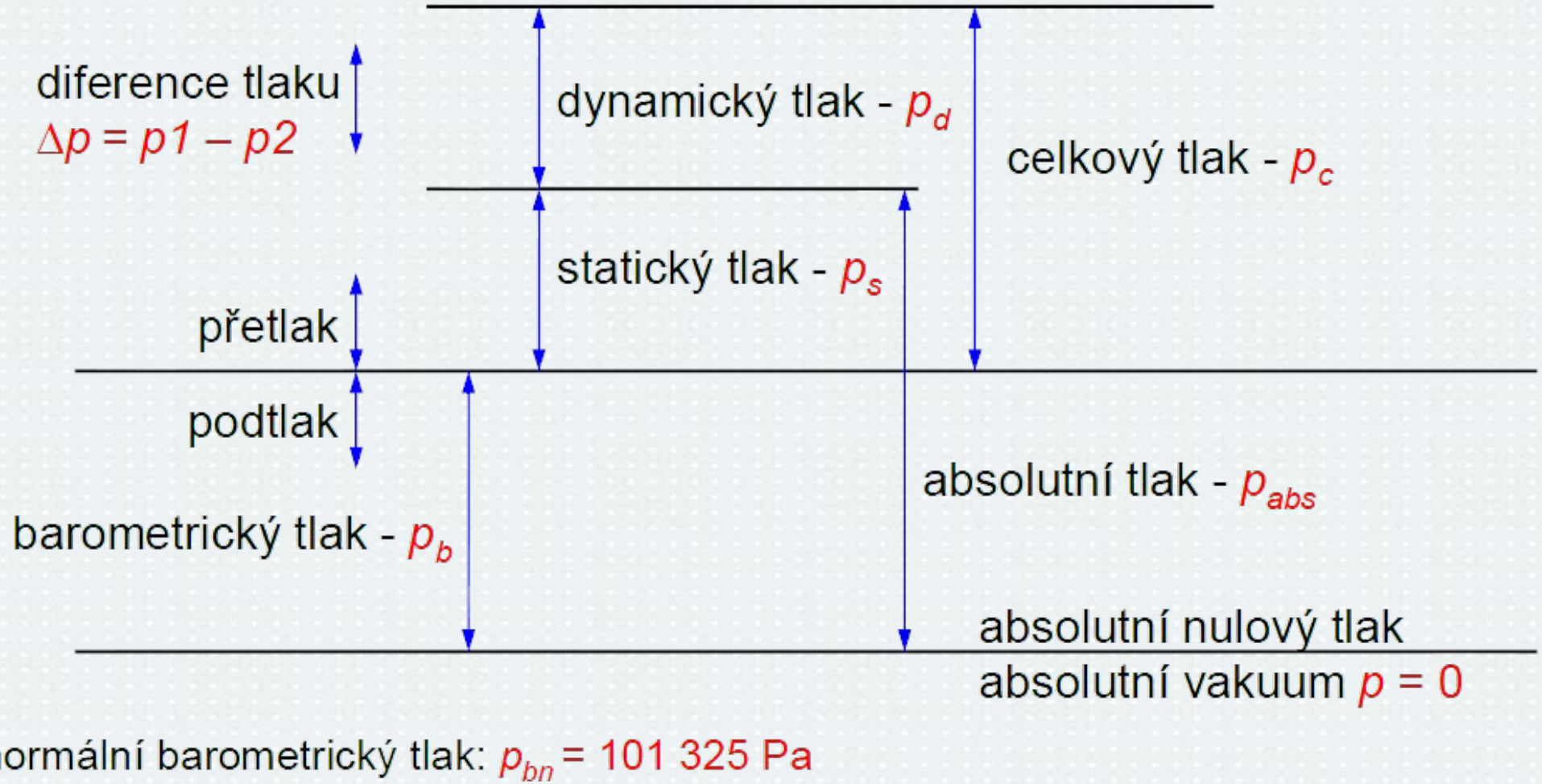
Existuje velké množství jednotek pro tlak:

1 bar = 10^5 Pa = 1000 hPa = 100 kPa = 0,1 MPa
1 atm = 101325 Pa = 101,325 kPa = 1,01325 bar
1 kp/cm^2 = 9,807 N/cm^2 = 0,9807 bar = 0,9679 atm
1 atm = 14,696 psi
1 mm Hg = 1 torr = 133,322 Pa
1 mm H_2O = 9,806 65 Pa

https://resources.pcb.cadence.com/blog/msa2022-hydrostatic-equilibrium-and-its-states

CC BY NC SA

Tlak

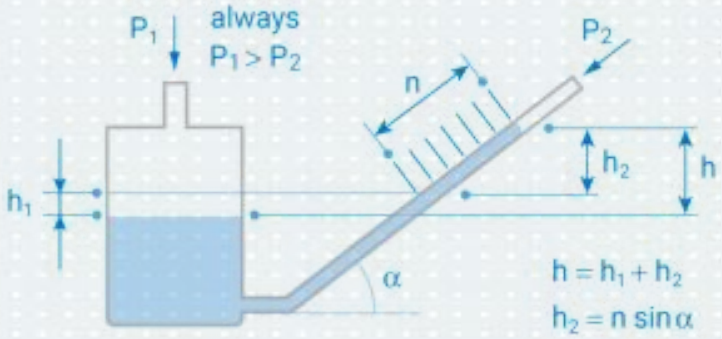


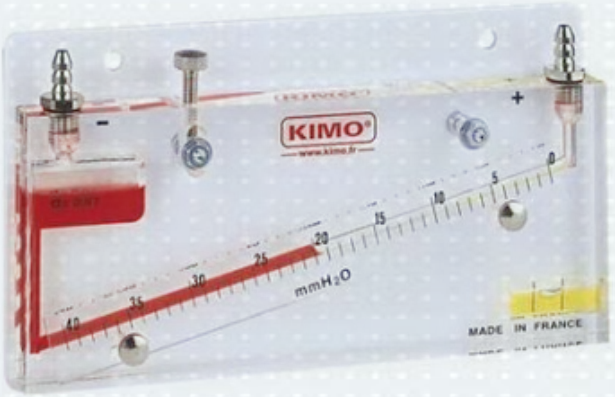
normální barometrický tlak: $p_{bn} = 101\ 325$ Pa

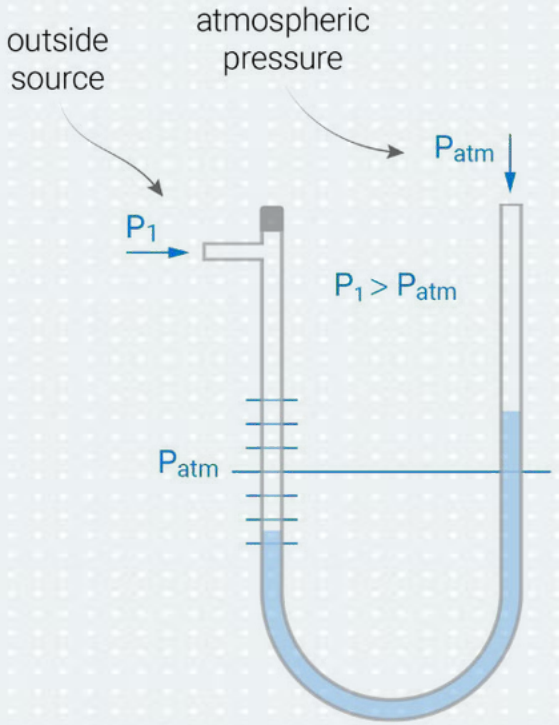
BY NC SA

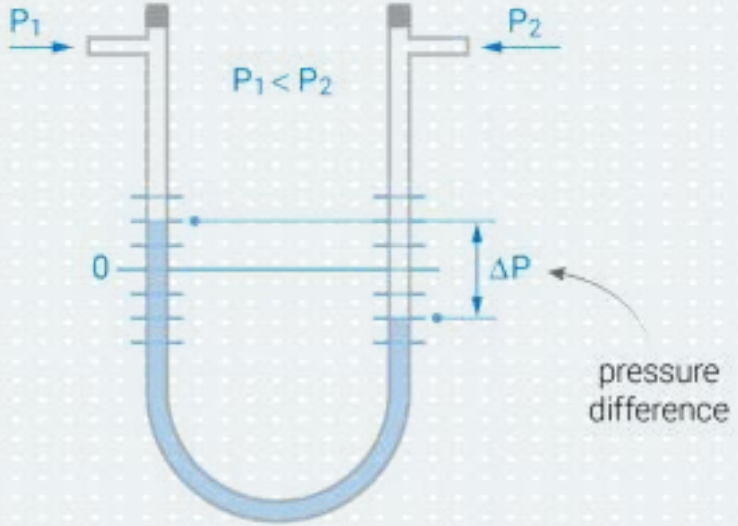
Typy hydrostatických tlakoměrů

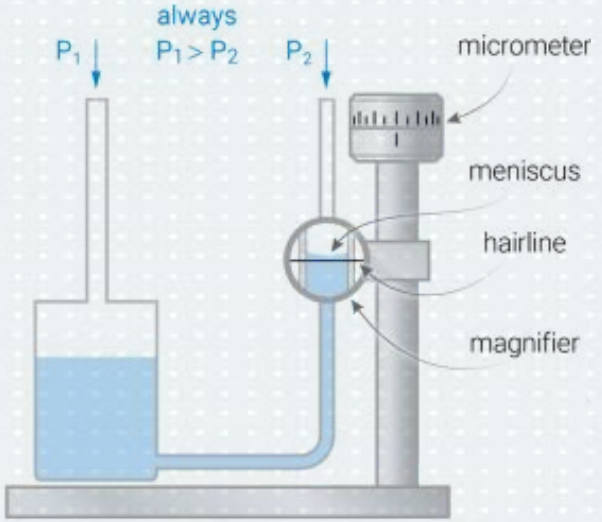
- U-trubicový manometr
- mikromanometr
- skloněný manometr











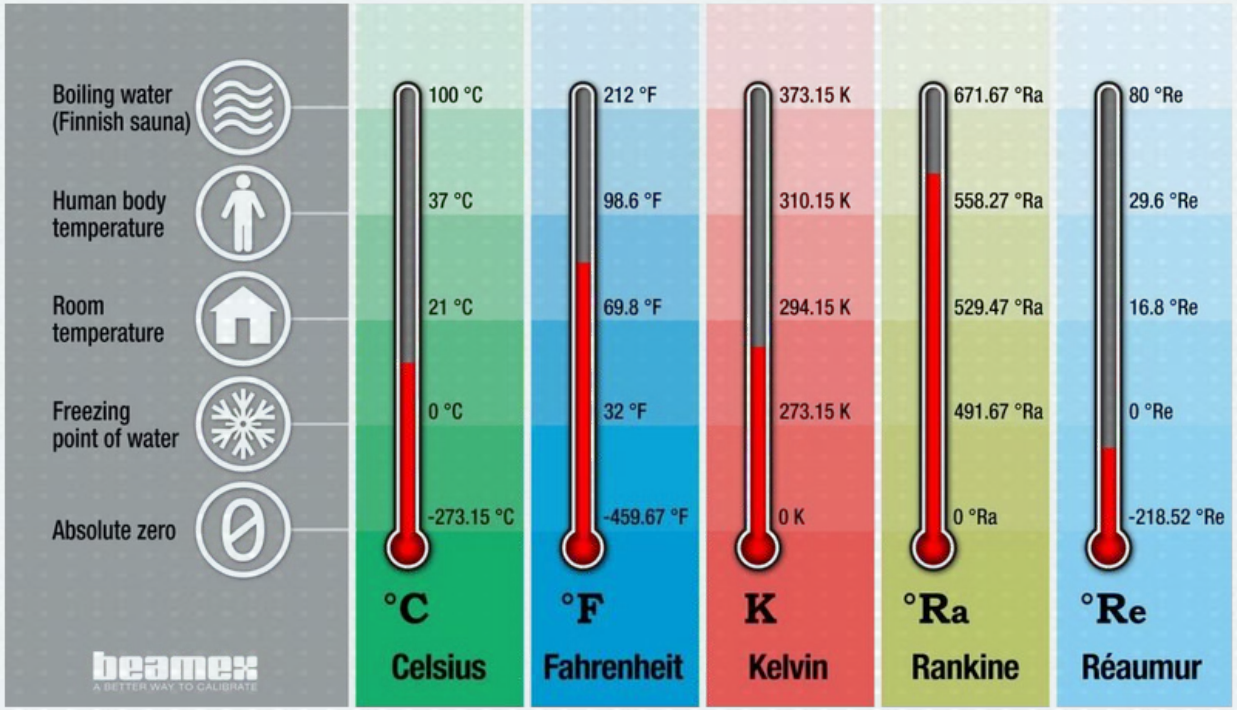
https://www.engineeringclicks.com/manometer/

CC BY NC SA

Teplota

Teplota je makroskopickým projevem tepelného pohybu částic.

V termodynamice používáme ve výpočtech pouze tzv. termodynamickou teplotu T [K].



$$T\,[\mathrm{K}] = t\,[^\circ\mathrm{C}] + 273,15$$

$$\Delta t = \Delta T$$

$$t\,[^\circ\mathrm{C}] = \frac{5}{9}t\,[^\circ\mathrm{F}] - 32$$

$$t\,[^\circ\mathrm{F}] = \frac{9}{5}t\,[^\circ\mathrm{C}] + 32$$

$$t\,[^\circ\mathrm{R}] = \frac{9}{5}T\,[\mathrm{K}]$$

https://blog.beamex.com/temperature-units-and-temperature-unit-conversion

CC BY NC SA

Teplota

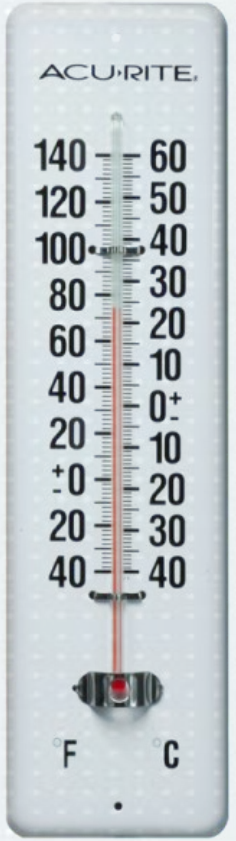








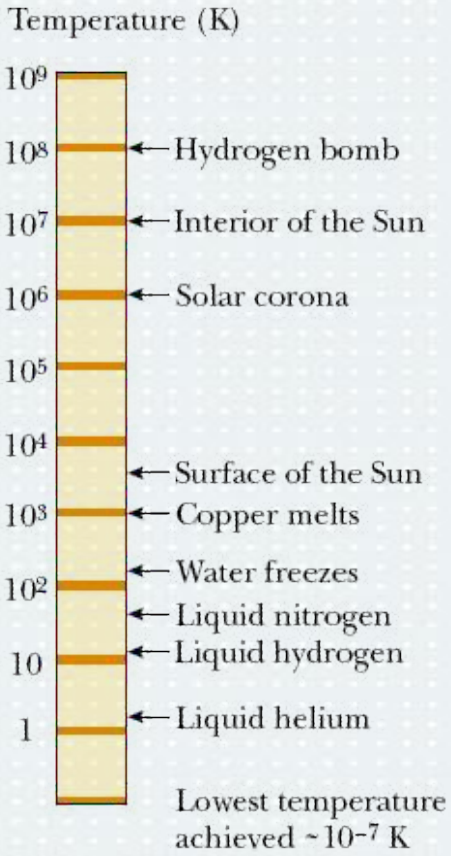


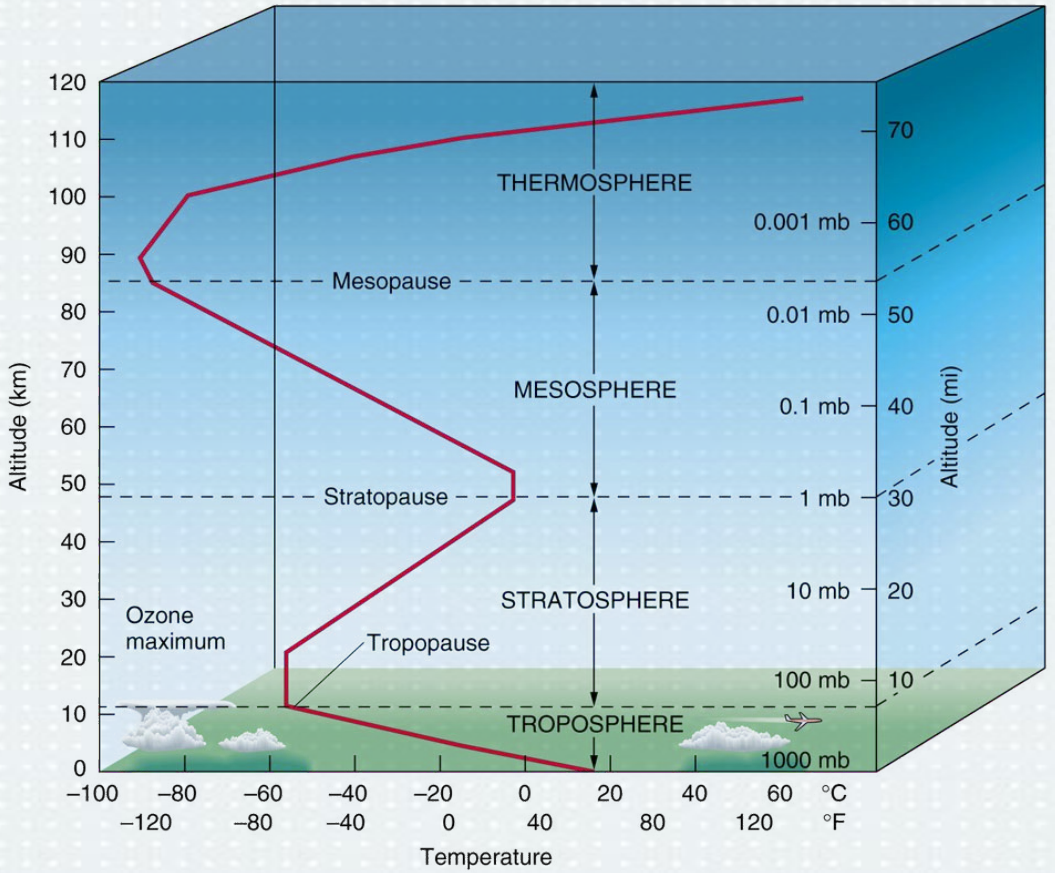


https://haosaleset.xyz/product_details/440233962.html
https://www.amazon.in/Fluke-shyam-017-59max-Infrared-Pyrometer/dp/B08BZ8J9R1
https://moscogzb.com/glassthermometer.html
https://media.rs-online.com/t_large/F7621128-01.jpg
https://www.pneumatsystem.cz/bimetalovy-teplomer-0-200-c-63-mm-l-63-mm-5224-detail
https://www.respilion.cz/digitalni-lekarsky-teplomer/

CC BY NC SA

Teplota





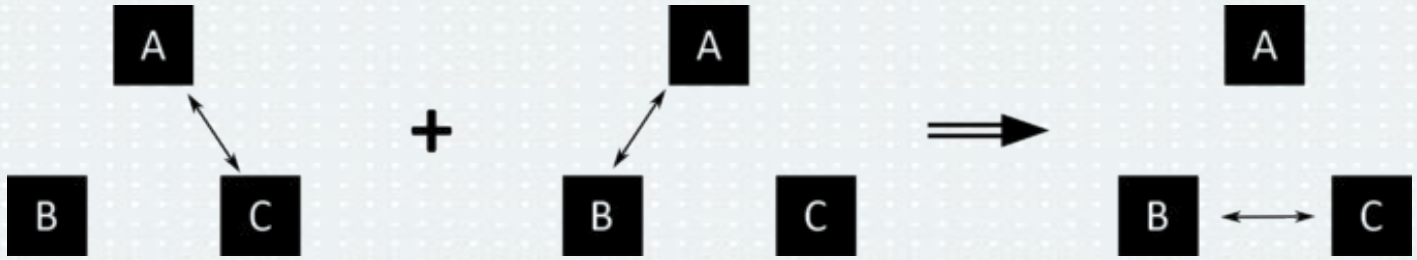
https://instrumentationforum.com/uploads/db4532/original/1X/0791e26a07ed7abd8f788ab71aa6307cb70de549.JPG
https://robertcarrollweather.files.wordpress.com/2014/11/agburt01_09.jpg

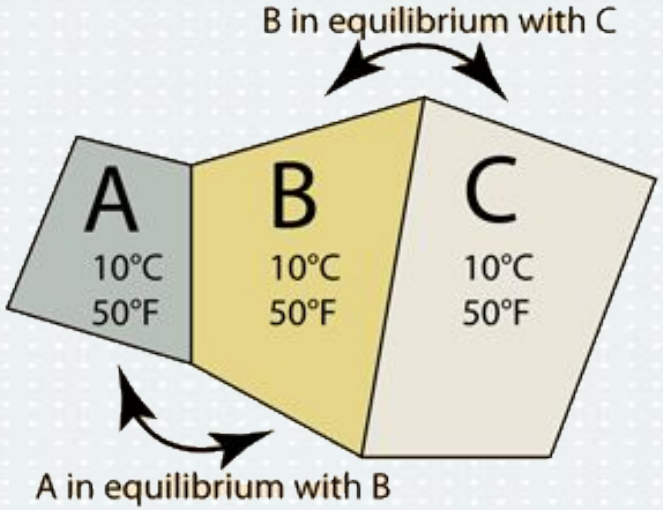
CC BY NC SA

Nultý zákon termodynamiky

Jestliže je systém A v tepelné rovnováze se systémem C
a současně je systém A v tepelné rovnováze se systémem B,
pak i systémy B a C jsou v tepelné rovnováze.

Nultý zákon termodynamiky je základním principem
pro měření teploty.





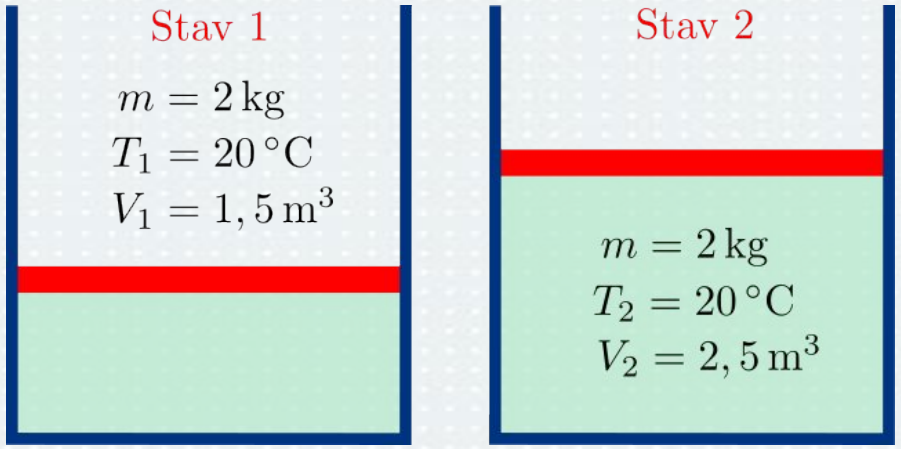
https://s3-us-west-2.amazonaws.com/courses-images/wp-content/uploads/sites/1989/2017/06/13225443/zeroth-law.png
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/thermo/imgheat/thezero.gif

BY NC SA

Objem a měrný objem

V termodynamice se velmi efektivně počítá s měrnými veličinami - veličinami vztaženými na 1 kg látky. Proto se místo objemu častěji pracuje s měrným objemem.

V termodynamice pracujeme se stlačitelnými látkami (plyny). Proto hustota a měrný objem těchto látek jsou závislé na stavu soustavy, nejsou to tedy konstanty a nehledají se v tabulkách. Vždy je zapotřebí tyto veličiny počítat ze vztahů.



$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$$

$$v_1 = \frac{V_1}{m_1} = 0,75\,\mathrm{m}^3\,\mathrm{kg}^{-1}$$

$$v_2 = \frac{V_2}{m_2} = 1,25\,\mathrm{m}^3\,\mathrm{kg}^{-1}$$

$$\rho_1 = 1,\overline{3}\,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^{-3}$$

$$\rho_2 = 0,8\,\mathrm{kg}\,\mathrm{m}^{-3}$$

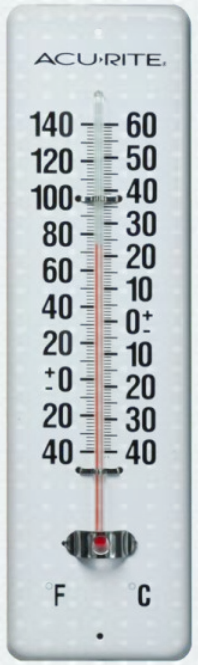
BY NC SA

Základní stavové veličiny

Tlak *p* [Pa]



Teplota *T* [K]



Měrný objem *v* [m^3/kg]

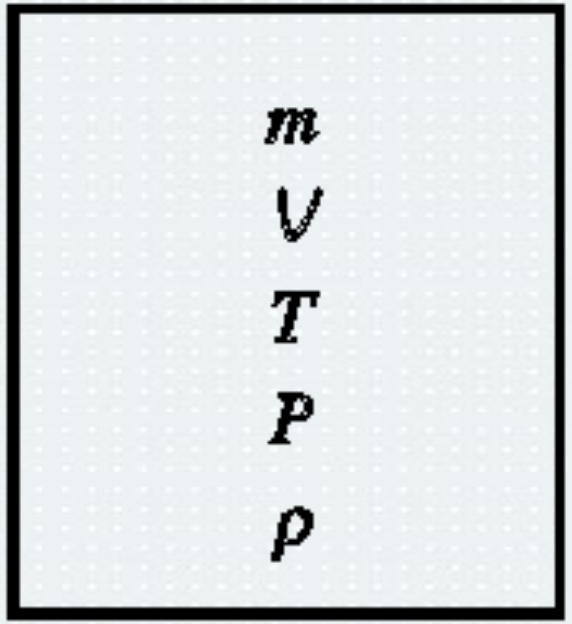


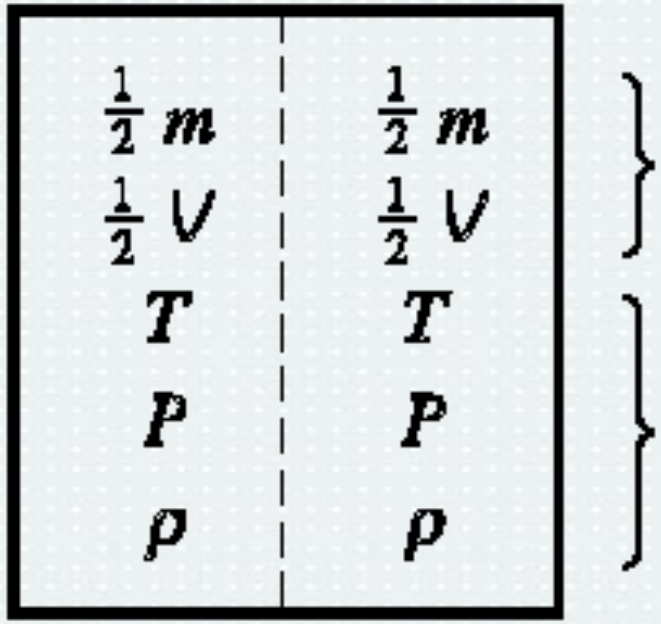
https://www.acurite.com/media/catalog/product/cache/1/thumbnail/600x/17f82f742ffe127f42dca9de82fb58b1/0/0/00870-front-800x800.jpg
https://www.mikromarz.com/fotky28654/fotos/_vyr_810M10S_DN63.jpg
http://img.directindustry.fr/images_di/photo-g/28307-7554443.jpg

cc BY NC SA

Intenzivní a extenzivní veličiny

Intenzivní veličina - hodnota veličiny **nezávisí** na množství látky
Extenzivní veličina - hodnota veličiny **závisí** na množství látky





Extenzivní veličiny
Objem, hmotnost, velikost, délka, …

Intenzivní veličiny
Teplota, tlak, hustota, teplota varu, barva, tvrdost, průhlednost, chuť, …

cc BY NC SA

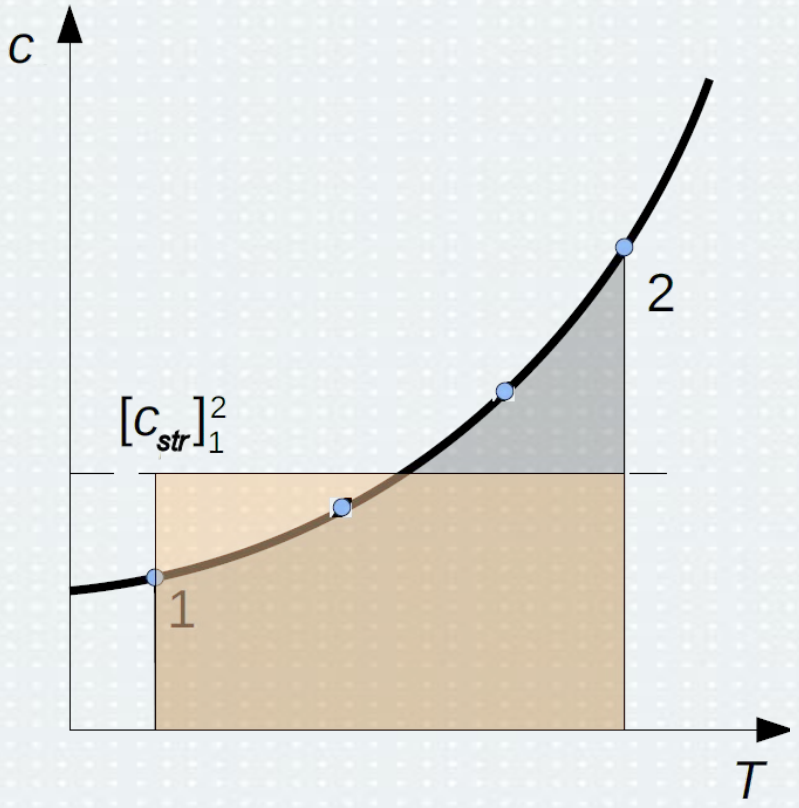
Termodynamika plynů

Modely popisující chování plynu:

- ideální plyn
- nedokonalý (polodokonalý) plyn
- reálný plyn (pára)

Termofyzikální vlastnosti podle modelu:

- konstantní pro daný **ideální plyn**:
  f(druh látky) = konst.
- závislé na teplotě pro daný **nedokonalý plyn**:
  f(druh látky, *T*)
- závislé na teplotě a tlaku (nebo jiné kombinaci stavových veličin) pro daný **reálný plyn**:
  f(druh látky, *T*, *p*)



$$c_{\mathrm{st}} = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} c\,(T)\ \mathrm{d}T$$

BY NC SA

Hlavní úlohy technické termodynamiky

Technická termodynamika je zaměřena na studium termodynamických stavů a dějů, které se uplatňují v tepelných strojích a tepelných systémech.

Hlavní úkoly termodynamiky:

- určování stavů látek - ze stavových rovnic, diagramů, tabulek, …
- řešení termodynamických dějů - z rovnic a závislostí změn stavů:

  stavové veličiny $\int_1^2 \mathrm{d}z = z_2 - z_1$ nestavové veličiny $\int_1^2 \mathrm{d}\omega = \omega_{12}$

- řešení termodynamických cyklů (posloupnosti termodynamických dějů, po jejichž vykonání se soustava dostane do výchozího stavu):

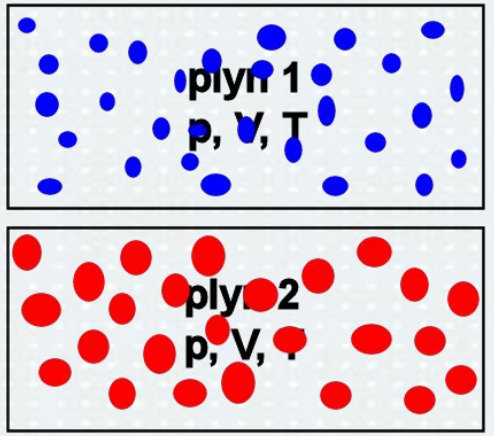
  stavové veličiny $\oint \mathrm{d}z = 0$ nestavové veličiny $\oint \mathrm{d}\omega = \omega_o$

cc BY NC SA

Avogadrův zákon

Slovní formulace (Amedeo Avogadro, 1812): Různé **ideální** plyny, které mají stejný objem, teplotu a tlak obsahují stejný počet **molekul**. Hmotnosti stejných objemů jsou úměrné molárním hmotnostem *M* [kg/kmol].

Molární hmotnost *M* udává, kolikrát je hmotnost molekuly dané látky větší, než 1/12 hmotnosti atomu uhlíku ^{12}C.



Platí $m = M \cdot \text{konst} \quad \Rightarrow \quad V/v = M \cdot \text{konst}$

A tedy $\boxed{M \cdot v = V_m = \text{konst}}$ kde V_m je molární objem.

Při normálních fyzikálních podmínkách (NFP) s tlakem 101 325 Pa a teplotou 273,15 K je molární objem všech ideálních plynů 22,4386 m^3/kmol.

Platí: $n = \frac{m}{M} \quad \Rightarrow \quad V = n \cdot V_m = \frac{m}{M} \cdot V_m, \quad v = \frac{V}{m} = \frac{1}{M} \cdot V_m$

BY NC SA

Normální fyzikální podmínky

Tlak p = 101 325 Pa = 1 atm
Teplota T = 273,15 K = 0 °C

Molární objem V_m = 22,4386 $m^3/kmol$

Tyto referenční hodnoty využívá také např. norma DIN 1343. Pozor, v některých oborech se hodnoty NFP liší (např. normální stav dle normy ISO 2533 je při teplotě 288,15 K = 15 °C).



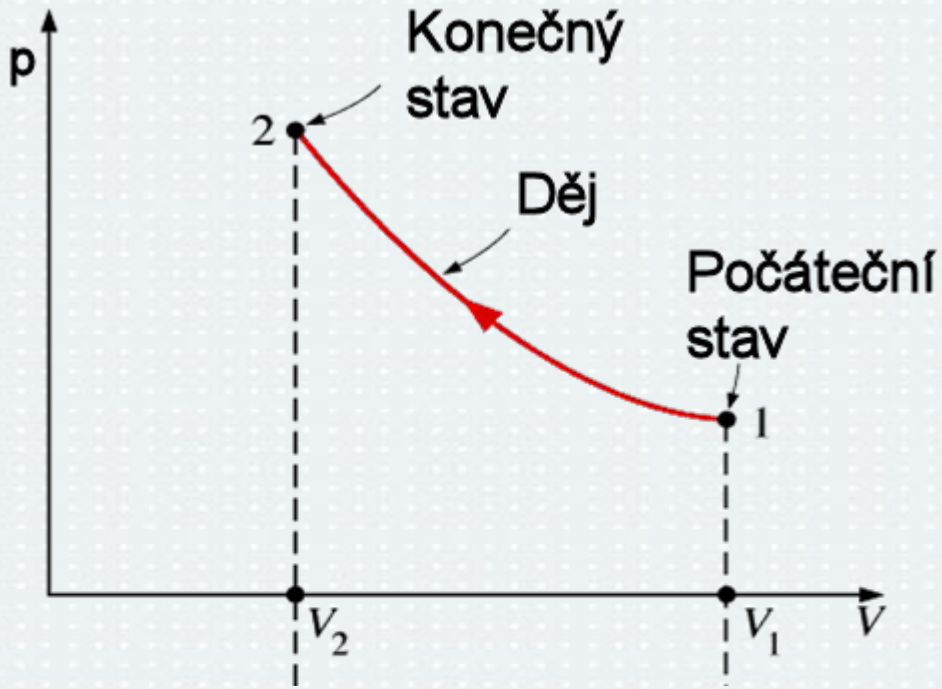
https://www.srovnejto.cz/blog/jak-cist-data-z-plynomeru/

Normální metr krychlový - Nm^3

Nm^3 vyjadřuje objem plynu při NFP (referenčním tlaku a teplotě). Ze stavové rovnice vyplývá, že Nm^3 je úměrný hmotnosti. **Nm^3 není jednotkou SI soustavy a používá se spíše výjimečně** (plynárenství, kompresorová technika).

BY NC SA

Termodynamické děje



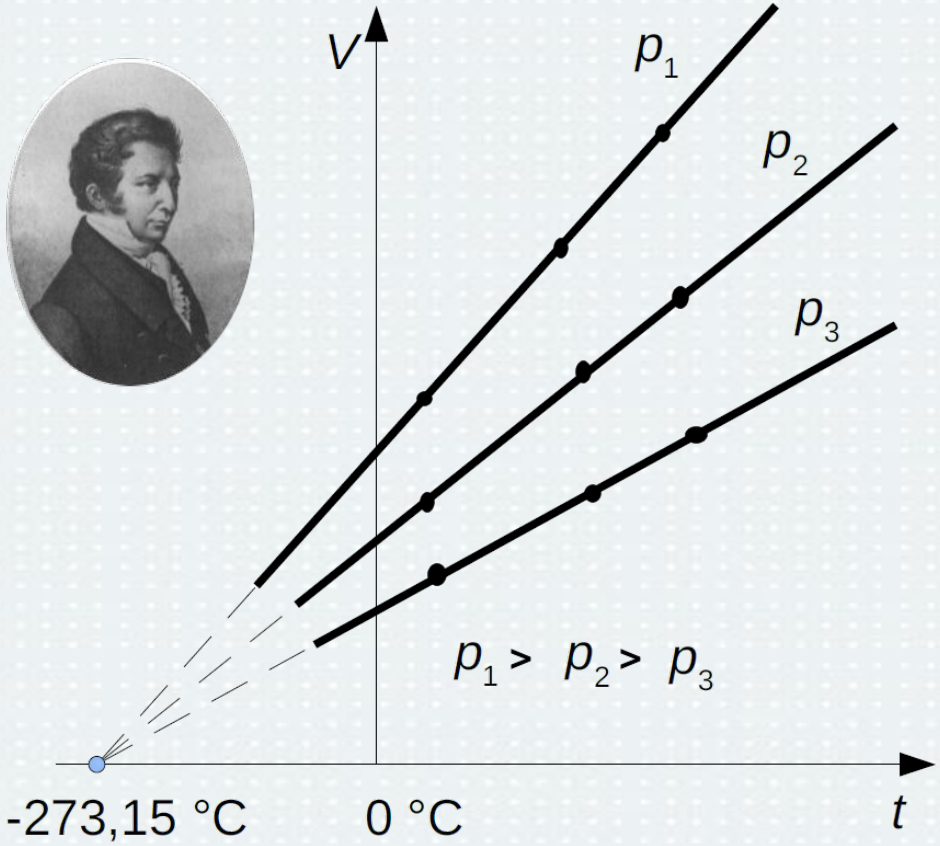
V termodynamice je zásadní porozumět rozdílu mezi stavem a dějem a také rozdílu mezi veličinami pro stavy a děje, které jsou velmi odlišné.

Při řešení problémů je (nejen) v termodynamice účelné si nakreslit vhodný diagram. Z diagramu lze odvodit velké množství informací, aniž by bylo nutné cokoliv počítat.

V termodynamice se používá především diagram tlak-objem (*p*-*v* diagram) a diagram teplota-entropie (*T*-*s* diagram).

BY NC SA

Gay-Lussacův zákon



Gay-Lussac (1808) sledoval chování plynu za konstantního tlaku.

Slovní formulace: Za stálého tlaku roste objem plynu lineárně s teplotou. Hodnota teplotní objemové roztažnosti γ je pro všechny plyny stejná a nezávisí na tlaku.

$$V = V_o(1 + \gamma t)$$

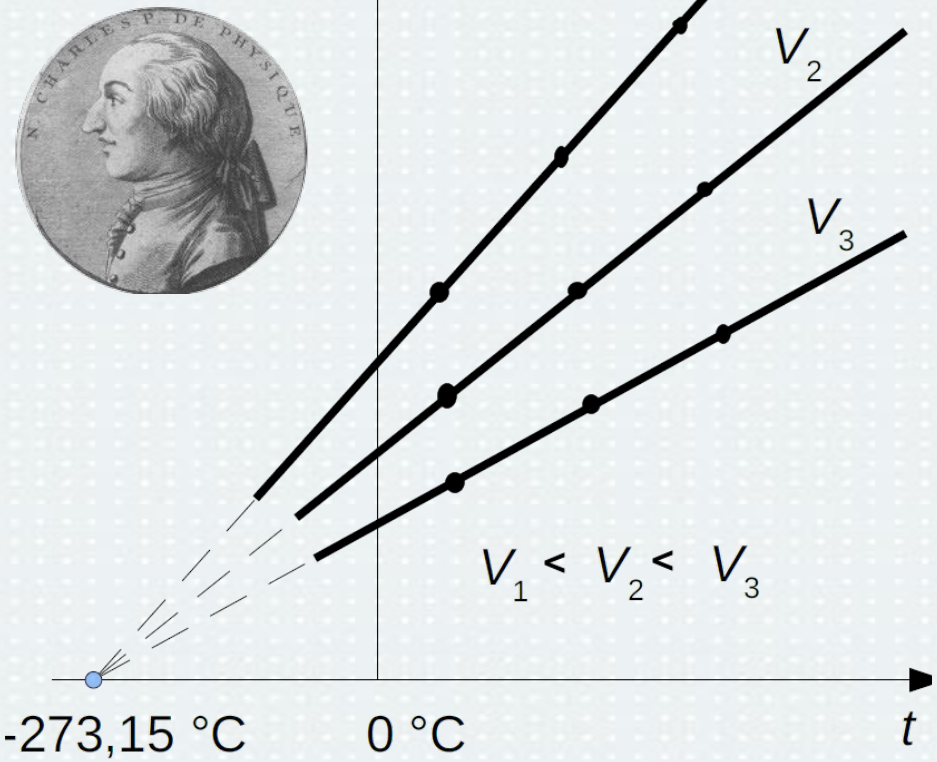
$$V_o = V\big|_{t=0\,^\circ\mathrm{C}} \qquad \gamma = \frac{1}{273{,}15}\,\mathrm{K}^{-1}$$

$$V = V_o\left(1 + \frac{1}{273{,}15}t\right) = \frac{V_o}{273{,}15}(273{,}15 + t) = \frac{V_o}{T_o}T$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad V = T \cdot \mathrm{konst}$$

cc BY NC SA

Charlesův zákon



Charles (cca 1780) sledoval chování plynu za konstantního objemu.

Slovní formulace: Za konstantního objemu roste tlak plynu lineárně s teplotou. Hodnota rozpínavosti β je pro všechny plyny stejná.

$$p = p_o(1 + \beta t)$$

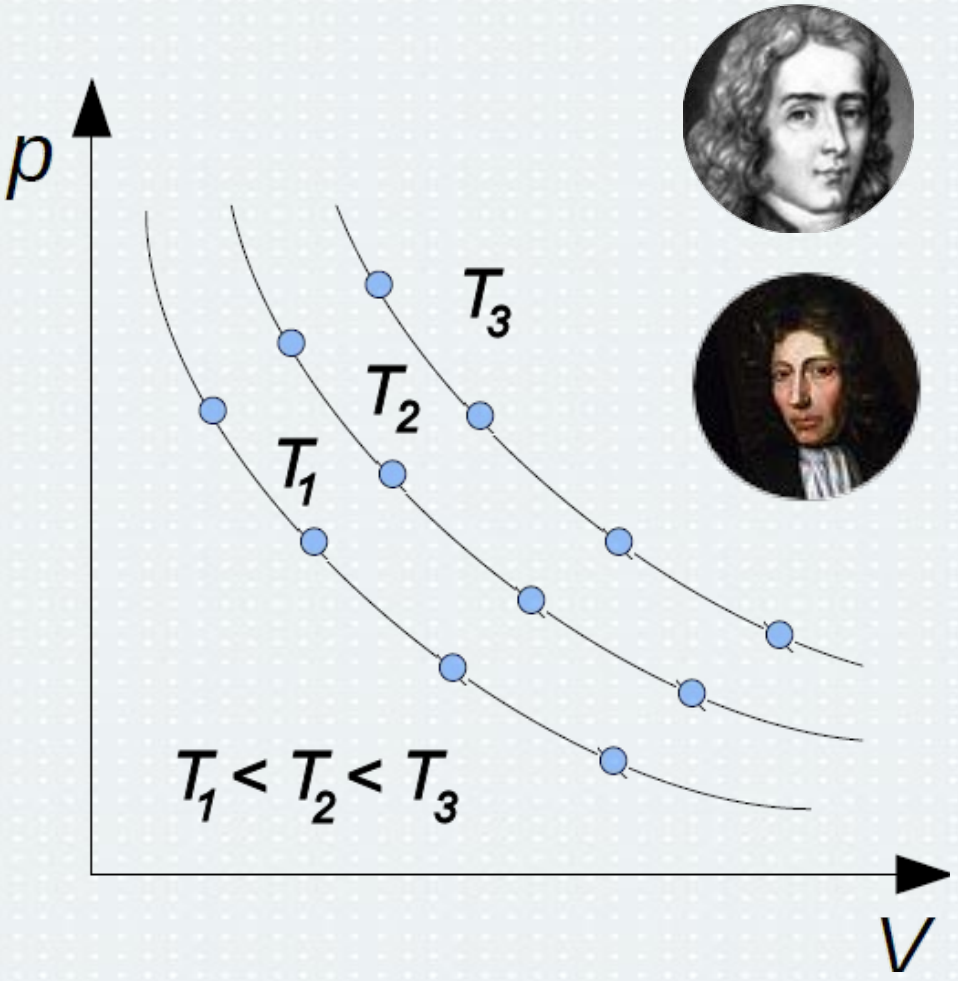
$$p_o = p\big|_{t=0\,^\circ\mathrm{C}} \qquad \beta = \frac{1}{273{,}15}\,\mathrm{K}^{-1}$$

$$p = p_o\left(1 + \frac{1}{273{,}15}t\right) = \frac{p_o}{273{,}15}(273{,}15 + t) = \frac{p_o}{T_o}T$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad p = T \cdot \mathrm{konst}$$

cc BY NC SA

Boyleův-Mariottův zákon



Boyle (1662), Mariotte (1672) sledovali chování plynu za konstantní teploty.

Slovní formulace: Za konstantní teploty je součin tlaku a objemu daného množství plynu konstantní.

$$pV = \text{konst} \Rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Zákon lze vyjádřit i pomocí stlačitelnosti δ:

$$V = V_o \left[1 + \delta(p - p_o)\right]$$

Stlačitelnosti δ není však ani u ideálních plynů konstantní a uvedená závislost $V = f(p)$ proto není přímka.

BY NC SA

Základní termodynamické děje

$$pV = mrT \qquad \frac{pV}{T} = mr$$

- Charlesův zákon (V = konst.)

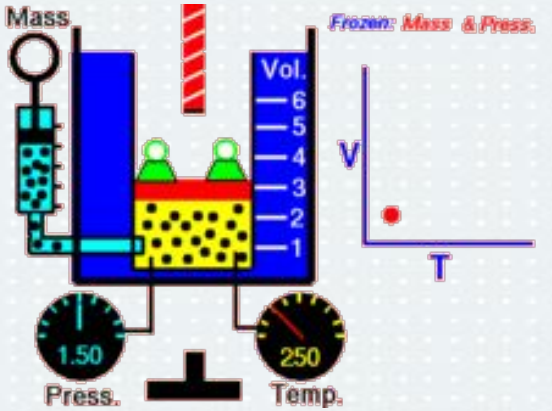
$$\frac{p}{T} = \text{konst.} \qquad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

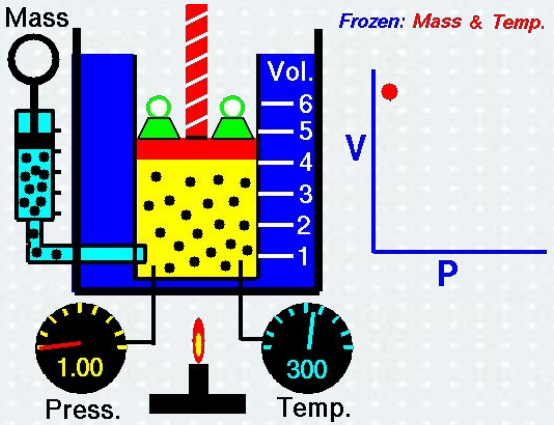
- Gayův-Lussacův zákon (p = konst.)

$$\frac{V}{T} = \text{konst.} \qquad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

- Boyleův-Mariottův zákon (T = konst.)

$$pV = \text{konst.} \qquad p_1 V_1 = p_2 V_2$$

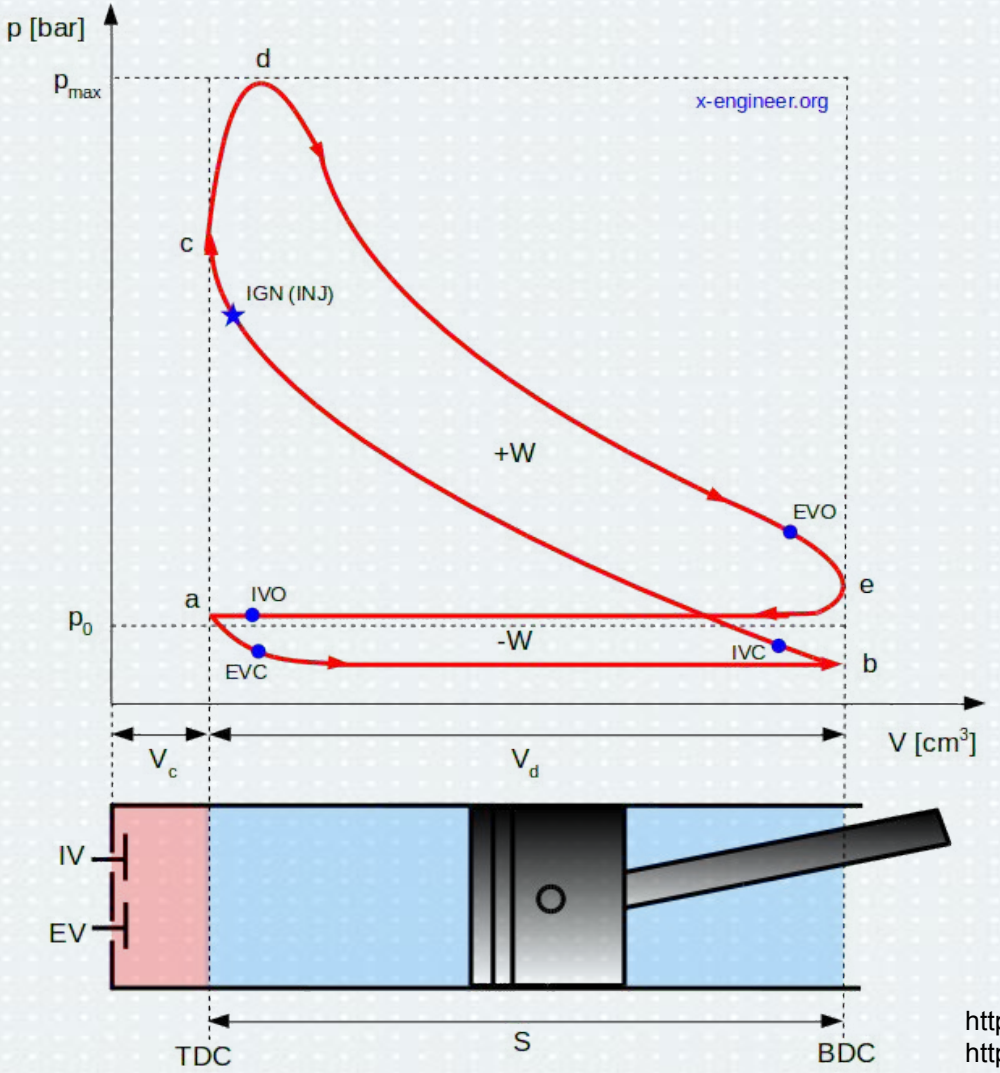


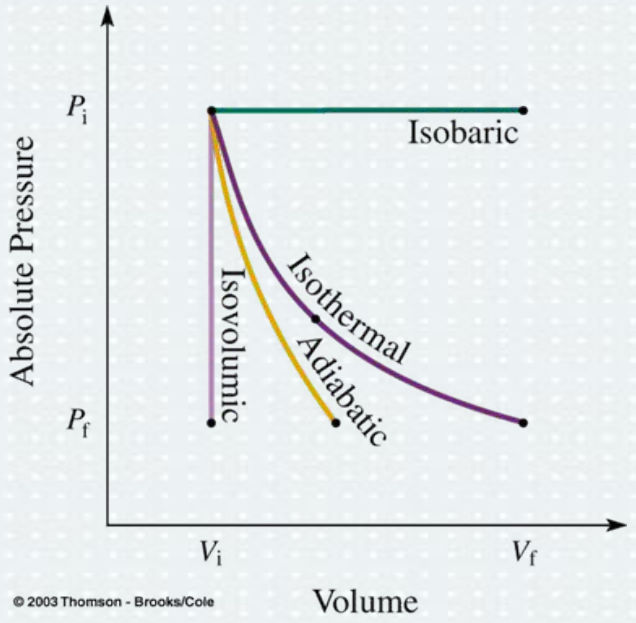


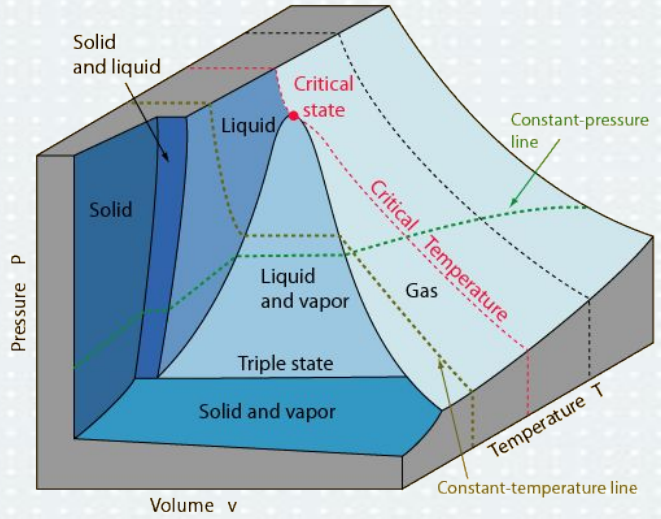
https://cs.wikipedia.org/wiki

CC BY NC SA

Termodynamický *p* -*V* diagram



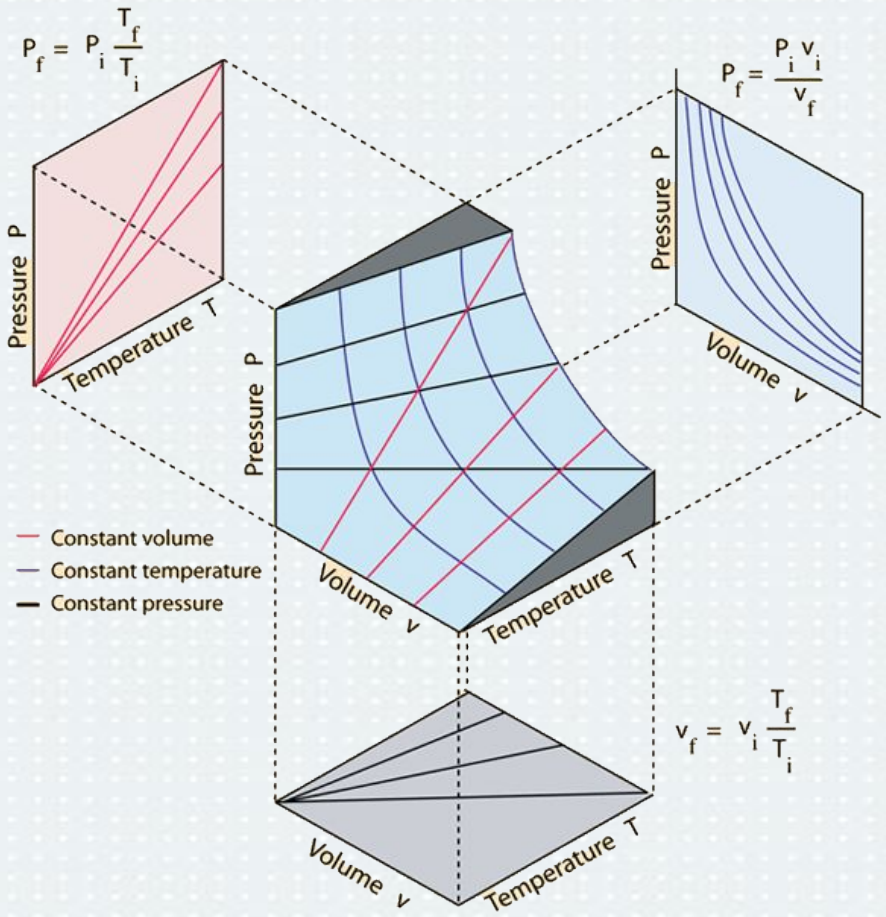




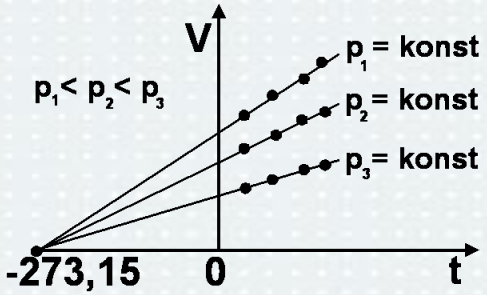
https://dqm1v390v3ac1.cloudfront.net/fig-14-03.gif
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/thermo/imgheat/pvtconr.gif
https://x-engineer.org/wp-content/uploads/2017/05/Pressure-volume-pV-diagram-for-a-typical-4-stroke-ICE.jpg

BY NC SA

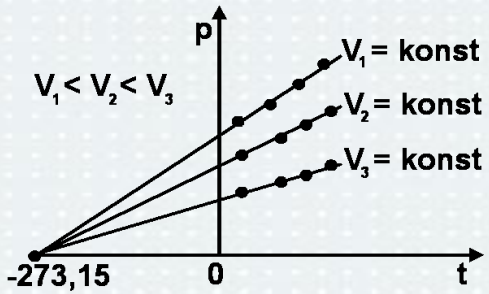
Termodynamická plocha v systému *p* - *V* - *T*



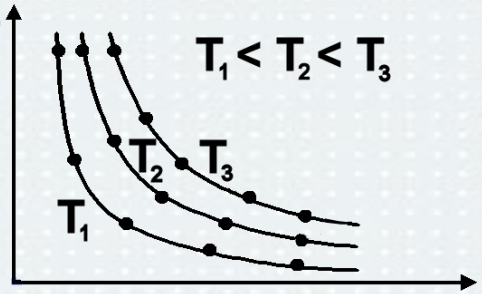
p = konst.



V = konst.



T = konst.



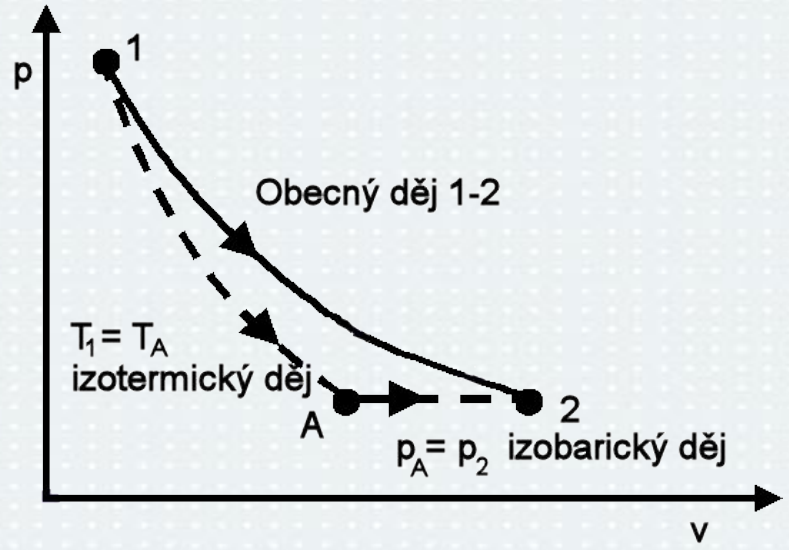
Rovnovážné stavy plynu se nacházejí pouze na této termodynamické ploše.

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Kinetic/imgkin/pvtgas.gif

cc BY NC SA

Stavová rovnice

Stavovou rovnici ideálního plynu odvodil v roce 1834 francouzský fyzik Benoît Clapeyron (1799-1864). Vycházel přitom z Boyleova-Mariottova a Gay-Lussacova zákona tak, že obecný děj nahradil izotermou a izobarou.



Izotermický děj (Boyleův-Mariottův zákon)

$$p_1 v_1 = p_A v_A \Rightarrow v_A = \frac{p_1 v_1}{p_A} = \frac{p_1 v_1}{p_2}$$

Izobarický děj (Gay-Lussacův zákon)

$$\frac{v_A}{T_A} = \frac{v_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad v_A = \frac{T_A v_2}{T_2} = \frac{T_1 v_2}{T_2}$$

Měrný objem v_A je pro oba děje totožný:

$$\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{T_2} = \text{konst} \quad \Rightarrow \quad \frac{pv}{T} = \text{konst}$$

Stavová rovnice ideálního plynu je $pv = rT$, kde r je vlastnost plynu - měrná plynová konstanta.

$$pv = rT$$

CC BY NC SA

Měrná a univerzální plynová konstanta

Měrná plynová konstanta *r* [J/(kg·K)] je obecně pro různé plyny různá a určuje se výpočtem nebo odečtem z termodynamických tabulek.

Univerzální plynová konstanta R_m [J/(mol·K)] je konstanta nezávislá na druhu plynu.

Odvození hodnoty R_m - ze stavové rovnice a z Avogadrova zákona s využitím hodnot veličin při normálních fyzikálních podmínkách:

$$r = \frac{pv}{T} \qquad M \cdot v = V_m = \text{konst}$$

$$M\,r = \frac{p\,v\,M}{T} = \frac{p\,V_m}{T} = \frac{101325 \cdot 22{,}414}{273{,}15} = 8314{,}47\,\mathrm{J/(kmol \cdot K)}$$

Měrná plynová konstanta: $\boxed{r = \frac{R_m}{M}}$

Univerzální plynová konstanta: $\boxed{R_\mathrm{m} = 8314{,}47\,\mathrm{J/kmol \cdot K}}$

CC BY NC SA

Základní tvary stavové rovnice

Stavová rovnice pro 1 kg ideálního plynu: $pv = rT$

Stavová rovnice pro *m* kg ideálního plynu: $pV = mrT$

násobení *m*

Stavová rovnice pro *n* molů ideálního plynu:

substituce za *m* a *r:*

$$M = \frac{m}{n} \quad \Rightarrow \quad m = Mn$$

$$r = \frac{R_\mathrm{m}}{M}$$

$$pV = mrT = Mn\frac{R_\mathrm{m}}{M}T = nR_\mathrm{m}T$$

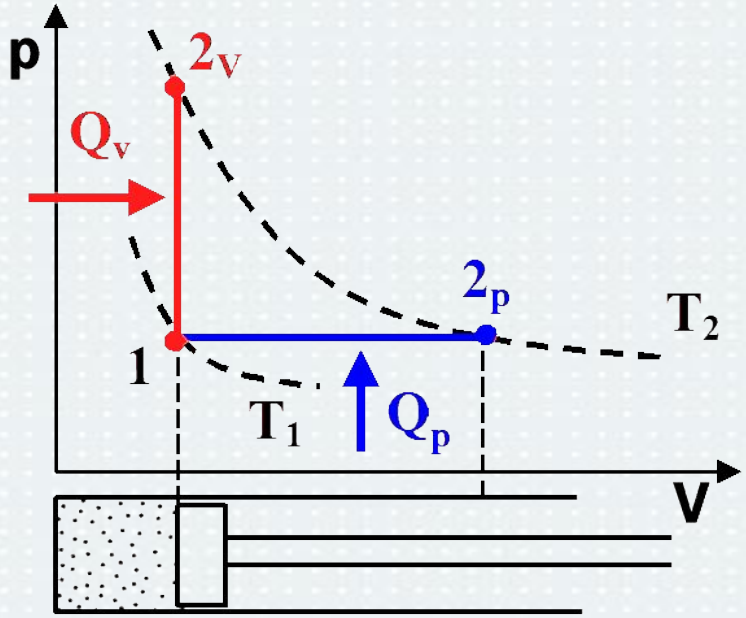
$$pV = nR_\mathrm{m}T$$

cc BY NC SA

Tepelné kapacity

Měrná tepelná kapacita *c* [J/(kg·K)] je vlastnost látky a vyjadřuje množství tepla, které potřebné ke změně teploty (ohřevu či ochlazení) 1 kg látky o 1 K. U plynů je situace komplikovanější a rozlišujeme u nich dva druhy měrné tepelné kapacity:

- měrnou tepelnou kapacitu za konstantního tlaku c_p
- měrnou tepelnou kapacitu za konstantního objemu c_v



Při izochorickém ději 1-2_v se zvyšuje vnitřní energie plynu.

Při izobarickém ději 1-2_p se zvyšuje vnitřní energie plynu a koná se práce.

$$mc_p\mathrm{d}T = \mathrm{d}Q_p > \mathrm{d}Q_v = mc_v\mathrm{d}T \qquad \boxed{c_p > c_v}$$

Molární tepelné kapacity C_m [J(mol·K)]: $C_\mathrm{m} = Mc$

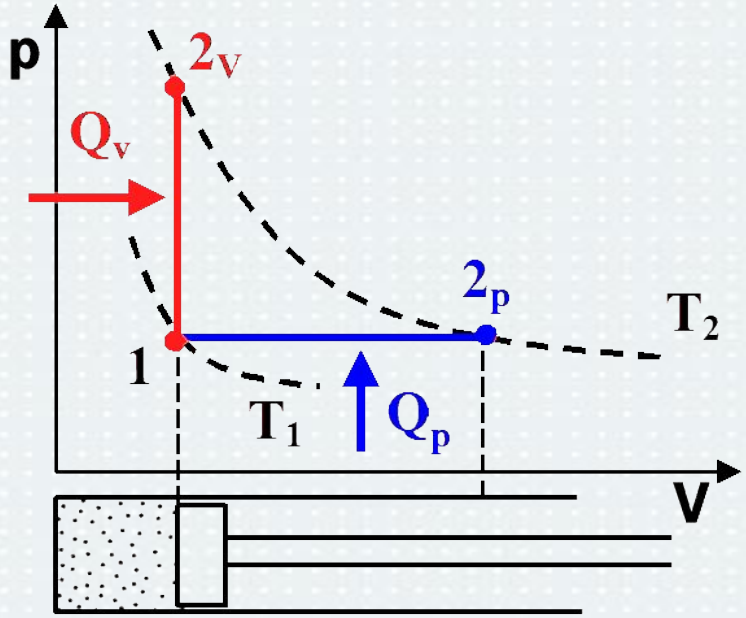
(Celkové) Tepelné kapacity *C* [J/K]: $C = mc$

BY NC SA

Tepelné kapacity

Měrná tepelná kapacita *c* [J/(kg·K)] je vlastnost látky a vyjadřuje množství tepla, které potřebné ke změně teploty (ohřevu či ochlazení) 1 kg látky o 1 K. U plynů je situace komplikovanější a rozlišujeme u nich dva druhy měrné tepelné kapacity:

- měrnou tepelnou kapacitu za konstantního tlaku c_p
- měrnou tepelnou kapacitu za konstantního objemu c_v



Při izochorickém ději 1-2_v se zvyšuje vnitřní energie plynu.

Při izobarickém ději 1-2_p se zvyšuje vnitřní energie plynu a koná se práce.

$$mc_p\mathrm{d}T = \mathrm{d}Q_p > \mathrm{d}Q_v = mc_v\mathrm{d}T \qquad \boxed{c_p > c_v}$$

Molární tepelné kapacity C_m [J(mol·K)]: $C_\mathrm{m} = Mc$

(Celkové) Tepelné kapacity *C* [J/K]: $C = mc$

cc BY NC SA

Mayerův vztah

Odvození Mayerova vztahu $c_p - c_v = r$

Teplo dodané izochoricky: $\mathrm{d}Q_v = \mathrm{d}U = mc_v\,\mathrm{d}T$

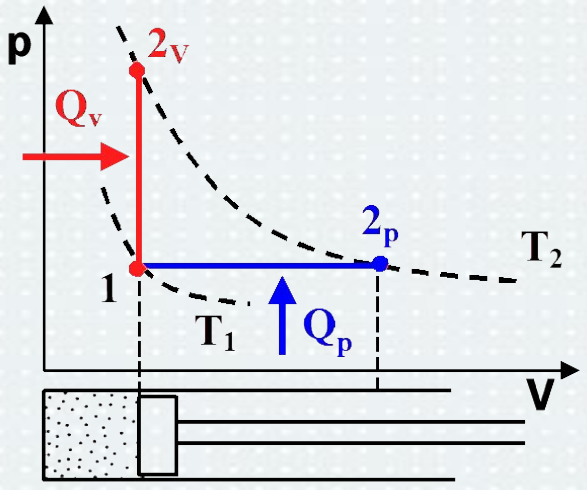
Teplo dodané izobaricky: $\mathrm{d}Q_p = \mathrm{d}U + \mathrm{d}A = mc_v\,\mathrm{d}T + \mathrm{d}A = mc_p\mathrm{d}T$

Pak platí: $\mathrm{d}U + \mathrm{d}A = mc_p\mathrm{d}T = mc_v\,\mathrm{d}T + \mathrm{d}A$

Práce = síla po dráze: $\mathrm{d}A = F\,\mathrm{d}\ell = pS\,\mathrm{d}\ell = p\,\mathrm{d}V$

Ze stavové rovnice $pV = mrT$: $p\,\mathrm{d}V + V\,\mathrm{d}p = mr\,\mathrm{d}T$

Platí: $mc_p\,\mathrm{d}T - mc_v\,\mathrm{d}T = \mathrm{d}A = p\,\mathrm{d}V = mr\,\mathrm{d}T - V\,\mathrm{d}p$



Práce je vztažena k izobarickému ději, $\mathrm{d}p = 0$ a tedy platí $c_p - c_v = r$

cc BY NC SA

Vlastnosti ideálních plynů

Mayerův vztah $c_p - c_v = r$

Adiabatický exponent = Poissonova konstanta $\kappa = \frac{c_p}{c_v} > 1$

Teoretická hodnota Poissonovy konstanty podle stupňů volnosti *f* molekuly plynu:

- jednoatomové plyny (argon, helium, …): $\kappa = 1,67$
- dvouatomové plyny (kyslík, dusík, …): $\kappa = 1,4$
- tříatomové plyny (oxid uhličitý, …): $\kappa = 1,3$

$$\kappa = 1 + \frac{2}{f}$$

Kombinací Mayerova vztahu a vztahu pro Poissonovu konstantu lze odvodit užitečné výpočtové vztahy:

$$c_v = \frac{1}{\kappa - 1} r \qquad c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} r$$

CC BY NC SA

Vlastnosti ideálních plynů

Látka	Vzorec	M [kg/kmol]	r [J/kg·K]	c_p [kJ/kg·K]	c_v [kJ/kg·K]	$\varkappa$
Acetylen (ethyn)	C_2H_2	26,04	319,3	1,674	1,355	1,236
Amoniak (čpavek)	NH_3	17,03	488,2	2,164	1,676	1,291
Argon	Ar	39,948	208,1	0,5203	0,3122	1,667
Butan (n-butan)	C_4H_{10}	58,124	143,0	1,7164	1,5734	1,091
Dusík	N_2	28,013	296,8	1,039	0,743	1,400
Ethan	C_2H_6	30,070	276,5	1,7662	1,4897	1,186
Ethylen (ethen)	C_2H_4	28,054	296,4	1,5482	1,2518	1,237
Helium	He	4,003	2076,9	5,1926	3,1156	1,667
Chlor	Cl_2	70,906	117,3	0,4781	0,3608	1,325
Kyslík	O_2	31,999	259,8	0,918	0,658	1,395
Methan	CH_4	16,043	518,2	2,2537	1,7354	1,299
Neon	Ne	20,183	411,9	1,0299	0,6170	1,667
Oktan	C_8H_{18}	114,053	72,9	1,7113	1,6385	1,044
Oxid siřičitý	SO_2	64,06	129,8	0,6228	0,4930	1,263
Oxid uhličitý	CO_2	44,01	188,9	0,846	0,657	1,289
Oxid uhelnatý	CO	28,011	296,8	1,040	0,744	1,400
Propan	C_3H_8	44,097	188,5	1,6794	1,4909	1,126
Vodík	H_2	2,016	4124,0	14,307	10,183	1,405
Vodní pára	H_2O	18,015	461,5	1,8723	1,4108	1,327
Vzduch	—	28,97	287,0	1,005	0,718	1,400

BY NC SA

Použité zdroje

Milan PAVELEK: Termomechanika, CERM

Josef ŠTĚTINA: Základní termodynamické veličiny a vztahy mezi nimi,
výuková prezentace pro předmět 6TT Termomechanika.
Dostupné z https://termomechanika.online

Yunus A. ÇENGEL a Michael A. BOLES: Thermodynamics - An engineering approach,
McGraw-Hill

CC BY NC SA

Magisterský studijní program JADERNÁ ENERGETIKA vznikl za přispění



Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU



NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY



NPO_VUT_MSMT-16609_2022

CC BY NC SA


VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ
V BRNĚ

Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU

NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FAKULTA CHEMICKÁ

FAKULTA STAVEBNÍ

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Přednáška magisterského studijního programu JADERNÁ ENERGETIKA

TERMODYNAMIKA ENERGETICKÝCH ZAŘÍZENÍ A PŘENOS TEPLA

Směsi ideálních plynů, první termodynamický zákon

Fakulta strojního inženýrství

Autor: doc. Ing. Lubomír Klimeš, Ph.D.

Datum: 2024

CC BY NC SA

Směsi plynů a jejich technický význam

V technické praxi se spíše než jednoduché plyny vyskytují **směsi plynů**, např.:

- **vzduch** pro technologické aplikace
- **plynná paliva** – propan-butan, zemní plyn, bioplyn, …
- **pracovní látky** spalovacích motorů a plynových turbín – vzduch + palivo
- **výfukové plyny** spalovacích motorů a plynových turbín – problematika emisí

Proto se musíme zabývat termodynamikou směsí plynů a musíme umět určovat jejich termodynamické vlastnosti.

DVĚ ZÁKLADNÍ VĚTY PRO ŘEŠENÍ SMĚSI PLYNŮ:

- Každý plyn se chová ve směsi ideálních plynů tak, jako by byl v celém prostoru sám a řídí se svou stavovou rovnicí.
- Směs chemicky na sebe nepůsobících ideálních plynů se chová jako ideální plyn, pro který lze použít stavovou rovnici.

CC BY NC SA

Směsi plynů a jejich technický význam



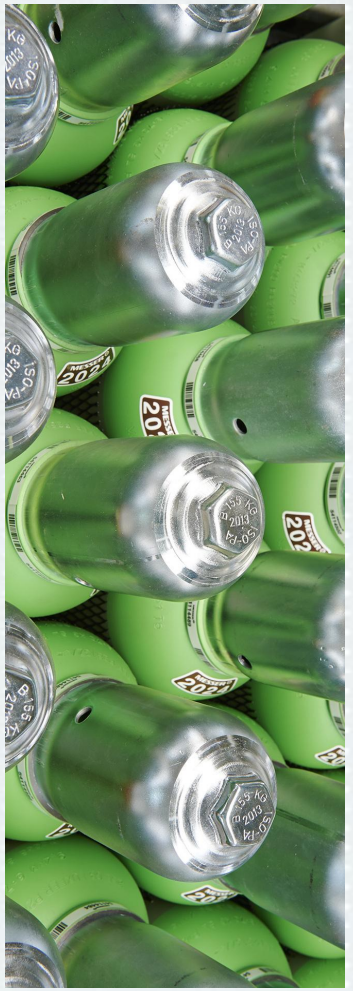


https://acelesfemprofil.hu/linde-ipari-gaz/
http://svarovani123.com/redukn-ventil-co2/argon/

CC BY NC SA

Směsi plynů a jejich technický význam

označení	čistota plynů	zbytkové nečistoty v ppm	zbytkové nečistoty v %
2.0	99,0 %	10000 ppm	1 %
2.5	99,5 %	5000 ppm	0,5 %
3.0	99,9 %	1000 ppm	0,1 %
3.5	99,95 %	500 ppm	0,05 %
4.8	99,998 %	20 ppm	0,002 %
5.0	99,999 %	10 ppm	0,001 %
5.5	99,9995 %	5 ppm	0,0005 %
7.0	99,99999 %	0,1 ppm (100 ppb)	0,00001 %



http://www.airproducts.com/Company/news-center/2007/05/0501-cistota-technickych-plynu.aspx
https://www.messergroup.com/technical-gases

cc BY NC SA

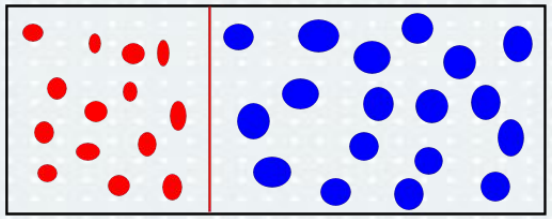
Stavové veličiny směsi plynů

Mísení plynů při konstantním tlaku a teplotě (izotermicko-izobarické mísení)

$$p = \text{konst} \qquad T = \text{konst}$$

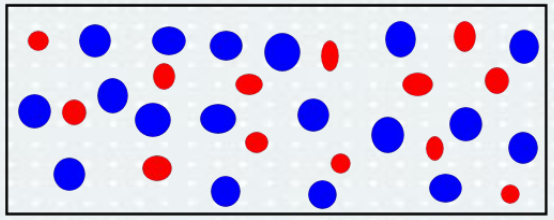
Před mísením:

V_1, m_1, r_1



V_2, m_2, r_2

Po mísení:



$$V = V_1 + V_2$$
$$m = m_1 + m_2$$
$$r$$

Problém je určit měrnou plynovou konstantu a další termodynamické vlastnosti směsi.

BY NC SA

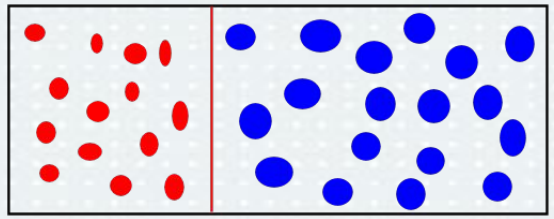
Stavové veličiny směsi plynů

Mísení plynů při konstantním tlaku a teplotě (izotermicko-izobarické mísení)

$$p = \text{konst} \qquad T = \text{konst}$$

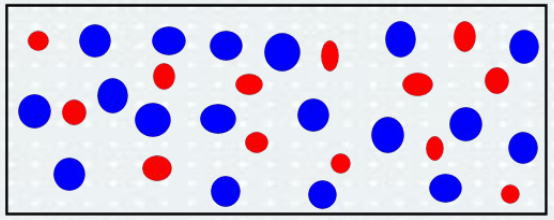
Před mísením:

$$V_1, m_1, r_1$$
$$V_2, m_2, r_2$$



Po mísení:

r



$$V = V_1 + V_2$$
$$m = m_1 + m_2$$

Stavová rovnice složek směsi:

$$pV_i = m_i r_i T$$

Stavová rovnice složek směsi:

$$p_i V = m_i r_i T$$

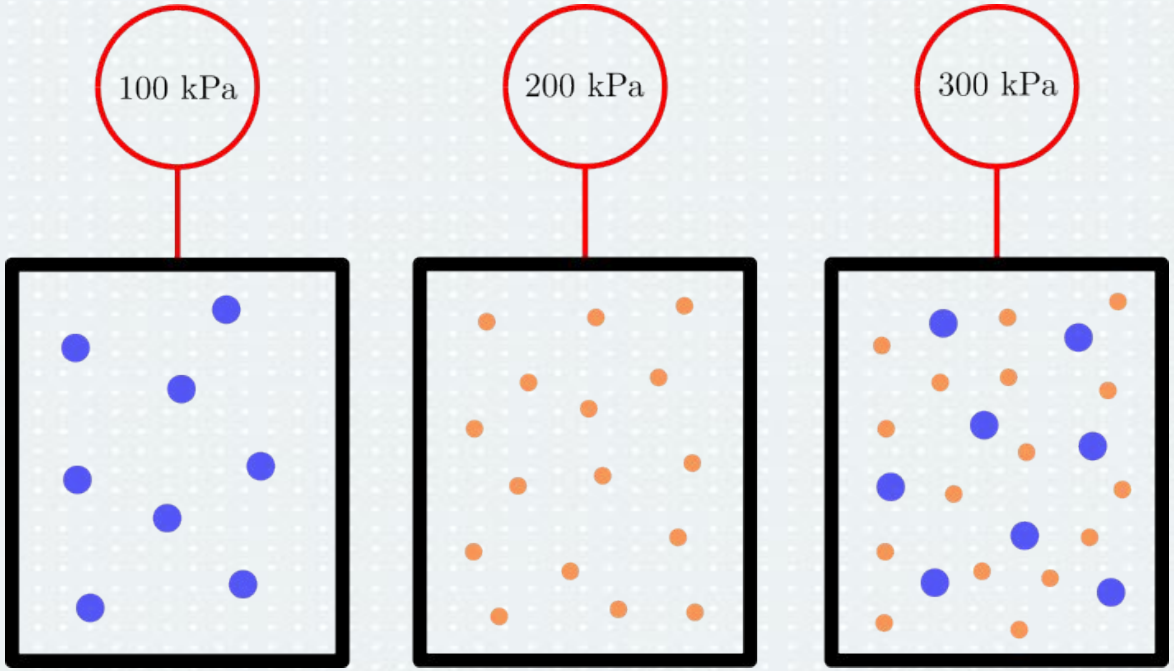
Stavová rovnice směsi:

$$pV = mrT$$

cc BY NC SA

Daltonův zákon

Tlak ve směsi je roven součtu parciálních tlaků jednotlivých složek směsi.



$$p = \sum_i p_i$$

$p_{\mathrm{He}} = 100\,\mathrm{kPa}$ $p_{\mathrm{Ne}} = 200\,\mathrm{kPa}$

$$p = p_{\mathrm{He}} + p_{\mathrm{Ne}}$$

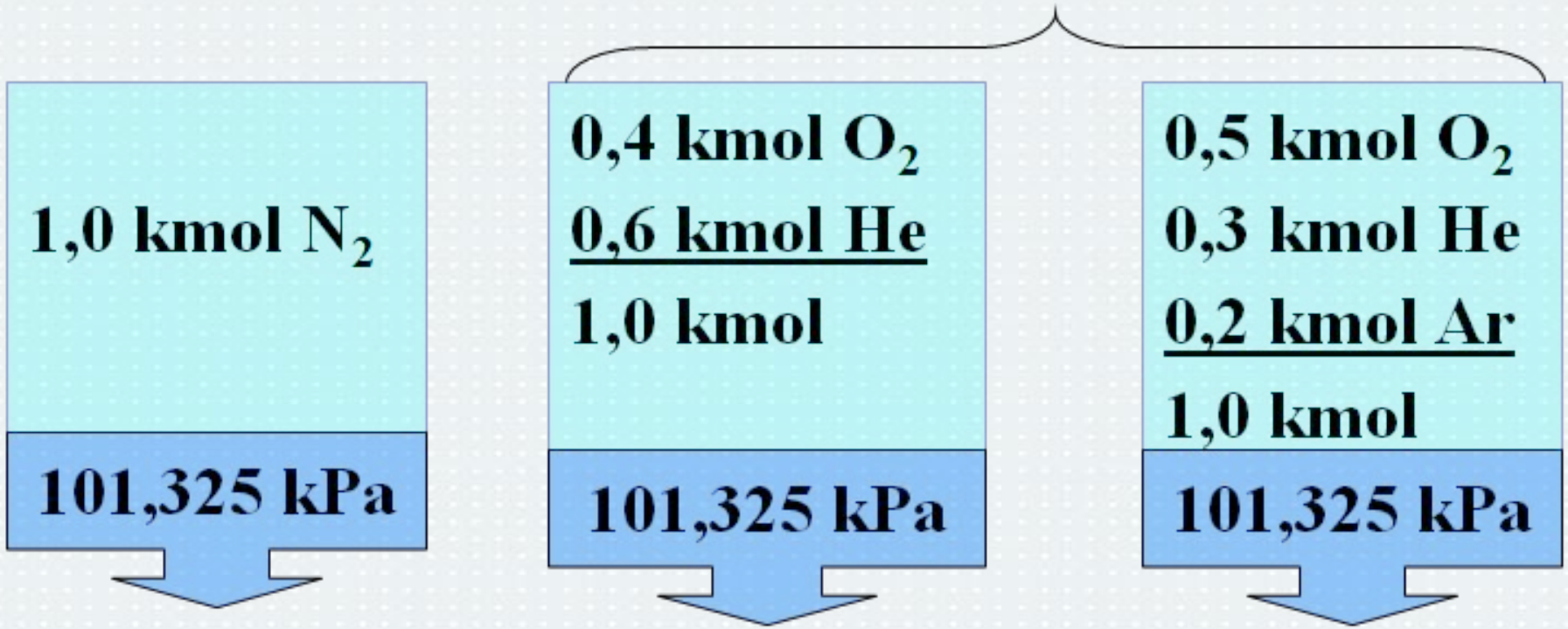
$$p = 100\,\mathrm{kPa} + 200\,\mathrm{kPa}$$

$$p = 300\,\mathrm{kPa}$$

cc BY NC SA

Avogadrův zákon a směs plynů

Normální fyzikální podmínky (NFP): teplota T = 273,15 K a tlak p = 101 325 Pa



cc BY NC SA

Veličiny určující složení směsi

Definice složení směsi: výčet složek a jejich poměrného zastoupení ve směsi

Poměrné zastoupení složek ve směsi lze definovat pomocí zlomků. Zlomky se uvádí buď jako desetinné číslo nebo v procentech. Zlomky jsou bezrozměrné veličiny.

Hmotnostní zlomky: $w_i = \frac{m_i}{m}$ $\quad w_i \in \langle 0, 1 \rangle$ $\quad \sum_i w_i = 1$

Např. pro vzduch: $w_{\mathrm{N}_2} = 0,768$ $\quad w_{\mathrm{O}_2} = 0,232$

Objemové zlomky: $x_{V_i} = \frac{V_i}{V}$ $\quad x_{V_i} \in \langle 0, 1 \rangle$ $\quad \sum_i x_{V_i} = 1$

Molární zlomky: $x_i = \frac{n_i}{n}$ $\quad x_i \in \langle 0, 1 \rangle$ $\quad \sum_i x_i = 1$

cc BY NC SA

Přepočty veličin určujících složení směsi

Objemové a **molární** zlomky jsou **číselně totožné**.

$$pV_i = n_i R_m T \qquad pV = nR_m T \qquad \frac{n_i}{n} = \frac{V_i}{V} \qquad x_i = x_{V_i}$$

Hmotnostní zlomky jsou ale **vzhledem k objemovým/molárním zlomkům odlišné**!

$$w_i \neq x_i$$

Přepočet molárních zlomků x_i na hmotnostní zlomky w_i:

$$w_i = \frac{m_i}{m} = \frac{M_i n_i}{Mn} = \frac{M_i}{M} x_i = \frac{M_i x_i}{\sum_i M_i x_i}$$

Přepočet hmotnostních zlomků x_i na molární zlomky w_i:

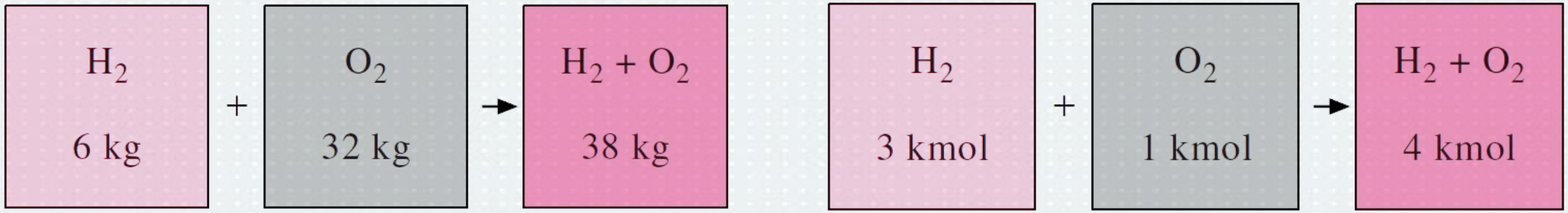
$$x_i = \frac{n_i}{n} = \frac{\frac{m_i}{M_i}}{\frac{m}{M}} = \frac{w_i}{M_i} M = \frac{\frac{w_i}{M_i}}{\sum_i \frac{w_i}{M_i}}$$

CC BY NC SA

Vlastnosti směsi plynů

Ze známého složení směsi lze vypočítat termodynamické vlastnosti směsi, které nelze dohledat v tabulkách. Při těchto výpočtech se využívá:

- rovnice zachování hmotnosti $m = \sum m_i$
- rovnice zachování látky $n = \sum n_i$
- rovnice zachování energie $mc\Delta T = \sum_i m_i c_i \Delta T$



cc BY NC SA

Střední zdánlivá molární hmotnost směsi

Střední zdánlivá molární hmotnost směsi je závislá na molárních hmotnostech M_i jednotlivých složek směsi a jejich molárních (objemových) zlomcích x_i.

$$m = \sum_i m_i \qquad n = \frac{m}{M}$$

$$M\,n = \sum_i M_i n_i$$

$$M = \sum_i M_i \frac{n_i}{n} \qquad \frac{n_i}{n} = x_i$$

$$\boxed{M = \sum_i M_i x_i} \qquad [\mathrm{kg/mol}]$$

Zásobníky zemního plynu



https://www.sapphiregassolutions.com/blog/natural-gas-facts/how-is-natural-gas-stored/

CC BY NC SA

Měrná plynová konstanta směsi

Měrná plynová konstanta směsi je závislá na měrných plynových konstantách r_i jednotlivých složek směsi a jejich hmotnostních zlomcích w_i.

$$r = \frac{R_m}{M} = R_m \sum_i \frac{w_i}{M_i} = \sum_i w_i r_i \qquad \left[\mathrm{J/(kg \cdot K)}\right]$$

Hustota směsi se vždy počítá ze stavové rovnice! Plyny jsou stlačitelné látky, jejich hustota je závislá na tlaku a teplotě (nebo jiných stavových veličinách) a nelze ji tedy vyhledávat v tabulkách.

$$pv = rT \qquad \frac{p}{\rho} = rT \qquad \rho = \frac{p}{rT}$$

CC BY NC SA

Měrná tepelná kapacita směsi

Měrné tepelné kapacity směsi jsou závislé na měrných tepelných kapacitách c_i jednotlivých složek směsi a jejich hmotnostních zlomcích w_i.

U plynu rozlišujeme měrnou tepelnou kapacitu za konstantního tlaku c_p a měrnou tepelnou kapacitu za konstantního objemu c_v. Níže uvedené vztahy platí pro obě:

$$mc\Delta T = \sum_i m_i c_i \Delta T$$

$$mc = \sum_i m_i c_i$$

$$c = \sum_i \frac{m_i}{m} c_i$$

$$\boxed{c = \sum_i w_i c_i} \qquad [\mathrm{J/(kg \cdot K)}]$$

Dále platí užitečné vztahy pro výpočty:

$$c_p = c_v + r \qquad \kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} r = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{R_m}{M}$$

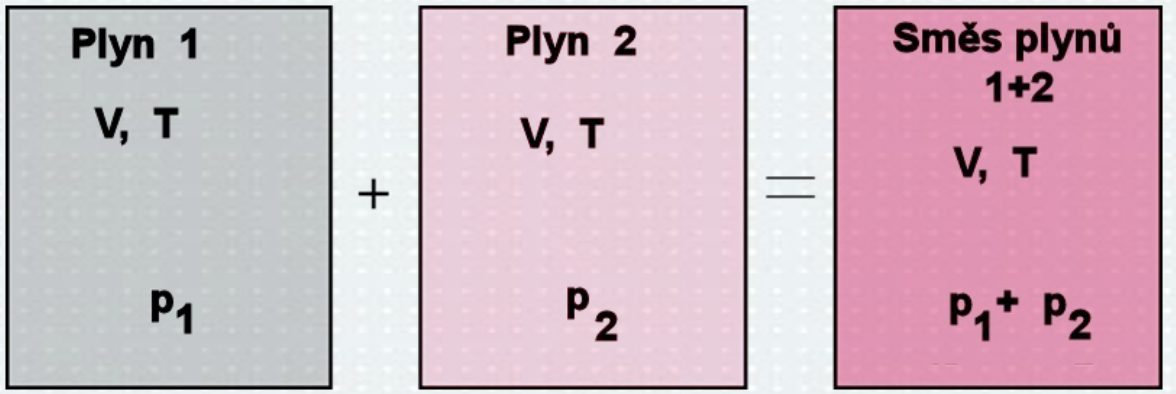
$$c_v = \frac{1}{\kappa - 1} r = \frac{1}{\kappa - 1} \frac{R_m}{M}$$

CC BY NC SA

Mísení plynů

Daltonův zákon

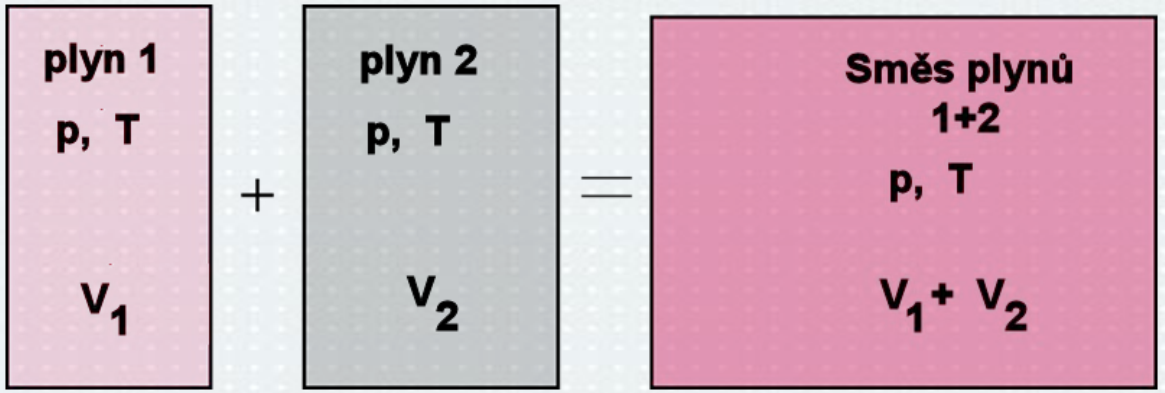
$$p = \sum_i p_i$$



$$p_i V = m_i r_i T$$

Amagatův zákon

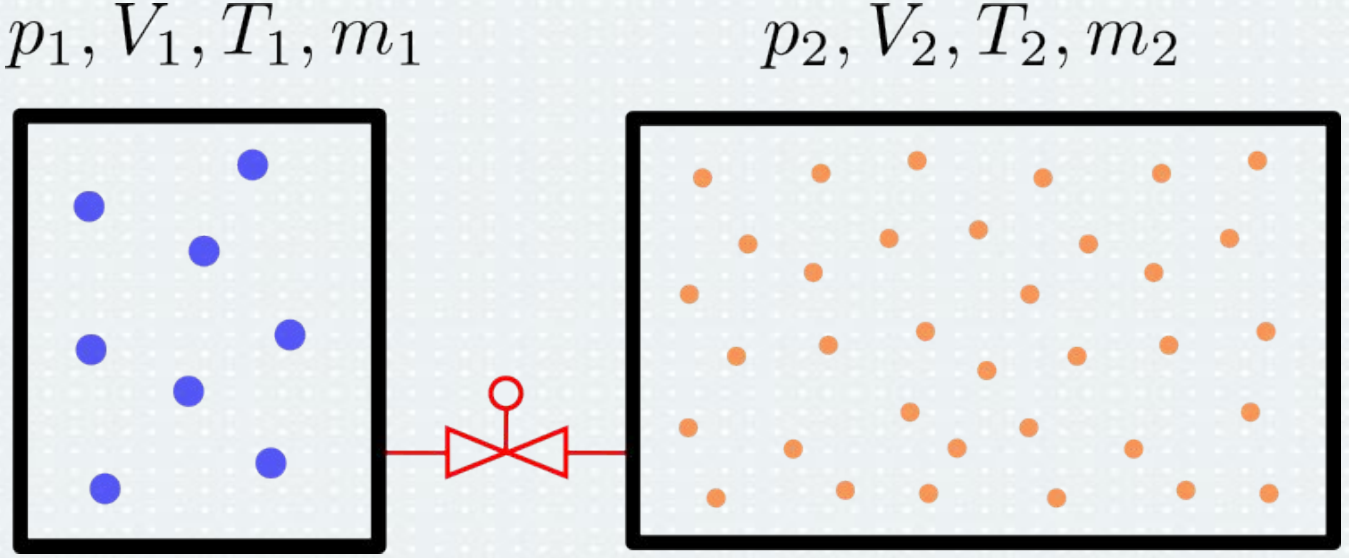
$$V = \sum_i V_i$$



$$pV_i = m_i r_i T$$

BY NC SA

Mísení plynů za stálého objemu



$$V = \sum_i V_i$$

Pozor! Tlaky p_1 a p_2 a objemy V_1 a V_2 uvedené v obrázku nejsou parciálními tlaky ani objemy ve směsi, která vznikne otevřením armatury!

$$p = \sum_i p_i$$

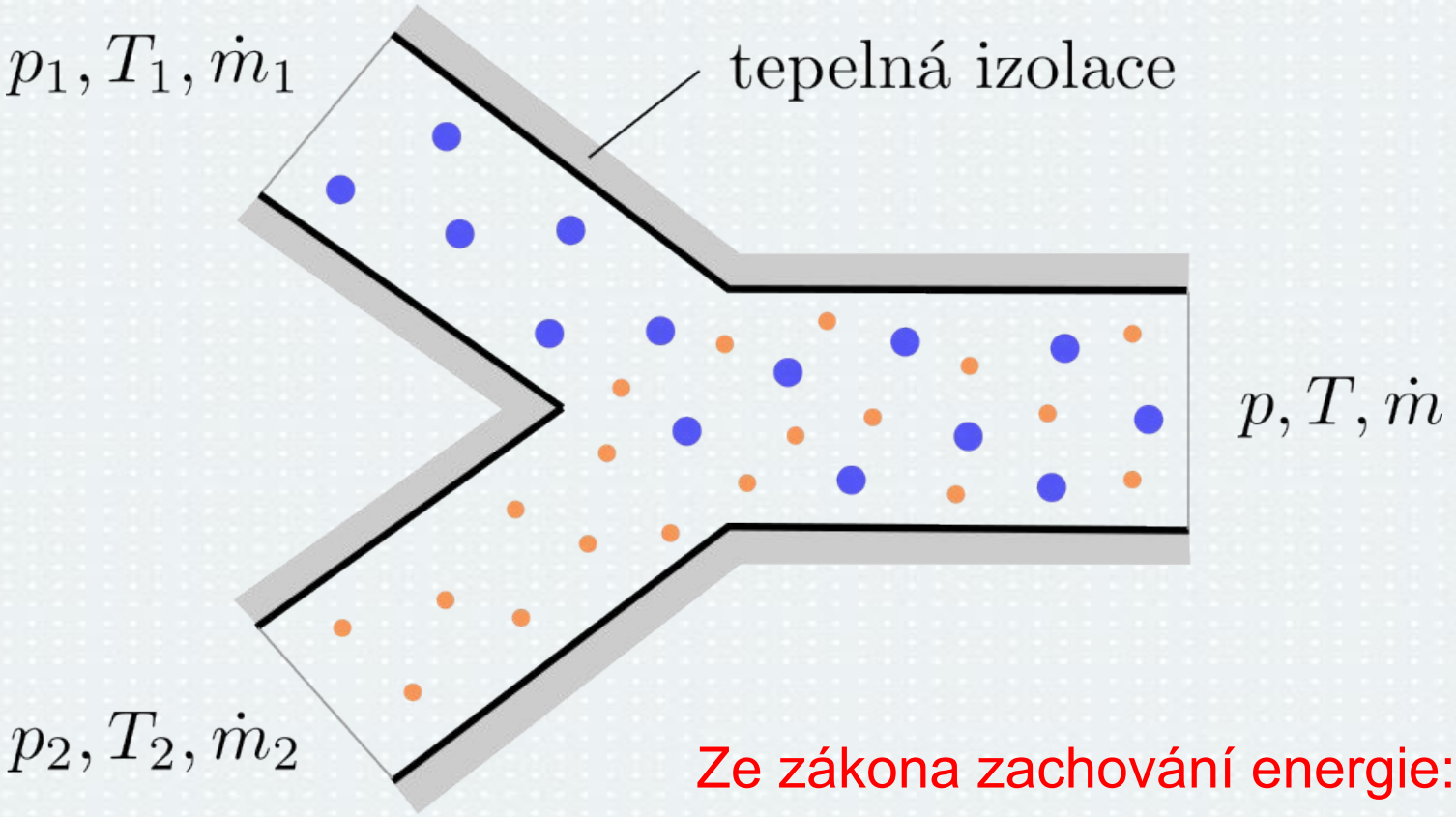
kde p_i jsou parciální tlaky

Ze zákona zachování energie:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i c_{v,i} T_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i c_{v,i}}$$

CC BY NC SA

Mísení plynů za stálého tlaku



$$p_1 = p_2 = p$$

$$\dot{m} = \sum_{i=1}^{n} \dot{m}_i$$

Ze zákona zachování energie:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n} \dot{m}_i c_{p,i} T_i}{\sum_{i=1}^{n} \dot{m}_i c_{p,i}}$$

BY NC SA

Vlastnosti suchého vzduchu

Složka	x_i [%]	w_i [%]
Dusík	78,08	75,51
Kyslík	20,95	23,16
Argon	0,93	1,28
Oxid uhličitý	0,036	0,049
Ostatní (neon, helium, metan, …)	0,006	0,0001

Fyzikální vlastnosti vzduchu při teplotě 0 °C a tlaku 101 325 Pa:

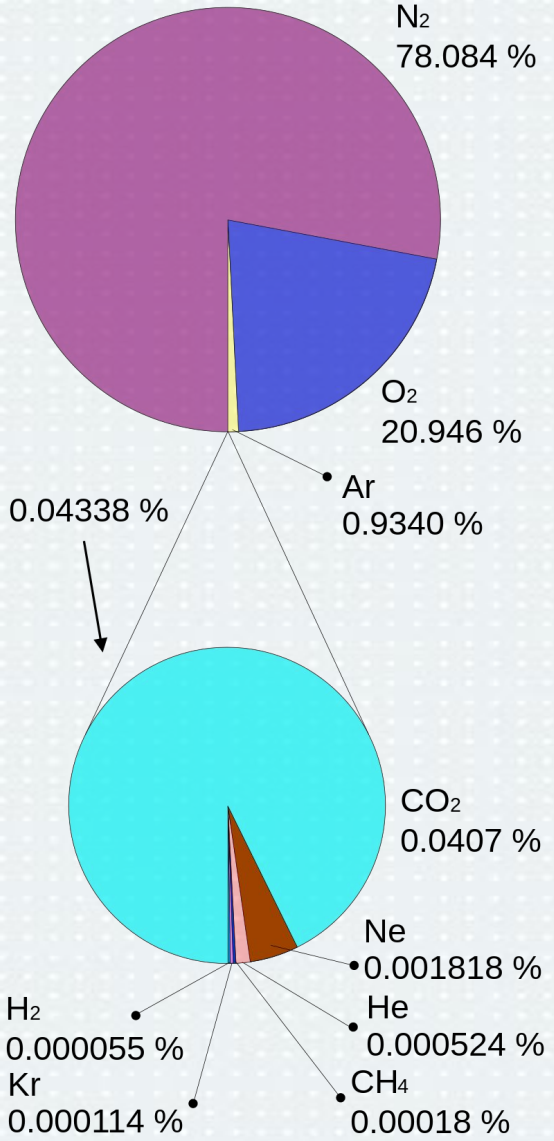
- molární hmotnost M = 28,97 kg/kmol
- měrná plynová konstanta r = 287 J/(kg·K)
- měrná tepelná kapacita za konstantního tlaku c_p = 1005 J/(kg·K)
- měrná tepelná kapacita za konstantního objemu c_v = 718 J/(kg·K)
- adiabatický exponent (Poissonova konstanta) κ = 1,402

cc BY NC SA

Vlastnosti suchého vzduchu

Plyn	Objemový zlomek
Dusík (N_2)	780,840 ppm_v (78,084 %)
Kyslík (O_2)	209,460 ppm_v (20,946 %)
Argon (Ar)	9,340 ppm_v (0,9340 %)
Oxid uhličitý (CO_2)	381 ppm_v
Neon (Ne)	18,18 ppm_v
Helium (On)	5,24 ppm_v
Metan (CH_4)	1,745 ppm_v
Krypton (Kr)	1,14 ppm_v
Vodík (H_2)	0,55 ppm_v

Jednotka ppm_v (ppm-volume) označuje jednu objemovou část v milionu, což zhruba odpovídá jedné kapce inkoustu ve 150 litrech vody.



https://cs.wikipedia.org/wiki/Oxid_uhli%C4%8Dit%C3%BD#/media/Soubor:Atmosphere_gas_proportions.svg

cc BY NC SA

První termodynamický zákon

První termodynamický zákon (1. TDZ) - R. Mayer, 1842:
Teplo lze měnit v práci a naopak, a to se děje dle určitého vztahu.

1. TDZ je zvláštním případem zákona zachování energie (Helmholz, 1847):
Součet energií v izolované soustavě je konstantní.

1. forma 1. TDZ (vhodná pro uzavřené soustavy - nádoby, pístové stroje, …):

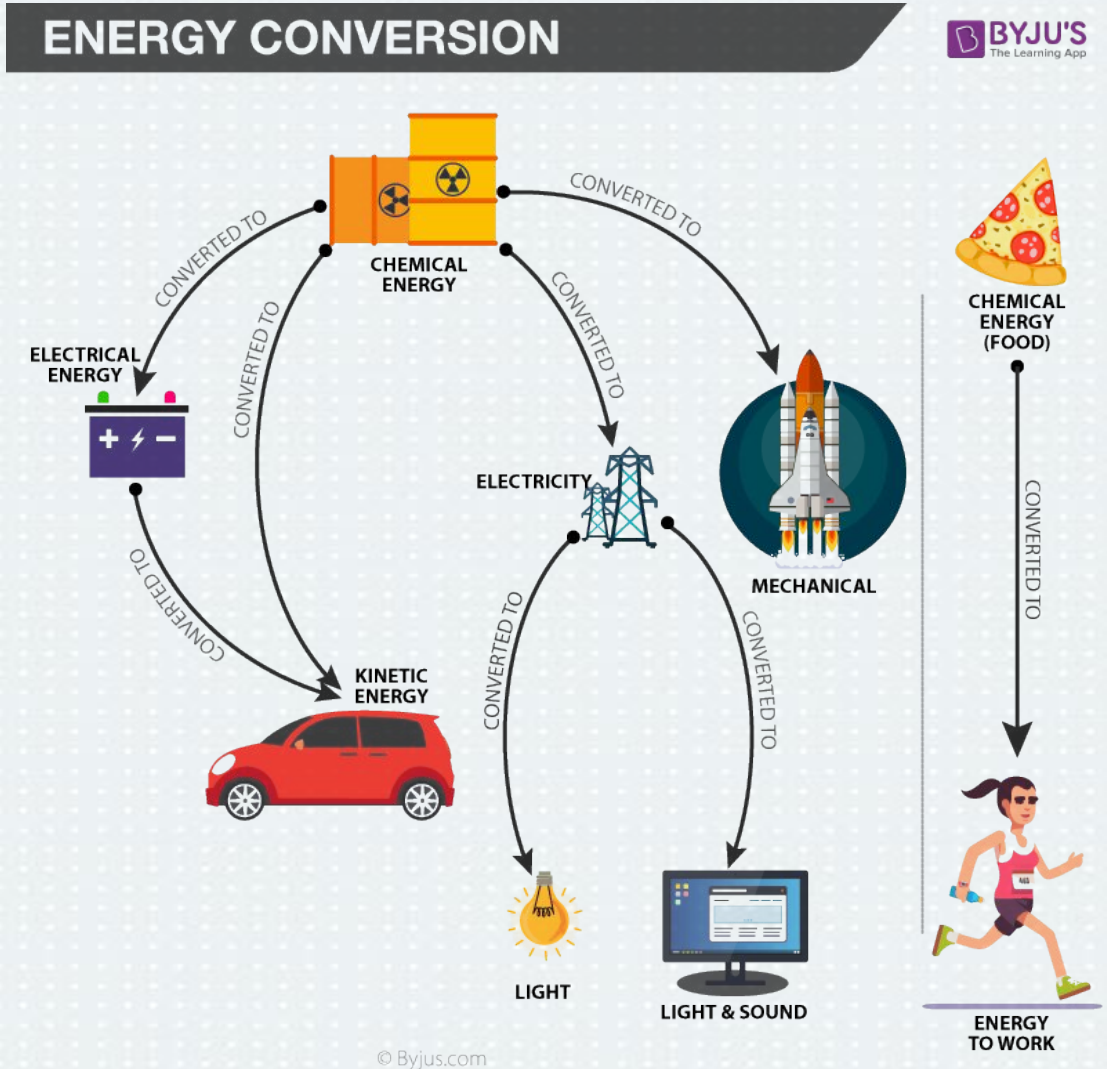
$$\delta Q = \mathrm{d}U + \delta A \qquad \delta q = \mathrm{d}u + \delta a$$

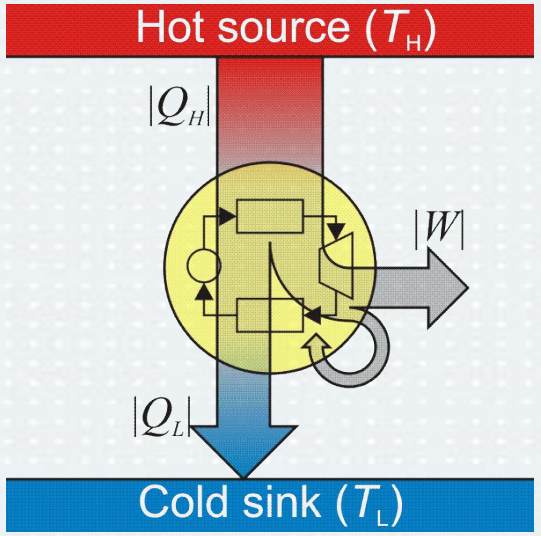
V uvedeném vztahu se vyskytují dva druhy diferenciálů, jelikož jednotlivé veličiny jsou také dvojího typu. Přestože diferenciály $\delta Q / \delta q$ a $\delta A / \delta a$ nejsou úplné, budeme je označovat jako $\mathrm{d}Q / \mathrm{d}q$ a $\mathrm{d}A / \mathrm{d}a$.

$$\mathrm{d}Q = m\,\mathrm{d}q \qquad \mathrm{d}U = m\,\mathrm{d}u \qquad \mathrm{d}A = m\,\mathrm{d}a$$

BY NC SA

První termodynamický zákon





Celá termodynamika se točí okolo přeměny tepla na práci a naopak.

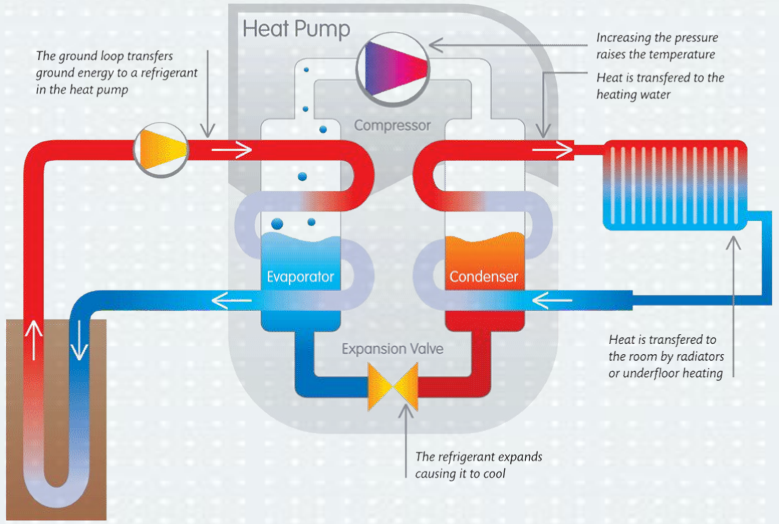
https://byjus.com/physics/energy-conversion/
https://en.wikipedia.org/wiki/Heat_engine

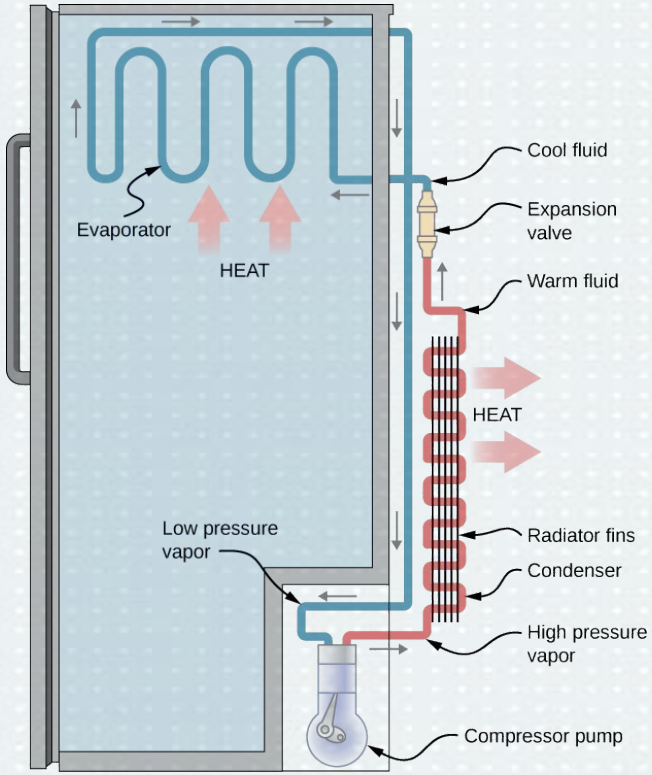
BY NC SA

První termodynamický zákon

1. TDZ je zákonem **kvantitativním**,
kvalita není v 1. TDZ zahrnuta (kvalitu "řeší" 2. TDZ).





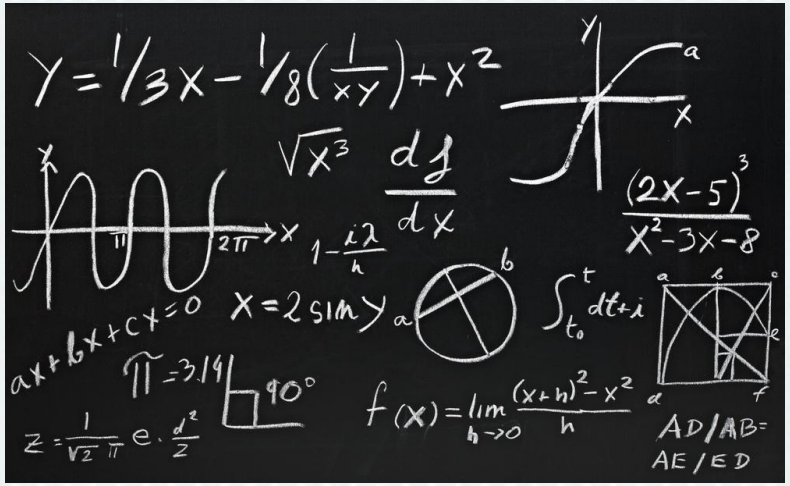


https://www.engadget.com/2011/02/03/suck-squeeze-bang-bust-the-death-of-internal-combustion/?guccounter=1
http://officialnatstar.com/geothermal-water-heater/geothermal-water-heater-fantasy-significance-of-using-heat-pump-are-you-looking-for-one-with-regard-to-18/
https://phys.libretexts.org/TextBooks_and_TextMaps/University_Physics

BY NC SA

První termodynamický zákon

1. TDZ je **velmi praktický výpočtový nástroj**, pomocí kterého lze spočítat (vyčíslit) mnoho užitečných veličin (zejména teplo a práci).



1. TDZ je v **diferenciálním** tvaru.

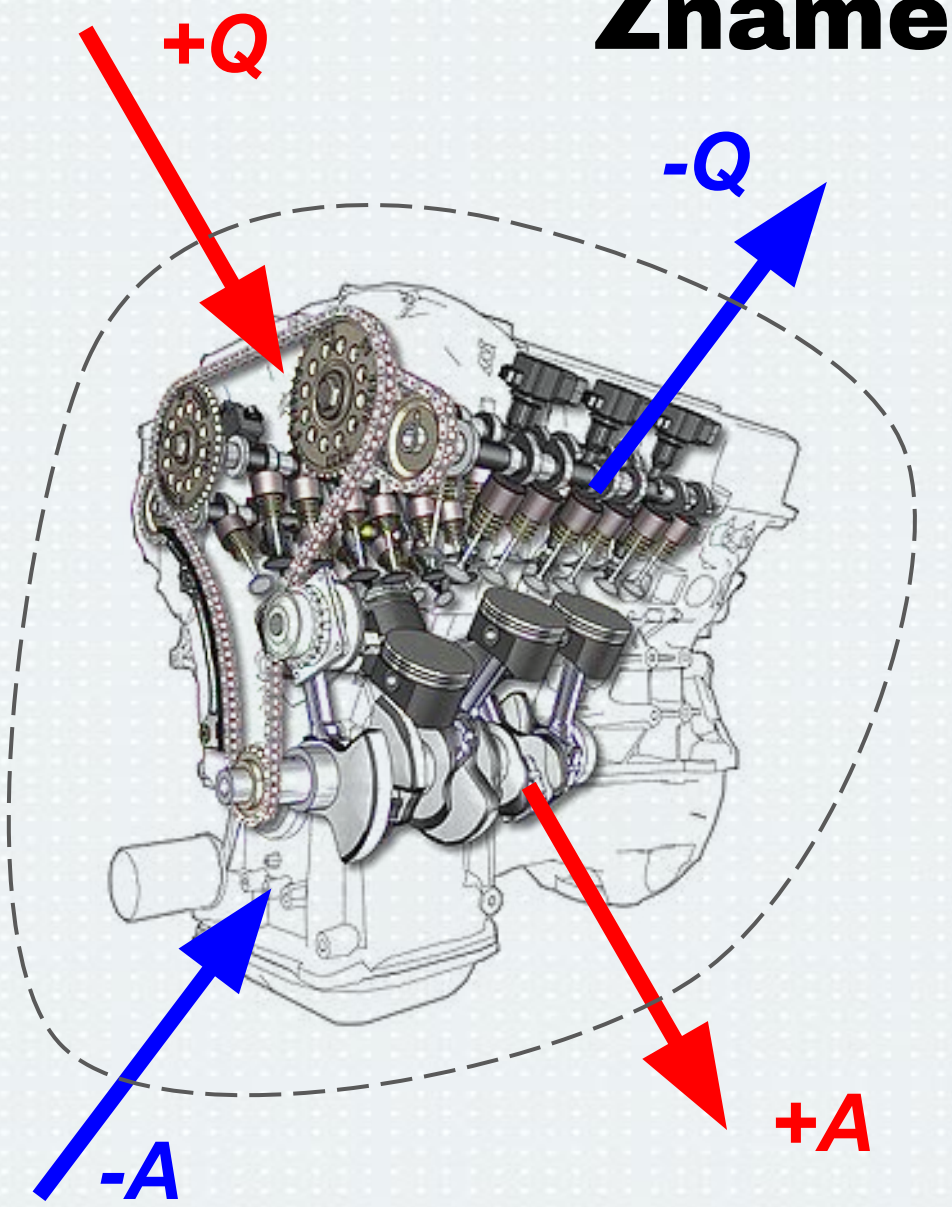
Pro práci s 1. TDZ je zapotřebí **znalostí matematiky** 1. semestru, bez které nic moc nespočítáte.

Je **zbytečné si pamatovat různé vztahy** pro různé děje a různé další konfigurace, které najdete v “tabulce”. Stačí znát 1. TDZ, stavovou rovnici a rovnice dějů, vše ostatní si odvodíte a dopočítáte.

http://www.thecollegesolution.com/where-can-you-graduate-from-engineering-school-in-four-years/

CC BY NC SA

Znaménková konvence



+Q (kladná hodnota): přivedené teplo (např. palivo, el. energie)

-Q (záporná hodnota): odvedené teplo (např. chladicí voda, výfukové plyny)

+A, **+A_t** (kladná hodnota): získaná (vykonaná) práce (např. práce na hřídeli motoru

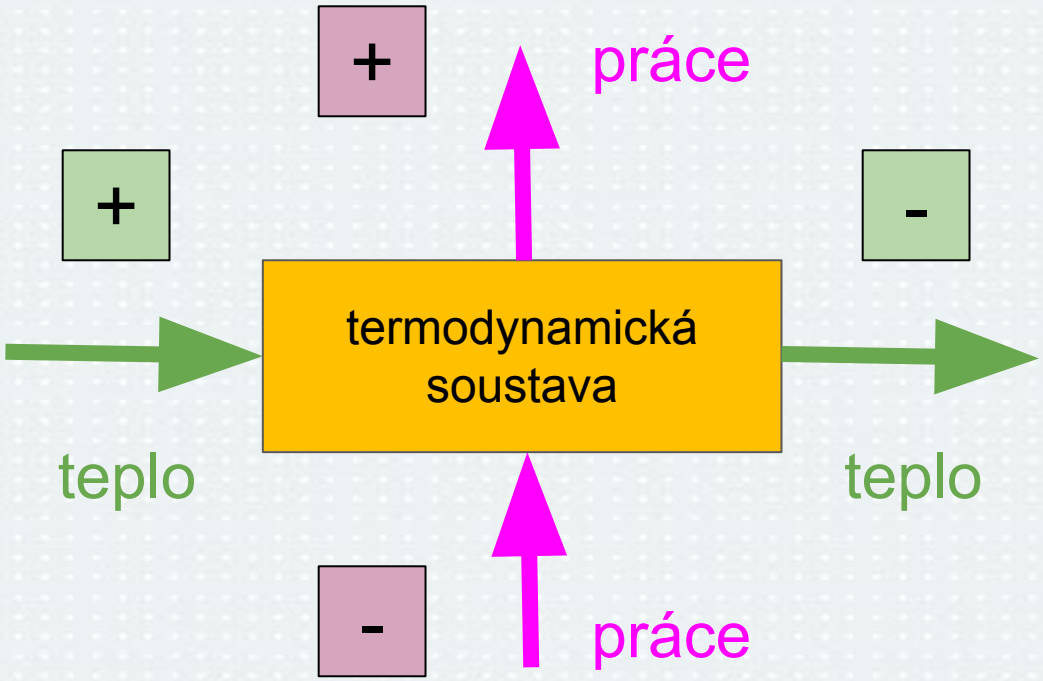
-A, **-A_t** (záporná hodnota): spotřebovaná (dodaná) práce (např. pohon kompresoru)

Když správně do výpočtu zadáme znaménka vstupních veličin, vyjdou nám výpočtem správně i výsledky v souladu s touto znaménkovou konvencí.

https://www.mech4study.com/automobile/general-classification-of-ic-engine.html

cc BY NC SA

Znaménková konvence



+Q : přivedené teplo
-Q : odvedené teplo

+A, **+A_t** : získaná (vykonaná) práce
-A, **-A_t** : spotřebovaná (dodaná) práce

d*Q* > 0 teplo se do soustavy přivádí
d*U* > 0 vnitřní energie soustavy roste
d*A* > 0 soustava koná práci

d*Q* < 0 teplo se ze soustavy odebírá
d*U* < 0 vnitřní energie soustavy klesá
d*A* < 0 soustava spotřebovává práci

cc BY NC SA

Objemová práce

Je dána působením síly *F* po dráze ℓ, např. ve válci s pístem:

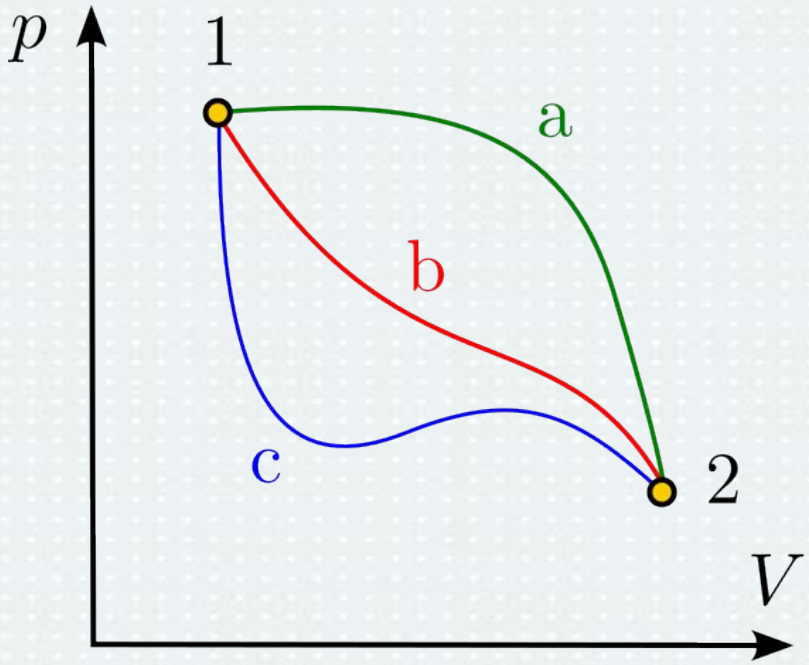
$$\mathrm{d}A = F\,\mathrm{d}\ell = pS\,\mathrm{d}\ell = p\,\mathrm{d}V \qquad [\mathrm{J}]$$

$$A_{12,a} \neq A_{12,b} \neq A_{12,c}$$

Objemová práce *A* [J] a měrná objemová práce *a* [J/kg]:

$$A_{12} = \int_1^2 p\,\mathrm{d}V \qquad a_{12} = \int_1^2 p\,\mathrm{d}v$$

$$A_{12} = m\,a_{12}$$



Objemová práce se koná, jestliže se mění objem. Kde není změna objemu, není ani objemová práce.

BY NC SA

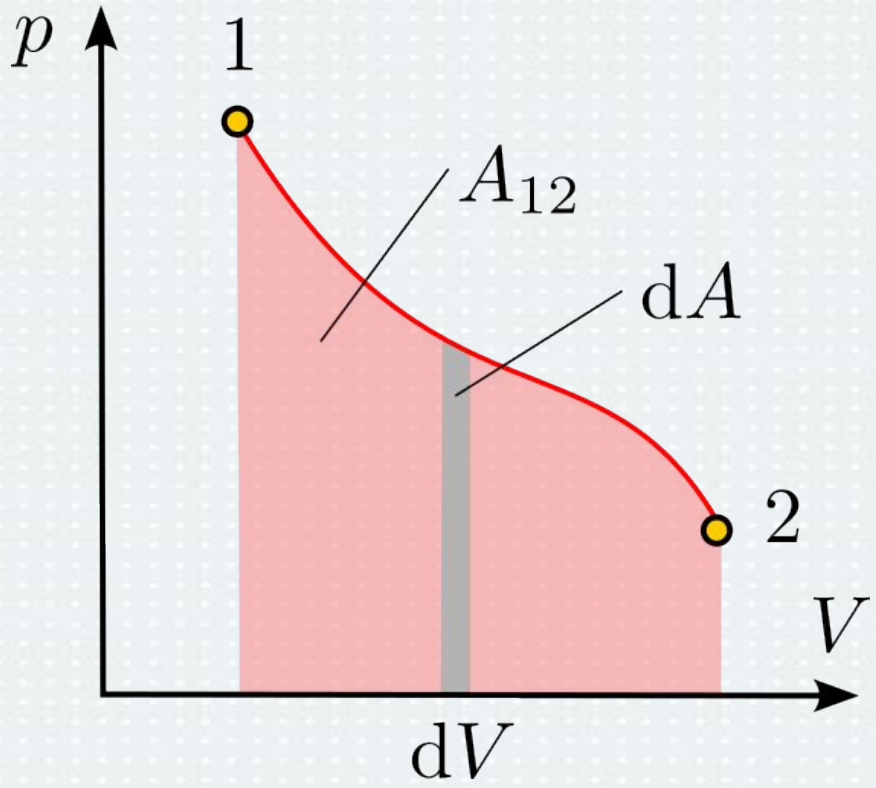
Objemová práce

Objemová práce *A* [J] a měrná objemová práce *a* [J/kg]:

$$A_{12} = \int_1^2 p \, \mathrm{d}V \qquad a_{12} = \int_1^2 p \, \mathrm{d}v$$

Objemová práce není stavovou veličinou, jelikož závisí na cestě, po které děj probíhá. Z toho také vyplývá, že neexistuje (nedává smysl) práce A_1 nebo A_2.

Objemová práce je úměrná ploše pod křivkou v *p*-*V* diagramu. Podobně je pak měrná objemová práce úměrná ploše pod křivkou v p-v diagramu.



BY NC SA

Vnitřní energie

Definice vnitřní energie *U* [J] a měrné vnitřní energie *u* [J/kg] pro ideální plyn jsou:

$$\mathrm{d}U = mc_v\,\mathrm{d}T \qquad \mathrm{d}u = c_v\,\mathrm{d}T$$

Pro děj za konstantního objemu (izochorický děj) platí $\mathrm{d}A = p\,\mathrm{d}V = 0$ a diferenciální změna vnitřní energie je rovna diferenciálnímu teplu sdílenému mezi soustavou a okolím během tohoto děje:

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}A = \mathrm{d}U + p\,\mathrm{d}V = \mathrm{d}U$$

Vnitřní energie je stavová veličina, a proto d*U* je úplný (totální) diferenciál a platí:

$$\int_1^2 \mathrm{d}U = U_2 - U_1 = mc_v(T_2 - T_1) \qquad \int_1^2 \mathrm{d}u = u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1)$$

$$\oint \mathrm{d}U = 0 \qquad \oint \mathrm{d}u = 0$$

CC BY NC SA

První forma 1. TDZ

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}A = mc_v\,\mathrm{d}T + p\,\mathrm{d}V \qquad [\mathrm{J}]$$

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + \mathrm{d}a = c_v\,\mathrm{d}T + p\,\mathrm{d}v \qquad [\mathrm{J\,kg^{-1}}]$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = mc_v(T_2 - T_1) + \int_1^2 p\,\mathrm{d}V \qquad [\mathrm{J}]$$

$$q_{12} = \Delta u_{12} + a_{12} = c_v(T_2 - T_1) + \int_1^2 p\,\mathrm{d}v \qquad [\mathrm{J\,kg^{-1}}]$$

BY NC SA

Mayerův vztah

Odvození Mayerova vztahu $c_p - c_v = r$

Teplo dodané izochoricky: $\mathrm{d}Q_v = \mathrm{d}U = mc_v\,\mathrm{d}T$

Teplo dodané izobaricky: $\mathrm{d}Q_p = \mathrm{d}U + \mathrm{d}A = mc_v\,\mathrm{d}T + \mathrm{d}A = mc_p\mathrm{d}T$

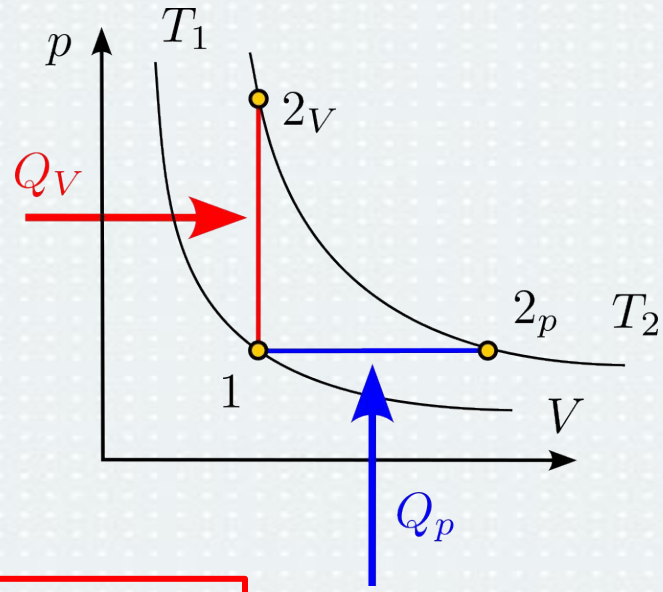
Pak platí: $\mathrm{d}U + \mathrm{d}A = mc_p\mathrm{d}T = mc_v\,\mathrm{d}T + \mathrm{d}A$

Práce = síla po dráze: $\mathrm{d}A = F\,\mathrm{d}\ell = pS\,\mathrm{d}\ell = p\,\mathrm{d}V$

Ze stavové rovnice $pV = mrT$: $p\,\mathrm{d}V + V\,\mathrm{d}p = mr\,\mathrm{d}T$

Platí: $mc_p\,\mathrm{d}T - mc_v\,\mathrm{d}T = \mathrm{d}A = p\,\mathrm{d}V = mr\,\mathrm{d}T - V\,\mathrm{d}p$

Práce je vztažena k izobarickému ději, $\mathrm{d}p = 0$ a tedy platí $\boxed{c_p - c_v = r}$



cc BY NC SA

Druhá forma 1. TDZ

Odvození:

Z první formy 1. TDZ, zdiferencované stavové rovnice a s využitím Mayerova vztahu.

$$\mathrm{d}q = c_v\,\mathrm{d}T + p\,\mathrm{d}v \qquad pv = rT \quad \Rightarrow \quad p\,\mathrm{d}v + v\,\mathrm{d}p = r\,\mathrm{d}T$$

$$c_p = c_v + r \qquad \mathrm{d}q = c_v\,\mathrm{d}T + r\,\mathrm{d}T - v\,\mathrm{d}p$$

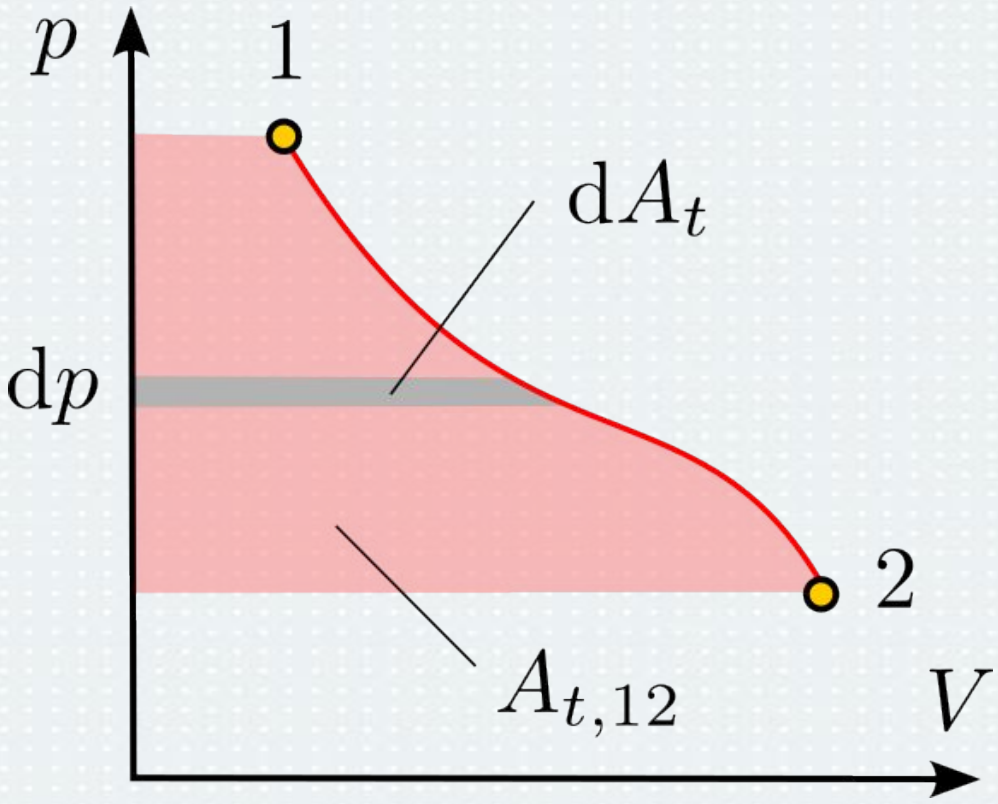
$$\boxed{\mathrm{d}Q = mc_p\,\mathrm{d}T - V\,\mathrm{d}p \qquad \mathrm{d}q = c_p\,\mathrm{d}T - v\,\mathrm{d}p}$$

$$\boxed{\mathrm{d}Q = \mathrm{d}H + \mathrm{d}A_t \qquad \mathrm{d}q = \mathrm{d}h + \mathrm{d}a_t}$$

CC BY NC SA

Entalpie

Entalpie je součet vnitřní energie a vnější energie proudícího média (energie proudu):



$$H_1 = U_1 + p_1 V_1$$

$$H_2 = U_2 + p_2 V_2$$

$$A_{t,12} = -\int_1^2 V \,\mathrm{d}p$$

Proč zavést novou termodynamickou funkci? Značně se zjednoduší výpočty při izobarických a adiabatických dějích, kterých je v technické praxi většina.

cc BY NC SA

Entalpie

Proč zavést novou termodynamickou veličinu - entalpii? Protože s entalpií dochází ke zjednodušení vztahů a výpočtů při izobarických a adiabatických dějích, kterých je v technické praxi většina.

Izobarický děj - ideální tepelné výměníky, např. spalování

Výpočet předaného tepla: $\mathrm{d}Q = \mathrm{d}H - V\,\mathrm{d}p \qquad \mathrm{d}p = 0$

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}H = H_2 - H_1$$

Předané teplo = změna entalpie

Adiabatický děj - ideální parní turbína

Výpočet technické práce: $\mathrm{d}Q = \mathrm{d}H + \mathrm{d}A_t \qquad \mathrm{d}Q = 0$

$$\mathrm{d}H + \mathrm{d}A_t = 0 \quad \Rightarrow \quad A_{t,12} = -\Delta H = H_1 - H_2$$

Vykonaná technická práce = změna entalpie

CC BY NC SA

Entalpie

Definice pro ideální plyn: $\mathrm{d}H = mc_p\,\mathrm{d}T \qquad \mathrm{d}h = c_p\,\mathrm{d}T$ $\qquad H_{12} = m\,h_{12}$

Entalpie je stavová veličina:

$$\int_1^2 \mathrm{d}H = H_2 - H_1 = mc_p(T_2 - T_1)$$

$$\oint \mathrm{d}H = 0$$

$$\int_1^2 \mathrm{d}h = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1)$$

$$\oint \mathrm{d}h = 0$$

Vztah mezi entalpií a vnitřní energií: $H = U + pV \qquad h = u + pv$

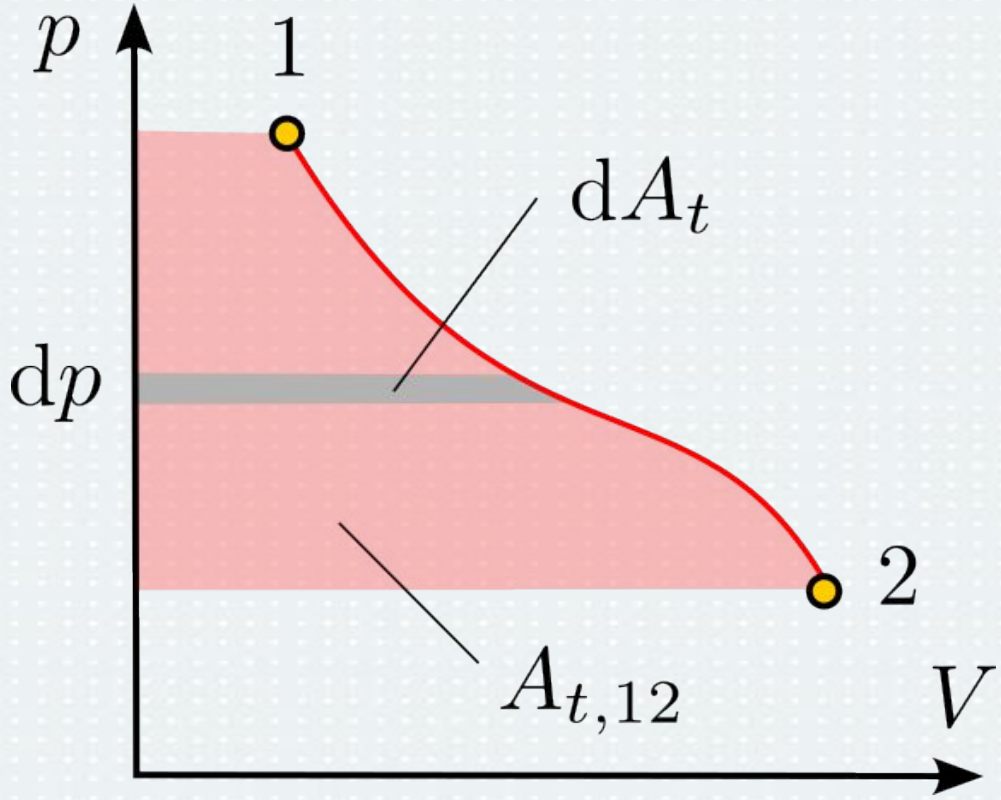
CC BY NC SA

Technická práce

Technická práce je práce na hřídelích rotačních strojů a je úměrná ploše pod křivkou v *p*-*V* diagramu směrem k ose *p*.

Plocha je uvažována záporně (vzhledem k růstu tlaku), aby při expanzi či poklesu tlaku soustavy byla technická práce kladná.

$$A_{t,12} = -\int_1^2 V \,\mathrm{d}p \qquad a_{t,12} = -\int_1^2 v \,\mathrm{d}p$$



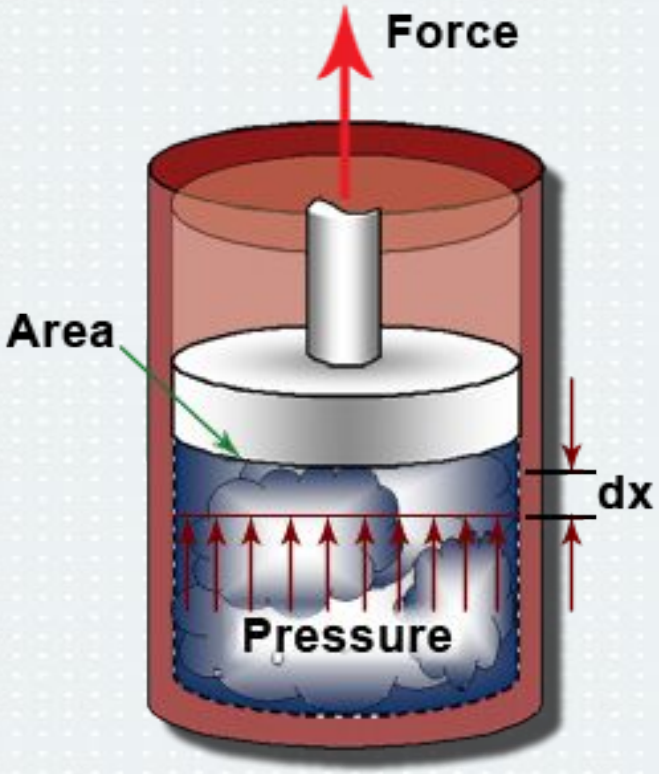
Technická práce není stavovou veličinou, neboť závisí na cestě, po které děj probíhá. Neexistuje tedy $A_{t,1}$ nebo $A_{t,2}$.

BY NC SA

Objemová a technická práce

$$\mathrm{d}a = p\,\mathrm{d}v$$

$$\mathrm{d}a_t = -v\,\mathrm{d}p$$



https://www.learnthermo.com/T1-tutorial/ch04/lesson-A/pg09.php



https://tr.wikipedia.org/wiki/Dosya:Dampfturbine_Laeufer01.jpg

BY NC SA

Druhá forma 1. TDZ

Druhá forma 1. TDZ je vhodná pro otevřené soustavy, např. pro řešení kompresorů nebo zařízení, ve kterých se mění tlak i objem.

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}H + \mathrm{d}A_t = mc_p\,\mathrm{d}T - V\,\mathrm{d}p \qquad [\mathrm{J}]$$

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h + \mathrm{d}a_t = c_p\,\mathrm{d}T - v\,\mathrm{d}p \qquad [\mathrm{J\,kg^{-1}}]$$

$$Q_{12} = \Delta H_{12} + A_{t,12} = mc_p(T_2 - T_1) - \int_1^2 V\,\mathrm{d}p \qquad [\mathrm{J}]$$

$$q_{12} = \Delta h_{12} + a_{t,12} = c_p(T_2 - T_1) - \int_1^2 v\,\mathrm{d}p \qquad [\mathrm{J\,kg^{-1}}]$$

BY NC SA

Praktické záležitosti 1. TDZ

- Obě formy 1. TZD jsou si **vzájemně ekvivalentní**.
- Při řešení úloh používáme tu, která usnadňuje výpočet.
- **1. forma**: objemová práce, zredukuje se pro izochorický děj
- **2. forma**: technická práce, zredukuje se pro izobarický děj

Při řešení úloh máme **tři základní nástroje**,
pomocí kterých lze vyřešit většinu příkladů
z termodynamiky:

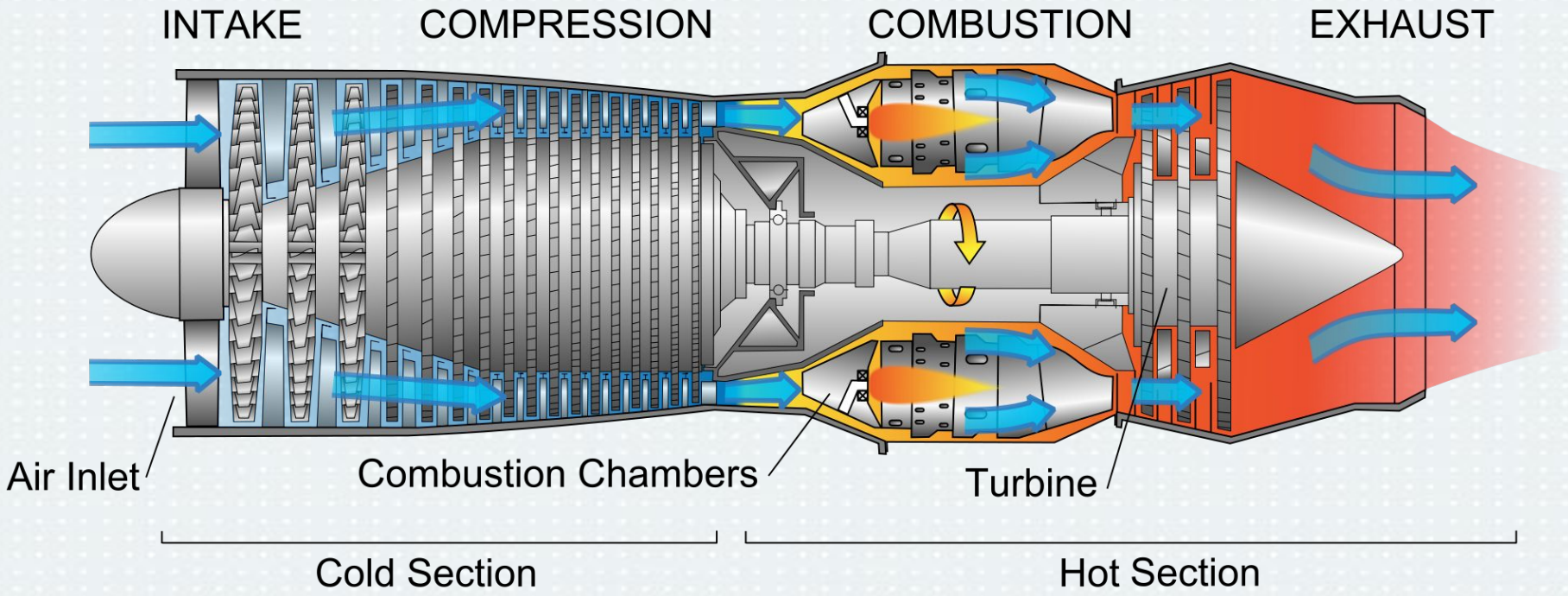
- **stavová rovnice**
- **rovnice děje**
- **1. TDZ**



https://www.kbxmedia.cz/data/fotky/564x2500x0/3106f7daf4b8bdf8538eaea13ffc24a340adcad9a.jpg

cc BY NC SA

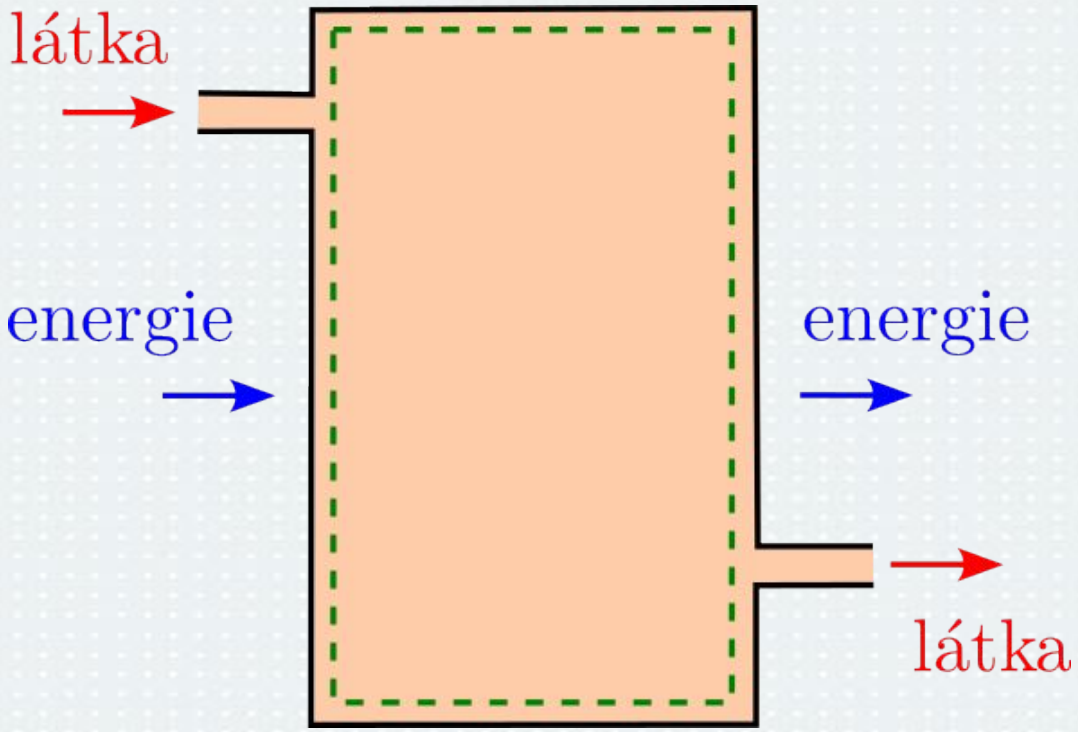
První zákon pro otevřenou soustavu



https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/4/4c/Jet_engine.svg/2000px-Jet_engine.svg.png

BY NC SA

Bilanční úvahy



$$m_i - m_e = \Delta m_{sys} \quad [\text{kg}]$$

$$E_i - E_e = \Delta E_{sys} \quad [\text{J}]$$

$$\dot{m}_i - \dot{m}_e = \Delta \dot{m}_{sys} \quad [\text{kg/s}]$$

$$\dot{E}_i - \dot{E}_e = \Delta \dot{E}_{sys} \quad [\text{J/s,W}]$$

BY NC SA

Rovnice kontinuity

$$\dot{m} = \frac{Sw}{v} = Sw\rho = \text{konst} \qquad \text{[kg/s]}$$

$$\dot{m} = \rho\dot{V} = \frac{\dot{V}}{v} = \text{konst} \qquad \text{[kg/s]}$$

ρ hustota [kg/m^3]

w průměrná rychlost [m/s]

S plocha průřezu [m^2]

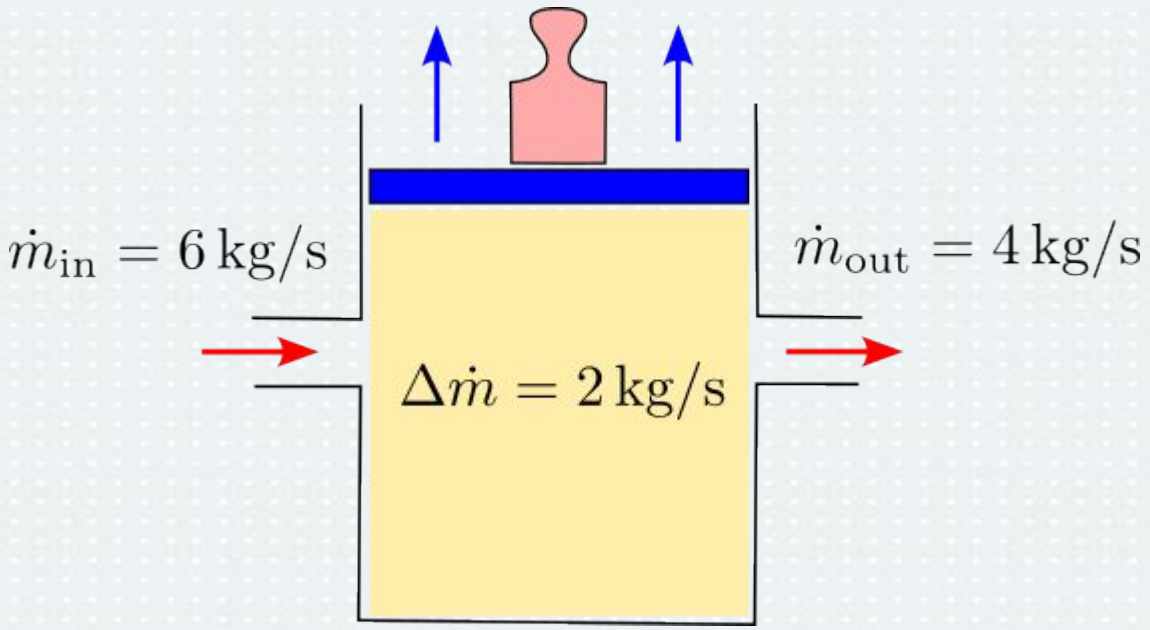
v měrný objem [m^3/kg]

$\dot{V}$ objemový průtok [m^3/s]

cc BY NC SA

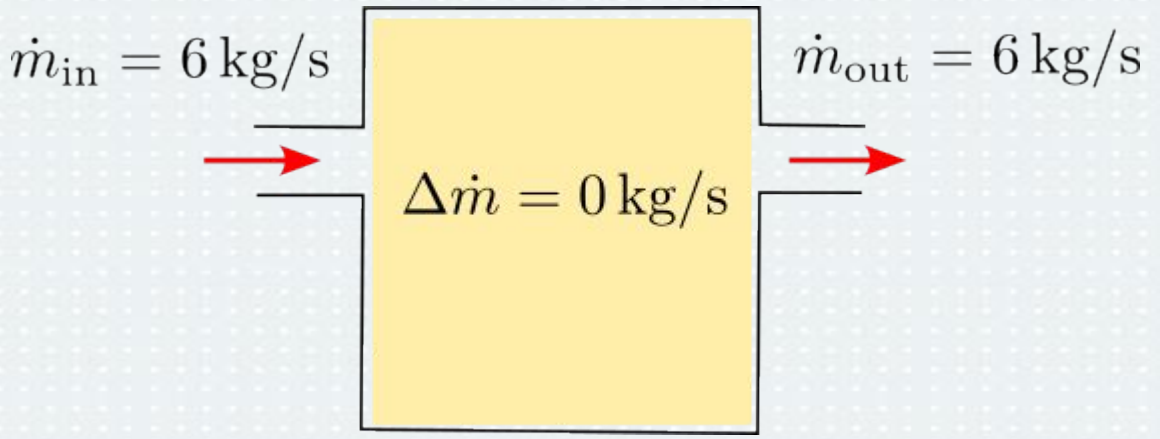
Hmotnostní bilance kontrolního objemu

Nestacionární stav
(plnění zásobníku)



Stacionární stav

$$\sum_i \dot{m}_i = \sum_i \dot{m}_e$$



cc BY NC SA

Složky energií

Kinetická energie	$E_K = m\frac{w^2}{2}$	[J]
Potenciální energie	$E_P = mgz$	[J]
Energie proudu	$E_t = pV$	[J]
Vnitřní energie	U	[J]
Celková energie	$E = E_K + E_P + U + pV$	[J]
	$E = E_K + E_P + H$	[J]

cc BY NC SA

Energie proudu a vtlačovací práce



$$A = Fs$$

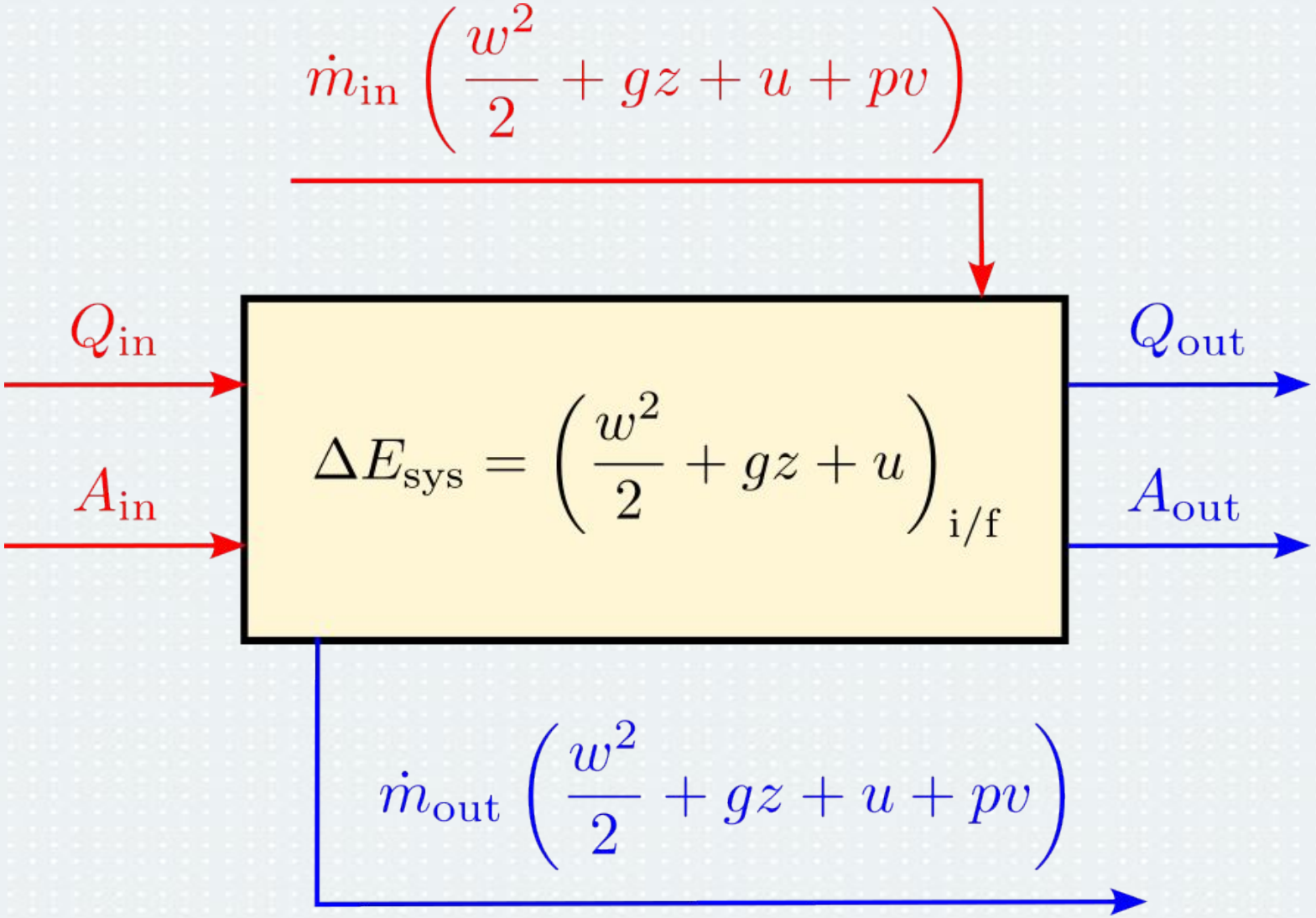
$$A = pS\ell = pV$$

$$E_t = pV$$

$$H = U + pV$$

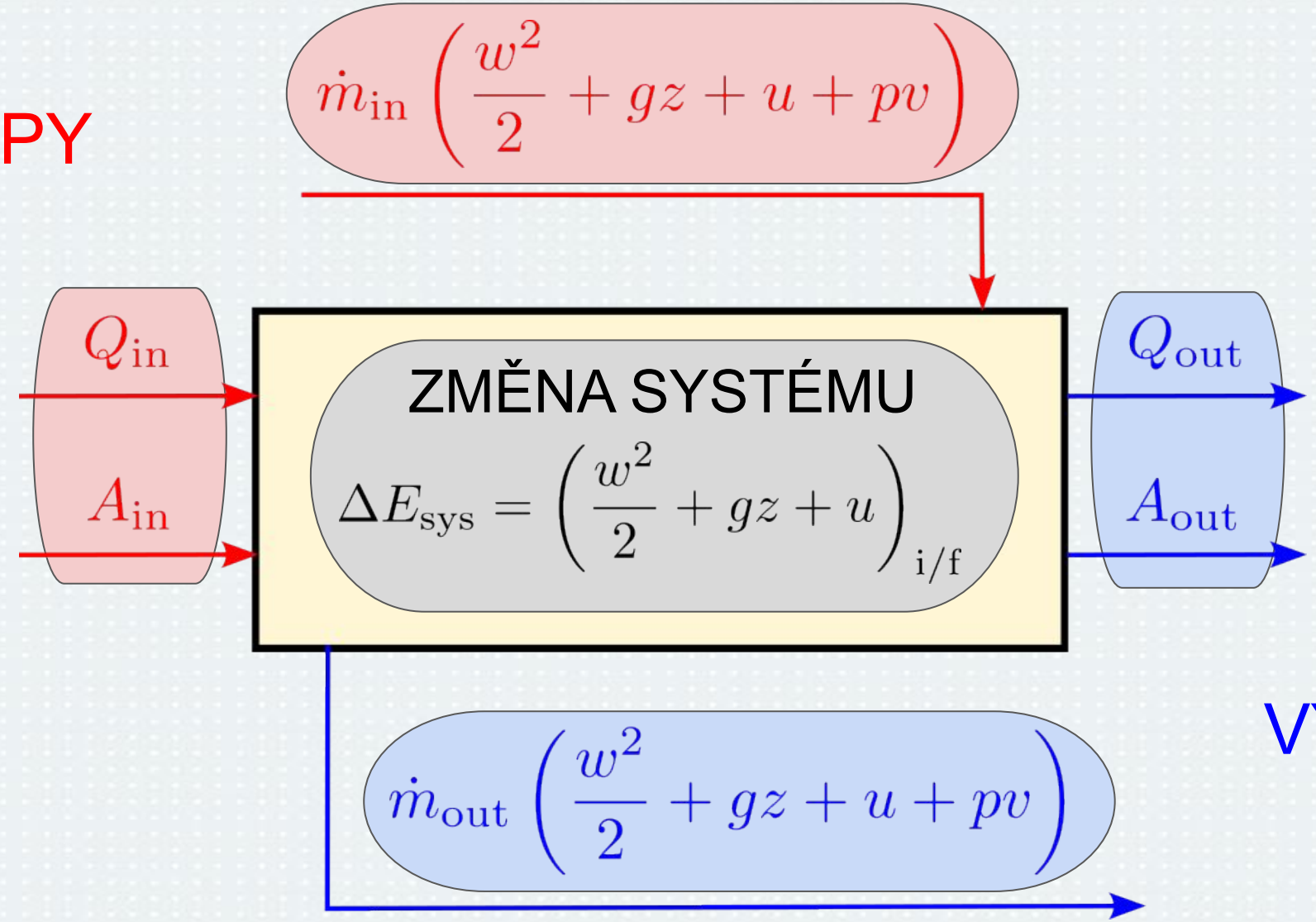
BY NC SA

1. TDZ pro otevřenou soustavu



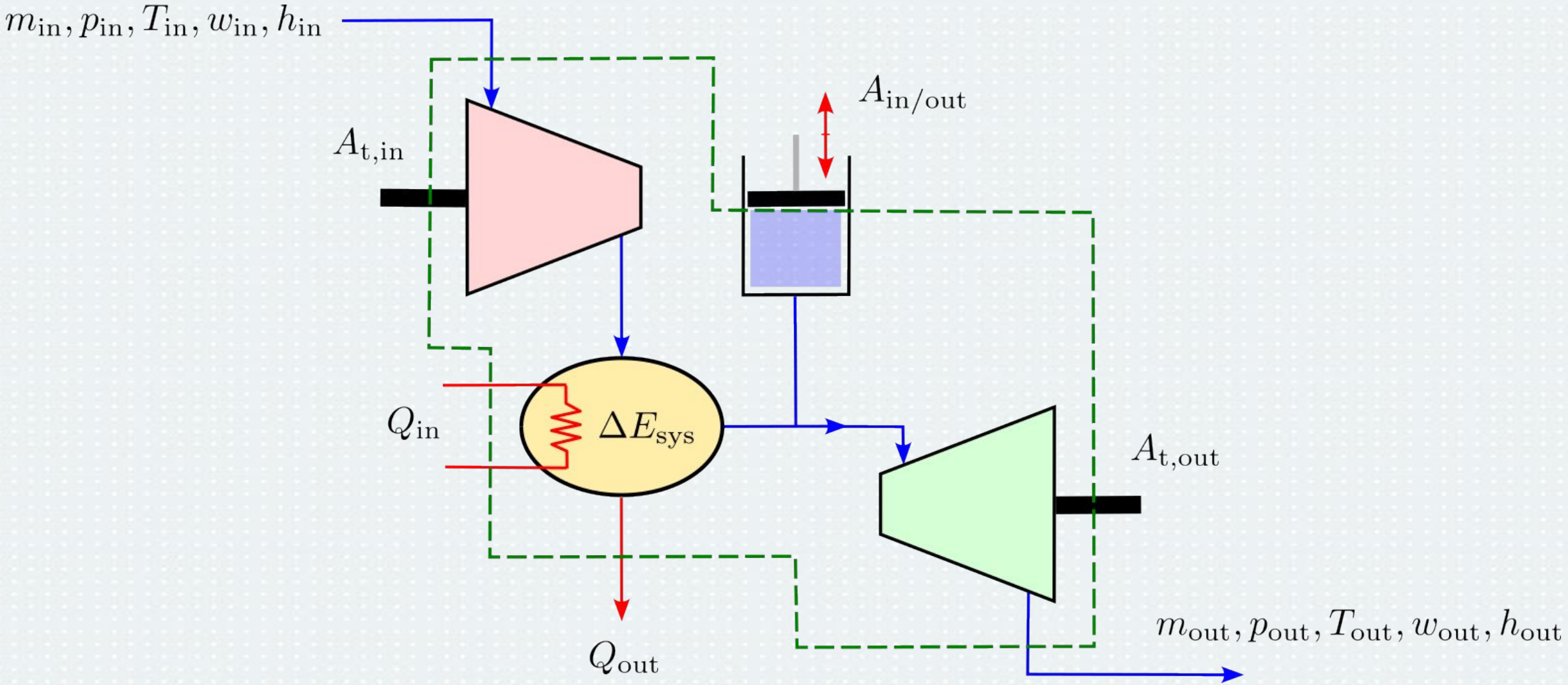
BY NC SA

1. TDZ pro otevřenou soustavu



cc BY NC SA

1. TDZ pro otevřenou soustavu



cc BY NC SA

1. TDZ pro otevřenou soustavu

Ustálené proudění / stacionární stav

$$\sum \dot{m}_i = \sum \dot{m}_e$$

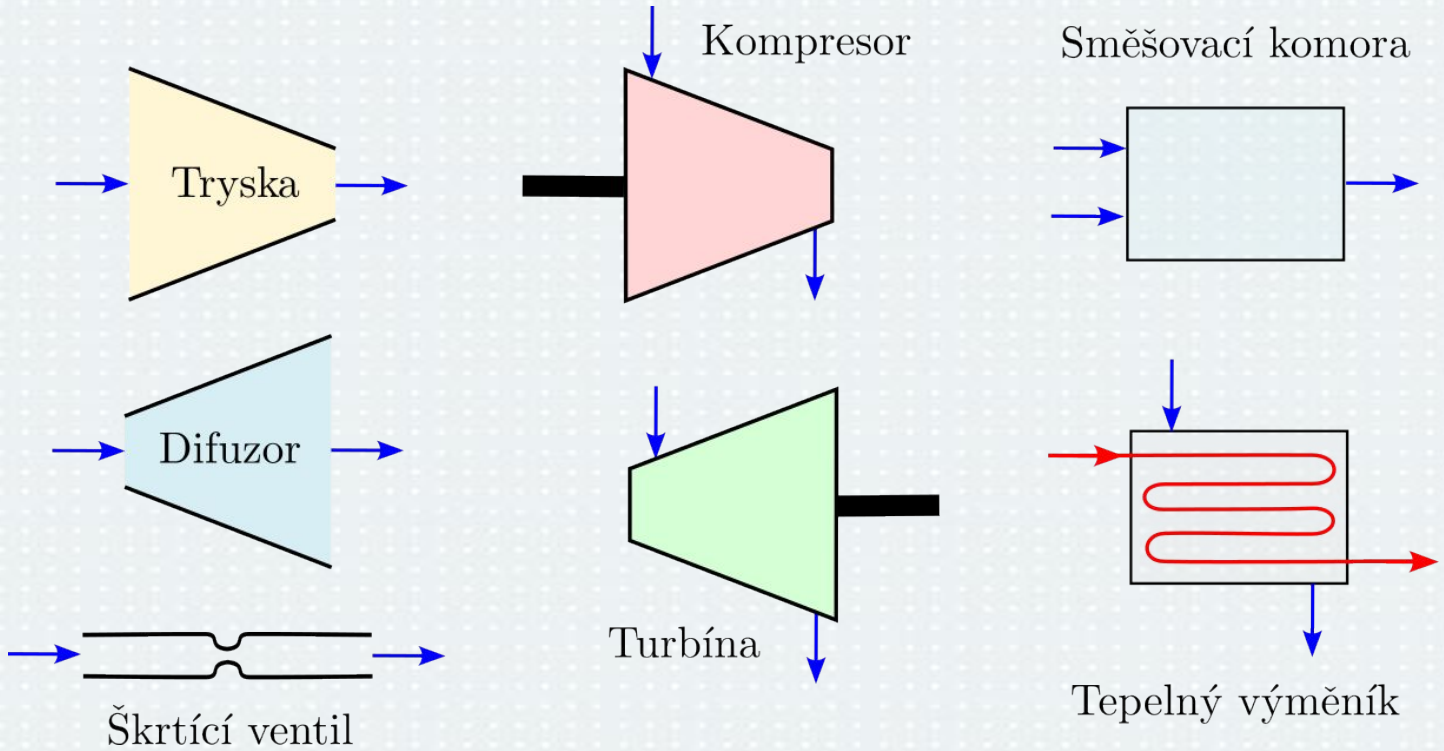
$$\dot{Q} - P = \sum \dot{m}_e \left(h_e + \frac{{w_e}^2}{2} + g z_e \right) - \sum \dot{m}_i \left(h_i + \frac{{w_i}^2}{2} + g z_i \right) \qquad [\mathrm{W}]$$

BY NC SA

1. TDZ pro otevřenou soustavu

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

$$\dot{Q} - P = \dot{m}\left(h_2 - h_1 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} + g\left(z_2 - z_1\right)\right) \quad [\mathrm{W}]$$



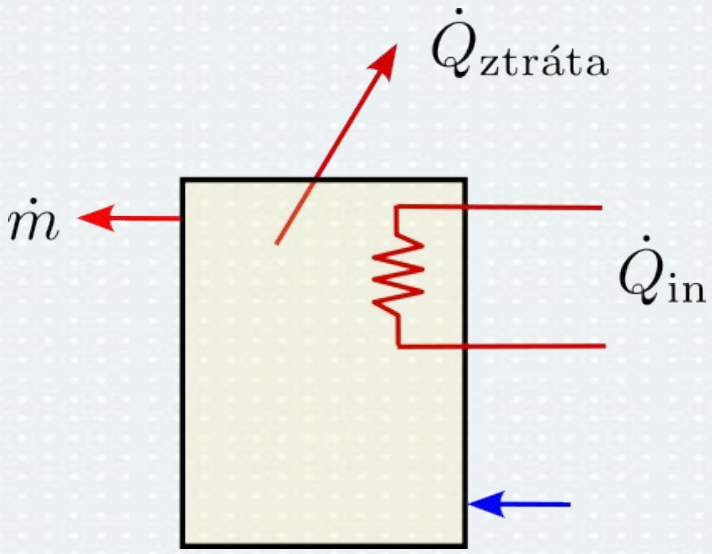
A co na to pan Bernoulli?

$$\frac{p}{\varrho} + \frac{1}{2}w^2 + gz = \text{konst.}$$

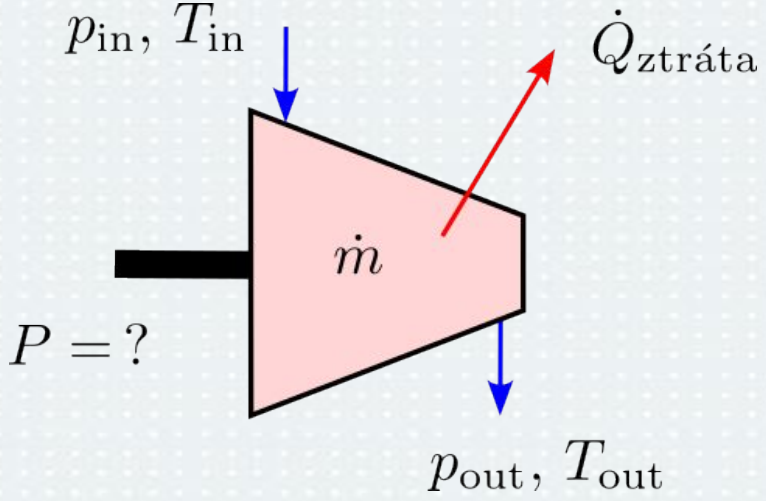
Vzájemný poměr složek jednotlivých energií?

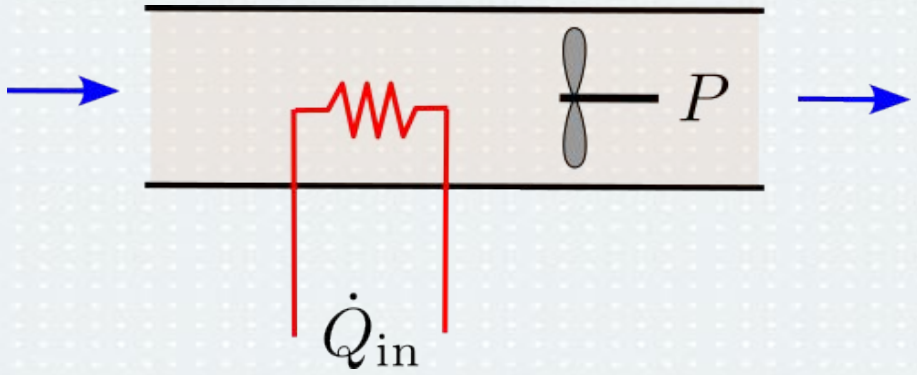
cc BY NC SA

1. TDZ pro otevřenou soustavu



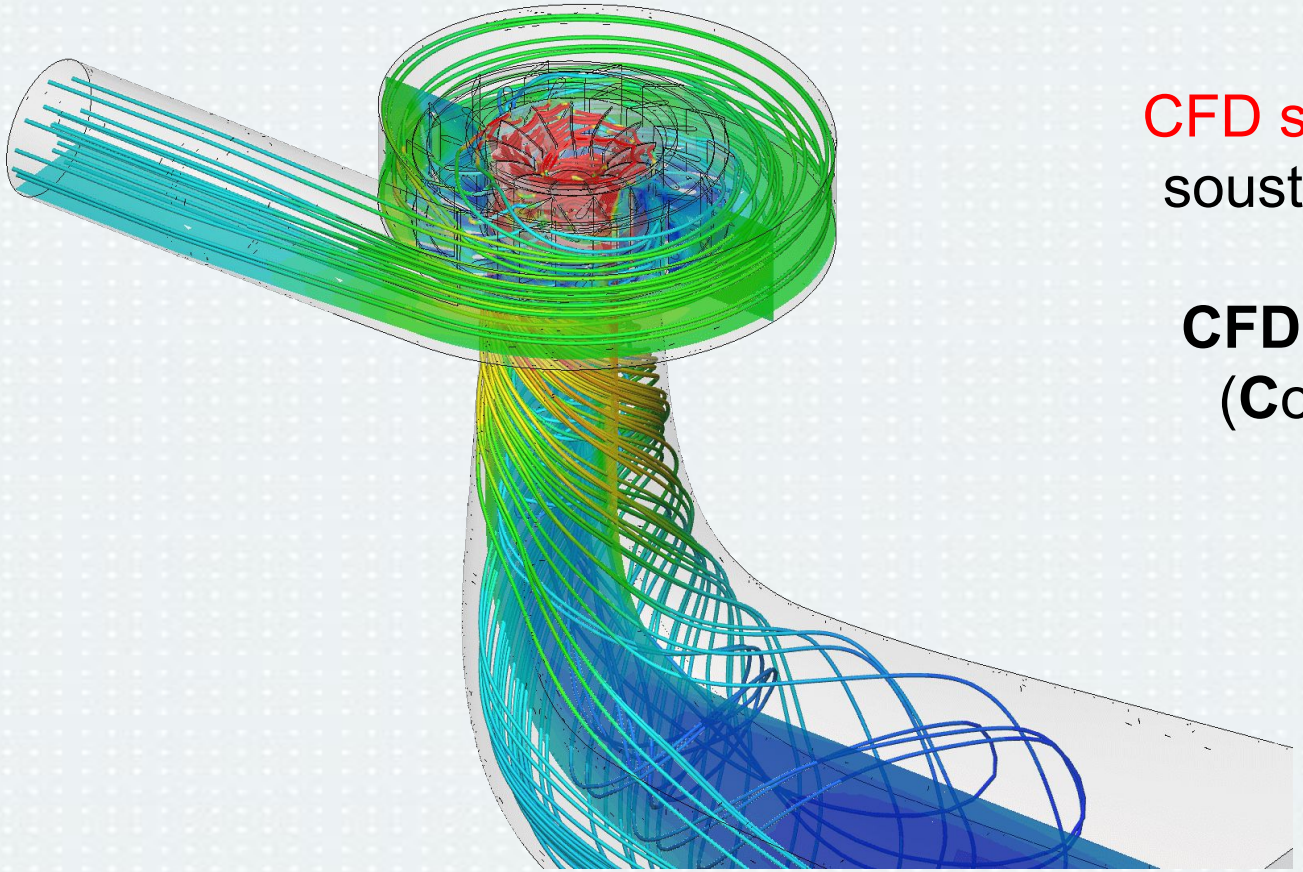
$$\dot{Q} - P = \dot{m}\left[h_2 - h_1 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} + g\left(z_2 - z_1\right)\right]$$





cc BY NC SA

1. TDZ pro otevřenou soustavu



CFD simulace versus 1. TDZ pro otevřenou soustavu a další základní fyzikální zákony

CFD umí vytvářet “krásné barevné fleky” (**C**olors **F**or **D**irectors), ale nemusí být nutně fyzikálně realistické!

https://www.simscale.com/docs/simwiki/cfd-computational-fluid-dynamics/what-is-turbomachinery/

cc BY NC SA

Použité zdroje

Milan PAVELEK: Termomechanika, CERM

Josef ŠTĚTINA: Směsi ideálních plynů, výuková prezentace pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Josef ŠTĚTINA: I. zákon termodynamiky, výuková prezentace pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Josef ŠTĚTINA: I. ZTD pro otevřenou soustavu, pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Yunus A. ÇENGEL a Michael A. BOLES: Thermodynamics - An engineering approach, McGraw-Hill

CC BY NC SA

Magisterský studijní program JADERNÁ ENERGETIKA vznikl za přispění



Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU



NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY



NPO_VUT_MSMT-16609_2022

CC BY NC SA


VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ
V BRNĚ

Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU

NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FAKULTA CHEMICKÁ

FAKULTA STAVEBNÍ

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Přednáška magisterského studijního programu JADERNÁ ENERGETIKA

TERMODYNAMIKA ENERGETICKÝCH ZAŘÍZENÍ A PŘENOS TEPLA

Druhý termodynamický zákon, vratné děje ideálních plynů, entropie

Fakulta strojního inženýrství

Autor: doc. Ing. Lubomír Klimeš, Ph.D.

Datum: 2024

CC BY NC SA

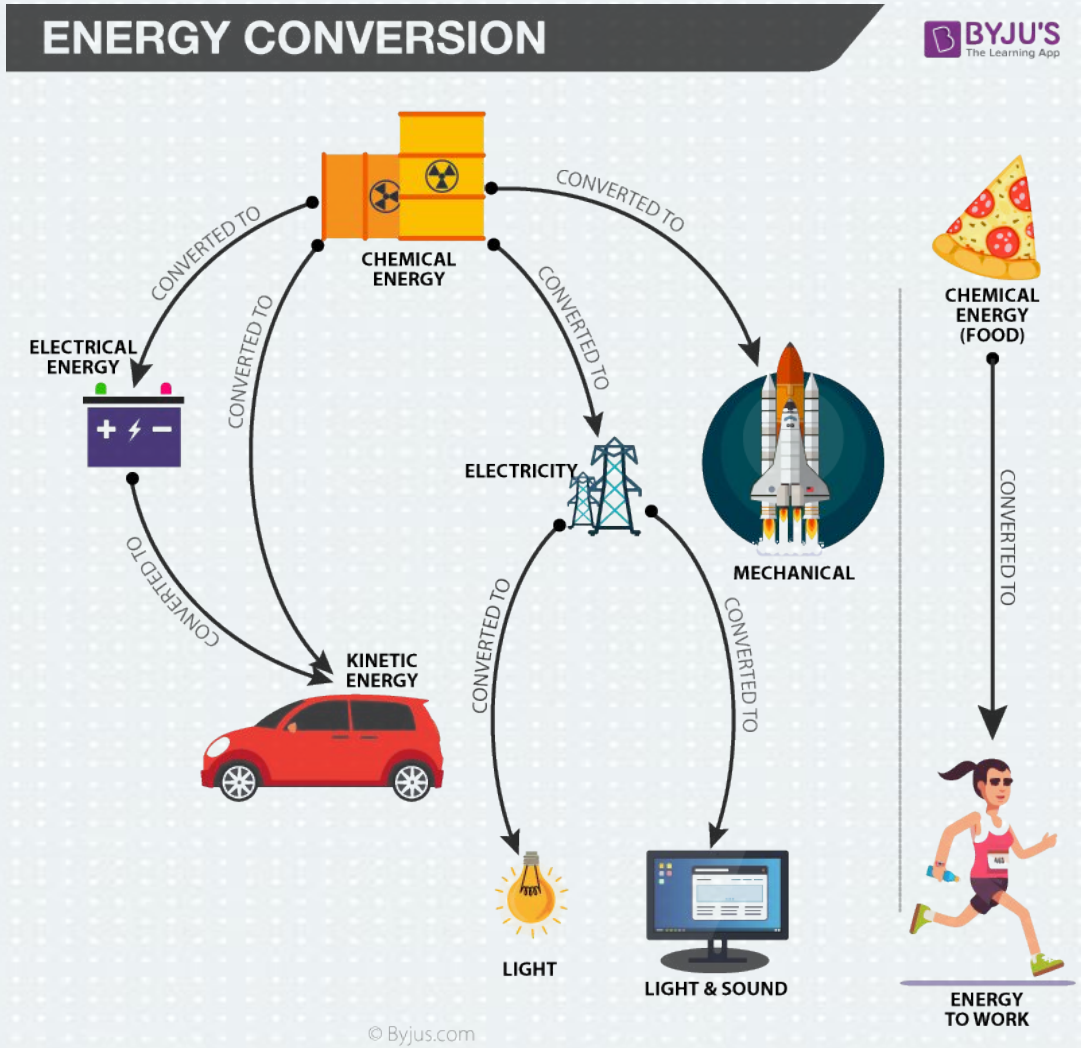
Druhý termodynamický zákon

1. TDZ: teplo lze měnit na práci a naopak podle určitého vztahu.

1. TDZ ale neřeší, jakým směrem může přeměna probíhat.

Děje

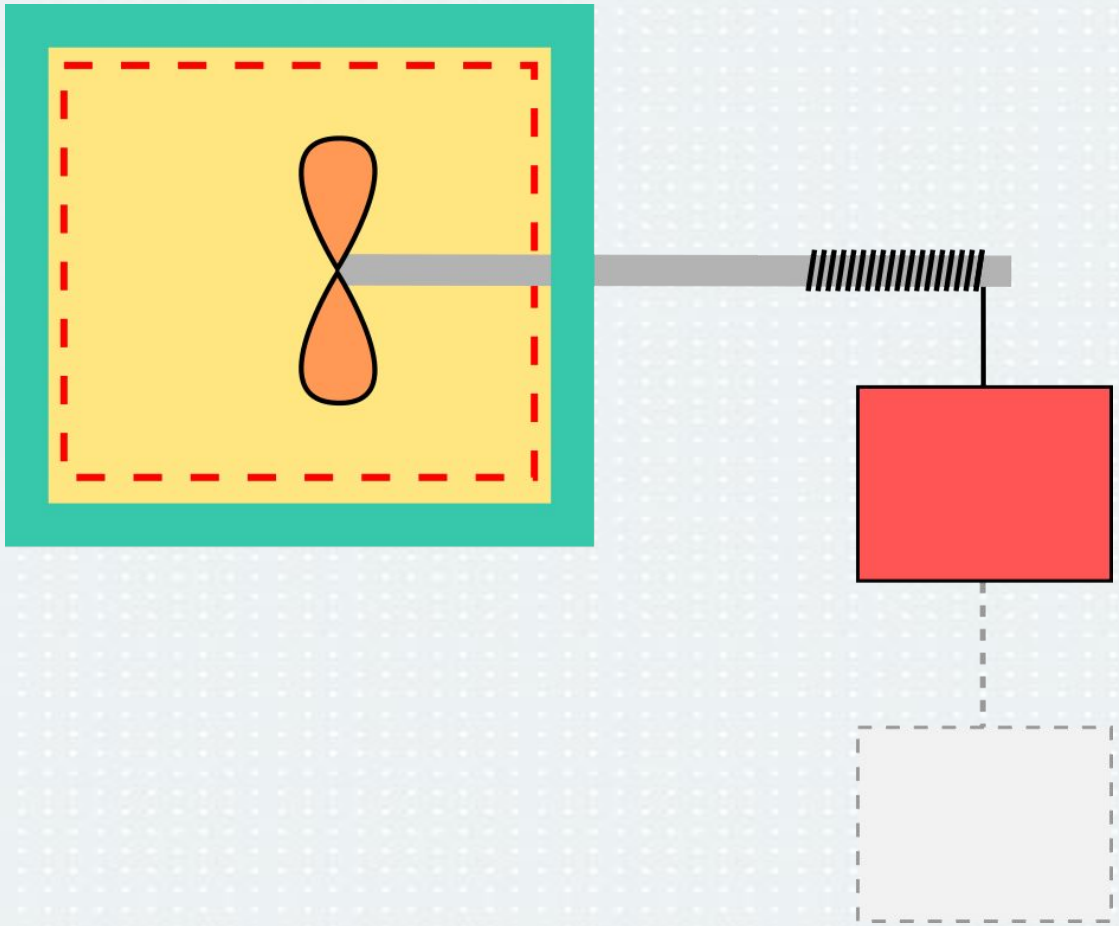
- mohou probíhat samovolně
- mohou probíhat s pomocí zvenčí
- nemohou probíhat za žádných okolností



https://byjus.com/physics/energy-conversion/

CC BY NC SA

Druhý termodynamický zákon



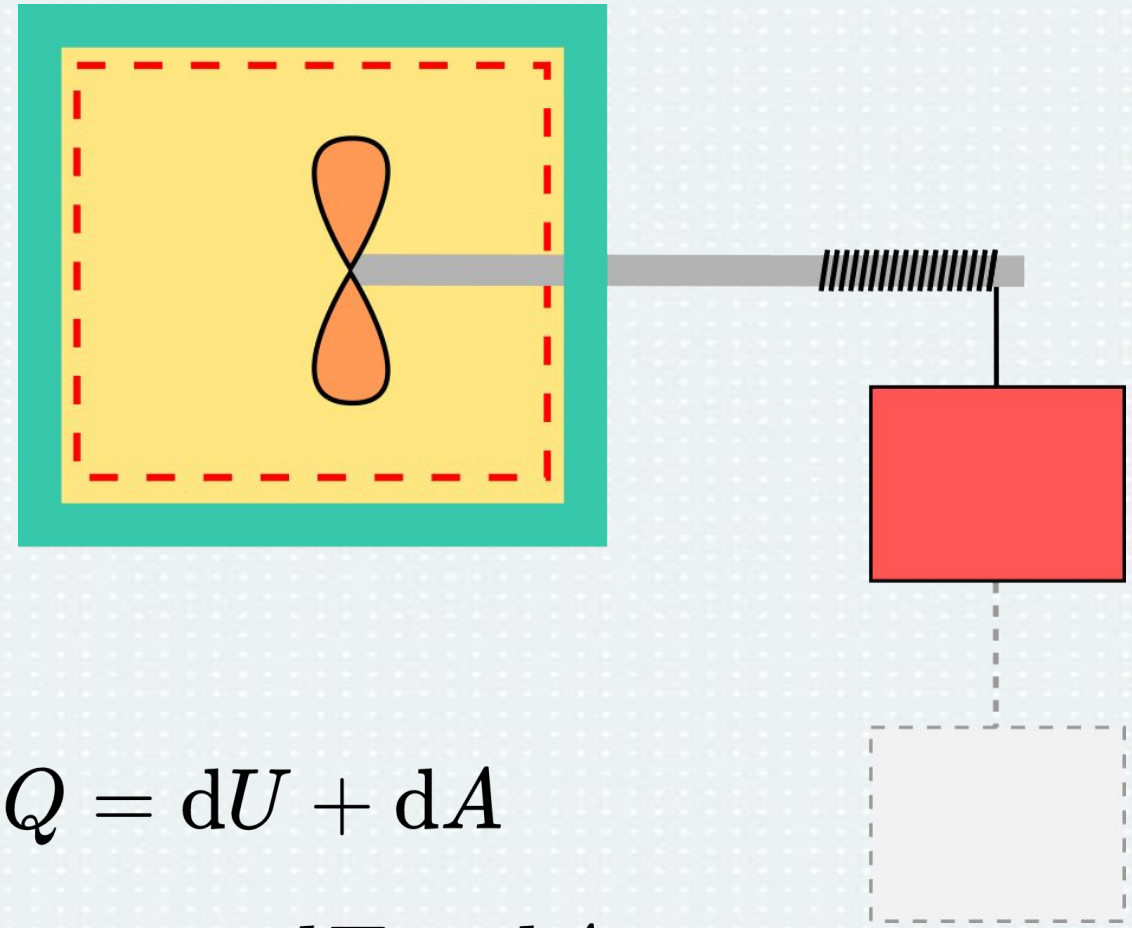
Některé děje, přestože jsou v souladu s 1. TDZ, nemohou vůbec nastat nebo nemohou nastat samovolně.

$$A \xrightarrow{?} Q$$

$$A \xleftarrow{?} Q$$

BY NC SA

Druhý termodynamický zákon



Některé děje, přestože jsou v souladu s 1. TDZ, nemohou vůbec nastat nebo nemohou nastat samovolně.

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}U + \mathrm{d}A$$

$$0 = mc_v\mathrm{d}T + \mathrm{d}A$$

A $\xrightarrow{?}$ Q

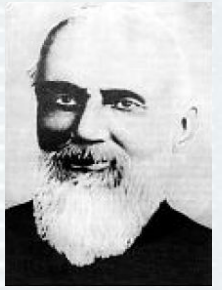
A $\xleftarrow{?}$ Q

CC BY NC SA

Slovní formy 2. TDZ

- Neexistuje perpetuum mobile 2. druhu.
- Nelze získávat ze soustavy neživých látek práci tím, že ji ochlazujeme pod teplotu nejchladnější látky v okolí (Kelvin).
- Teplo nemůže samovolně přecházet z tělesa o teplotě nižší na těleso o teplotě vyšší (Clausius).
- Nelze sestrojit periodicky pracující stroj, který by odebíral teplo ze zásobníku a konal tomuto teplu ekvivalentní práci (Kelvin-Planck).
- Ideální oběh s největší účinností mezi dvěma teplotami je Carnotův oběh. Maximální účinnost tohoto oběhu závisí jen na teplotě a nezávisí na pracovní látce.

Pod každou formulací 2. TDZ je nutné si něco konkrétního představit, jinak je to jen věta bez významu!



William Kelvin
(1824 - 1907)



Rudolf Clausius
(1822 - 1888)



Sadi Carnot
(1796 - 1832)

CC BY NC SA

Druhý zákon termodynamiky

2. TDZ je úzce spjatý s **entropií *S***.

$$\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}Q}{T} \qquad \mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}q}{T}$$

Entropie je stavová veličina.

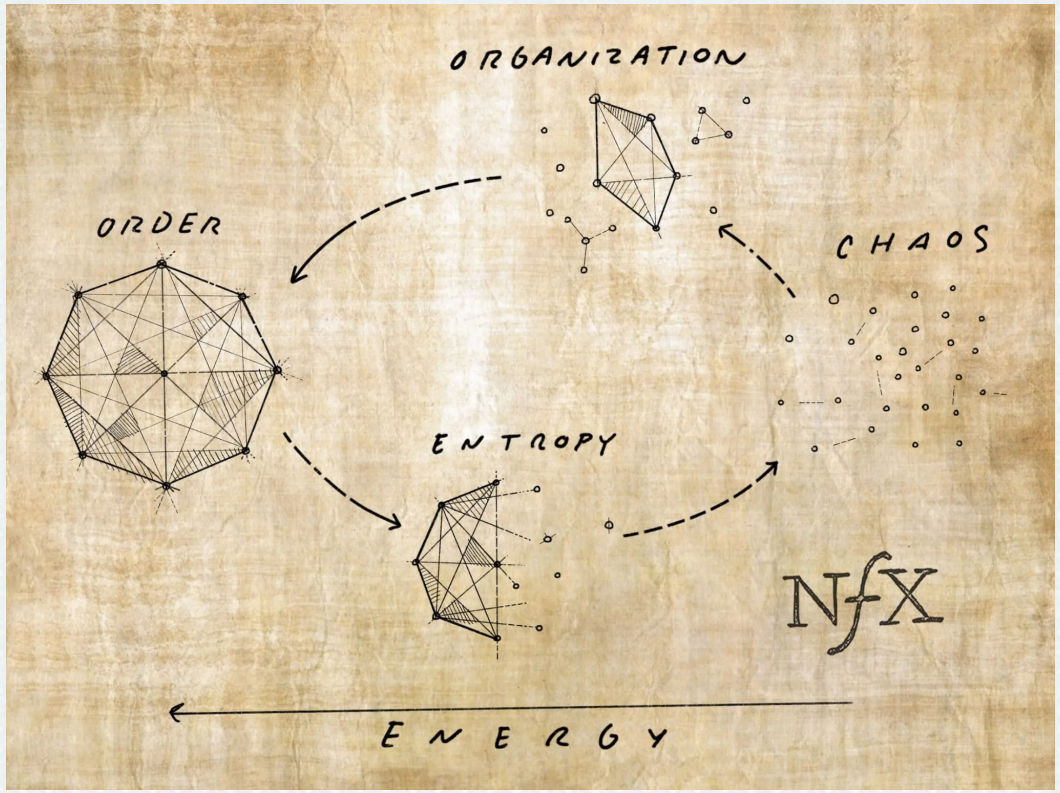
Matematická formulace 2. TDZ:

$$\mathrm{d}S \geq \frac{\mathrm{d}Q}{T}$$

> nevratné děje
= vratné děje

$$\mathrm{d}S \geq 0$$

izolovaná soustava



https://www.nfx.com/_next/image?url=https%3A%2F%2Fcontent.nfx.com%2Fwp-content%2Fuploads%2F2019%2F07%2FFinal-Entropy-V2.jpg&w=3840&q=75

BY NC SA

Entropie

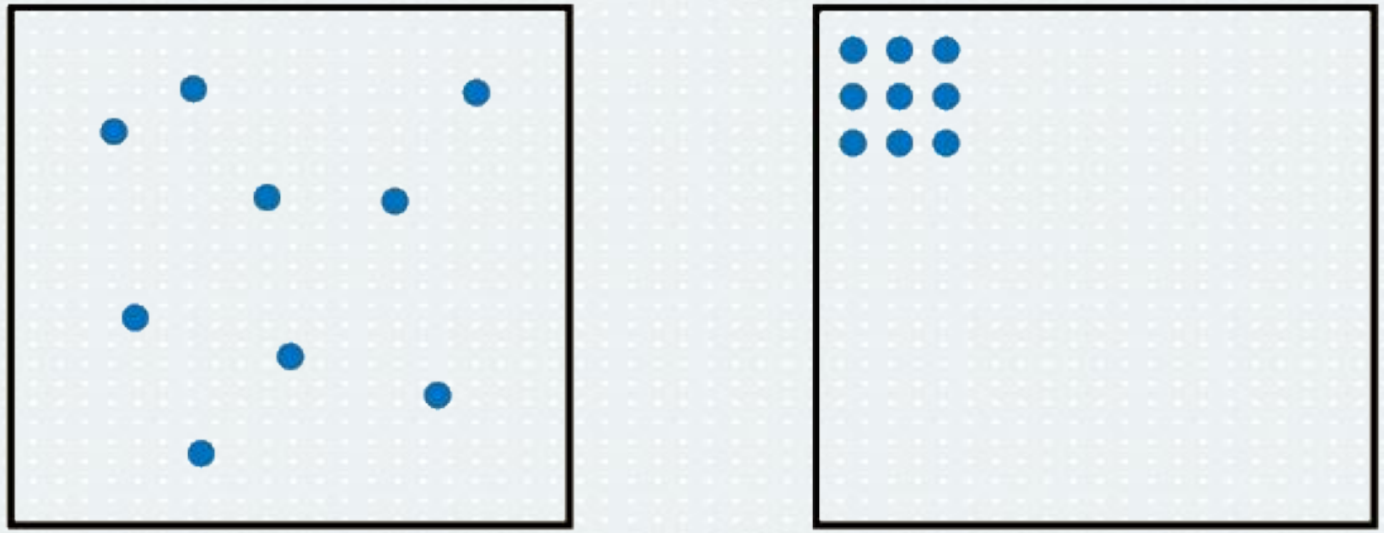
Entropie *S* je spolu s **entalpií *H*** abstraktní veličinou. Jejich pochopení je zásadní pro (hlubší) úvahy v termodynamice.

Význam entropie:

- určuje směr vývoje soustavy
- určuje míru disipace energie
- určuje míru neuspořádanosti systému
- určuje míru znehodnocení kvality systému
- určuje termodynamickou pravděpodobnost stavu systému

cc BY NC SA

Entropie



Které stavy mají vyšší entropii?

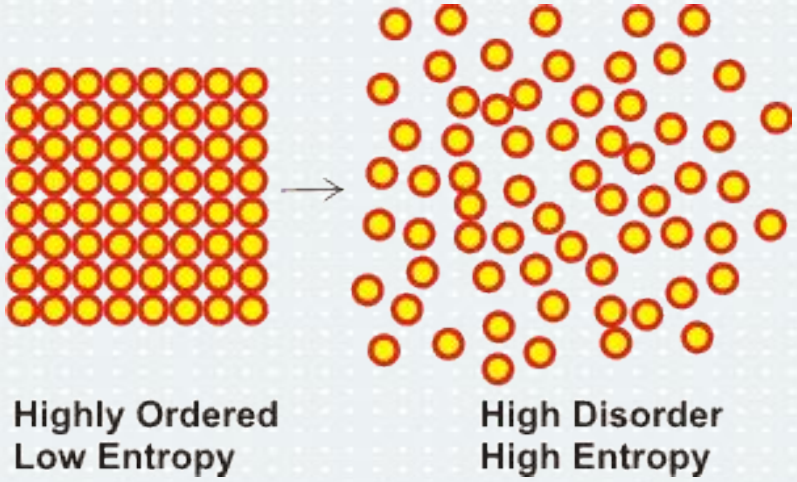
Která “interpretace” entropie se na jednotlivé příklady nejlépe hodí?

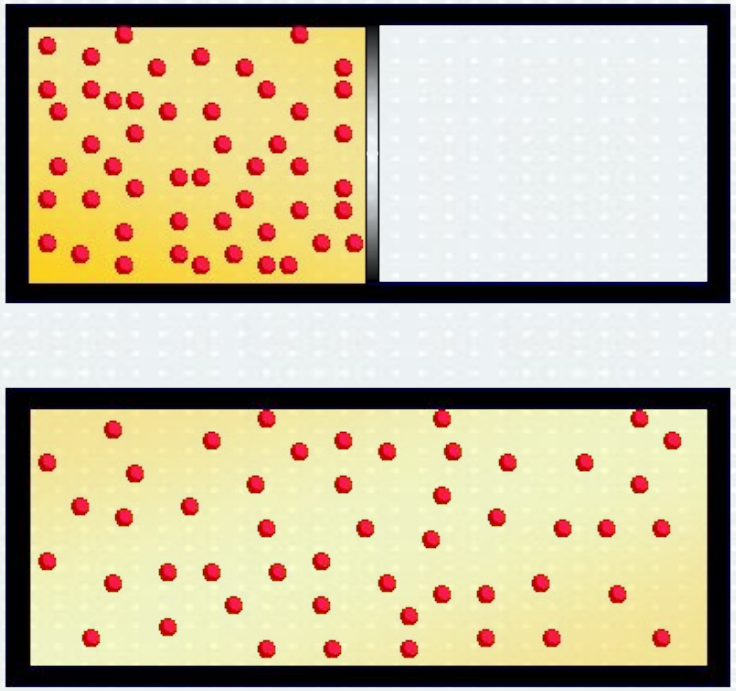


http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Therm/entrop.html

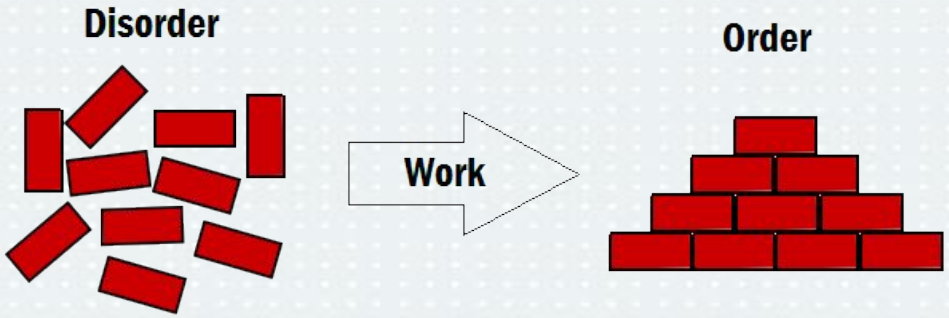
cc BY NC SA

Entropie





Které stavy mají vyšší entropii?



http://www1.lsbu.ac.uk/water/thermodynamics.html
http://termo2transfer.blogspot.com/2015/12/irreversibilidad.html
https://energyeducation.ca/encyclopedia/Entropy

cc BY NC SA

Entropie

samovolně, entropie roste





"I blame entropy."

nutno vynaložit práci, entropie klesá

https://qph.fs.quoracdn.net/main-qimg-19edcaabc73f47a2101d4ee8444d7ae5-c
http://image.wikifoundry.com/image/1/IRevAh_-1x2eBwjEdM3dlA88489/GW415H306

cc BY NC SA

Termodynamické děje

Rozlišujeme

- **děje vratné** - soustava prochází jen rovnovážnými stavy (lze použít stavovou rovnici) a při opačném ději se vrátí do původního stavu
- **děje nevratné** - soustava neprochází rovnovážnými stavy a při opačném ději se nevrátí do původního stavu

Vratné termodynamické děje - vhodné pro teoretické rozbory:

- **Izochorický děj** - děj při konstantním objemu (v = konstantní, dv = 0)
- **Izobarický děj** - děj při konstantním tlaku (p = konstantní, dp = 0)
- **Izotermický děj** - děj při konstantní teplotě (T = konstantní, dT = 0) $pv^1 = \text{konst.}$
- **Adiabatický děj** - děj bez výměny tepla s okolím (q_{12} = 0, dq = 0) $pv^\kappa = \text{konst.}$
- **Polytropický děj** - obecný děj definovaný rovnicí $pv^n = \text{konst.}$
  - technická polytropa $n \in \langle 1, \kappa \rangle$
  - obecná polytropa $n \in \langle -\infty, \infty \rangle$

CC BY NC SA

Izochorický děj

Izochorický děj = děj za **konstantního (měrného) objemu** (Charlesův zákon)

$$v = \text{konst} \qquad \mathrm{d}v = 0$$

Izochorický děj = řešení uzavřených soustav, např. tlakových nádob.

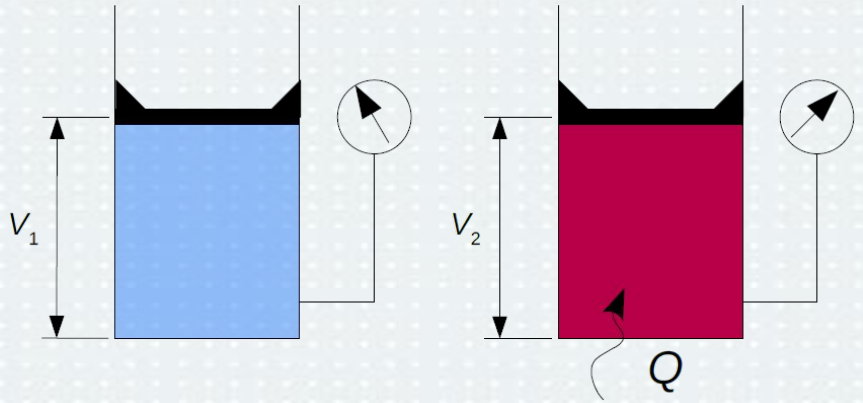
Stavové rovnice

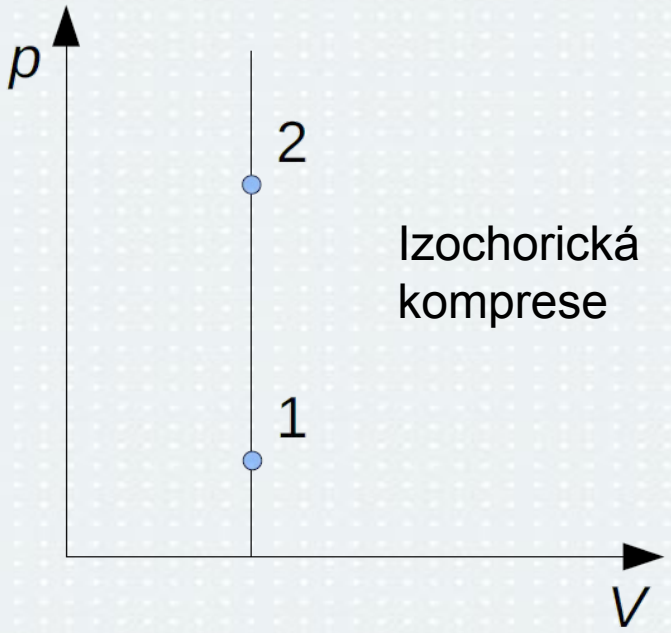
$$p_1 v = rT_1$$

$$p_2 v = rT_2$$

Rovnice změny stavu

$$v_1 = v_2 \qquad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$





cc BY NC SA

Izochorický děj

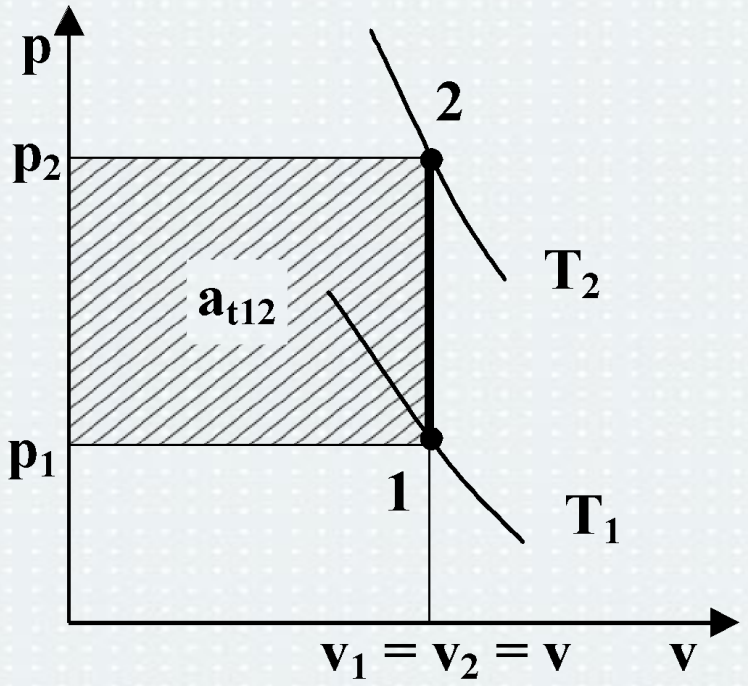
Energetické veličiny A_{12} , A_{t12} , Q_{12}

$$A_{12} = \int_1^2 p\,\mathrm{d}V = 0 \qquad a_{12} = \int_1^2 p\,\mathrm{d}v = 0$$

$A_{12} = 0$ $a_{12} = 0$

$$A_{t12} = -\int_1^2 V\,\mathrm{d}p = -V(p_2 - p_1)$$

$$a_{t12} = -\int_1^2 v\,\mathrm{d}p = -v(p_2 - p_1)$$



Teplo vyjádříme z 1. formy 1. TDZ:

$$\mathrm{d}q = c_v\,\mathrm{d}T + p\,\mathrm{d}v = c_v\,\mathrm{d}T = \mathrm{d}u$$

$$Q_{12} = mc_v(T_2 - T_1) \qquad q_{12} = c_v(T_2 - T_1)$$

Entropie: $\int_1^2 \mathrm{d}s = \int_1^2 \frac{c_v\,\mathrm{d}T}{T} = c_v \int_1^2 \frac{\mathrm{d}T}{T}$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

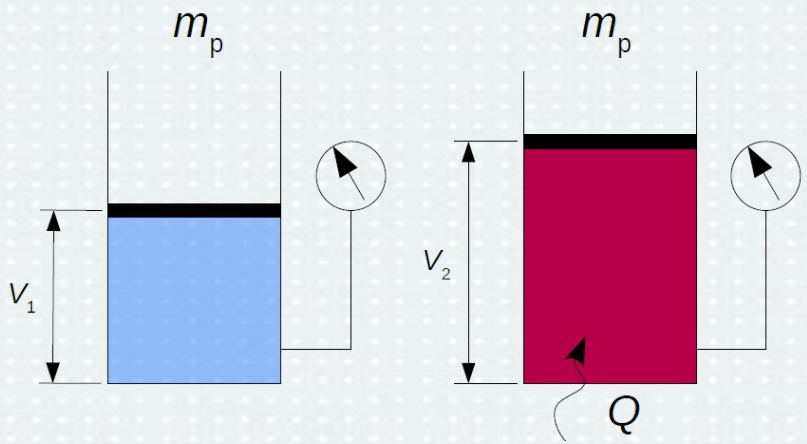
BY NC SA

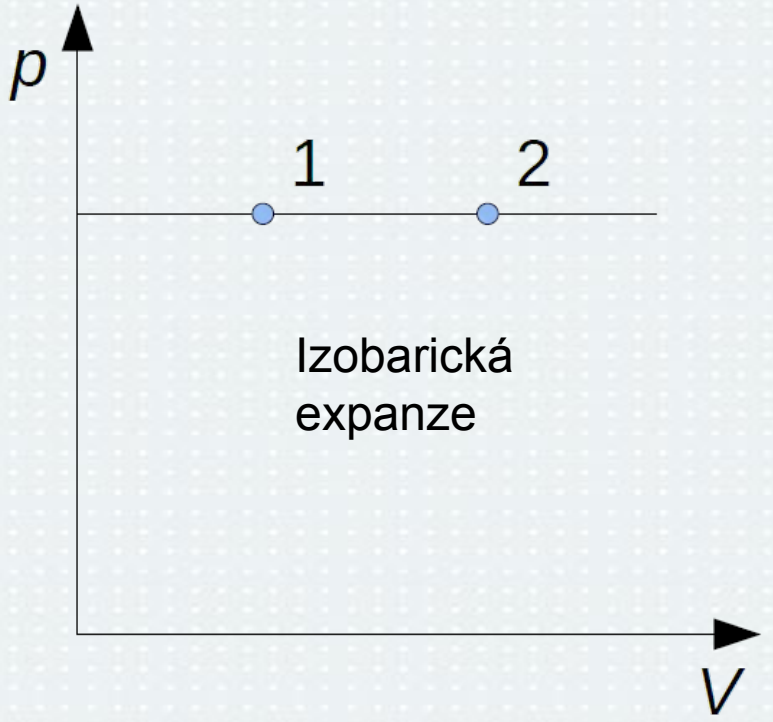
Izobarický děj

Izobarický děj = děj za **konstantního tlaku** (Gay-Lussacův zákon)

$$p = \text{konst} \qquad \mathrm{d}p = 0$$

Izobarický děj = řešení výměníků tepla, chladičů apod.





Stavové rovnice

$$pv_1 = rT_1$$

$$pv_2 = rT_2$$

Rovnice změny stavu

$$p_1 = p_2 \qquad \frac{v_1}{T_1} = \frac{v_2}{T_2}$$

cc BY NC SA

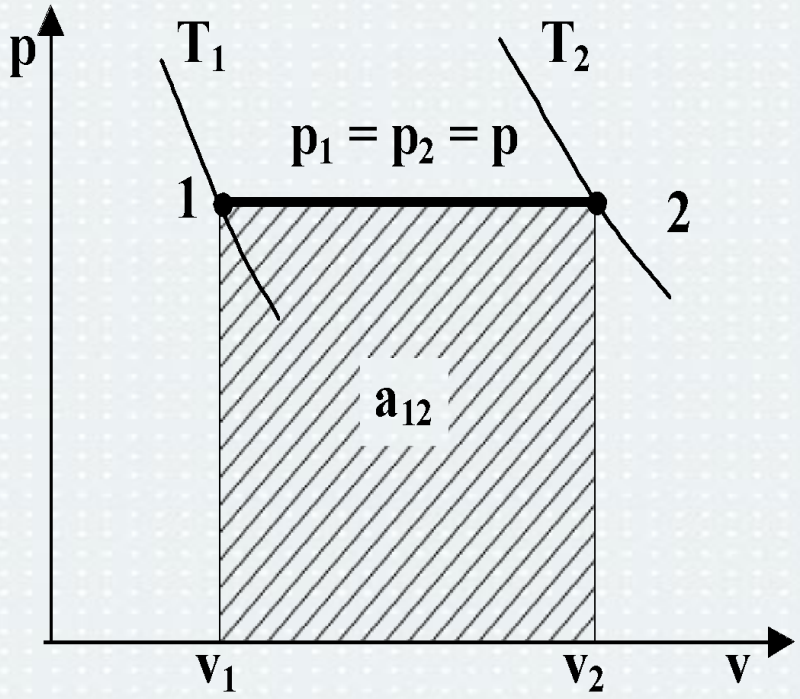
Izobarický děj

Energetické veličiny A_{12} , A_{t12} , Q_{12}

$$A_{t12} = -\int_1^2 V\,\mathrm{d}p = 0 \qquad a_{t12} = -\int_1^2 v\,\mathrm{d}p = 0$$

$a_{t12} = 0$ $A_{t12} = 0$

$$A_{12} = \int_1^2 p\,\mathrm{d}V = p(V_2 - V_1) \qquad a_{12} = \int_1^2 p\,\mathrm{d}v = p(v_2 - v_1)$$



Teplo vyjádříme z 2. formy 1. TDZ:

$$\mathrm{d}q = c_p\,\mathrm{d}T - \cancel{v\,\mathrm{d}p} = c_p\,\mathrm{d}T = \mathrm{d}h$$

$$Q_{12} = mc_p(T_2 - T_1) \qquad q_{12} = c_p(T_2 - T_1)$$

Entropie: $\int_1^2 \mathrm{d}s = \int_1^2 \frac{c_p\,\mathrm{d}T}{T} = c_p \int_1^2 \frac{\mathrm{d}T}{T}$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

cc BY NC SA

Izotermický děj

Izotermický děj = děj za **konstantní teploty** (Boylův-Mariottův zákon)

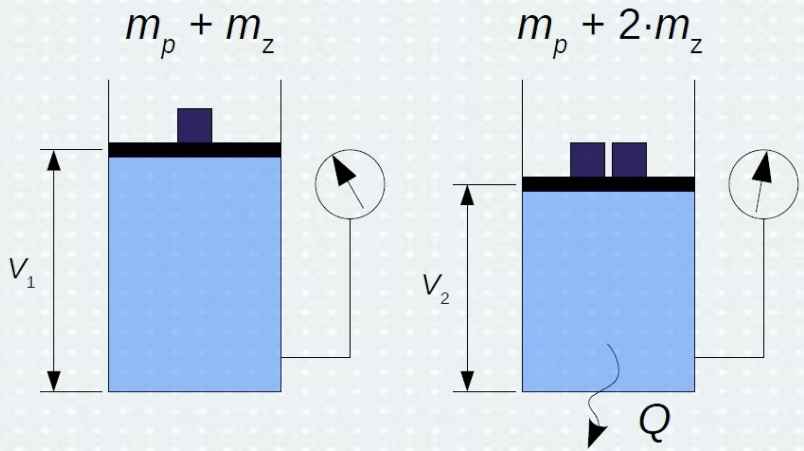
$$T = \text{konst} \qquad \mathrm{d}T = 0$$

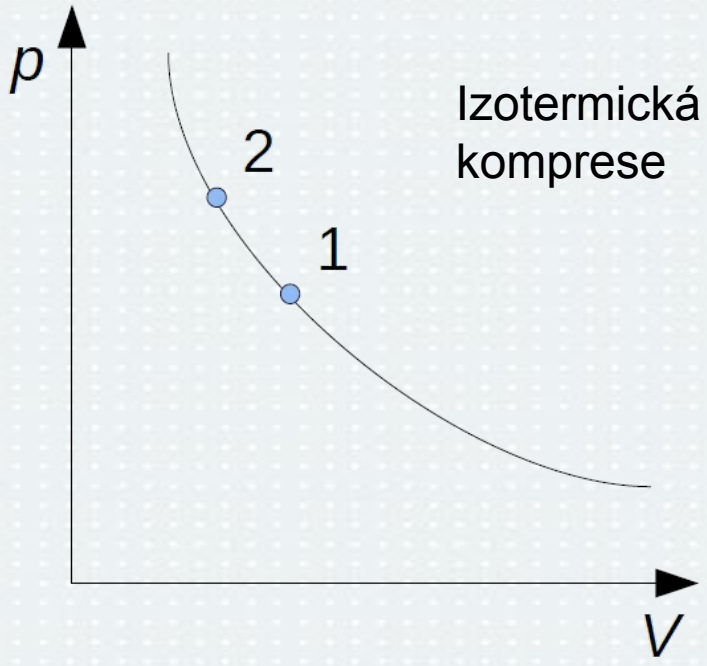
Izotermický děj = řešení ideální komprese nebo expanze

Stavové rovnice

$$p_1 v_1 = rT$$

$$p_2 v_2 = rT$$





Rovnice změny stavu

$$T_1 = T_2 \qquad p_1 v_1 = p_2 v_2$$

cc BY NC SA

Izotermický děj

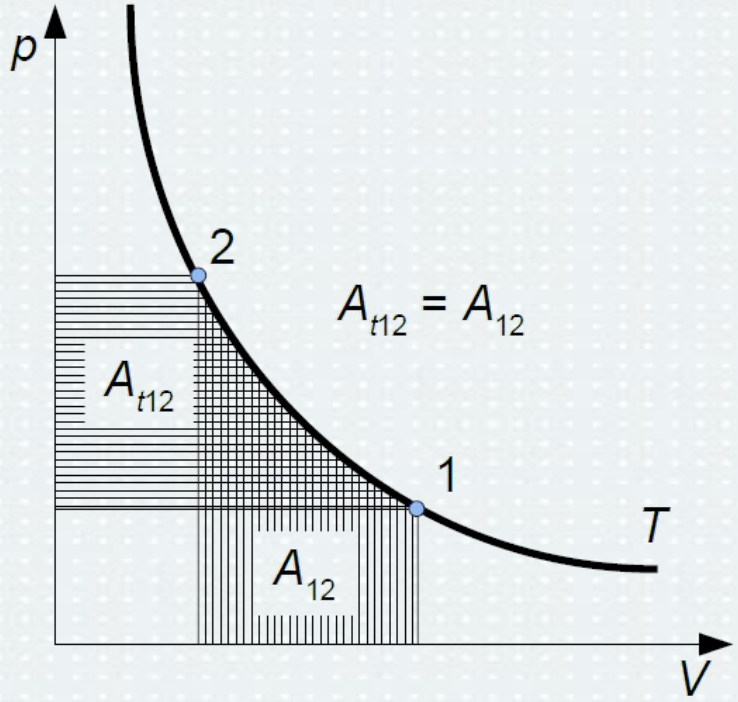
Energetické veličiny A_{12} , A_{t12} , Q_{12}

$$\mathrm{d}q = c_v\,\mathrm{d}T + p\,\mathrm{d}v = p\,\mathrm{d}v = \mathrm{d}a$$

$$\mathrm{d}q = c_p\,\mathrm{d}T - v\,\mathrm{d}p = -v\,\mathrm{d}p = \mathrm{d}a_t$$

$a_{12} = a_{t12} = q_{12}$

$A_{12} = A_{t12} = Q_{12}$



Práce:

$$a_{12} = \int_1^2 p\,\mathrm{d}v = \int_1^2 rT\frac{\mathrm{d}v}{v} = rT\ln\frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1 \ln\frac{v_2}{v_1}$$

$$a_{t12} = -\int_1^2 v\,\mathrm{d}p = -\int_1^2 rT\frac{\mathrm{d}p}{p} = rT\ln\frac{p_1}{p_2} = p_1 v_1 \ln\frac{p_1}{p_2}$$

$$A_{12} = mrT\ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$A_{t12} = mrT\ln\frac{p_1}{p_2}$$

Entropie:

$$\int_1^2 \mathrm{d}s = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}q}{T} \qquad s_2 - s_1 = \frac{q_{12}}{T}$$

cc BY NC SA

Adiabatický děj

Adiabatický děj = děj **bez tepelné výměny** mezi soustavou a okolím

$$q_{12} = 0 \qquad \mathrm{d}q = 0$$

Adiabatický děj = řešení ideální komprese nebo expanze

1. forma 1. TDZ $\mathrm{d}q = c_v\,\mathrm{d}T + p\,\mathrm{d}v = 0$

2. forma 1. TDZ $\mathrm{d}q = c_p\,\mathrm{d}T - v\,\mathrm{d}p = 0$

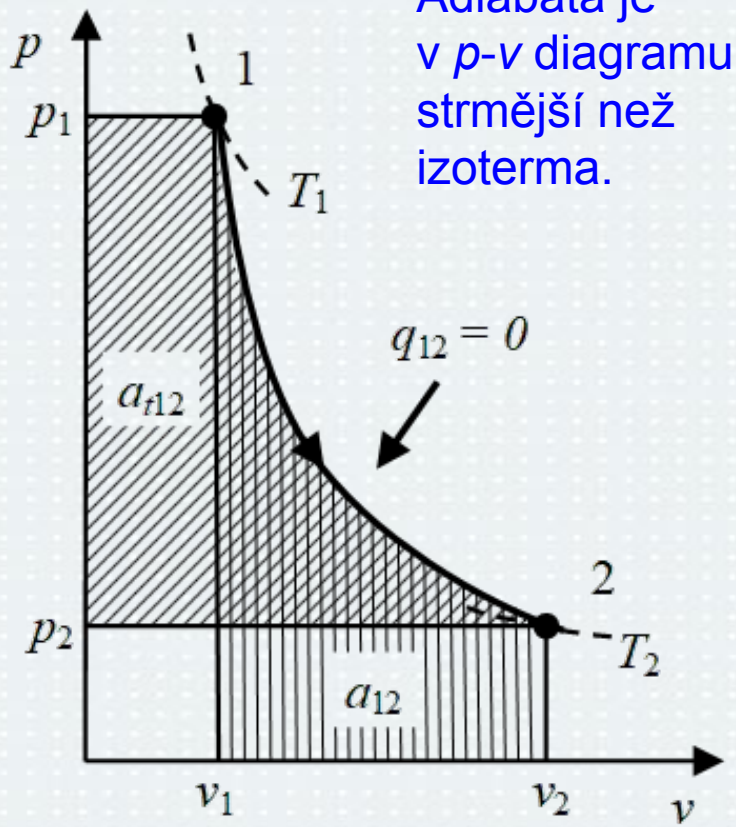
Podělením 2. formy 1. formou

$$\frac{c_p}{c_v} = -\frac{v\,\mathrm{d}p}{p\,\mathrm{d}v} = \kappa \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}p}{p} + \kappa\frac{\mathrm{d}v}{v} = 0$$

Po integraci

$$\ln p + \kappa \ln v = \text{konst.}$$

$$pv^{\kappa} = \text{konst.} \qquad p_1 v_1^{\kappa} = p_2 v_2^{\kappa} \qquad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa}$$



Adiabata je v *p-v* diagramu strmější než izoterma.

BY NC SA

Adiabatický děj

Další rovnice změny stavu:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa} \quad \Rightarrow \quad \frac{rT_2v_1}{rT_1v_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa}$$

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1}}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa} \quad \Rightarrow \quad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{rT_1p_2}{rT_2p_1}\right)^{\kappa}$$

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

Objemová práce:

$$\mathrm{d}q = c_v\,\mathrm{d}T + \mathrm{d}a = 0$$

$$a_{12} = c_v(T_1 - T_2) = c_vT_1\left[1 - \frac{T_2}{T_1}\right]$$

$$a_{12} = \frac{c_v}{r}p_1v_1\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right] = \frac{c_v}{c_p - c_v}p_1v_1\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]$$

$$a_{12} = \frac{1}{\kappa-1}p_1v_1\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]$$

$$\boxed{A_{12} = \frac{1}{\kappa-1}p_1V_1\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

cc BY NC SA

Adiabatický děj

Technická práce:

$$\mathrm{d}q = c_v\,\mathrm{d}T + \mathrm{d}a = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}a = -c_v\,\mathrm{d}T$$

$$\mathrm{d}q = c_p\,\mathrm{d}T + \mathrm{d}a_t = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}a_t = -c_p\,\mathrm{d}T$$

$$\mathrm{d}a_t = -\kappa c_v\,\mathrm{d}T = \kappa\,\mathrm{d}a$$

$$A_{t12} = \frac{\kappa}{\kappa-1} p_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right] \qquad a_{t12} = \frac{\kappa}{\kappa-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]$$

Teplo: $Q_{12} = 0 \qquad q_{12} = 0$

Adiabatický děj probíhá v tepelně izolované soustavě a velmi rychle. Lze se s ním setkat při teoretickém rozboru tepelných zařízení, např. komprese a expanze v pístových strojích expanze v dýzách, turbínách apod.

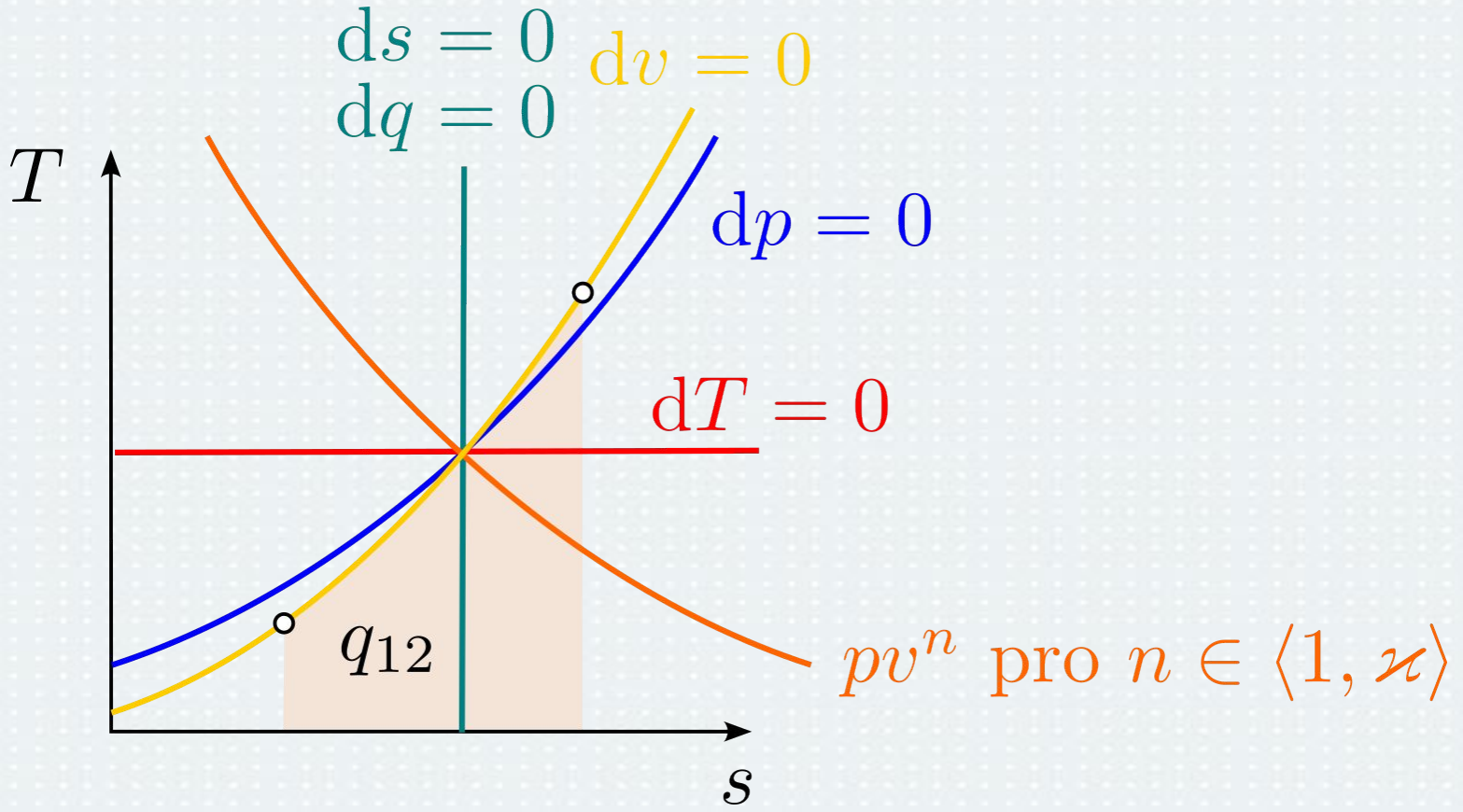
BY NC SA

Izoentropický děj

$$s = \text{konst.}$$

$$\Delta s_{12} = \int_1^2 \mathrm{d}s = 0$$

Jaký je vztah mezi izoentropickým a adiabatickým dějem? Je to jedno a totéž?

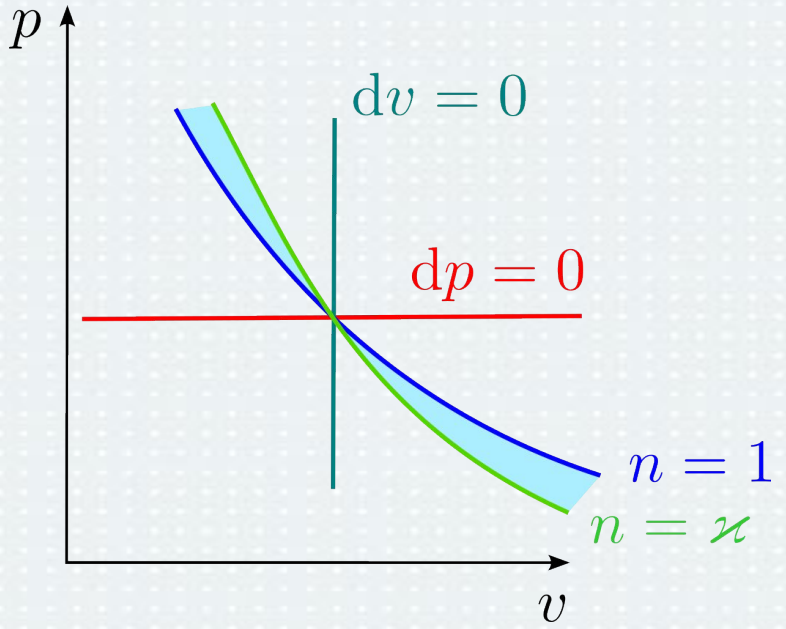


cc BY NC SA

Polytropický děj

Technická polytropa $pv^n = \text{konst}$ $n \in (1, \kappa)$

Obecná polytropa $pv^n = \text{konst}$ $n \in \mathbf{R}$



Rovnice změny stavu

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n$$

$$n = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{v_1}{v_2}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{n-1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$n = 1 + \frac{\ln \frac{T_1}{T_2}}{\ln \frac{v_2}{v_1}}$$

Příklad výpočtu polytropického exponentu *n*:

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{n-1}{n} \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$n \ln \frac{T_2}{T_1} - n \ln \frac{p_2}{p_1} = - \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$n = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{p_2}{p_1} - \ln \frac{T_2}{T_1}}$$

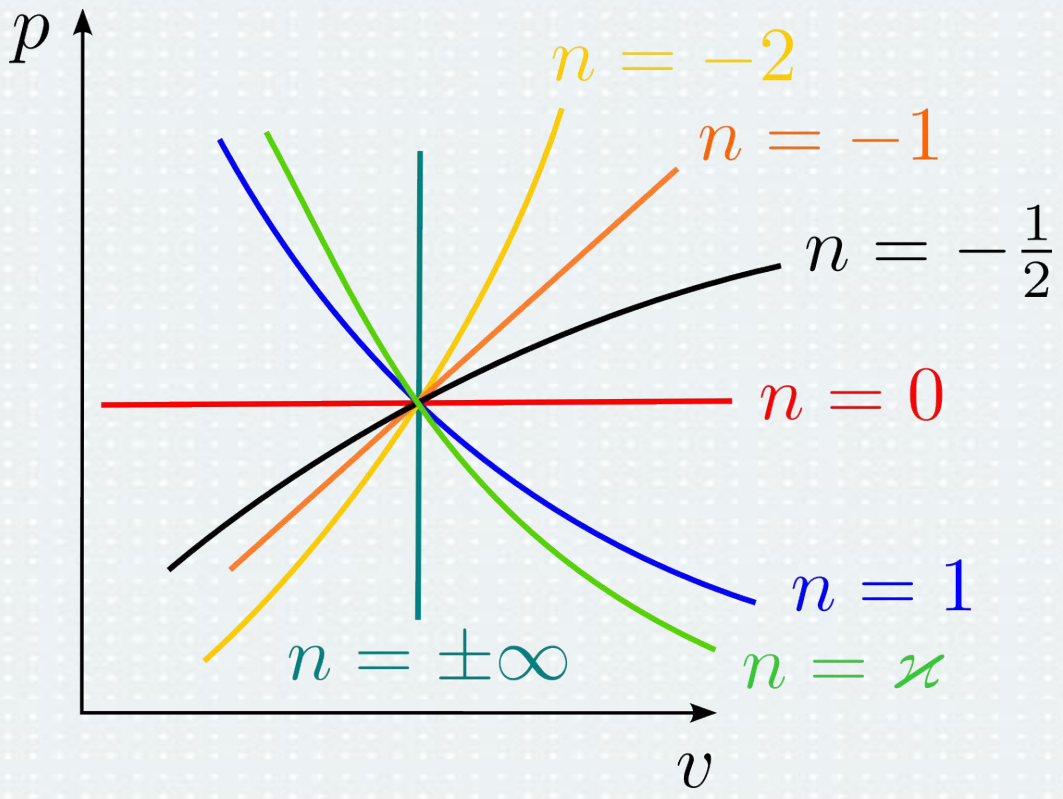
BY NC SA

Polytropický děj

Objemová práce

$$A_{12} = \frac{1}{n-1} p_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

$$a_{12} = \frac{1}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$



Technická práce

$$A_{t12} = \frac{n}{n-1} p_1 V_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

$$a_{t12} = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]$$

cc BY NC SA

Měrná tepelná kapacita c_n

SR ideálního plynu $pv = rT$ $\qquad v\,\mathrm{d}p + p\,\mathrm{d}v = r\,\mathrm{d}T$

Rovnice polytropy $pv^n = \text{konst.}$ $\qquad \ln p + n \ln v = \text{konst.}$

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} + n\frac{\mathrm{d}v}{v} = 0 \quad \Rightarrow \quad v\,\mathrm{d}p + np\,\mathrm{d}v = 0$$

Rozdíl SR a rovnice polytropy $\qquad (1-n)\,p\,\mathrm{d}v = r\,\mathrm{d}T \quad \Rightarrow \quad p\,\mathrm{d}v = \frac{r\,\mathrm{d}T}{1-n}$

Dosazením $p\,\mathrm{d}v$ do 1. formy I. TDZ

$$\mathrm{d}q = c_v\,\mathrm{d}T + p\,\mathrm{d}v = c_v\,\mathrm{d}T + \frac{r\,\mathrm{d}T}{1-n}$$

$$\mathrm{d}q = \left(c_v + \frac{c_p - c_v}{1-n}\right)\mathrm{d}T = c_v\frac{1-n+\kappa-1}{1-n}\mathrm{d}T = c_v\frac{n-\kappa}{n-1}\mathrm{d}T$$

$$Q_{12} = mc_n(T_2 - T_1)$$
$$q_{12} = c_n(T_2 - T_1)$$

Měrná tepelná kapacita polytropického děje

$$c_n = c_v\frac{n-\kappa}{n-1} \qquad [\mathrm{J\,kg^{-1}K^{-1}}]$$

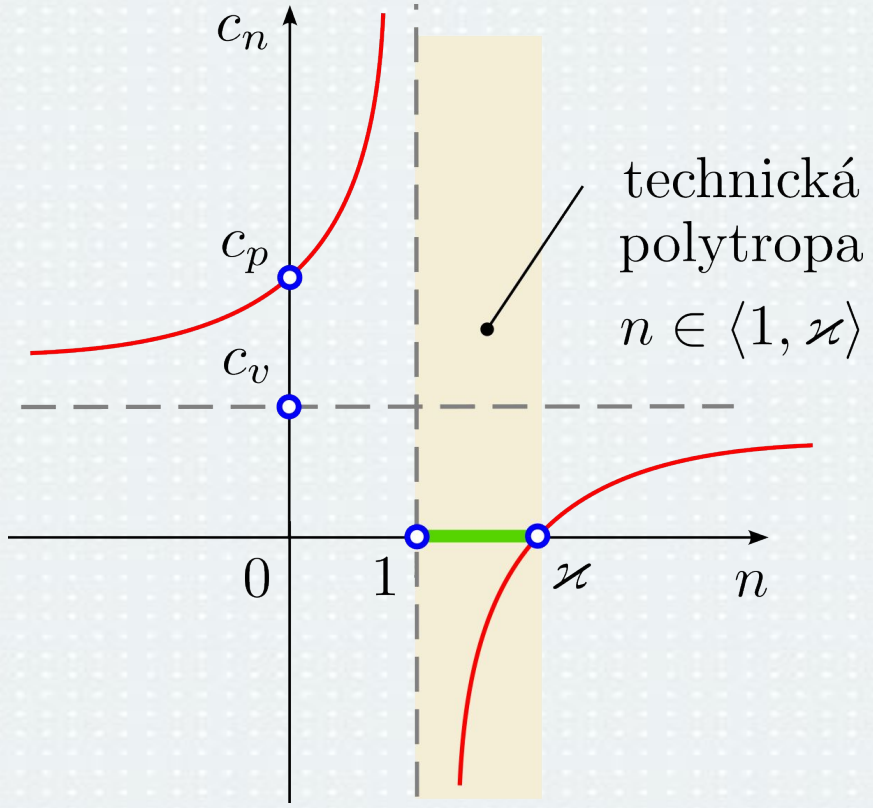
cc BY NC SA

Měrná tepelná kapacita c_n

Měrná tepelná kapacita pro obecný polytropický děj $c_n = c_v \frac{n-\kappa}{n-1}$

Souvislost se základními termodynamickými ději:

- izobarický $n = 0$ $c_n = c_v \frac{0-\kappa}{0-1} = c_p$
- izochorický $n = \infty$ $c_n = c_v \frac{\infty-\kappa}{\infty-1} = c_v$
- izotermický $n = 1$ $c_n = c_v \frac{1-\kappa}{1-1} = c_T = \infty$
- adiabatický $n = \kappa$ $c_n = c_v \frac{\kappa-\kappa}{\kappa-1} = c_\kappa = 0$



Pro technickou polytropu s $n \in (1, \kappa)$ je $\boxed{c_n < 0}$

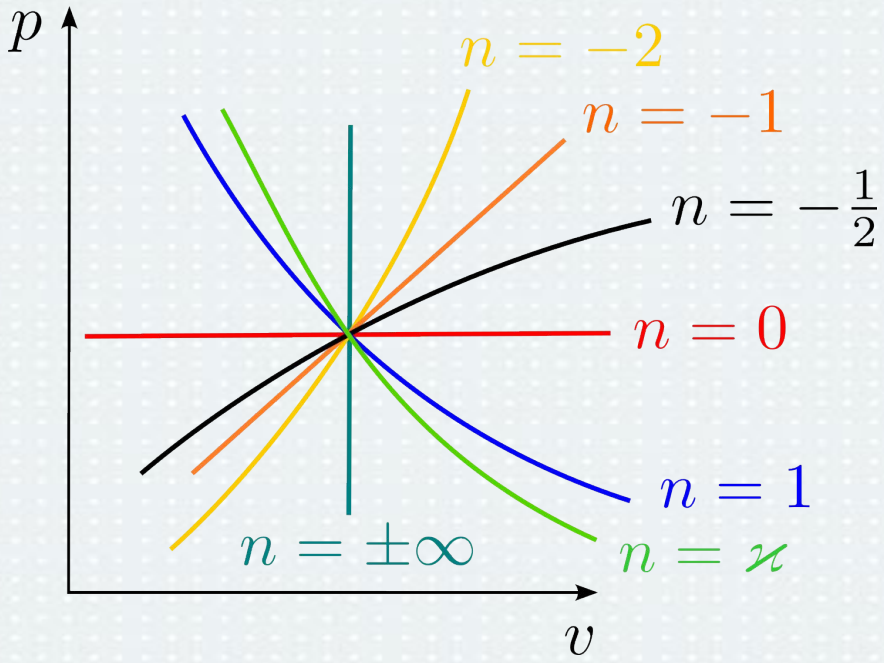
cc BY NC SA

Polytropický děj

Polytropický děj $pv^n = \text{konst.}$

Souvislost se základními termodynamickými ději:

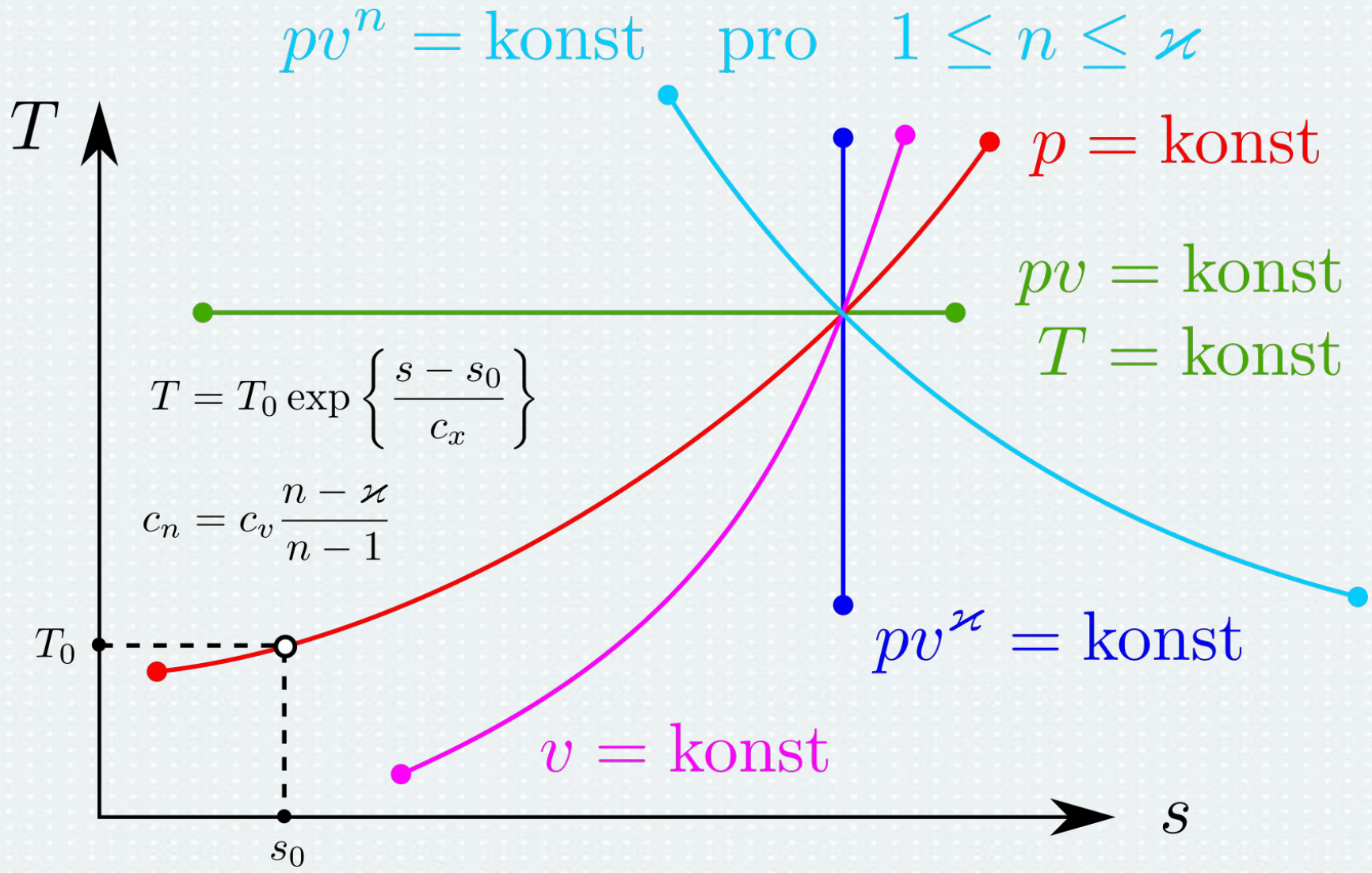
- izobarický $n = 0$ $pv^0 = p = \text{konst.}$
- izochorický $n = \infty$ $pv^\infty = p^{\frac{1}{\infty}} v = v = \text{konst.}$
- izotermický $n = 1$ $pv = \text{konst.}$
- adiabatický $n = \kappa$ $pv^\kappa = \text{konst.}$



Pro technickou polytropu je $n \in \langle 1, \kappa \rangle$

cc BY NC SA

T-s diagram



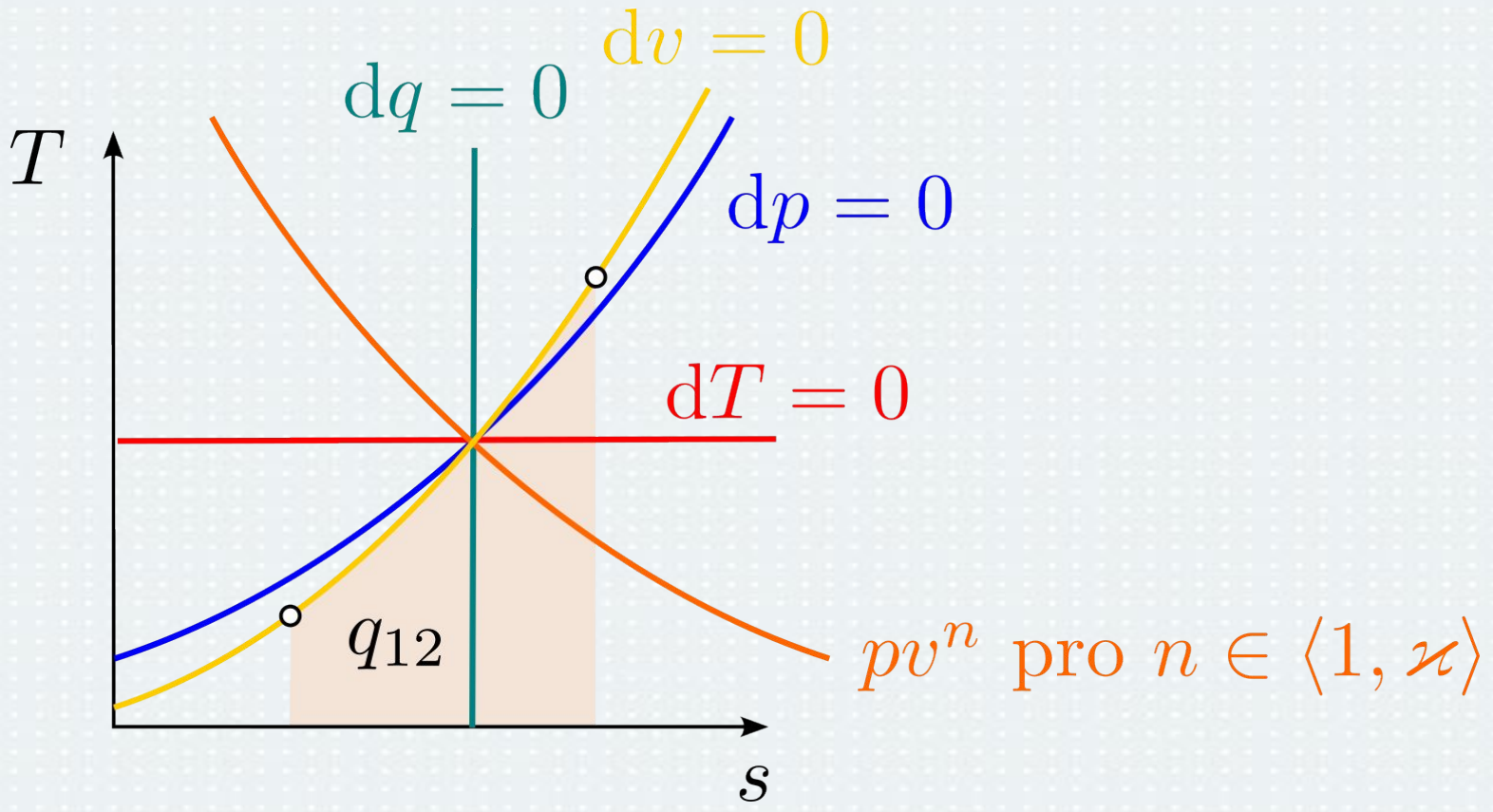
BY NC SA

T-*s* diagram

$$\int_1^2 \mathrm{d}s = \int_1^2 \frac{c_n \mathrm{d}T}{T} = c_n \int_1^2 \frac{\mathrm{d}T}{T}$$

$$s_2 - s_1 = c_n \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Plocha v *T*-*s* diagramu je úměrná měrnému teplu, které se sdílí mezi soustavou a okolím.



BY NC SA

Subtangenty v *T*-*s* diagramu

Subtangenty v *T*-*s* diagramu představují měrné tepelné kapacity c [J/(kg·K)]

Pro obecný děj:

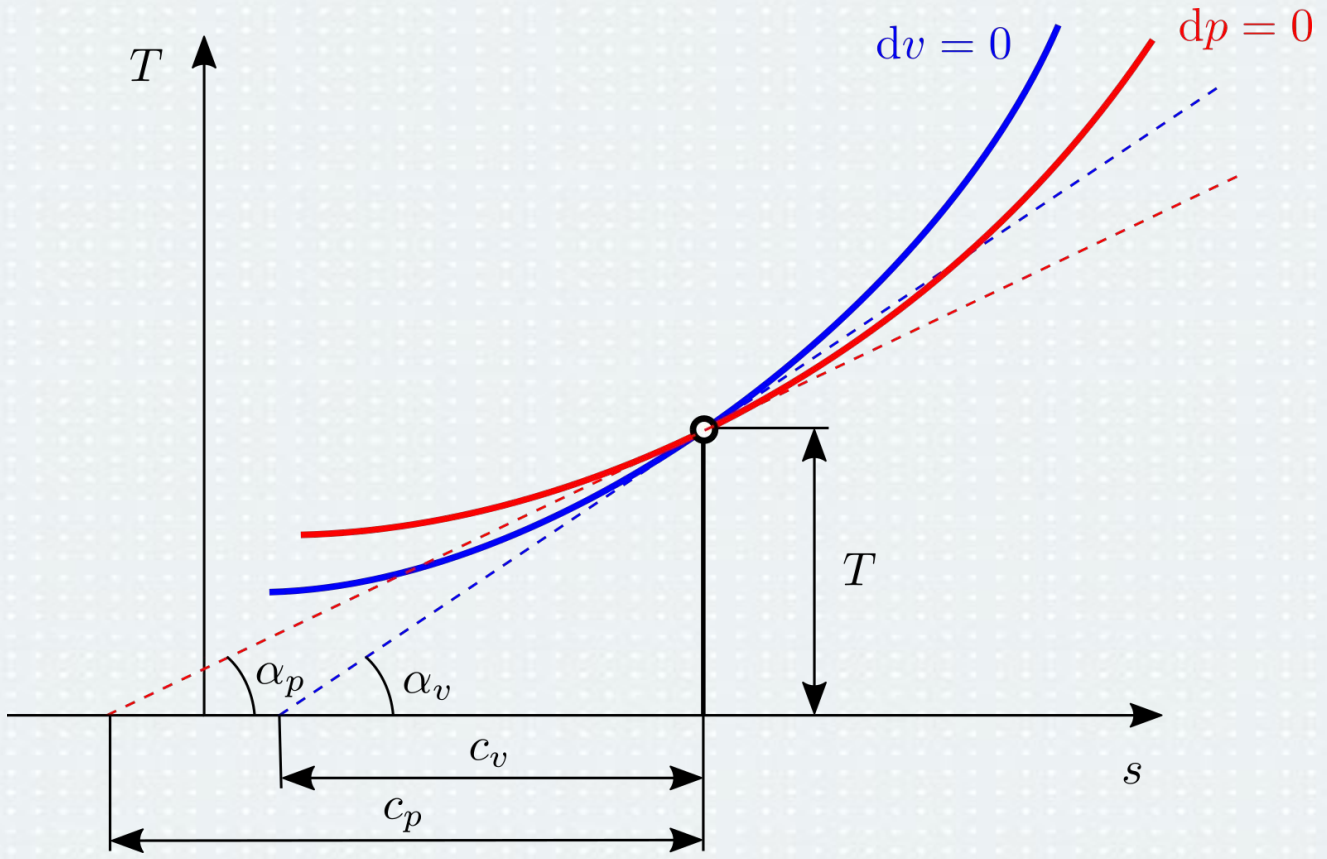
$$\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}q}{T} = \frac{c\,\mathrm{d}T}{T}$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}s} = \frac{T}{c} = \tan\alpha$$

Izobara, izochora: $c_p > c_v$

Izoterma: $c_T = \infty$

Adiabata: $c_\kappa = 0$



BY NC SA

Změna entropie pro obecný děj

- v závislosti na změně teploty a měrného objemu

$$\Delta s_{12} = \int_1^2 \mathrm{d}s = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}q}{T} = \int_1^2 \frac{c_v\,\mathrm{d}T}{T} + \int_1^2 \frac{p\,\mathrm{d}v}{T} = \int_1^2 \frac{c_v\,\mathrm{d}T}{T} + \int_1^2 \frac{r\,\mathrm{d}v}{v}$$

$pv = rT$

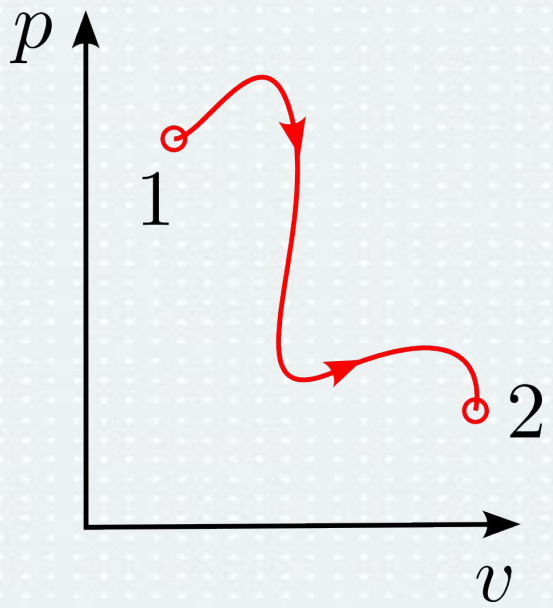
$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + r \ln \frac{v_2}{v_1}$$

- v závislosti na změně teploty a tlaku

$$\Delta s_{12} = \int_1^2 \mathrm{d}s = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}q}{T} = \int_1^2 \frac{c_p\,\mathrm{d}T}{T} - \int_1^2 \frac{v\,\mathrm{d}p}{T} = \int_1^2 \frac{c_p\,\mathrm{d}T}{T} - \int_1^2 \frac{r\,\mathrm{d}p}{p}$$

$pv = rT$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - r \ln \frac{p_2}{p_1}$$



cc BY NC SA

Změna entropie pro obecný děj

- v závislosti na změně tlaku a měrného objemu

$$rT = pv \quad \Rightarrow \quad \ln r + \ln T = \ln p + \ln v \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{\mathrm{d}p}{p} + \frac{\mathrm{d}v}{v}$$

$pv = rT$

$$\Delta s_{12} = \int_1^2 \mathrm{d}s = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}q}{T} = \int_1^2 \frac{c_v\,\mathrm{d}T}{T} + \int_1^2 \frac{p\,\mathrm{d}v}{T}$$

$c_p = c_v + r$

$$\Delta s_{12} = \int_1^2 \mathrm{d}s = \int_1^2 \frac{c_v\,\mathrm{d}p}{p} + \int_1^2 \frac{c_v\,\mathrm{d}v}{v} + \int_1^2 \frac{r\,\mathrm{d}v}{v} = \int_1^2 \frac{c_v\,\mathrm{d}p}{p} + \int_1^2 \frac{c_p\,\mathrm{d}v}{v}$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{v_2}{v_1}$$

CC BY NC SA

Použité zdroje

Milan PAVELEK: Termomechanika, CERM

Josef ŠTĚTINA: II. zákon termodynamiky, výuková prezentace pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Josef ŠTĚTINA: Entropie, výuková prezentace pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Josef ŠTĚTINA: Termodynamické děje, pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Yunus A. ÇENGEL a Michael A. BOLES: Thermodynamics - An engineering approach, McGraw-Hill

CC BY NC SA

Magisterský studijní program JADERNÁ ENERGETIKA vznikl za přispění



Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU



NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY



NPO_VUT_MSMT-16609_2022

CC BY NC SA


VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ
V BRNĚ

Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU

NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FAKULTA CHEMICKÁ

FAKULTA STAVEBNÍ

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Přednáška magisterského studijního programu JADERNÁ ENERGETIKA

TERMODYNAMIKA ENERGETICKÝCH ZAŘÍZENÍ A PŘENOS TEPLA

Termodynamické cykly, cykly plynových turbín, výhřevnost paliv

Fakulta strojního inženýrství

Autor: doc. Ing. Lubomír Klimeš, Ph.D.

Datum: 2024

CC BY NC SA

Druhy termodynamických cyklů

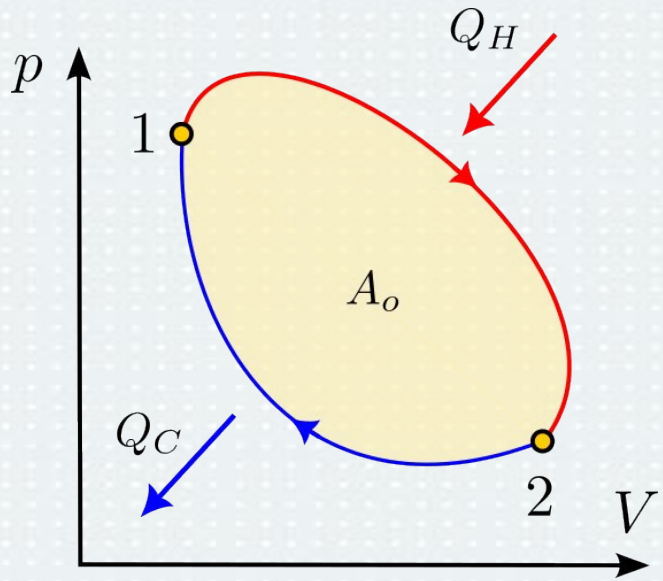
Termodynamický cyklus je posloupnost vzájemně navazujících termodynamických dějů, přičemž po vykonání posledního děje v posloupnosti se soustava vrátí do původního stavu.

Rozlišujeme cykly podle **vratnosti** (vratné/nevratné) a podle **směru** (přímé/nepřímé).

Vratné cykly - skládají se výhradně z vratných termodynamických dějů

Nevratné cykly - obsahují alespoň jeden nevratný termodynamický děj

$$A = Q_H + Q_C$$



Přímé cykly - přeměňují teplo na práci (motory), směr v *p-v* diagramu ↻

Nepřímé cykly - spotřebovávají práci a získáváme z nich užitečné teplo či chlad (tepelná čerpadla a chladicí zařízení, směr v p-v diagramu ↺

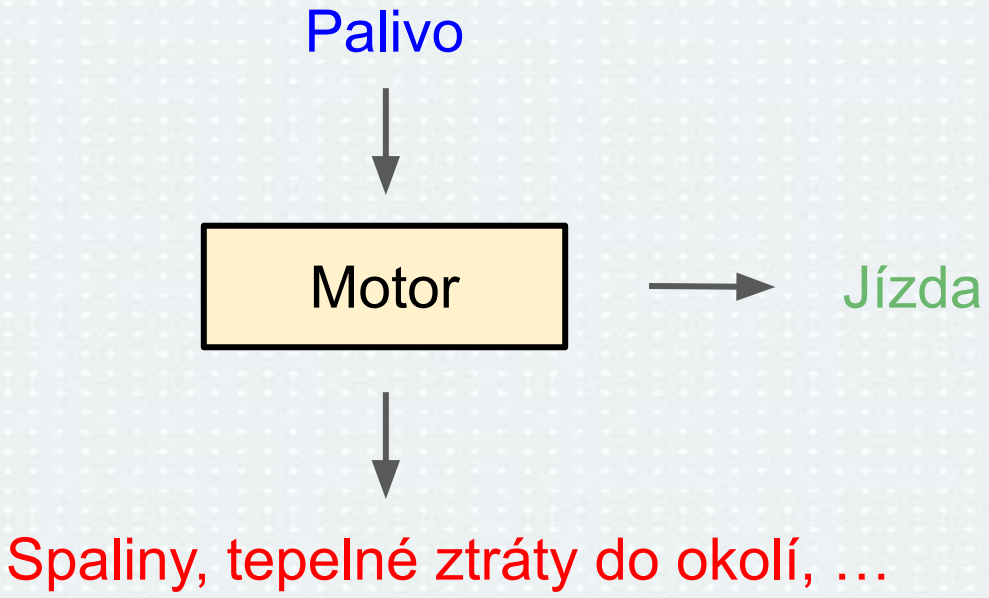
CC BY NC SA

Termická účinnost

Termická účinnost

$$\eta_t = \frac{A_o}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

Parní stroj	20 %
Parní cyklus	30 %
Benzínový spalovací motor	32 %
Naftový motor	43 %
Paroplynový cyklus	60 %



Termická účinnost nabývá hodnot v intervalu 0 až 1. Pro vyjádření v procentech je třeba účinnost vypočtenou dle uvedeného vzorce vynásobit číslem 100.

BY NC SA

Přímý Carnotův cyklus

Carnotův cyklus je termodynamický cyklus s **nejvyšší termickou účinností** (pro dané mezní teploty).

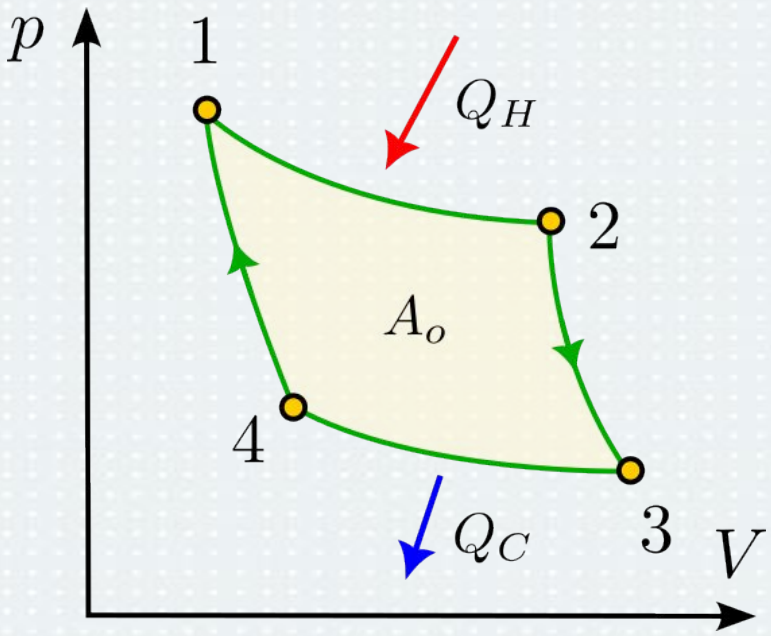
Carnotův cyklus: 2 izotermické děje s výměnou tepla mezi 2 tepelnými zásobníky a 2 adiabatické děje bez výměny tepla mezi soustavou a okolím.

1 - 2: izotermická expanze (pomalý děj)

2 - 3: adiabatická expanze (rychlý děj)

3 - 4: izotermická komprese (pomalý děj)

4 - 1: adiabatická komprese (rychlý děj)



Tepla: $q = (c_v \,\mathrm{d}T + p\,\mathrm{d}v)_T = p\,\mathrm{d}v = \mathrm{d}a$

$$q_H = a_{12} = \int_1^2 p\,\mathrm{d}v = \int_1^2 rT_H \frac{\mathrm{d}v}{v} = rT_H \ln\frac{v_2}{v_1}$$

$$q_C = a_{34} = \int_3^4 p\,\mathrm{d}v = \int_3^4 rT_C \frac{\mathrm{d}v}{v} = rT_C \ln\frac{v_4}{v_3}$$

BY NC SA

Přímý Carnotův cyklus

Carnotův cyklus je termodynamický cyklus s **nejvyšší termickou účinností** (pro dané mezní teploty).

Carnotův cyklus: 2 izotermické děje s výměnou tepla mezi 2 tepelnými zásobníky a 2 adiabatické děje bez výměny tepla mezi soustavou a okolím.

1 - 2: izotermická expanze (pomalý děj)

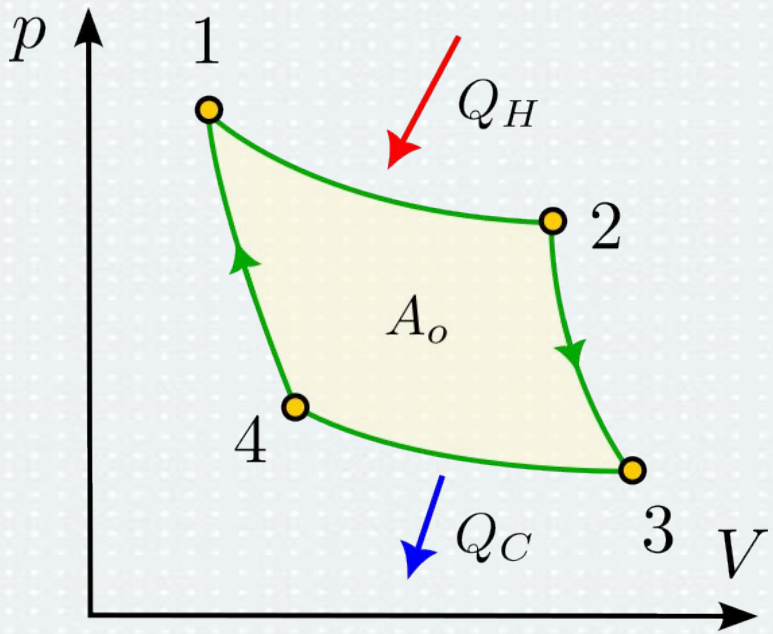
2 - 3: adiabatická expanze (rychlý děj)

3 - 4: izotermická komprese (pomalý děj)

4 - 1: adiabatická komprese (rychlý děj)

Práce: $a_o = q_H - |q_C|$

$$a_o = rT_H \ln \frac{v_2}{v_1} - rT_C \ln \frac{v_3}{v_4}$$



cc BY NC SA

Přímý Carnotův cyklus

Termická účinnost Carnotova cyklu

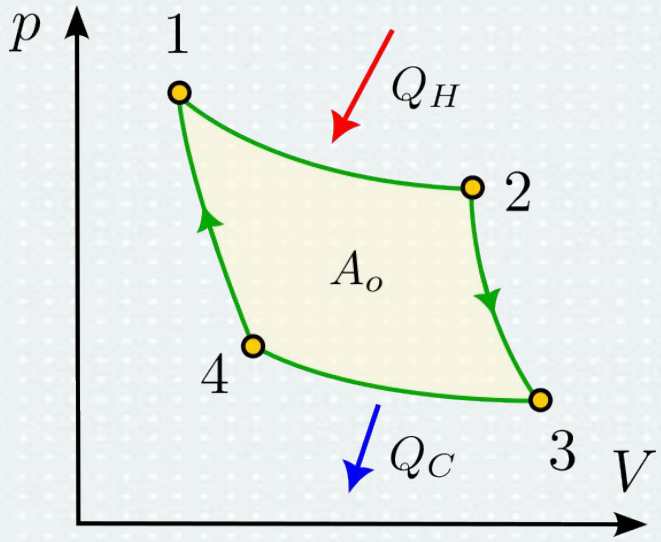
$$\eta_t = \frac{a_o}{q_H} = \frac{q_H - |q_C|}{q_H} = 1 - \frac{|q_C|}{q_H}$$

$$q_H = rT_H \ln \frac{v_2}{v_1} \qquad q_C = rT_C \ln \frac{v_4}{v_3}$$

$$\eta_t = 1 - \frac{|q_C|}{q_H} = 1 - \frac{\cancel{rT_C \ln\left(\frac{v_3}{v_4}\right)}}{\cancel{rT_H \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)}}$$

$$\boxed{\eta_{t,\mathrm{CC}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}}$$

Termická účinnost Carnotova cyklu závisí pouze na teplotách obou zásobníků.



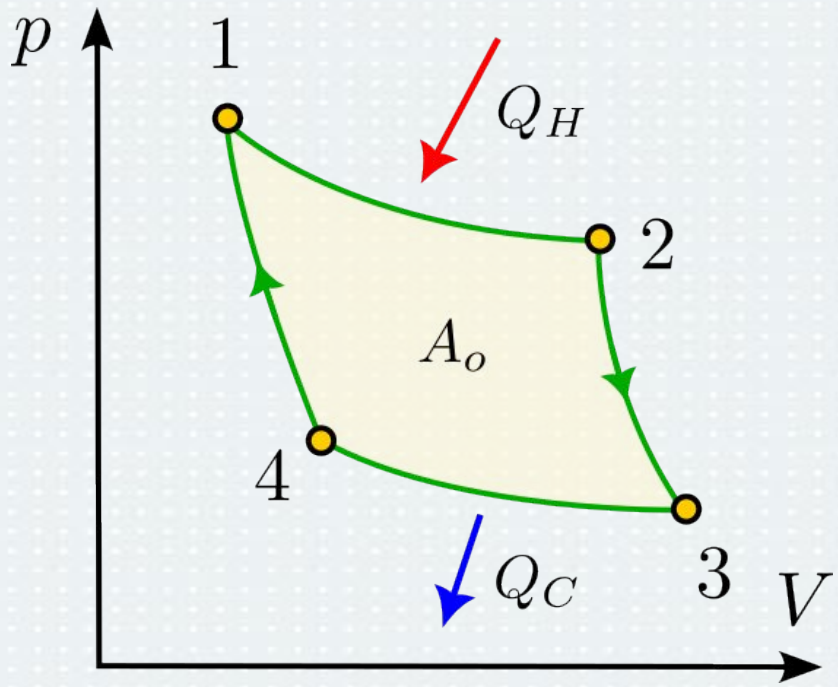
Pro adiabatické děje platí:

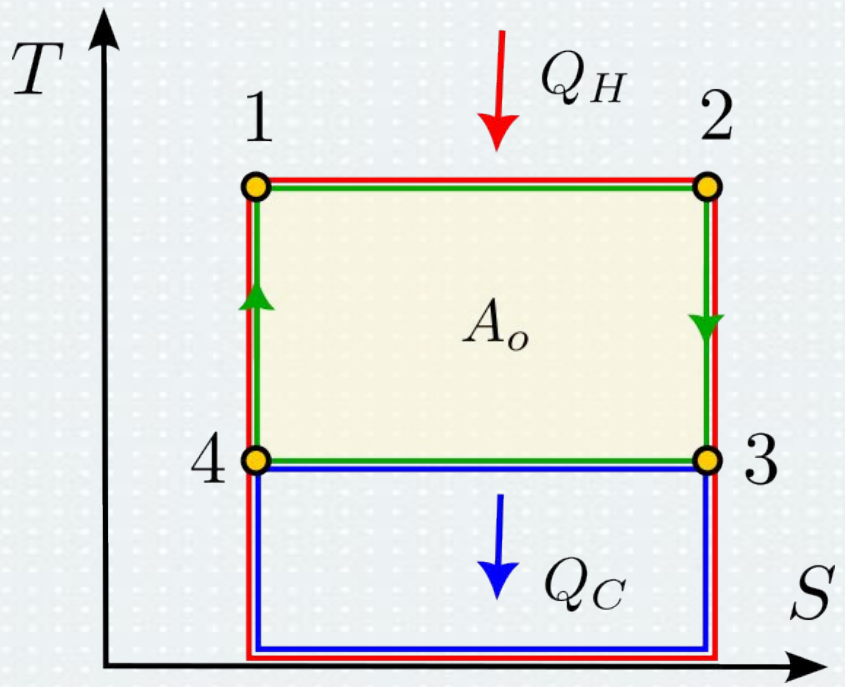
$$\frac{T_C}{T_H} = \frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{\kappa-1} \qquad \frac{T_C}{T_H} = \frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_4}\right)^{\kappa-1}$$

$$\boxed{\frac{v_3}{v_4} = \frac{v_2}{v_1}}$$

BY NC SA

Přímý Carnotův cyklus





$$\eta_t = \frac{A_o}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

$$\eta_{t,\mathrm{CC}} = \frac{A_o}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{T_3}{T_1}$$

BY NC SA

Přímý Carnotův cyklus

Termická účinnost Carnotova cyklu

- **závisí pouze na teplotách** T_H a T_C tepelných zásobníků a **nezávisí na druhu pracovní látky**
- roste s rostoucí teplotou T_H a klesající teplotou T_C, přičemž teplota T_C je omezena nejnižší teplotou v okolí
- **je vždy menší než 1**
- v případě rovnosti $T_H = T_C$ je termická účinnost Carnotova cyklu nulová

$$\eta_{t,\mathrm{CC}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

BY NC SA

Přímý Carnotův cyklus

Důležitost Carnotova cyklu

- termická účinnost tepelných zařízení (teoretických cyklů i skutečných zařízení) **je shora omezena** termickou účinností Carnotova cyklu
- pro dané mezní (nejvyšší a nejnižší) teploty T_H a T_C je **maximální možná teoretická účinnost rovna termické účinnosti Carnotova cyklu**
- snahou konstruktérů a výrobců tepelných zařízení **minimalizace rozdílu** mezi termickou účinností daného zařízení a odpovídající termickou účinností Carnotova cyklu = princip Carnotizace

$$\eta_{t,\mathrm{CC}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

CC BY NC SA

Přímý Carnotův cyklus

Srovnání termických účinností

- **parostrojní zařízení** - tepelný cyklus pro výrobu elektrické energie z tepla

T_H = 900 K, T_C = 300 K

$$\eta_{t,\mathrm{CC}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

$$\eta_t = \frac{A_o}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

Carnotův cyklus: $\eta_{\mathrm{t,\ CC}} = 67\,\%$

teoretický (Rankinův) cyklus parostrojního zařízení: $\eta_{\mathrm{t,\ teoretický}} = 50\,\%$

skutečný (Rankinův) cyklus parostrojního zařízení: $\eta_{\mathrm{t,\ skutečný}} = 35\,\%$

CC BY NC SA

Přímý Carnotův cyklus

Srovnání termických účinností

- **spalovací (zážehový) motor** - tepelný cyklus benzínového spalovacího motoru

T_H = 2500 K, T_C = 600 K

$$\eta_{t,\mathrm{CC}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

$$\eta_t = \frac{A_o}{Q_H} = \frac{Q_H - |Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

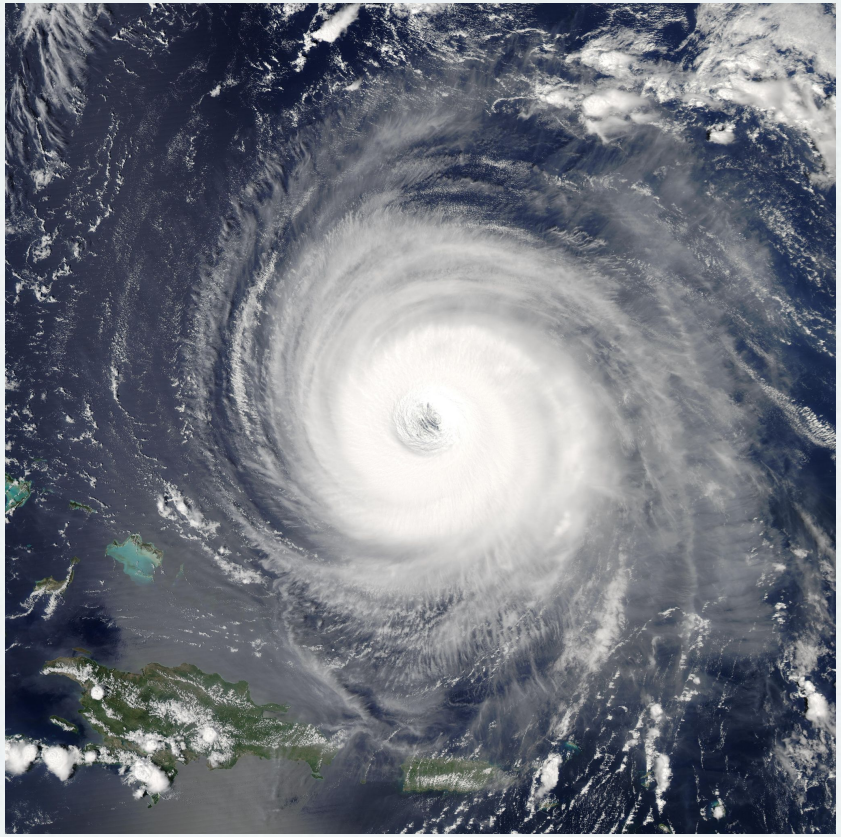
Carnotův cyklus: $\eta_{\mathrm{t,\ CC}} = 76\,\%$

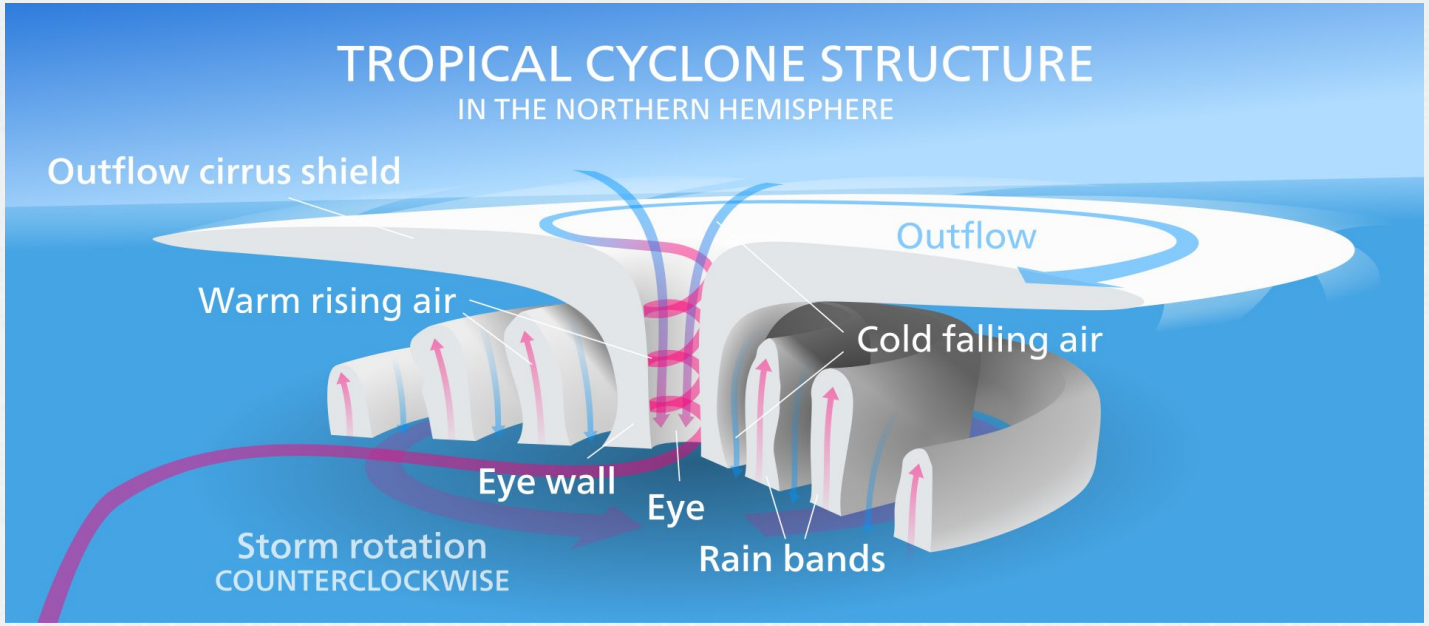
teoretický (Ottův) cyklus spalovacího motoru: $\eta_{\mathrm{t,\ teoretický}} = 50\,\%$

skutečný (Ottův) cyklus spalovacího motoru: $\eta_{\mathrm{t,\ skutečný}} = 30\,\%$

CC BY NC SA

Carnotův cyklus v přírodě



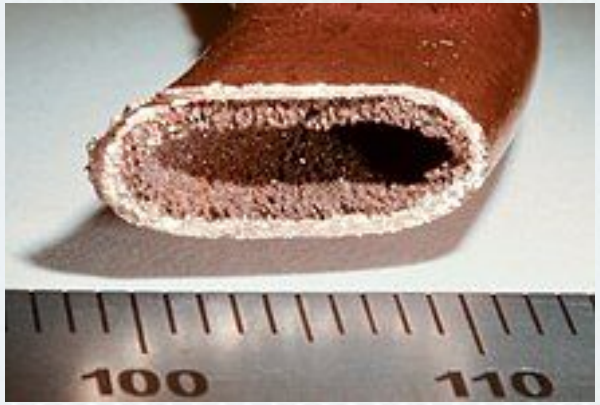


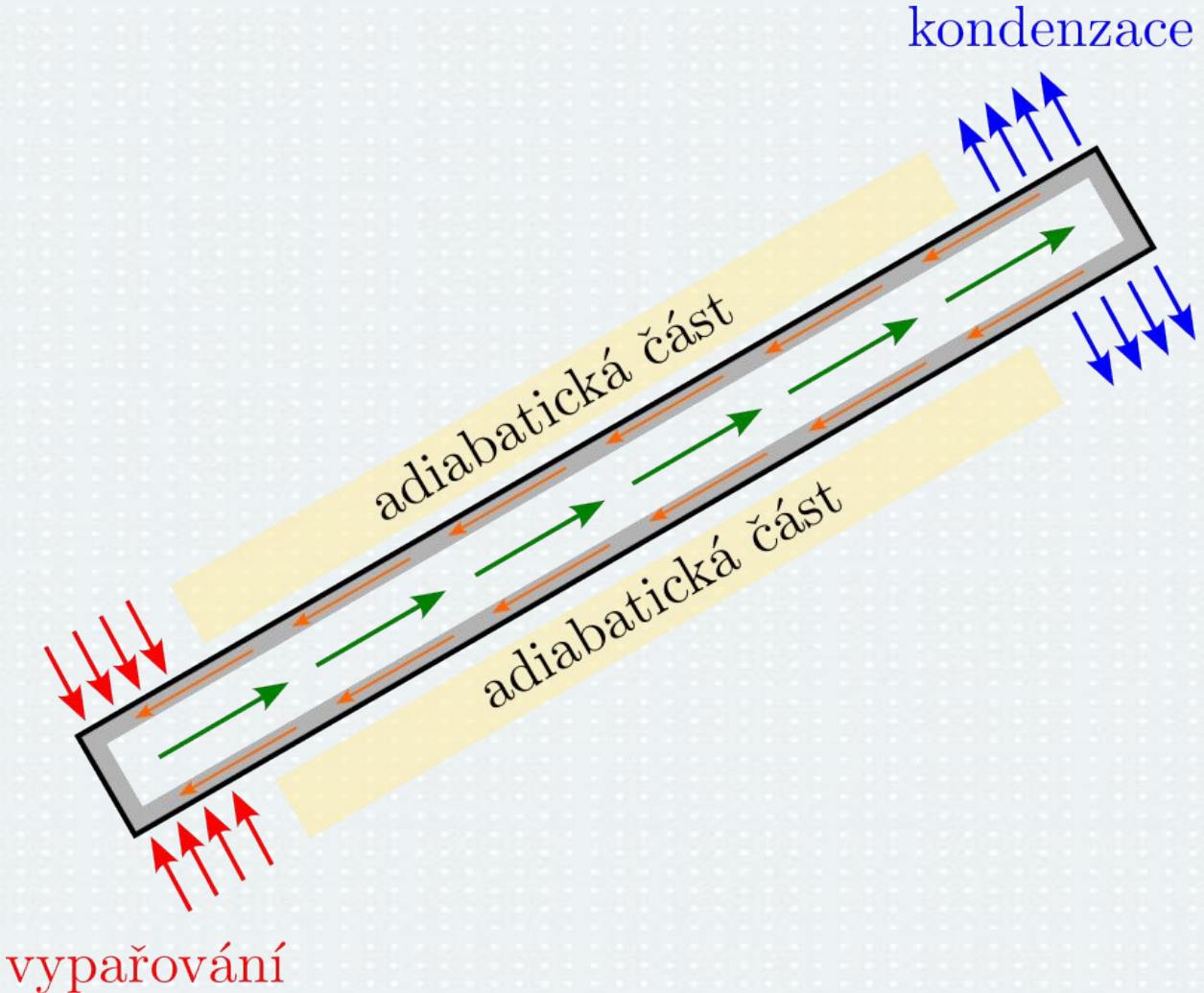
https://cs.wikipedia.org/wiki/Tropick%C3%A1_cykl%C3%B3na

cc BY NC SA

Carnotův cyklus v technické praxi







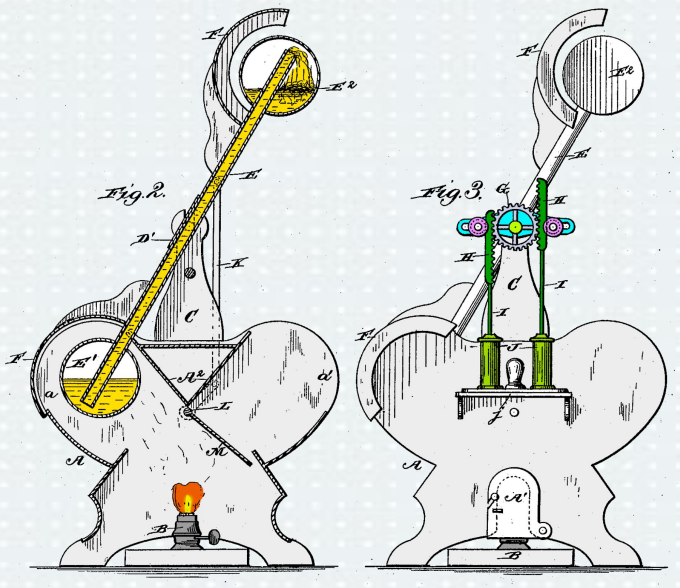
https://en.wikipedia.org/wiki/Heat_pipe

BY NC SA

Carnotův cyklus v technické praxi

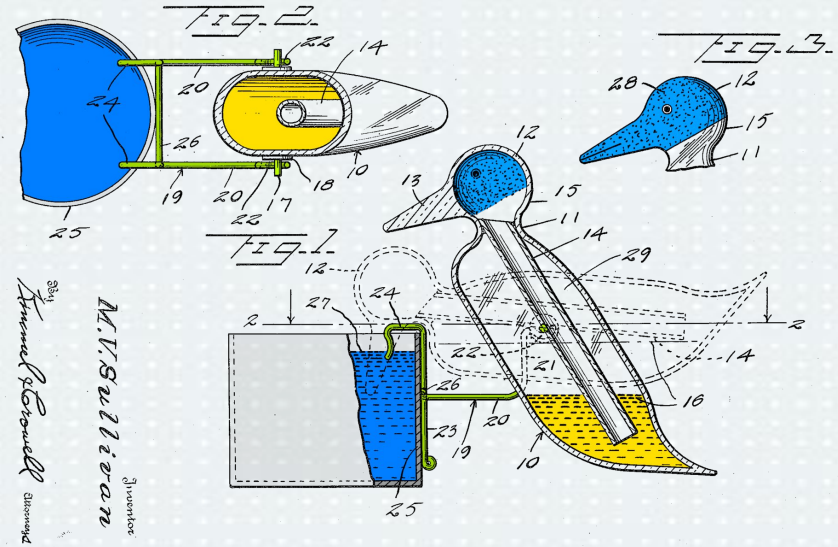


https://en.wikipedia.org/wiki/Drinking_bird



Anthony a Albert Iskeovi, 1881

Patent US253868A

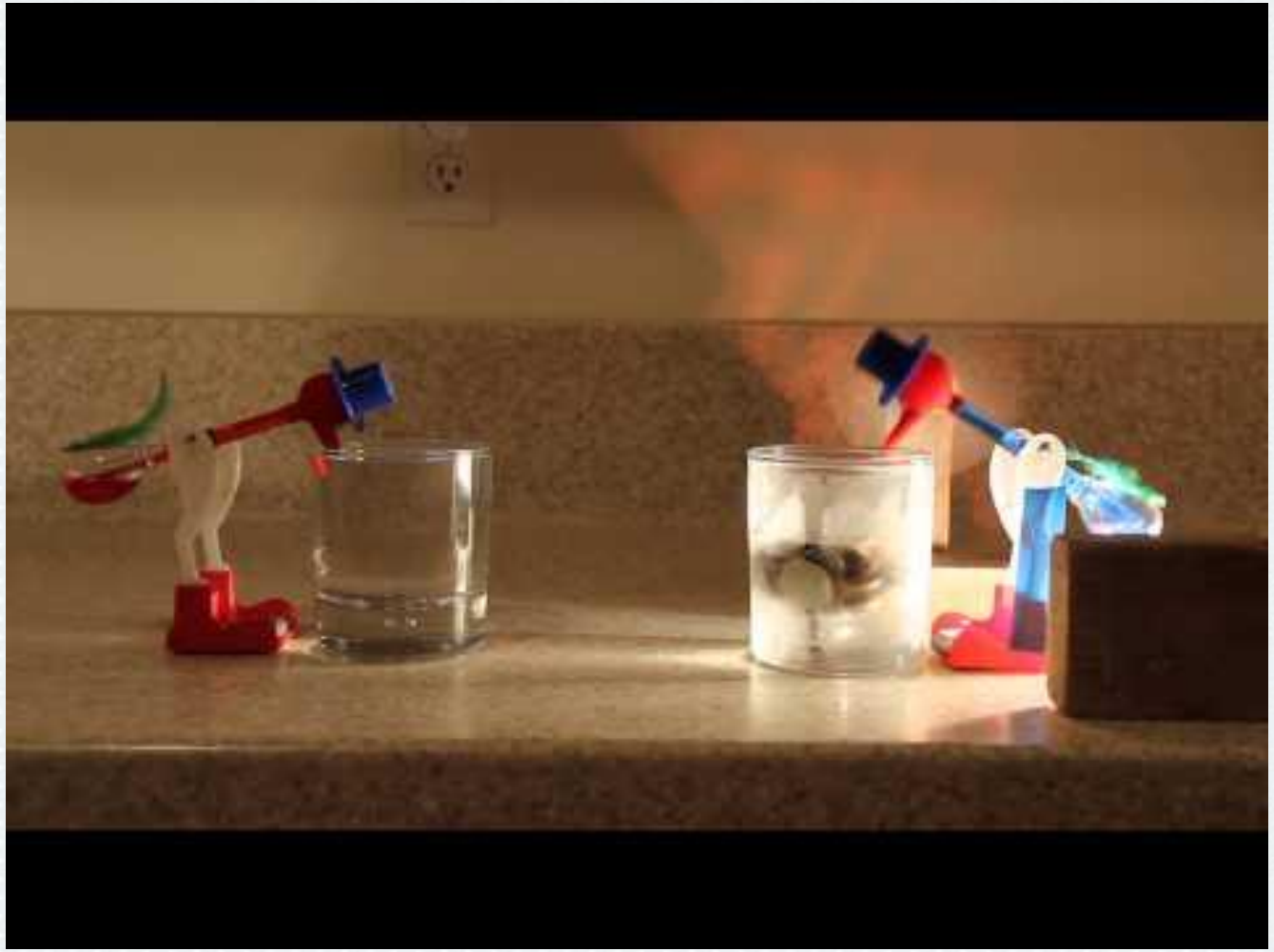


Miles V. Sullivan, 1945

Patent US2402463A

CC BY NC SA

Carnotův cyklus v technické praxi



https://www.youtube.com/watch?v=nRWkcB3rP4w

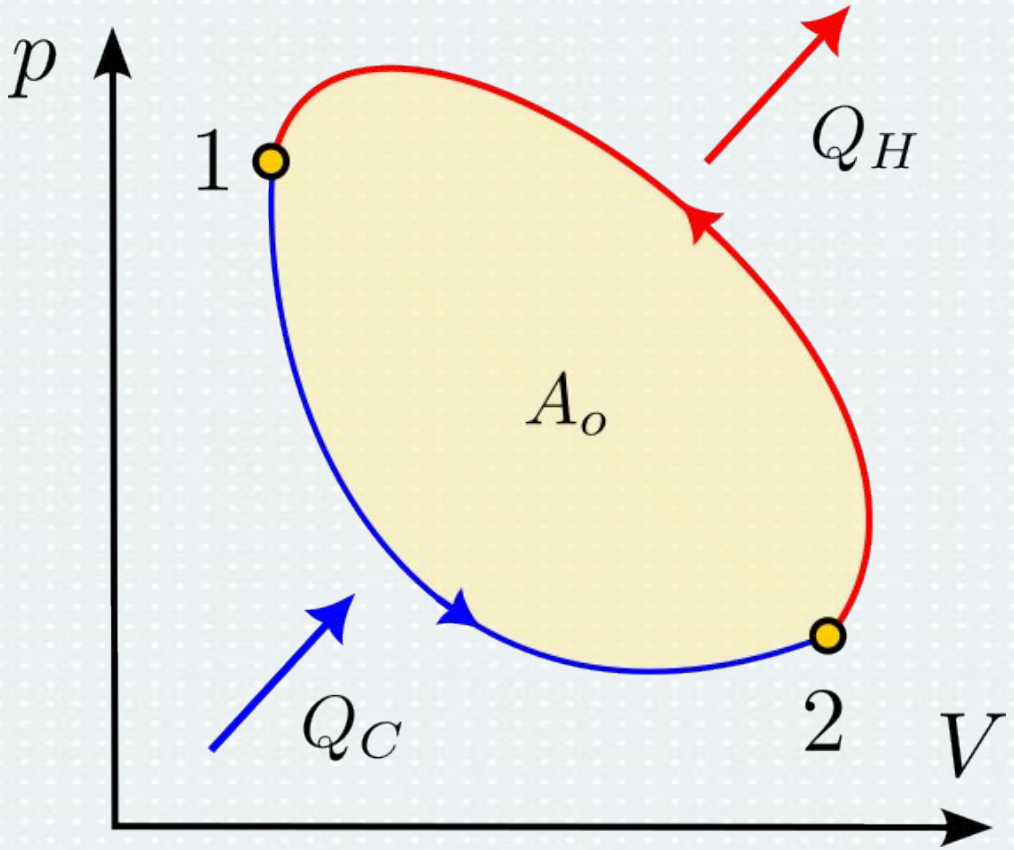
cc BY NC SA

Nepřímé tepelné cykly

Charakteristika nepřímých (obrácených) tepelných cyklů

- **spotřebovávají práci** (práci je zapotřebí do systému dodávat zvenčí)
- technická zařízení využívají dodávané nebo odebírané teplo
- typická zařízení pracující podle nepřímého cyklu: chladicí zařízení (chladnička) a tepelné čerpadlo

Pozor na znaménka tepel a práce!

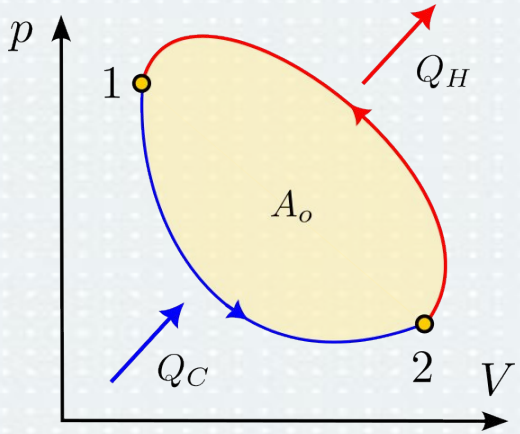


cc BY NC SA

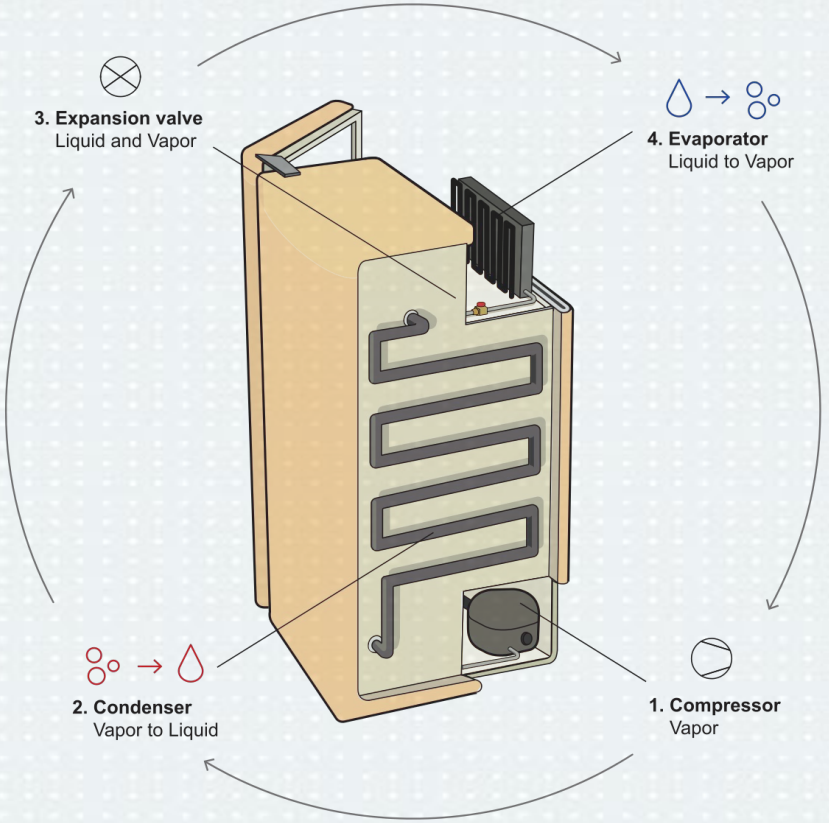
Nepřímé tepelné cykly

Chladnička

- práce na pohon kompresoru (elektromotor)
- využívá nízkopotenciální teplo Q_C dodávané do cyklu
- vysokopotenciální teplo Q_H je z chladničky odevzdáváno do okolního prostředí







https://en.wikipedia.org/wiki/Refrigerator

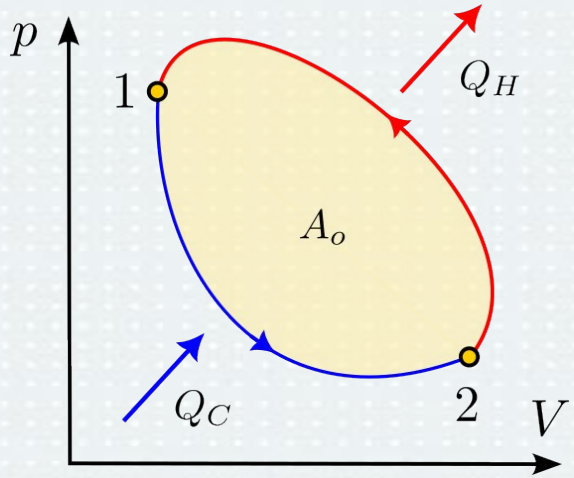
Proč není dobrý nápad v horkém létě "klimatizovat" byt pomocí chladničky?

BY NC SA

Nepřímé tepelné cykly

Tepelné čerpadlo

- práce na pohon kompresoru (elektromotor)
- využívá vysokopotenciální teplo Q_H odebírané z cyklu
- nízkopotenciální teplo Q_C je dodáváno z vhodného tepelného zdroje
- chlazení a vytápění tepelným čerpadlem
- teplo a teplota







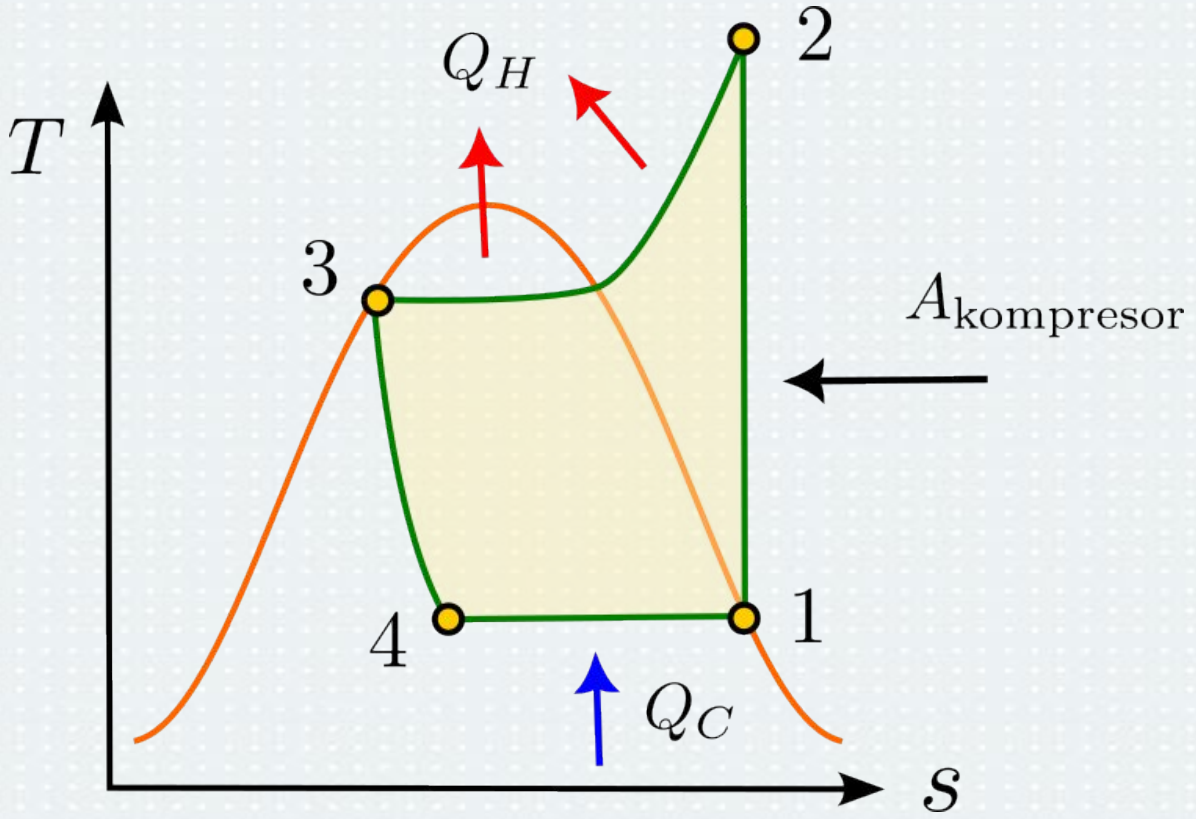
https://en.wikipedia.org/wiki/Heat_pump

BY NC SA

Nepřímé tepelné cykly

Skutečná chladnička a tepelné čerpadlo

- využívají nepřímý **kompresorový vypařovací** cyklus
- pracovní látkou je **chladivo**, které v rámci cyklu mění skupenství (kapalina - plyn a zpět)
- obsahují **dva tepelné výměníky** (kondenzátor a výparník)
- obsahují **kompresor** (zvýšení tlaku)
- obsahují **škrtící prvek** (snížení tlaku)



BY NC SA

Nepřímý Carnotův cyklus

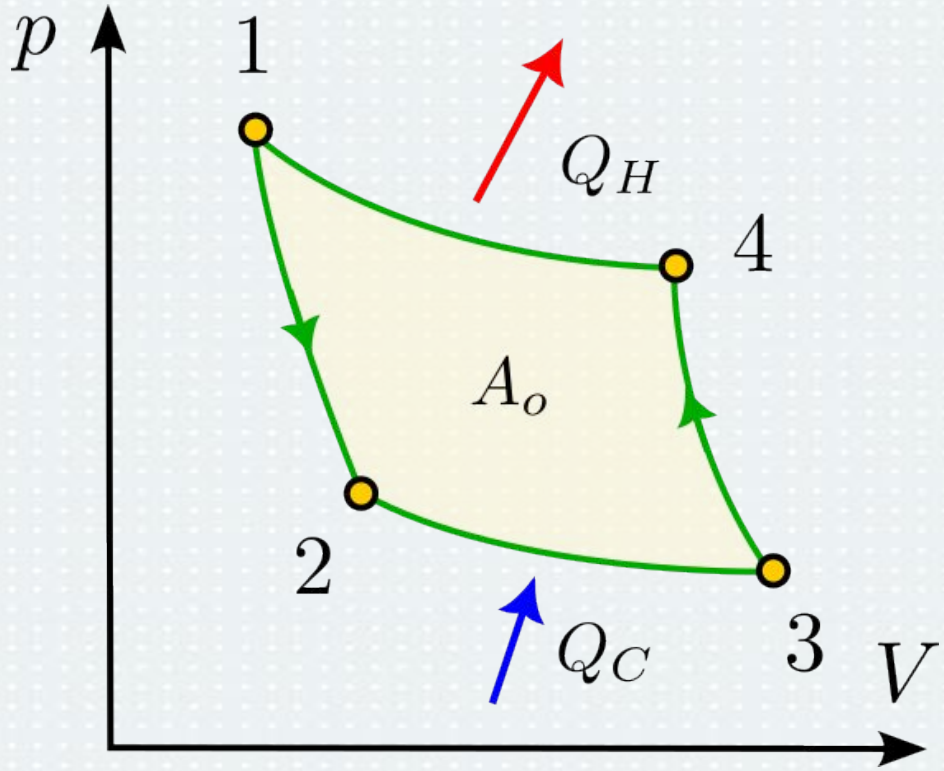
Podobně jako u přímých cyklů **slouží nepřímý Carnotův cyklus k porovnávání a hodnocení** nepřímých termodynamických cyklů.

Pro tepla a práci nepřímého Carnotova cyklu platí

$$q_H = a_{41} = \int_4^1 p\,\mathrm{d}v = \int_4^1 rT_H \frac{\mathrm{d}v}{v} = rT_H \ln \frac{v_1}{v_4}$$

$$q_C = a_{23} = \int_2^3 p\,\mathrm{d}v = \int_2^3 rT_C \frac{\mathrm{d}v}{v} = rT_C \ln \frac{v_3}{v_2}$$

$$|a_0| = |q_H| - q_C = rT_H \ln \frac{v_4}{v_1} - rT_C \ln \frac{v_3}{v_2}$$



cc BY NC SA

Nepřímý Carnotův cyklus

V případě nepřímých cyklů se pro hodnocení jejich efektivity nepoužívá termická účinnost, ale chladicí nebo topný faktor (**COP - coefficient of performance**).

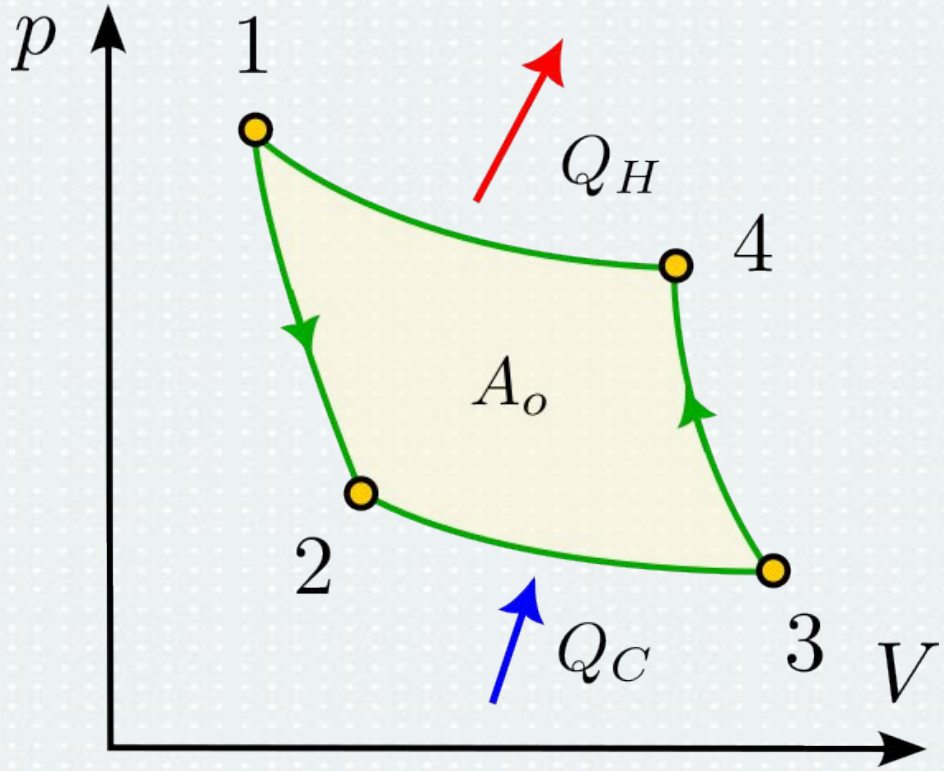
Chladicí zařízení - obecně:

$$\varepsilon_{\mathrm{ch}} = \frac{q_C}{|a_0|} = \frac{q_C}{|q_H| - q_C}$$

Tepelné čerpadlo - obecně:

$$\varepsilon_{\mathrm{t}} = \frac{|q_H|}{|a_0|} = \frac{|q_H|}{|q_H| - q_C}$$

Definice a interpretace faktorů?



cc BY NC SA

Nepřímý Carnotův cyklus

V případě nepřímých cyklů se pro hodnocení jejich efektivity nepoužívá termická účinnost, ale chladicí nebo topný faktor (**COP - coefficient of performance**).

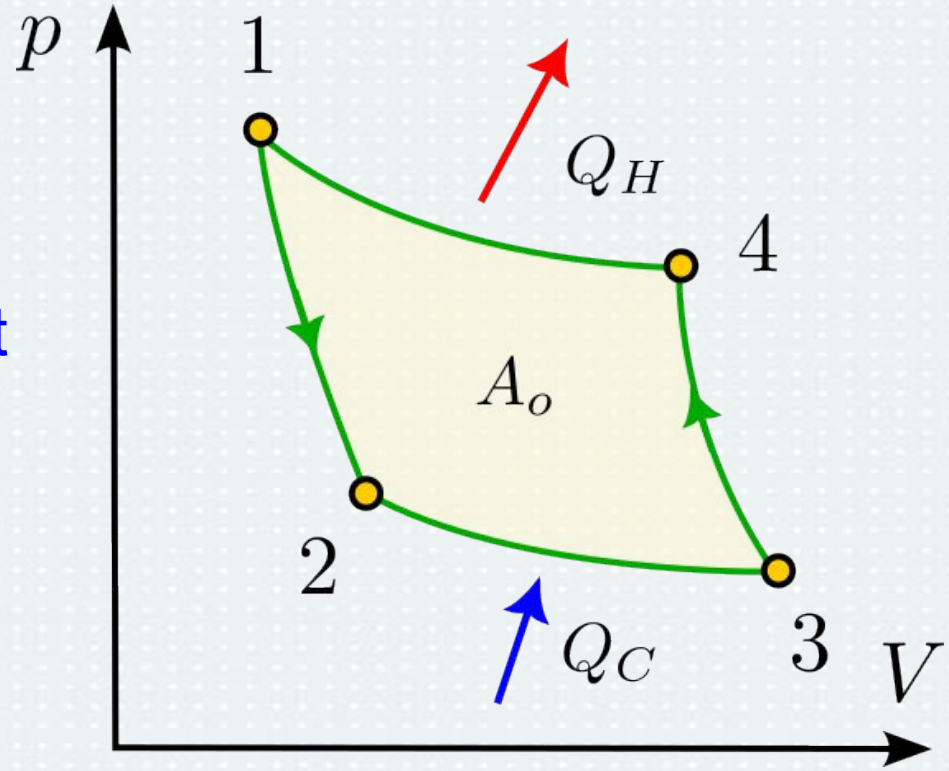
Chladicí zařízení - Carnotův cyklus:

$$\varepsilon_{\mathrm{ch,CC}} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

Tepelné čerpadlo - Carnotův cyklus:

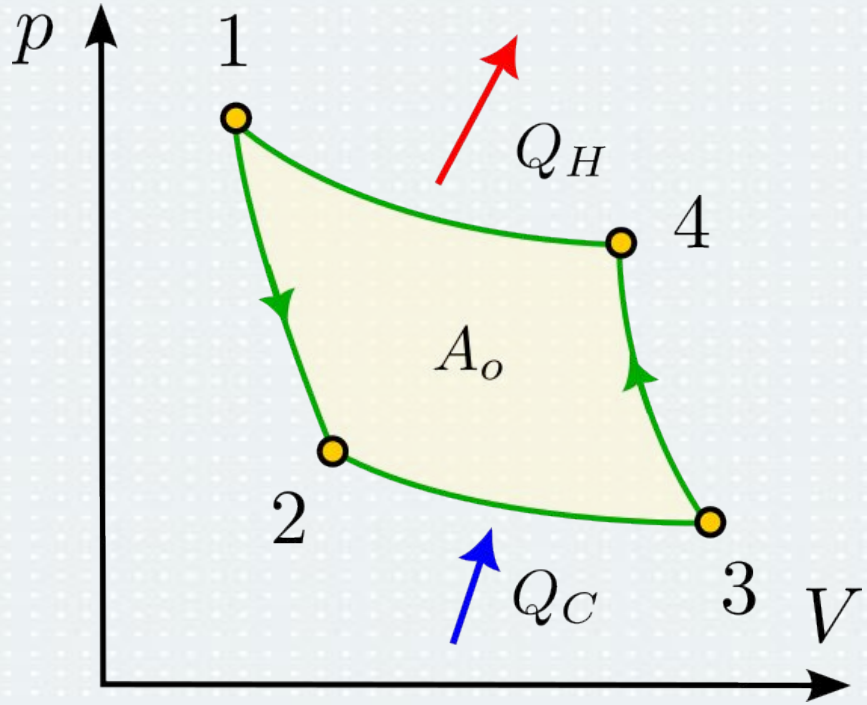
$$\varepsilon_{\mathrm{t,CC}} = \frac{T_H}{T_H - T_C}$$

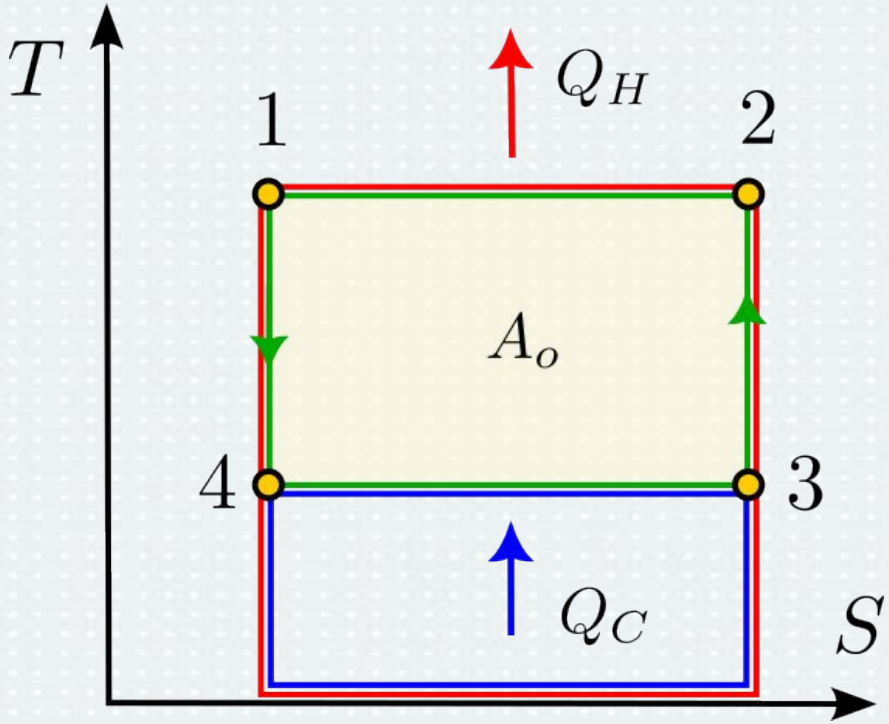
Dává smysl provozovat zařízení s faktorem menším než 1?



cc BY NC SA

Nepřímý Carnotův cyklus





$$\varepsilon_{\mathrm{ch}} = \frac{Q_c}{|A_o|} \qquad \varepsilon_{\mathrm{t}} = \frac{|Q_H|}{|A_o|} \qquad \varepsilon_{\mathrm{ch,CC}} = \frac{T_C}{T_H - T_C} \qquad \varepsilon_{\mathrm{t,CC}} = \frac{T_H}{T_H - T_C}$$

BY NC SA

Srovnání termodynamických cyklů

Srovnání = posouzení **efektivnosti** zařízení: $\text{efektivita} = \frac{\text{co získám}}{\text{co za to platím}}$

Přímé cykly (parostrojní zařízení, motory, …):

$$\eta_t = \frac{A_o}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H}$$

$$\eta_{t,\mathrm{CC}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

Termická účinnost (obvykle < 50 %)

Nepřímé cykly - chladicí zařízení:

$$\varepsilon_{\mathrm{ch}} = \frac{Q_c}{|A_o|}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{ch,CC}} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

Chladicí faktor (obvykle > 4)

Nepřímé cykly - tepelná čerpadla:

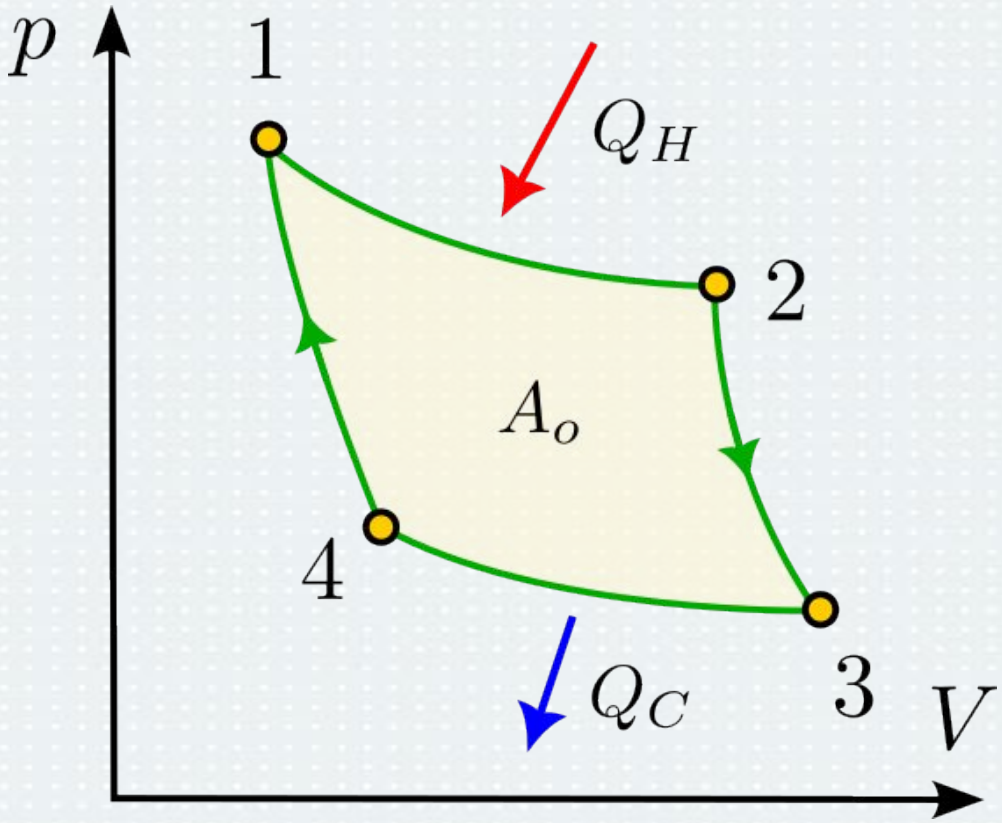
$$\varepsilon_{\mathrm{t}} = \frac{|Q_H|}{|A_o|}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{t,CC}} = \frac{T_H}{T_H - T_C}$$

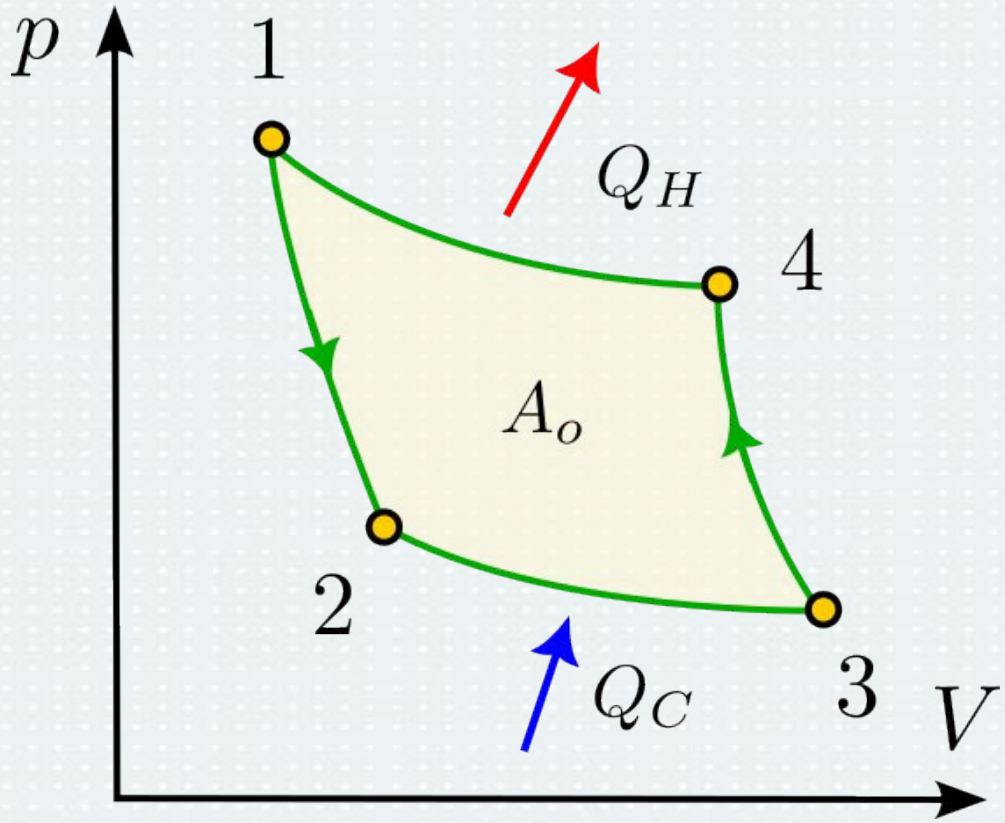
Topný faktor (obvykle > 4)

CC BY NC SA

Srovnání termodynamických cyklů



Přímý cyklus ↻,
práci koná ($A_o > 0$)



Nepřímý cyklus ↺,
práci spotřebovává ($A_o < 0$)

cc BY NC SA

Srovnání termodynamických cyklů

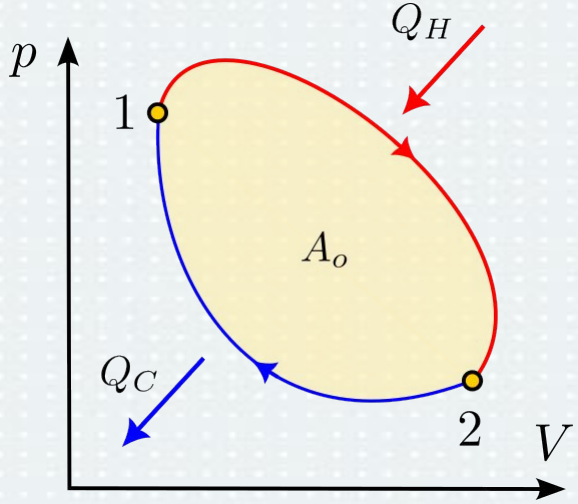
Porovnávací Carnotova účinnost

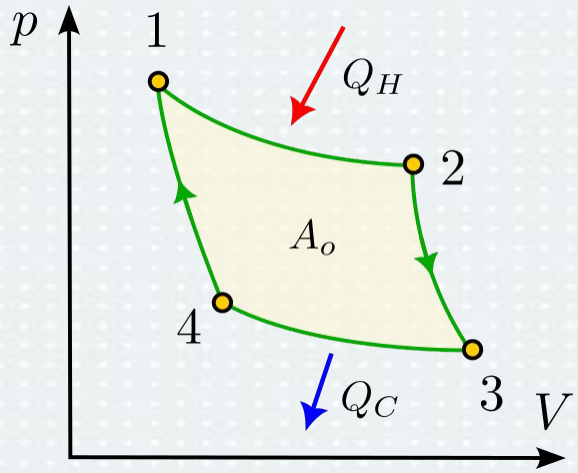
- vyjadřuje termickou účinnost vzhledem ke Carnotově účinnosti

$$\eta_{\mathrm{p,CC}} = \frac{\eta_t}{\eta_{t,\mathrm{CC}}} = \frac{1-\frac{|Q_C|}{Q_H}}{1-\frac{T_C}{T_H}}$$

- v případě Carnotova cyklu

$$\eta_{p,\mathrm{CC}} = 1$$

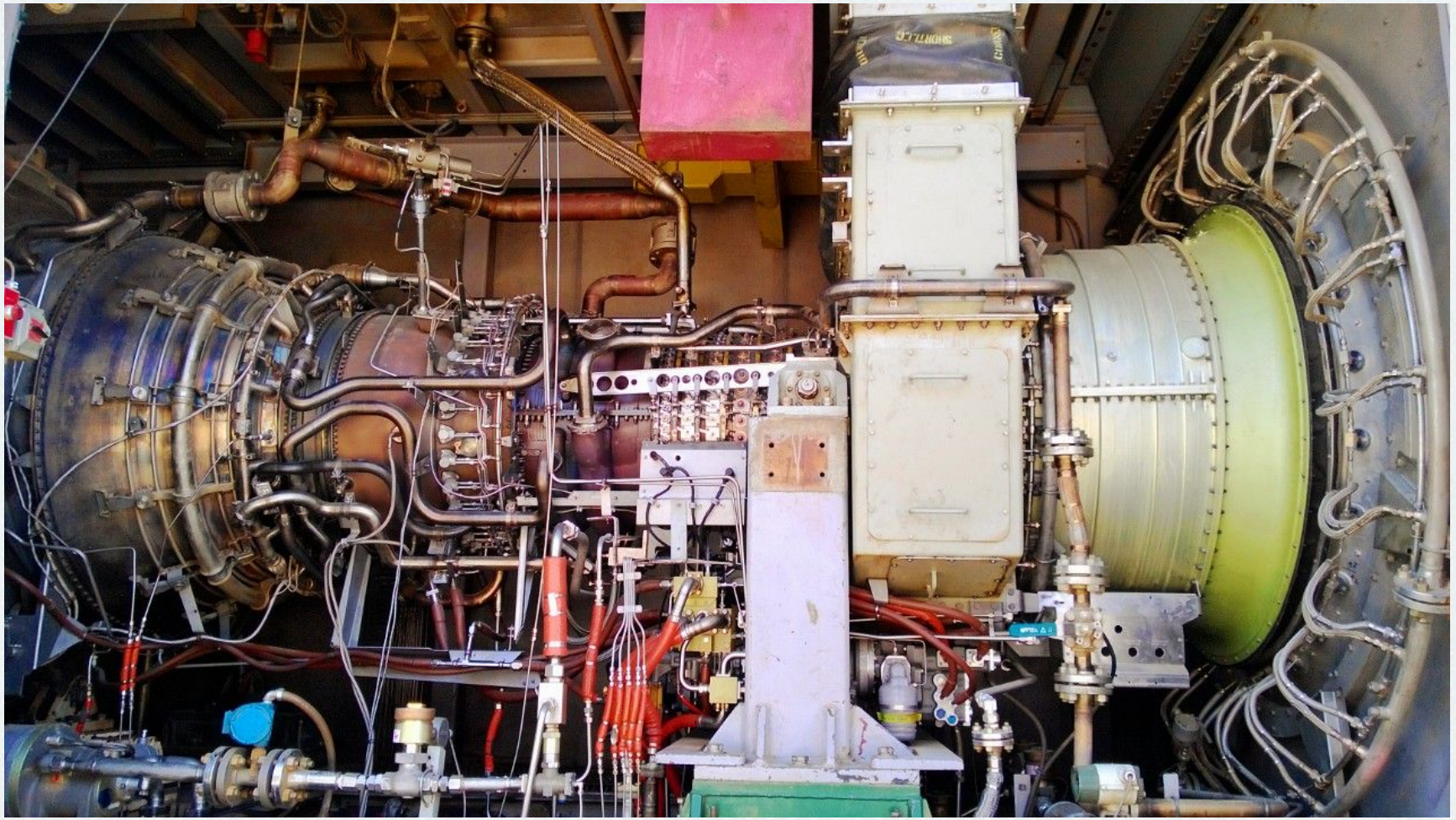




Čím je porovnávací Carnotova účinnosti blíže k hodnotě 1, tím je tepelné zařízení dokonalejší a "bližší" Carnotově cyklu.

BY NC SA

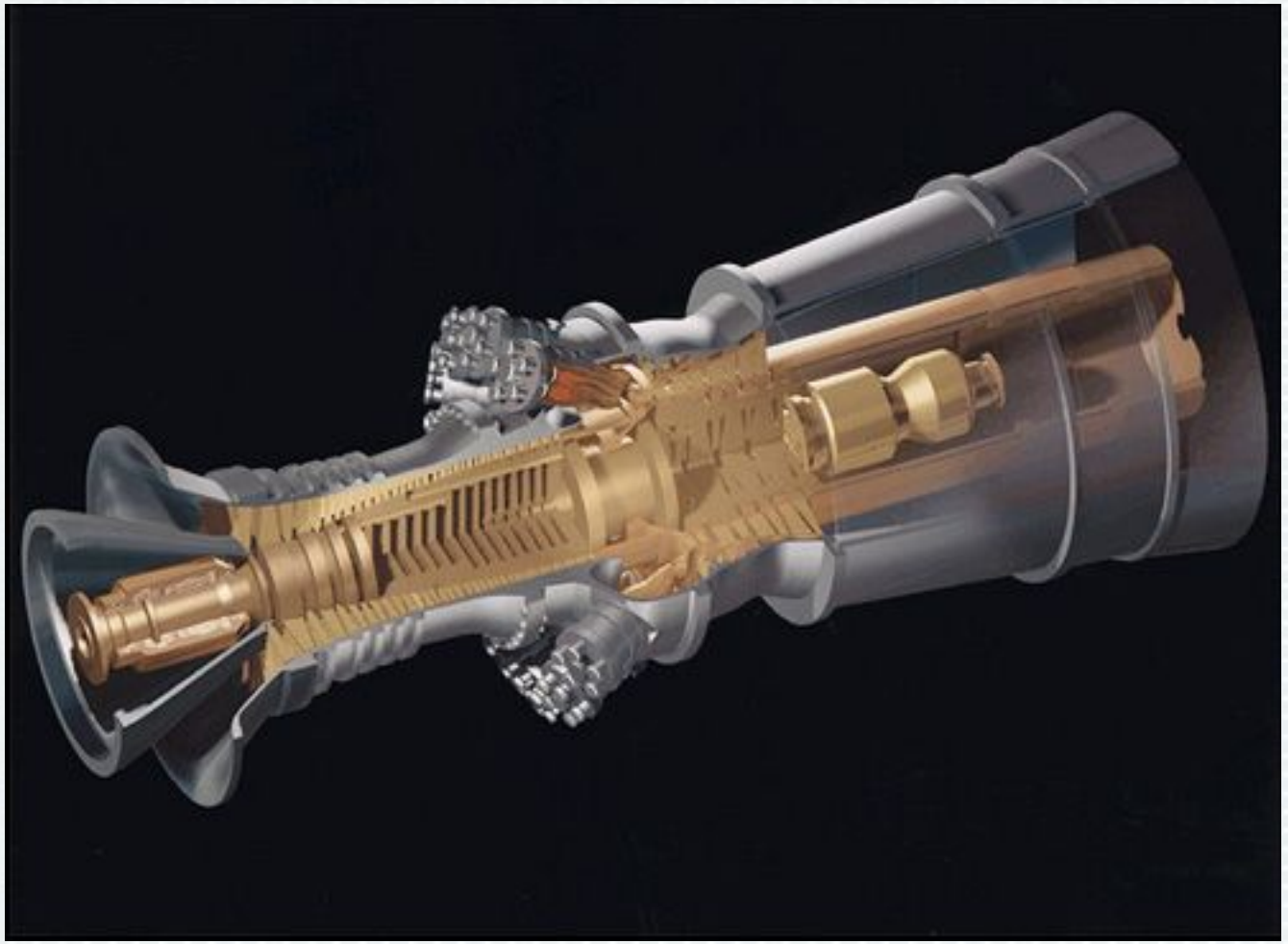
Plynové turbíny



Pro-Per Energy Services, CC BY-SA 4.0, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Plynové turbíny



United States Department of Energy, Public domain, via Wikimedia Commons

cc BY NC SA

Plynové turbíny

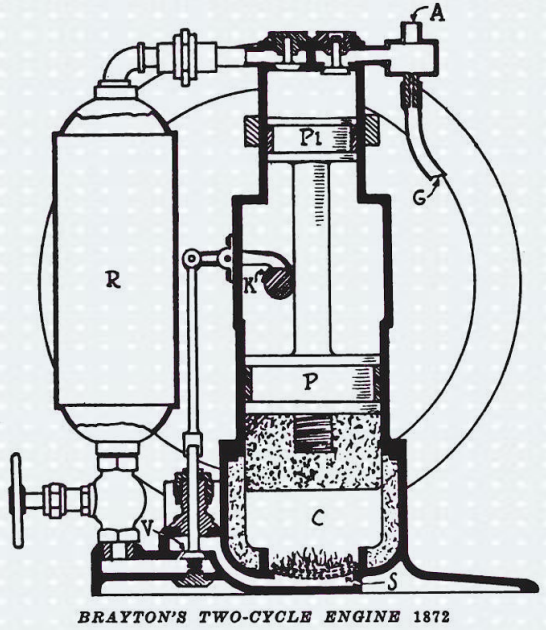
Termodynamické cykly plynových turbín

- plynové turbíny, ve kterých probíhá **spalování za konstantního tlaku**
- plynové turbíny, ve kterých probíhá **spalování za konstantního objemu**

Plynové turbíny se někdy také označují jako spalovací turbíny.

Turbína s izobarickým spalováním: **Braytonův cyklus**

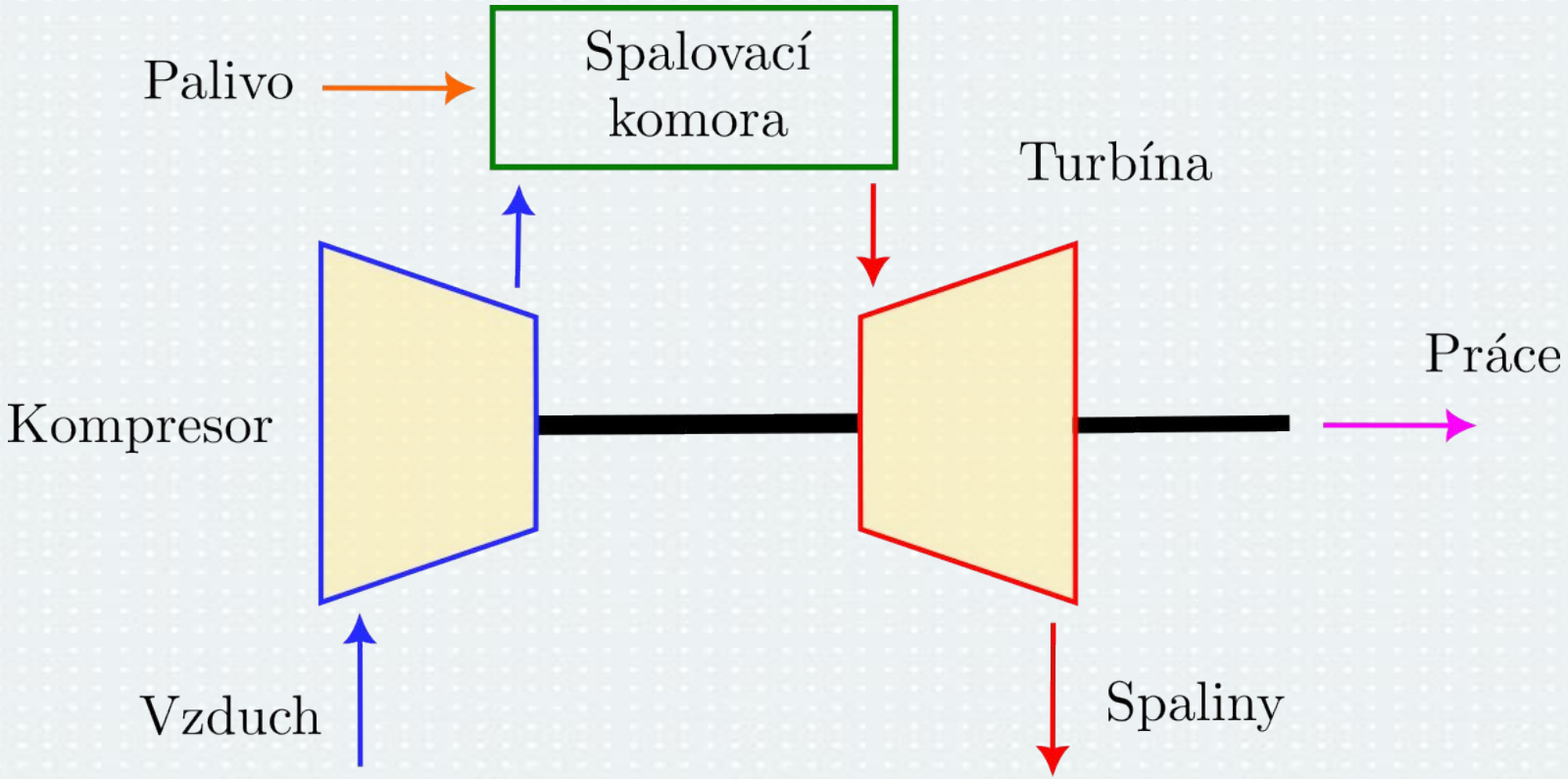
Turbína s izochorickým spalováním: **Humphreyho cyklus**



BRAYTON'S TWO-CYCLE ENGINE 1872

Georgebrayton, CC BY-SA 4.0, via Wikimedia Commons

Braytonův cyklus plynové turbíny



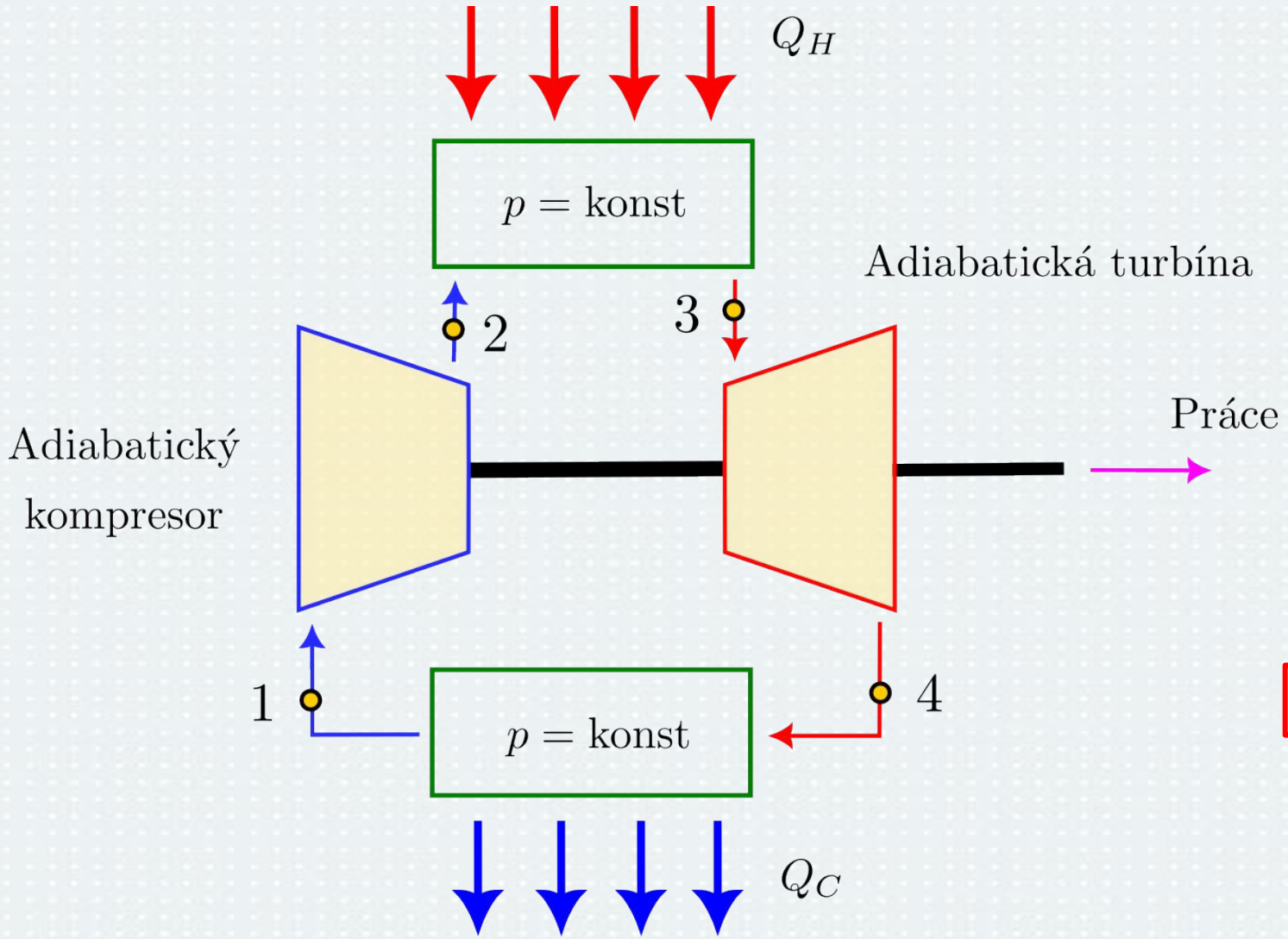
Kompresor práci spotřebovává.

Turbína práci koná.

$$A_o = A_t + A_k = A_t - |A_k|$$

BY NC SA

Braytonův cyklus plynové turbíny



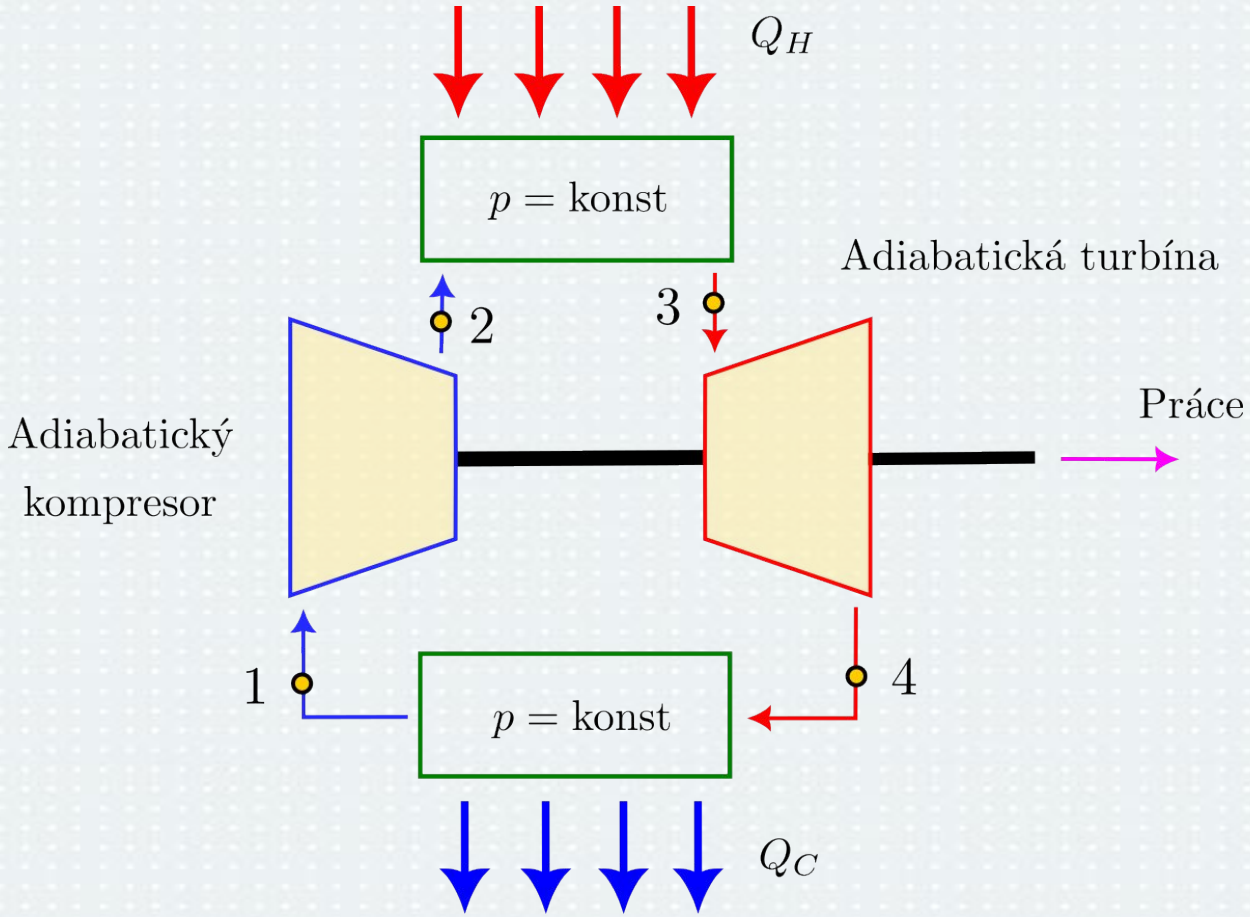
Kompresor práci spotřebovává.

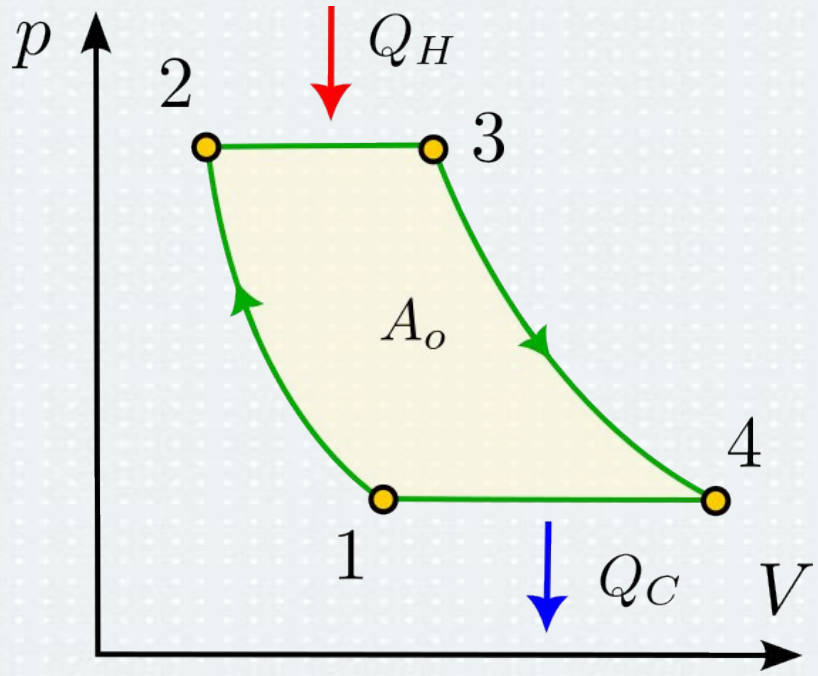
Turbína práci koná.

$$A_o = A_t + A_k = A_t - |A_k|$$

BY NC SA

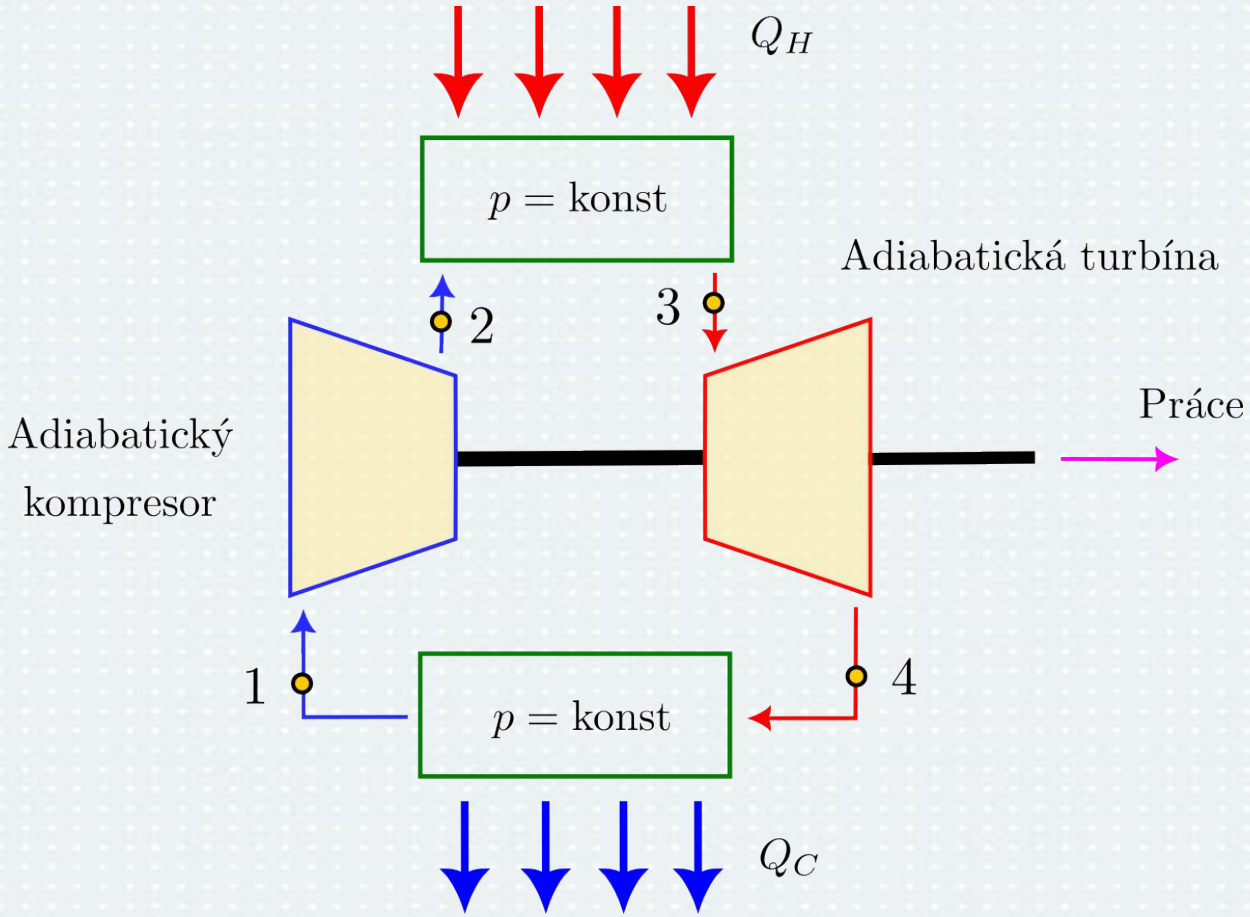
Braytonův cyklus plynové turbíny

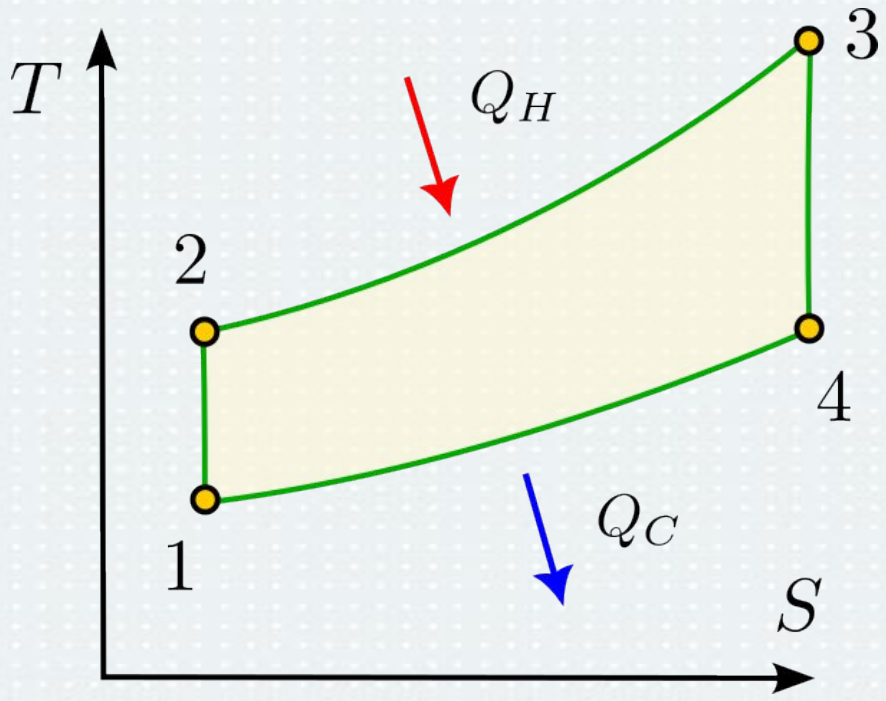




BY NC SA

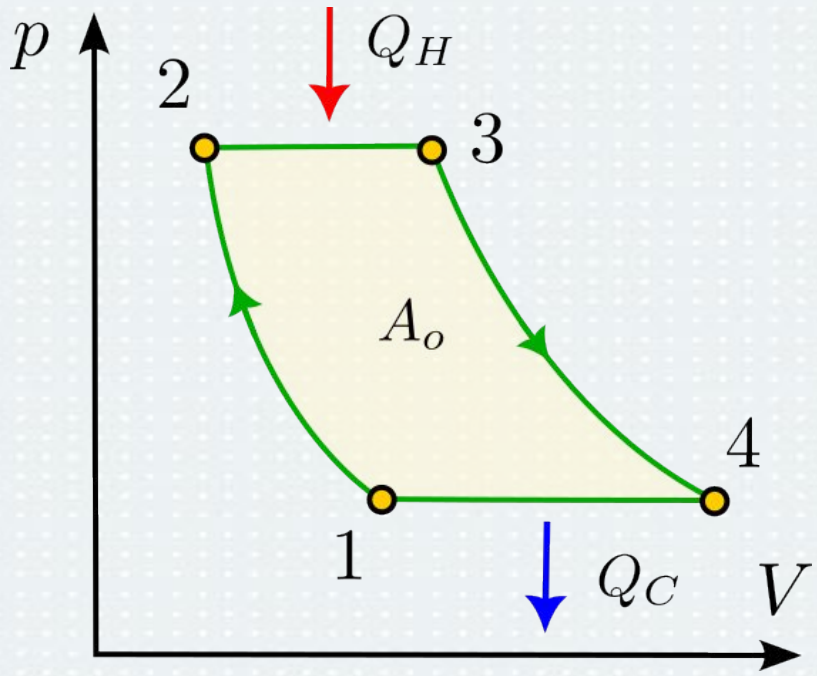
Braytonův cyklus plynové turbíny

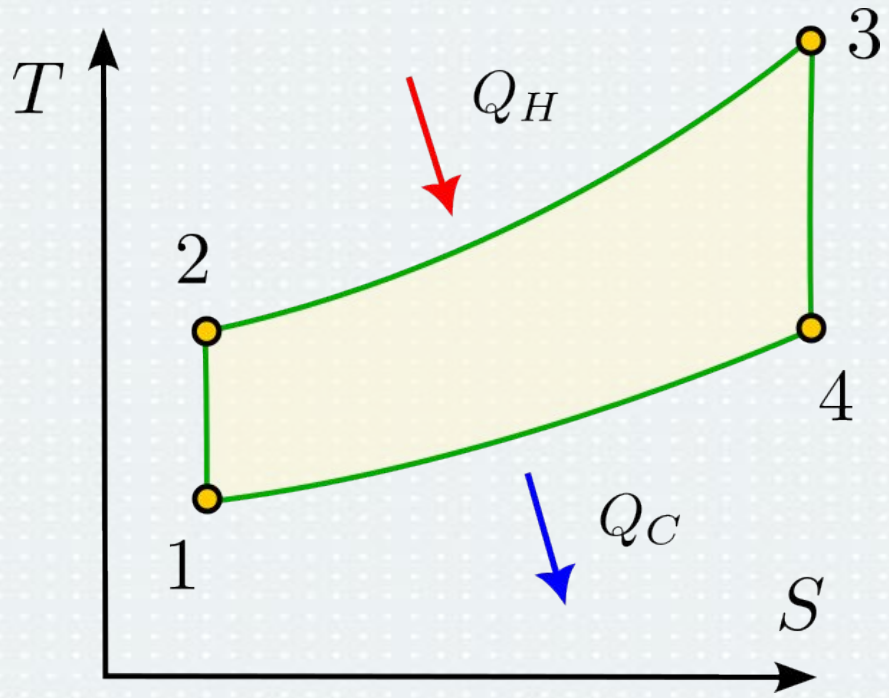




BY NC SA

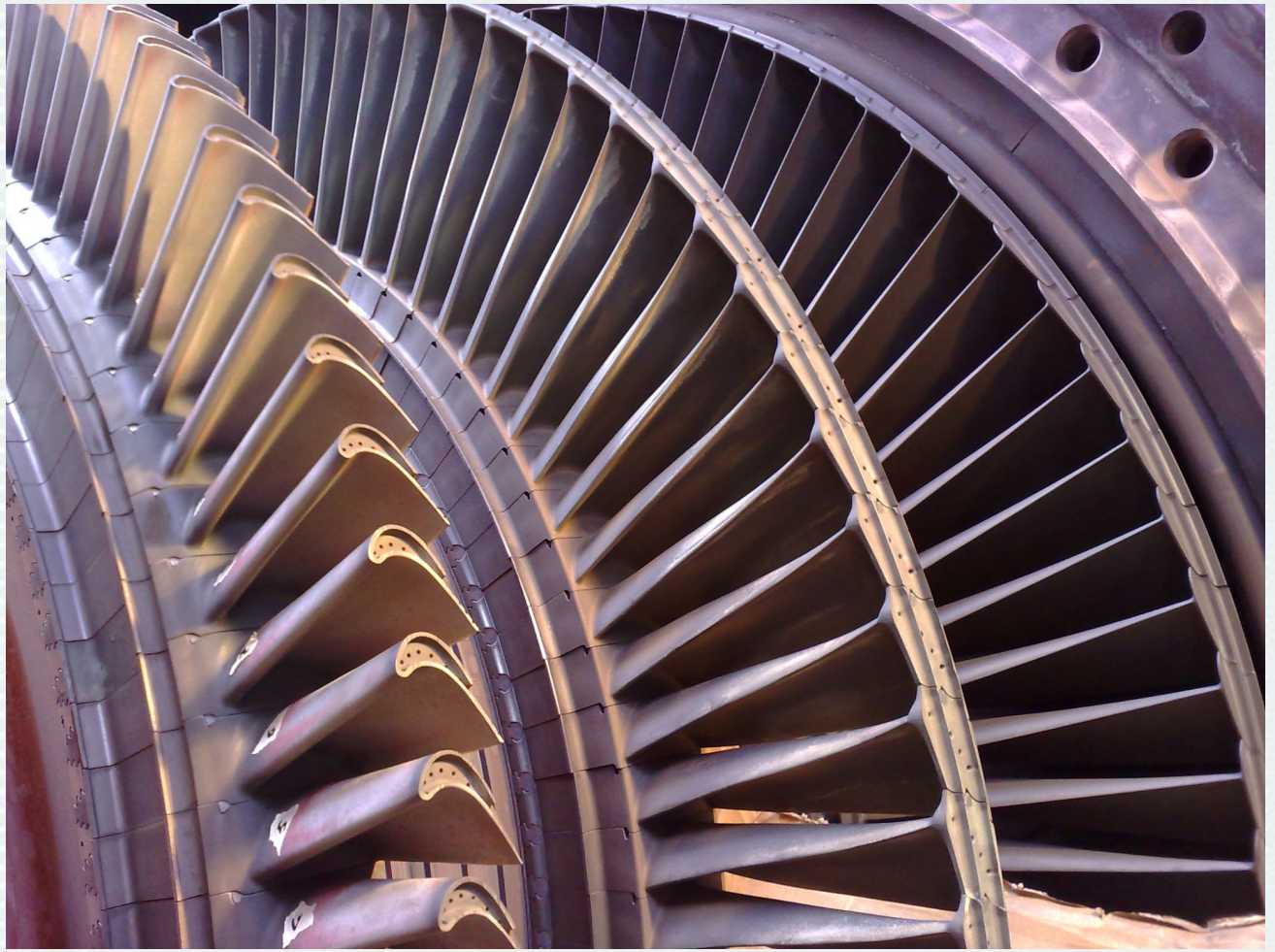
Braytonův cyklus plynové turbíny





cc BY NC SA

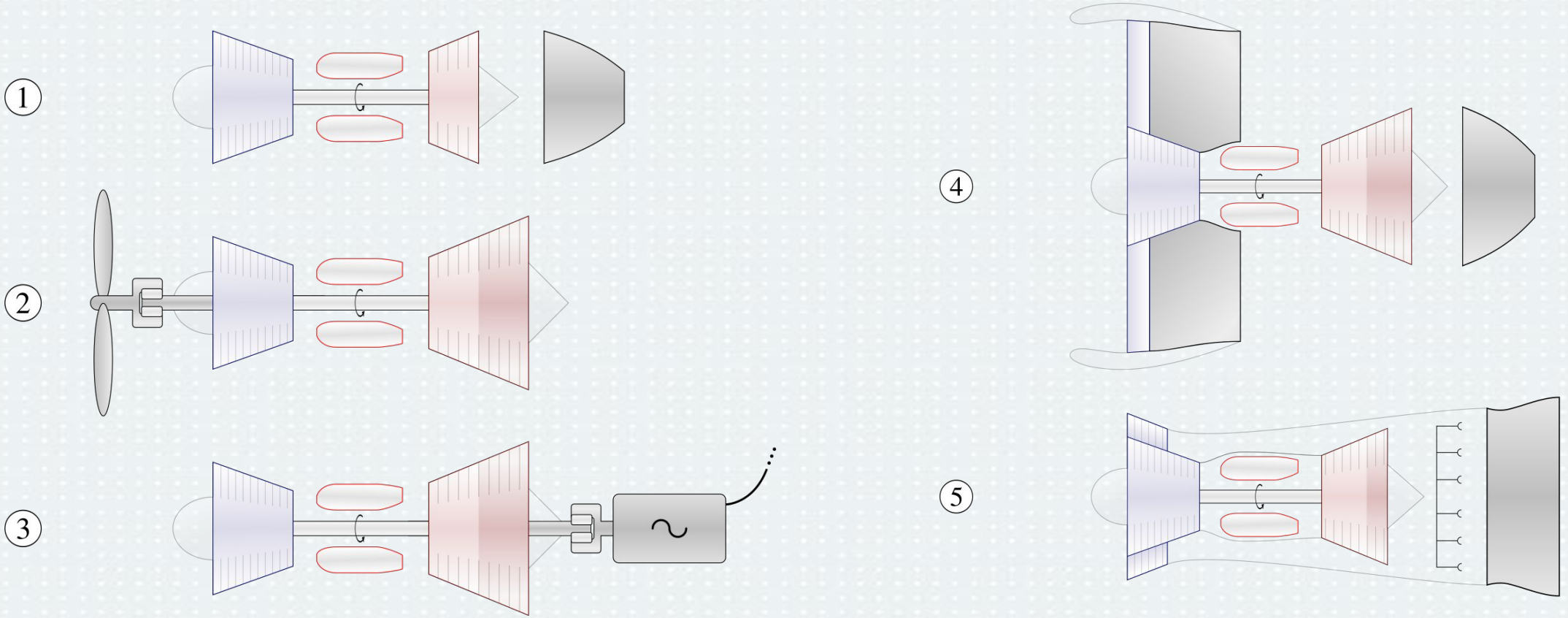
Braytonův cyklus plynové turbíny



Pro-Per Energy Services, CC BY-SA 4.0, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Braytonův cyklus plynové turbíny



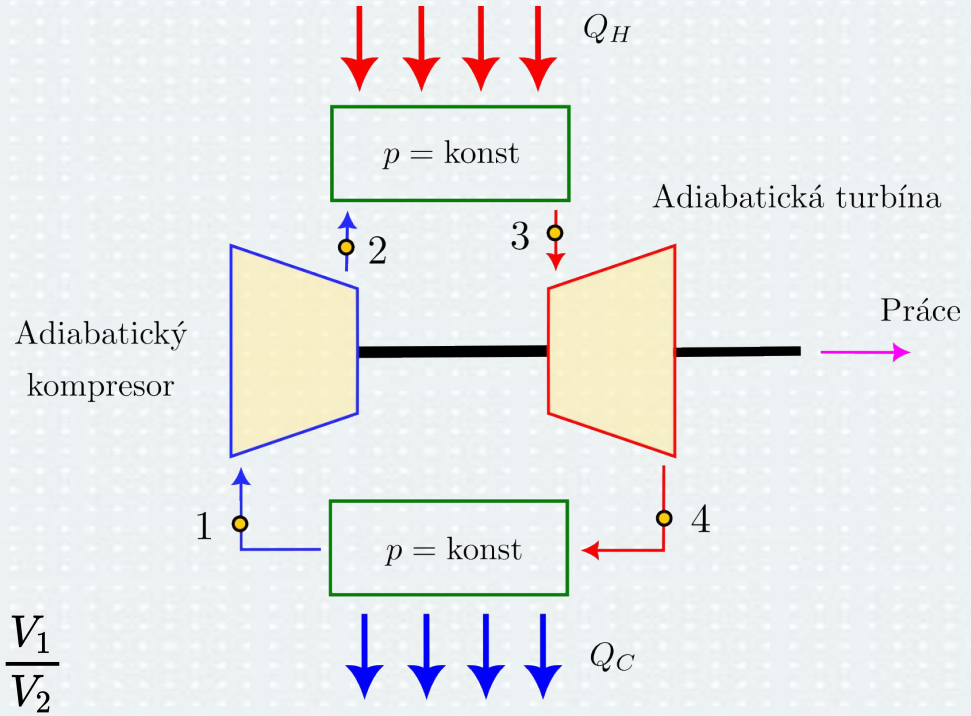
Olivier Cleynen, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Braytonův cyklus plynové turbíny

$$Q_H = mc_p(T_3 - T_2) \qquad Q_C = mc_p(T_1 - T_4)$$

$$\eta_t = 1 - (\varepsilon_p)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

$$\eta_t = f(\kappa, \varepsilon_p)$$



Tlakový poměr $\varepsilon_p = \frac{p_2}{p_1}$

Stupeň plnění $\phi = \frac{V_3}{V_2}$

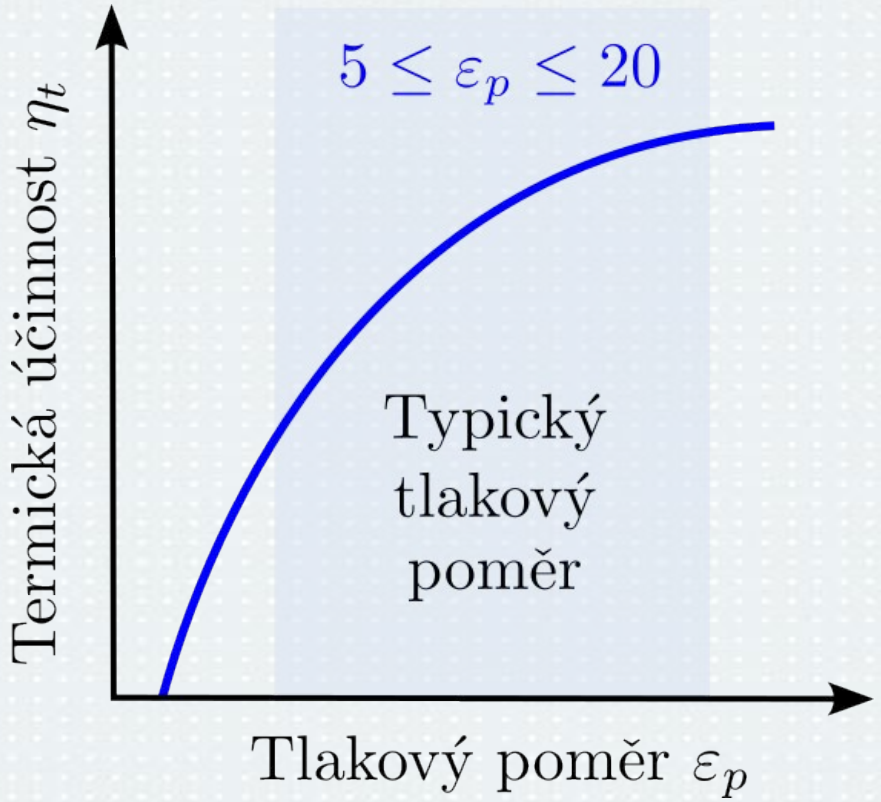
Kompresní poměr $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$

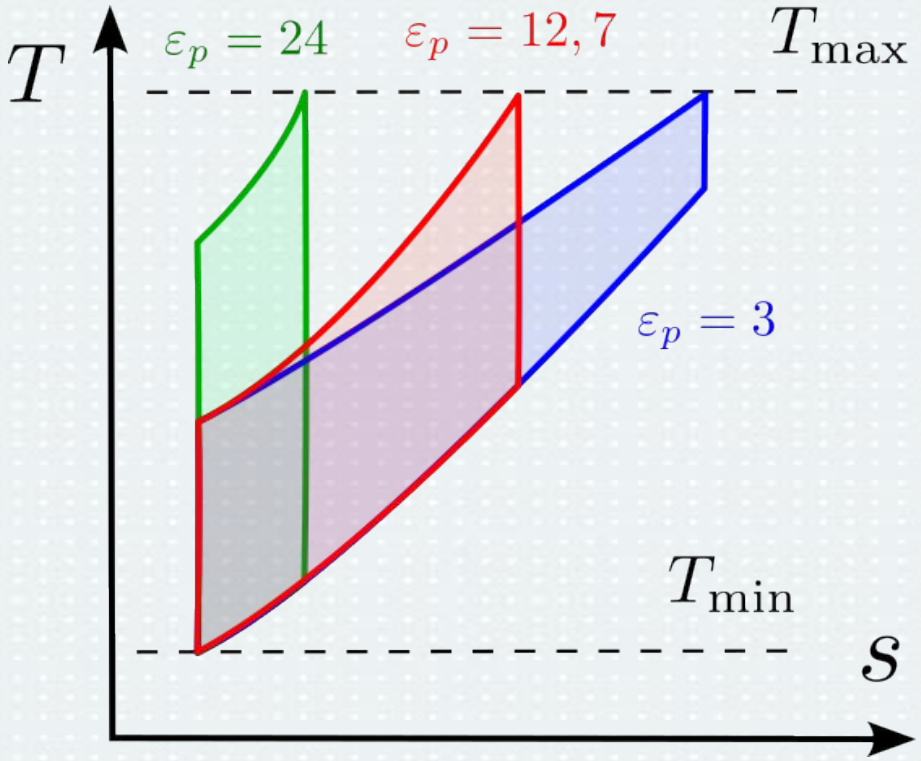
$$\eta_t = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{mc_p(T_4 - T_1)}{mc_P(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1}{T_2}\left(\frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1}\right)$$

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1 - (\varepsilon_p)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = 1 - \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{\kappa-1}$$

BY NC SA

Braytonův cyklus plynové turbíny





V praxi $T_{\max} \leq 1350\,^{\circ}\mathrm{C}$

$$\max a_o \quad \rightarrow \quad \varepsilon_p = \left(\frac{T_{\max}}{T_{\min}} \right)^{\frac{\kappa}{2(\kappa-1)}}$$

BY NC SA

Braytonův cyklus plynové turbíny

```
n = 100;
e_p = linspace(1,30, n);

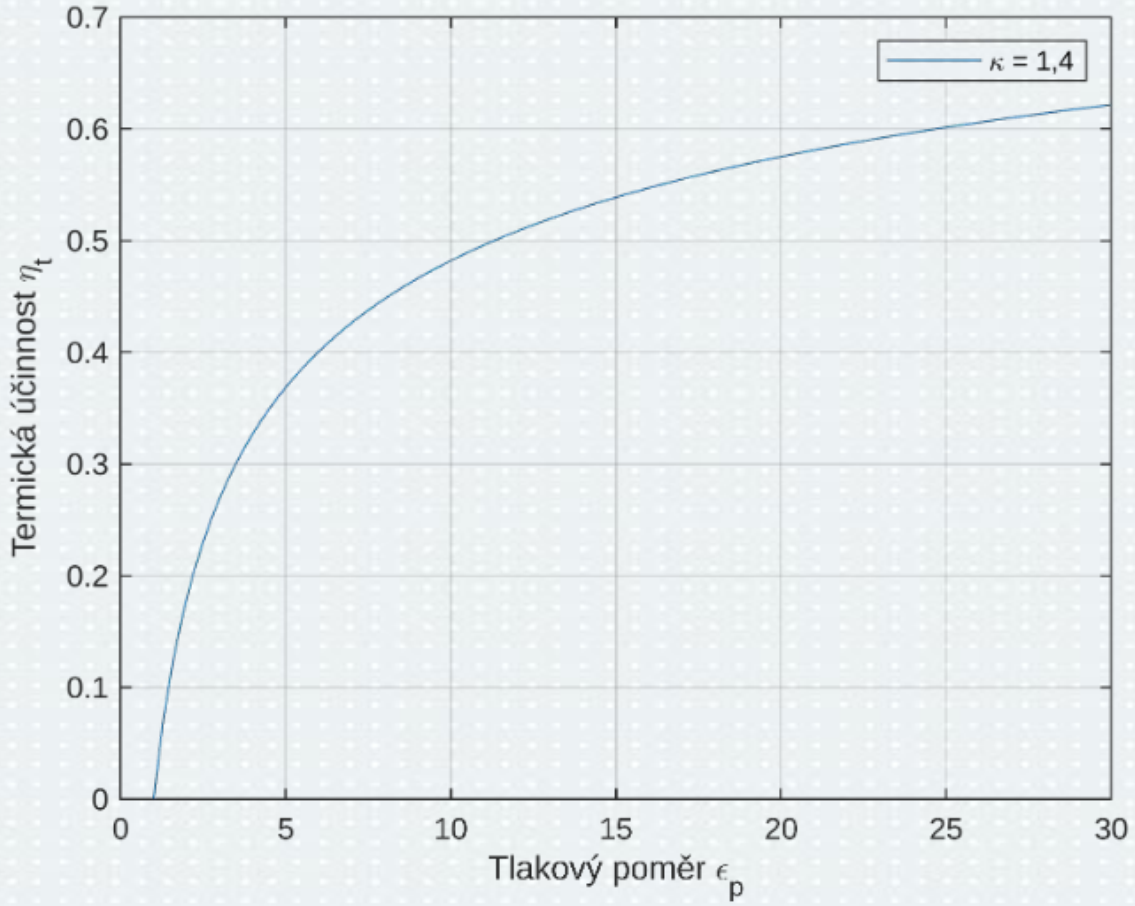
kapa = 1.4;

for i = 1:n
    eta_t(i) = 1 - e_p(i)^((1 - kapa) / kapa);
end

plot(e_p, eta_t);

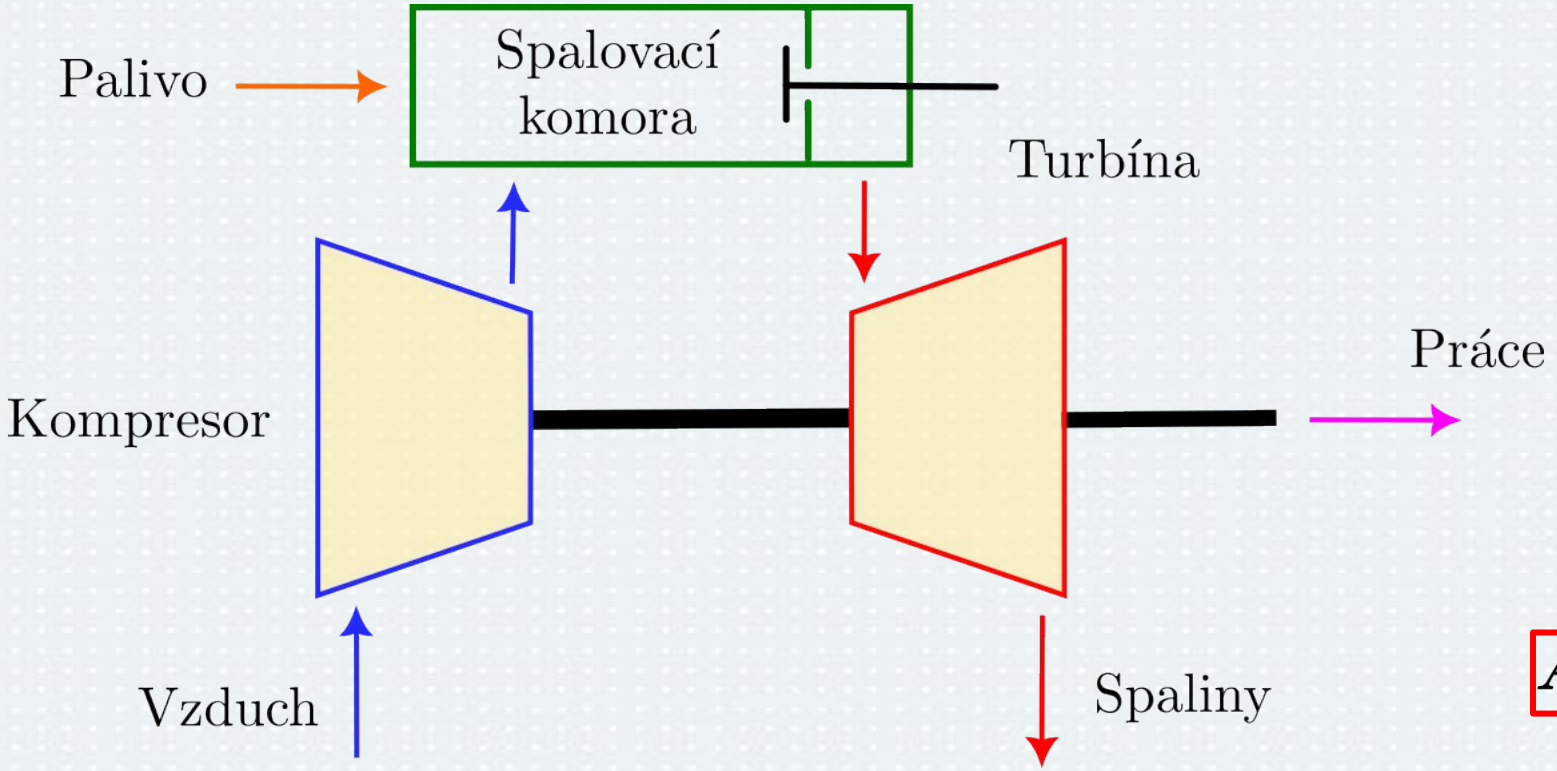
grid on

xlabel('Tlakový poměr \epsilon_p');
ylabel('Termická účinnost \eta_t');
legend('\kappa = 1,4');
```



BY NC SA

Humphreyho cyklus plynové turbíny



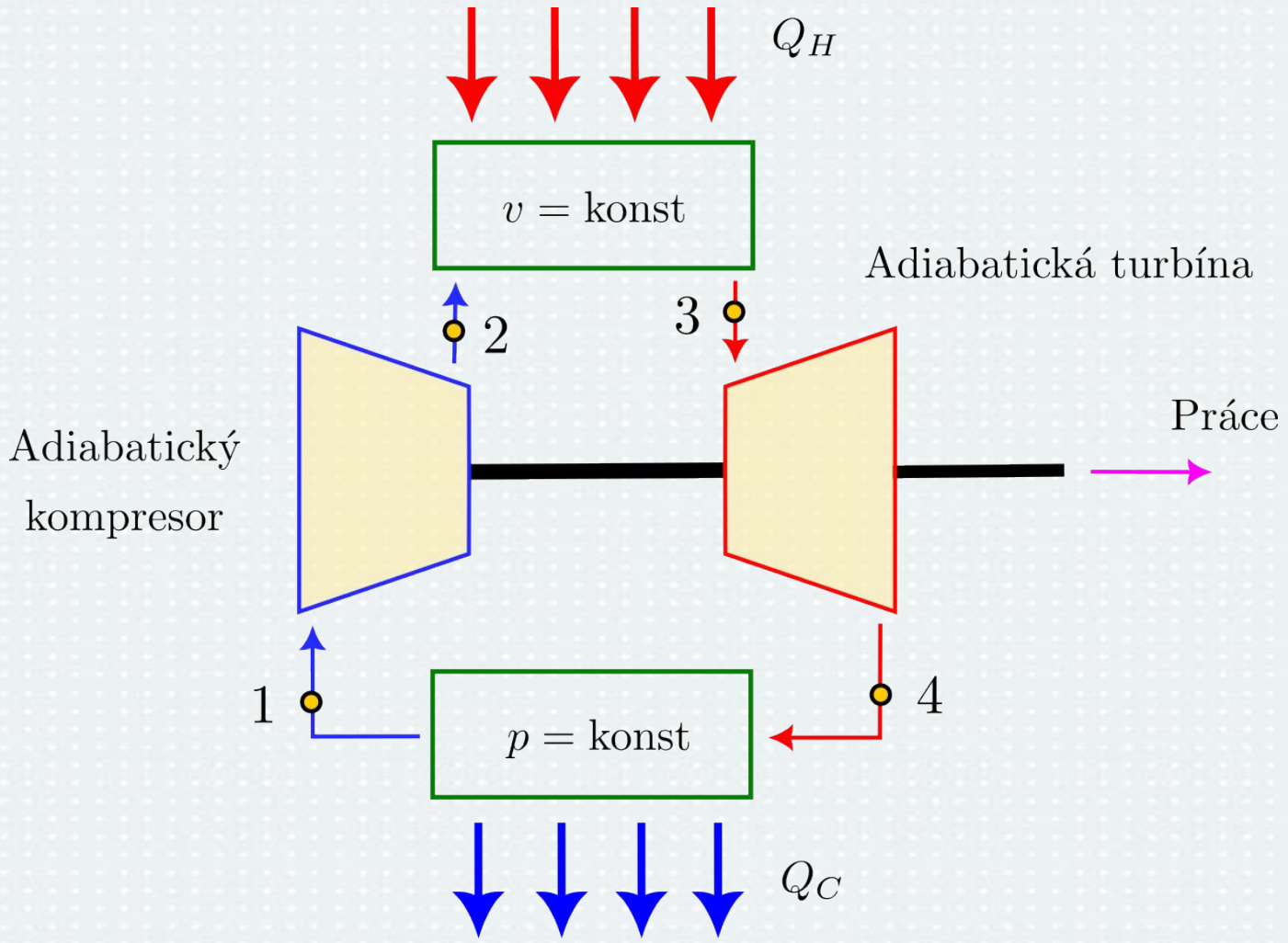
Kompresor práci spotřebovává.

Turbína práci koná.

$$A_o = A_t + A_k = A_t - |A_k|$$

cc BY NC SA

Humphreyho cyklus plynové turbíny



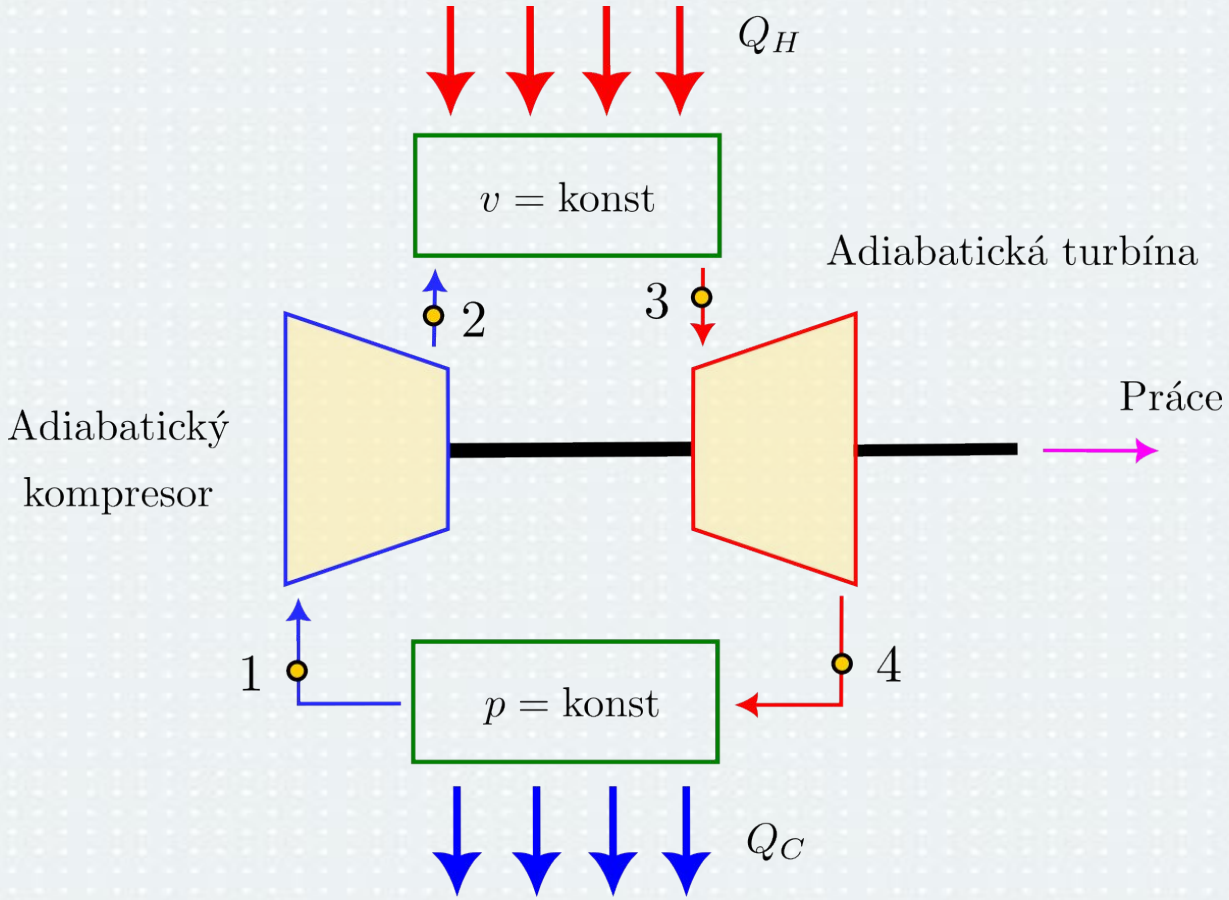
Kompresor práci spotřebovává.

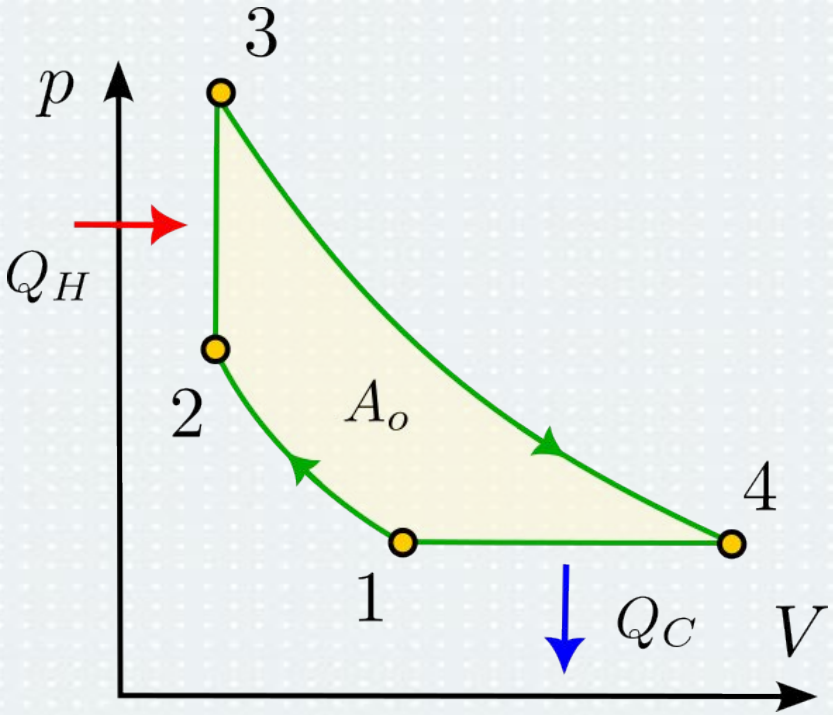
Turbína práci koná.

$$A_o = A_t + A_k = A_t - |A_k|$$

BY NC SA

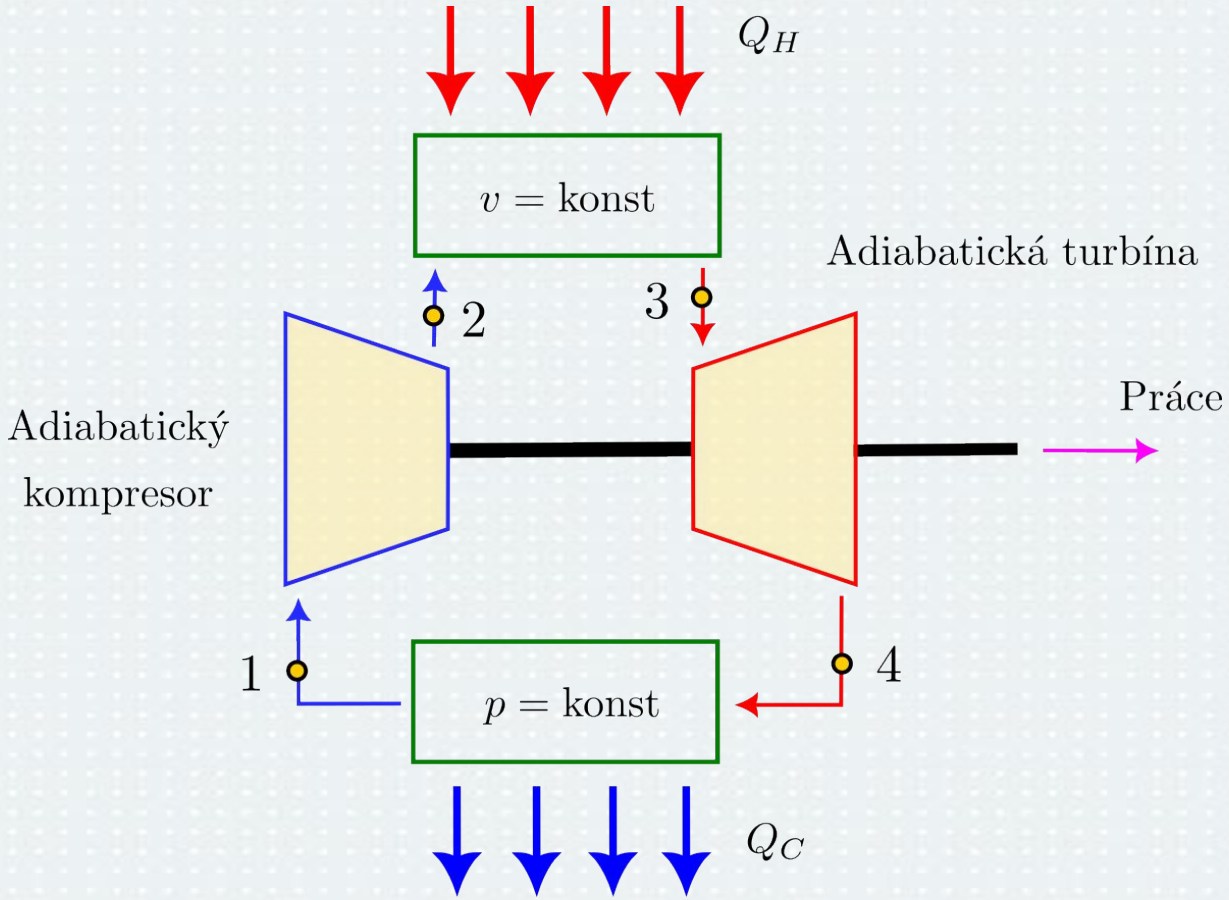
Humphreyho cyklus plynové turbíny

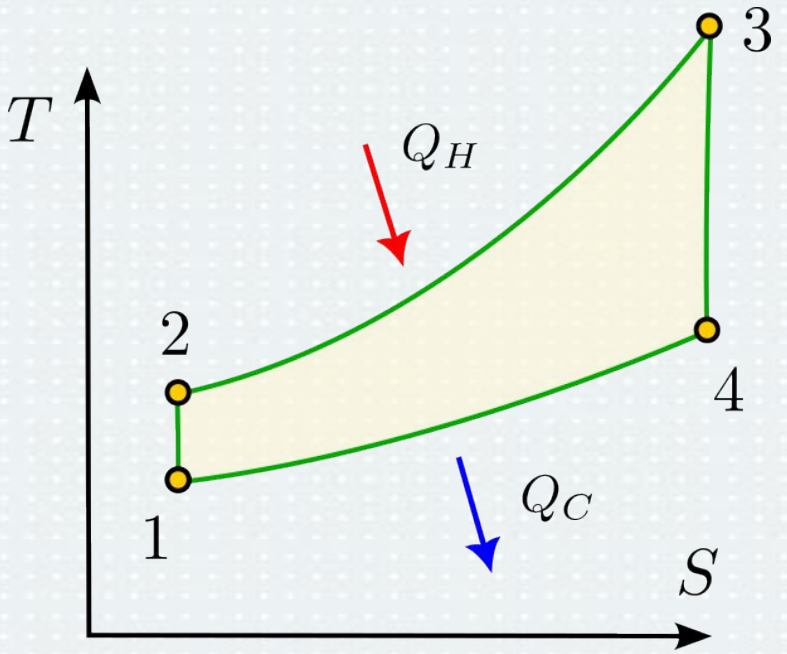




BY NC SA

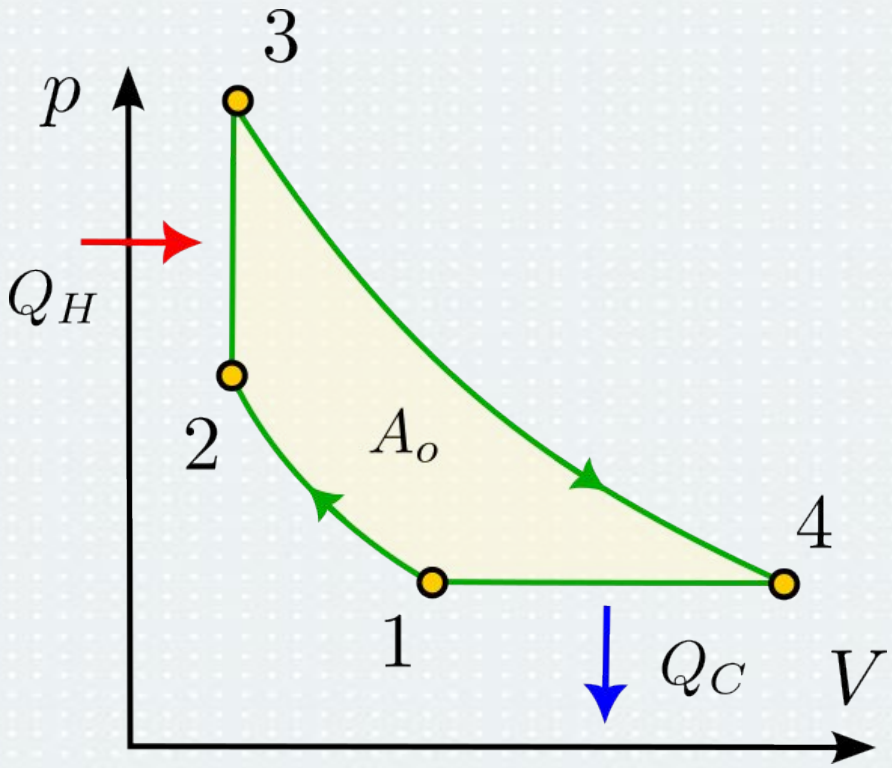
Humphreyho cyklus plynové turbíny

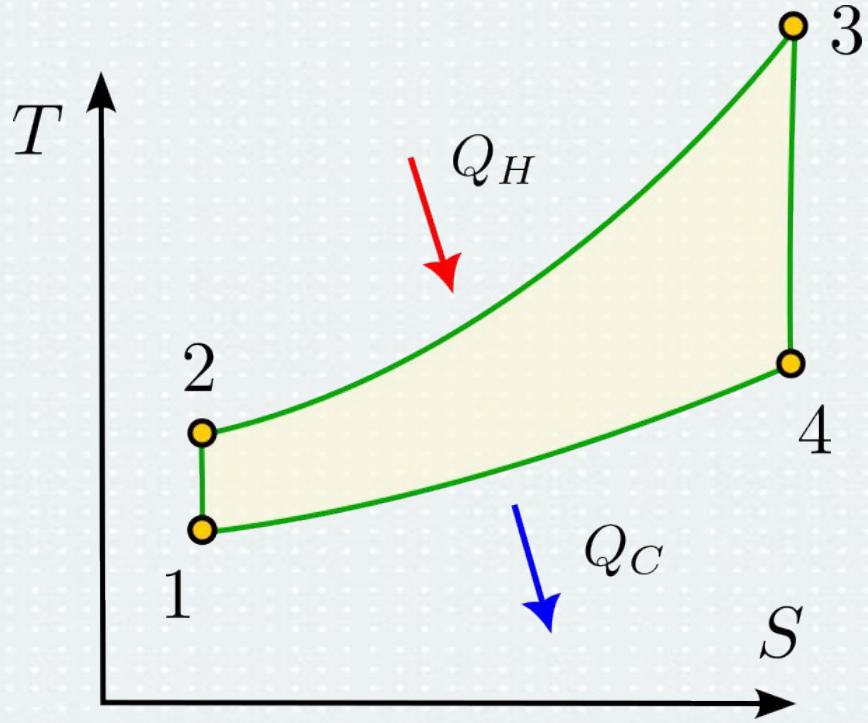




BY NC SA

Humphreyho cyklus plynové turbíny





BY NC SA

Humphreyho cyklus plynové turbíny

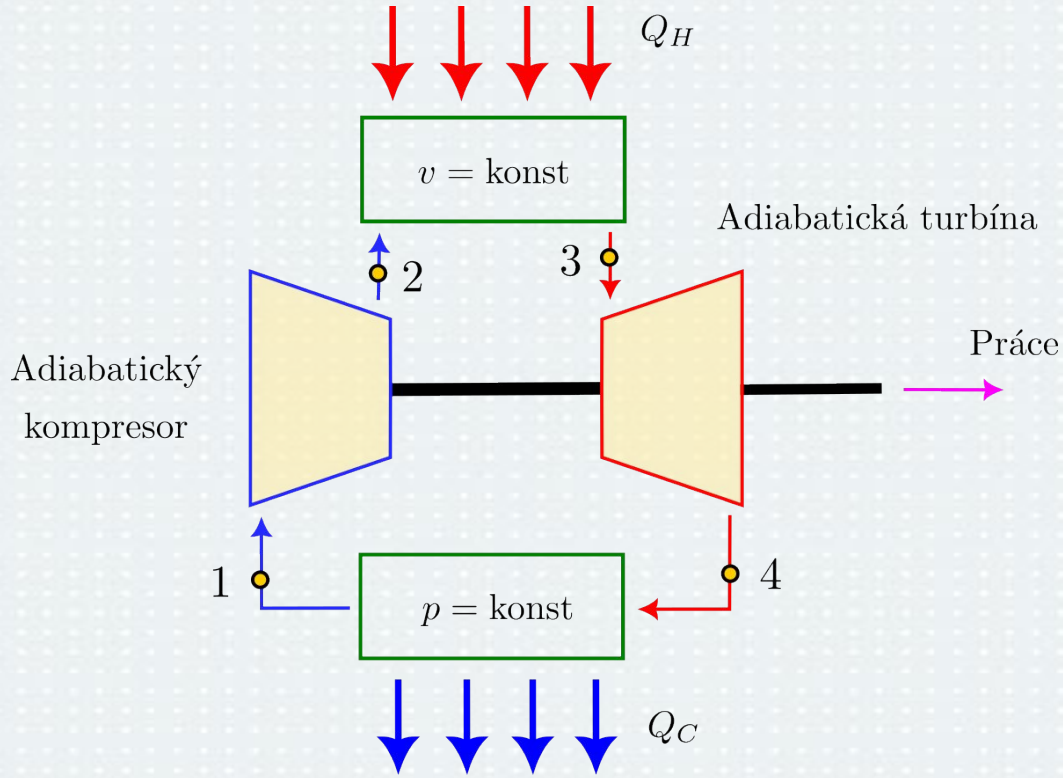
$$Q_H = mc_v(T_3 - T_2)$$

$$Q_C = mc_p(T_1 - T_4)$$

Kompresní poměr $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}$

Stupeň zvýšení tlaku $\psi = \frac{p_3}{p_2}$

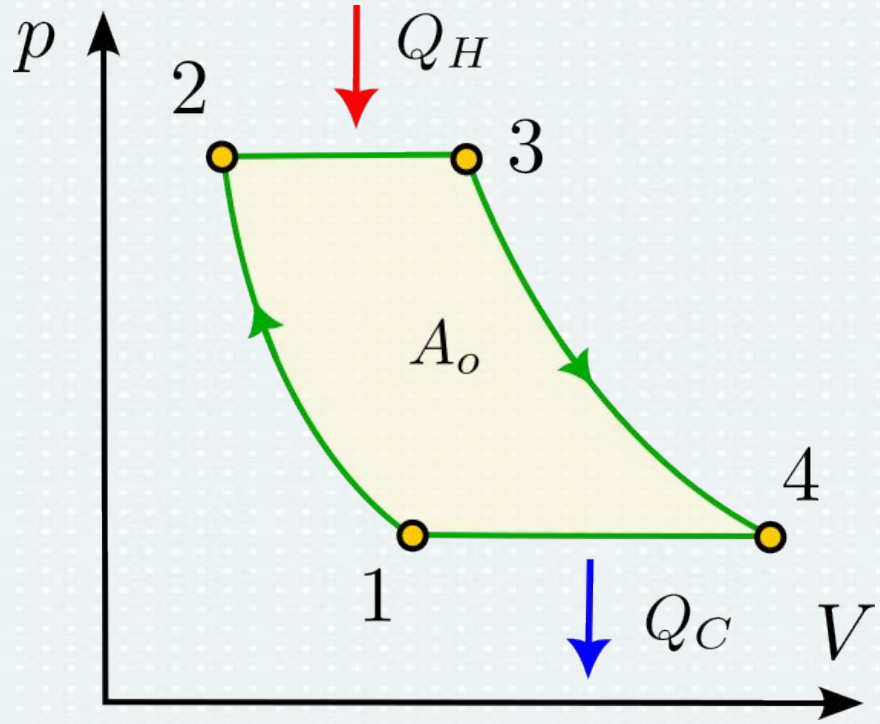
$$\eta_t = f(\kappa,\ \varepsilon_p, \psi)$$



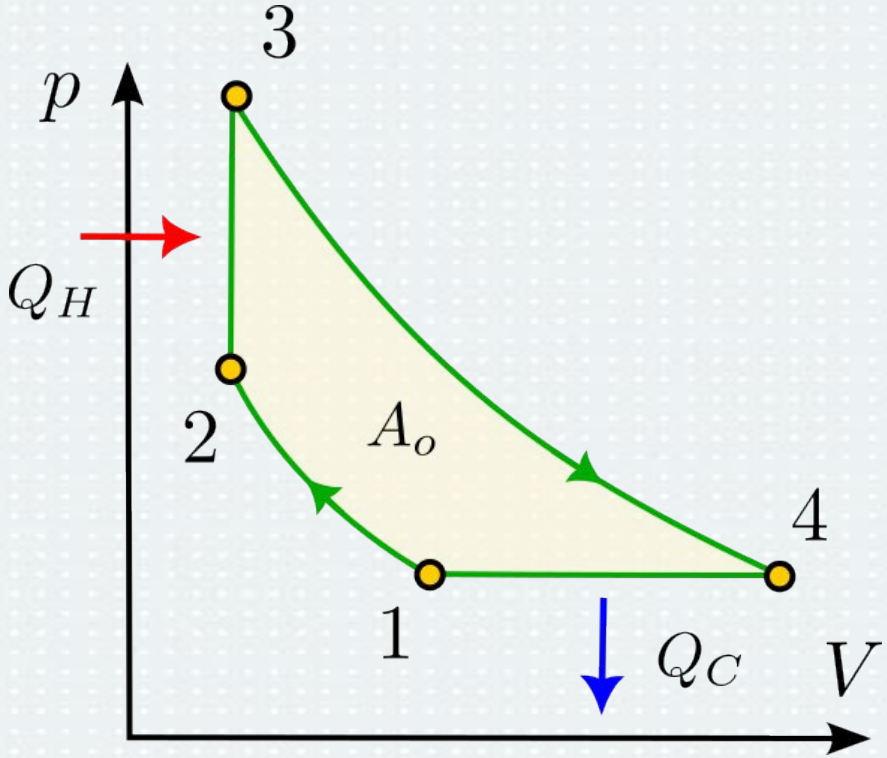
$$\eta_t = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_H} = 1 - \frac{mc_p(T_4 - T_1)}{mc_v(T_3 - T_2)} = \cdots = 1 - \frac{\kappa(\psi^{1/\kappa} - 1)}{\varepsilon^{\kappa-1}(\psi - 1)}$$

CC BY NC SA

Braytonův a Humphreyho cyklus



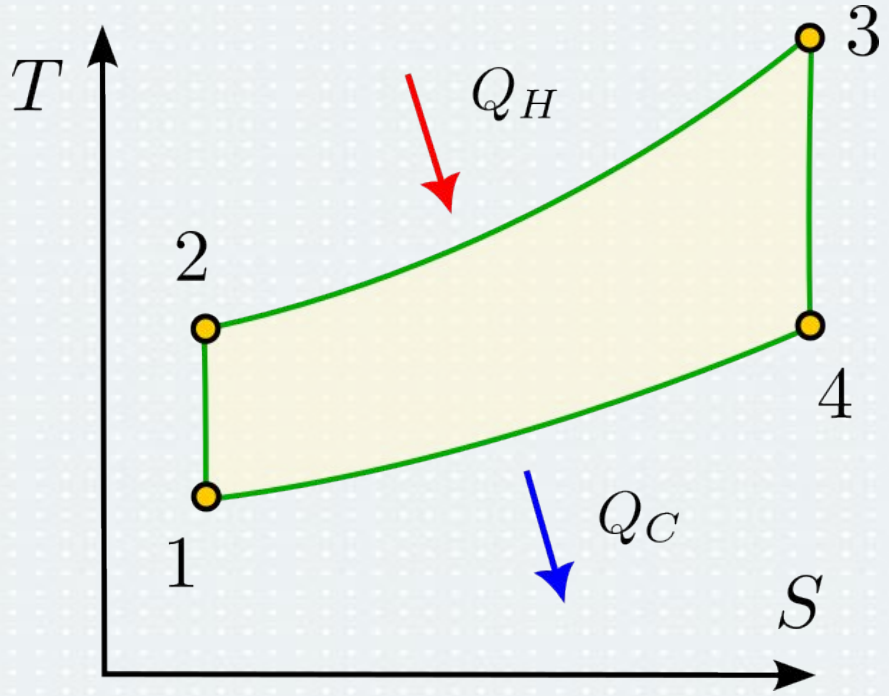
Brayton



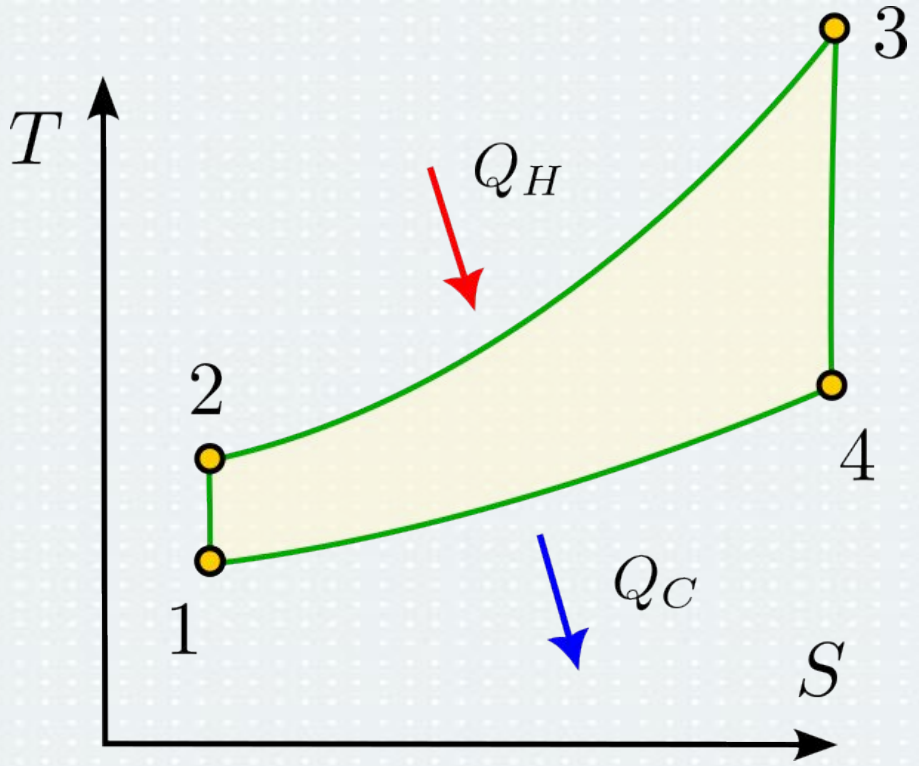
Humphrey

cc BY NC SA

Braytonův a Humphreyho cyklus



Brayton



Humphrey

cc BY NC SA

Braytonův a Humphreyho cyklus

Srovnání cyklů plynových turbín

- se stejným turbokompresorem je možné při **izochorickém přívodu tepla** dosáhnout vyšší teploty než při **izobarickém přívodu tepla** a tedy i větší práce cyklu
- při stejném kompresním poměru má tedy **Humphreyho cyklus** vyšší termickou účinnost než Braytonův cyklus
- zásadní **nevýhodou Humphreyho cyklu** je ale to, že vyžaduje konstrukčně složitější zařízení pro zajištění izochorického děje (přímá návaznost na kapitálové náklady, složitost, spolehlivost, údržbu, …)
- z tohoto důvodu se **Humphreyho cyklus** v praxi téměř nepoužívá a plynové turbíny pracují podle Braytonova cyklu

cc BY NC SA

Výhřevnost paliv

Spalné teplo

- **Spalné teplo H_s** [MJ/kg] je teplo získané dokonalým spálením 1 kg paliva se vzduchem ve stechiometrickém poměru. Palivo a vzduch mají na začátku spalování teplotu 25 °C. Plynné produkty spalování - spaliny - se ochladí na počáteční teplotu 25 ˚C a případná **vodní pára ve spalinách zkondenzuje**.

Výhřevnost

- **Výhřevnost H_u** [MJ/kg] je teplo získané dokonalým spálením 1 kg paliva se vzduchem ve stechiometrickém poměru. Palivo a vzduch mají na začátku spalování teplotu 25 °C. Plynné produkty spalování - spaliny - se ochladí na počáteční teplotu 25 ˚C a případná **vodní pára ve spalinách nezkondenzuje**.

$$H_s = H_u + \xi \cdot \ell_{23} \geq H_u \qquad \xi = \frac{m_{\text{pára,out}}}{m_{\text{palivo,in}}}$$

CC BY NC SA

Výhřevnost paliv

Spalné teplo a výhřevnost

Spalování metanu CH_4 $\mathrm{CH_4 + 2\,O_2 \rightarrow CO_2 + 2\,H_2O}$

$$1\,\mathrm{mol\,CH_4} = 2\,\mathrm{mol\,H_2O}$$

Molární hmotnosti: $M(CH_4)$ = 16 kg/kmol, $M(H_2O)$ = 18 kg/kmol

$$16\,\mathrm{g\,CH_4} = 36\,\mathrm{g\,H_2O} \qquad \xi = \frac{36}{16} = 2,25$$

Výhřevnost metanu: $H_u = 50\,\mathrm{MJ/kg}$

Skupenské teplo vypařování vody: $\ell_{23} \approx 2,5\,\mathrm{MJ/kg}$

Spalné teplo metanu: $H_s = H_u + \xi \cdot \ell_{23} = 50 + 2,25 \cdot 2,5 \approx 55\,\mathrm{MJ/kg}$

BY NC SA

Výhřevnost paliv

Zemní plyn	45 MJ/kg
Dřevo měkké (smrk)	13 MJ/kg (5,5 GJ/prms)
Dřevo tvrdé (dub)	13 MJ/kg (7,4 GJ/prms)
Ethanol	29 MJ/kg
Benzín	43,5 MJ/kg
Motorová nafta	42,5 MJ/kg
Uhlí černé	20–30 MJ/kg
Uhlí hnědé	10–18 MJ/kg
Vodík	119 MJ/kg
Uran ^{235}U	88 TJ/kg

cc BY NC SA

Spalování paliv

Základní stechiometrické rovnice spalování

Spalování uhlíku C

$$C + O_2 \rightarrow CO_2$$

1 kmol C + 1 kmol O_2 → 1 kmol CO_2 + 393,52 MJ

12 kg C + 32 kg O_2 → 44 kg CO_2 + 393,52 MJ

1 kg C + 2,67 kg O_2 → 3,67 kg CO_2 + 32,79 MJ

c kg C + 2,67*c* kg O2 → 3,67*c* kg CO_2 + 32,79*c* MJ

BY NC SA

Spalování paliv

Základní stechiometrické rovnice spalování

Spalování vodíku H_2

$$2\,H_2 + O_2 \rightarrow 2\,H_2O$$

$$2\ \text{kmol}\ H_2 + 1\ \text{kmol}\ O_2 \rightarrow 2\ \text{kmol}\ H_2O + 483{,}66\ \text{MJ}$$

$$4\ \text{kg}\ H_2 + 32\ \text{kg}\ O_2 \rightarrow 36\ \text{kg}\ H_2O + 483{,}66\ \text{MJ}$$

$1\ \text{kg}\ H_2 + 8\ \text{kg}\ O_2 \rightarrow 9\ \text{kg}\ H_2O + 120{,}92\ \text{MJ}$ (s H_2O v plynném stavu)

$$h\ \text{kg}\ H_2 + 8h\ \text{kg}\ O2 \rightarrow 9h\ \text{kg}\ H2O + 120{,}92h\ \text{MJ}$$

CC BY NC SA

Spalování paliv

Základní stechiometrické rovnice spalování

Spalování síry S

$$S + O_2 \rightarrow SO_2$$

1 kmol S + 1 kmol O_2 → 1 kmol SO_2 + 296,83 MJ

32 kg S + 32 kg O_2 → 64 kg SO_2 + 296,83 MJ

1 kg S + 1 kg O_2 → 2 kg SO_2 + 9,276 MJ

s kg S + *s* kg O_2 → 2*s* kg SO_2 + 9,276*s* MJ

cc BY NC SA

Spalování paliv

- dokonalé spalování - produkty spalování jsou **nespalitelné** (např. CO_2, H_2O)
- nedokonalé spalování - produkty spalování jsou **dále spalitelné** (např. CO)

Stechiometrický poměr a součinitel přebytku vzduchu

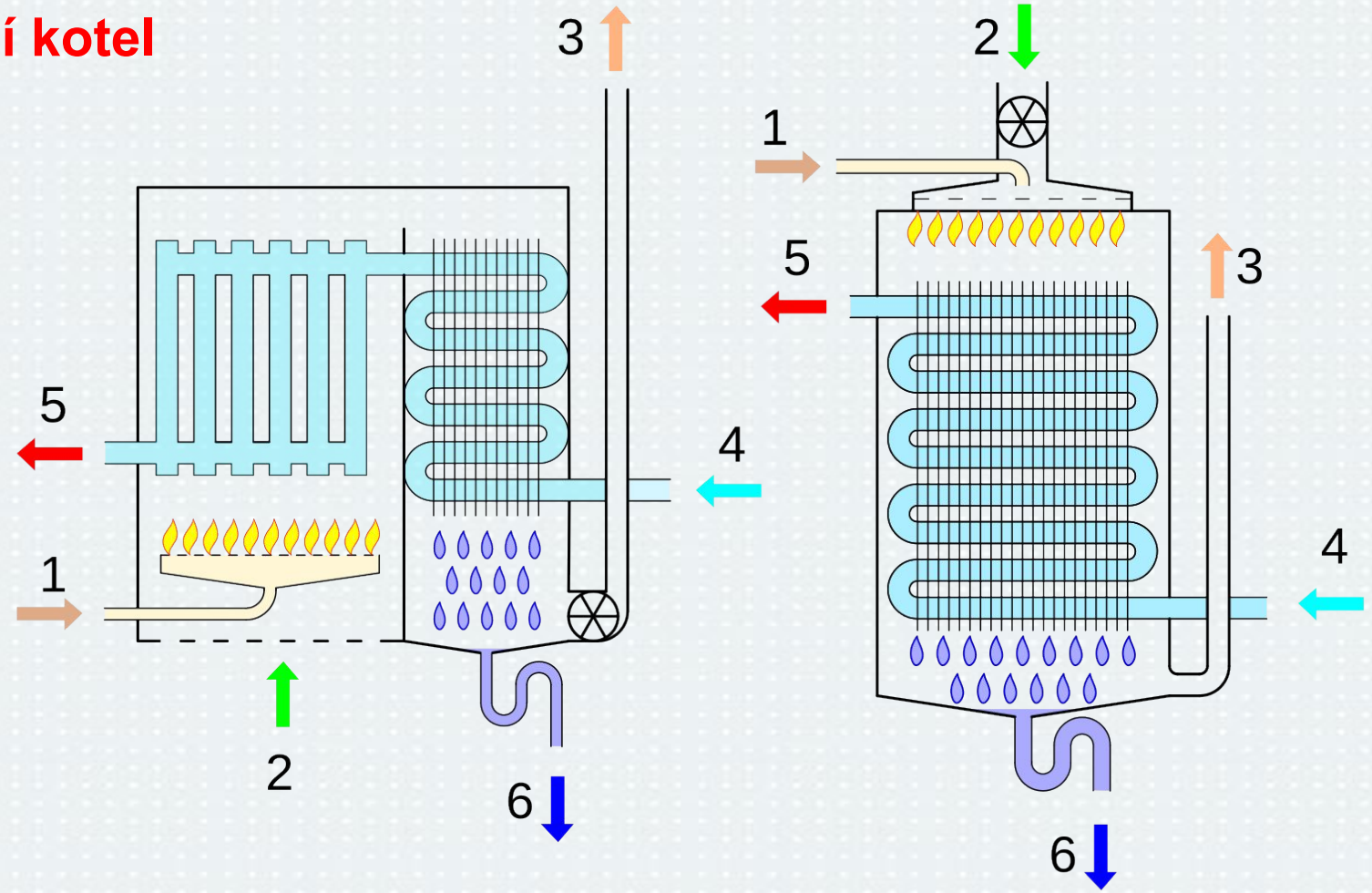
$$\lambda = \frac{\text{skutečná hmotnost vzduchu pro spálení 1 kg paliva}}{\text{teoretická hmotnost vzduchu pro spálení 1 kg paliva}}$$

Dřevo a uhlí	$\lambda = 1,5 - 2$	
Zemní plyn	$\lambda = 1,05 - 1,1$	
Benzín	$\lambda = 0,9 - 1,1$	“bohatá” a “chudá” směs, výkon vs. měrná spotřeba

cc BY NC SA

Spalování paliv

Kondenzační kotel



Kaboldy, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Použité zdroje

Milan PAVELEK: Termomechanika, CERM

Josef ŠTĚTINA: Tepelné cykly, výuková prezentace pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Josef ŠTĚTINA: Spalovací turbíny, výuková prezentace pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Josef ŠTĚTINA: Výhřevnost paliv, výuková prezentace pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Yunus A. ÇENGEL a Michael A. BOLES: Thermodynamics - An engineering approach, McGraw-Hill

CC BY NC SA

Magisterský studijní program JADERNÁ ENERGETIKA vznikl za přispění



Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU



NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY



NPO_VUT_MSMT-16609_2022

CC BY NC SA


VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ
V BRNĚ

Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU

NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FAKULTA CHEMICKÁ

FAKULTA STAVEBNÍ

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Přednáška magisterského studijního programu JADERNÁ ENERGETIKA

TERMODYNAMIKA ENERGETICKÝCH ZAŘÍZENÍ A PŘENOS TEPLA

Vodní pára, děje s vodní párou

Fakulta strojního inženýrství

Autor: doc. Ing. Lubomír Klimeš, Ph.D.

Datum: 2024

CC BY NC SA

Vodní pára - reálný plyn

Vodní pára - plynné skupenství látky H_2O - **je reálným plynem.**

Ideální plyny - řídí se **stavovou rovnicí ideálního plynu**, jejich **vlastnosti** (např. r, c_p, c_v, …) jsou nezávislé na stavu (tj. **jsou konstantní**).

Reálné plyny - neřídí se **stavovou rovnicí ideálního plynu**, jejich **vlastnosti** jsou závislé na stavu (tj. **nejsou konstantní**).

Chování reálného a ideálního plynu je podobné pro stavy **s vysokými teplotami a nízkými tlaky** (tj. pro řídké plyny a normální termodynamické podmínky).

Kompresibilitní faktor $$Z = \frac{pV_m}{R_m T} = \frac{pv}{rT}$$

Hodnota kompresibilitního faktoru Z je měřítkem toho, jak podobně či odlišně se plyn chová vzhledem k chování ideálního plynu.

cc BY NC SA

Vodní pára - reálný plyn

Kompresibilitní faktor $Z = \frac{pV_m}{R_m T} = \frac{pv}{rT}$ $\lim_{p \to 0} Z = 1$

Hodnota kompresibilitního faktoru Z je měřítkem toho, jak podobně či odlišně se plyn chová vzhledem k chování ideálního plynu.

Pro ideální plyn: $Z = 1$

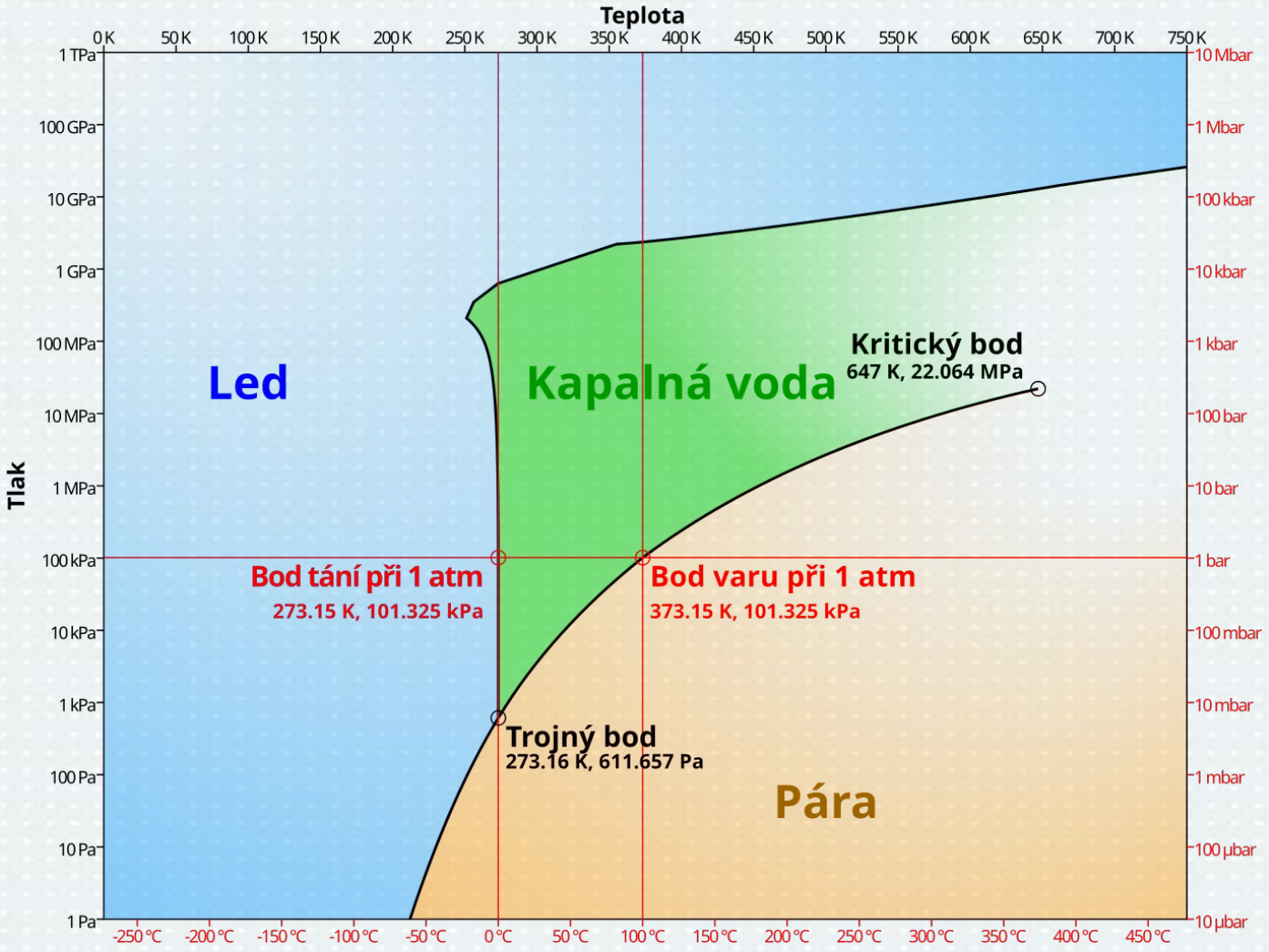
Pro reálný plyn: $Z < 1$ nebo $Z = 1$ nebo $Z > 1$ v závislosti na stavu

Charakter závislosti kompresibilitního faktoru lze pro různé plyny vyjádřit s využitím tzv. **redukovaných veličin**, které jsou vztaženy ke kritickému bodu.

Kritický bod je stav látky, který zakončuje křivku vypařování a kondenzace ve fázovém p-T diagramu. Veličiny vztažené ke kritickému bodu se nazývají kritické, např. p_{kr}, v_{kr}, T_{kr}. Plyn s vyšší teplotou než T_{kr} není možné žádným stlačením zkapalnit.

BY NC SA

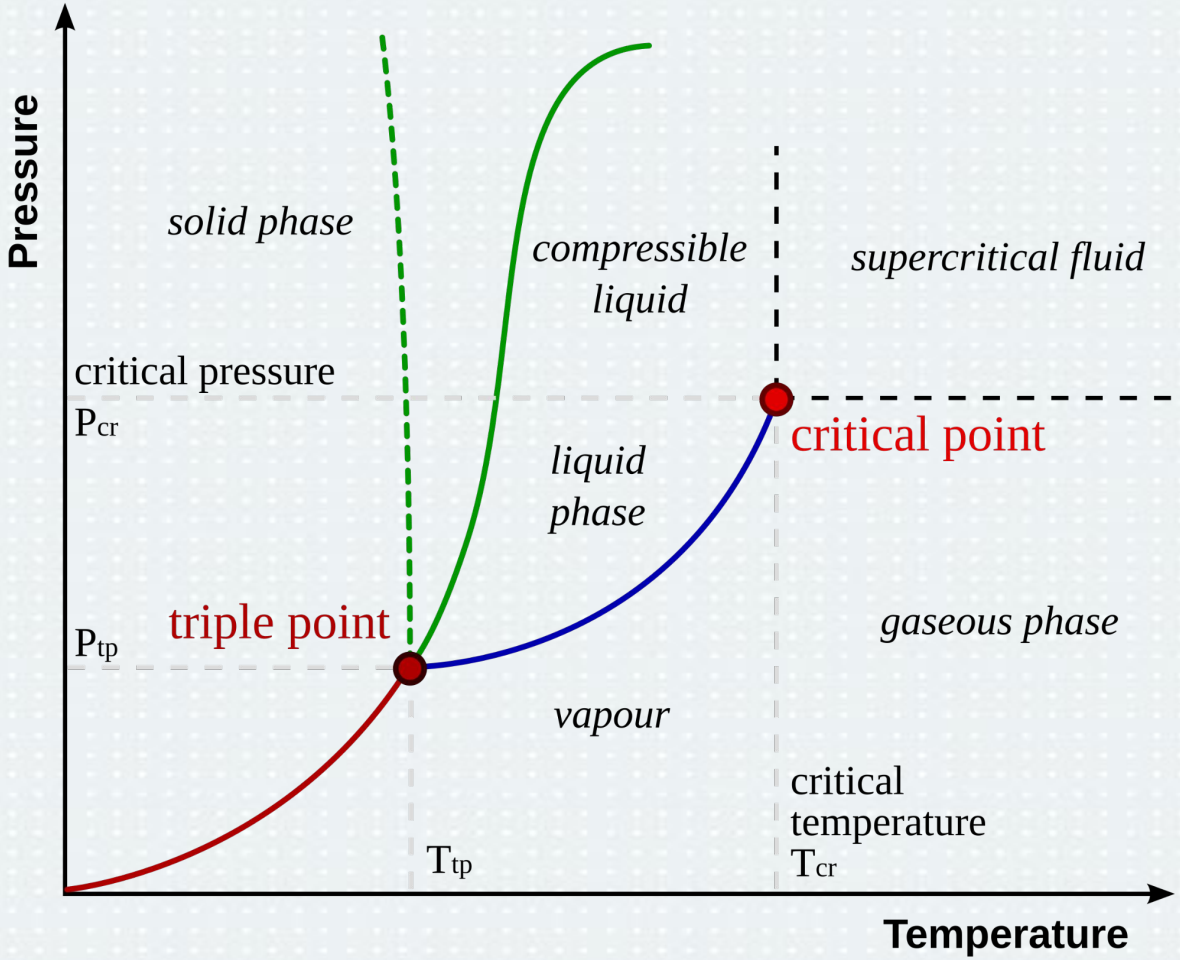
Vodní pára - reálný plyn



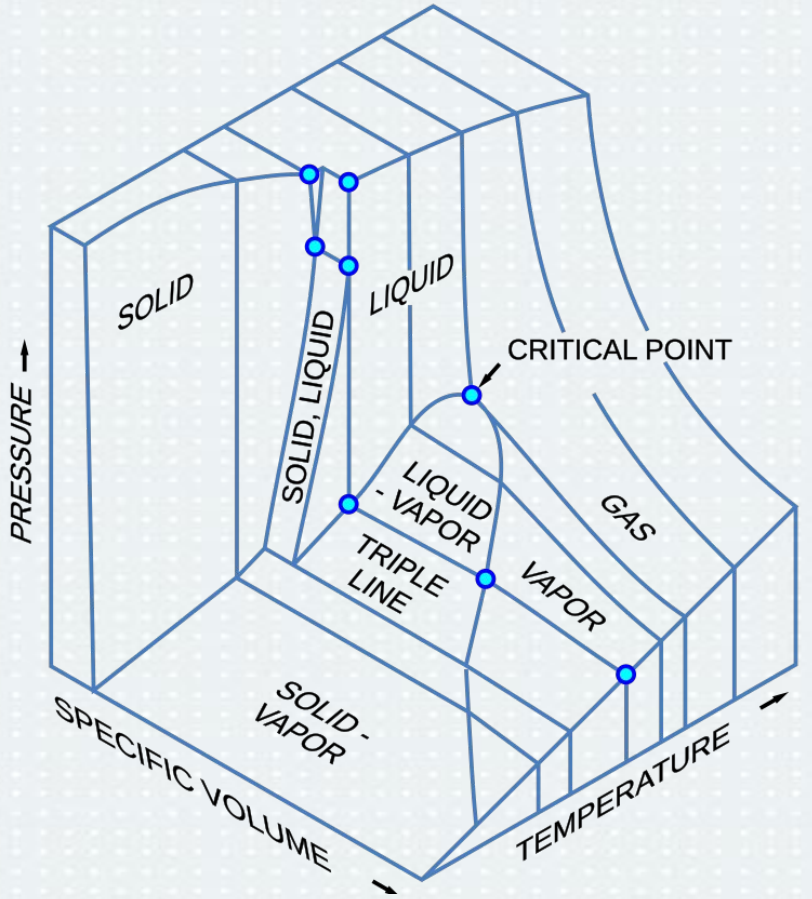
Cmglee, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Vodní pára - reálný plyn



Matthieumarechal, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons



Д.Ильин: vectorization, CC0, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

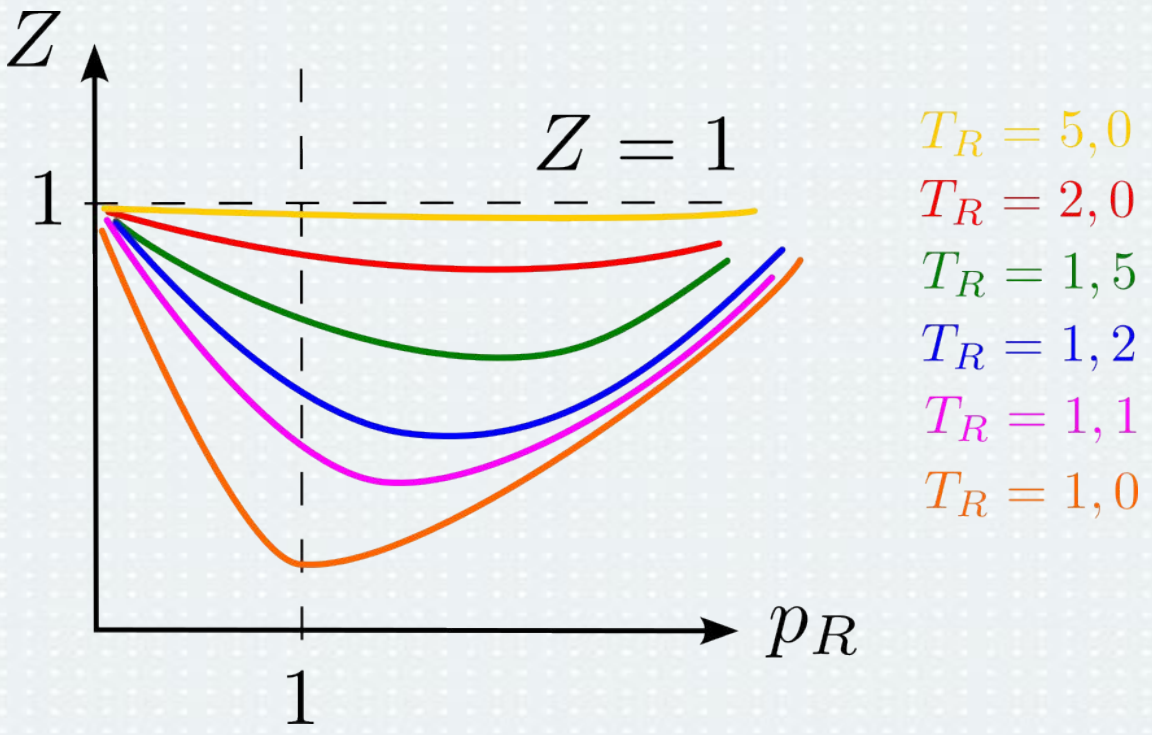
Vodní pára - reálný plyn

Kompresibilitní faktor $Z = \frac{pV_m}{R_m T} = \frac{pv}{rT}$

$$\lim_{p \to 0} Z = 1$$

Charakter závislosti kompresibilitního faktoru lze pro různé plyny vyjádřit s využitím tzv. **redukovaných veličin**, které jsou vztaženy ke kritickému bodu.

$$p_R = \frac{p}{p_{kr}} \qquad T_R = \frac{T}{T_{kr}}$$



cc BY NC SA

Van der Waalsova stavová rovnice

Adaptace stavové rovnice ideálního plynu:

- **Kohézní tlak:** silové působení částic plynu uvnitř nádoby se vzájemně vyruší, ale u stěny nádoby nikoliv (částice jsou “vtahovány dovnitř”), čímž naměříme nižší tlak než je tlak skutečný - tlak musíme zvýšit
- **Kovolumen:** částice plynu zaujímají určitý nenulový objem, volný objem molekul je tedy menší než objem nádoby - objem musíme snížit

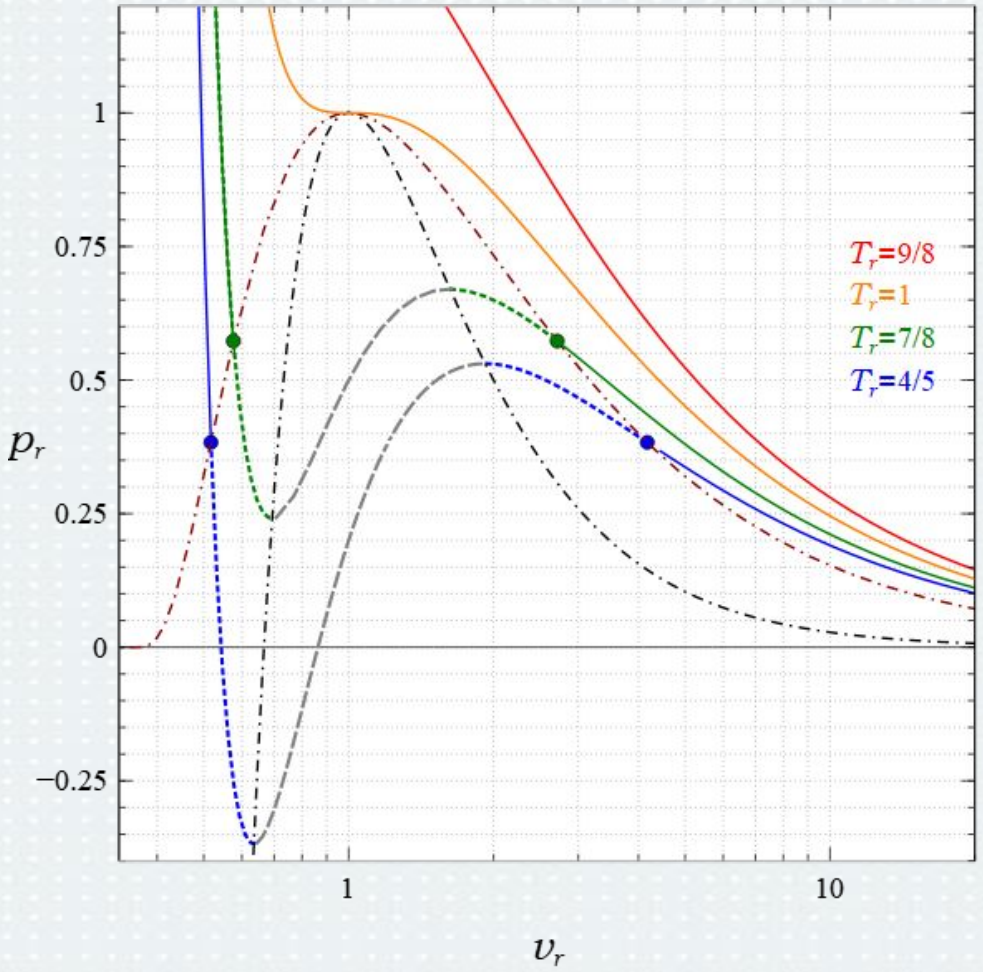
$$\left(p + a\frac{n^2}{V^2}\right)(V - nb) = nR_mT \qquad a = \frac{27R_m^2T_{kr}^2}{64p_{kr}} \qquad b = \frac{R_mT_{kr}}{8p_{kr}}$$

Korekce objemu - snížení o kovolumen

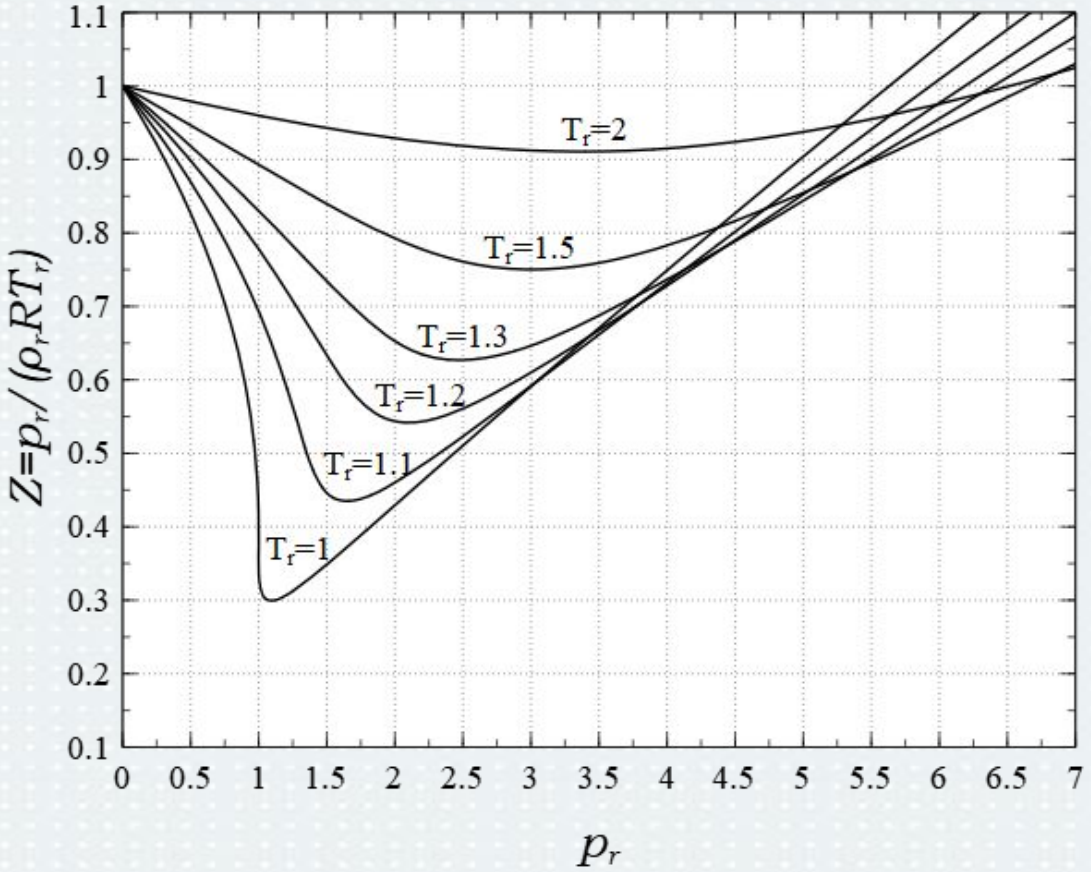
Korekce tlaku - zvýšení o kohézní tlak

CC BY NC SA

Van der Waalsova stavová rovnice



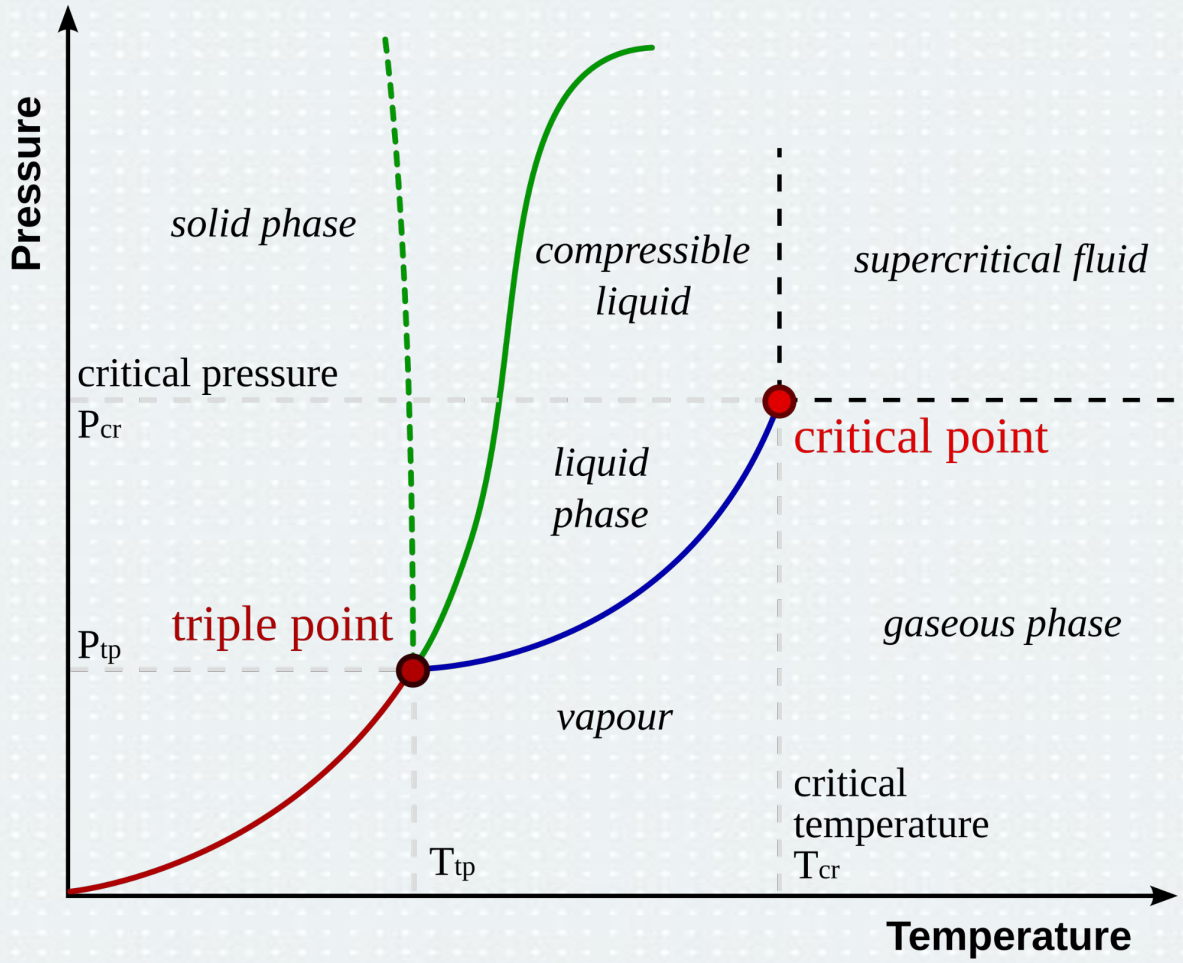
Airman72, CC BY-SA 4.0, via Wikimedia Commons



Airman72, CC0, via Wikimedia Commons

cc BY NC SA

Skupenství látky H_2O



Matthieumarechal, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Skupenství

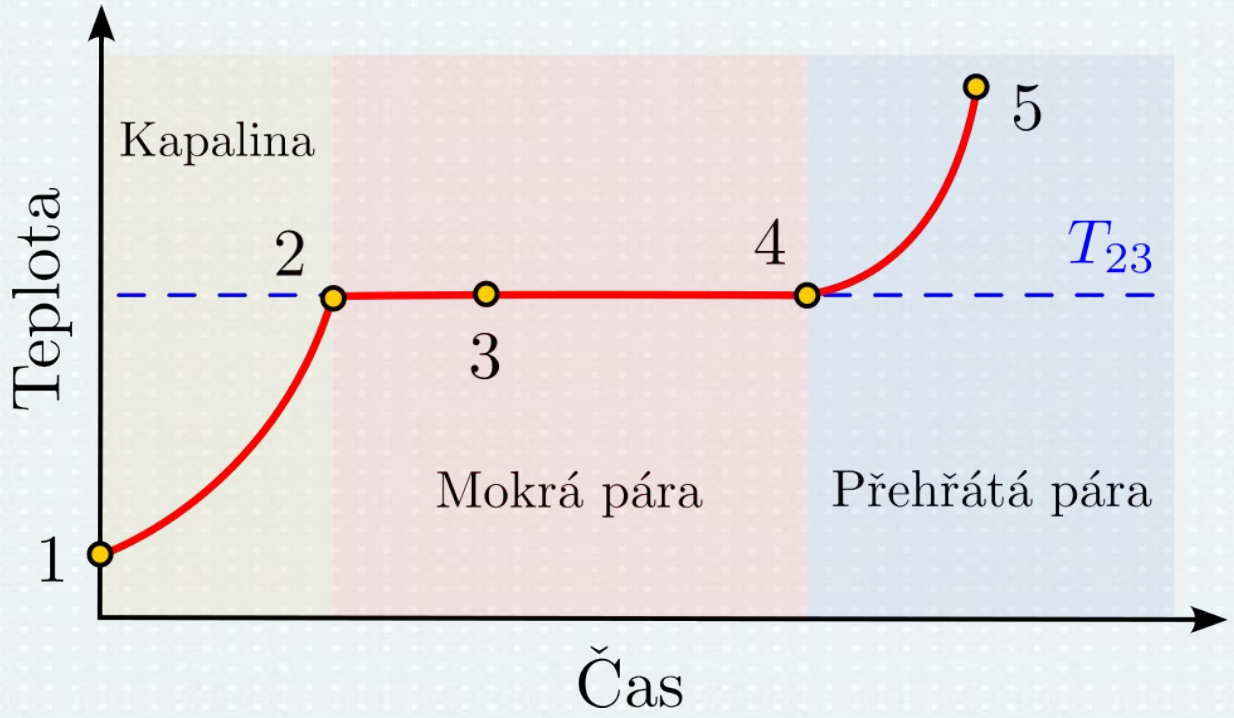
- **pevné:** led
- **kapalné:** voda
- **plynné:** pára

Změna skupenství

- **pevné - kapalné:** tání a tuhnutí
- **kapalné - plynné:** vypařování, var a kondenzace
- **pevné - plynné:** sublimace a desublimace

CC BY NC SA

Izobarický ohřev látky H_2O



Změna skupenství

- Kapalina - 1
- Sytá kapalina - 2
- Mokrá pára - 3
- Sytá pára - 4
- Přehřátá pára - 5

Stavy **syté kapaliny** - označení ‘

Stavy **syté páry** - označení “

Suchost páry $x = \frac{m''}{m} = \frac{m''}{m'+m''}$

CC BY NC SA

Teplota varu

Teplota varu T_{23} není konstantní, ale závisí na tlaku!



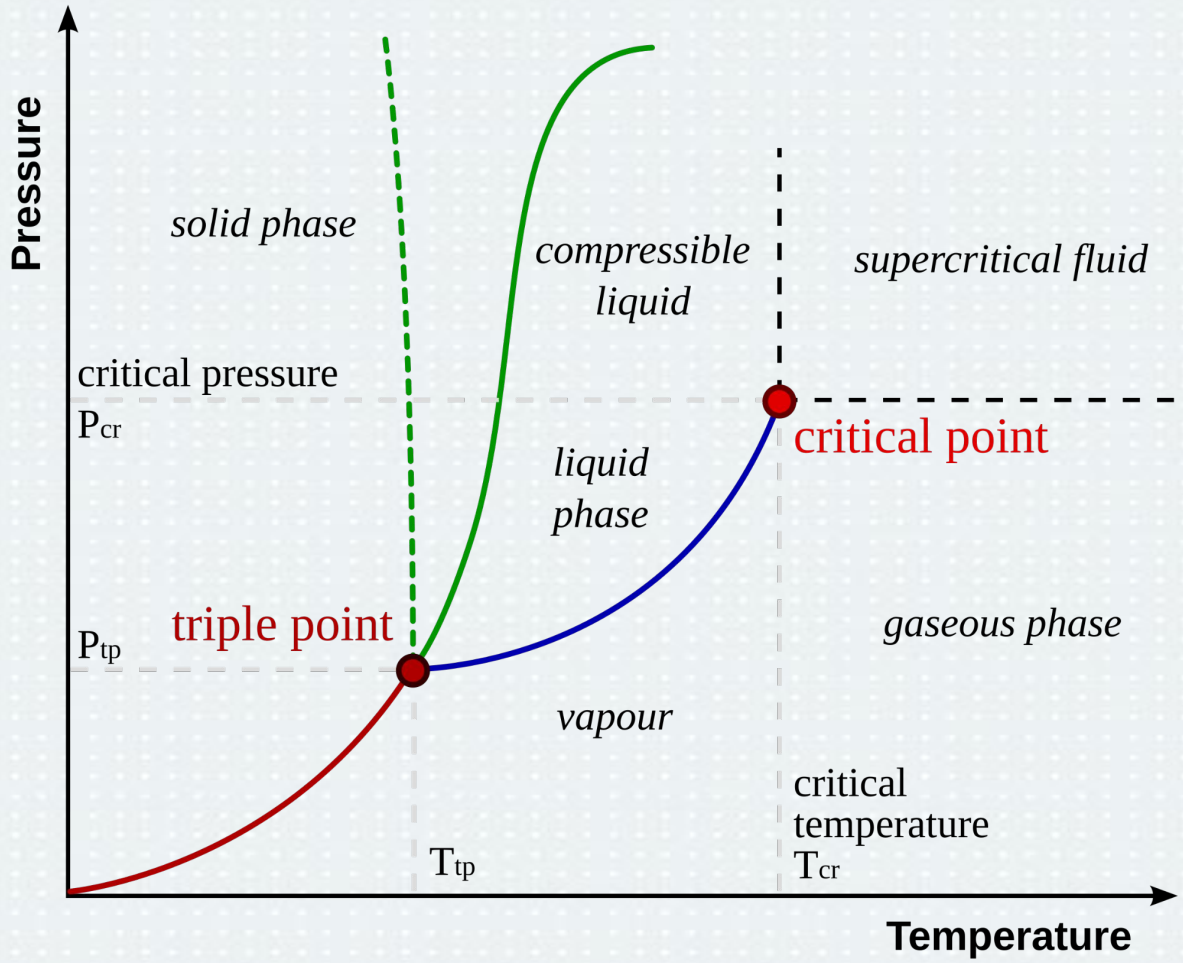
Hustvedt, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Pro látku H_2O:

p = 101 325 Pa	**t_{23} = 100 °C**	
p = 200 kPa	t_{23} = 120 °C	Papinův hrnec
p = 250 kPa	t_{23} = 127 °C	
p = 80 kPa	t_{23} = 93 °C	Odpovídá cca 2000 m n. m.
p = 60 kPa	t_{23} = 86 °C	Odpovídá cca 4000 m n. m.
p = 36 kPa	t_{23} = 74 °C	Odpovídá cca 8000 m n. m.

CC BY NC SA

Fázový diagram



Matthieumarechal, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Trojný bod

- teplota T_T = 273,16 K
- tlak p_T = 610 Pa

Kritický bod

- teplota t_{kr} = 373,95 °C
- tlak p_{kr} = 22,06 MPa

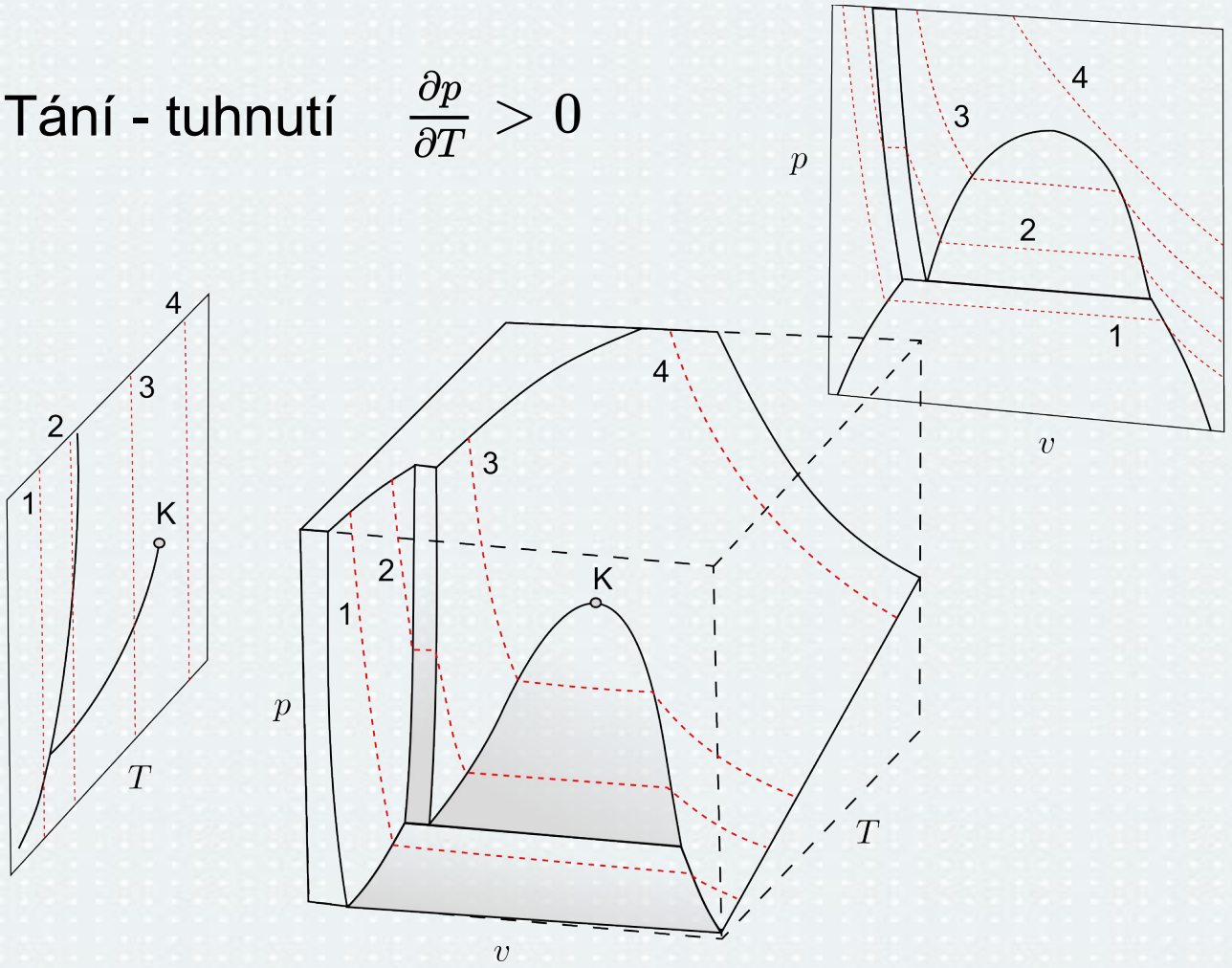
Křivka tání a tuhnutí

- při tuhnutí $v > 0$ pro $\frac{\partial p}{\partial T} > 0$
- při tuhnutí $v < 0$ pro $\frac{\partial p}{\partial T} < 0$

cc BY NC SA

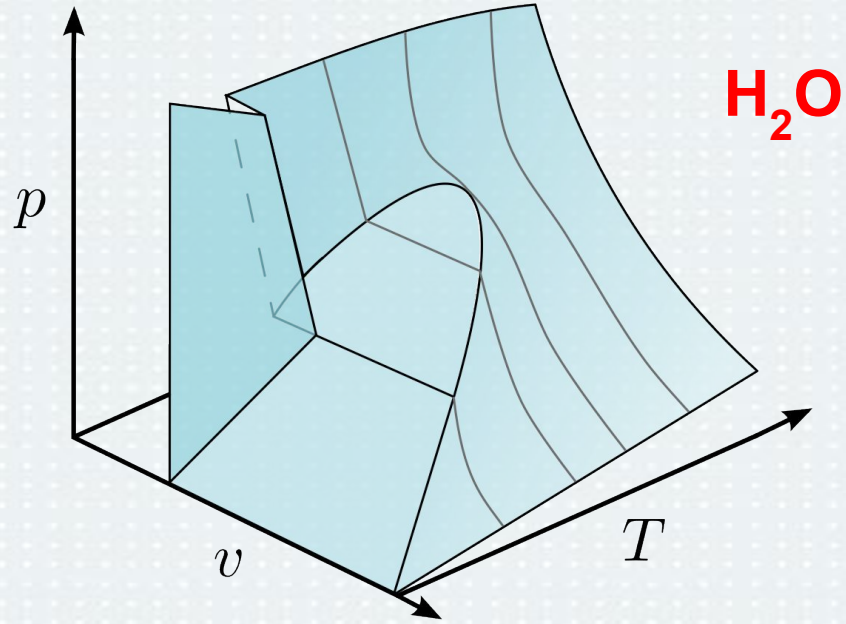
Fázový diagram

Tání - tuhnutí $\frac{\partial p}{\partial T} > 0$



Joanna Kośmider, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons, upraveno

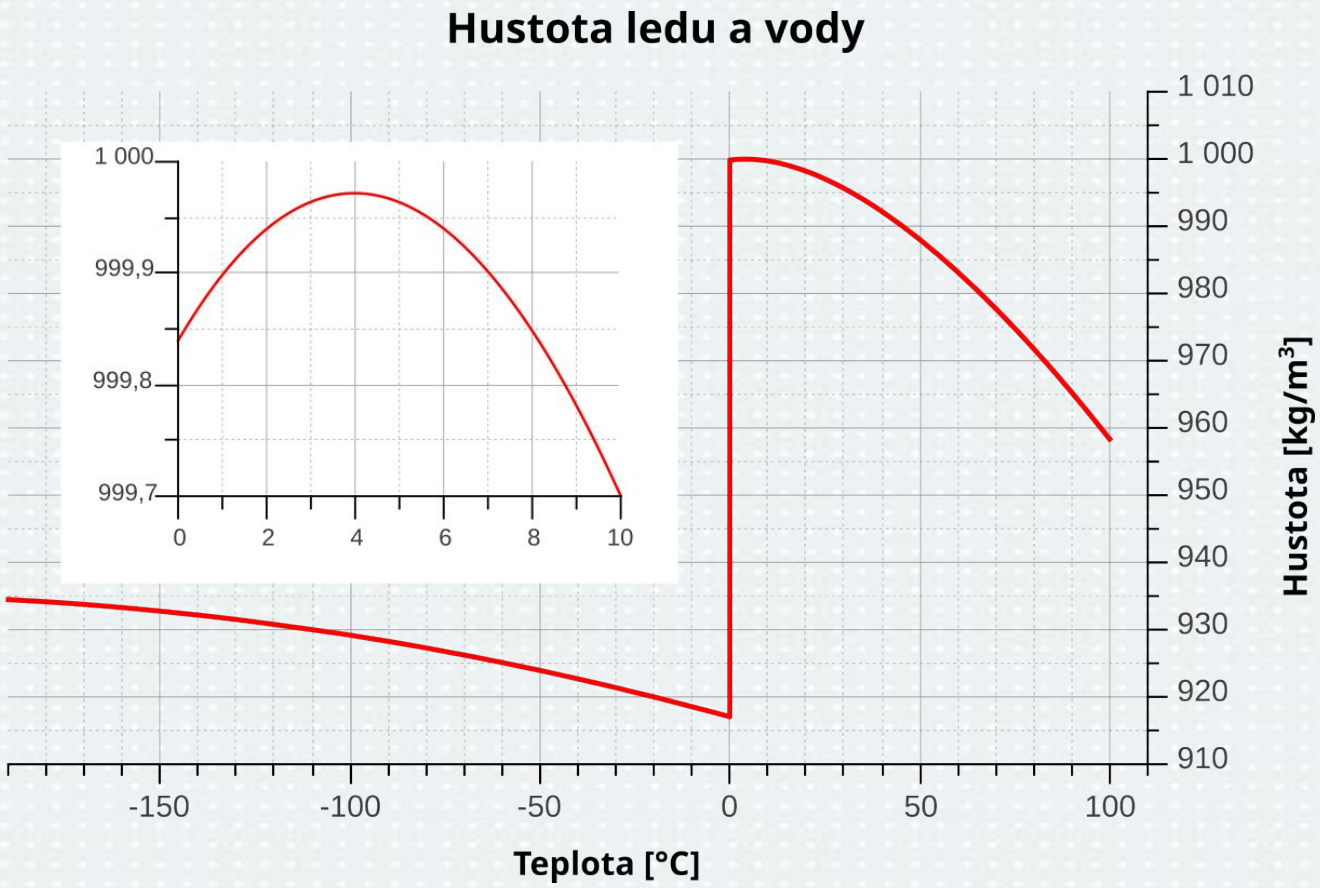
Tání - tuhnutí $\frac{\partial p}{\partial T} < 0$



H_2O

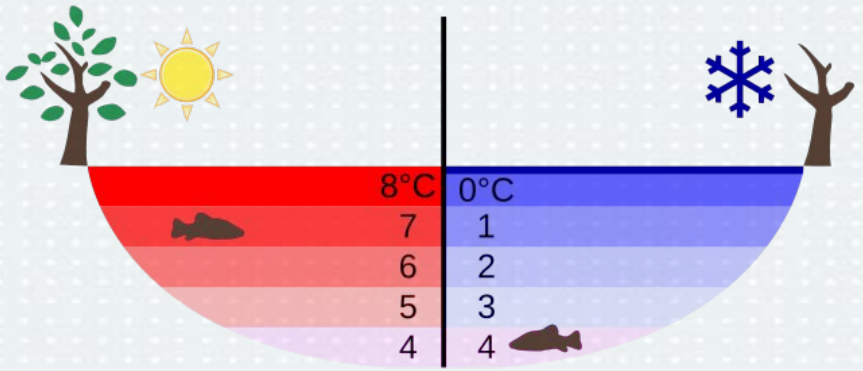
McZusatz, CC BY-SA 3.0,
via Wikimedia Commons, upraveno

Anomálie vody



Klaus-Dieter Keller, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons, upraveno

Voda má nejvyšší hustotu při teplotě 3,98 °C.



Klaus-Dieter Keller, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Řešení úloh s vodní párou

Stavové rovnice pro reálné plyny jsou ve většině případů **velmi komplikované**. Z tohoto důvodu se tyto rovnice nepoužívají v matematické podobě, ale v grafické a tabelární podobě: jako **tabulky a diagramy**.

Parní tabulky pro řešení stavů a dějů s vodní párou:

- Tabulky vlastností syté kapaliny a syté páry

  (pokrývají oblast mokré páry včetně mezní křivky, tj. suchost $0 \leq x \leq 1$)
- Tabulky vlastností vody a přehřáté vodní páry

  (pokrývají oblasti kapaliny a přehřáté vodní páry)

cc BY NC SA

Řešení úloh s vodní párou

Stavové rovnice pro reálné plyny jsou ve většině případů **velmi komplikované**. Z tohoto důvodu se tyto rovnice nepoužívají v matematické podobě, ale v grafické a tabelární podobě: jako **tabulky a diagramy**.

Parní diagramy pro řešení stavů a dějů s vodní párou:

- *T*-*s* diagram
- *h*-*s* diagram
- *p*-*v* diagram
- *p*-*h* diagram, *p*-*T* diagram, *T*-*h* diagram a další

cc BY NC SA

Řešení úloh s vodní párou

Stavové rovnice pro reálné plyny jsou ve většině případů **velmi komplikované**. Z tohoto důvodu se tyto rovnice nepoužívají v matematické podobě, ale v grafické a tabelární podobě: jako **tabulky a diagramy**.

Řešení úloh s vodní párou je **náročnější a současně i jednodušší** než řešení úloh s ideálními plyny.

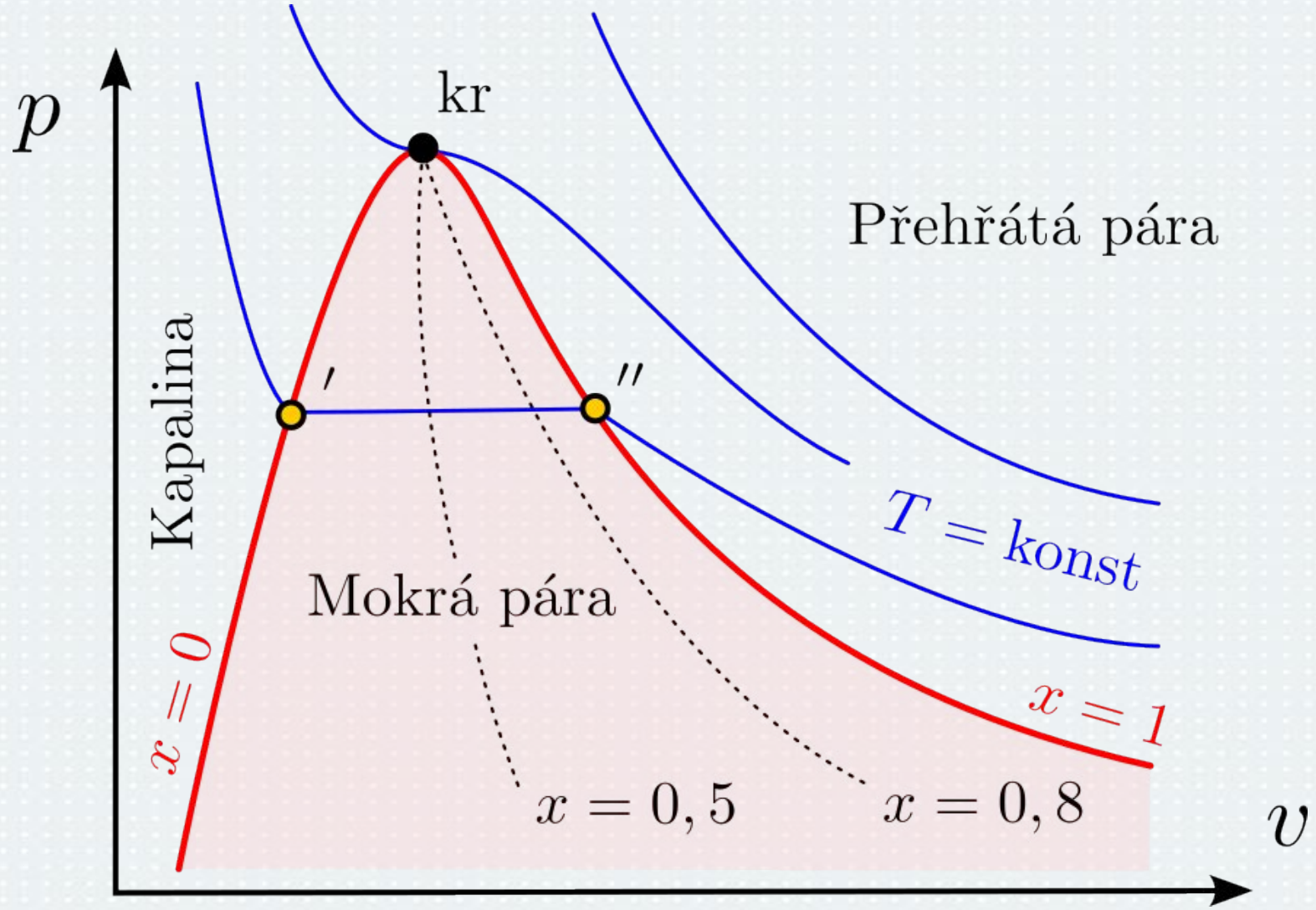
Náročnější: kombinace výpočtů s vyhledáváním v tabulkách a diagramech

(potřeba jisté zkušenosti - co je nutné spočítat a co vyhledat v diagramu/tabulkách).

Jednodušší: výpočty (počítání) jsou matematicky jednodušší.

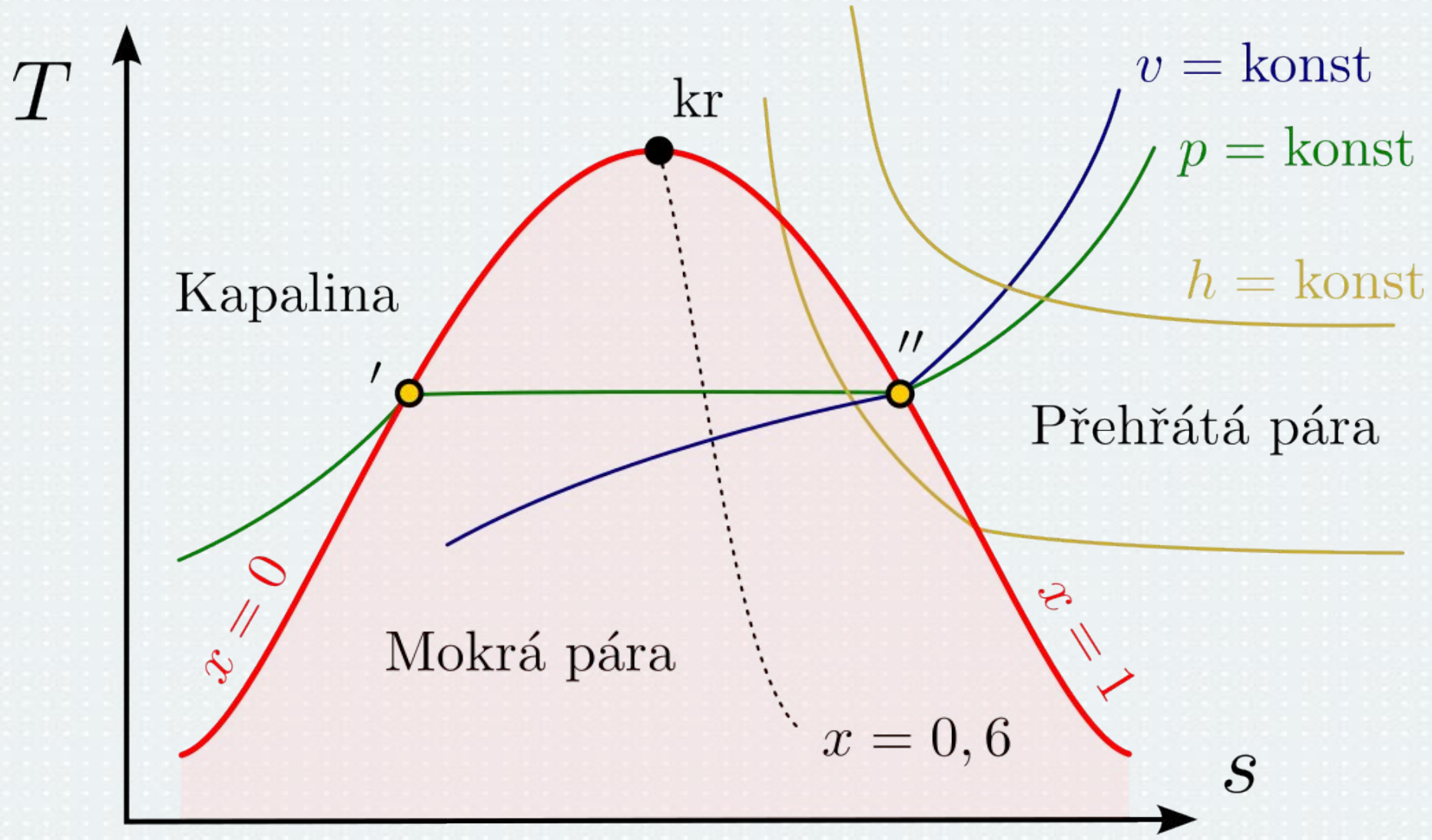
cc BY NC SA

p –*v* diagram vodní páry



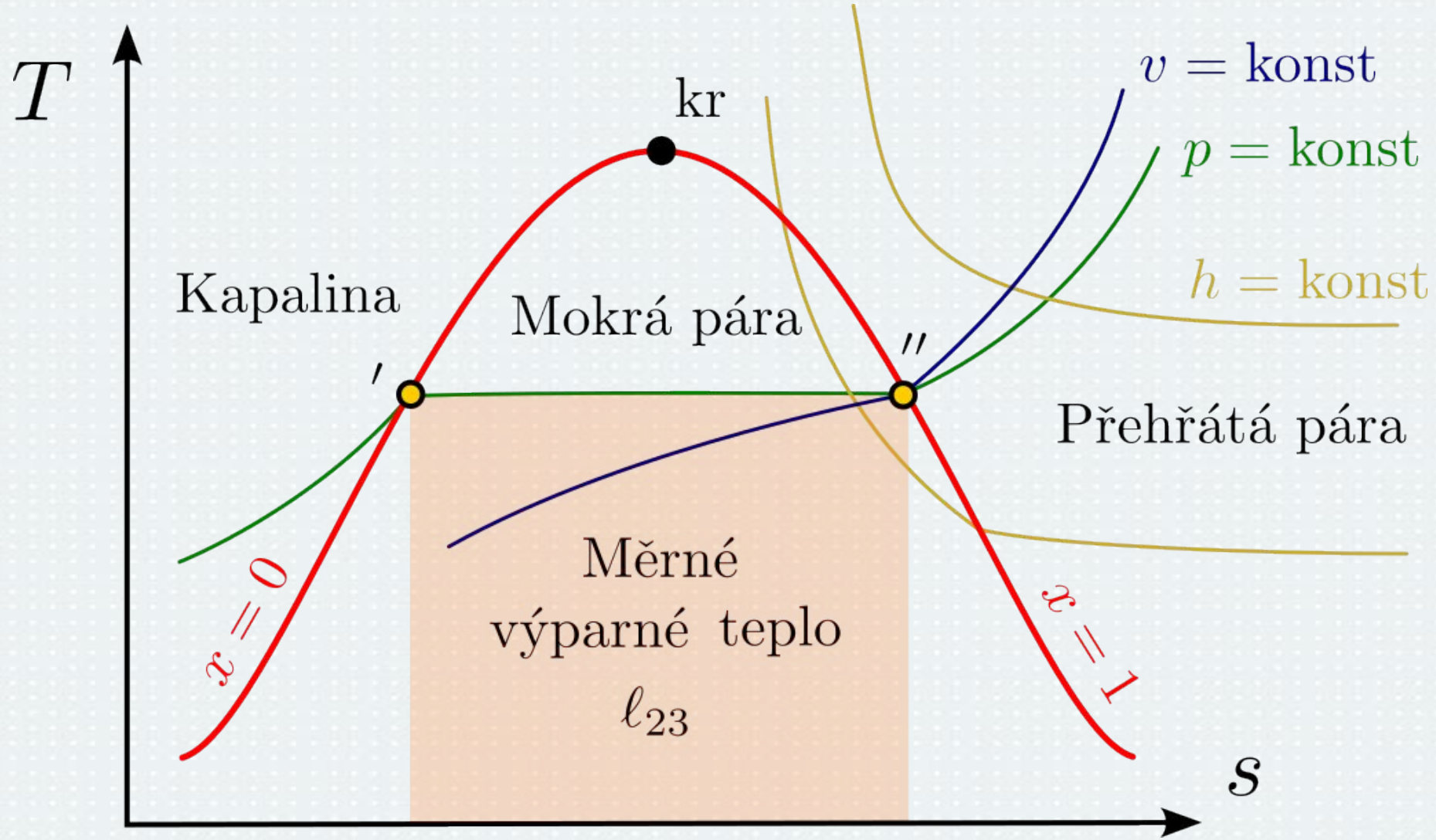
BY NC SA

$T-s$ diagram vodní páry



BY NC SA

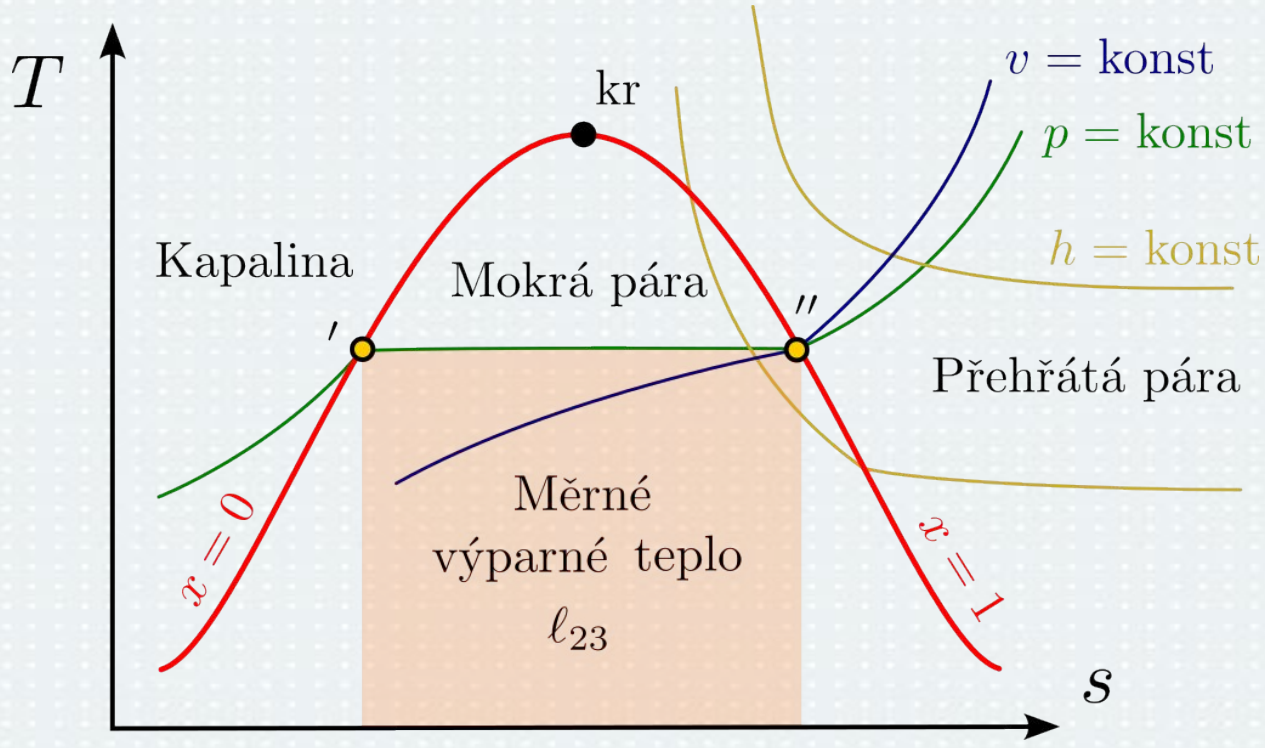
$T-s$ diagram vodní páry



BY NC SA

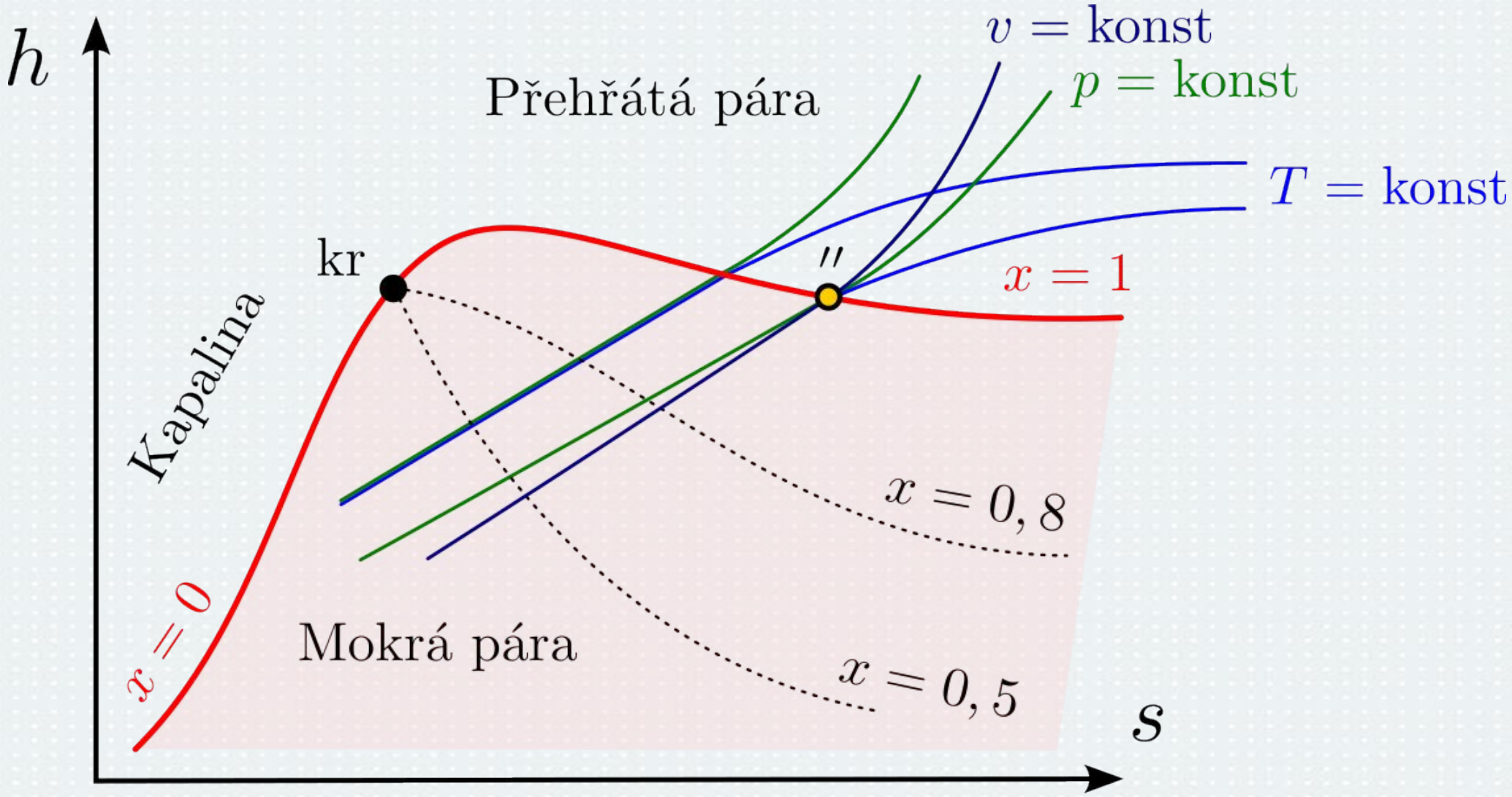
$T-s$ diagram vodní páry

- **Izobary a izotermy** jsou v oblasti mokré páry rovnoběžné.
- **Pára se chová podobně jako ideální plyn** v oblastech, ve kterých jsou izotermy rovnoběžné s izoentalpami.
- Hodnota **měrného výparného tepla** je závislá na teplotě (tlaku) a s rostoucí teplotou (tlakem) se snižuje. Pro kritický stav je $\ell_{23} = 0$.



BY NC SA

$h-s$ diagram vodní páry



cc BY NC SA

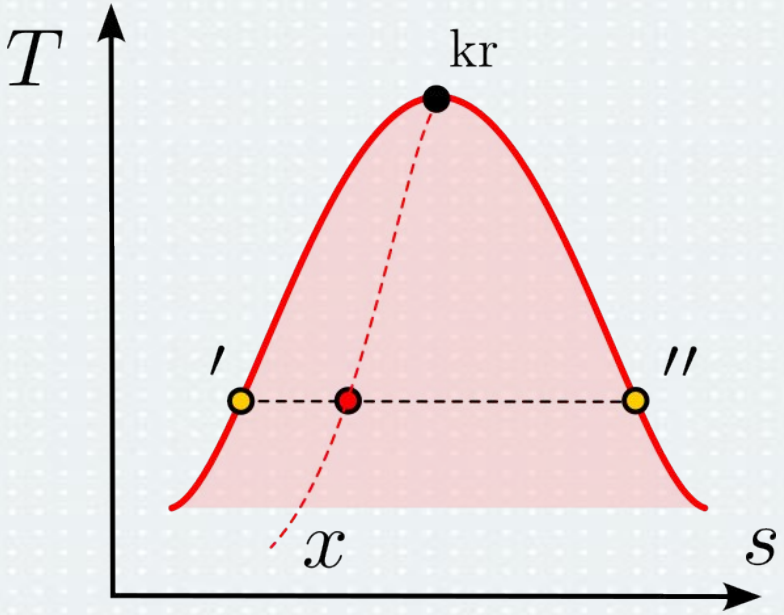
Mokrá pára

Stavové veličiny mokré páry se stanovují z odpovídajících veličin obou komponent mokré páry - syté kapaliny a syté páry.

Veličiny *V*, *H*, *U*, *S* jsou aditivní a tedy:

$$V_x = V' + V'' \qquad H_x = H' + H''$$

$$U_x = U' + U'' \qquad S_x = S' + S''$$



Pro objem mokré páry platí:

$$mv_x = m'v' + m''v''$$

$$v_x = \frac{m'}{m}v' + \frac{m''}{m}v'' = (1-x)v' + xv'' = v' + x(v'' - v')$$

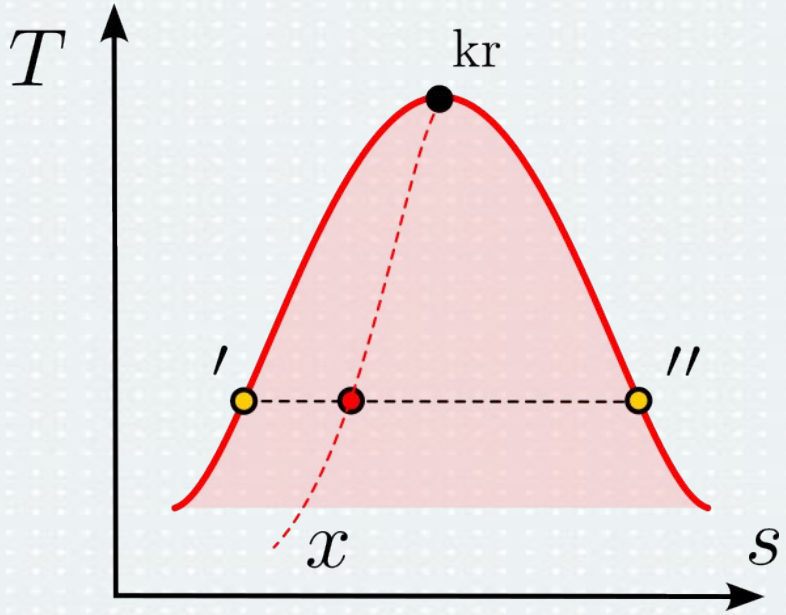
cc BY NC SA

Mokrá pára

Stavové veličiny mokré páry se stanovují z odpovídajících veličin obou komponent mokré páry - syté kapaliny a syté páry.

Podobně pro ostatní veličiny:

$$
\begin{aligned}
v_x &= v' + x\,(v'' - v') \\
h_x &= h' + x\,(h'' - h') \\
u_x &= u' + x\,(u'' - u') \\
s_x &= s' + x\,(s'' - s')
\end{aligned}
$$



Stavové veličiny mokré páry lze snadno a přesně stanovit pomocí tabulek vlastností syté kapaliny a syté páry, popř. s využitím lineární interpolace.

cc BY NC SA

Řešení úloh s vodní párou

Při řešení úloh s vodní párou NELZE používat:

1. Stavovou rovnici ideálního plynu
2. Rovnice základních dějů

   (vztahy mezi *p* - *v* - *T*, např. $pv^{\kappa} = \text{konst}$)
3. První zákon termodynamiky ve tvaru

   pro ideální plyn (např. $\mathrm{d}q = c_p \mathrm{d}T - v\,\mathrm{d}p$)
4. Druhý zákon termodynamiky ve tvaru

   pro ideální plyn (např. $\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}q}{T} = \frac{c_p \mathrm{d}T - v\,\mathrm{d}p}{T}$)



Hefin Owen, CC BY-SA 2.0, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Řešení úloh s vodní párou

Při řešení úloh s vodní párou LZE používat:

1. Tabulky vlastností syté kapaliny a syté páry
2. Tabulky vlastností vody a přehřáté vodní páry
3. *h*-*s* a *T*-*s* diagramy vodní páry
3. První zákon termodynamiky ve vhodném tvaru

   (např. $\mathrm{d}q = \mathrm{d}h - v\,\mathrm{d}p$ a $\mathrm{d}q = \mathrm{d}h + \mathrm{d}a_t$)
4. Druhý zákon termodynamiky ve tvaru

   $q = T\Delta s$ pro izotermický děj
5. Definiční vztah entalpie $h = u + pv$

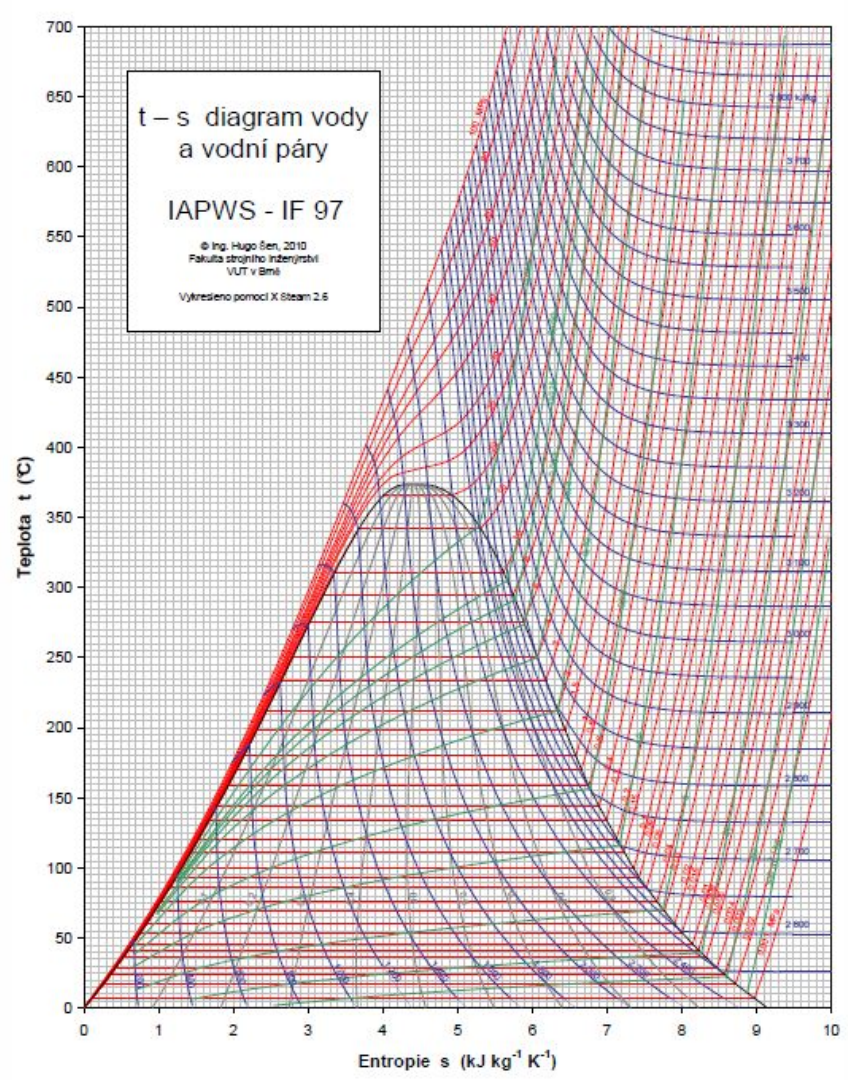


Hefin Owen, CC BY-SA 2.0, via Wikimedia Commons

Vše počítáme v měrných veličinách, které případně přepočítáme na celkové.

CC BY NC SA

Praktický *T-s* diagram



Práce s diagramem:

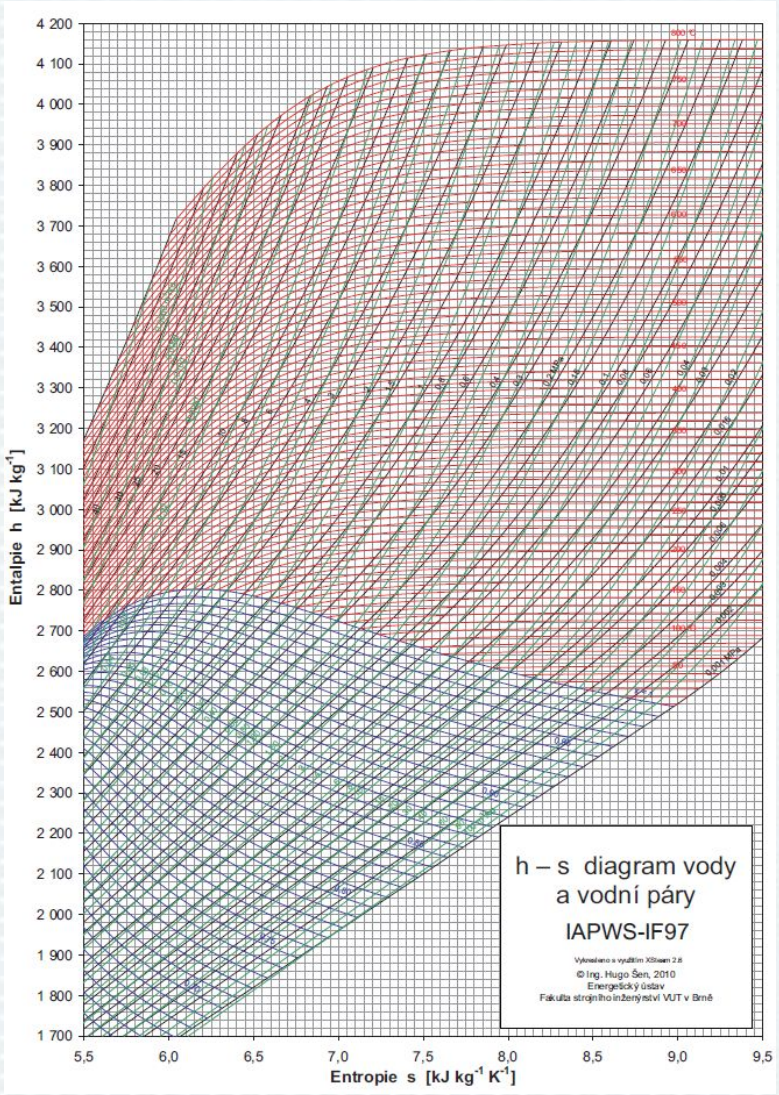
- hledání stavů (průsečíky křivek)
- vyšetření dějů (části křivek)

Veličiny v diagramu:

- Měrná entalpie *h*
- Měrná entropie *s*
- Tlak *p*
- Měrný objem *v*
- Teplota t
- Suchost *x*

BY NC SA

Praktický *h*-*s* diagram



Práce s diagramem:

- hledání stavů (průsečíky křivek)
- vyšetření dějů (části křivek)

Veličiny v diagramu:

- Měrná entalpie *h*
- Měrná entropie *s*
- Tlak *p*
- Měrný objem *v*
- Teplota t
- Suchost *x*

CC BY NC SA

Tabulky vlastností syté kapaliny a syté páry

Vlastnosti syté kapaliny a syté páry H_2O uspořádané dle teploty

vodní pára

t	p	$v' \cdot 10^3$	v''	h'	h''	s'	s''
[°C]	[kPa]	[m^3/kg]	[m^3/kg]	[kJ/kg]	[kJ/kg]	[kJ/kg·K]	[kJ/kg·K]
0,01	0,612	1,00020630	205,997459	0,00	2500,91	0,00000	9,15549
5	0,873	1,00008248	147,016865	21,02	2510,07	0,07625	9,02486
10	1,228	1,00034641	106,308697	42,02	2519,23	0,15109	8,89985
15	1,706	1,00094626	77,880738	62,98	2528,36	0,22447	8,78037
20	2,339	1,00184258	57,761483	83,92	2537,47	0,29650	8,66612
25	3,170	1,00300517	43,341393	104,84	2546,54	0,36726	8,55680
30	4,247	1,00441048	32,881588	125,75	2555,58	0,43679	8,45211
35	5,629	1,00603989	25,207820	146,64	2564,58	0,50517	8,35182
40	7,384	1,00787844	19,517044	167,54	2573,54	0,57243	8,25567
45	9,594	1,00991402	15,253436	188,44	2582,45	0,63862	8,16344
50	12,351	1,01213676	12,027864	209,34	2591,31	0,70379	8,07491
55	15,761	1,01453856	9,564921	230,24	2600,11	0,76798	7,98989
60	19,946	1,01711279	7,667656	251,15	2608,85	0,83122	7,90817
65	25,041	1,01985405	6,193828	272,08	2617,51	0,89354	7,82960
70	31,201	1,02275797	5,039733	293,02	2626,10	0,95499	7,75399
75	38,595	1,02582110	4,129081	313,97	2634,60	1,01560	7,68118

cc BY NC SA

Tabulky vlastností syté kapaliny a syté páry

Vlastnosti syté kapaliny a syté páry H_2O uspořádané dle tlaku

vodní pára

p	t	$v' \cdot 10^3$	v''	h'	h''	s'	s''
[kPa]	[°C]	[m³/kg]	[m³/kg]	[kJ/kg]	[kJ/kg]	[kJ/kg·K]	[kJ/kg·K]
1	6,970	1,00014334	129,183305	29,30	2513,68	0,10591	8,97493
2	17,495	1,00135858	66,989633	73,43	2532,91	0,26058	8,72272
3	24,080	1,00277239	45,655029	100,99	2544,88	0,35433	8,57656
4	28,962	1,00409961	34,792470	121,40	2553,71	0,42245	8,47349
5	32,875	1,00532120	28,186305	137,77	2560,77	0,47625	8,39391
6	36,160	1,00644837	23,734218	151,49	2566,67	0,52087	8,32915
7	39,001	1,00749494	20,525155	163,37	2571,76	0,55908	8,27456
8	41,510	1,00847293	18,099441	173,85	2576,24	0,59253	8,22741
9	43,762	1,00939216	16,199726	183,26	2580,25	0,62233	8,18592
10	45,808	1,01026057	14,670558	191,81	2583,89	0,64922	8,14889
20	60,059	1,01714398	7,648151	251,40	2608,95	0,83195	7,90723
30	69,095	1,02222073	5,228560	289,23	2624,55	0,94394	7,76745
40	75,857	1,02636179	3,993110	317,57	2636,05	1,02590	7,66897
50	81,317	1,02991444	3,240149	340,48	2645,21	1,09101	7,59296
60	85,926	1,03305665	2,731829	359,84	2652,85	1,14524	7,53110
70	89,932	1,03589326	2,364899	376,68	2659,42	1,19186	7,47895
80	93,485	1,03849187	2,087189	391,64	2665,18	1,23283	7,43389
90	96,687	1,04089891	1,869458	405,13	2670,31	1,26944	7,39423
100	99,606	1,04314784	1,694023	417,44	2674,95	1,30256	7,35881

cc BY NC SA

Tabulky vlastností vody a přehřáté vodní páry

	$p = 1\,\mathrm{kPa}$			$p = 5\,\mathrm{kPa}$			$p = 10\,\mathrm{kPa}$			$p = 20\,\mathrm{kPa}$		
t	v	h	s	v	h	s	v	h	s	v	h	s
[°C]	[m³/kg]	[kJ/kg]	[kJ/kg·K]	[m³/kg]	[kJ/kg]	[kJ/kg·K]	[m³/kg]	[kJ/kg]	[kJ/kg·K]	[m³/kg]	[kJ/kg]	[kJ/kg·K]
0	0,0010002	0,03	0,00000	0,0010002	0,04	0,00000	0,0010002	0,05	0,00000	0,0010002	0,10	0,00001
10	0,0010003	42,05	0,15108	0,0010003	42,06	0,15108	0,0010003	42,07	0,15108	0,0010003	42,12	0,15108
20	0,0010018	83,95	0,29650	0,0010018	83,96	0,29650	0,0010018	83,96	0,29649	0,0010018	84,01	0,29648
30	0,0010044	125,77	0,43679	0,0010044	125,78	0,43678	0,0010044	125,79	0,43678	0,0010044	125,83	0,43676
40	0,0010079	167,56	0,57242	0,0010079	167,57	0,57242	0,0010079	167,58	0,57241	0,0010078	167,62	0,57239
50	0,0010121	209,35	0,70379	0,0010121	209,36	0,70378	0,0010121	209,37	0,70378	0,0010121	209,41	0,70375
60	0,0010171	251,16	0,83121	0,0010171	251,17	0,83121	0,0010171	251,18	0,83120	0,0010171	251,22	0,83117
70	5,2429262	2626,35	7,77269	0,0010228	293,03	0,95499	0,0010227	293,03	0,95498	0,0010227	293,07	0,95495
80	5,4011185	2646,02	7,82920	4,0426525	2644,31	7,69250	0,0010290	334,95	1,07539	0,0010290	334,99	1,07536
90	5,5584843	2665,52	7,88367	4,1616332	2664,07	7,74766	3,3234547	2662,59	7,64139	0,0010359	376,99	1,19264
100	5,7152636	2684,94	7,93641	4,2799923	2683,68	7,80093	3,4187813	2682,40	7,69520	1,6959594	2675,77	7,36100
110	5,8715881	2704,30	7,98762	4,3978833	2703,19	7,85255	3,5136237	2702,07	7,74724	1,7448194	2696,32	7,41536
120	6,0275482	2723,64	8,03744	4,5154026	2722,66	7,90270	3,6080867	2721,67	7,79772	1,7932375	2716,61	7,46763
130	6,1832120	2742,96	8,08597	4,6326209	2742,09	7,95150	3,7022438	2741,21	7,84680	1,8413197	2736,72	7,51814
140	6,3386324	2762,28	8,13332	4,7495925	2761,50	7,99907	3,7961507	2760,71	7,89459	1,8891330	2756,70	7,56710
150	6,4938516	2781,62	8,17955	4,8663602	2780,91	8,04549	3,8898512	2780,20	7,94120	1,9367266	2776,59	7,61467
160	6,6489030	2800,97	8,22475	4,9829583	2800,33	8,09084	3,9833801	2799,68	7,98671	1,9841386	2796,42	7,66099
170	6,8038139	2820,35	8,26898	5,0994143	2819,76	8,13520	4,0767654	2819,18	8,03120	2,0313994	2816,21	7,70615
180	6,9586061	2839,76	8,31229	5,2157503	2839,22	8,17862	4,1700296	2838,68	8,07473	2,0785331	2835,97	7,75025
190	7,1132974	2859,20	8,35473	5,3319847	2858,71	8,22116	4,2631911	2858,21	8,11736	2,1255596	2855,72	7,79336
200	7,2679026	2878,68	8,39636	5,4481321	2878,23	8,26286	4,3562650	2877,77	8,15914	2,1724948	2875,48	7,83556
210	7,4224336	2898,21	8,43720	5,5642048	2897,79	8,30377	4,4492637	2897,37	8,20012	2,2193520	2895,24	7,87690
220	7,5769005	2917,79	8,47729	5,6802130	2917,39	8,34393	4,5421973	2917,00	8,24034	2,2661420	2915,02	7,91742
230	7,7313117	2937,41	8,51668	5,7961651	2937,04	8,38337	4,6350745	2936,67	8,27984	2,3128737	2934,83	7,95718
240	7,8856740	2957,08	8,55540	5,9120681	2956,74	8,42213	4,7279024	2956,39	8,31864	2,3595547	2954,66	7,99622
250	8,0399935	2976,80	8,59347	6,0279280	2976,48	8,46023	4,8206869	2976,16	8,35679	2,4061913	2974,54	8,03458
260	8,1942750	2996,58	8,63091	6,1437498	2996,28	8,49772	4,9134331	2995,97	8,39431	2,4527887	2994,45	8,07228
270	8,3485229	3016,41	8,66777	6,2595378	3016,13	8,53460	5,0061455	3015,84	8,43122	2,4993515	3014,40	8,10935
280	8,5027408	3036,30	8,70405	6,3752957	3036,03	8,57091	5,0988276	3035,76	8,46756	2,5458835	3034,40	8,14584
290	8,6569319	3056,25	8,73978	6,4910266	3055,99	8,60667	5,1914826	3055,73	8,50335	2,5923880	3054,45	8,18175
300	8,8110987	3076,25	8,77499	6,6067333	3076,00	8,64191	5,2841134	3075,76	8,53860	2,6388678	3074,54	8,21712

Vlastnosti vody a přehřáté vodní páry

vodní pára

BY NC SA

Knihovna vlastností vody a vodní páry

X Steam - vlastnosti vody a vodní páry - https://xsteam.sourceforge.net/

MATLAB

Enthalpy

Function	In1	In2	Out
hV_p	p		Saturated vapour enthalpy
hL_p	p		Saturated liquid enthalpy
hV_T	T		Saturated vapour enthalpy
hL_T	T		Saturated liquid enthalpy
h_pT	p	T	Entalpy as a function of pressure and temperature.
h_ps	p	s	Entalpy as a function of pressure and entropy.
h_px	p	x	Entalpy as a function of pressure and vapour fraction
h_Tx	T	X	Entalpy as a function of temperature and vapour fraction
h_prho	p	rho	Entalpy as a function of pressure and density. Observe for low temperatures (liquid) this equation has 2 solutions. (Not valid!!)

Temperature

Function	In1	In2	Out
Tsat_p	p		Saturation temperature
T_ph	p	H	Temperture as a function of pressure and enthalpy
T_ps	p	S	Temperture as a function of pressure and entropy
T_hs	h	S	Temperture as a function of enthalpy and entropy

Microsoft Excel

X Steam Tables

Excel macros, IF-97 Steam tables.
By: Magnus Holmgren
www.x-eng.com

The excel scripts are stored inside this workbook. A complete list of functions for use is available on the "Calling functions" worksheet
The steam tables are free and provided as is. We take no responsibilities for any errors in the code or damage thereby.
OBS: This workbook uses macros. Set security options in Tools:Macro:Security... to enable macros.

Saturation properties given temperature		
Temperature	**100,00**	°C
Saturation pressure	1,014	bar a
Liquid		
Enthalpy	419,1	kJ/kg
Density	958,35	kg/m3
Entropy	1,31	kJ/kgK
Vapour		
Vapour enthalpy	2675,6	kJ/kg
Vapour density	0,60	kg/m3
Vapour Entropy	7,35	kJ/kgK
Evaporation energy	2256,5	kJ/kg

Saturation properties given pressure		
Pressure	**12,570**	bar a
Saturation temperature	190,07	°C
Liquid		
Enthalpy	807,9	kJ/kg
Density	876,00	kg/m3
Entropy	2,24	kJ/kgK
Vapour		
Vapour enthalpy	2785,4	kJ/kg
Vapour density	6,40	kg/m3
vapour Entropy	6,51	kJ/kgK
Evaporation energy	1977,5	kJ/kg

Properties given pressure and temperature		
Pressure	**1,00**	bar a
Temperature	**20,00**	°C
Enthalpy	84,0	kJ/kg
Density	998,21	kg/m3
Entropy	0,30	kJ/kgK
Vapour fraction	0	%
IF97 Region	1	
Phase	**Liquid**	
Isobaric heat capacity	4,184798	kJ/kg
Speed of sound	1483,417	m/s

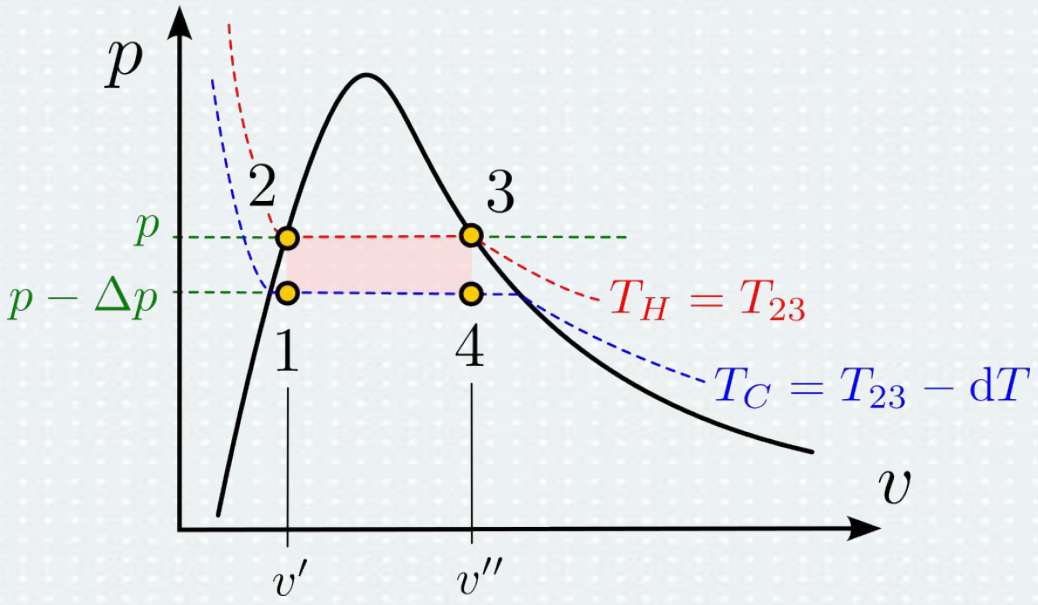
Properties given pressure and enthalpy		
Pressure	**12,57**	bar a
Enthalpy	**2788,00**	kJ/kg
Temperature	191,0	°C
Density	6,39	kg/m3
Entropy	6,51	kJ/kgK
Vapour fraction	100	%
IF97 Region	2	
Phase	**Steam**	
Isobaric heat capacity	2,819479	kJ/kg
Speed of sound	503,5512	m/s

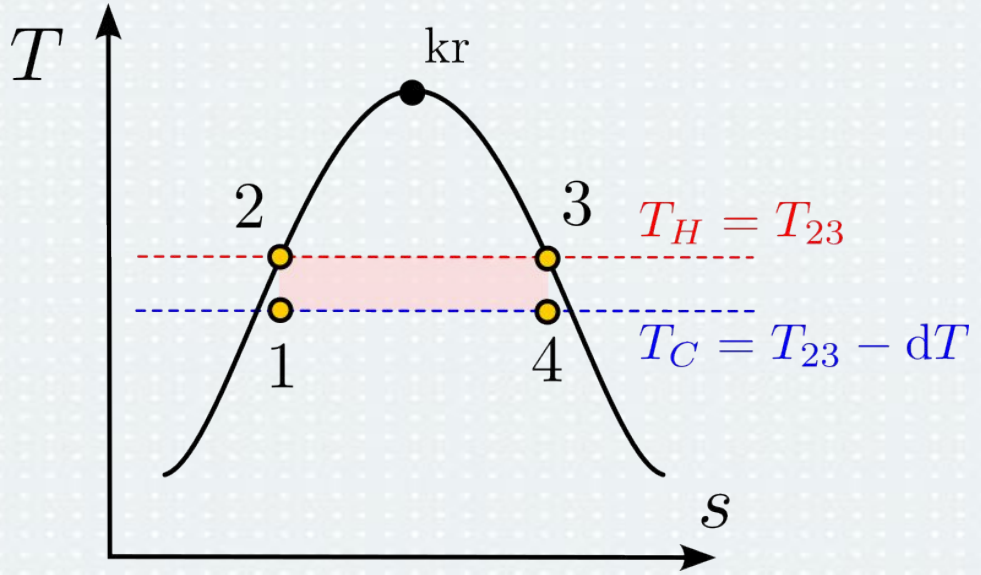
CC BY NC SA

Clausiova-Clapeyronova rovnice

Vyjadřuje závislost mezi měrným výparným teplem ℓ_{23}, teplotou varu T_{23}, změnou měrného objemu Δv během fázové přeměny a sklonem křivky varu a kondenzace $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T}$ ve fázovém *p*-*T* diagramu.

Odvození rovnice pro var a kondenzaci z elementárního Carnotova cyklu:





BY NC SA

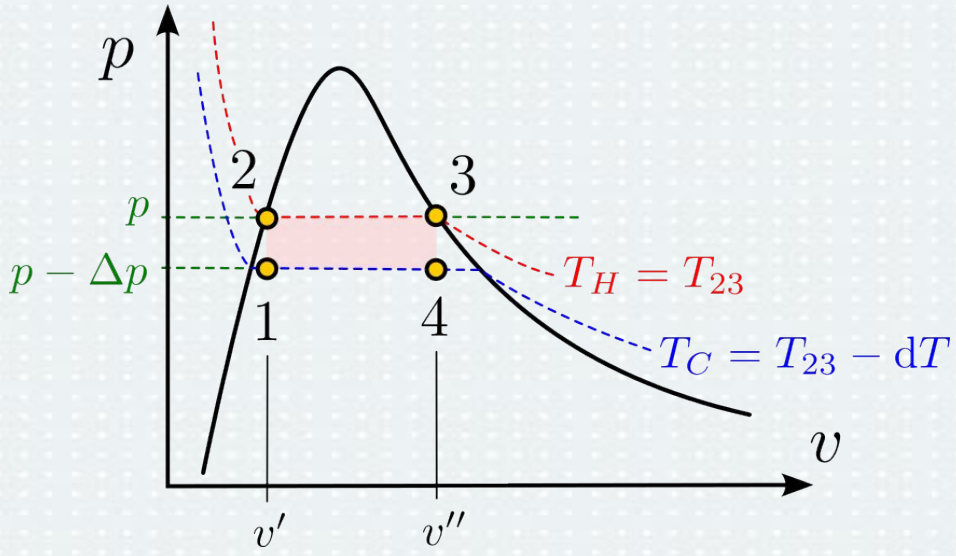
Clausiova-Clapeyronova rovnice

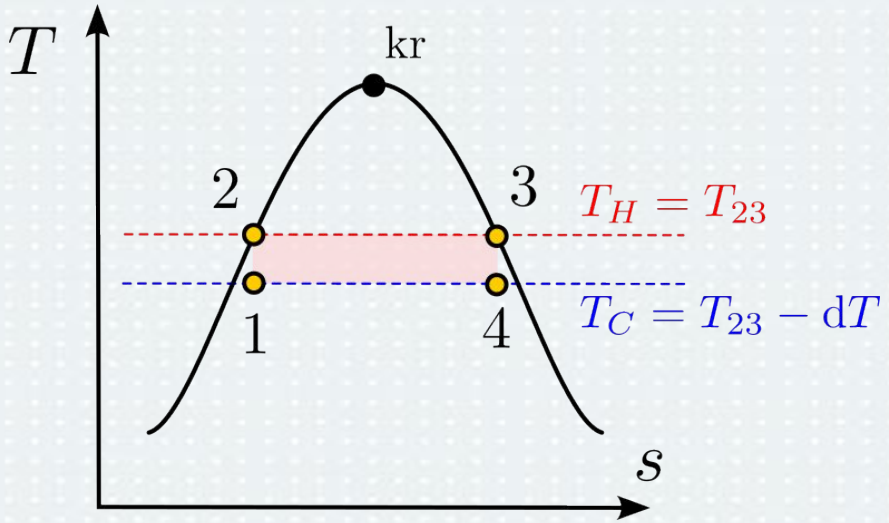
$$\eta_t = \frac{T_H - T_C}{T_H} = \frac{T_{23} - (T_{23} - \mathrm{d}T)}{T_{23}} = \frac{\mathrm{d}T}{T_{23}} = \frac{\mathrm{d}a_o}{q_H}$$

$$\mathrm{d}a_o = (v'' - v')\,\mathrm{d}p$$

$$q_H = \ell_{23}$$

$$\eta_t = \frac{\mathrm{d}a_o}{q_H} = \frac{(v'' - v')\,\mathrm{d}p}{\ell_{23}}$$





Clausiova-Clapeyronova rovnice pro var a kondenzaci:

$$\ell_{23} = T_{23}\,(v'' - v')\,\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T}$$

BY NC SA

Clausiova-Clapeyronova rovnice

Regelace ledu

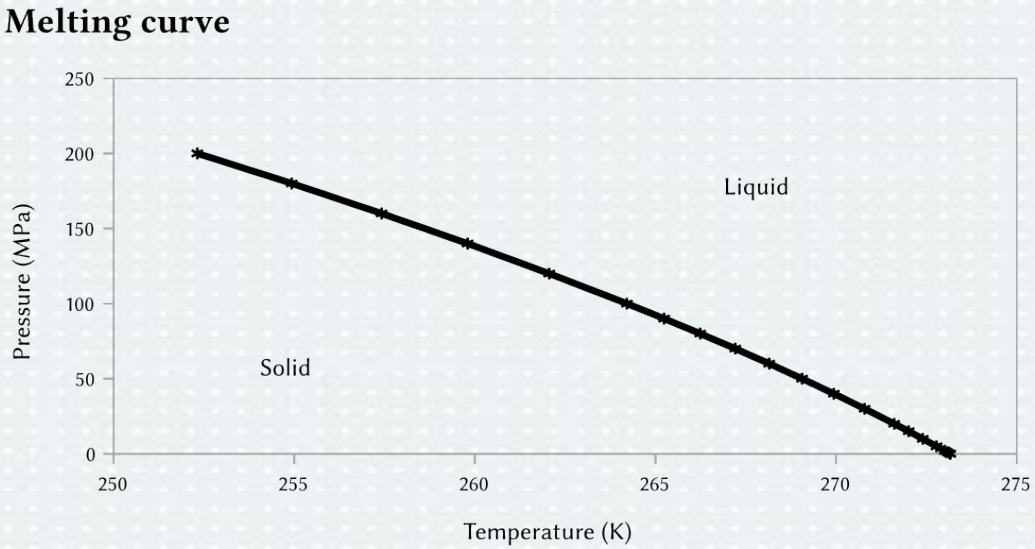
$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = \frac{\ell_{12}}{T_{12}(v' - v''')}$$

$$\ell_{12} = 334\,\mathrm{kJ/kg}$$

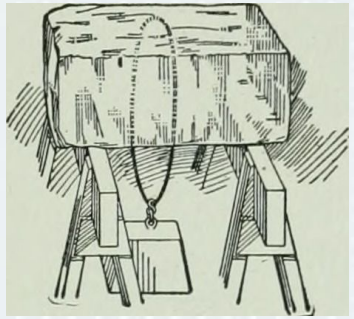
$$T_{12} = 273{,}15\,\mathrm{K}$$

$$v' - v''' = -9{,}05 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m^3/kg}$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = -13{,}5\,\mathrm{MPa/K}$$



Psiĥedelistoother fields, CC0, via Wikimedia Commons



Internet Archive Book Images, No restrictions, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Termodynamické děje s vodní párou

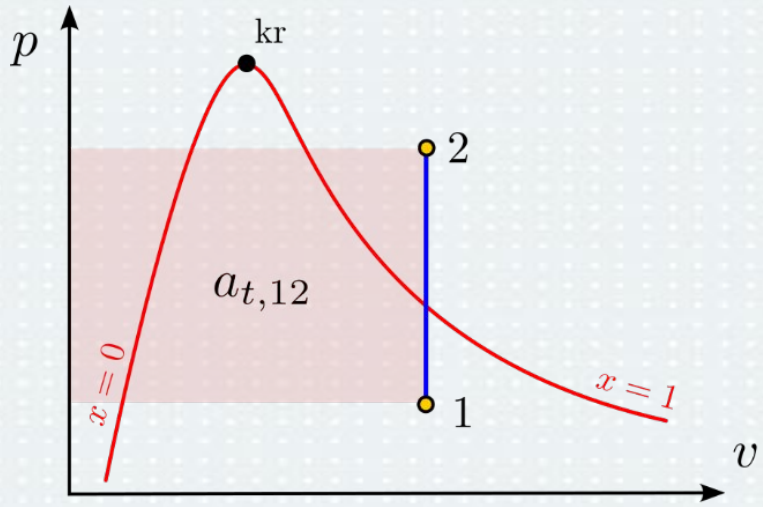
- **Izochorický děj** - děj při konstantním objemu $\mathrm{d}v = 0$
- **Izobarický děj** - děj při konstantním tlaku $\mathrm{d}p = 0$
- **Izotermický děj** - děj při konstantní teplotě $\mathrm{d}T = 0$
- **Adiabatický děj** - děj bez výměny tepla s okolím $\mathrm{d}q = 0$
- **Izoentropický děj** - děj při konstantní entropii $\mathrm{d}s = 0$
- **Izoentalpický děj** - děj při konstantní entalpii $\mathrm{d}h = 0$

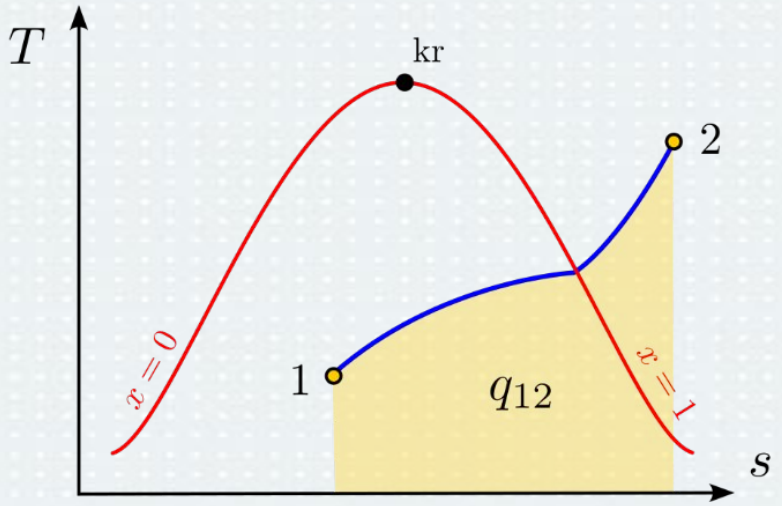
Při výpočtech používáme první a druhý termodynamický zákon ve vhodných tvarech.

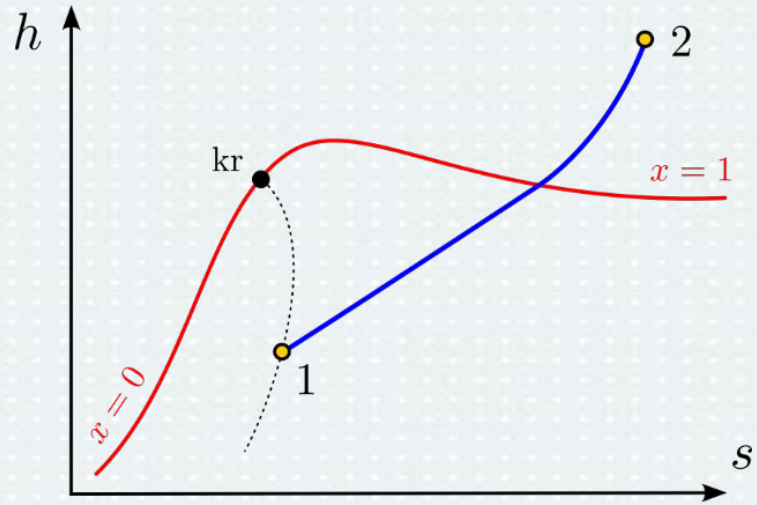
$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + \mathrm{d}a = \mathrm{d}u + p\,\mathrm{d}v \qquad \mathrm{d}q = \mathrm{d}h + \mathrm{d}a_t = \mathrm{d}h - v\,\mathrm{d}p \qquad \mathrm{d}q = T\,\mathrm{d}s$$

cc BY NC SA

Izochorický děj v páře







$$a_{12} = \int_1^2 p\,\mathrm{d}v = 0 \qquad a_{t12} = -\int_1^2 v\,\mathrm{d}p = v(p_1 - p_2)$$

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + \mathrm{d}a = \mathrm{d}u \quad \Rightarrow \quad q_{12} = u_2 - u_1$$

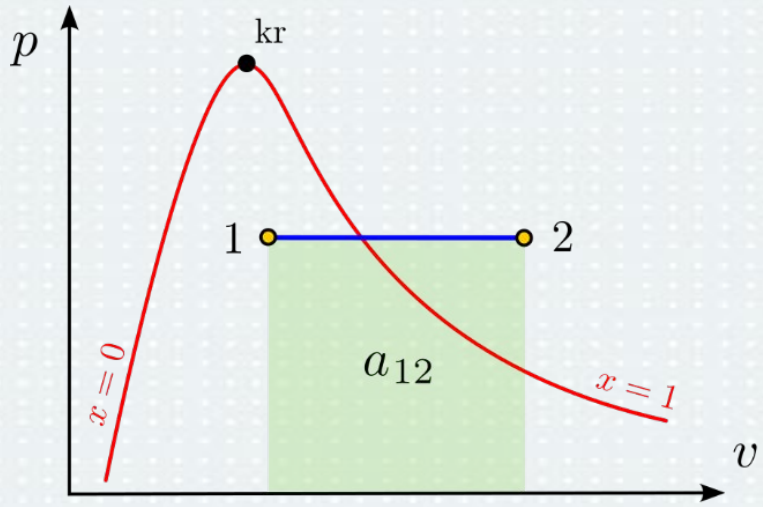
$$\boxed{\mathrm{d}v = 0}$$

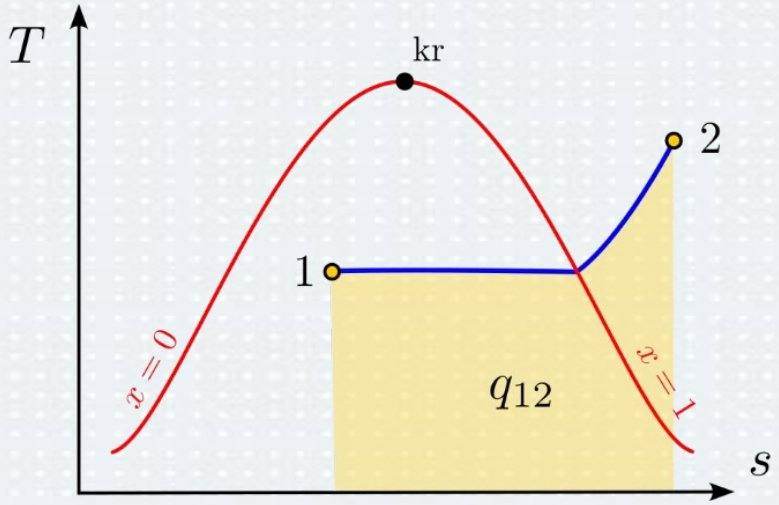
$$u_1 = h_1 - p_1 v \qquad u_2 = h_2 - p_2 v$$

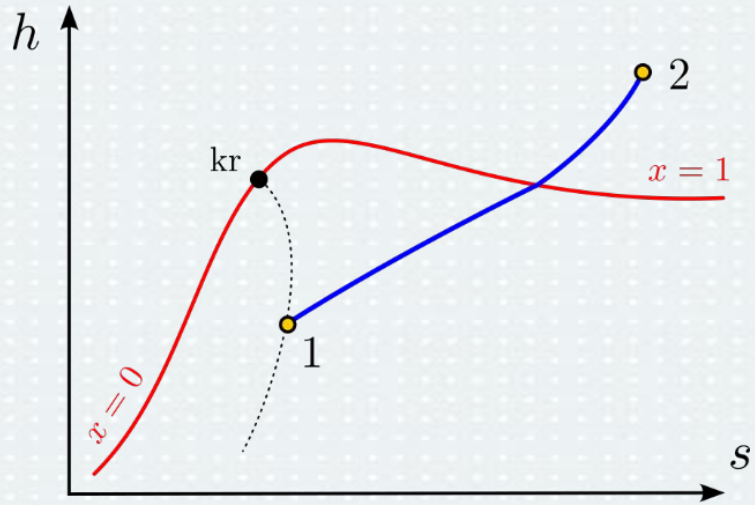
Tlakové nádoby, uzavřené soustavy, …

BY NC SA

Izobarický děj v páře







$$a_{12} = \int_1^2 p\,\mathrm{d}v = p(v_2 - v_1) \qquad a_{t12} = -\int_1^2 v\,\mathrm{d}p = 0$$

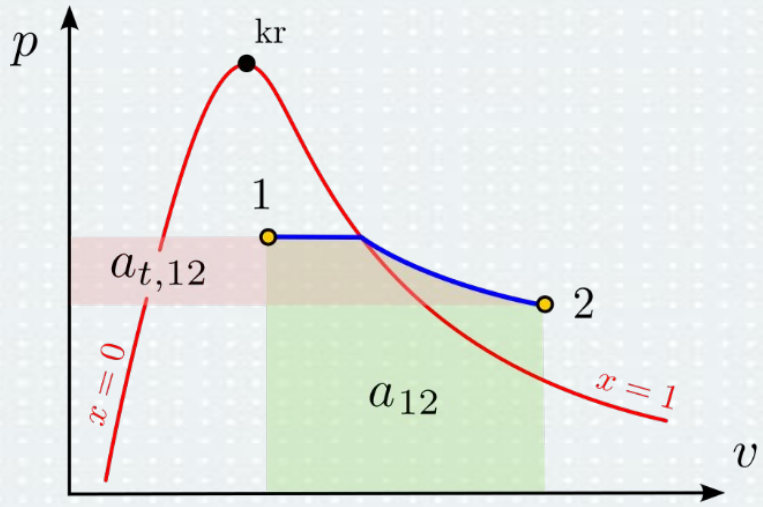
$$\boxed{\mathrm{d}p = 0}$$

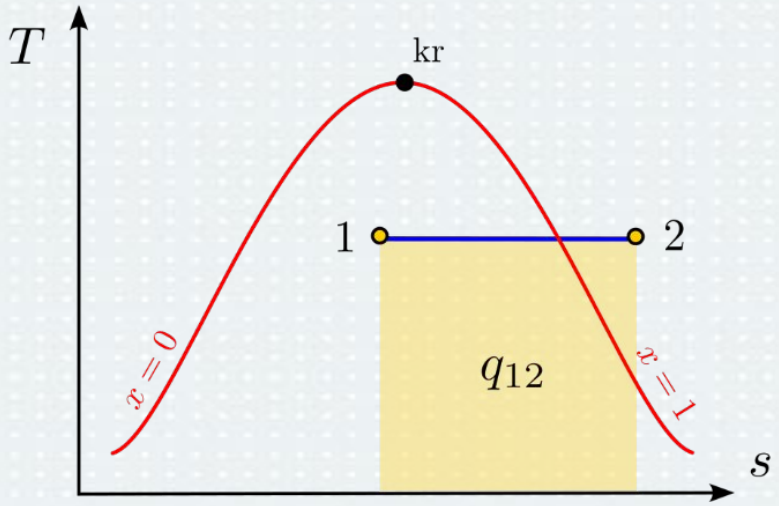
$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h + \mathrm{d}a_t = dh \quad \Rightarrow \quad q_{12} = h_2 - h_1$$

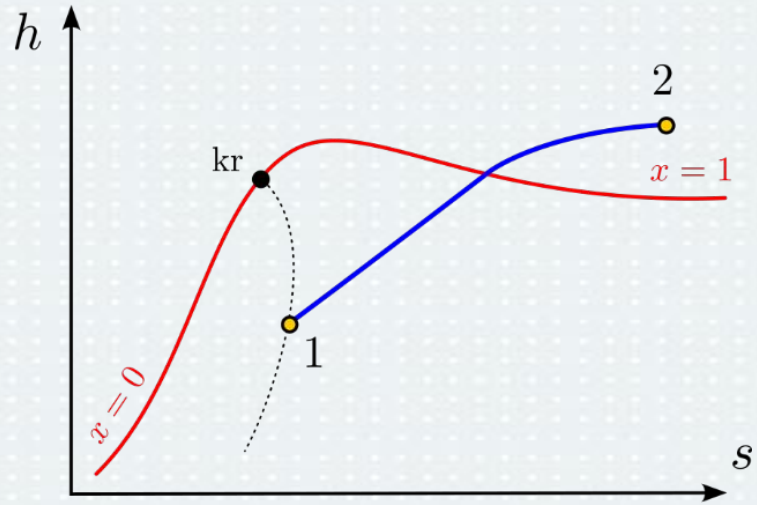
Výměníky tepla

cc BY NC SA

Izotermický děj v páře







$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h + \mathrm{d}a_t \quad \Rightarrow \quad a_{t12} = q_{12} - (h_2 - h_1)$$

$$\mathrm{d}T = 0$$

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + \mathrm{d}a \quad \Rightarrow \quad a_{12} = q_{12} - (u_2 - u_1)$$

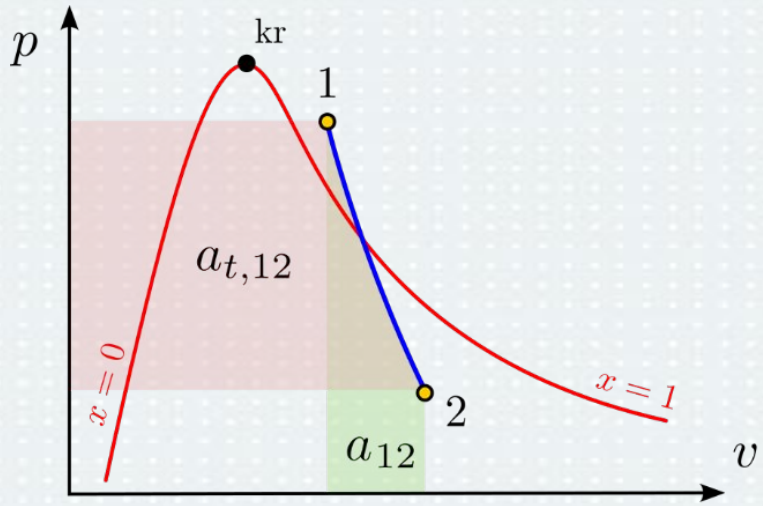
$$u_1 = h_1 - p_1 v_1$$

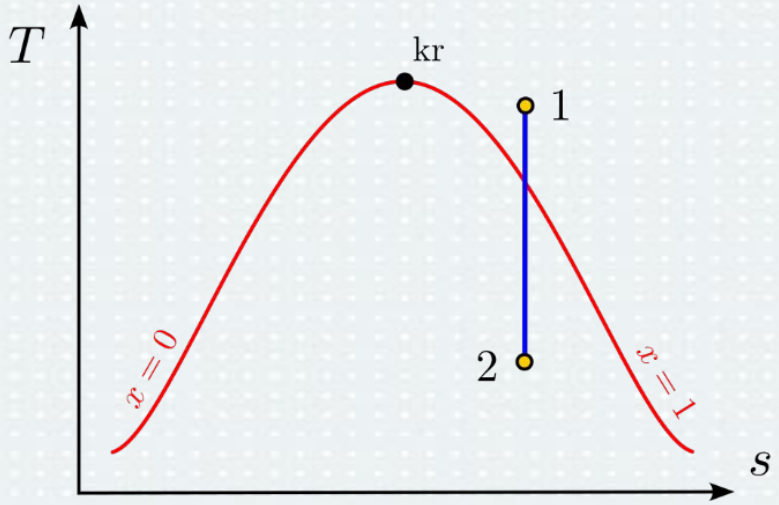
$$\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}q}{T} \Rightarrow q_{12} = \int_1^2 T\mathrm{d}s = T(s_2 - s_1)$$

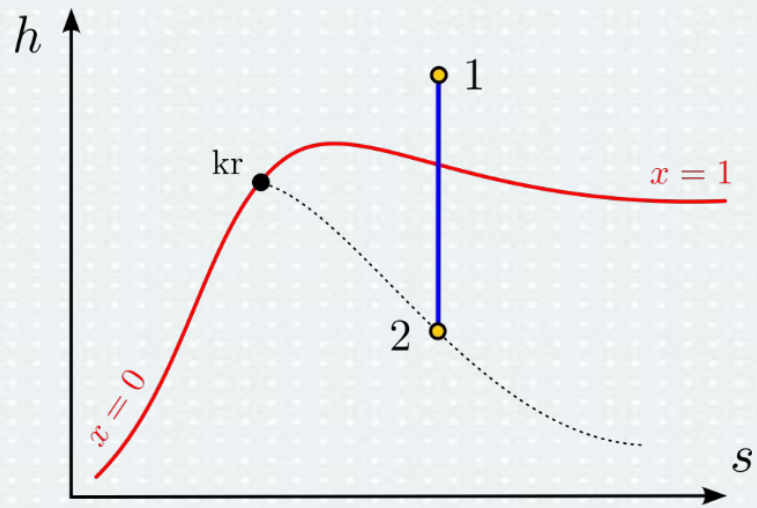
$$u_2 = h_2 - p_2 v_2$$

BY NC SA

Izoentropický děj v páře







$$q_{12} = 0$$

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h + \mathrm{d}a_t \quad \Rightarrow \quad a_{t12} = h_1 - h_2$$

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + \mathrm{d}a \quad \Rightarrow \quad a_{12} = u_1 - u_2$$

$$u_1 = h_1 - p_1 v_1 \qquad u_2 = h_2 - p_2 v_2$$

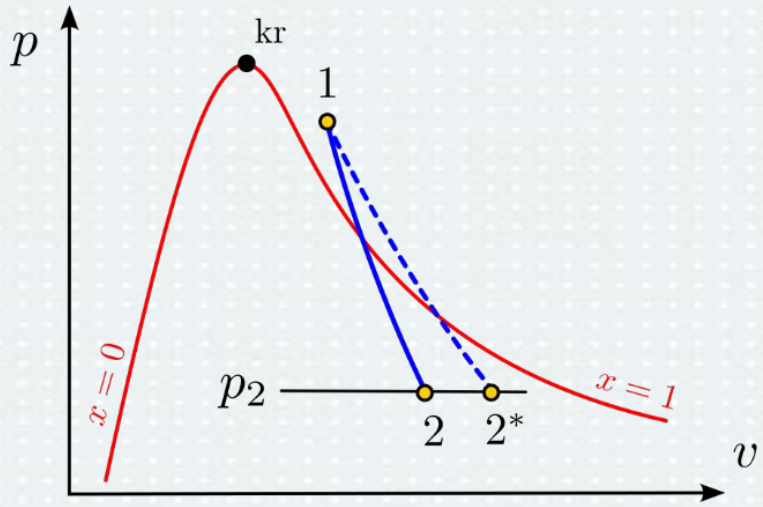
$$\boxed{\mathrm{d}s = 0}$$

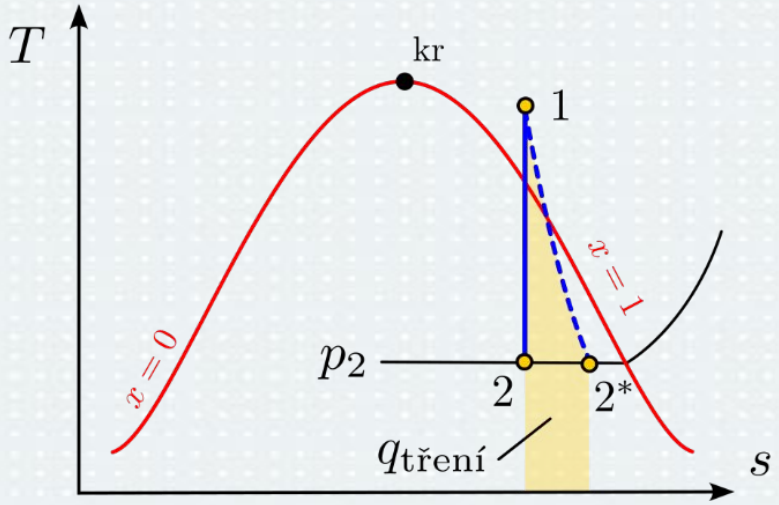
Vratný adiabatický děj je dějem izoentropickým.

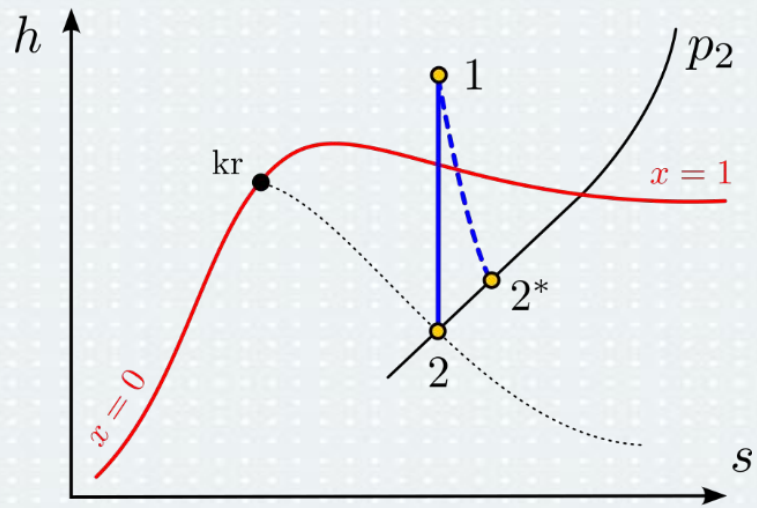
Ideální turbína a kompresor (expanze a komprese).

CC BY NC SA

Adiabatický děj v páře







$$\mathrm{d}q_{\text{soustava-okolí}} = 0$$

$$\mathrm{d}q_{\text{tření}} > 0$$

Adiabatický děj se třením je dějem nevratným.

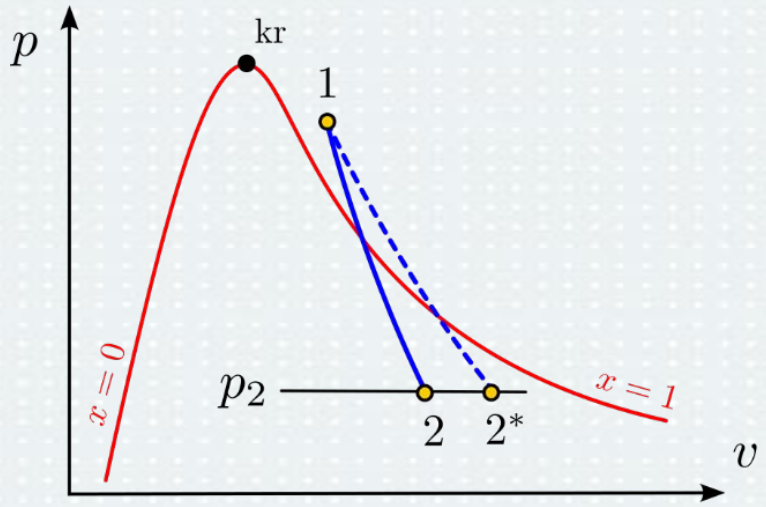
Skutečná turbína a kompresor (expanze a komprese).

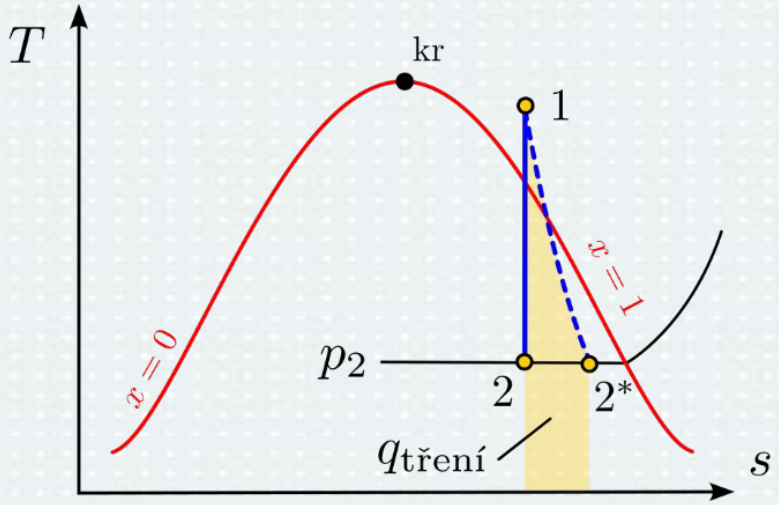
$$a_{12^*} = u_1 - u_{2^*} \qquad a_{t12^*} = h_1 - h_{2^*}$$

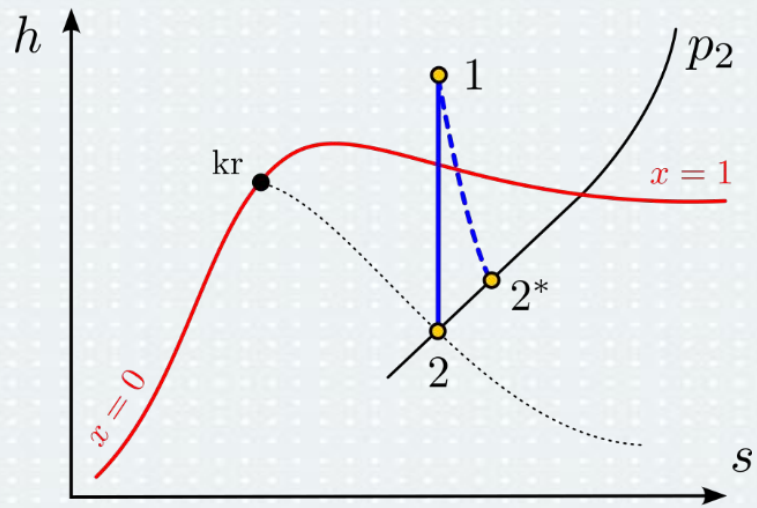
$$s_2^* > s_2$$

BY NC SA

Adiabatický děj v páře







Izoentropická účinnost - zohledňuje rozdíl prací mezi ideálním a reálným dějem.

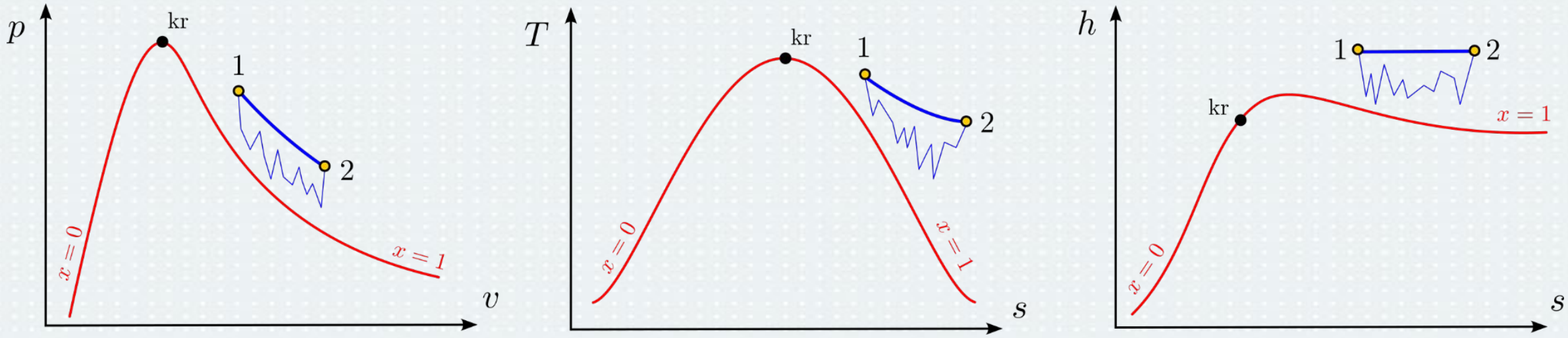
Izoentropická účinnost turbíny:

$$\eta_{\text{s, turbína}} = \frac{\text{skutečně vykonaná práce}}{\text{teoreticky (izoentropicky) vykonaná práce}}$$

$$\eta_{\text{s, turbína}} = \frac{a_{t,12^*}}{a_{t,12}} = \frac{h_1 - h_{2^*}}{h_1 - h_2} < 1$$

BY NC SA

Izoentalpický děj v páře



Izoentalpický děj je nevratný děj, který se používá pro řešení adiabatického škrcení par (snížení tlaku) např. v regulačních ventilech a ve škrtících prvcích (ventilu či kapiláře) chladicích zařízeních, které pracují podle kompresorového odpařovacího cyklu.

$$\mathrm{d}h = 0 \qquad H_1 = H_2 \qquad h_1 = h_2$$

cc BY NC SA

Použité zdroje

Milan PAVELEK: Termomechanika, CERM

Josef ŠTĚTINA: Reálné plyny, výuková prezentace pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Josef ŠTĚTINA: Vodní pára, výuková prezentace pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Josef ŠTĚTINA: Termodynamické děje s párou, pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Yunus A. ÇENGEL a Michael A. BOLES: Thermodynamics - An engineering approach, McGraw-Hill

CC BY NC SA

Magisterský studijní program JADERNÁ ENERGETIKA vznikl za přispění



Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU



NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY



NPO_VUT_MSMT-16609_2022

CC BY NC SA


VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ
V BRNĚ

Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU

NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FAKULTA CHEMICKÁ

FAKULTA STAVEBNÍ

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Přednáška magisterského studijního programu JADERNÁ ENERGETIKA

TERMODYNAMIKA ENERGETICKÝCH ZAŘÍZENÍ A PŘENOS TEPLA

Termodynamické cykly s vodní párou

Fakulta strojního inženýrství

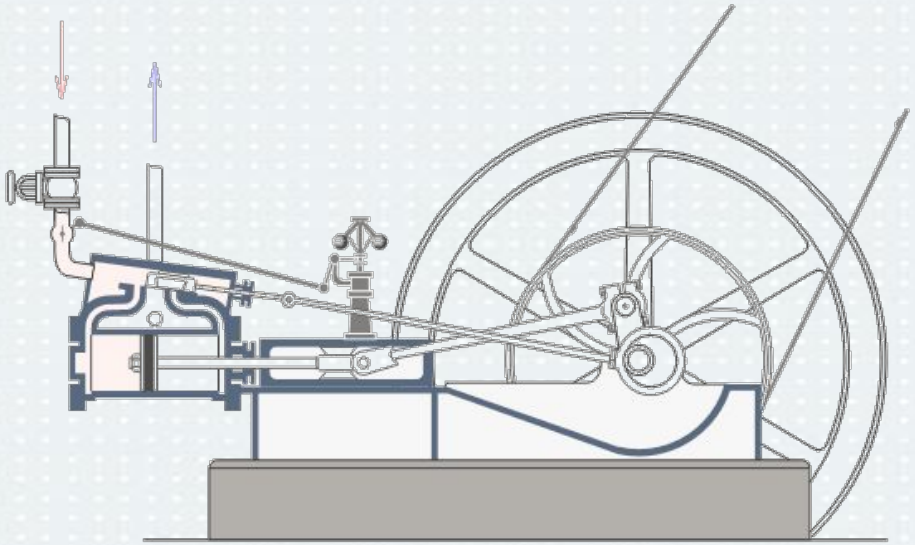
Autor: doc. Ing. Lubomír Klimeš, Ph.D.

Datum: 2024

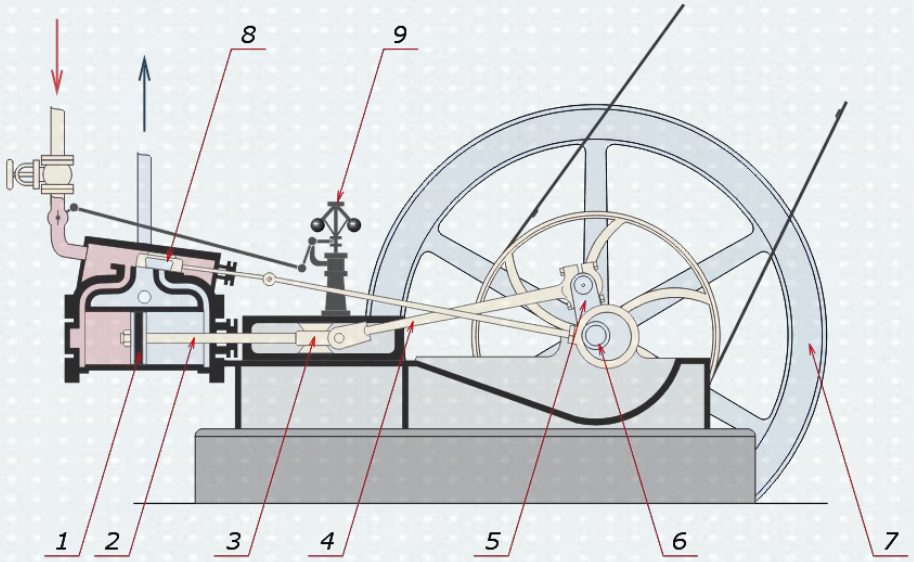
CC BY NC SA

Vodní pára jako pracovní látka

PARNÍ STROJ (James Watt, 1765) je **tepelný stroj s pístovým mechanismem, který přeměňuje teplo na práci**. Cyklus parního stroje je **otevřený**. Pára se vyrábí mimo parní stroj. Parní stroj lze tedy považovat za spalovací motor s vnějším spalováním.



Panther, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons



1 – Píst
2 – Pístní tyč
3 – Křižák
4 – Ojnice
5 – Ojniční čep kliky
6 – Excentrický mechanismus
7 – Setrvačník
8 – Šoupátko
9 – Wattův odstředivý regulátor

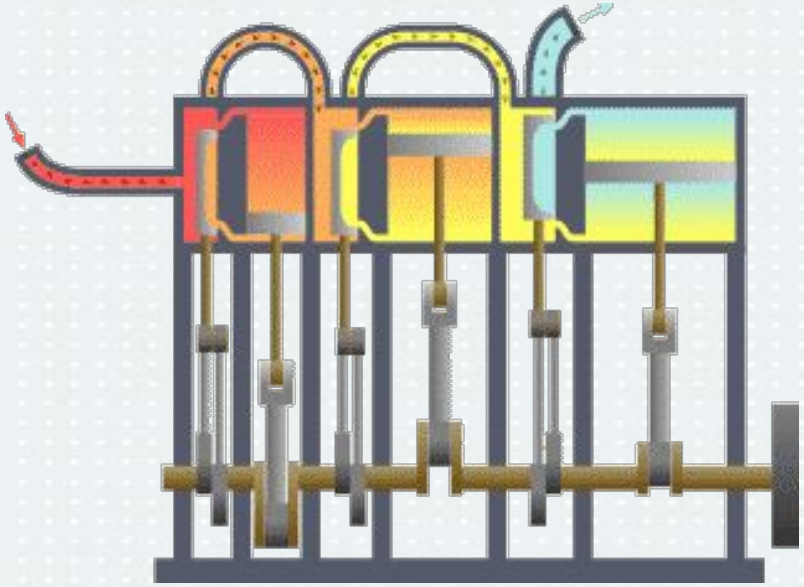
Panther, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

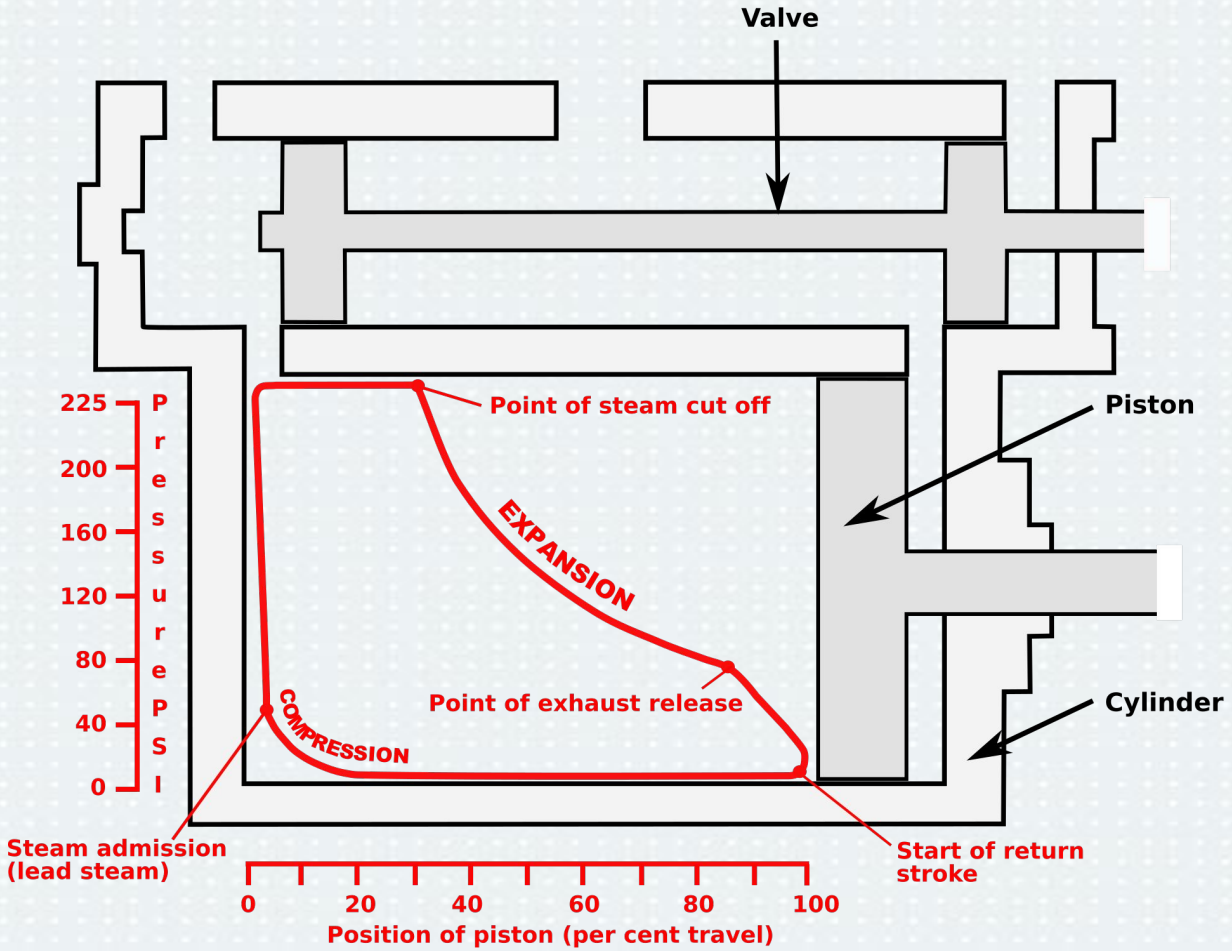
Vodní pára jako pracovní látka

PARNÍ STROJ (James Watt, 1765)

Parní stroj s trojčinnou expanzí



Emoscopes, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons



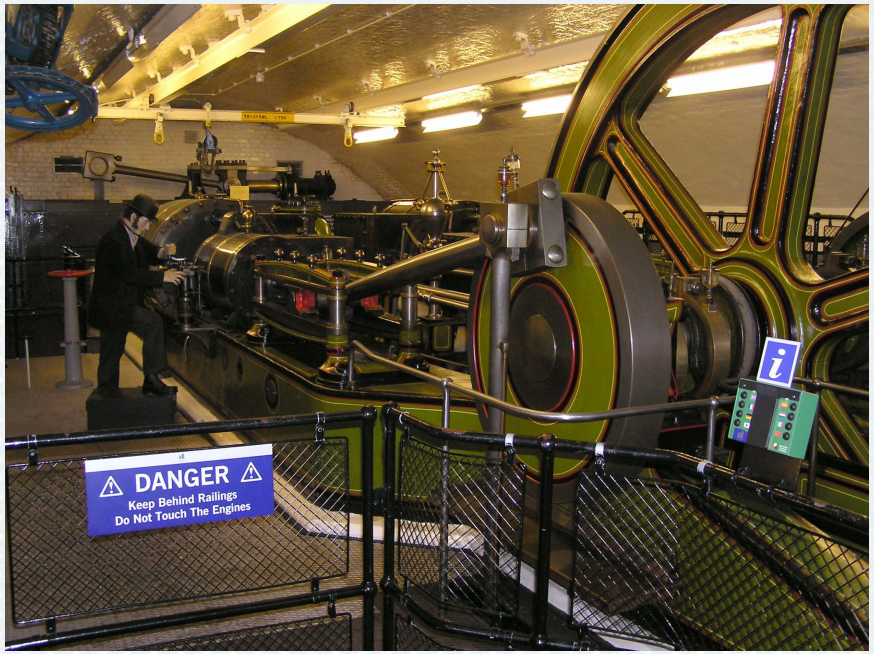
Old Moonraker, CC BY-SA 4.0, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Vodní pára jako pracovní látka

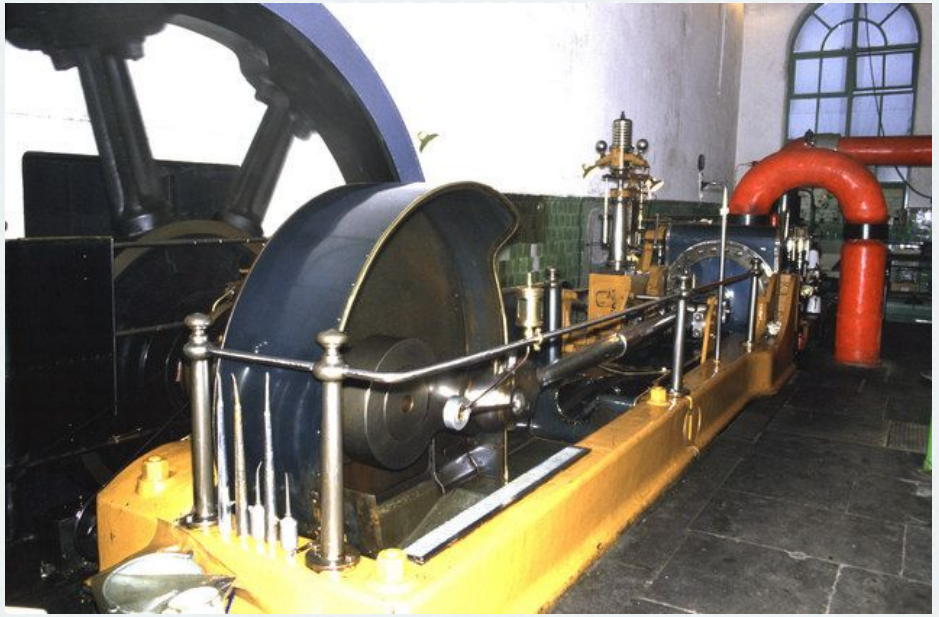
Stabilní parní stroj - buď s konkrétní funkcí (např. pohon generátoru, těžebního stroje, čerpadla, atd.) nebo pro více účelů (mechanická práce rozváděna tzv. transmisemi).

Stabilní parní stroj v Tower Bridge v Londýně, který sloužil ke zvedání mostu.



Arpingstone, veřejný prostor, via Wikimedia Commons

Stabilní parní stroj v tkalcovně v Queen Street Mill v Burnley, který sloužil k pohonu tkalcovských stavů.



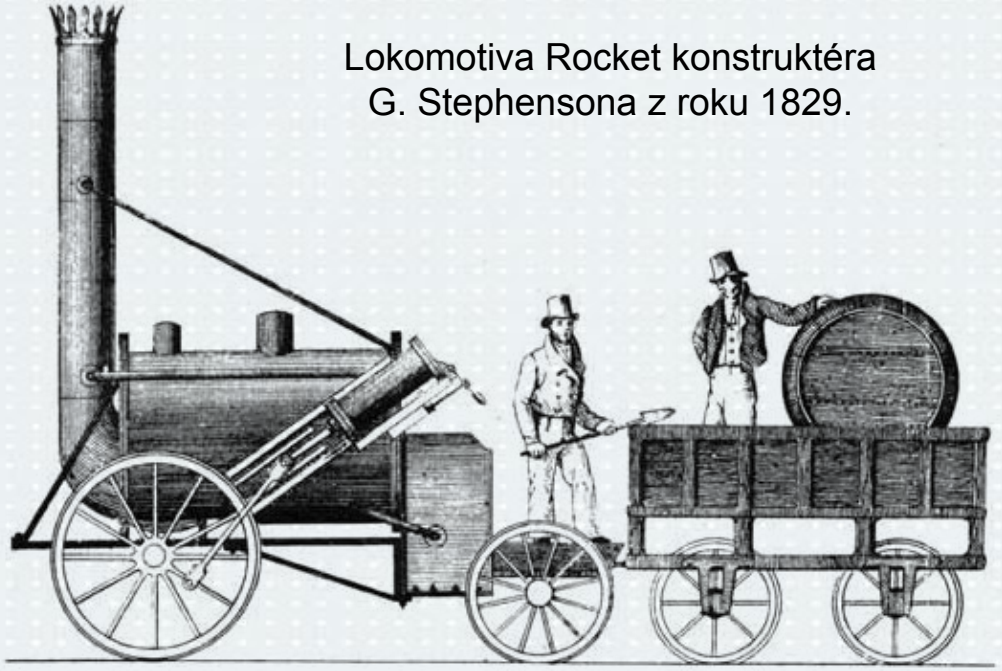
Chris Allen, CC BY-SA 2.0, via Wikimedia Commons

cc BY NC SA

Vodní pára jako pracovní látka

Parní lokomotiva - nejvýznamnější druh železničního pohonu od poloviny 19. století do poloviny 20. století. Jejich nejvýznamnějším konstruktérem byl G. Stephenson.

Lokomotiva Rocket konstruktéra G. Stephensona z roku 1829.



Stephenson's Rocket drawing, PD-US, via Wikimedia Commons

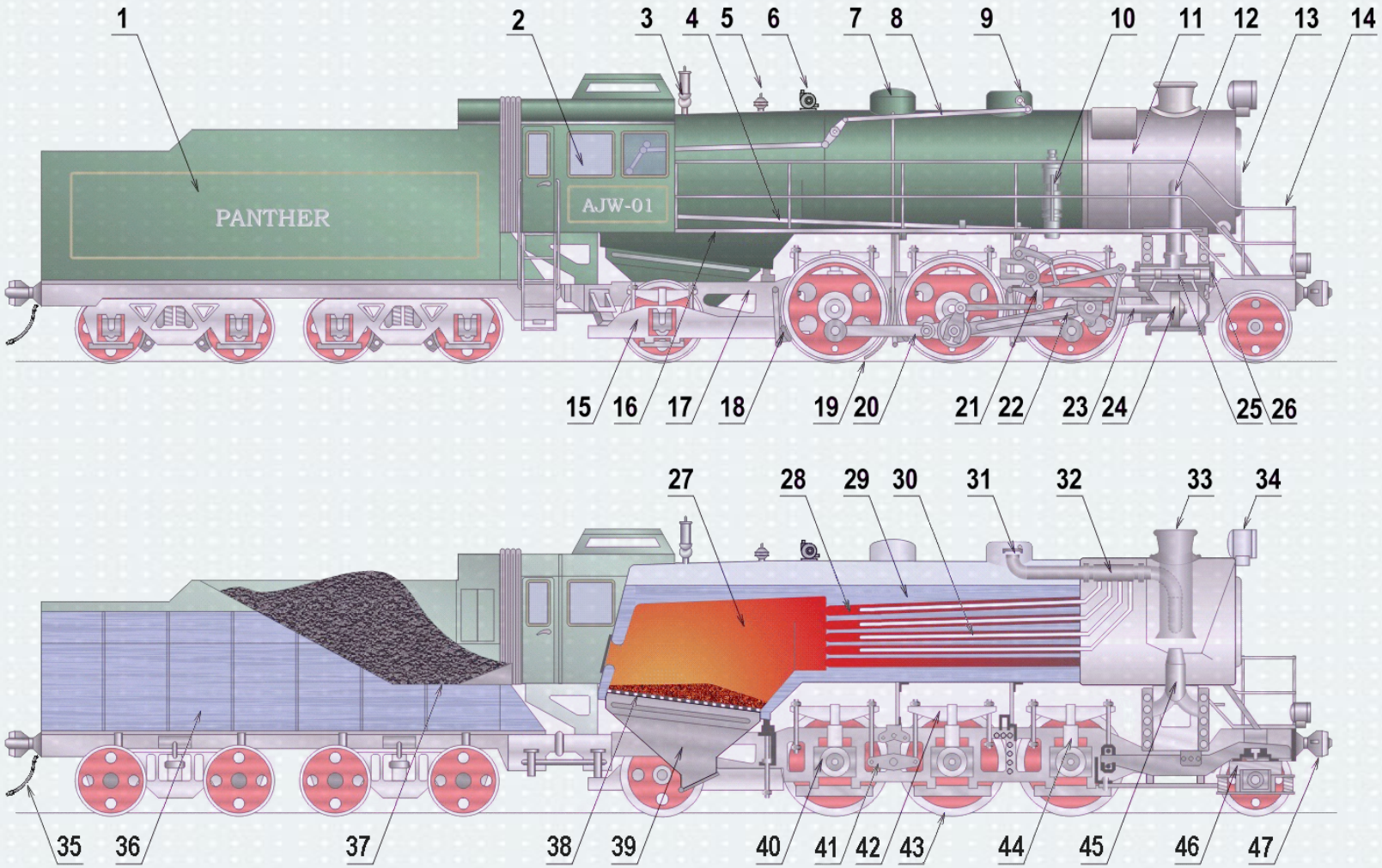
Lokomotiva řady 434.2 ČSD, tlak páry 1,4 MPa, 2 válce o průměru 570 mm a zdvihu 632 mm, zásoba vody 16 m^3



PetrS, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Vodní pára jako pracovní látka



1 – Tendr se zásobou vody a uhlí, 2 – Budka, strojvedoucího, 3 – Parní píšťala, 4 – Táhlo rozvodu, 5 – Pojistný ventil, 6 – Turbogenerátor, 7 – Písečník s potrubním rozvodem písku ke kolům, 8 – Táhlo regulátoru, 9 – Parní dóm, 10 – Kompresor, 11 – Dýmnice, 12 – Přívod páry do parního stroje, 13 – Dýmniční vrata, 14 – Zábradlí, 15 – Zadní běhoun, 16 – Ochoz, 17 – Rám lokomotivy, 18 – Zdrž, 19 – Pískovací trubka, 20 – Spojnice, 21 – Kulisa, 22 – Ojnice, 23 – Pístní tyč, 24 – Válec a píst parního stroje, 25 – Šoupátko, 26 – Šoupátková komora, 27 – Skříňový kotel, topeniště, 28 – Žárové a kouřové trubky, 29 – Válcový kotel, 30 – Přehřívačové trubky, 31 – Parní regulátor, 32 – Přehřívač, 33 – Komín, 34 – Reflektor, 35 – Brzdová hadice, 36 – Vodojem, 37 – Uhlák, 38 – Rošt, 39 – Popelník, 40 – Nápravové ložisko spřaženého dvojkolí, 41 – Vahadlo, 42 – Listová pružnice, 43 – Hnací dvojkolí, 44 – Vzpěra nápravového ložiska, 45 – Dyšna, 46 – Přední běhoun, 47 – Samočinné spřáhlo

Panther, modified by AGoon, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Vodní pára jako pracovní látka

Lokomobila - pojízdná sestava parního kotle a parního stroje - předchůdce dnešních traktorů. Lokomobily se používaly jako tažné stroje (zejména v zemědělství) i jako zdroj mechanické energie, např. pro pohon mlátiček obilí.

Lokomobila Ransomes, Sims & Jefferies Ltd



Strider52, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Lokomobila Lanz z roku 1911 při pohonu mlátičky



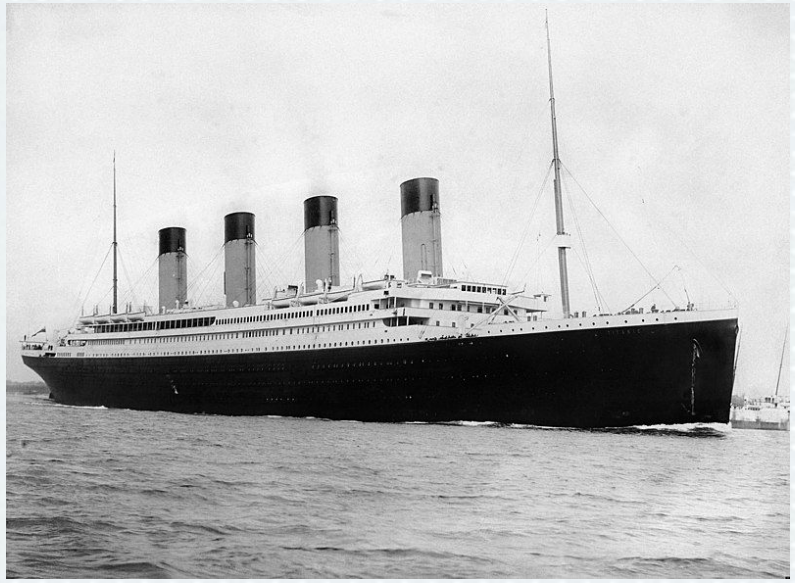
Wilfried Wittkowsky, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Vodní pára jako pracovní látka

Parník - loď poháněná parním strojem nebo parní turbínou. První parník sestrojil R. Fulton v roce 1803. Nejznámější historickou podobou parníku je kolesový parník.

Zaoceánský parník Titanic
se 2 parními stroji a 1 nízkotlakou parní turbínou

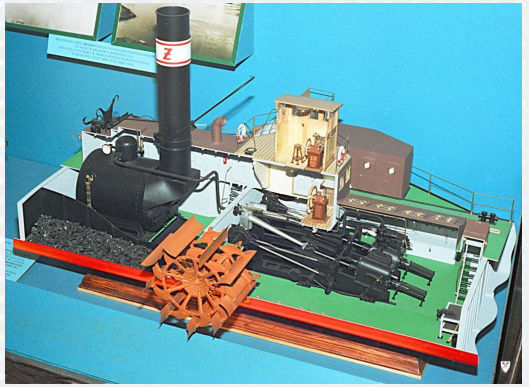


Francis Godolphin Osbourne Stuart,
veřejný prostor, via Wikimedia Commons



Parník Vltava
v přístavišti na Kampě

Milan Dvořák, CC BY-SA 3.0,
via Wikimedia Commons



Řez strojovnou kolesového parníku

Topory, CC BY-SA 3.0,
via Wikimedia Commons

cc BY NC SA

Vodní pára jako pracovní látka

Parní válec - parou poháněný silniční válec, který v minulosti sloužil k hutnění povrchu silnic jejich válcováním. Konstrukcí byl podobný lokomobilu.

Parní válec Fowler



Sandpiper, veřejný prostor, via Wikimedia Commons

Parní válec Avewling & Porter R10 (1901)



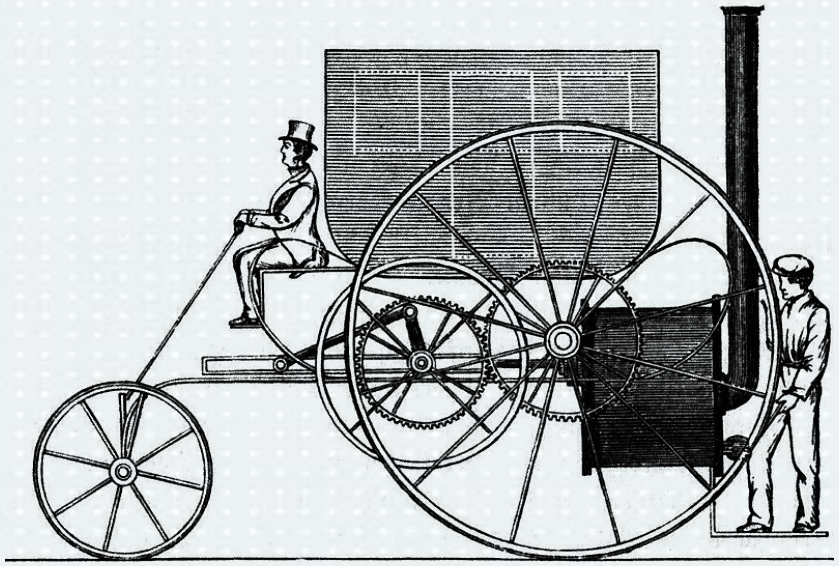
Martinvl, CC BY-SA 4.0, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Vodní pára jako pracovní látka

Parní automobil - silniční dopravní prostředek poháněný parním strojem.

Parní automobil London Steam Carriage
konstruktéra R. Trevithicka



William Felton, veřejný prostor, via Wikimedia Commons

Stanley Steamer (1912)

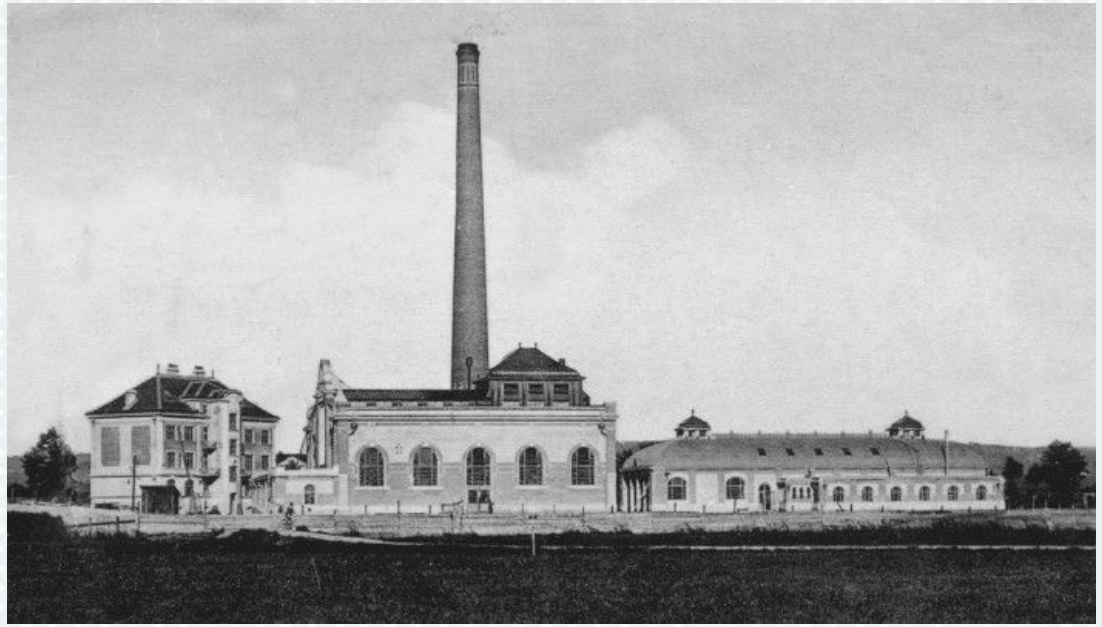


Stephen Foskett, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

cc BY NC SA

Parostrojní elektrárna

Parostrojní elektrárna - elektrický generátor poháněný parním strojem.
S rozvojem parních a spalovacích turbín byl parní stroj nahrazen parní turbínou.
Dnes se používá pojem parostrojní zařízení - sestava parní turbíny pohánějící elektrický generátor a ostatní potřebné příslušenství.



Parostrojní elektrárna v Českých Budějovicích
založená v roce 1907

Neznámý autor, veřejný prostor, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Parostrojní zařízení

Parostrojní zařízení - parní turbína včetně potřebného příslušenství - se využívá v tepelných elektrárnách, ve kterých se teplo přeměňuje na elektřinu.

- Charles Pearsons, 1884
- Pracovní látkou parostrojního zařízení je H_2O.
- Parní turbína, ve které pára expanduje, pohání elektrický generátor.
- Teplo pro výrobu páry může být získáno spalováním fosilního paliva nebo biomasy, jadernou štěpnou reakcí, z geotermálního zdroje či dalšími způsoby.



Rotor parní turbíny vyráběný společností Siemens

Siemens Pressebild, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Parostrojní zařízení



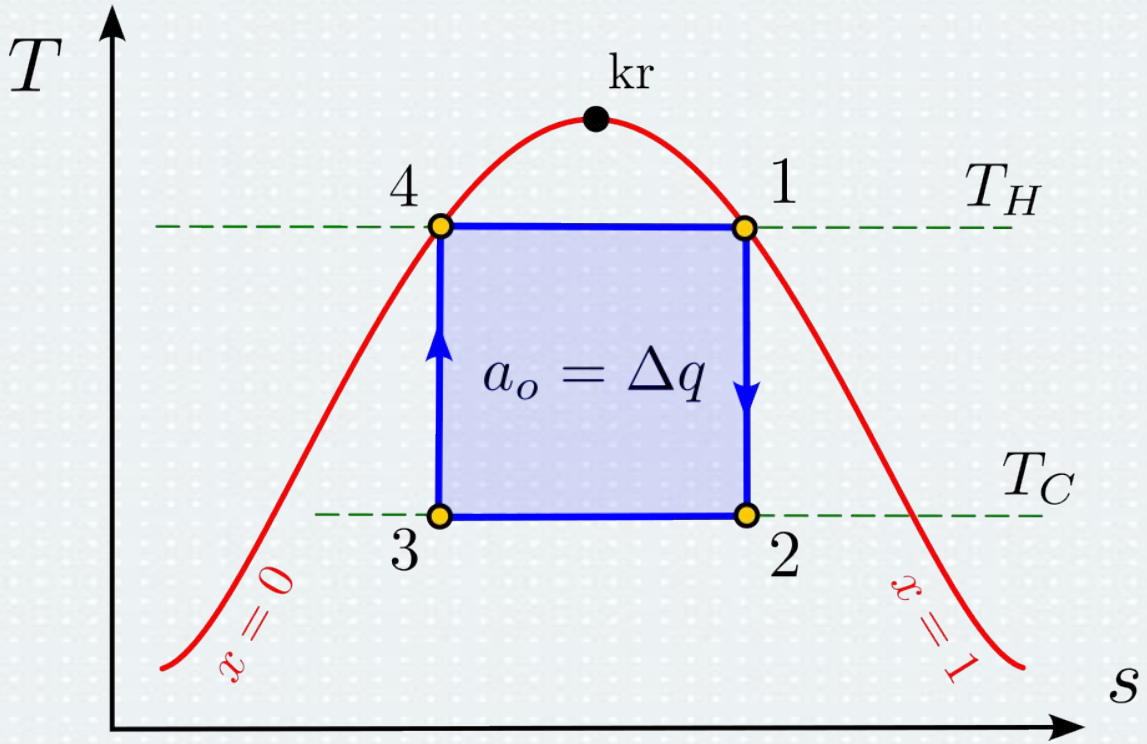


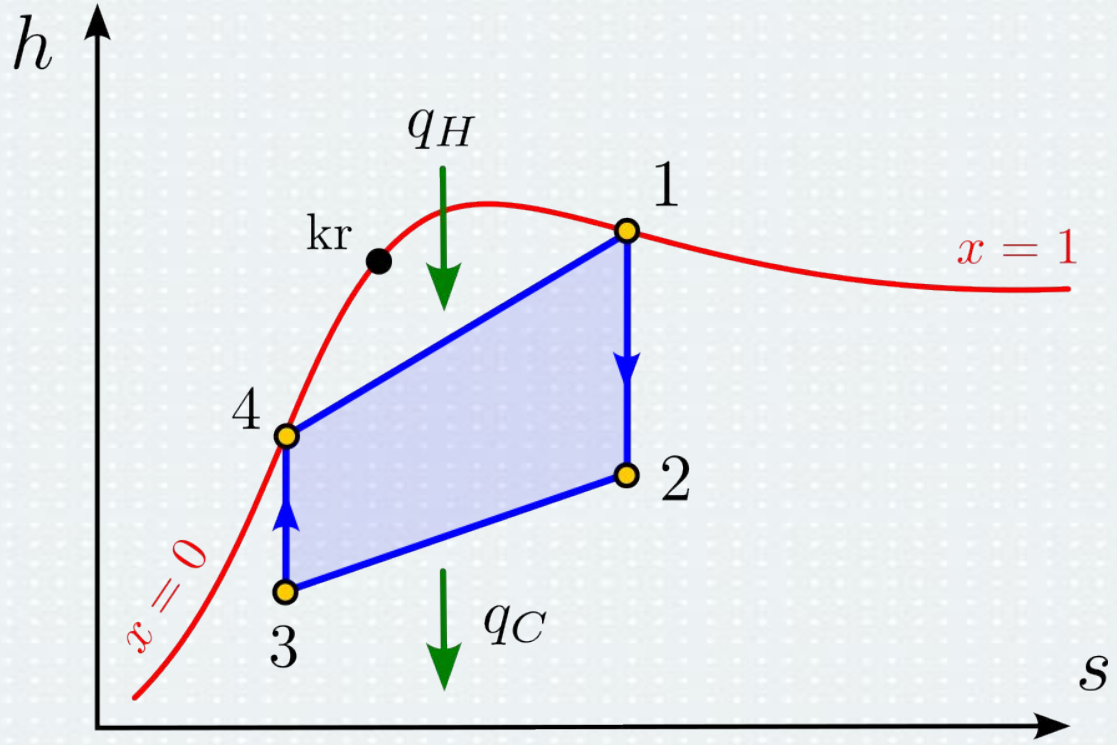
Christine a David Schmittovi, CC BY 2.0, via Wikimedia Commons

Siemens Pressebild, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

cc BY NC SA

Carnotův cyklus v páře

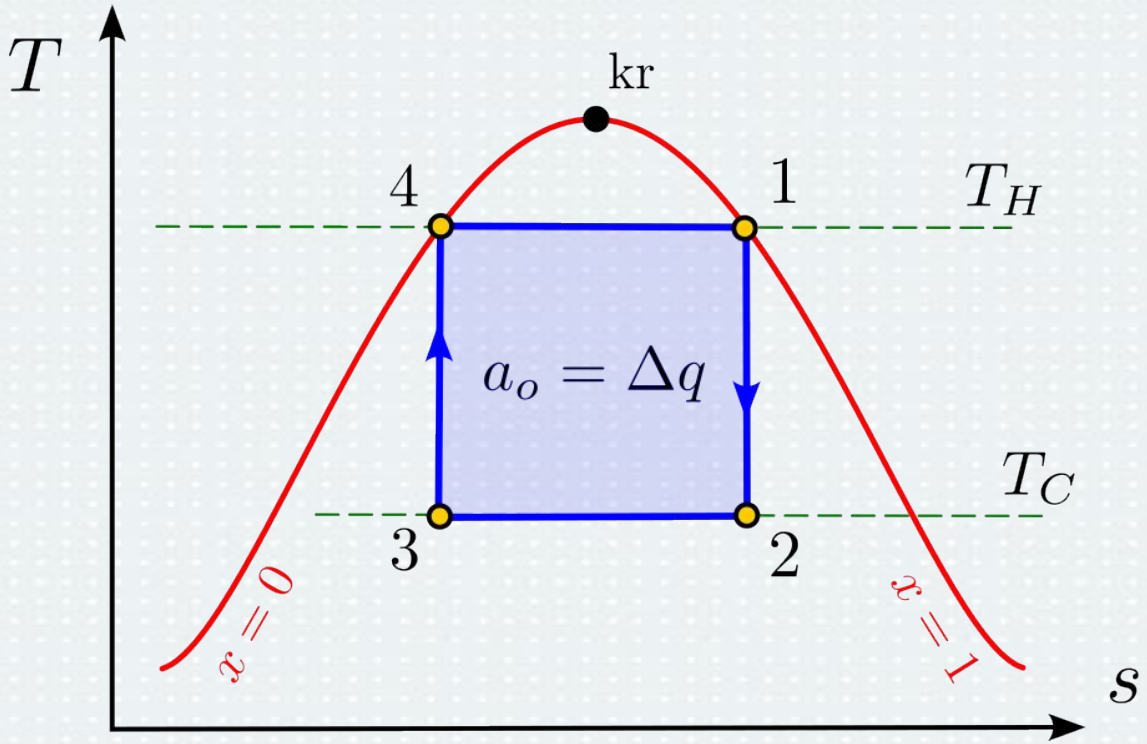


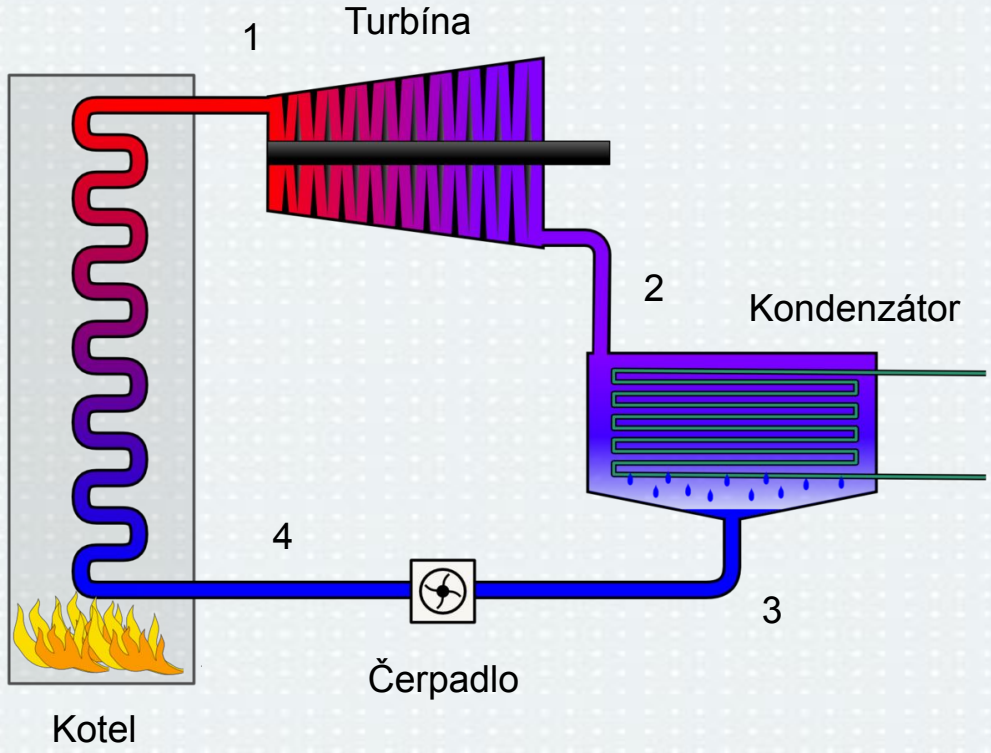


$$q_H = T_H(s_1 - s_4) \qquad q_C = T_C(s_3 - s_2) \qquad \eta_t = 1 + \frac{q_C}{q_H} \qquad \eta_{t,\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

BY NC SA

Carnotův cyklus v páře

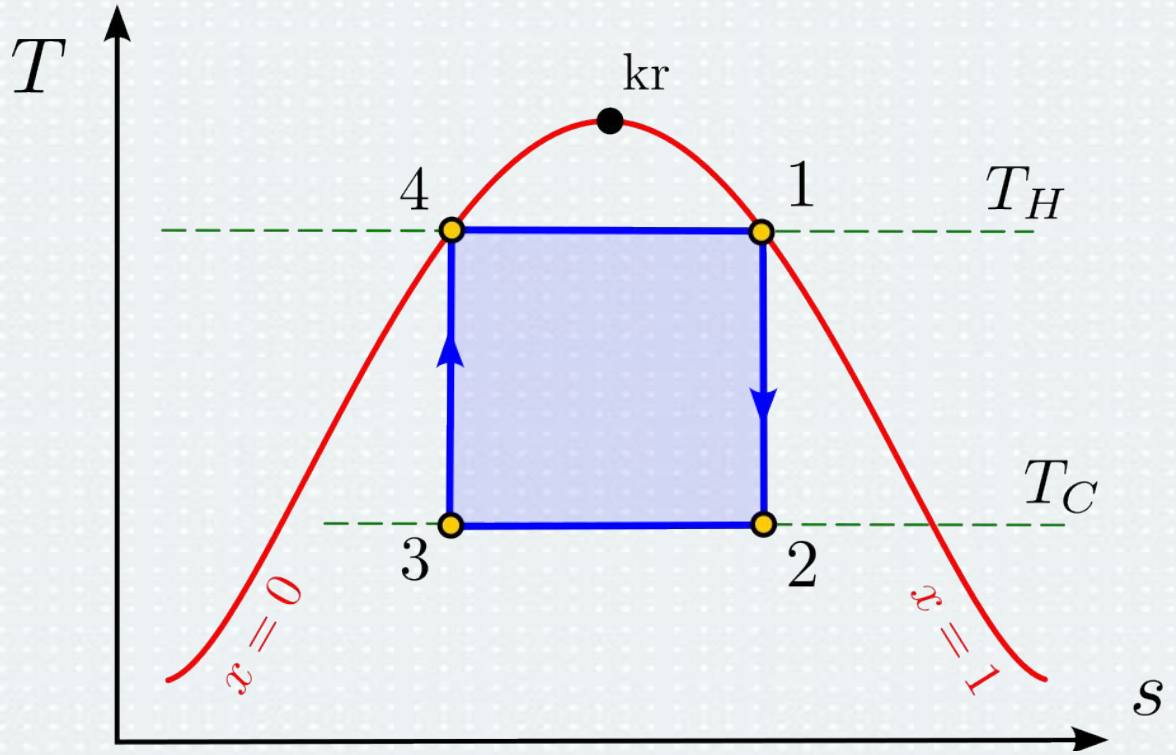




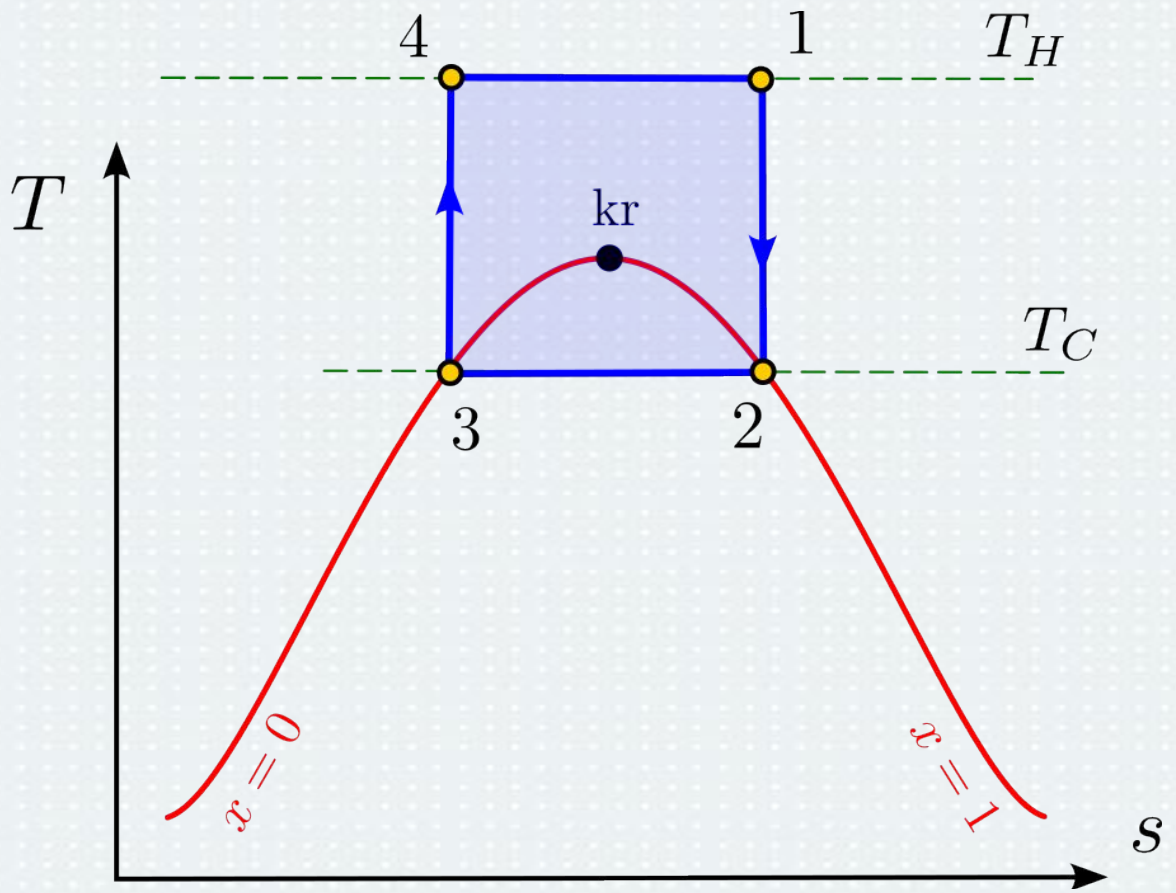
Andrew Ainsworth, CC BY-SA 3.0,
via Wikimedia Commons, upraveno

$$q_H = T_H(s_1 - s_4) \qquad q_C = T_C(s_3 - s_2) \qquad \eta_t = 1 + \frac{q_C}{q_H} \qquad \eta_{t,\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

Carnotův cyklus v páře



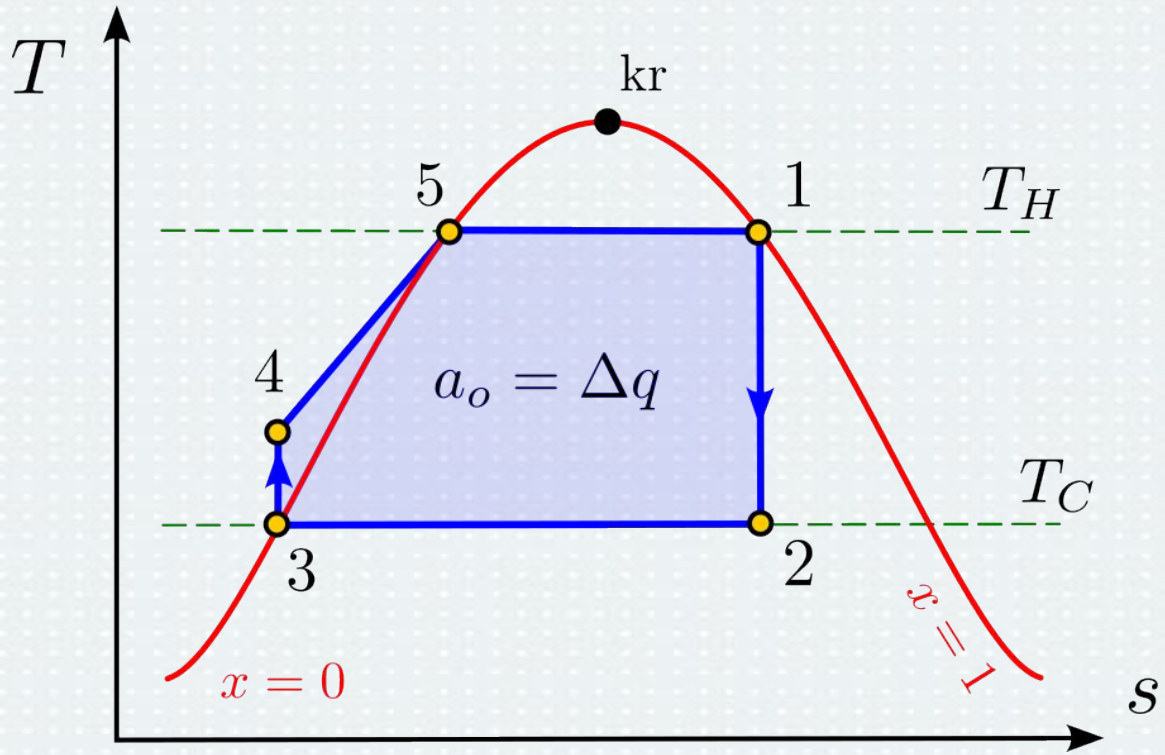
$$\eta_{t,\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

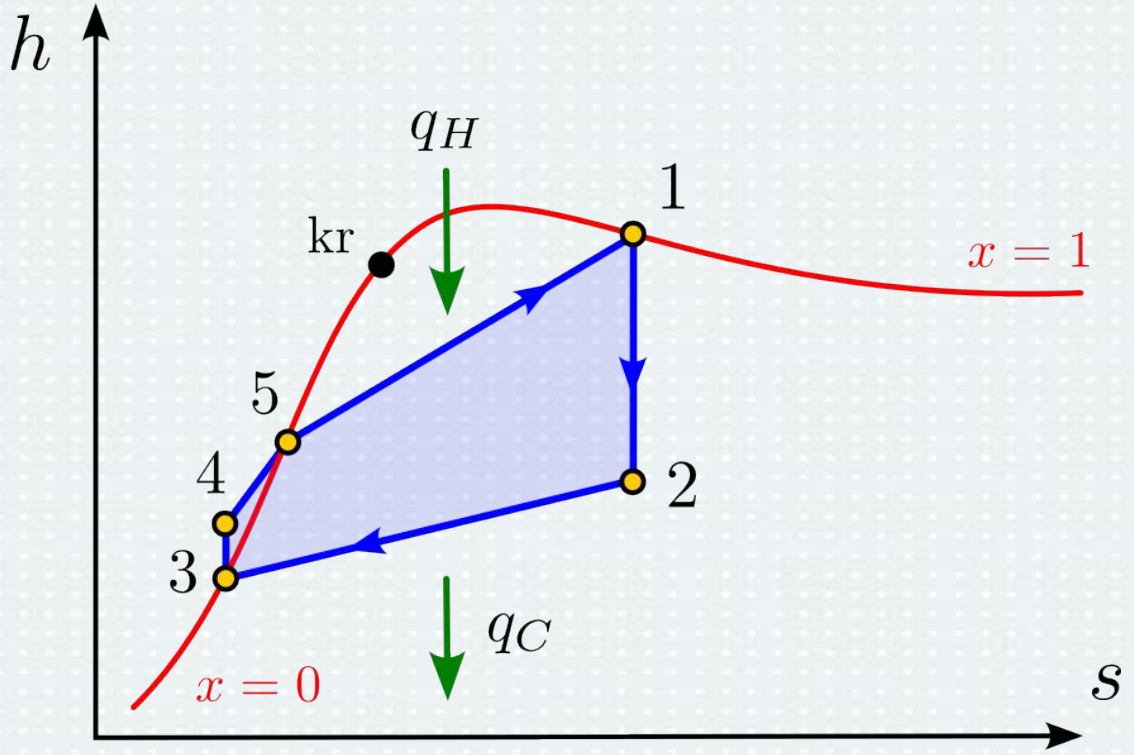


$$\eta_{t,\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

CC BY NC SA

Rankinův cyklus





$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h + \mathrm{d}a_t$$

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h - v\,\mathrm{d}p$$

$$q_H = h_1 - h_4$$

$$q_C = h_3 - h_2$$

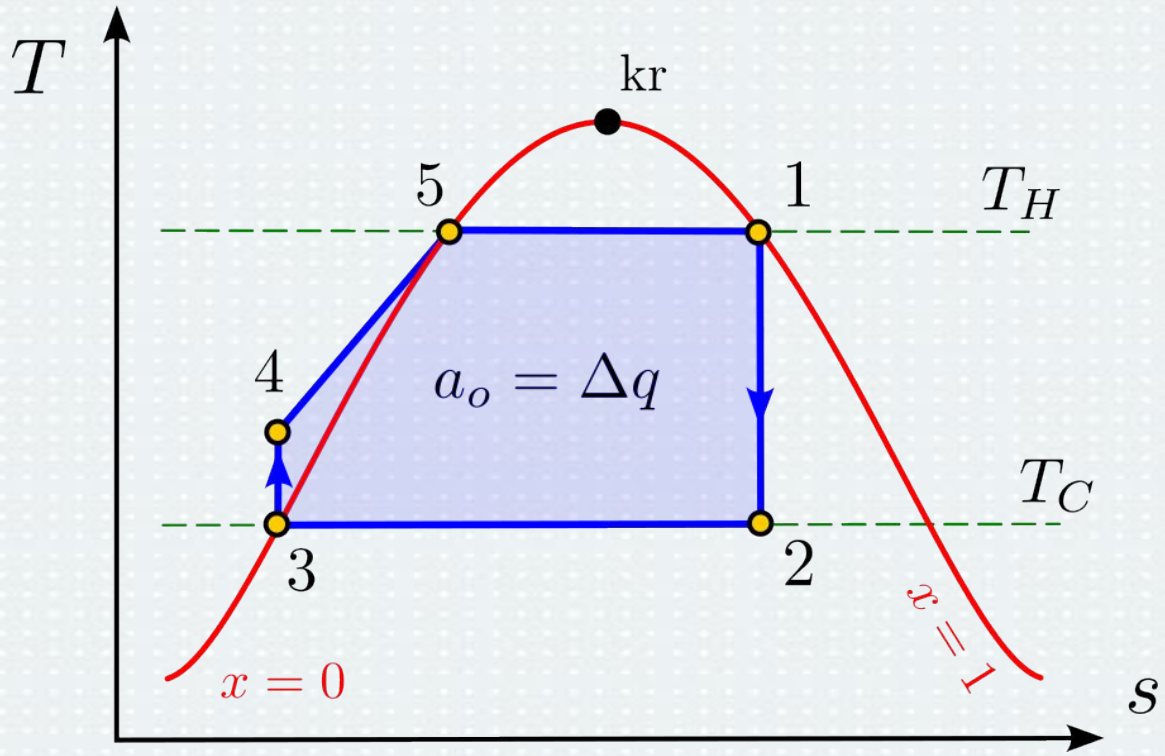
$$a_T = h_1 - h_2$$

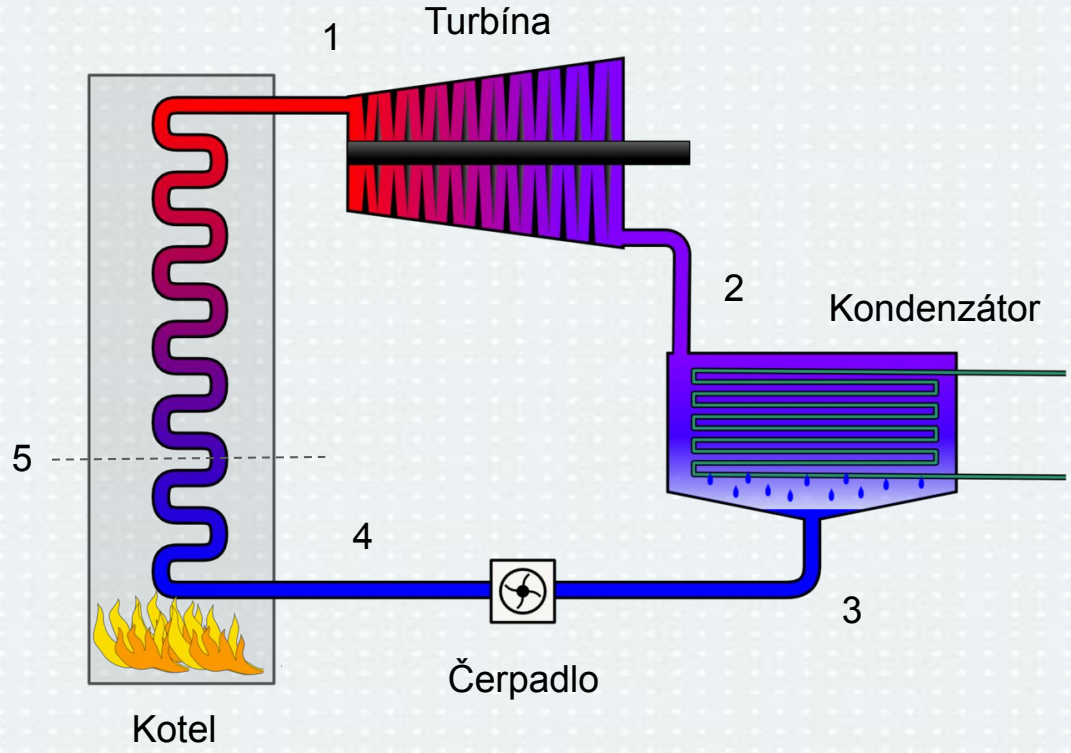
$$a_{\check{\mathrm{C}}} = h_3 - h_4$$

$$|a_{\check{\mathrm{C}}}| \ll a_T$$

BY NC SA

Rankinův cyklus

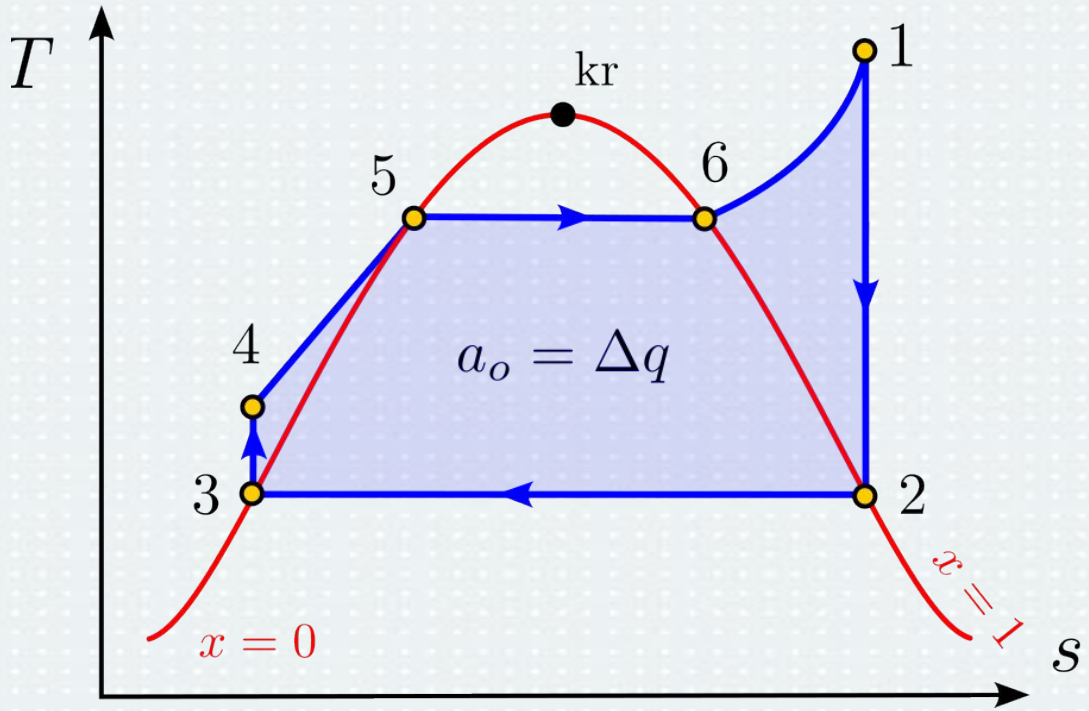


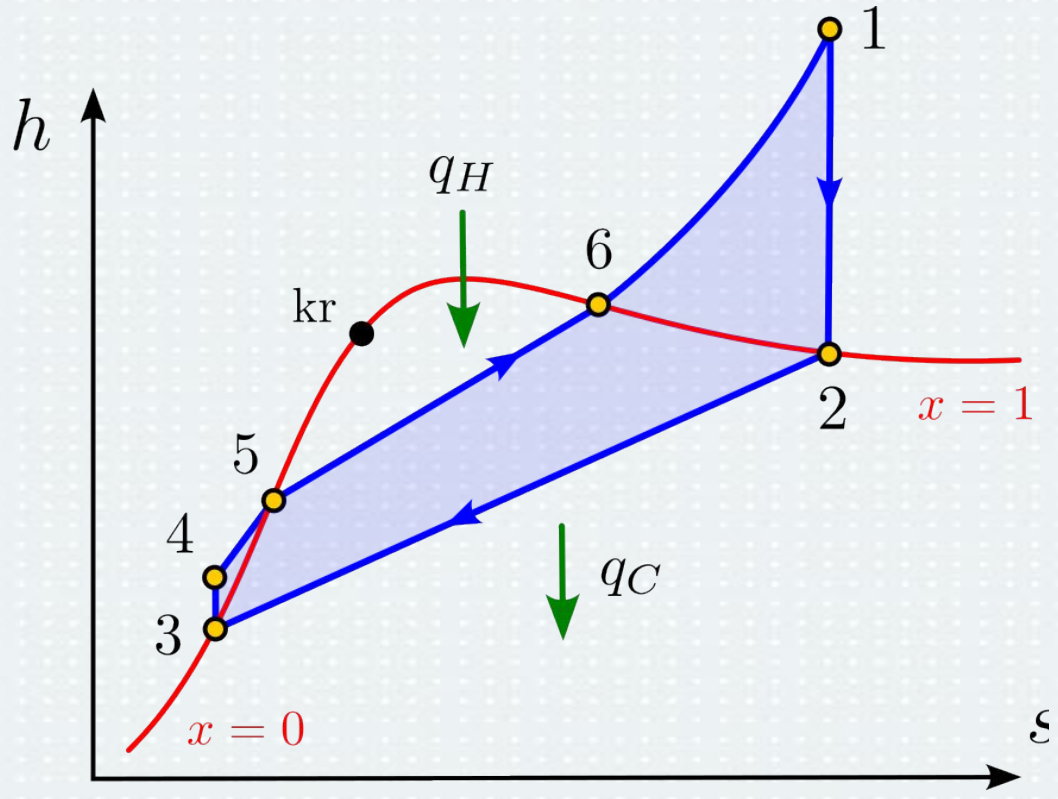


Andrew Ainsworth, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons, upraveno

$$\eta_t = \frac{a_T + a_{\check{C}}}{q_H} = \frac{q_H + q_C}{q_H} = \frac{a_o}{q_H} = \frac{(h_1 - h_2) + (h_3 - h_4)}{h_1 - h_4}$$

Rankinův cyklus s přehřevem





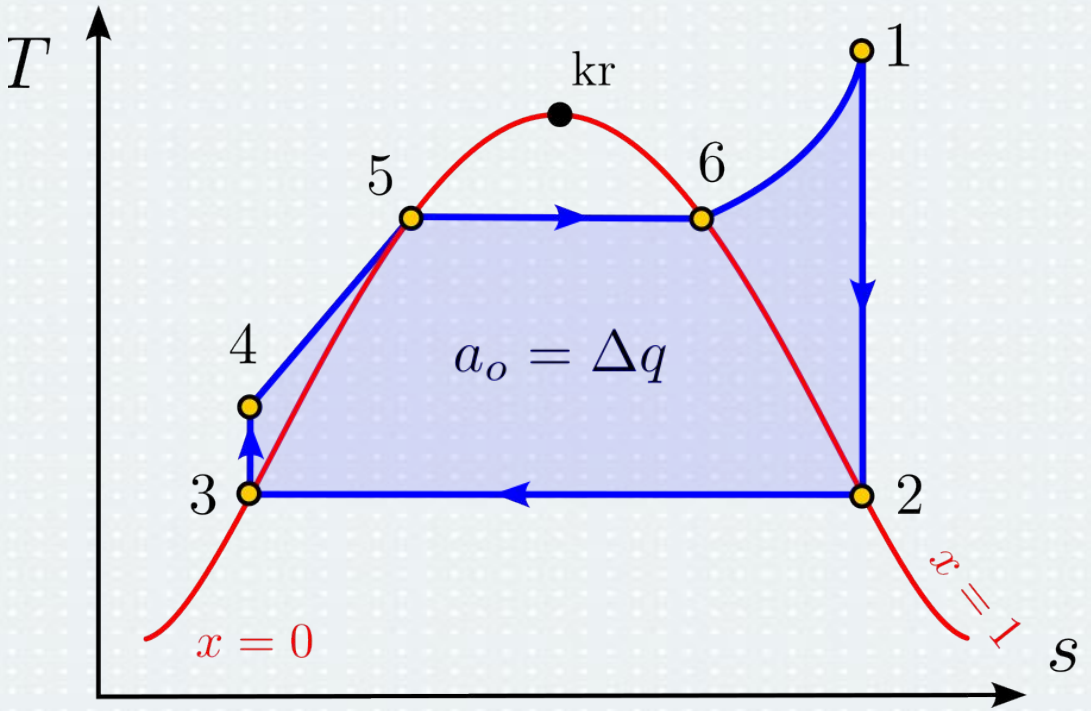
$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h + \mathrm{d}a_t \qquad q_H = h_1 - h_4 \qquad a_T = h_1 - h_2$$

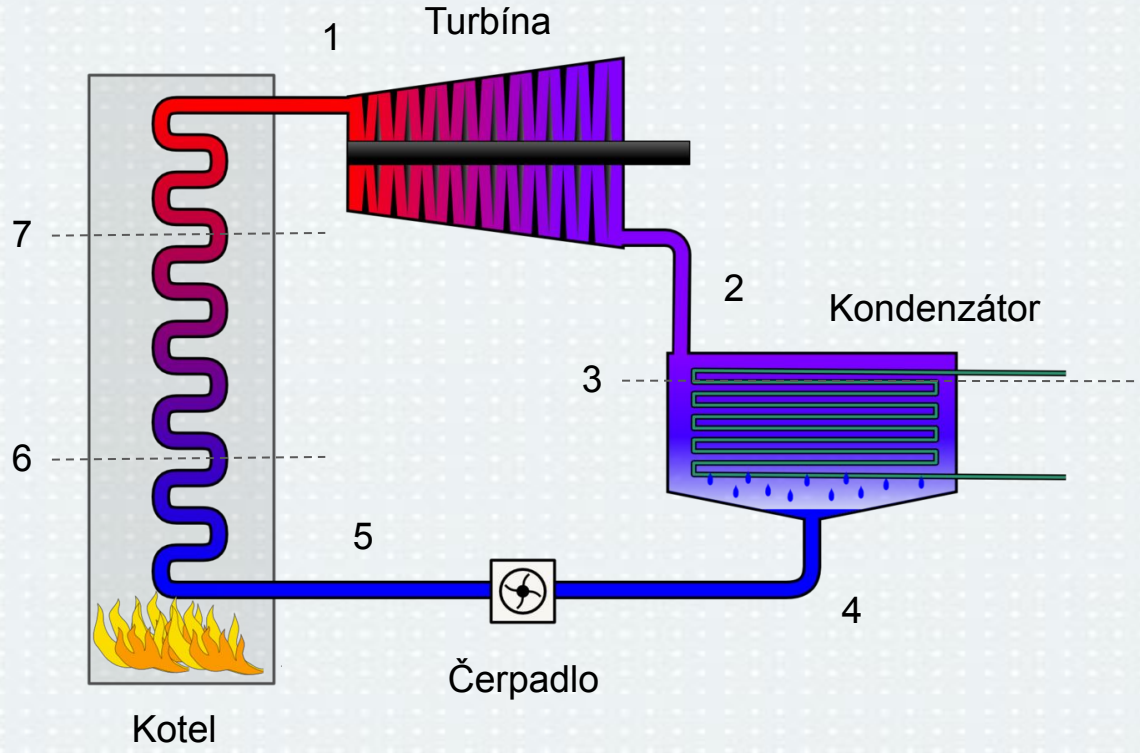
$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h - v\,\mathrm{d}p \qquad q_C = h_3 - h_2 \qquad a_{\check{\mathrm{C}}} = h_3 - h_4$$

$$|a_{\check{\mathrm{C}}}| \ll a_T$$

BY NC SA

Rankinův cyklus s přehřevem

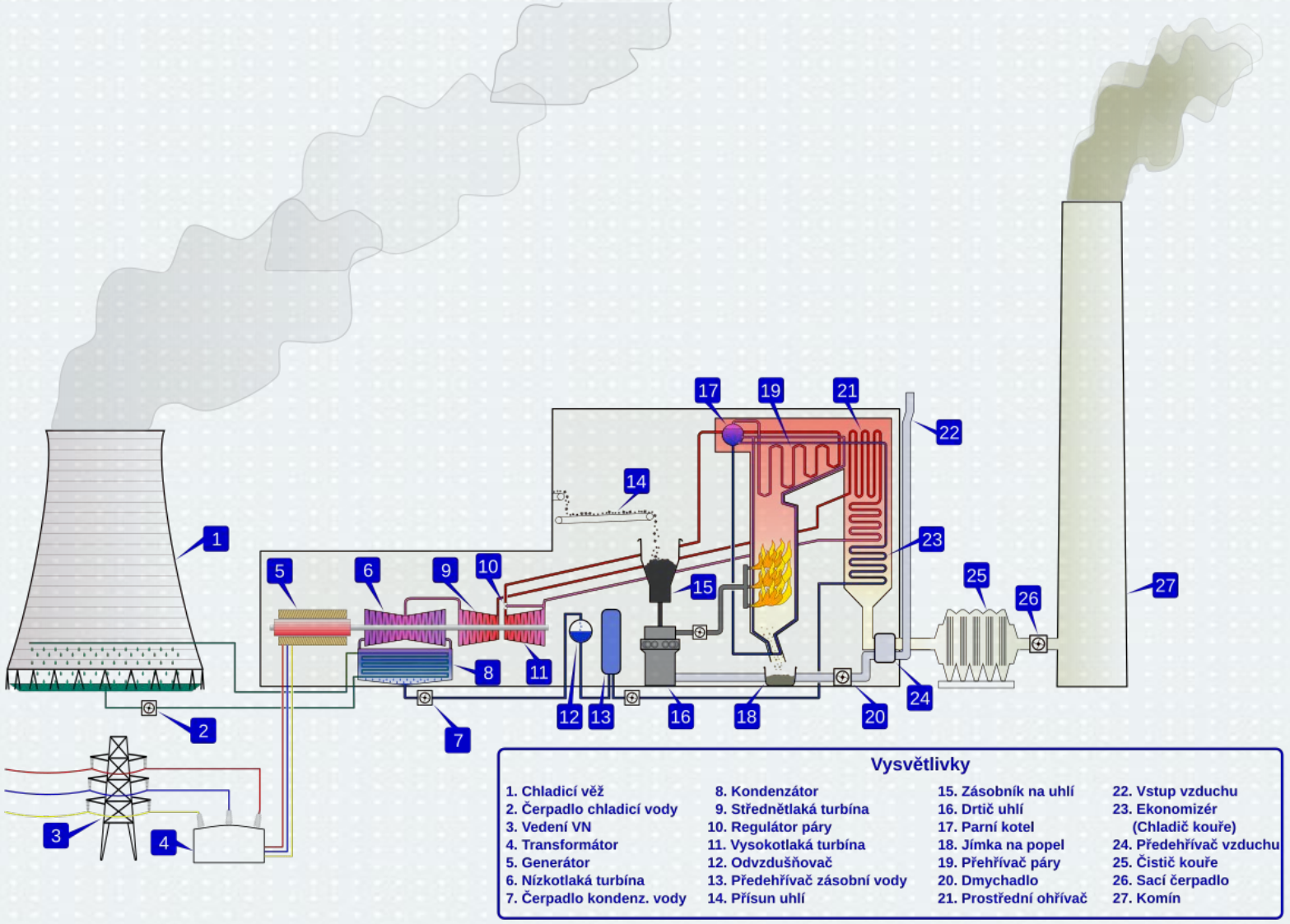




Andrew Ainsworth, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons, upraveno

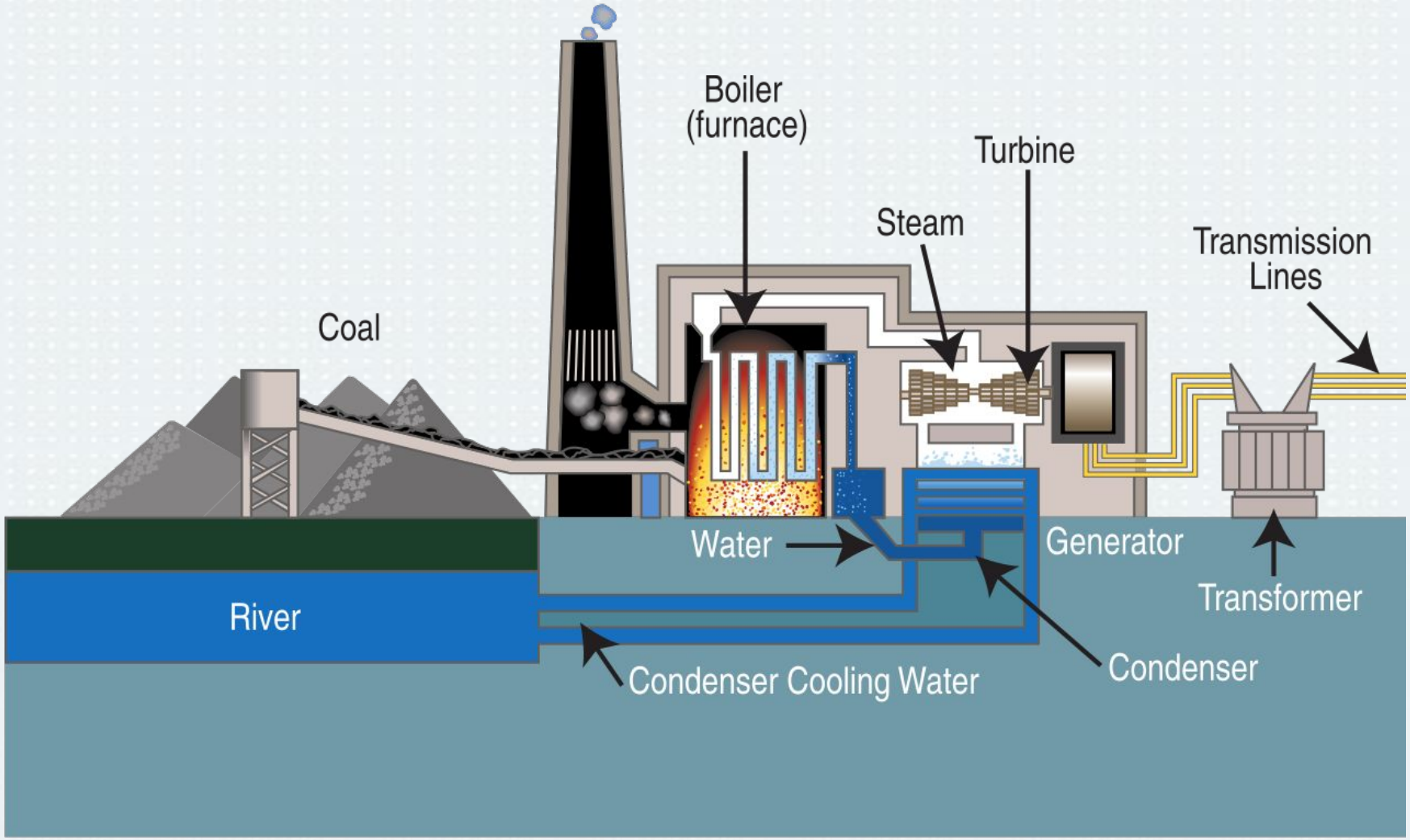
$$\eta_t = \frac{a_T + a_{\check{C}}}{q_H} = \frac{q_H + q_C}{q_H} = \frac{a_o}{q_H} = \frac{(h_1 - h_2) + (h_3 - h_4)}{h_1 - h_4}$$

Rankinův cyklus s přehřevem



FDominec, CC BY-SA 4.0, via Wikimedia Commons

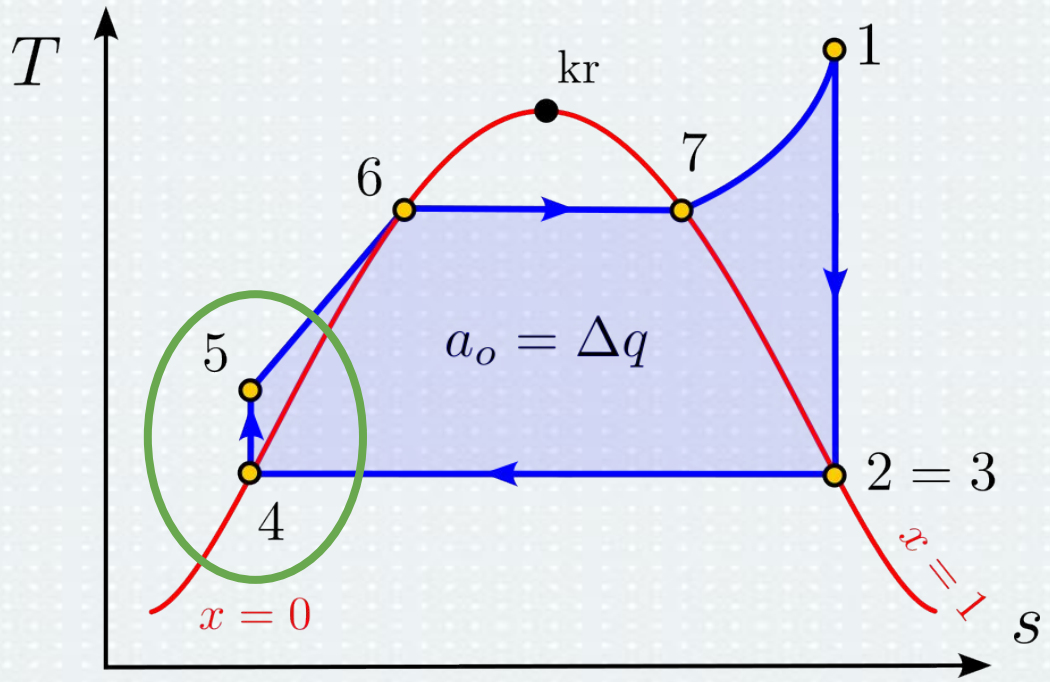
Rankinův cyklus s přehřevem



Tennessee Valley Authority, Veřejný prostor, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Napájecí čerpadlo pro Rankinův cyklus



Napájecí čerpadlo je kritická součást cyklu: čerpadel se používá více (např. 2 provozní a 1 záložní) a jsou dimenzována na vyšší průtok než je provozní.

Ideální čerpadlo = izoentropický děj

$$a_{\check{C}} = h_4 - h_5$$

Stanovení měrné entalpie na výstupu z čerpadla (bod 5) je obtížné. Lze ale využít skutečnosti, že pracovní látka během děje 4 - 5 je ve stavu kapaliny, tj. je téměř nestlačitelná ($v_4 \approx v_5$).

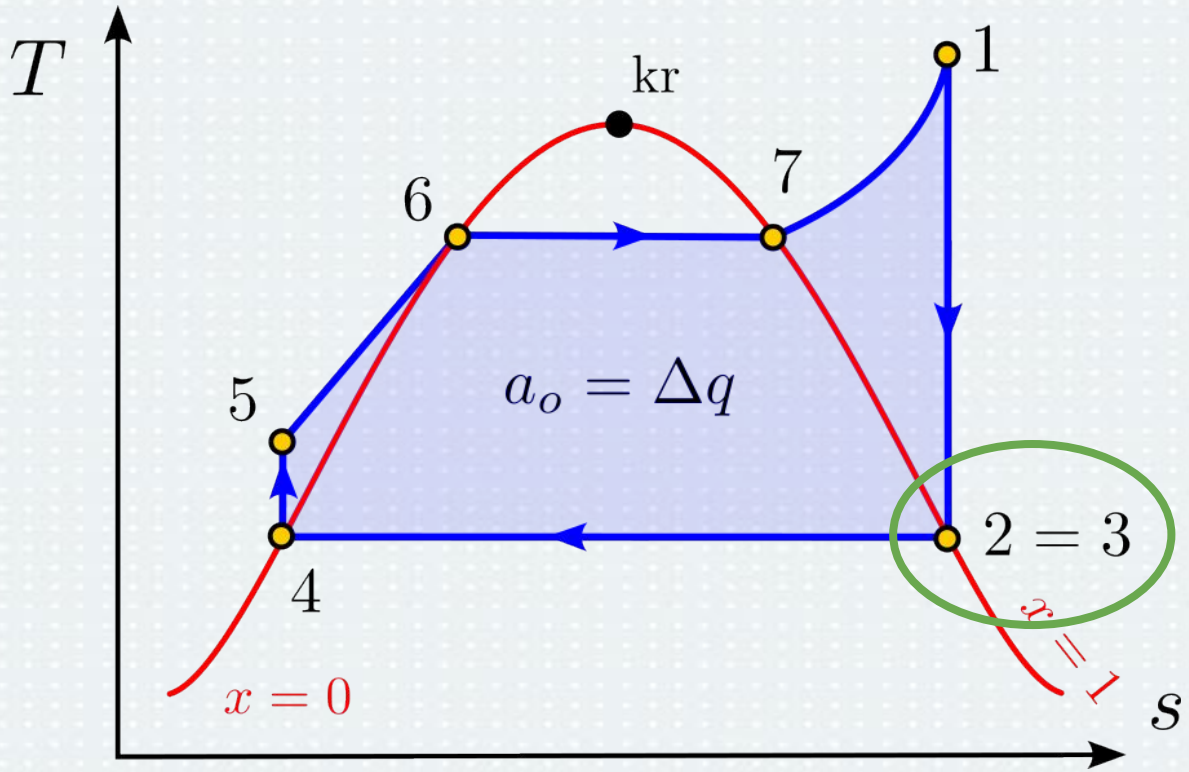
$$a_{\check{C}} = v(p_4 - p_5)$$

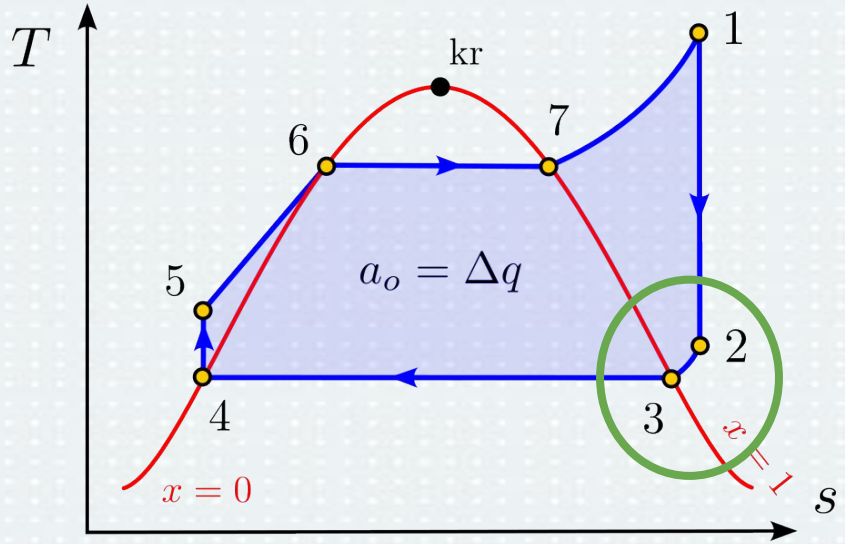
$$h_5 = h_4 - v(p_4 - p_5) \qquad v = v_4 = v'_{p_4}$$

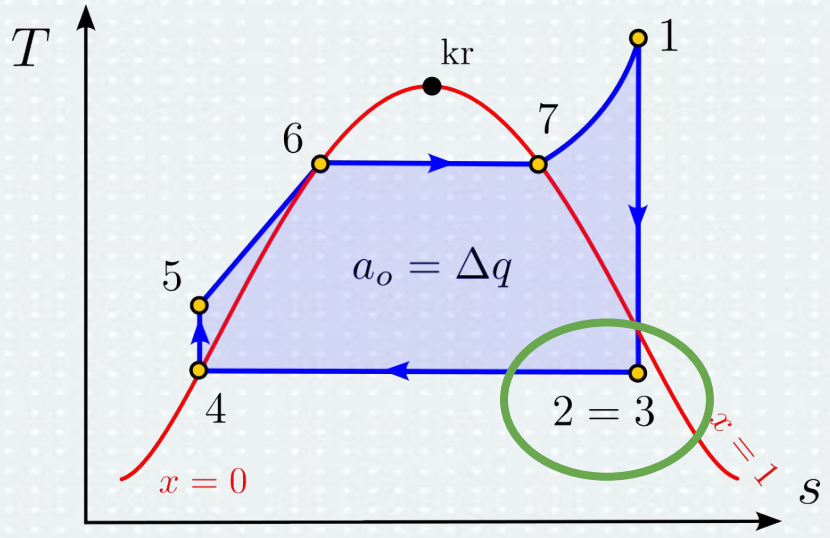
$$P_{\check{C}} = \dot{m} a_{\check{C}}$$

CC BY NC SA

Expanze páry v turbíně

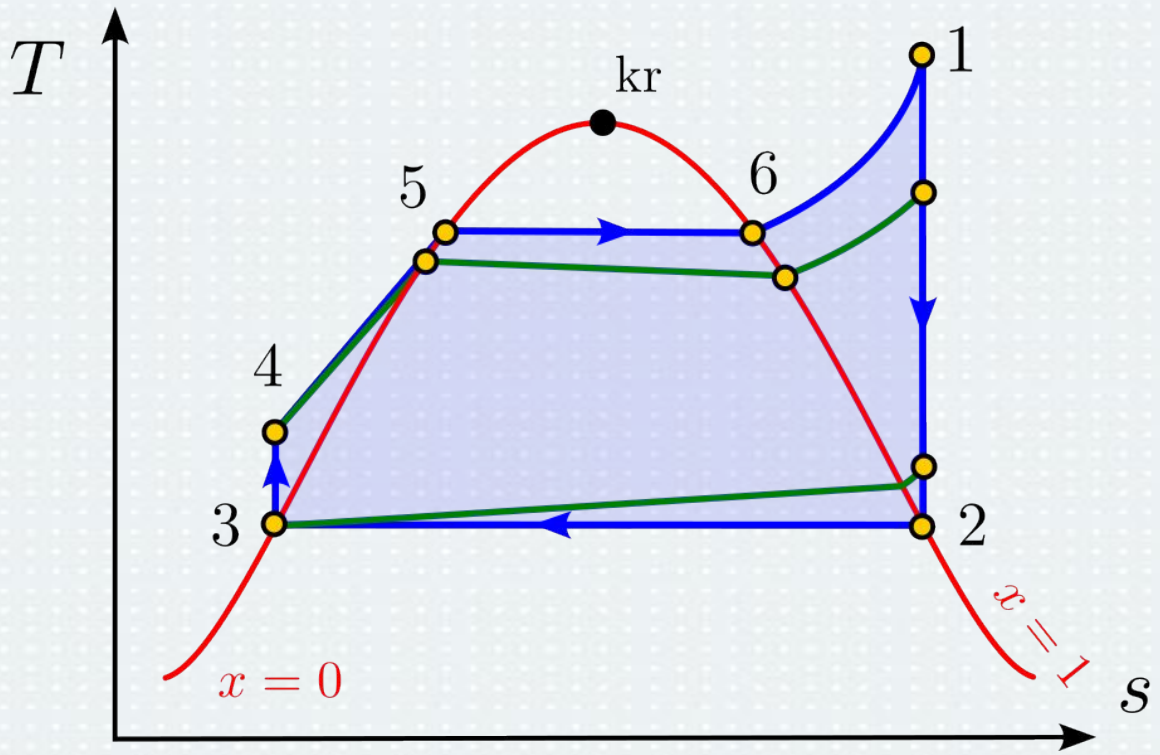


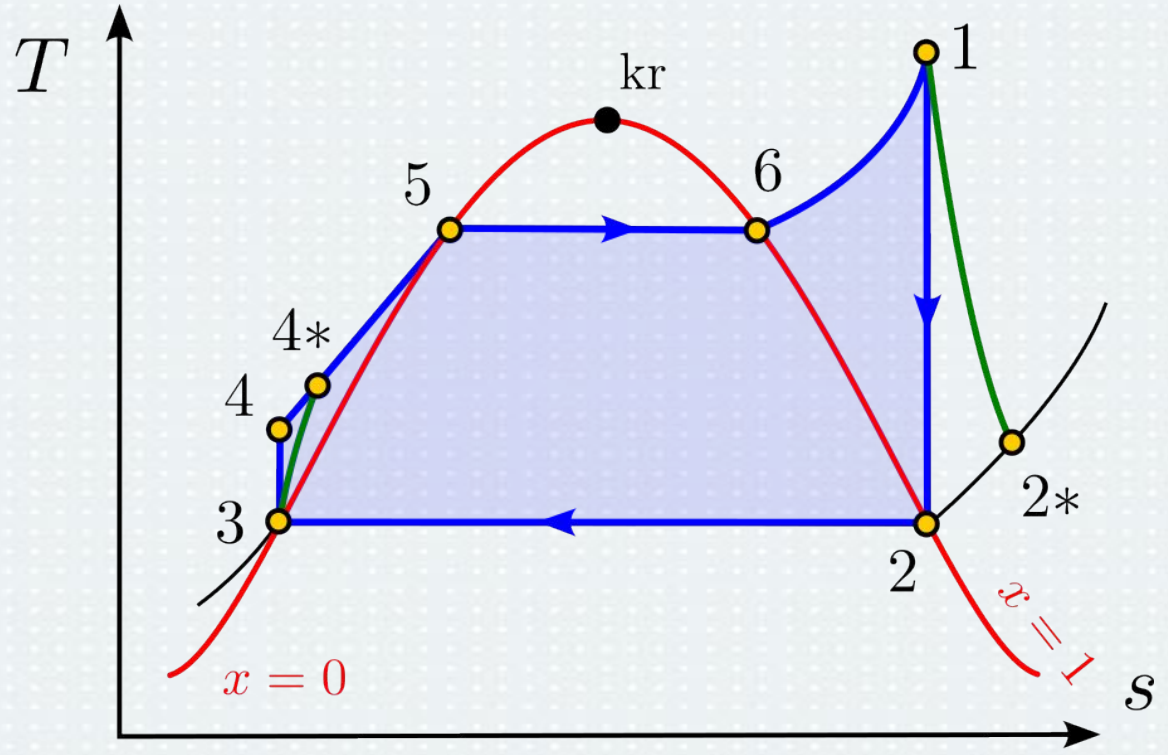




BY NC SA

Nevratnosti v Rankinově cyklu





Izoentropická účinnost turbíny:

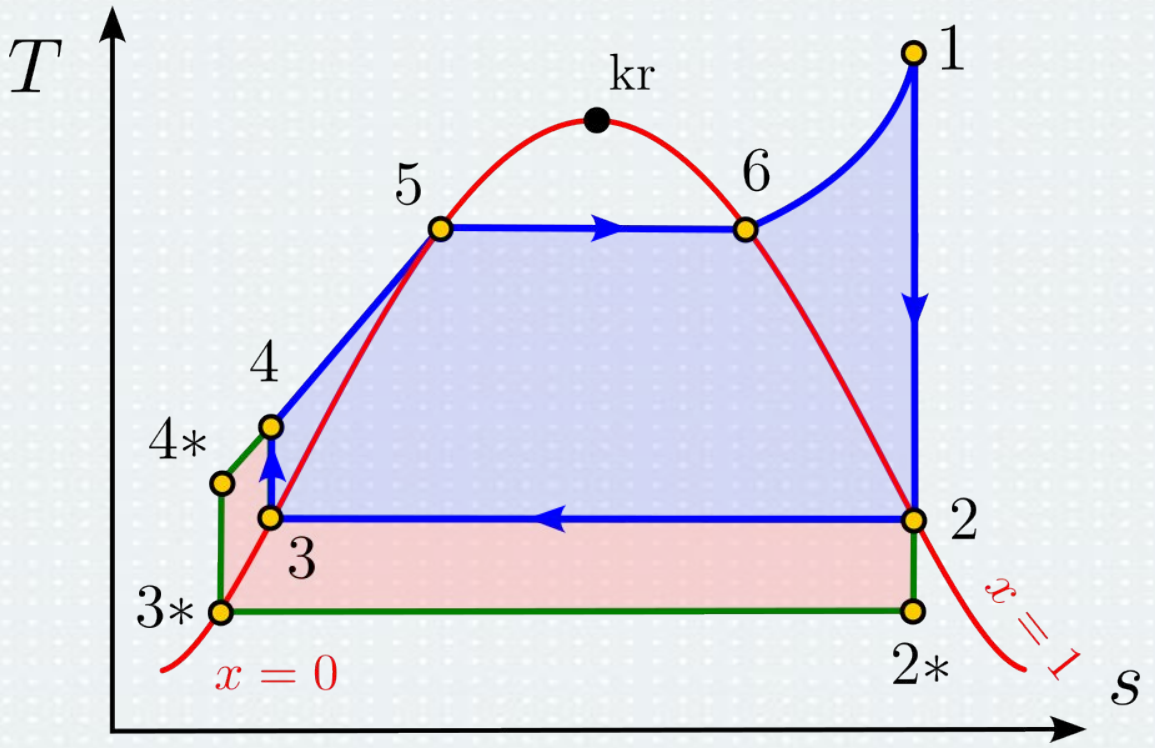
$$\eta_{s,\text{turbína}} = \frac{a_{\text{skutečná}}}{a_{\text{ideální}}} = \frac{h_1 - h_{2*}}{h_1 - h_2}$$

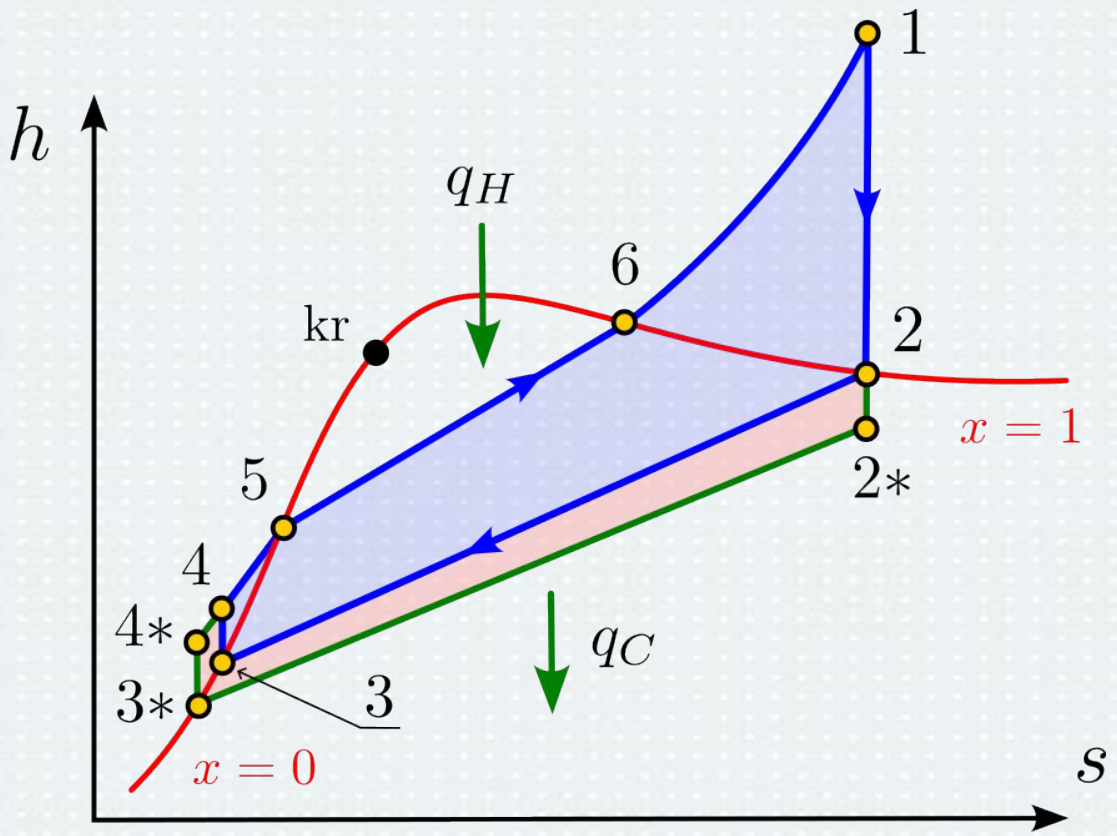
Izoentropická účinnost čerpadla:

$$\eta_{s,\text{čerpadlo}} = \frac{a_{\text{ideální}}}{a_{\text{skutečná}}} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4*}}$$

BY NC SA

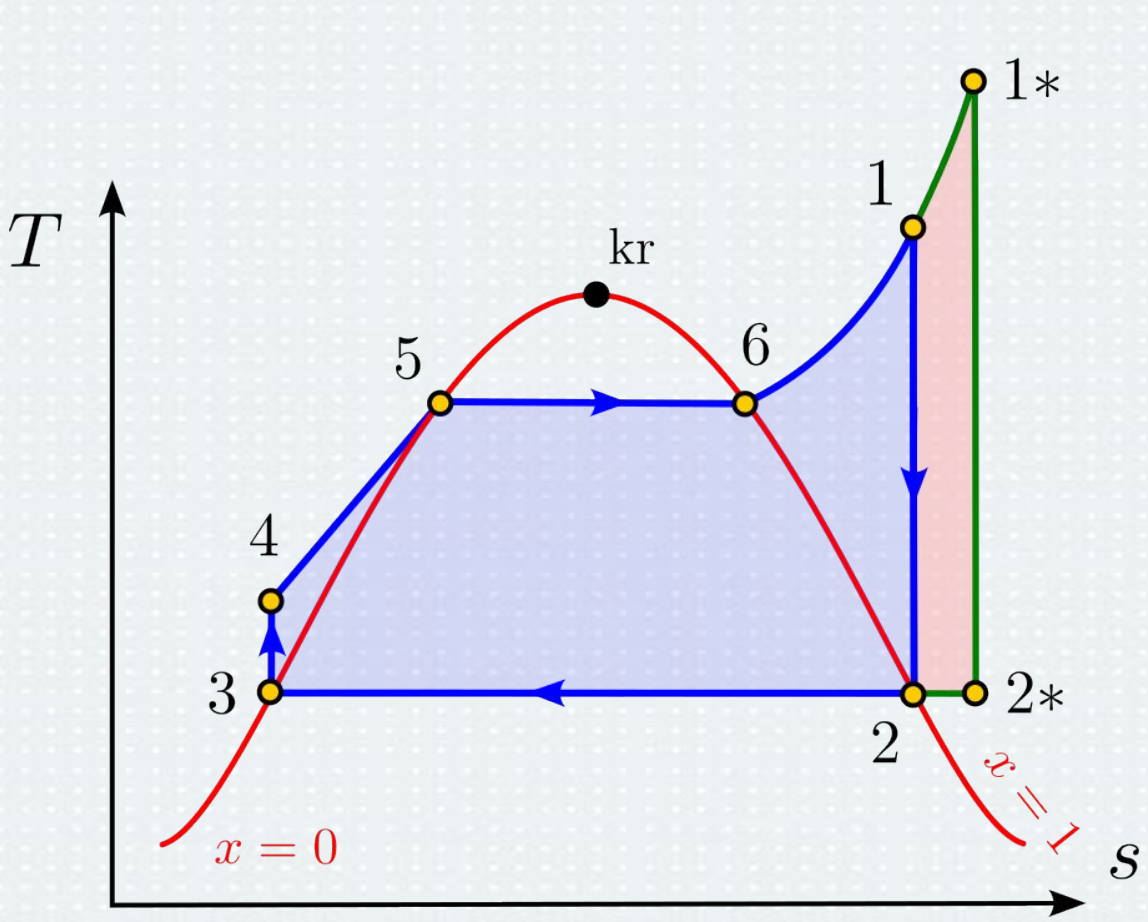
Zvyšování účinnosti Rankinova cyklu

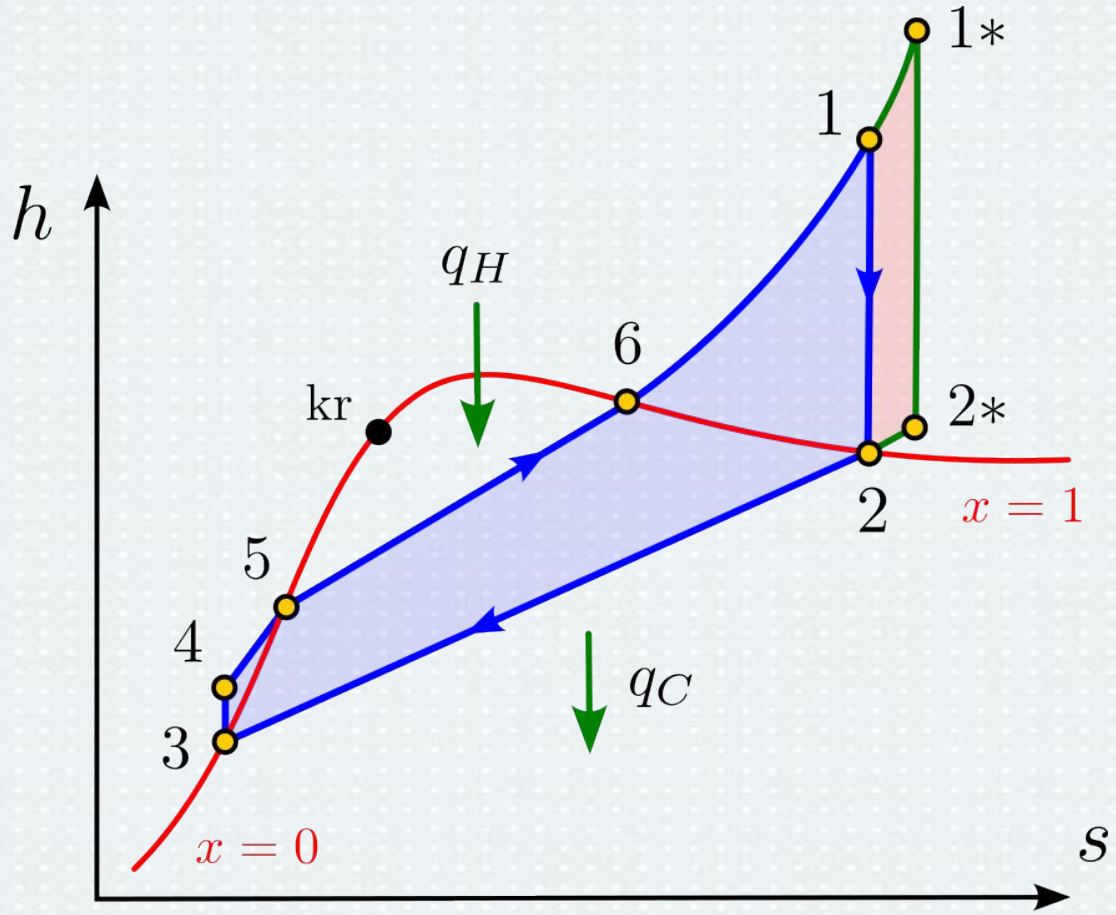




BY NC SA

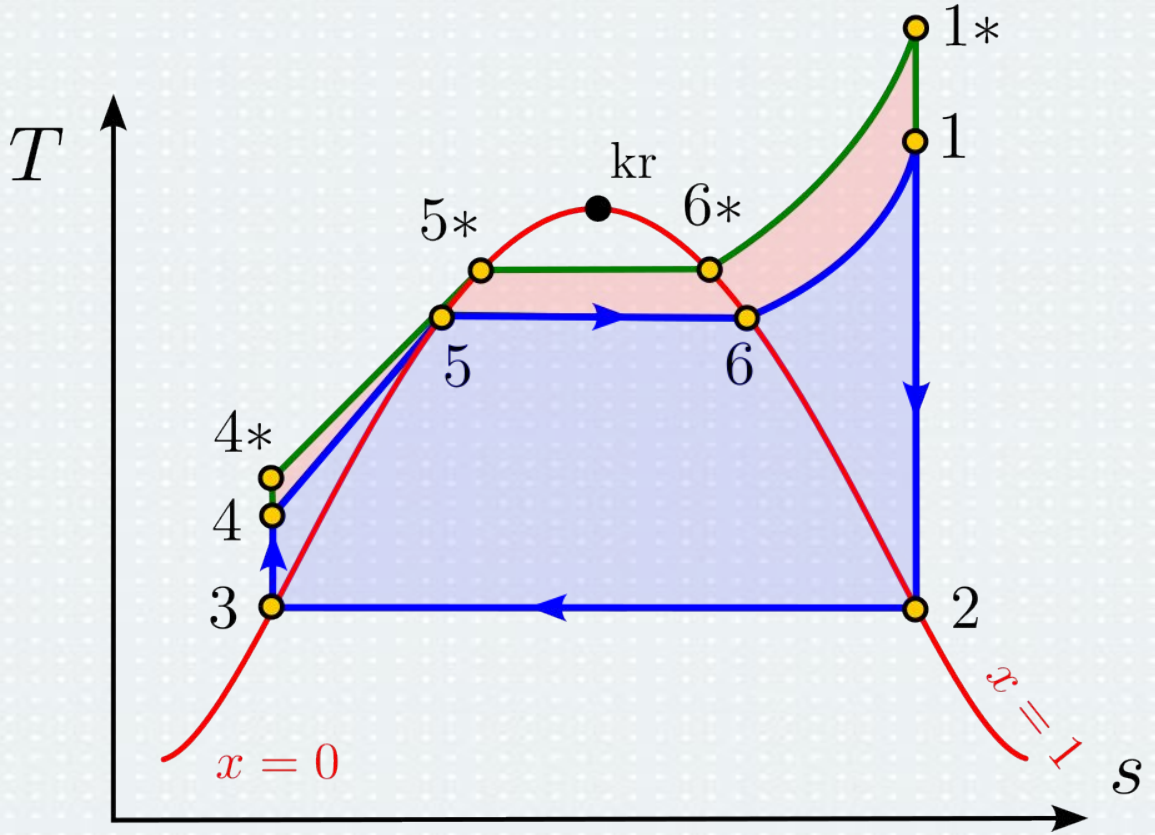
Zvyšování účinnosti Rankinova cyklu

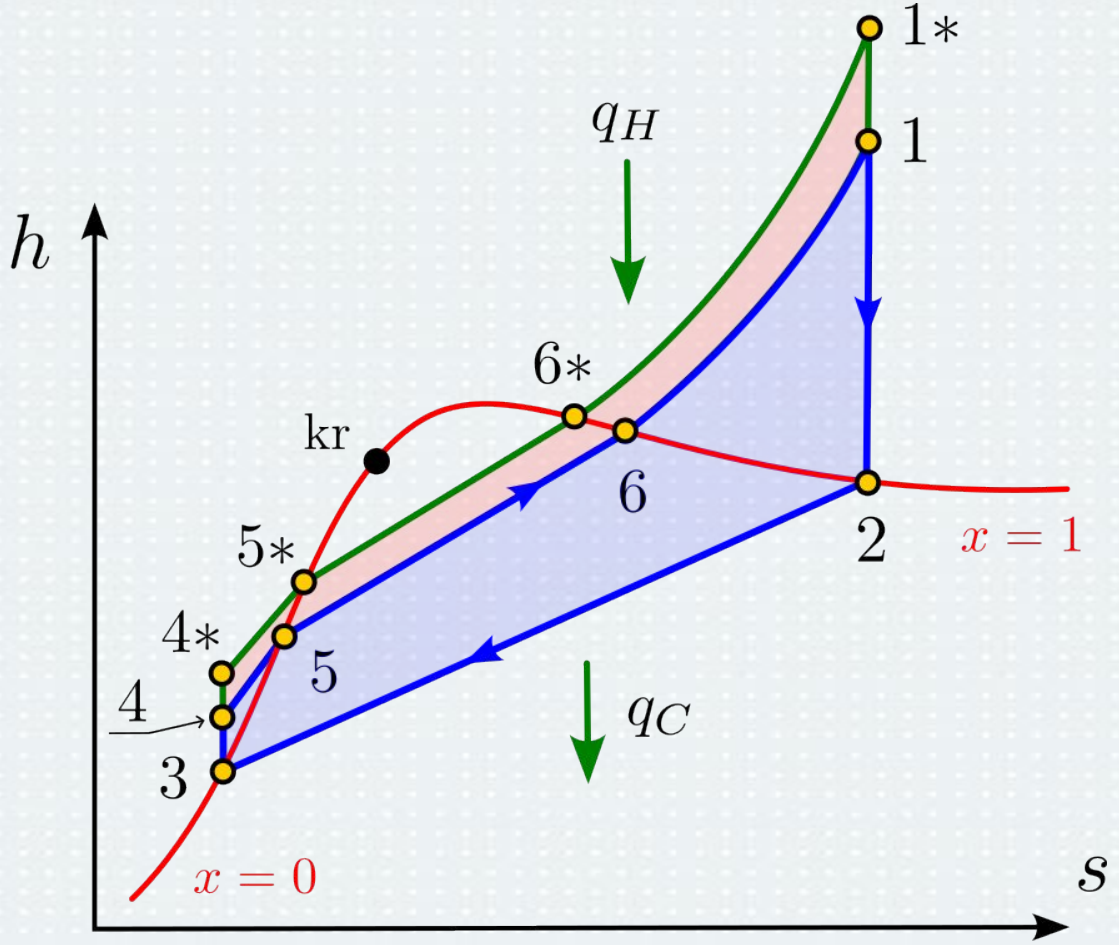




BY NC SA

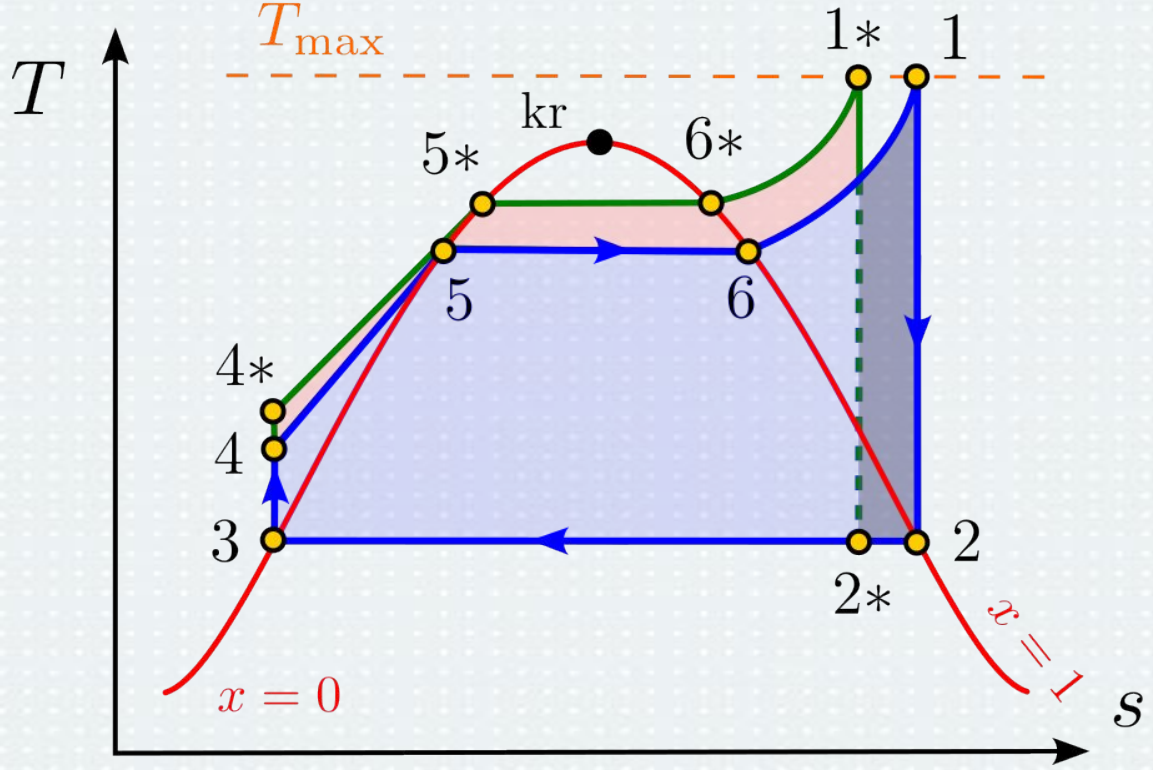
Zvyšování účinnosti Rankinova cyklu

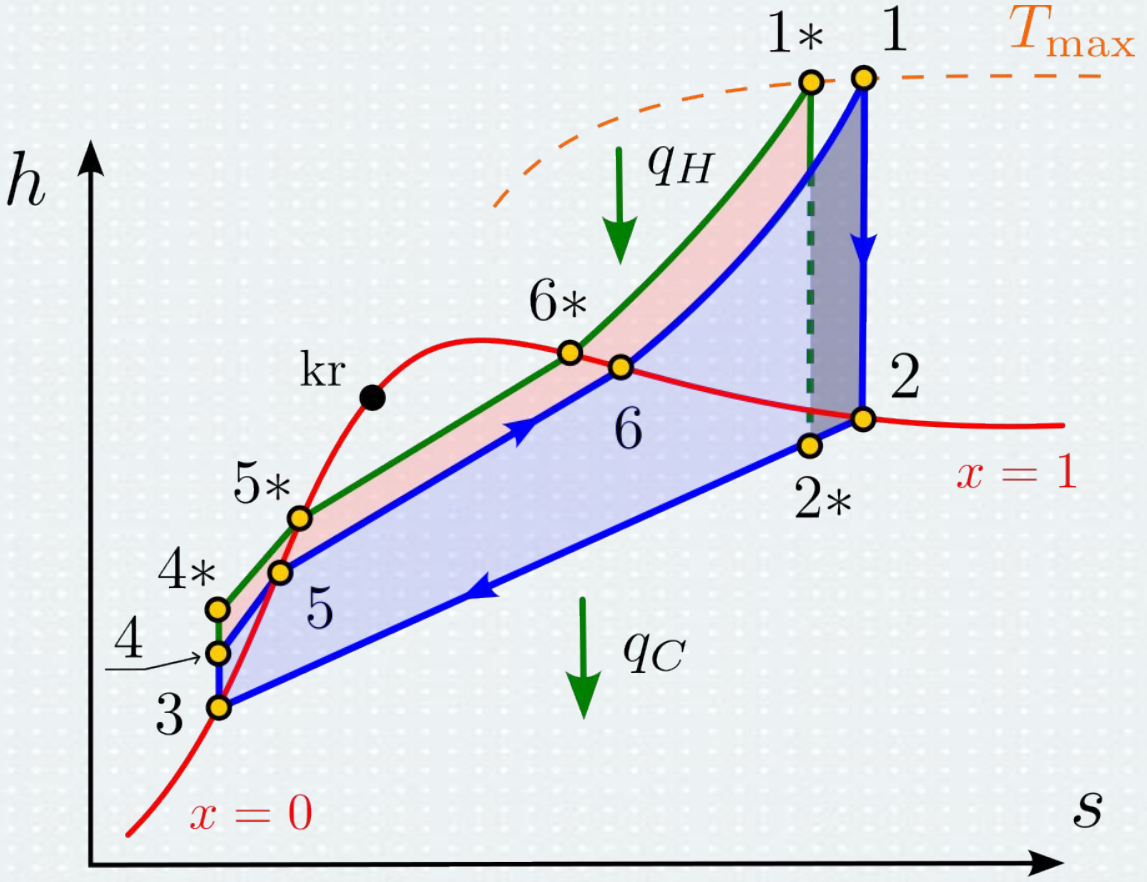




cc BY NC SA

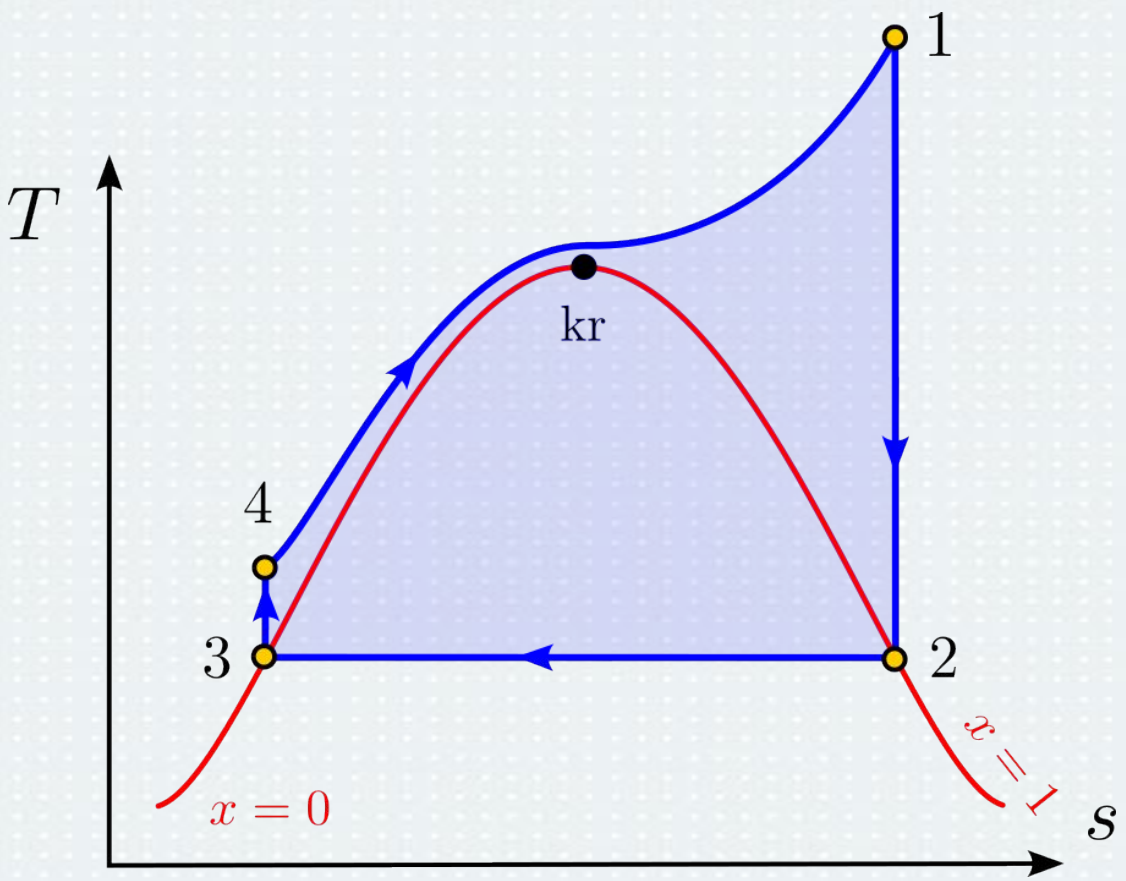
Zvyšování účinnosti Rankinova cyklu





BY NC SA

Transkritický Rankinův cyklus



Transkritický cyklus = cyklus s pracovní látkou v nadkritickém i podkritickém stavu.

Termická účinnost až 55 %.

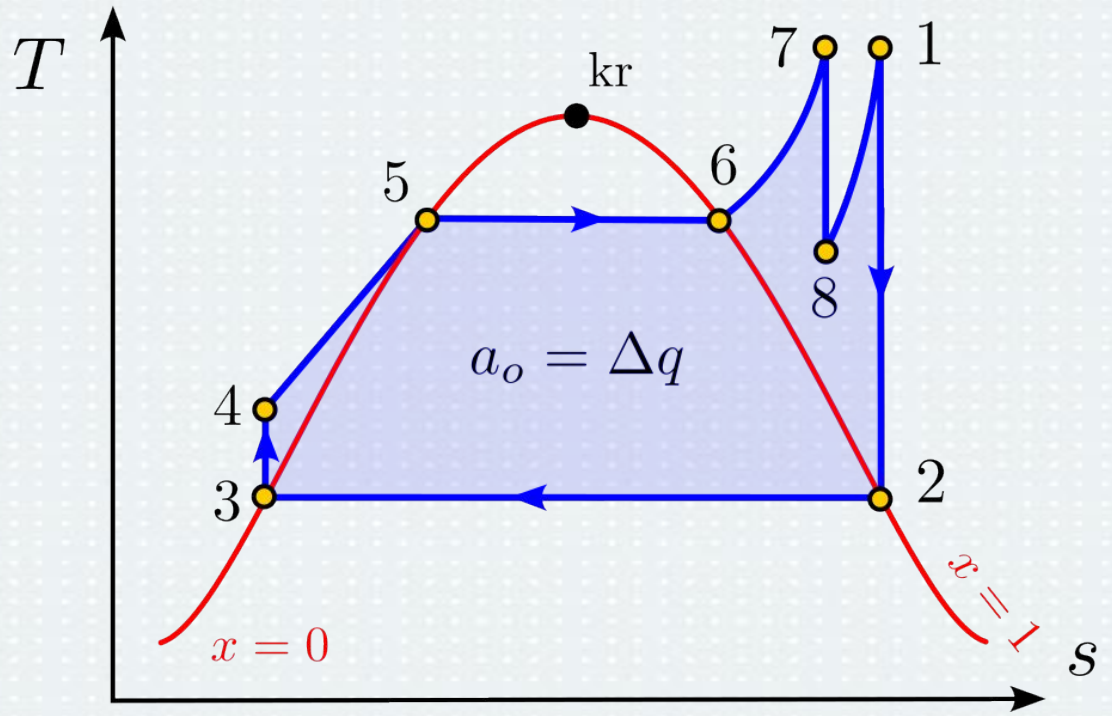
Kritický tlak pro H_2O: 22,06 MPa

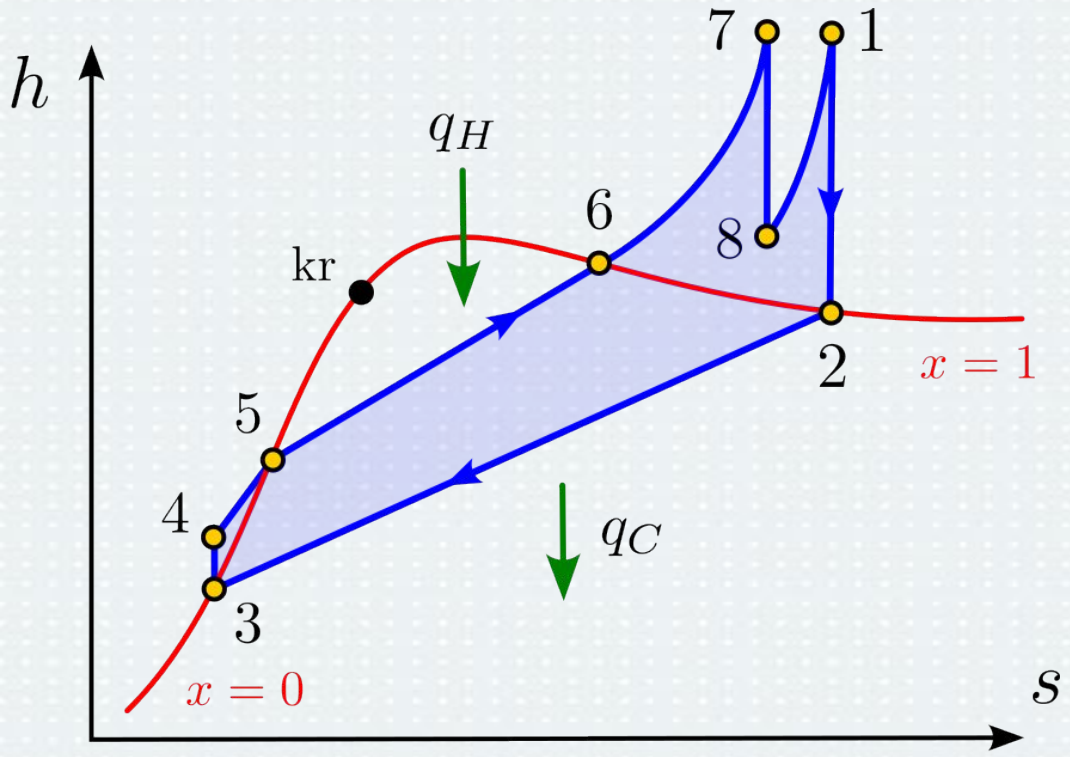
Superkritický Rankinův cyklus: obvyklý tlak 24 MPa

Ultra-superkritický Rankinův cyklus: tlak až 31 MPa

CC BY NC SA

Vícestupňový Rankinův cyklus s reohřevem





$$q_H = (h_7 - h_4) + (h_1 - h_8)$$

$$q_C = h_3 - h_2$$

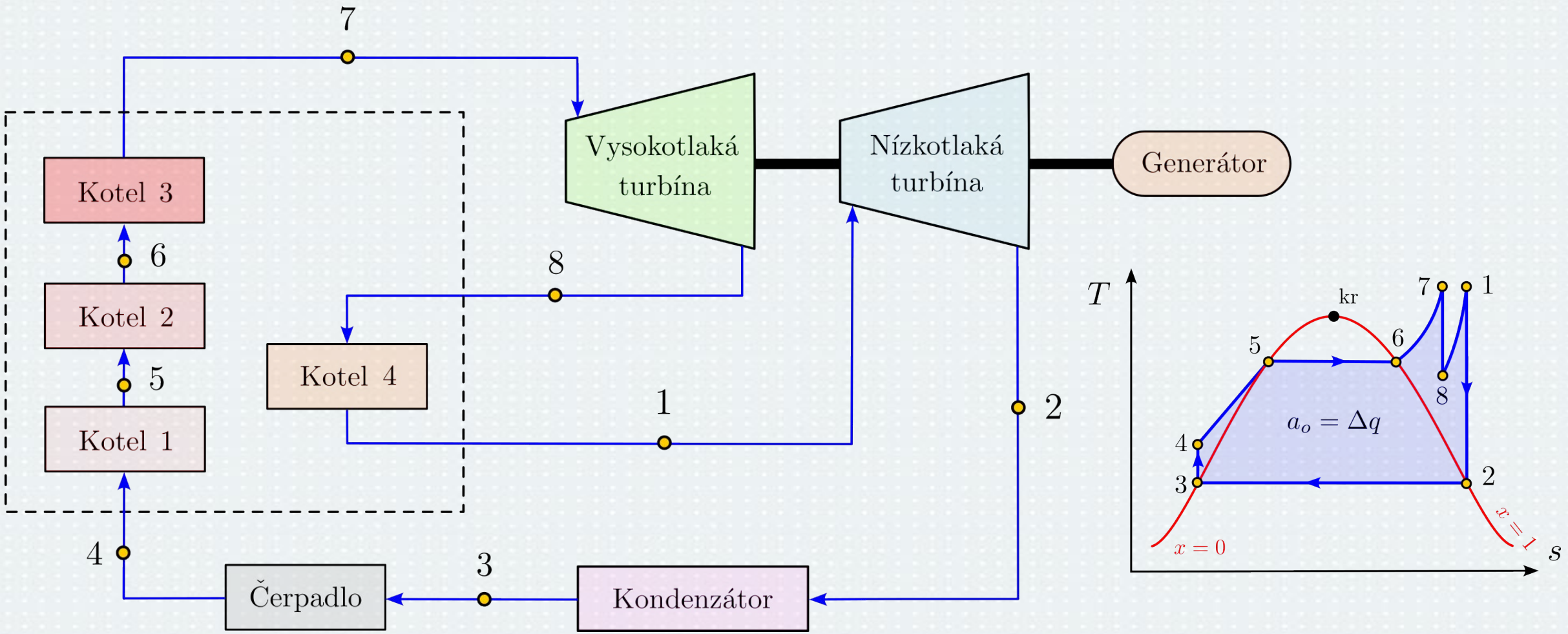
$$a_T = (h_1 - h_2) + (h_7 - h_8)$$

$$a_{\check{C}} = h_3 - h_4$$

$$\eta_t = \frac{a_T + a_{\check{C}}}{q_H} = \frac{q_H + q_C}{q_H} = \frac{a_o}{q_H} = \frac{h_1 - h_2 + h_3 - h_4 + h_7 - h_8}{h_1 - h_4 + h_7 - h_8}$$

BY NC SA

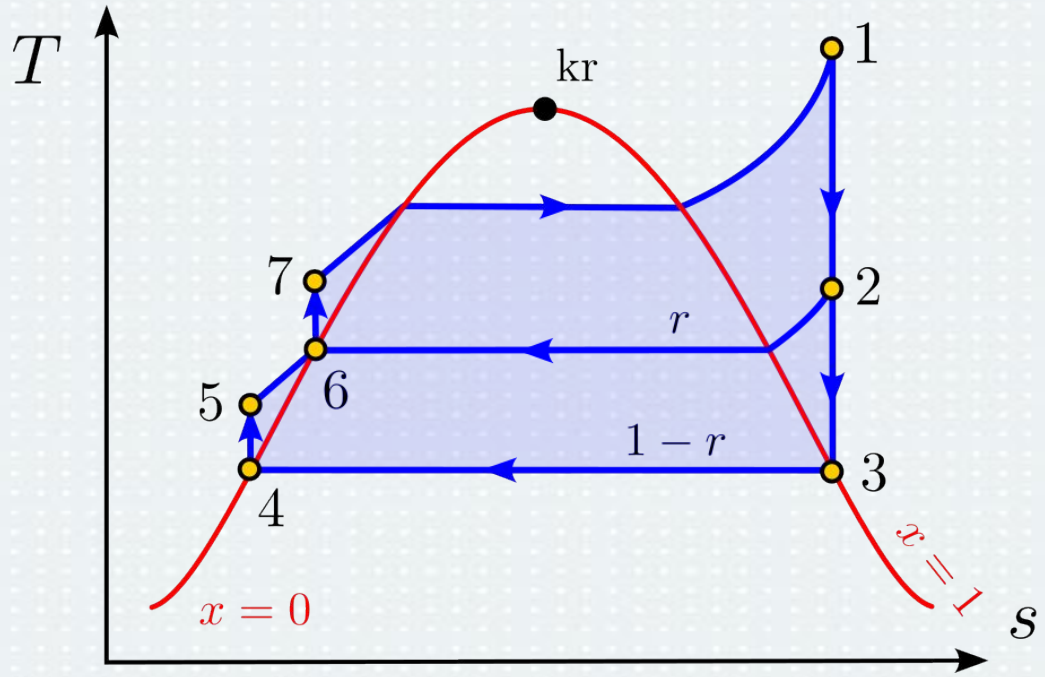
Vícestupňový Rankinův cyklus s reohřevem

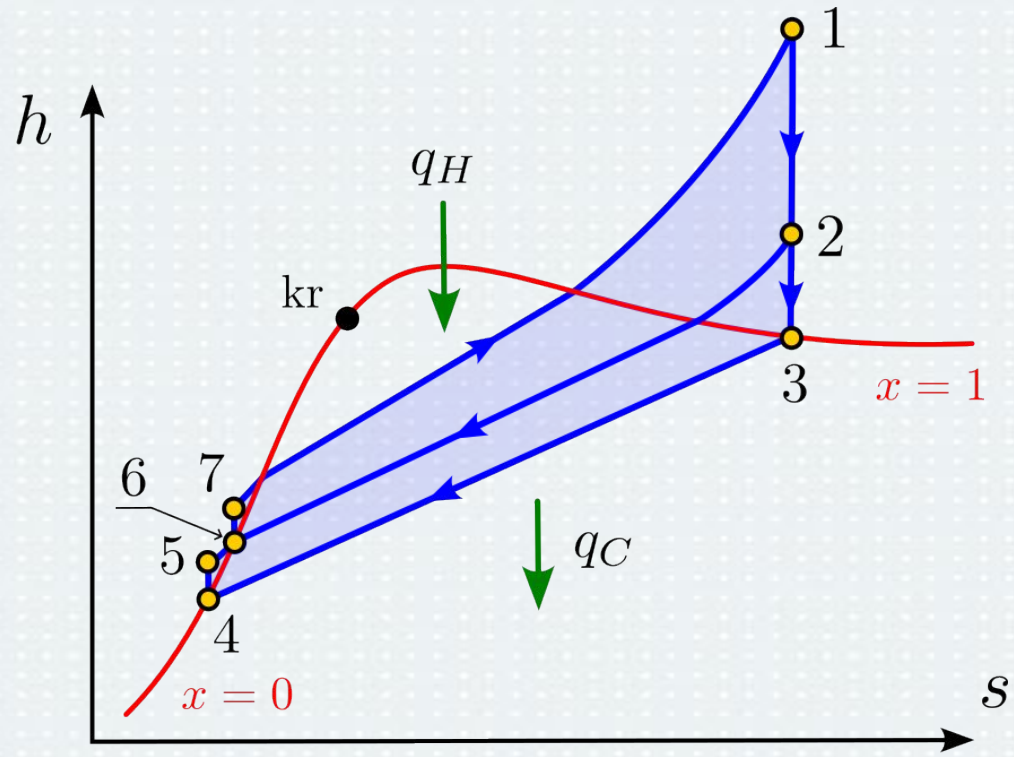


BY NC SA

Rankinův cyklus s regenerací

Open feedwater heater





$$q_H = h_1 - h_7$$

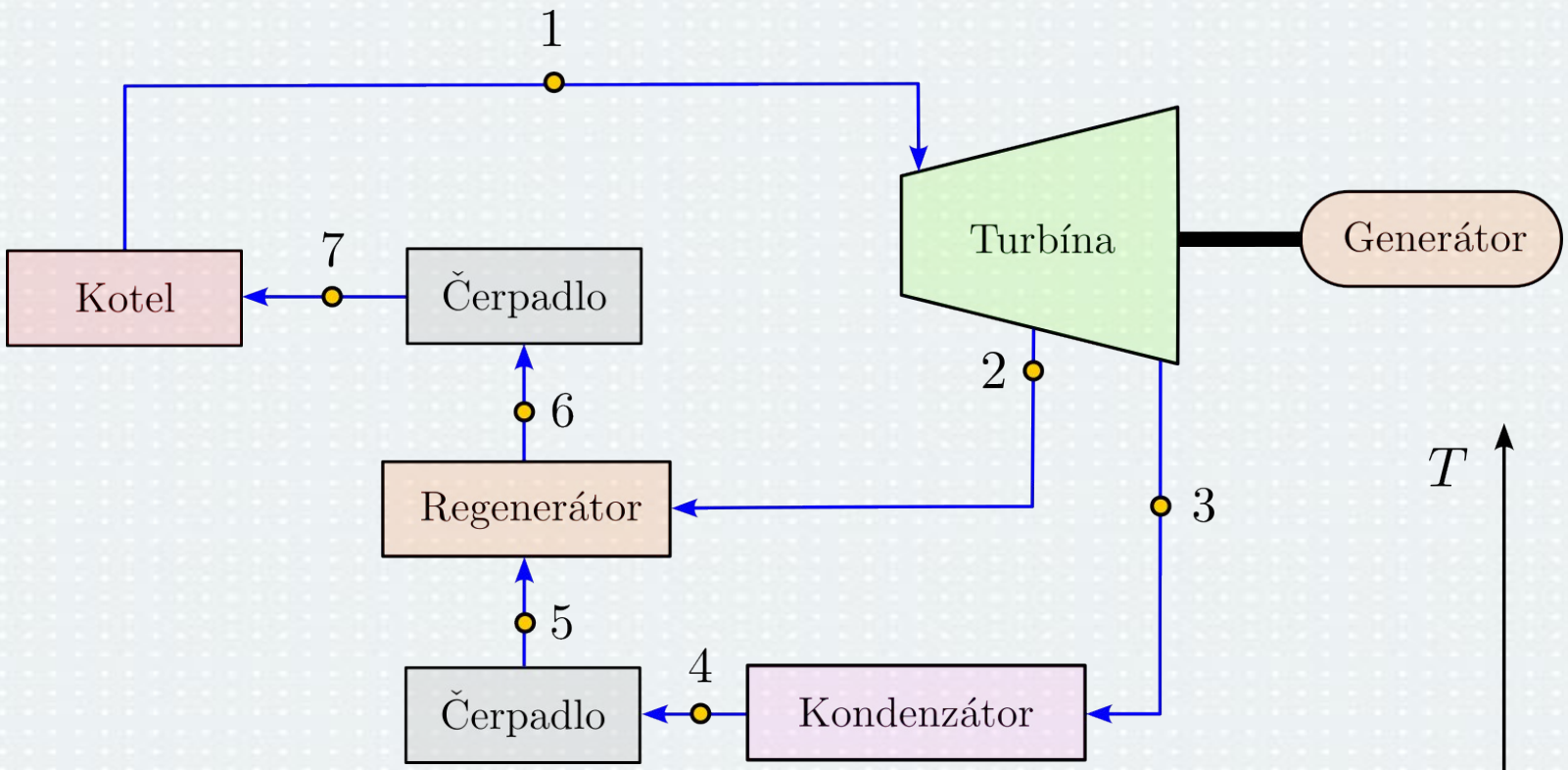
$$q_C = (1-r)(h_4 - h_3)$$

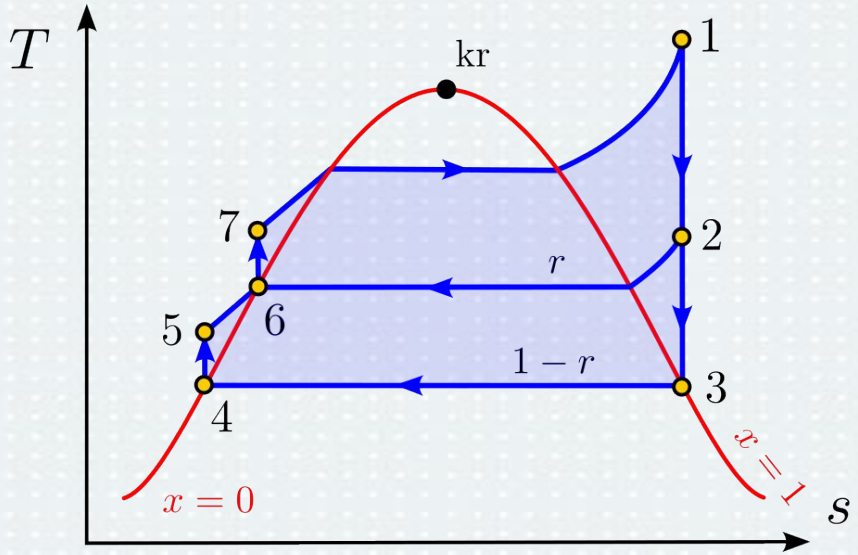
$$a_T = (h_1 - h_2) + (1-r)(h_2 - h_3)$$

$$a_{\check{C}} = (1-r)(h_4 - h_5) + (h_6 - h_7)$$

BY NC SA

Rankinův cyklus s regenerací



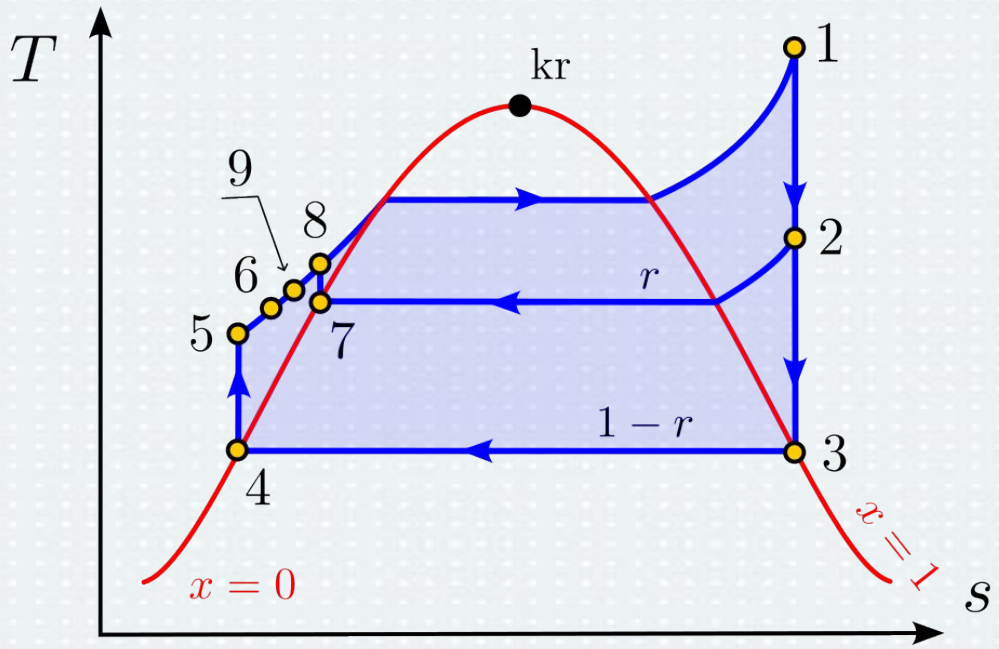


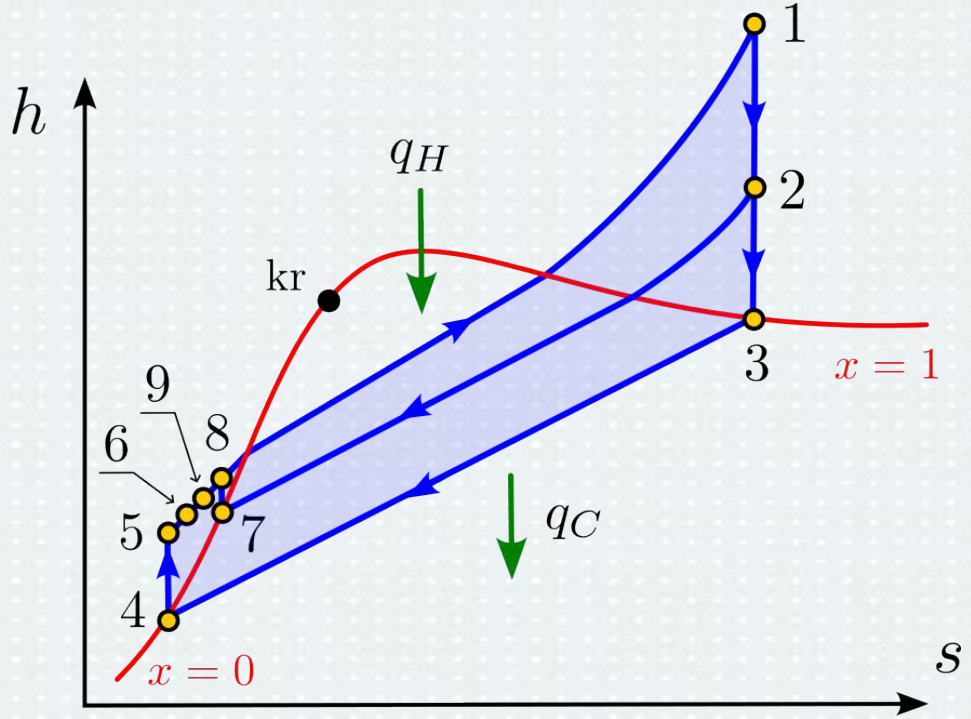
Regenerátor typu “open feedwater heater” je směšovací komora.

BY NC SA

Rankinův cyklus s regenerací

Closed feedwater heater





$$q_H = h_1 - h_9$$

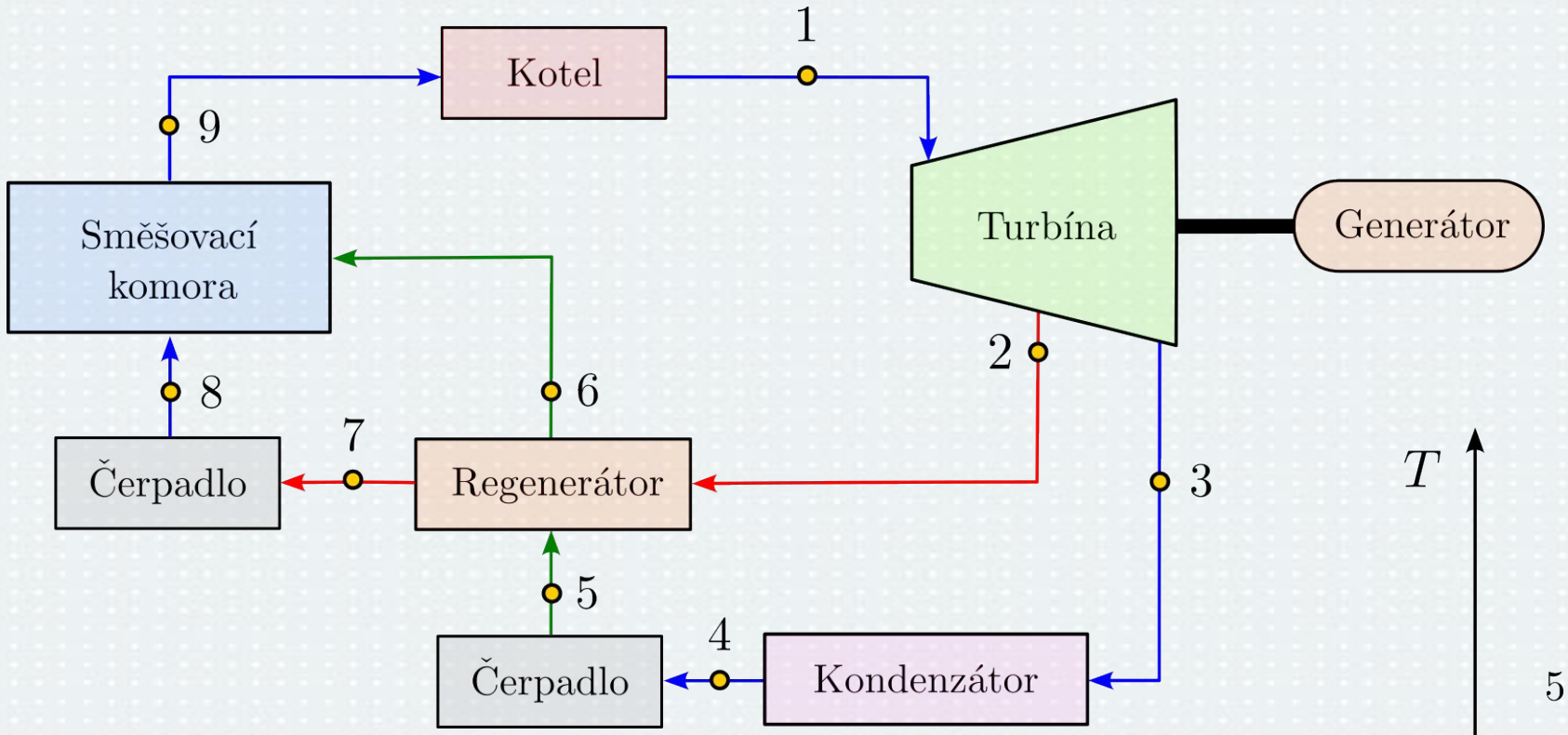
$$q_C = (1-r)(h_4 - h_3)$$

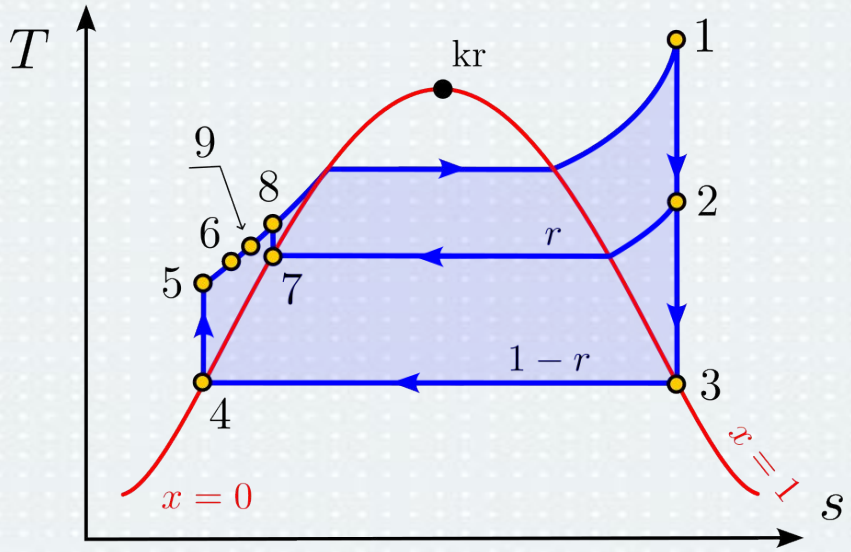
$$a_T = (h_1 - h_2) + (1-r)(h_2 - h_3)$$

$$a_{\check{C}} = (1-r)(h_4 - h_5) + r(h_7 - h_8)$$

BY NC SA

Rankinův cyklus s regenerací

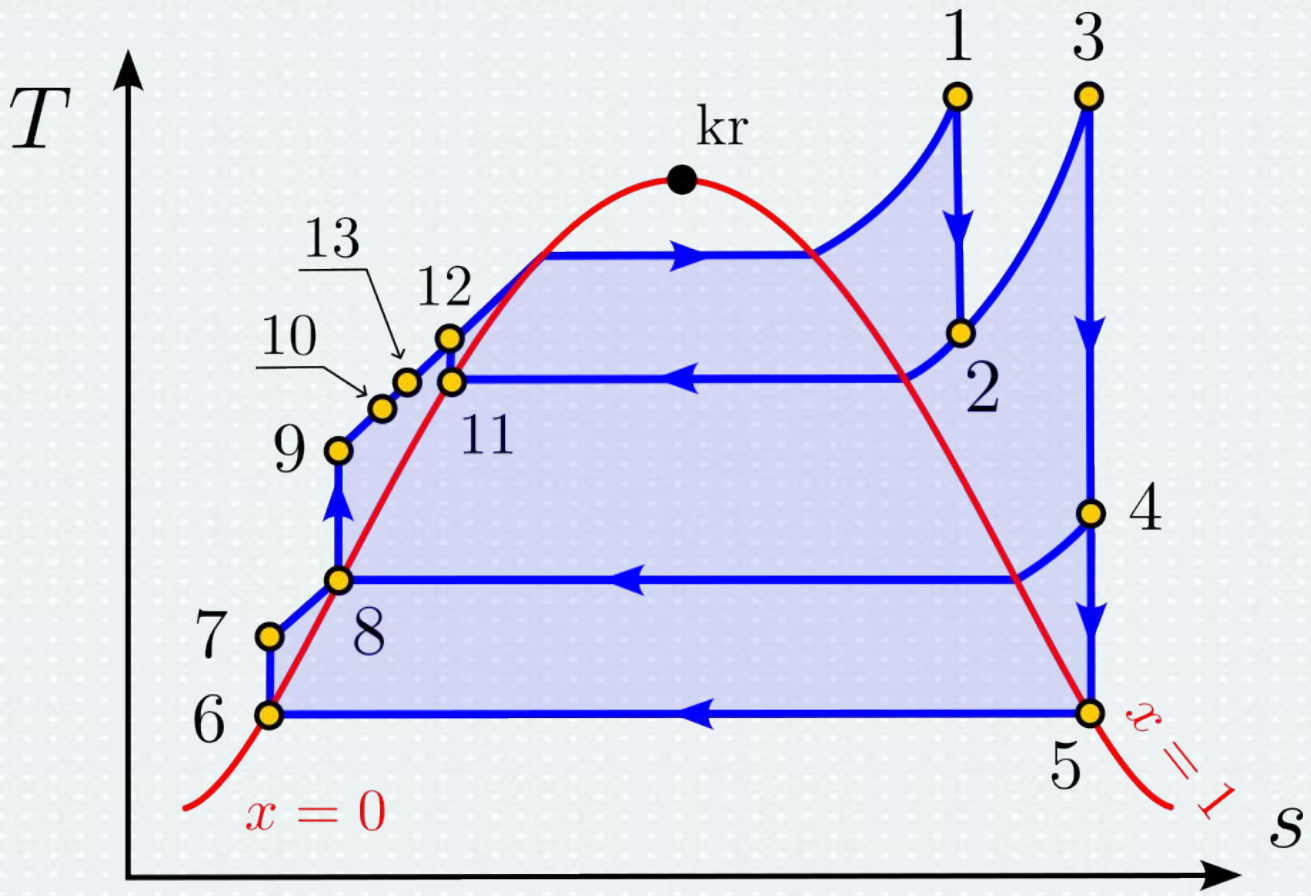




Regenerátor typu “closed feedwater heater” je tepelný výměník.

BY NC SA

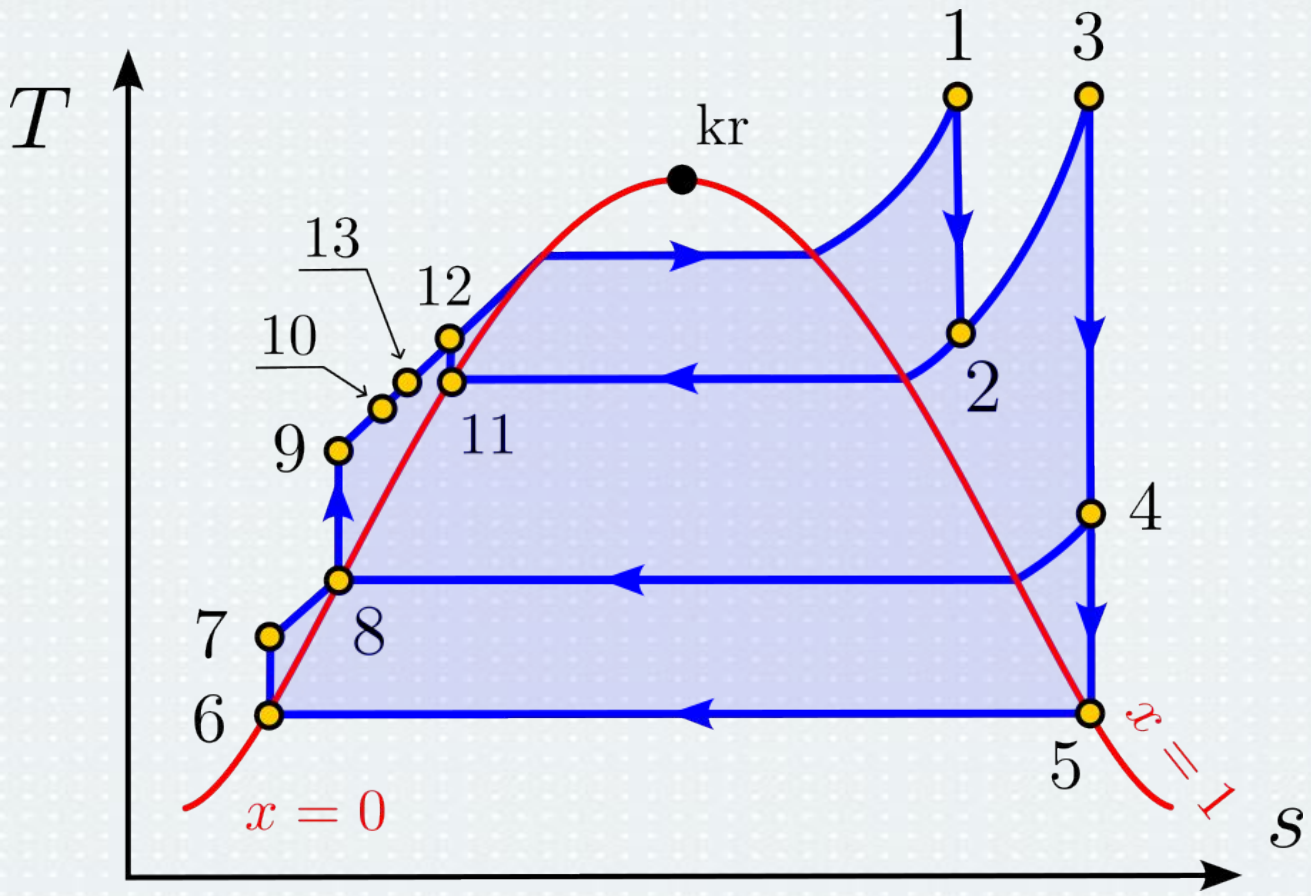
Rankinův cyklus s reohřevem a regenerací



- **vysokotlaká** (děj 1-2) a **nízkotlaká** (děj 3-4-5) **turbína**
- **regenerátor** typu “open feedwater heater” (děj 4-8-7)
- **regenerátor** typu “closed feedwater heater” (tepelná výměna mezi ději 2-11 a 9-10)

cc BY NC SA

Rankinův cyklus s reohřevem a regenerací

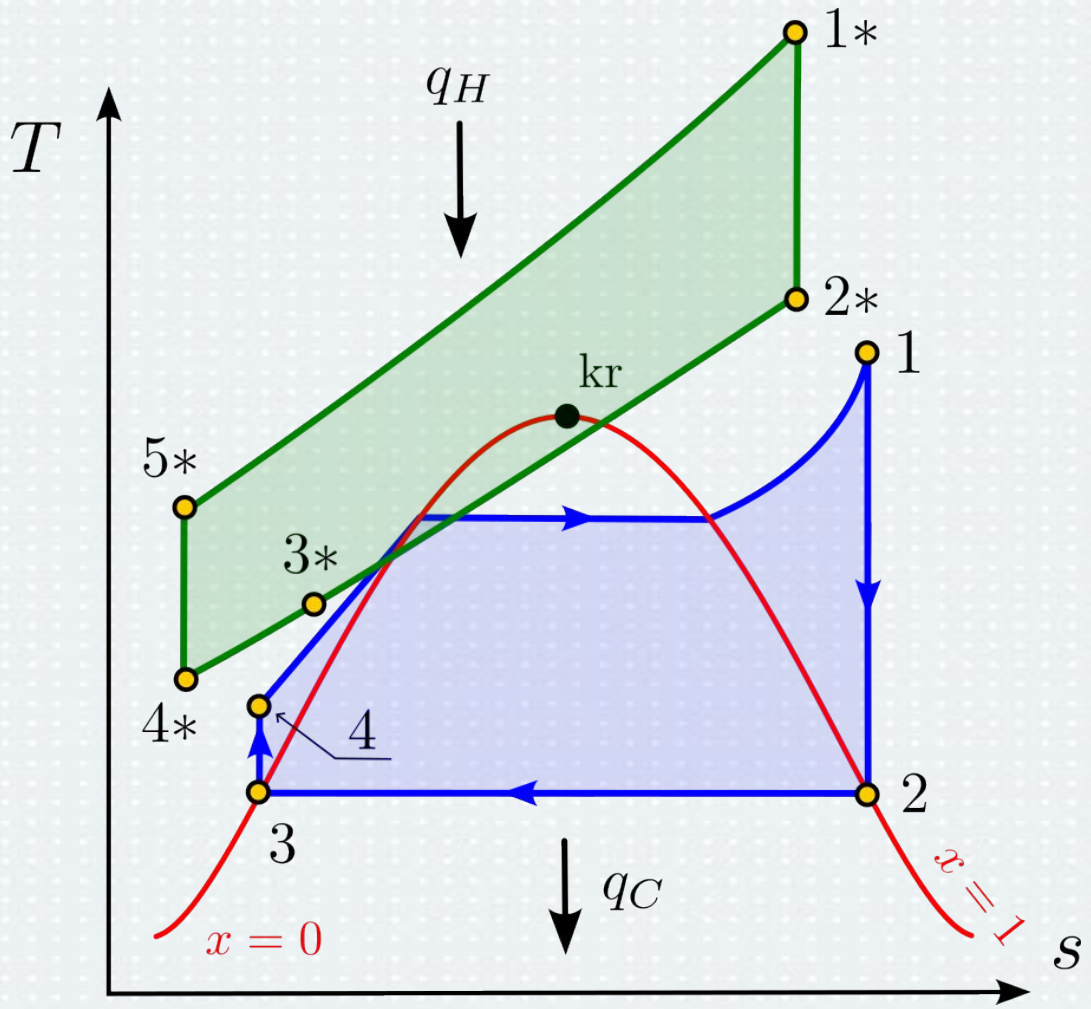


Vstup do turbíny: 15 MPa, 600 °C
Kondenzátor: 15 kPa

- cyklus bez reohřevu a bez regenerace: $\eta_t \approx 43\,\%$
- cyklus s reohřevem a bez regenerace: $\eta_t \approx 45\,\%$
- cyklus s reohřevem a s regenerací: $\eta_t \approx 49\,\%$

CC BY NC SA

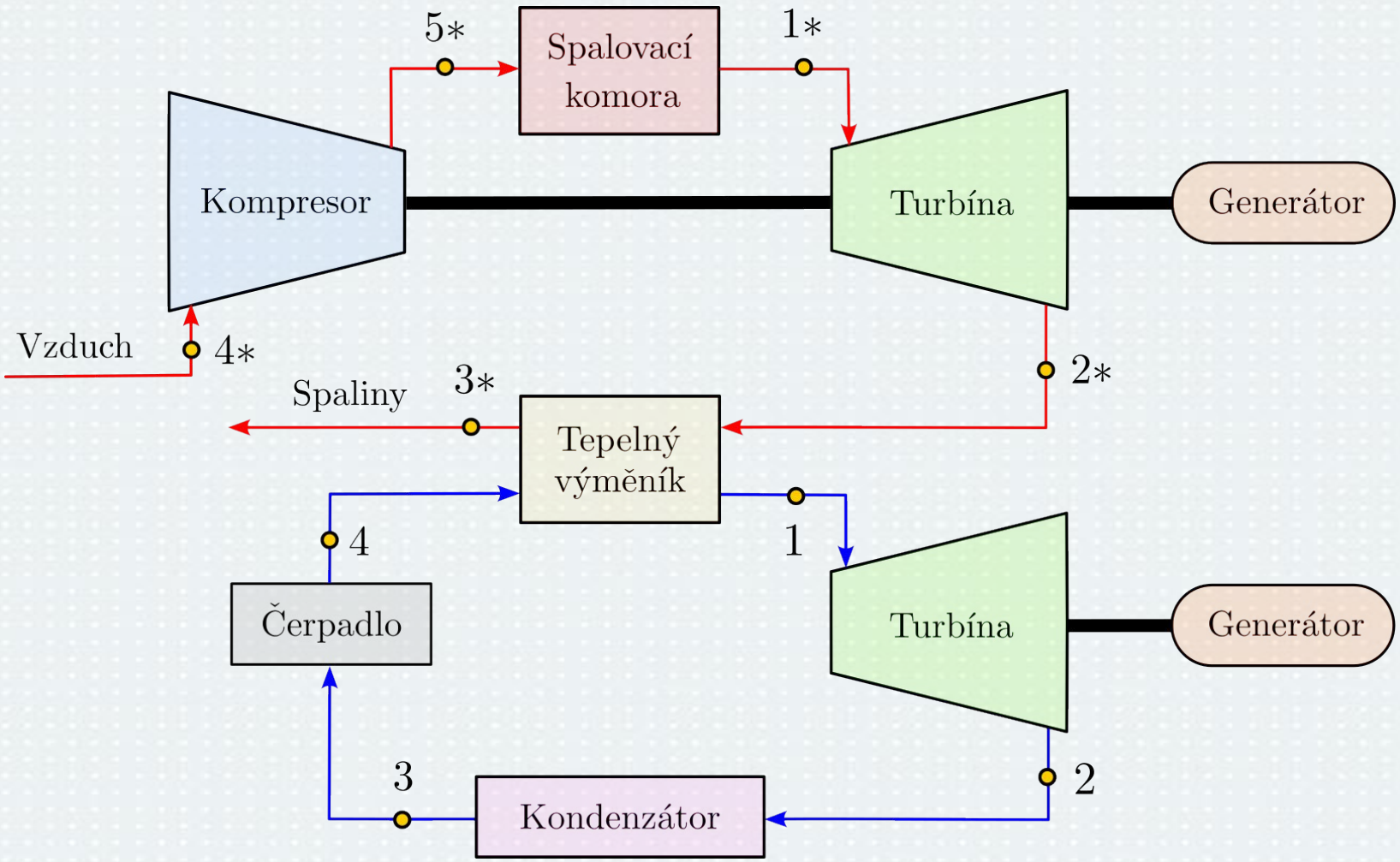
Paroplynový cyklus

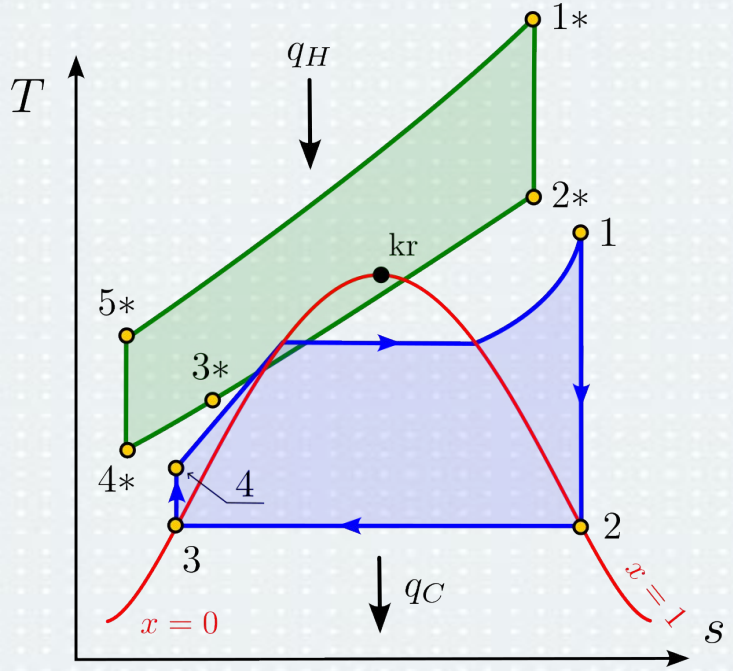


- kombinace spalovací a parní turbíny
- spojený Braytonův a Rankinův cyklus
- dvě různé pracovní látky: ideální plyn a reálný plyn (vodní pára)
- teplo se dodává pouze do cyklu spalovací turbíny (děj 5*-6*)
- vodní pára se připravuje využitím spalin ze spalovací turbíny
- termická účinnost až 60 %

BY NC SA

Paroplynový cyklus





BY NC SA

Paroplynový cyklus

Počerady (Mostecko)

- paroplynová elektrárna je součástí uhelné elektrárny (Počerady I a II)
- do provozu 2013
- 2 plynové (284 MW) a 1 parní (270 MW) turbína
- celkový výkon 838 MW
- hrubá účinnost 59 %
- využívána jako operativní záloha



Petr Kinšt, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Kladno - využívána v denních špičkách, maximální výkon 60 MW

Vřesová (Sokolovsko) - využití energoplynu (zplyňování uhlí), 1 plynová (140 MW) a 1 parní (56MW) turbína

CC BY NC SA

Paroplynový cyklus

Gateway Generating Station, Contra Costa County, CA, USA: 530 MW, 2 spalovací turbíny a 1 parní turbína, vzduchem chlazený kondenzátor



JPxG, CC BY-SA 4.0, via Wikimedia Commons

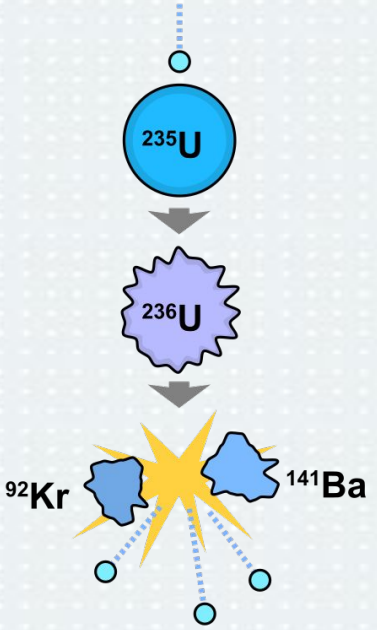
cc BY NC SA

Jaderná elektrárna

Zdrojem tepla pro výrobu páry je **jaderný reaktor.**

Štěpný jaderný reaktor - štěpení (fission) těžkých jader na lehčí jádra pohlcením volných neutronů, např. ^{235}U nebo ^{239}Pu. Jedná se o drtivou většinu jaderných reaktorů ve světě.

Fúzní jaderný reaktor - slučování (fussion) lehkých jader, např. deuteria a tritia. Desítky let probíhá vývoj a podle odhadů ještě bude zapotřebí několik desetiletí ke komerčnímu využití. Mezi nejrozvinutější patří např. Tokamaky. Ve fúzním reaktoru je palivo při extrémních teplotách (desítky až stovky milionů Kelvinů = plazma).



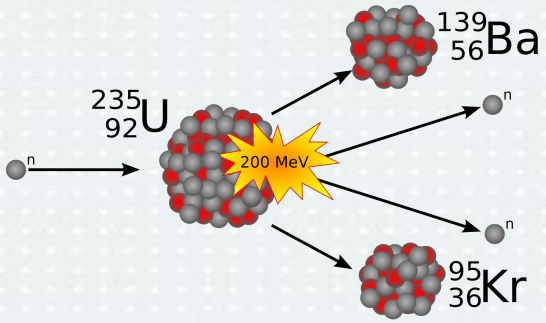
Fastfission,
Veřejný prostor,
via Wikimedia Commons

BY NC SA

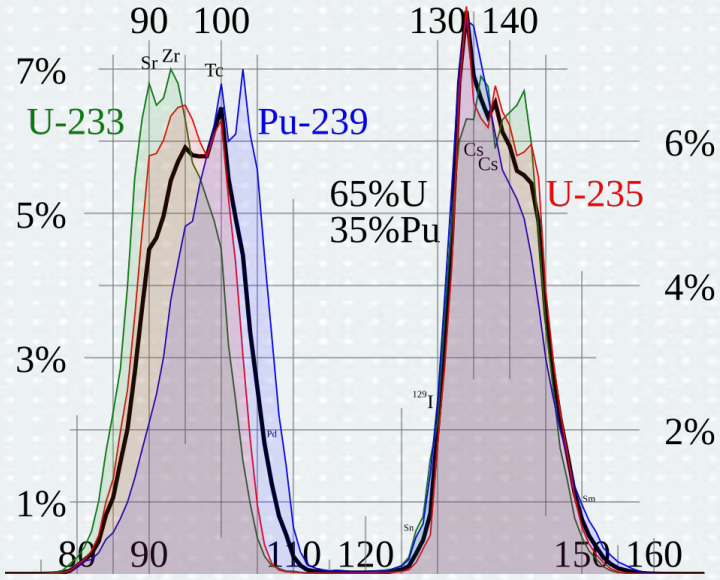
Jaderná elektrárna

Jaderná energie se přeměňuje na teplo **štěpením jader paliva (typicky ^{235}U) prostřednictvím neutronů**. Štěpením jednoho jádra ^{235}U se uvolní **200 MeV** (cca $3 \cdot 10^{-11}$ J) energie. Rozštěpením jádra ^{235}U vzniknou

- tzv. štěpné úlomky (dva nebo i více), které "nesou" ve formě kinetické energie okolo 80 % z celkových 200 MeV; jejich zbrzděním dojde k přeměně na energii tepelnou
- dva až tři rychlé neutrony
- gama záření
- neutrina



Stefan-Xp & Wondigoma, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons



JWB, CC BY 3.0, via Wikimedia Commons

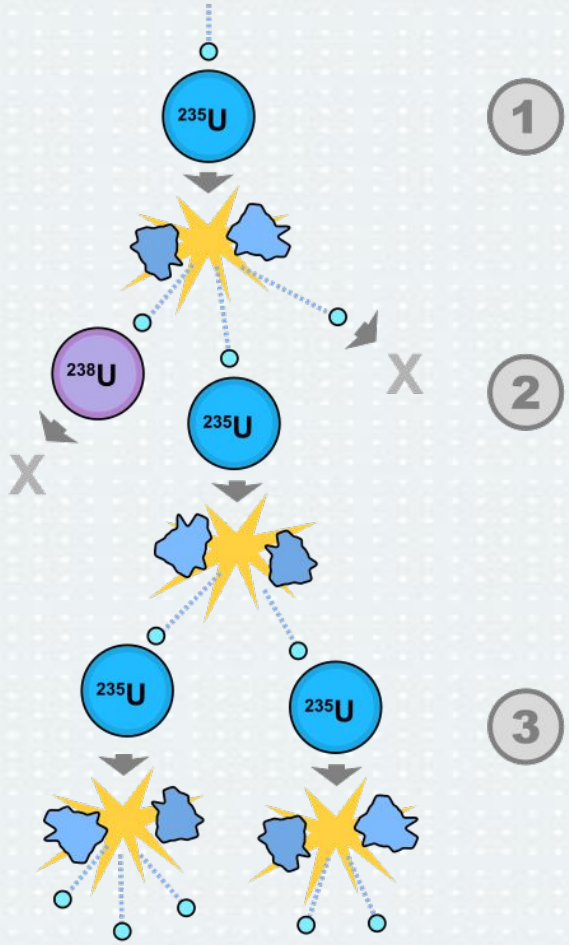
cc BY NC SA

Jaderná elektrárna

Rychlé neutrony, které vzniknou štěpením jader paliva, mají velkou kinetickou energii (1 MeV ~ 100 TJ/kg až 20 MeV) a tedy i velkou rychlost, což velmi omezuje jejich schopnost štěpit jádra paliva. Pro štěpení jsou zapotřebí pomalé (tepelné) neutrony, které mají schopnost štěpit jádra paliva s mnohem větší pravděpodobností. Zpomalení rychlých neutronů na pomalé neutrony se uskutečňuje moderátorem neutronů.

Dle typu neutronů použitých pro štěpení se rozlišují

- tepelné reaktory - využití moderátoru a pomalých neutronů (drtivá většina komerčně využívaných jaderných reaktorů)
- rychlé reaktory - bez moderátoru s využitím rychlých neutronů



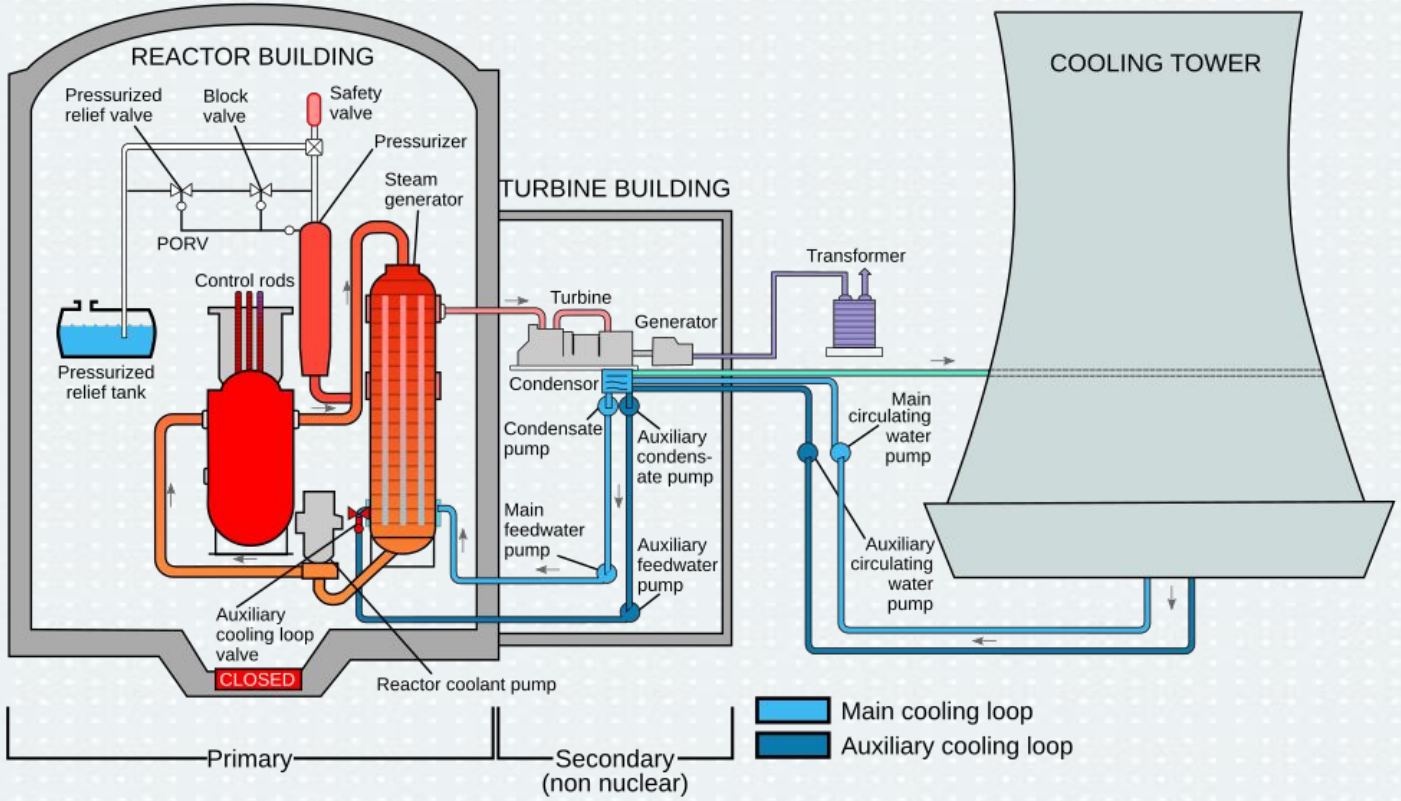
Fastfission, Veřejný prostor, via Wikimedia Commons

BY NC SA

Tepelné reaktory

Tlakovodní reaktor (cca 60 % provozovaných jaderných reaktorů)
Pressurized water reactor - PWR, Vodo-vodjanoj energetičeskij reaktor - VVER

- **chladivo:** běžná (lehká) voda
- **moderátor:** lehká voda
- obohacení uranu: 3-4 %
- využívá parogenerátor
- vysoký tlak vody v aktivní zóně (cca 15-16 MPa)
- teplota vody na výstupu z reaktoru: cca 320-330 °C



Anynobody, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

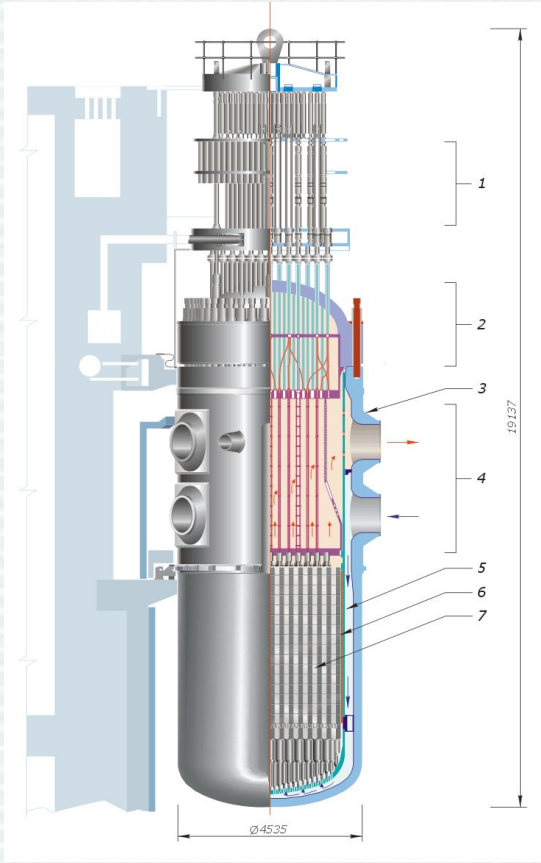
Tepelné reaktory

VVER-440/213 - JE Dukovany - 4 bloky

- nominální výkon: **440 MWe** (1375 MWt)
- výkon po modernizaci z let 2005-2012: **510 MWe** (1485 MWt)
- palivo: uran (ve formě UO_2) obohacený na cca 4,3 % ^{235}U
- vsázka paliva reaktoru: 42 tun, výměna 20 % paliva ročně
- roční výroba: 14,3 TWh (2020)



Petr Adámek,
Veřejný prostor,
via Wikimedia Commons



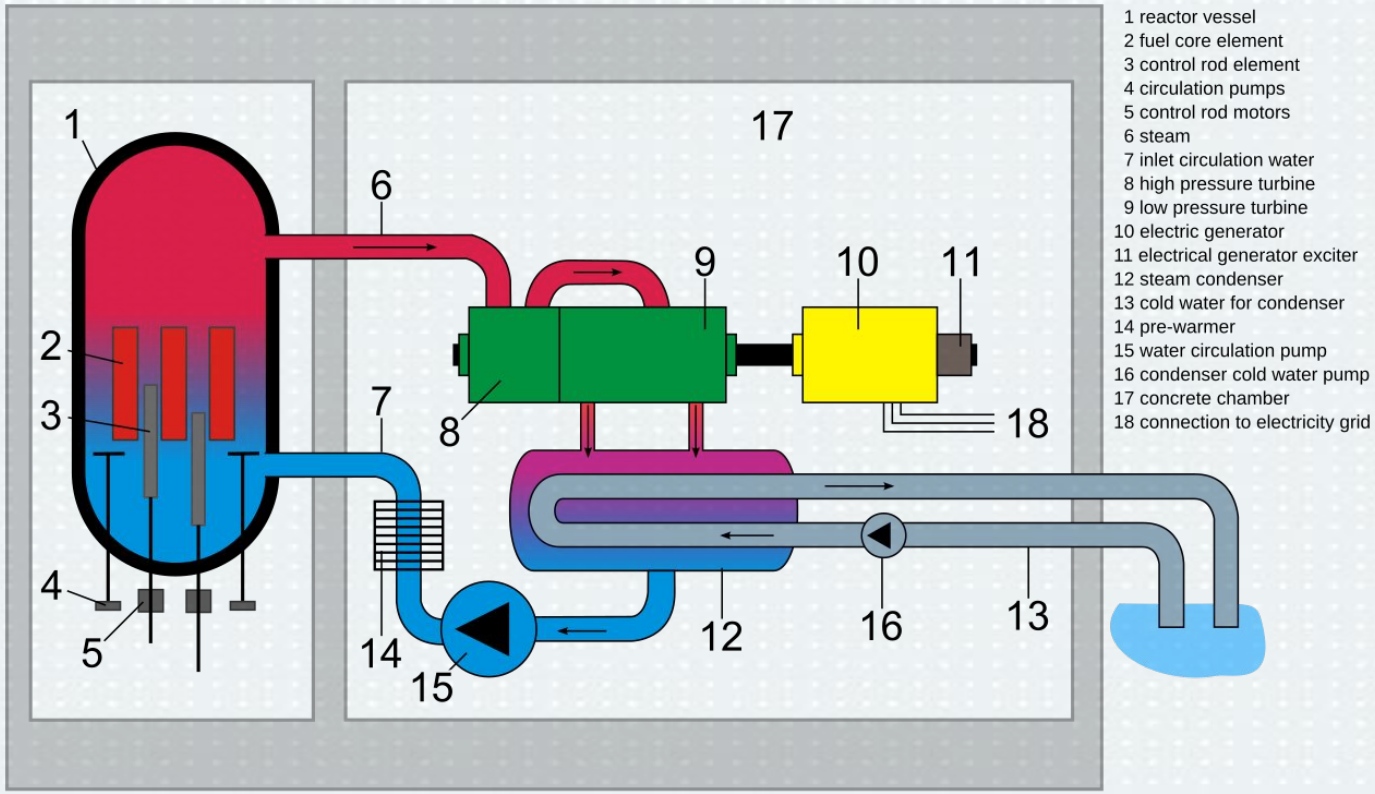
Panther,
CC BY-SA 3.0,
via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Tepelné reaktory

Varný reaktor (cca 20 % provozovaných jaderných reaktorů)
Boiling water reactor - BWR

- **chladivo:** lehká voda
- **moderátor:** lehká voda
- obohacení uranu: 2-3 %
- pára se připravuje přímo v reaktoru
- tlak vody v aktivní zóně: cca 7-8 MPa
- teplota páry na výstupu z reaktoru: cca 280 °C



Robert Steffens et al, GFDL, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Tepelné reaktory

Další typy jaderných reaktorů:

Těžkovodní reaktor (pressurized heavy-water reactor - PHWR), cca 10 % provozovaných jaderných reaktorů

- chladivo a moderátor: těžká voda D_2O
- palivo: přírodní (neobohacený) nebo nepatrně obohacený uran
- nevýhoda: těžká voda je “drahá”
- dominantní PHWR: CANDU (Kanada)

Plynem chlazený reaktor (gas-cooled reactor - GCR), cca 3 % provozovaných reaktorů

- chladivo: plyn (např. oxid uhličitý nebo helium)
- moderátor: grafit
- palivo: přírodní uran

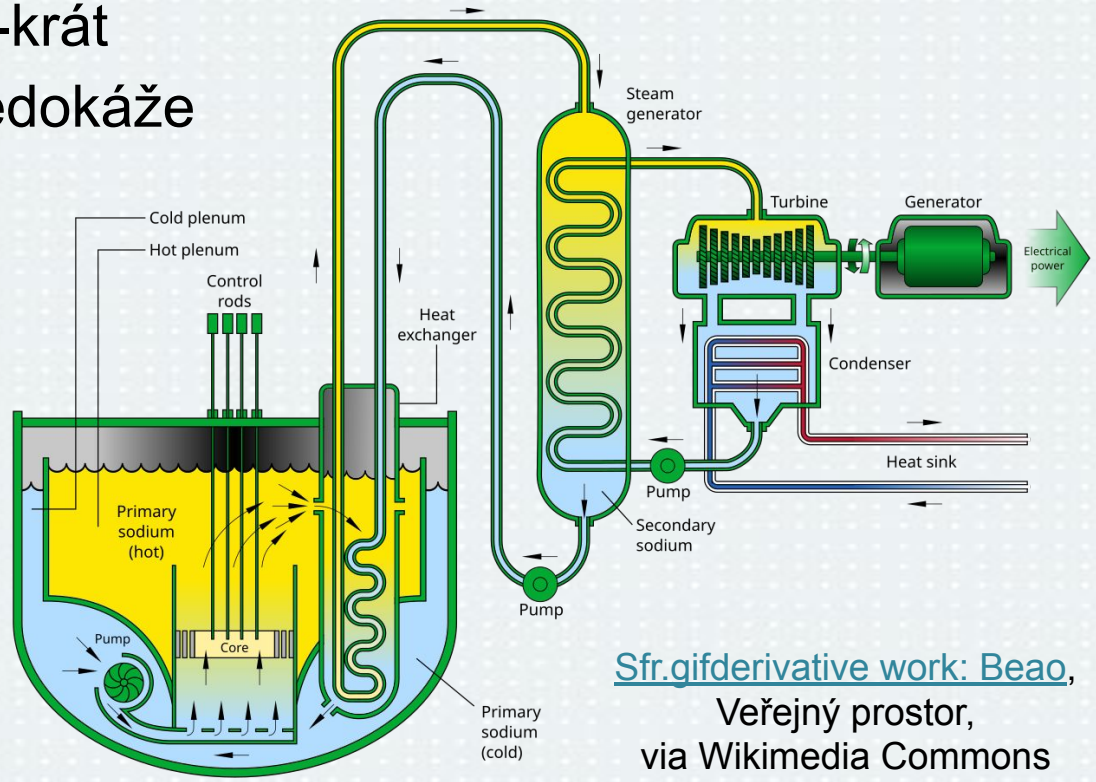
cc BY NC SA

Rychlé reaktory

Rychlý množivý reaktor (fast breeder reactor - FBR nebo také liquid metal fast-breeding reactor - LMFBR) - patří do tzv. 4. generace reaktorů

Na jednotku objemu produkuje rychlý reaktor 10-krát více tepla než pomalé reaktory. Voda ani plyn nedokáže takové množství tepla odvádět.

- chladivo: tekutý kov (např. sodík, olovo)
- moderátor: není
- palivo: plutonium ve směsi PuO_2 a UO_2
- množivý reaktor: vyprodukuje více nového plutoniového paliva než sám spotřebuje
- teplota sodíku na výstupu z reaktoru: cca 620 °C



Sfr.gifderivative work: Beao, Veřejný prostor, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Jaderná elektrárna vs. tepelná elektrárna

Moderní tepelné elektrárny

- při spalování paliv (zemní plyn, uhlí) se dosahuje vysokých teplot, které umožňují přípravu výrazně přehřáté páry
- dosahují vysoké termické účinnosti:
  55 % (superkritický cyklus) až 60 % (paroplynový cyklus)

Jaderné elektrárny

- teplota páry připravená s využitím jaderného reaktoru je ve srovnání s tepelnými elektrárnami výrazně nižší
- nejvyšší teplota je závislá na tlaku v aktivní zóně a je omezena kritickým stavem látky H_2O (22 MPa, 374 °C) - cyklus jaderné elektrárny je podkritický
- termická účinnost je výrazně nižší než u tepelných elektráren: 30 až 40 %

DOI: 10.1115/1.4029340

cc BY NC SA

Jaderná elektrárna s VVER-1000

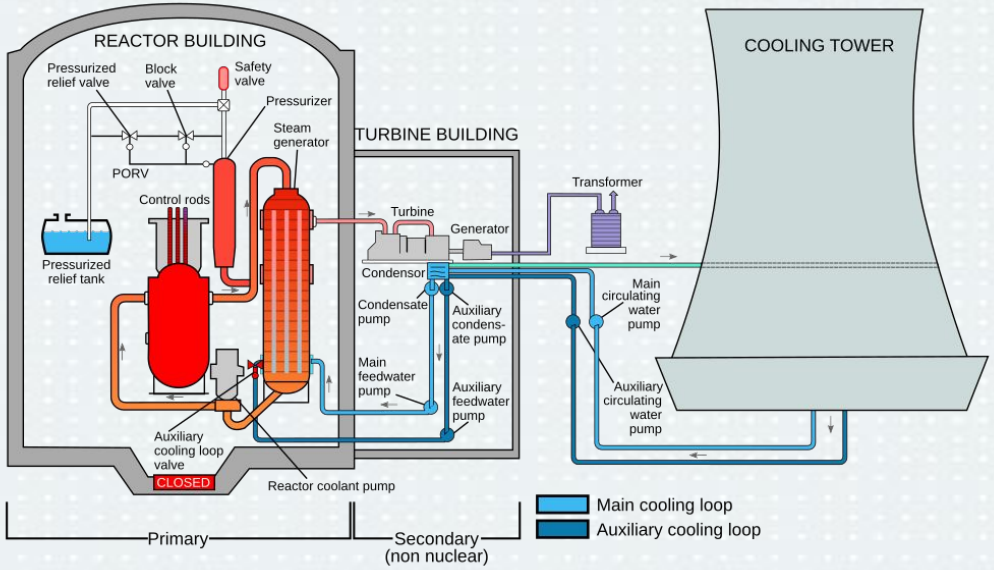
Parametry jaderného reaktoru VVER-1000/320 v JE Temelín:

Jaderný reaktor

- tlak: 15,7 MPa
- teplota: 290 až 320 °C

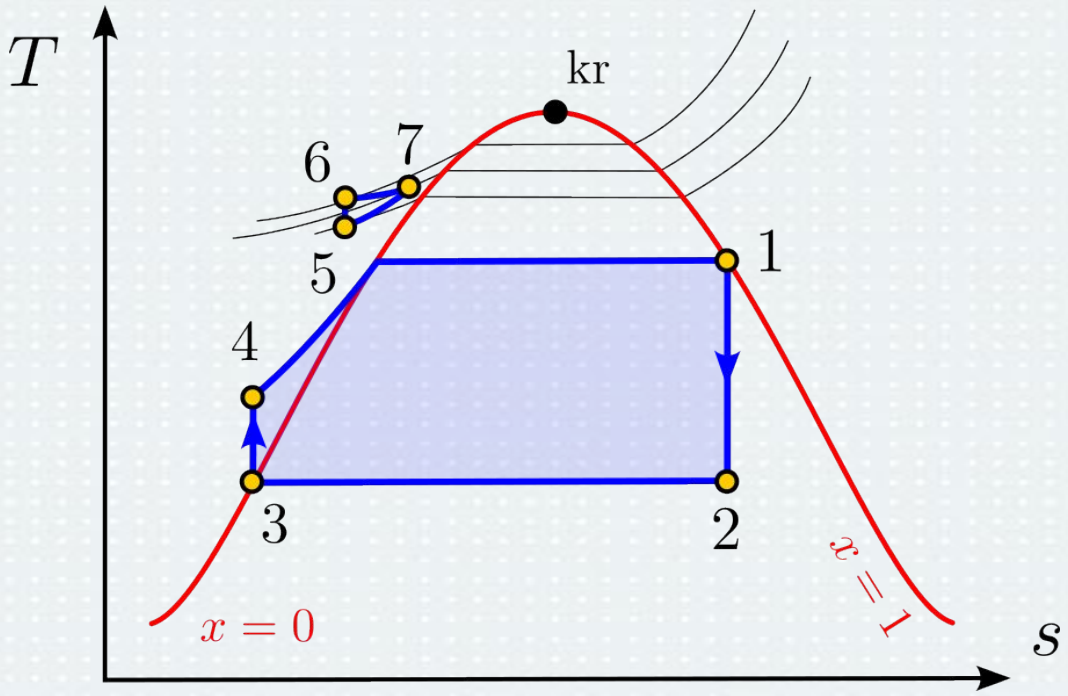
Parogenerátor

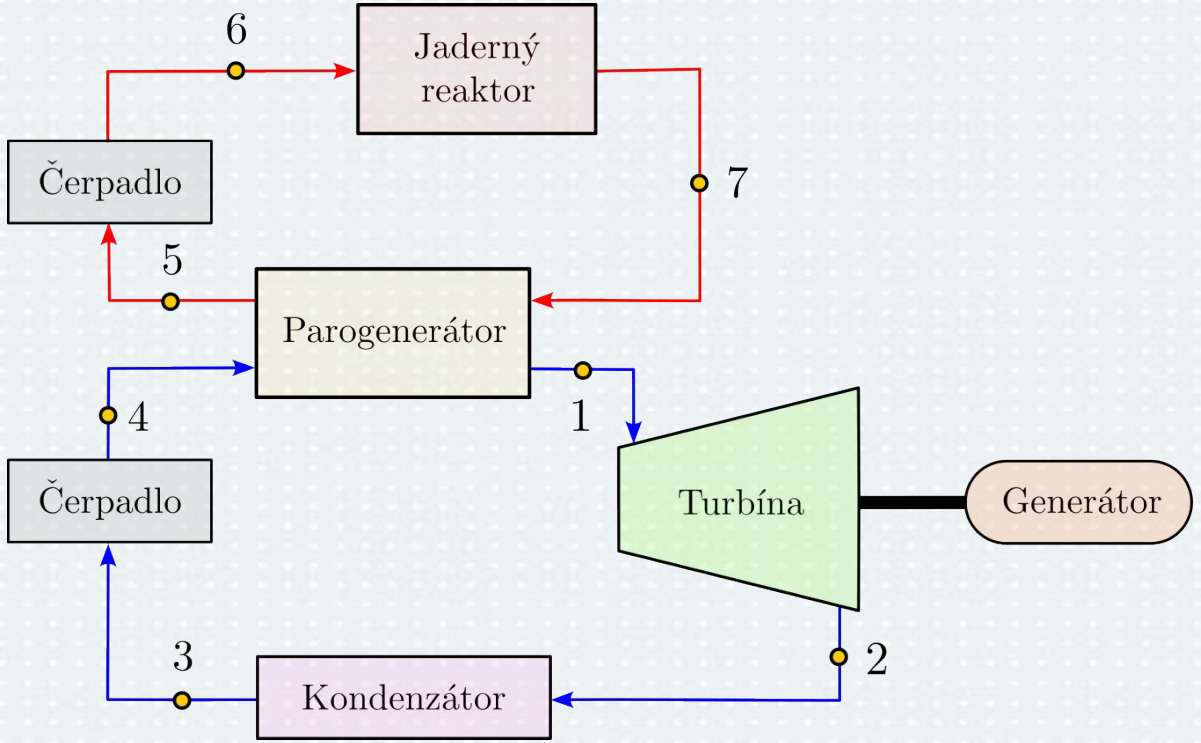
- tlak: 6,3 MPa
- teplota na primární straně: 290 až 320 °C
- teplota na sekundární straně: 220 až 280 °C
- objem primární a sekundární strany: 21 m^3 a 66 m^3
- množství vyrobené páry: 1470 m^3/h



Anynobody,
CC BY-SA 3.0,
via Wikimedia Commons

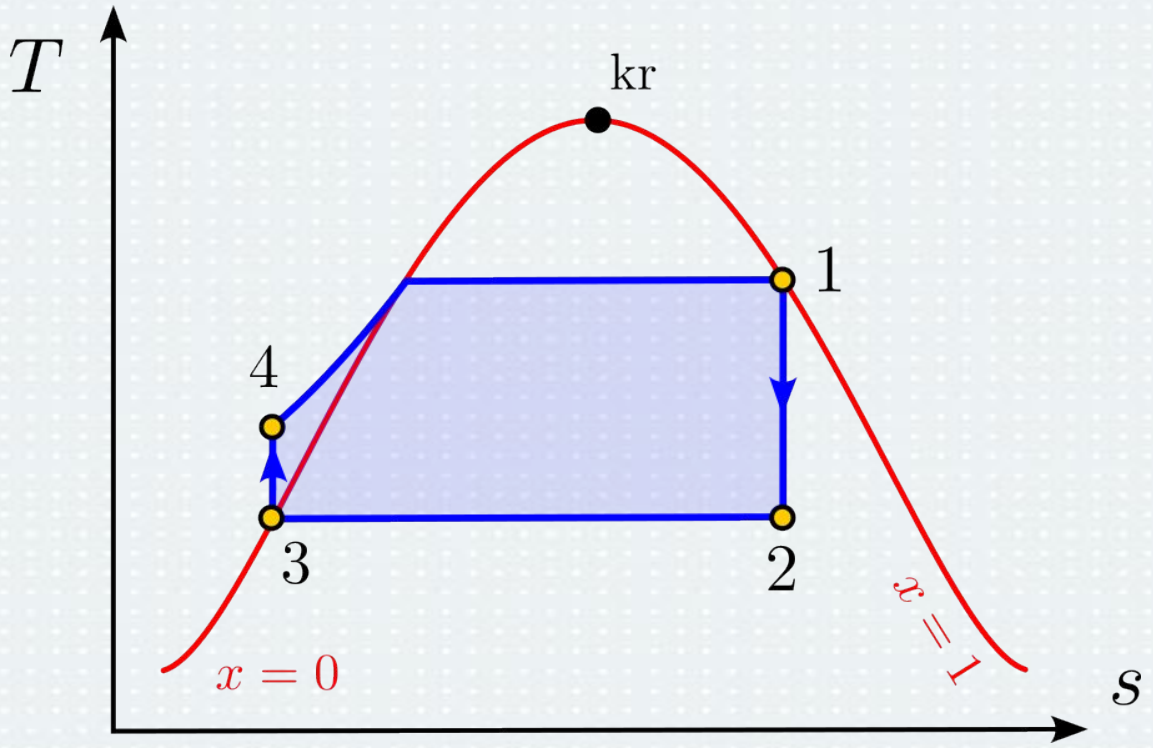
Jaderná elektrárna

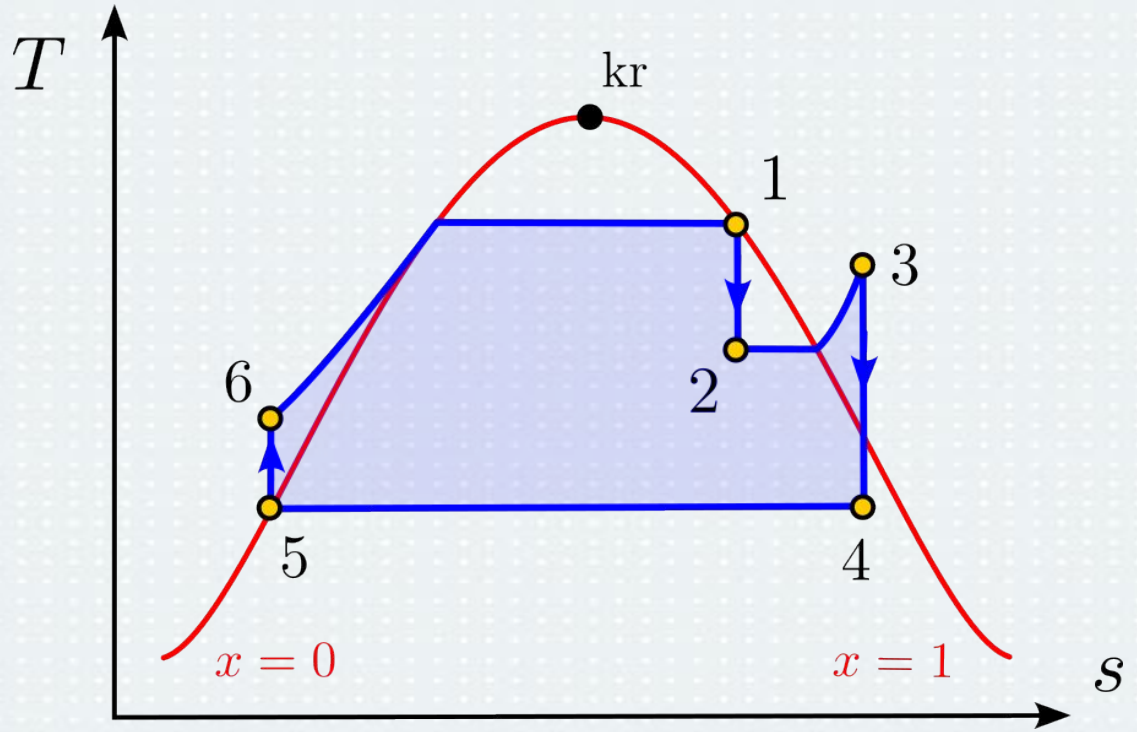




BY NC SA

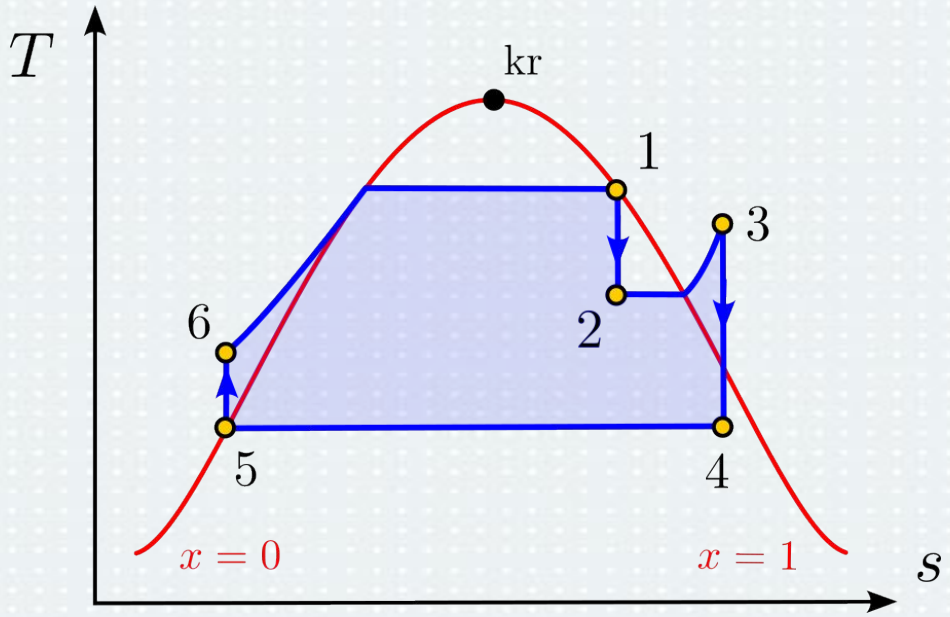
Jaderná elektrárna

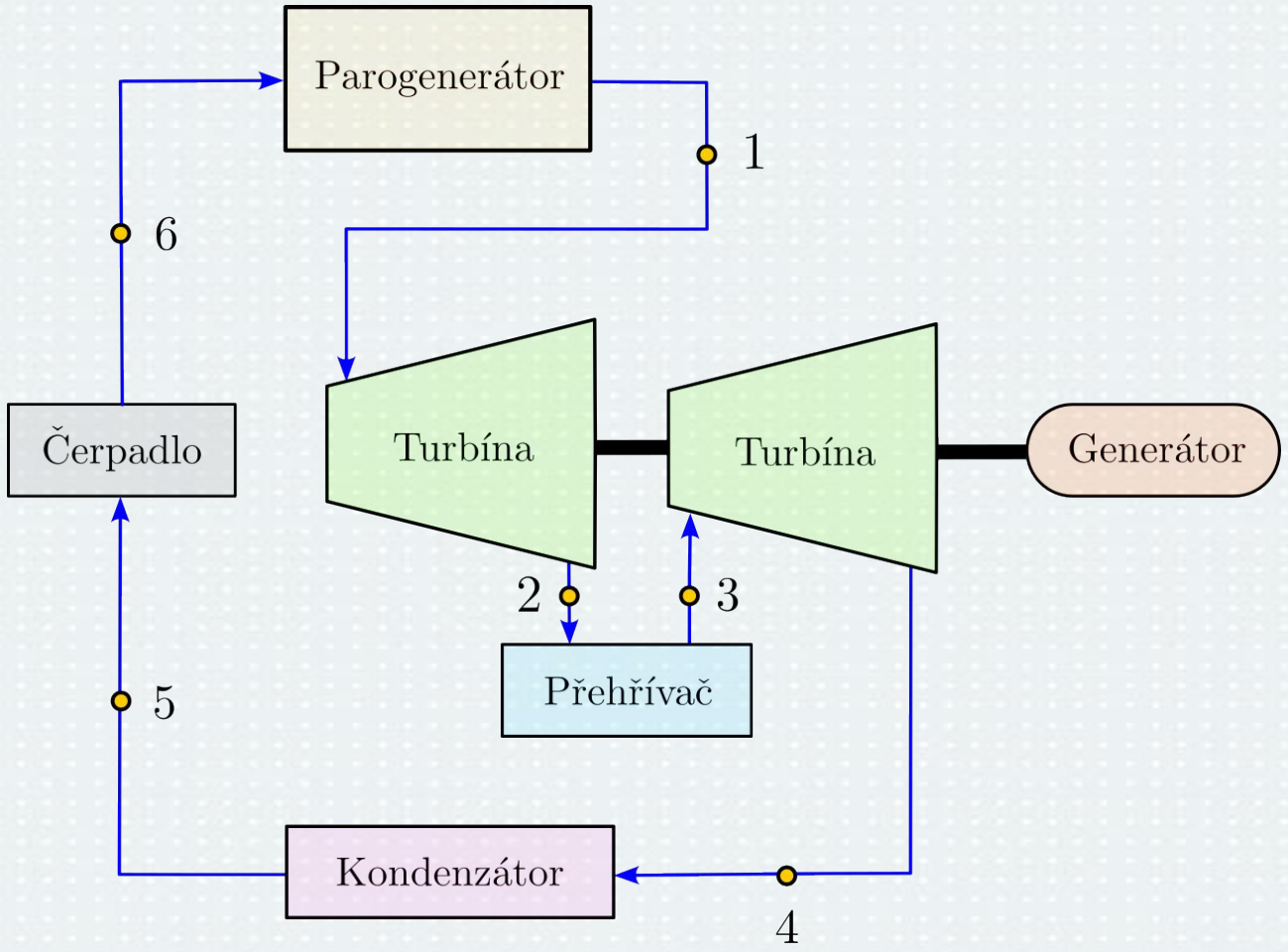




BY NC SA

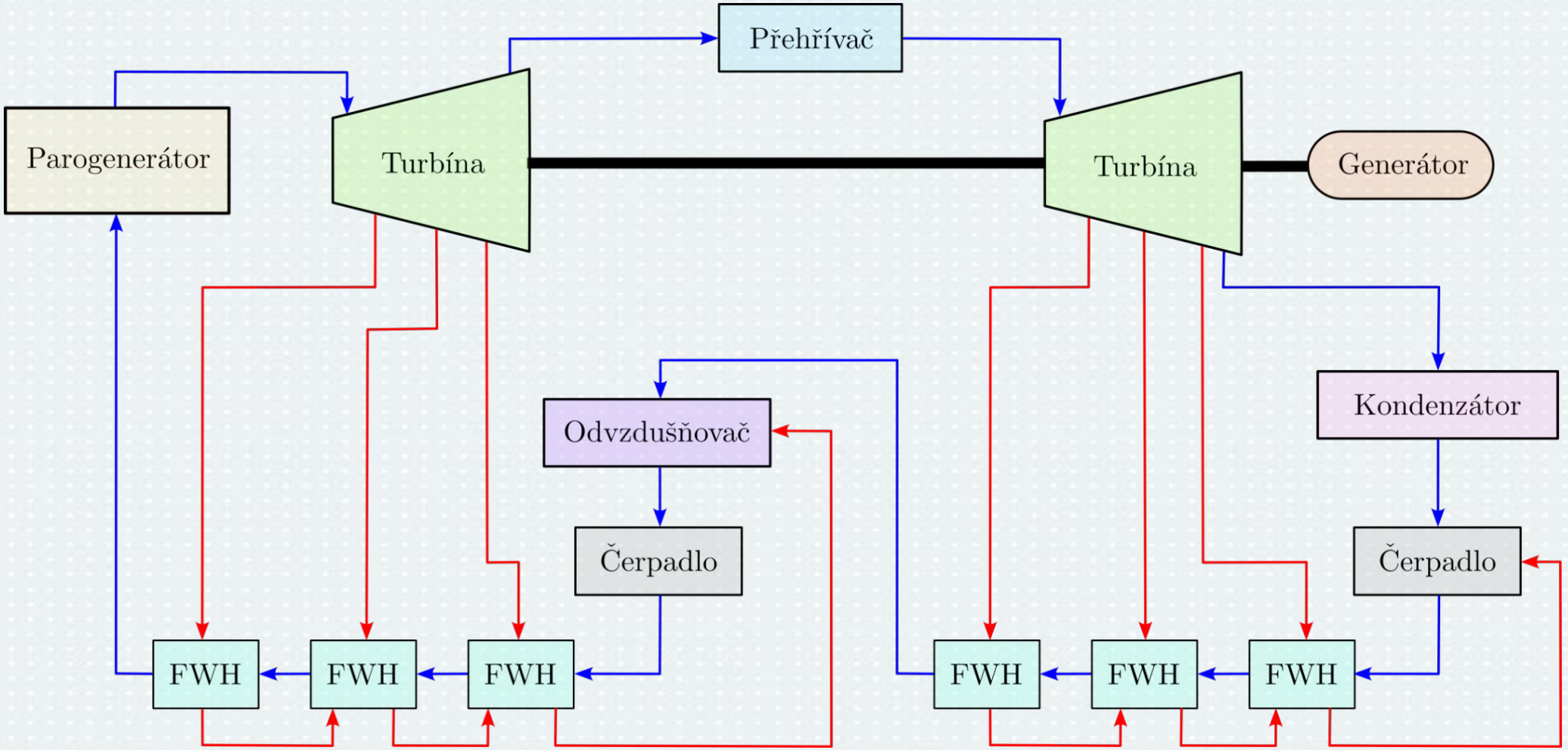
Jaderná elektrárna





BY NC SA

Jaderná elektrárna

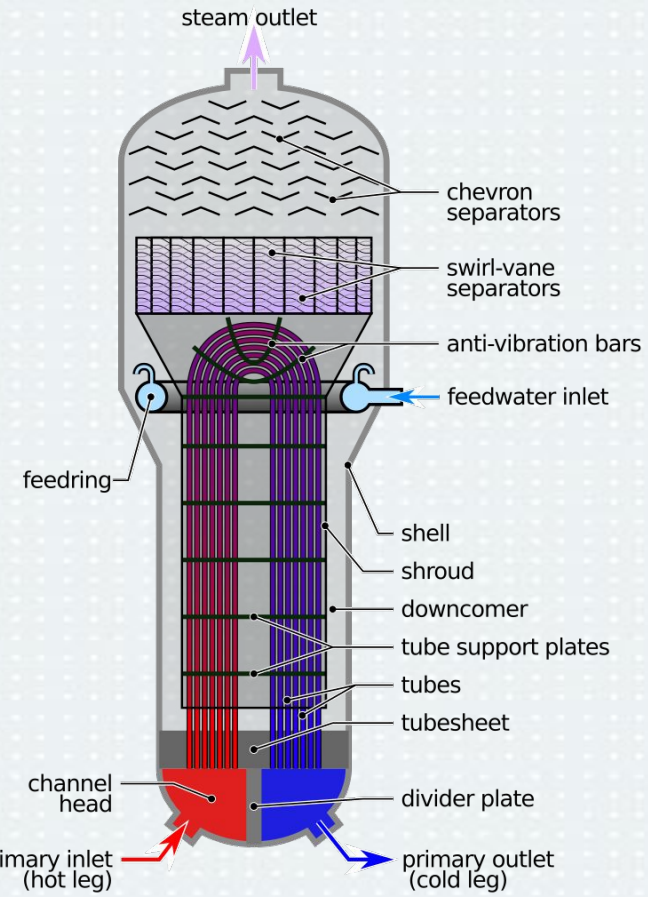


Inspirováno podle DOI: 10.1115/1.4029340

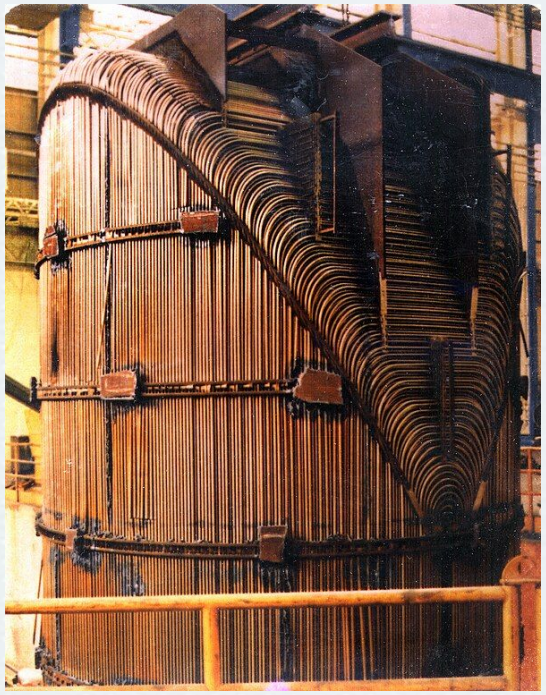
BY NC SA

Parogenerátor

Vertikální parogenerátor
(např. Westinghouse)

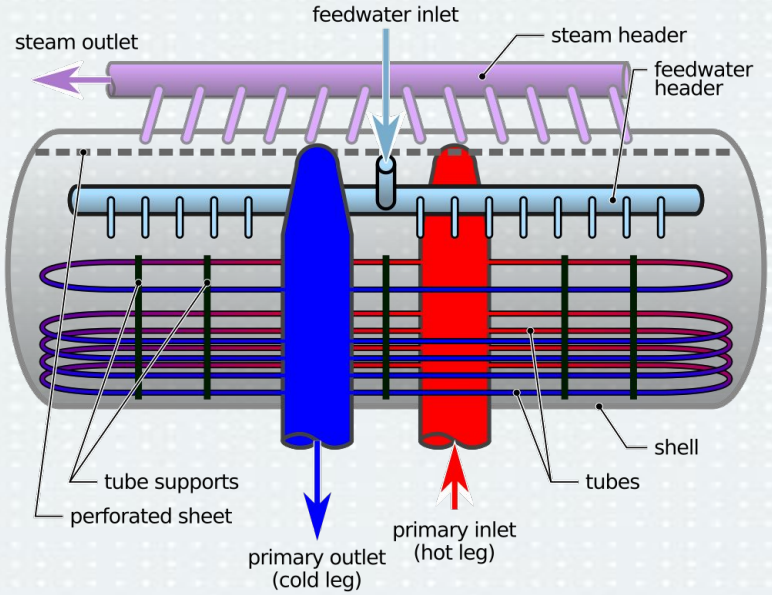


Mliu92, CC BY-SA 4.0,
via Wikimedia Commons



Nuclear Regulatory Commission,
Veřejný prostor, via Wikimedia Commons

Horizontální parogenerátor používaný
s jadernými reaktory VVER

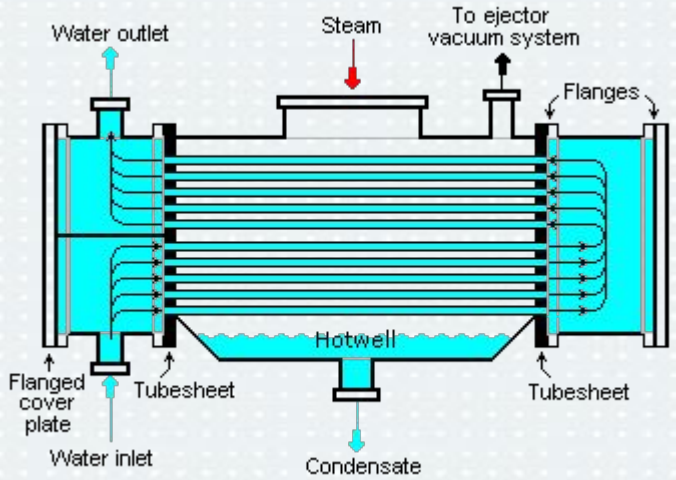


Mliu92, CC BY-SA 4.0,
via Wikimedia Commons

Kondenzátor

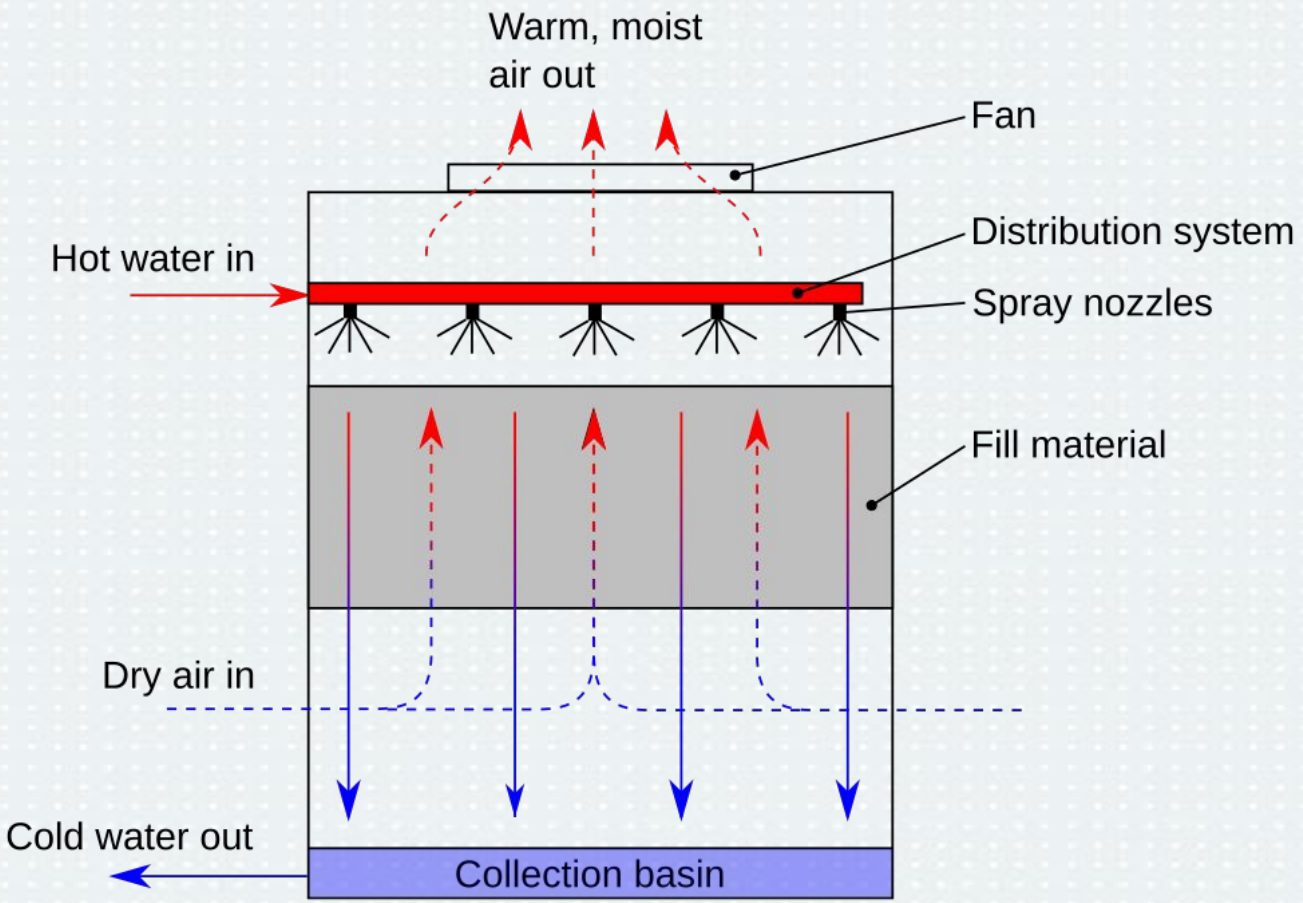


Emmelie Callewaert, CC BY-SA 4.0, via Wikimedia Commons



Mbeychok, Veřejný prostor, via Wikimedia Commons

Kondenzátor



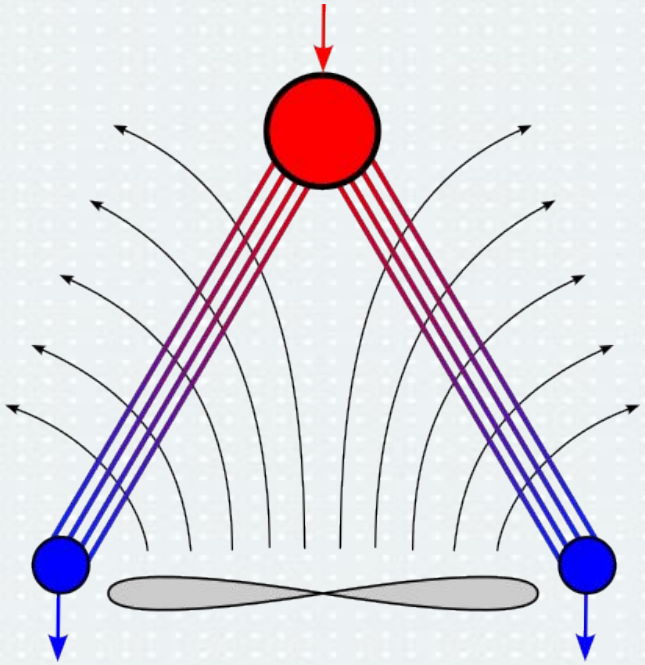
Edreher & Zerodamage, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons



Jan Beránek, CC BY-SA 4.0,
via Wikimedia Commons

Kondenzátor

Vzduchem chlazený kondenzátor (ACC) využívající suché chlazení





Thecyrgroup, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

BY NC SA

Použité zdroje

Milan PAVELEK: Termomechanika, CERM

Josef ŠTĚTINA: Oběhy parních zařízení, výuková prezentace pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Yunus A. ÇENGEL a Michael A. BOLES: Thermodynamics - An engineering approach, McGraw-Hill

Wikipedia, otevřená encyklopedie: Stabilní parní stroj, Lokomotiva 434.2, Parní lokomotiva, Lokomobila, Parník, Kolesový parník, Parní válec, Parní automobil, Parní stroj, Parostrojní elektrárna, Jaderný reaktor, Jaderný fúzní reaktor, Jaderná elektrárna Dukovany, VVER, Varný reaktor

CC BY NC SA

Použité zdroje

Virtuální prohlídka ČEZ - Paroplynová elektrárna Počerady, JE Temelín

ČEZ - Základní typy jaderných reaktorů

Svět energie - typy reaktorů

CC BY NC SA

Magisterský studijní program JADERNÁ ENERGETIKA vznikl za přispění



Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU



NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY



NPO_VUT_MSMT-16609_2022

CC BY NC SA


VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ
V BRNĚ

Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU

NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FAKULTA CHEMICKÁ

FAKULTA STAVEBNÍ

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Přednáška magisterského studijního programu JADERNÁ ENERGETIKA

TERMODYNAMIKA ENERGETICKÝCH ZAŘÍZENÍ A PŘENOS TEPLA

Proudění plynů a par

Fakulta strojního inženýrství

Autor: doc. Ing. Lubomír Klimeš, Ph.D.

Datum: 2024

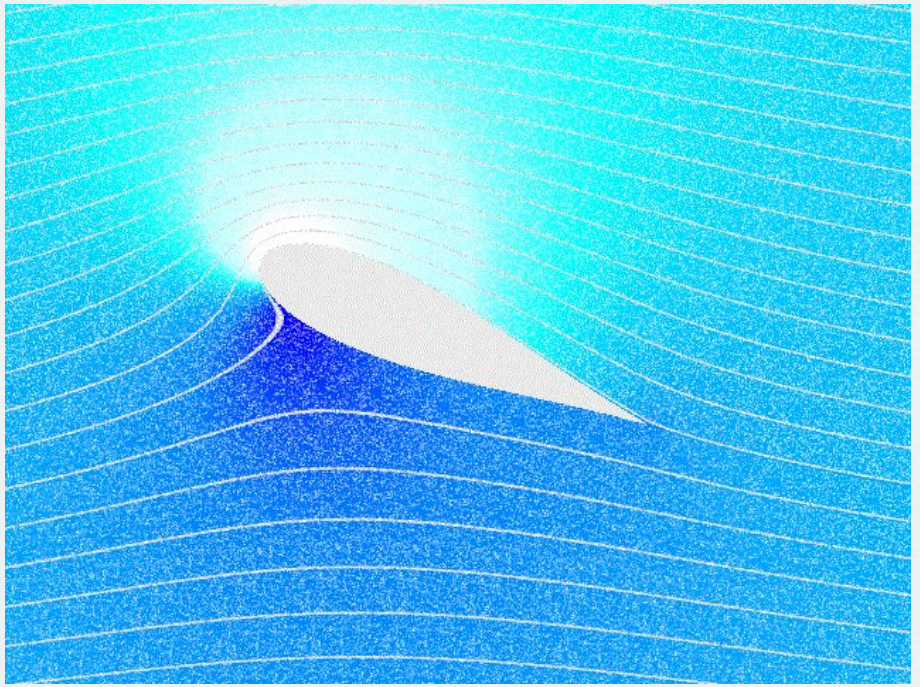
CC BY NC SA

Proudění plynů a par

PROUDĚNÍ TEKUTIN je zásadní v mnoha inženýrských aplikacích, např.

- lopatkové stroje (turbíny, kompresory, ventilátory, …)
- dopravní prostředky (aerodynamika vozidel, letadel, …)
- kosmické prostředky (raketové motory, …)
- vojenská technika (řízené střely, …)

Zásadním faktorem ovlivňujícím proudění je poměr rychlosti pohybu vůči rychlosti zvuku v daném prostředí, tj. Machovo číslo.



Thierry Dugnolle, CC0, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Proudění plynů a par

Pro řešení reálného proudění tekutin se nejčastěji využívá výpočtové mechaniky tekutin (computational fluid dynamics - CFD). Základní závislosti lze odvodit za předpokladu, že proudění je

- jednorozměrné
- ustálené
- adiabatické



PR, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Popis a řešení proudící tekutiny vychází ze tří zákonů zachování (conservation laws):

- zákon zachování hmotnosti = rovnice kontinuity
- zákon zachování hybnosti = pohybová rovnice
- zákon zachování energie = energetická rovnice

Zákon zachování hmotnosti

Rovnice kontinuity

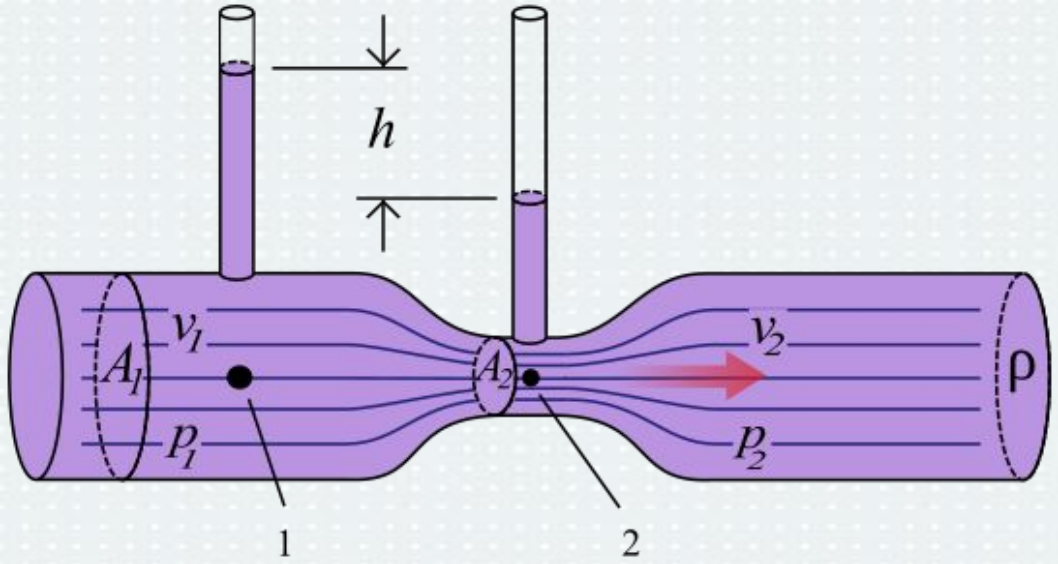
- pro stlačitelné tekutiny

$$\dot{m} = \frac{Sw}{v} = Sw\rho = \text{konst}$$

- pro nestlačitelné tekutiny

$$\dot{V} = Sw = \text{konst}$$

Rychlost *w* je střední rychlost v daném průřezu.



HappyApple,
veřejný prostor,
via Wikimedia Commons

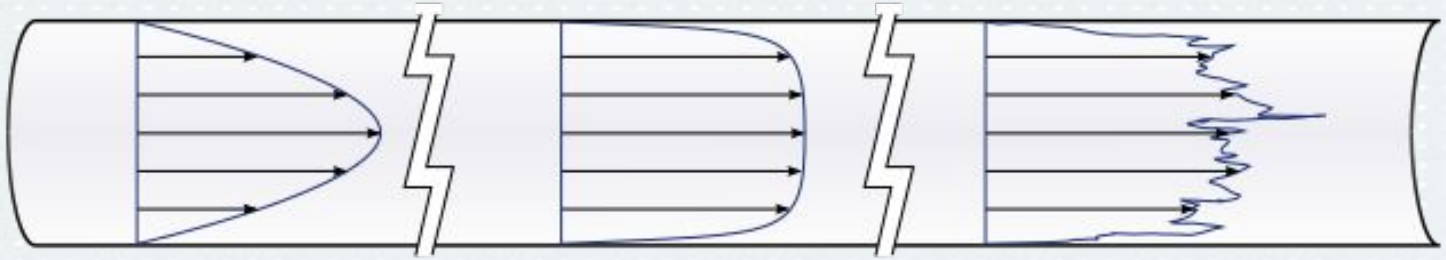
cc BY NC SA

Zákon zachování hmotnosti

Střední rychlost a charakter proudění

Podle charakteru proudění lze rozlišit

- laminární proudění
- turbulentní proudění
- přechod mezi laminárním a turbulentním prouděním



Olivier Cleynen, CC0, via Wikimedia Commons



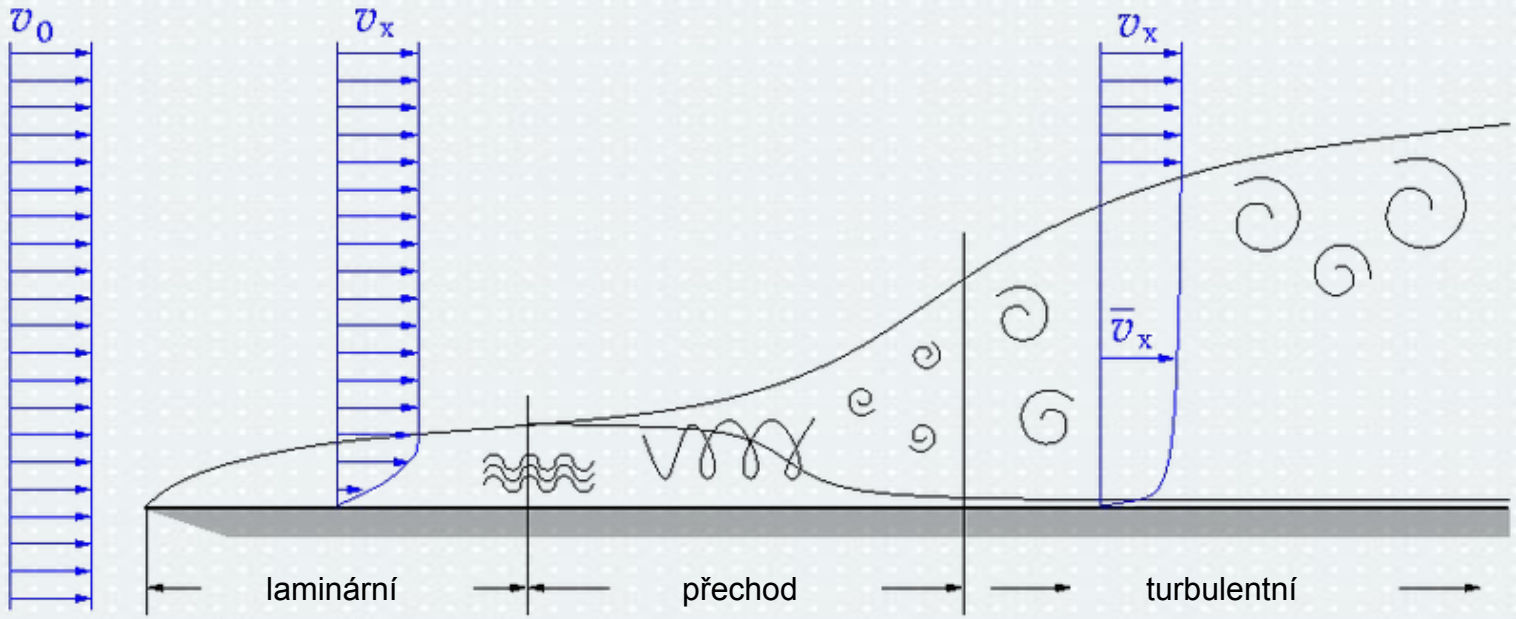
Gary Settles,
CC BY-SA 3.0,
via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

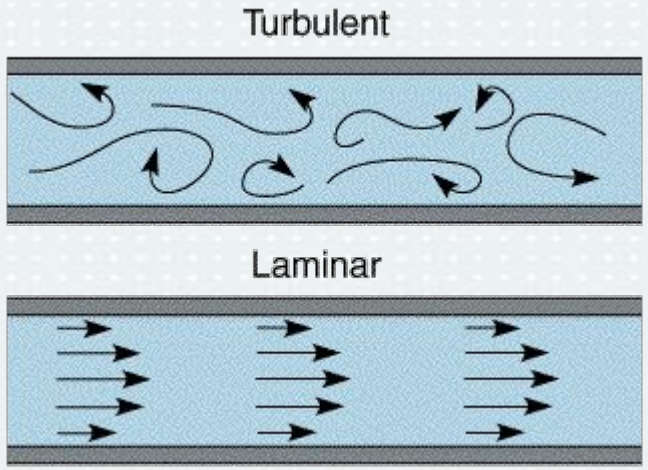
Zákon zachování hmotnosti

Střední rychlost a charakter proudění

Reynoldsovo číslo $\mathrm{Re} = \frac{wL}{\nu}$

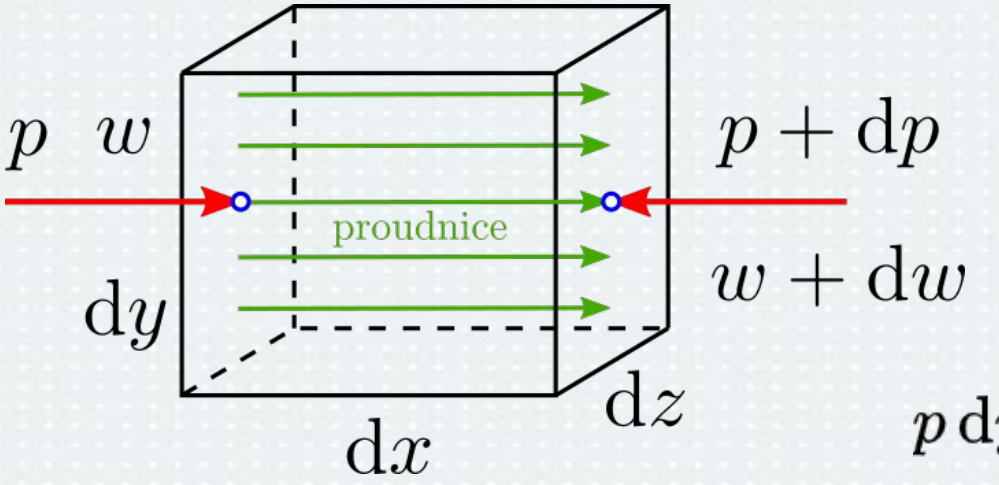


Alva2004, CC BY-SA 4.0, via Wikimedia Commons, upraveno



Lucho w2ed,
CC BY-SA 3.0,
via Wikimedia Commons

Zákon zachování hybnosti



Silové působení
na element proudící tekutiny

$$F = p_1 S_1 - p_2 S_2 = ma = \dot{m}(w_2 - w_1)$$

$$p\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z - (p + \mathrm{d}p)\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z = (\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z)w\rho\,[(w + \mathrm{d}w) - w]$$

$$-\mathrm{d}p = w\rho\,\mathrm{d}w$$

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\rho} = -v\,\mathrm{d}p = w\,\mathrm{d}w = \mathrm{d}\frac{w^2}{2}$$

Bernoulliho rovnice pro stlačitelné
i nestlačitelné tekutiny:

$$v\,\mathrm{d}p + \mathrm{d}\frac{w^2}{2} = \frac{\mathrm{d}p}{\rho} + w\,\mathrm{d}w = 0$$

$$\boxed{-v\,\mathrm{d}p = \mathrm{d}\frac{w^2}{2}} \qquad \boxed{\mathrm{d}\frac{w^2}{2} + v\,\mathrm{d}p = 0}$$

Pohybová rovnice pro 1D stacionární proudění

cc BY NC SA

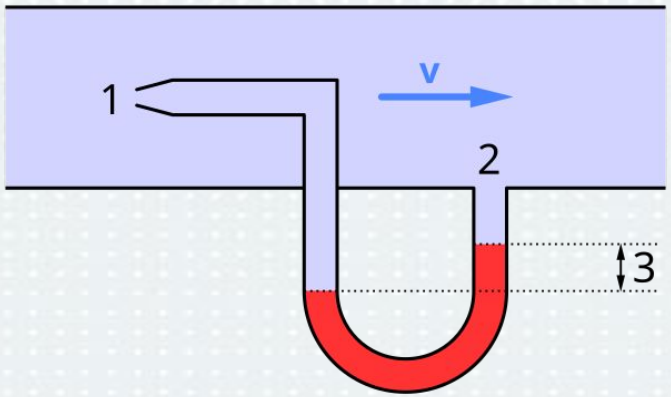
Zákon zachování hybnosti

Dynamické rychlostní sondy - Prandtlova a Pitotova trubice

$$p + \varrho\frac{w^2}{2} = p_\mathrm{s} + p_\mathrm{d} = p_\mathrm{c} = \mathrm{konst}$$

$$w = \sqrt{\frac{2p_\mathrm{d}}{\varrho}} = \sqrt{\frac{2(p_\mathrm{c} - p_\mathrm{s})}{\varrho}}$$

$$F = \frac{1}{2} C_\mathrm{d} \varrho \frac{w^2}{2}$$



MikeRun,
CC BY-SA 4.0,
via Wikimedia Commons



Nguyen Xuan Quynh BKA,
CC BY-SA 4.0,
via Wikimedia Commons



Artes Max,
CC BY-SA 2.0, via
Wikimedia Commons

BY NC SA

Zákon zachování energie

Využití **prvního termodynamického zákona pro otevřenou soustavu**

$$\dot{Q} - \dot{A} = \dot{m}\left(\frac{1}{2}w_{\text{out}}^2 - \frac{1}{2}w_{\text{in}}^2 + gz_{\text{out}} - gz_{\text{in}} + h_{\text{out}} - h_{\text{in}}\right)$$

Které členy jsou nulové nebo velmi malé vzhledem k ostatním členům?

$$\frac{1}{2}w_{\text{out}}^2 + h_{\text{out}} = \frac{1}{2}w_{\text{in}}^2 + h_{\text{in}}$$

$$\frac{1}{2}w^2 + h = \text{konst}$$

Při řešení proudění je často úkolem stanovit rychlost a hmotnostní tok tekutiny.

Rychlost: aplikace zákona zachování energie mezi dvěma libovolnými body podél proudění. Hmotnostní tok: aplikace zákona zachování hmotnosti v libovolném bodě.

CC BY NC SA

Klidové parametry

Klidový (stagnační) stav tekutiny je stav, při kterém je místní rychlost tekutiny nulová. Klidové parametry proudu jsou tedy parametry (adiabaticky) zastavené tekutiny.

Odvození klidových parametrů vychází ze zákonů zachování a dalších vztahů aplikovaných na stagnační a obecný ($w \neq 0$) stav tekutiny.

Klidová entalpie (energetická rovnice)

$$h_0 = h + \frac{w^2}{2}$$

Klidová teplota ideálního plynu (stavová rovnice)

$$T_0 = T + \frac{w^2}{2c_p}$$

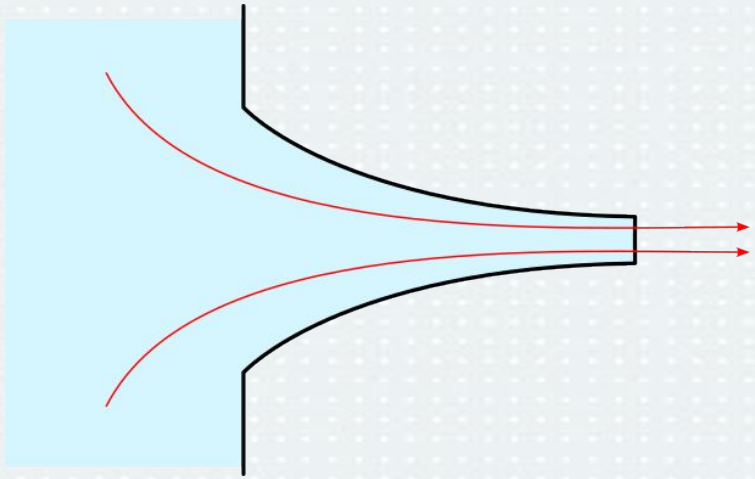
Závislost mezi klidovým tlakem, měrným objemem a hustotou

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \qquad \frac{p}{p_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\kappa} \qquad \rho_0 = \frac{1}{v_0}$$

CC BY NC SA

Konvergentní dýza

Konvergentní (zužující se) dýza = tryska = prvek se **zmenšujícím se průtočným průřezem** ve směru proudění.



Jaká bude rychlost a hmotnostní tok plynu v ústí?

$$\frac{1}{2}w^2 + h = \text{konst}$$

Pro děj mezi klidovým stavem a ústím trysky:

$$\frac{1}{2}w_0^2 + h_0 = \frac{1}{2}w^2 + h$$

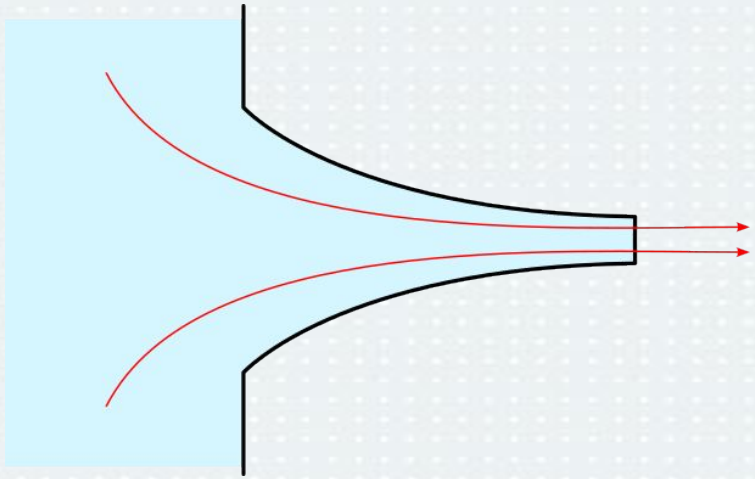
$$w = \sqrt{2(h_0 - h)}$$ **platí obecně**

cc BY NC SA

Konvergentní dýza

Konvergentní (zužující se) dýza = tryska = prvek se **zmenšujícím se průtočným průřezem** ve směru proudění.

Jaká bude rychlost a hmotnostní tok plynu v ústí?



Pro ideální plyn:

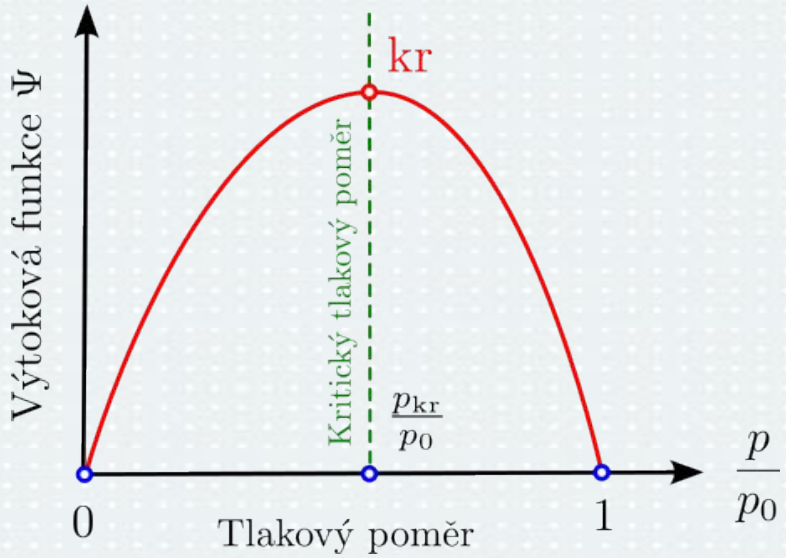
$$w = \sqrt{2(h_0 - h)} = \sqrt{2a_t} = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

$$\dot{m} = \frac{S}{v}\sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

cc BY NC SA

Konvergentní dýza

Konvergentní (zužující se) dýza = tryska = prvek se **zmenšujícím se průtočným průřezem** ve směru proudění.



$$\Psi = f\left(\kappa,\ \beta\right)$$

Hmotnostní tok

$$\dot{m} = \frac{S}{v}\sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_0 v_0\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]} = \Psi S\sqrt{2\frac{p_0}{v_0}}$$

Výtoková funkce Ψ

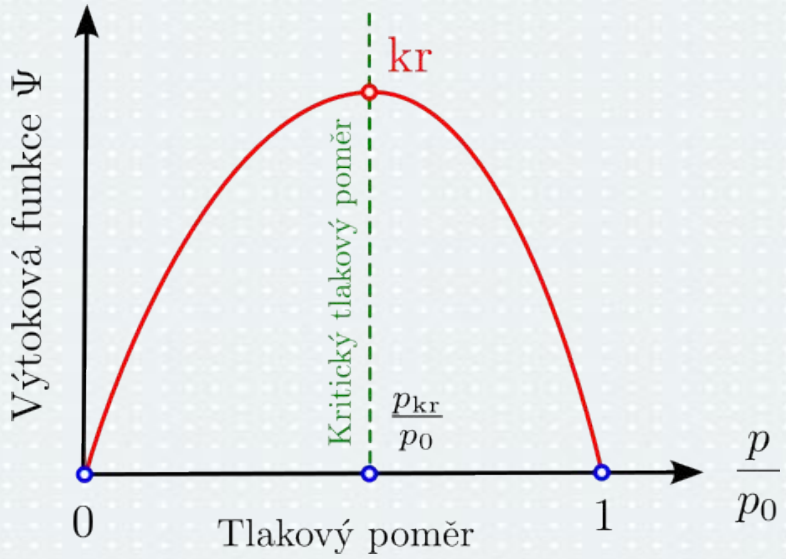
$$\Psi = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}}\sqrt{\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{\kappa}}-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}}\sqrt{\beta^{\frac{2}{\kappa}}-\beta^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}$$

Tlakový poměr $\beta = \frac{p}{p_0}$

BY NC SA

Konvergentní dýza

Kritický stav - dosažení kritické rychlosti w_{kr}, která je rovna místní rychlosti zvuku a.



$$\Psi = f\left(\kappa,\ \beta\right)$$

Výtoková funkce Ψ

$$\Psi = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}}\sqrt{\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}} = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1}}\sqrt{\beta^{\frac{2}{\kappa}} - \beta^{\frac{\kappa+1}{\kappa}}}$$

Kritický tlakový poměr $\beta_{\mathrm{kr}} = \frac{p_{\mathrm{kr}}}{p_0}$ odpovídá extrému výtokové funkce a je tedy řešením rovnice

$$\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}\beta} = 0$$

$$\beta_{\mathrm{kr}} = \frac{p_{\mathrm{kr}}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

cc BY NC SA

Kritické poměry a rychlost zvuku

Kritický stav - dosažení kritické rychlosti w_{kr}, která je rovna místní rychlosti zvuku a.

Rychlost zvuku a Machovo číslo nejsou konstanty, musí se vždy stanovit pro konkrétní stav.

Podle hodnoty Machova čísla rozlišujeme proudění

- **subsonické**: Ma < 1
- **transonické**: Ma = 1
- **supersonické**: 1 < Ma < 5
- **hypersonické**: Ma > 5

Rychlost zvuku

$$a = \sqrt{\kappa p v} = \sqrt{\kappa r T}$$

Kritická rychlost

$$w_{kr} = a = \sqrt{\kappa p_{kr} v_{kr}} = \sqrt{\kappa r T_{kr}}$$

Machovo číslo

$$\mathrm{Ma} = \frac{w}{a}$$

$$\mathrm{Ma} = \frac{\text{rychlost objektu}}{\text{rychlost zvuku}}$$

CC BY NC SA

Kritické poměry a rychlost zvuku

Rychlost zvuku **závisí** na médiu a jeho stavu:

	Teplota prostředí		
	200 K	300 K	1000 K
Oxid uhličitý	220 m/s	270 m/s	493 m/s
Vzduch	284 m/s	347 m/s	634 m/s
Helium	832 m/s	1019 m/s	1861 m/s



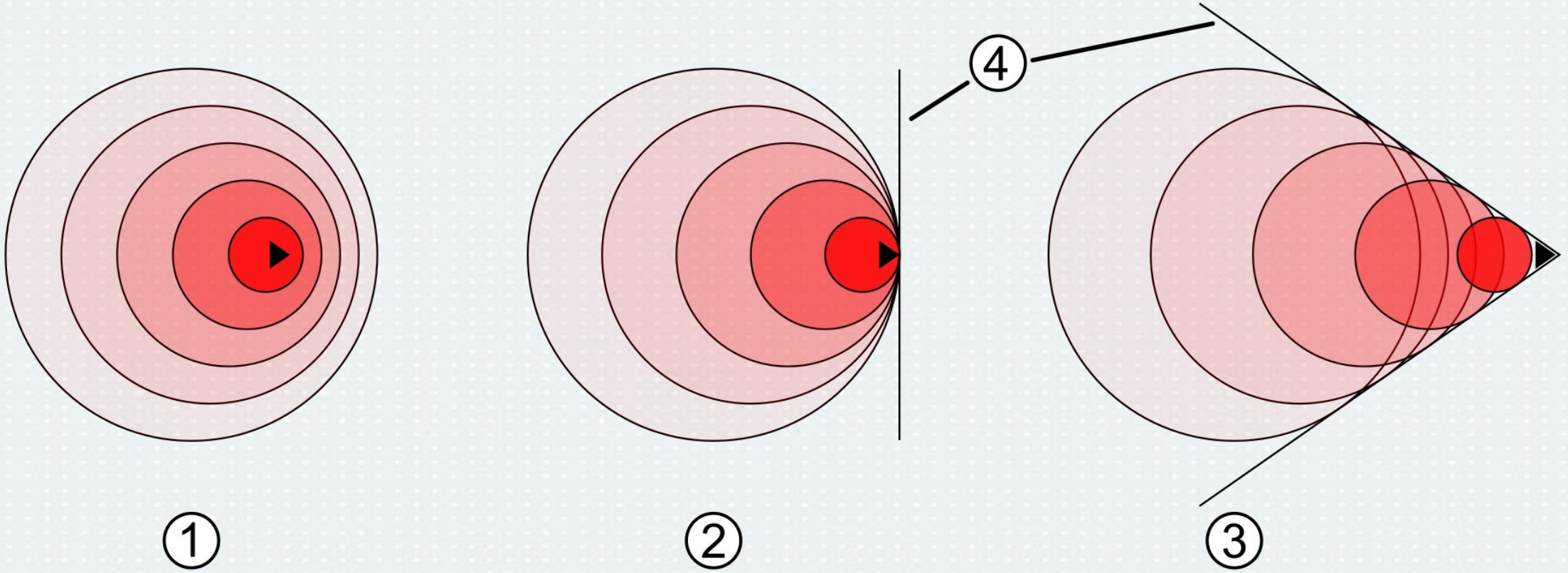
w = 320 m/s a T = 300 K: Ma = **0,92**

w = 320 m/s a T = 200 K: Ma = **1,13**

U.S. Air Force photo by Master Sgt. Donald R. Allen, veřejný prostor, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

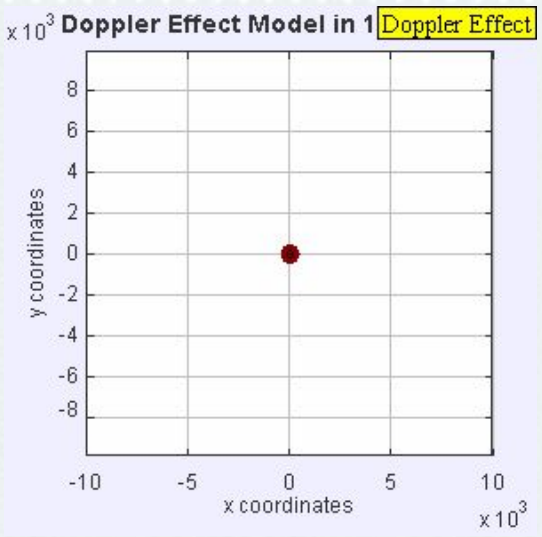
Rázová vlna a sonický třesk



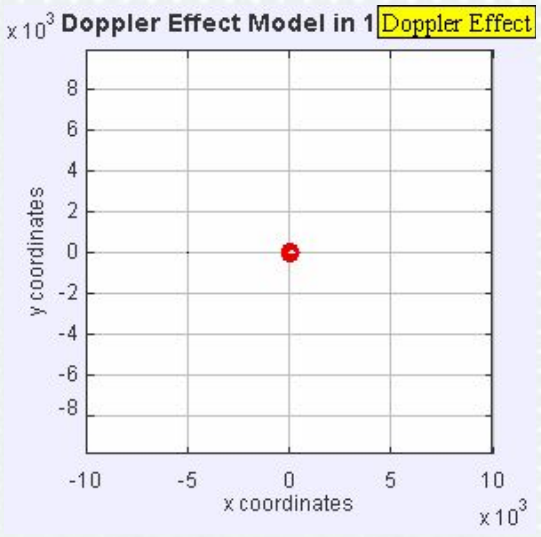
Pbroks13, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Rázová vlna a sonický třesk

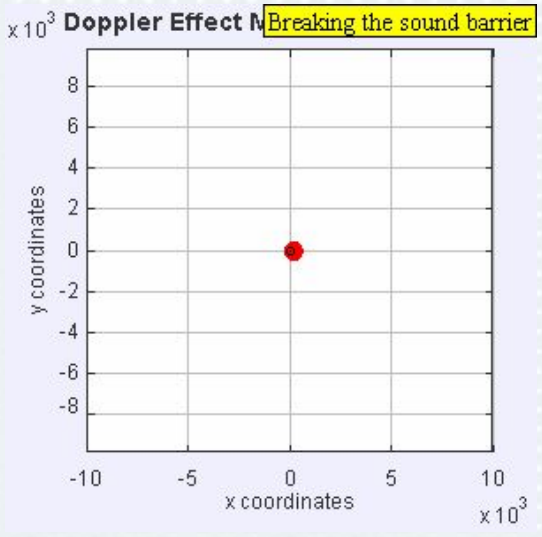
Ma = 0



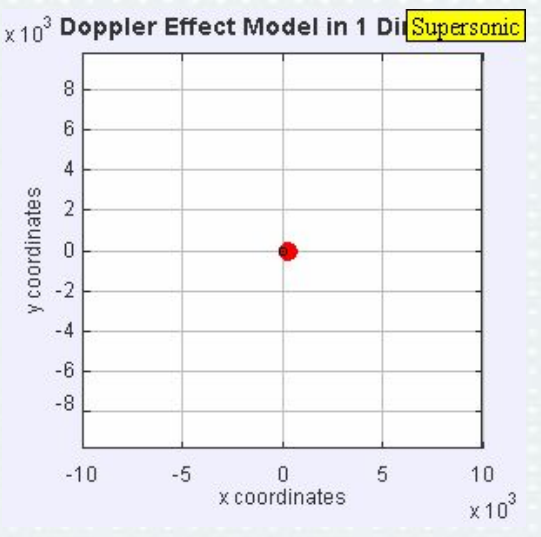
Ma = 0,7



Ma = 1

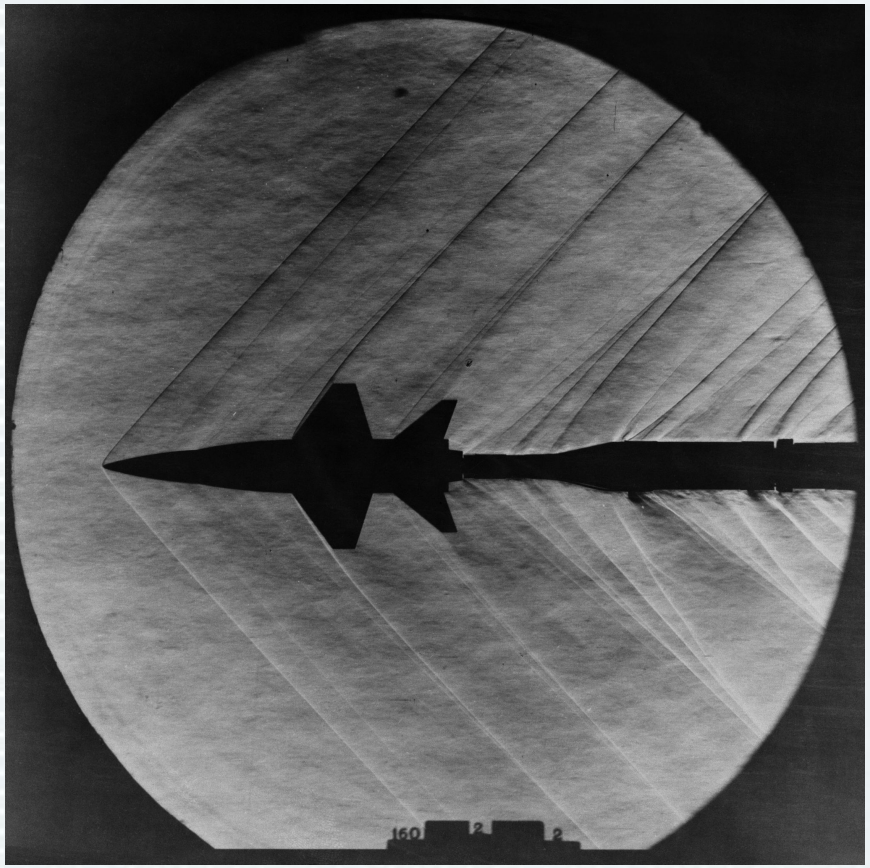


Ma = 1,4



Lookang & Fu-Kwun Hwang & Francisco Esquembre, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons
Lookang & Fu-Kwun Hwang & Francisco Esquembre, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons
Lookang & Fu-Kwun Hwang & Francisco Esquembre, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons
Lookang & Fu-Kwun Hwang & Francisco Esquembre, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

Rázová vlna a sonický třesk



NASA, veřejný prostor, via Wikimedia Commons



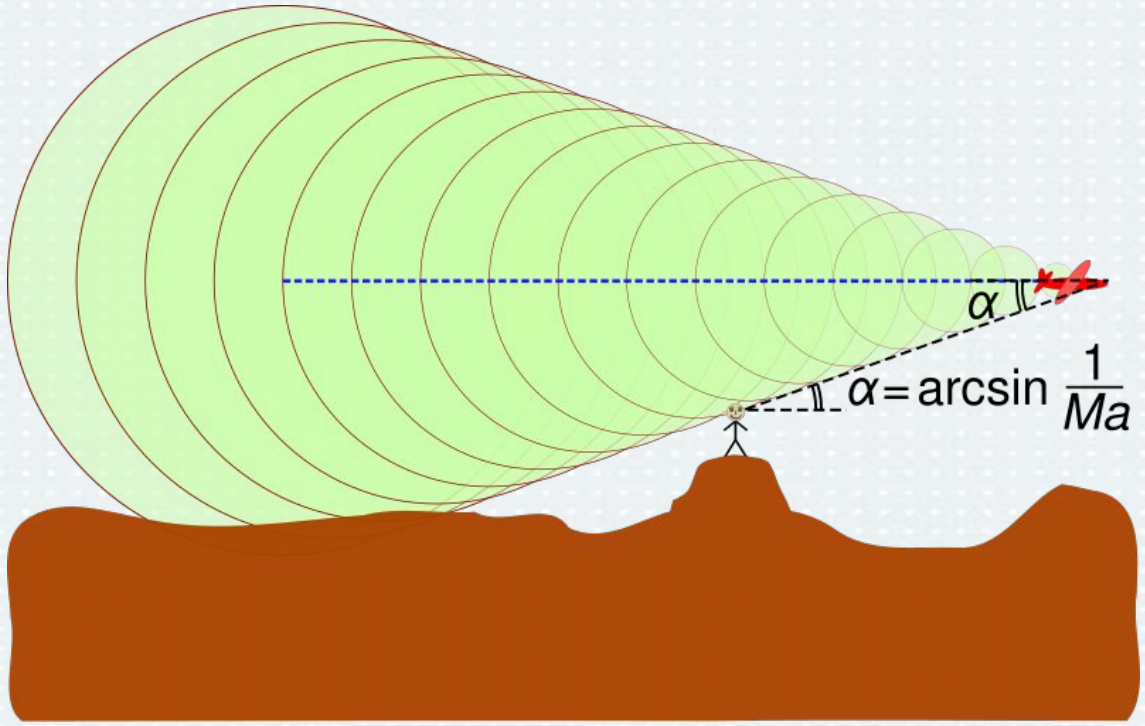
U.S. Navy photo by Mass Communication Specialist 3rd Class Jarod Hodge, veřejný prostor, via Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Rázová vlna a sonický třesk



PH2 Mark A. Ebert,
veřejný prostor, via Wikimedia Commons



I. Melamed katz, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

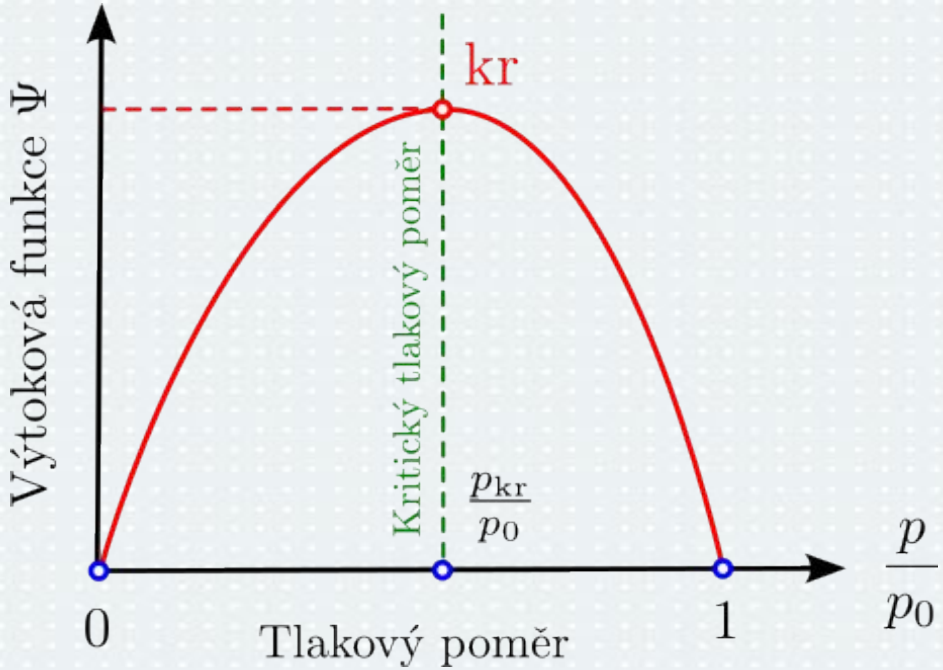
CC BY NC SA

Konvergentní dýza

Schopnost konvergentní dýzy využít tlakový spád

$$\beta = \frac{p}{p_0}$$

$$\beta_{\mathrm{kr}} = \frac{p_{\mathrm{kr}}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

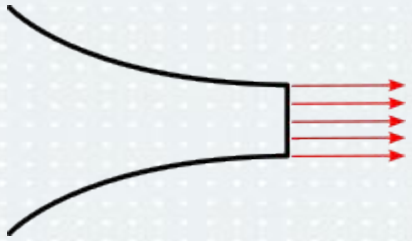


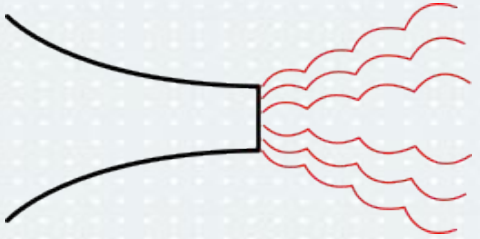
Případ 1: $\beta = 1 > \beta_{\mathrm{kr}}$ $w = 0$

Případ 2: $1 > \beta > \beta_{\mathrm{kr}}$ $w_{\mathrm{kr}} > w > 0$

Případ 3: $\beta = \beta_{\mathrm{kr}}$ $w = w_{\mathrm{kr}}$

Případ 4: $\beta < \beta_{\mathrm{kr}}$ $w = w_{\mathrm{kr}}$





Podkritické, kritické a nadkritické proudění

cc BY NC SA

Konvergentní dýza

Výpočtové řešení konvergentní dýzy, kterou proudí ideální plyn

1. Identifikace režimu proudění

$$\beta = \frac{p}{p_0}$$

$$\beta_{\mathrm{kr}} = \frac{p_{\mathrm{kr}}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

2. Výpočet rychlosti plynu v ústí dýzy

$$w = \sqrt{2(h_0 - h)} = \sqrt{2a_t} = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

3. Výpočet měrného objemu v ústí dýzy $pv^{\kappa} = \mathrm{konst}$

4. Výpočet hmotnostního toku dýzou $\dot{m} = \frac{Sw}{v}$

BY NC SA

Konvergentní dýza

Výpočtové řešení konvergentní dýzy, kterou proudí ideální plyn: **PŘÍPAD 2 (podkritické)**

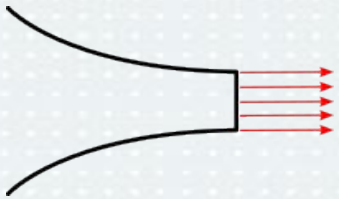
1. Identifikace režimu proudění

$$\beta = \frac{p}{p_0} > \beta_{kr} = \frac{p_{kr}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

2. Výpočet rychlosti plynu v ústí dýzy

$$w = \sqrt{2(h_0 - h)} = \sqrt{2a_t} = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

$$p = p_{okolí}$$



3. Výpočet měrného objemu v ústí dýzy

$$pv^\kappa = \text{konst}$$

$$p_0 v_0^\kappa = p v^\kappa \quad \rightarrow \quad v$$

4. Výpočet hmotnostního toku dýzou

$$\dot{m} = \frac{Sw}{v}$$

cc BY NC SA

Konvergentní dýza

Výpočtové řešení konvergentní dýzy, kterou proudí ideální plyn: **PŘÍPAD 3 (kritické)**

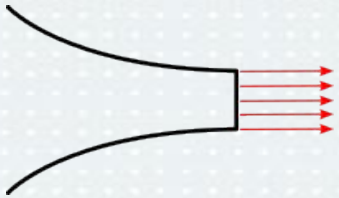
1. Identifikace režimu proudění

$$\beta = \frac{p}{p_0} = \beta_{\mathrm{kr}} = \frac{p_{\mathrm{kr}}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

2. Výpočet rychlosti plynu v ústí dýzy

$$w_{\mathrm{kr}} = \sqrt{2(h_0 - h_{\mathrm{kr}})} = \sqrt{2a_t} = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p_{\mathrm{kr}}}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

$$p = p_{\mathrm{kr}}$$



3. Výpočet měrného objemu v ústí dýzy

$$pv^{\kappa} = \mathrm{konst}$$

$$p_0 v_0^{\kappa} = p_{\mathrm{kr}} v_{\mathrm{kr}}^{\kappa} \quad \rightarrow \quad v_{\mathrm{kr}}$$

4. Výpočet hmotnostního toku dýzou

$$\dot{m}_{\mathrm{kr}} = \frac{S w_{\mathrm{kr}}}{v_{\mathrm{kr}}}$$

CC BY NC SA

Konvergentní dýza

Výpočtové řešení konvergentní dýzy, kterou proudí ideální plyn: **PŘÍPAD 4 (kritické)**

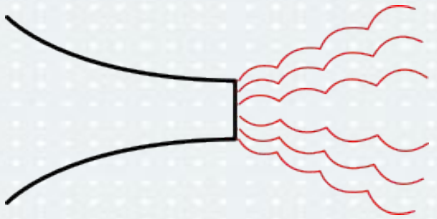
1. Identifikace režimu proudění

$$\beta = \frac{p}{p_0} < \beta_{kr} = \frac{p_{kr}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

2. Výpočet rychlosti plynu v ústí dýzy

$$w_{kr} = \sqrt{2(h_0 - h_{kr})} = \sqrt{2a_t} = \sqrt{2\frac{\kappa}{\kappa-1}p_0 v_0 \left[1 - \left(\frac{p_{kr}}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

$$p = p_{kr}$$



3. Výpočet měrného objemu v ústí dýzy

$$pv^{\kappa} = \text{konst}$$

$$p_0 v_0^{\kappa} = p_{kr} v_{kr}^{\kappa} \quad \rightarrow \quad v_{kr}$$

4. Výpočet hmotnostního toku dýzou

$$\dot{m}_{kr} = \frac{S w_{kr}}{v_{kr}}$$

BY NC SA

Konvergentní dýza

Výpočtové řešení konvergentní dýzy, kterou proudí vodní pára

1. Identifikace režimu proudění

$$\beta = \frac{p}{p_0}$$

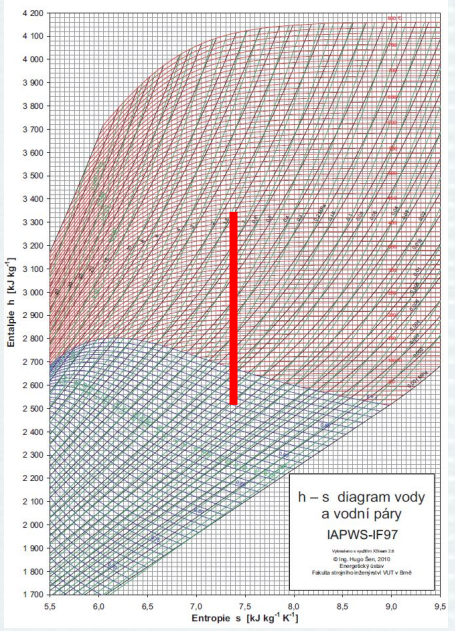
$$\beta_{\mathrm{kr}} = \frac{p_{\mathrm{kr}}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

!!!

2. Výpočet rychlosti plynu v ústí dýzy

$$w = \sqrt{2(h_0 - h)}$$

Pozor na jednotky při odečítání z diagramu!



3. Stanovení měrného objemu v ústí dýzy - **diagram nebo tabulky**

4. Výpočet hmotnostního toku dýzou

$$\dot{m} = \frac{Sw}{v}$$

CC BY NC SA

Konvergentní dýza

Výpočtové řešení konvergentní dýzy, kterou proudí vodní pára: **PŘÍPAD 2 (podkritické)**

1. Identifikace režimu proudění

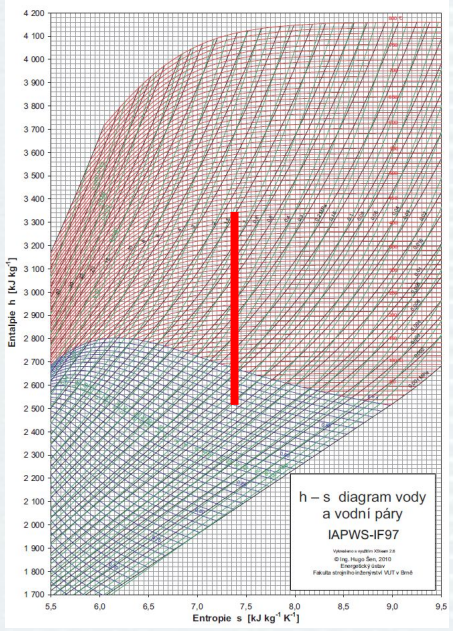
$$\beta = \frac{p}{p_0} > \beta_{kr} = \frac{p_{kr}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

!!!

2. Výpočet rychlosti plynu v ústí dýzy

$$w = \sqrt{2(h_0 - h)}$$

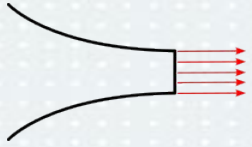
Pozor na jednotky při odečítání z diagramu!



3. Stanovení měrného objemu v ústí dýzy - **diagram nebo tabulky**

4. Výpočet hmotnostního toku dýzou

$$\dot{m} = \frac{Sw}{v}$$



BY NC SA

Konvergentní dýza

Výpočtové řešení konvergentní dýzy, kterou proudí vodní pára: **PŘÍPAD 3 (kritické)**

1. Identifikace režimu proudění

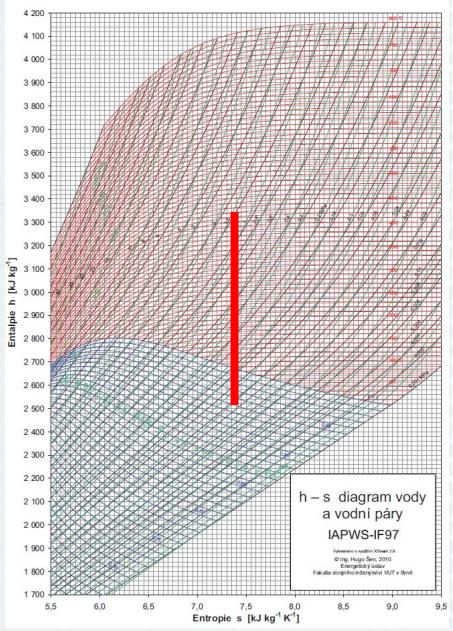
$$\beta = \frac{p}{p_0} = \beta_{kr} = \frac{p_{kr}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

!!!

2. Výpočet rychlosti plynu v ústí dýzy

$$w = \sqrt{2(h_0 - h_{kr})}$$

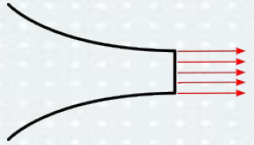
Pozor na jednotky při odečítání z diagramu!



3. Stanovení měrného objemu v ústí dýzy - **diagram nebo tabulky**

4. Výpočet hmotnostního toku dýzou

$$\dot{m}_{kr} = \frac{S w_{kr}}{v_{kr}}$$



CC BY NC SA

Konvergentní dýza

Výpočtové řešení konvergentní dýzy, kterou proudí vodní pára: **PŘÍPAD 4 (kritické)**

1. Identifikace režimu proudění

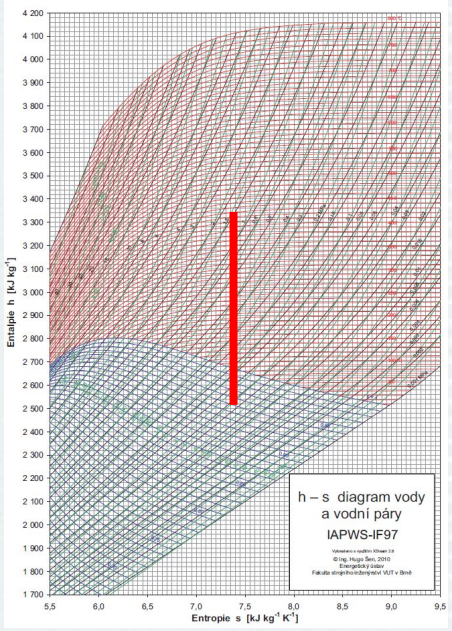
$$\beta = \frac{p}{p_0} < \beta_{kr} = \frac{p_{kr}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

!!!

2. Výpočet rychlosti plynu v ústí dýzy

$$w = \sqrt{2(h_0 - h_{kr})}$$

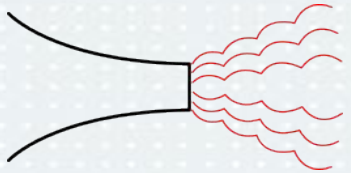
Pozor na jednotky při odečítání z diagramu!



3. Stanovení měrného objemu v ústí dýzy - **diagram nebo tabulky**

4. Výpočet hmotnostního toku dýzou

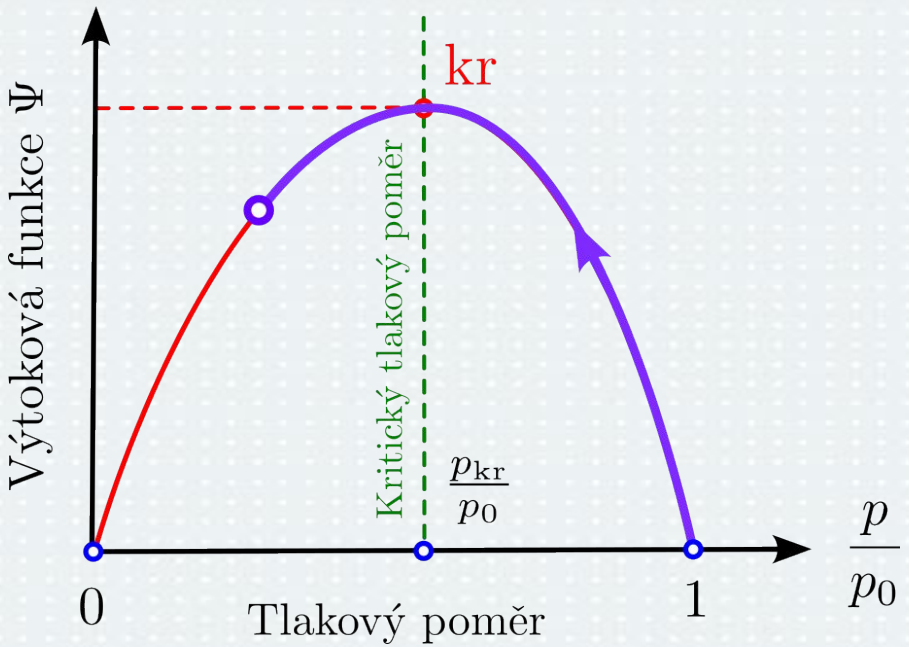
$$\dot{m}_{kr} = \frac{S w_{kr}}{v_{kr}}$$



CC BY NC SA

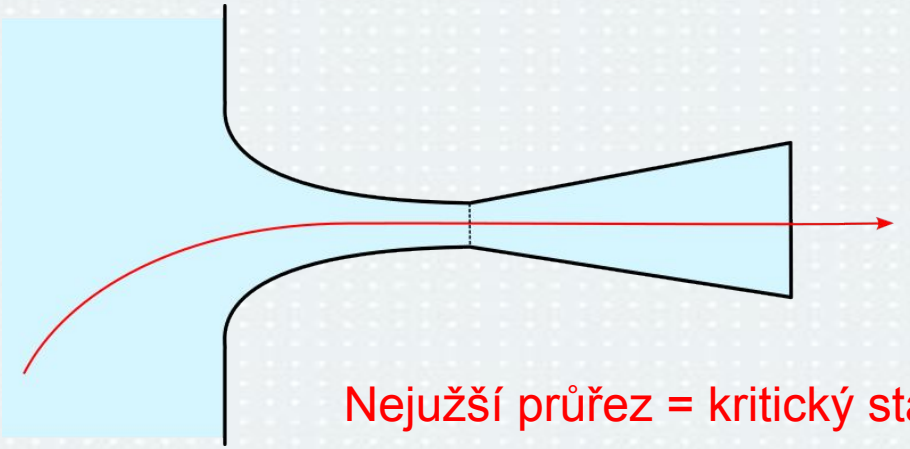
Konvergentně-divergentní (Lavalova) dýza

Lavalova dýza umožňuje zpracovat větší tlakový spád než je spád kritický.
V ústí Lavalovy dýzy lze tedy dosáhnout nadkritické (nadzvukové) rychlosti plynu.



Tvar Lavalovy dýzy lze odvodit z rovnice kontinuity a charakteru výtokové funkce.

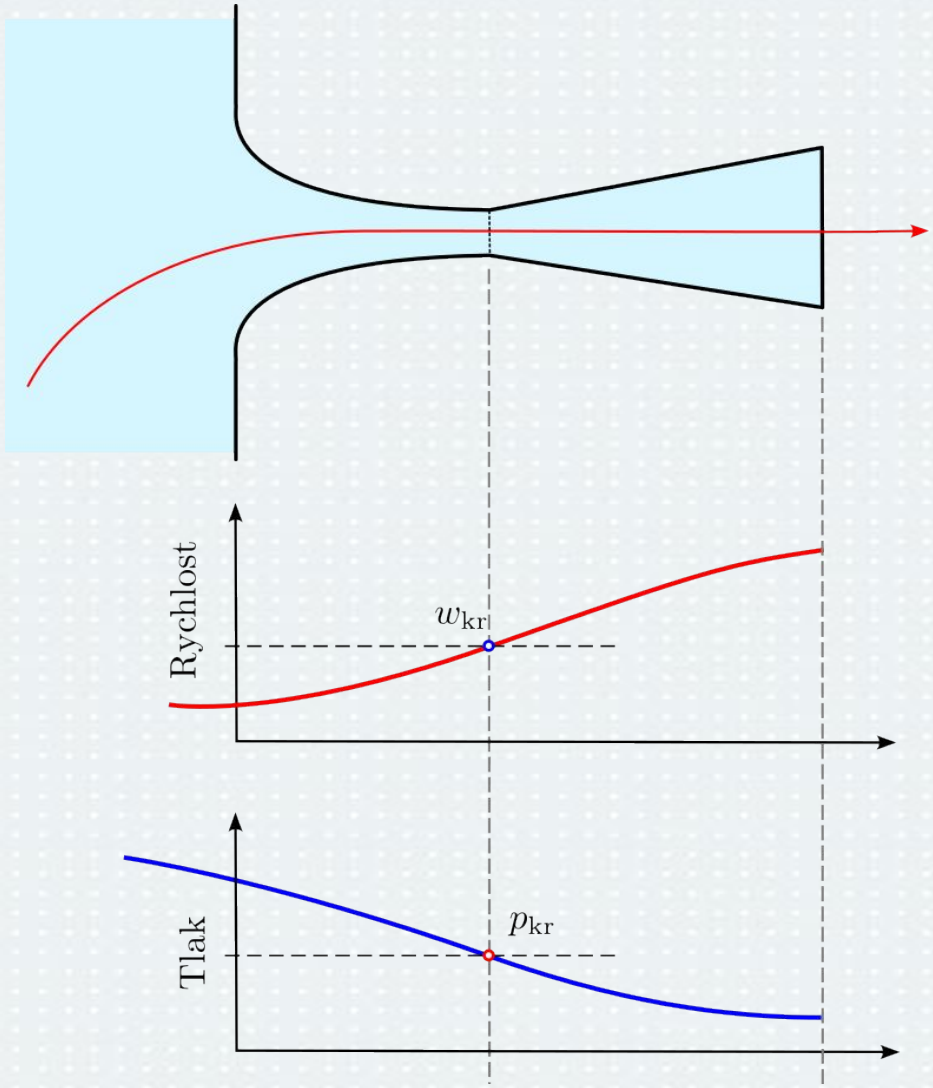
$$\dot{m} = S\,\Psi\sqrt{2\frac{p_0}{v_0}} \quad \Rightarrow \quad S\,\Psi = \text{konst}$$



Nejužší průřez = kritický stav.

cc BY NC SA

Konvergentně-divergentní (Lavalova) dýza



Základní podmínka použití Lavalovy dýzy v návrhovém režimu:

$$\frac{p_{kr}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} > \frac{p}{p_0}$$

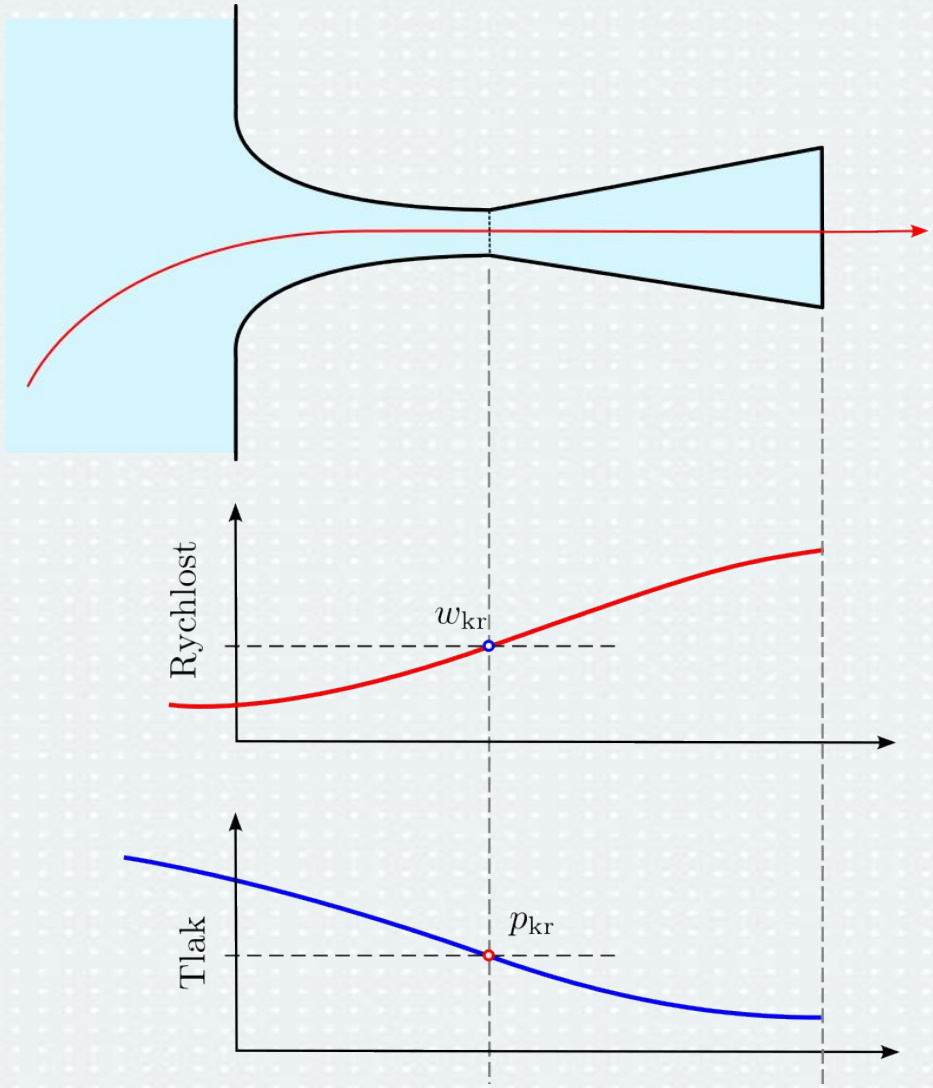
Rychlosti - ideální plyn:

$$w_{kr} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} r T_0 \left[1 - \left(\frac{p_{kr}}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

$$w = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} r T_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$$

cc BY NC SA

Konvergentně-divergentní (Lavalova) dýza



Základní podmínka použití Lavalovy dýzy v návrhovém režimu:

$$\frac{p_{kr}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} > \frac{p}{p_0}$$

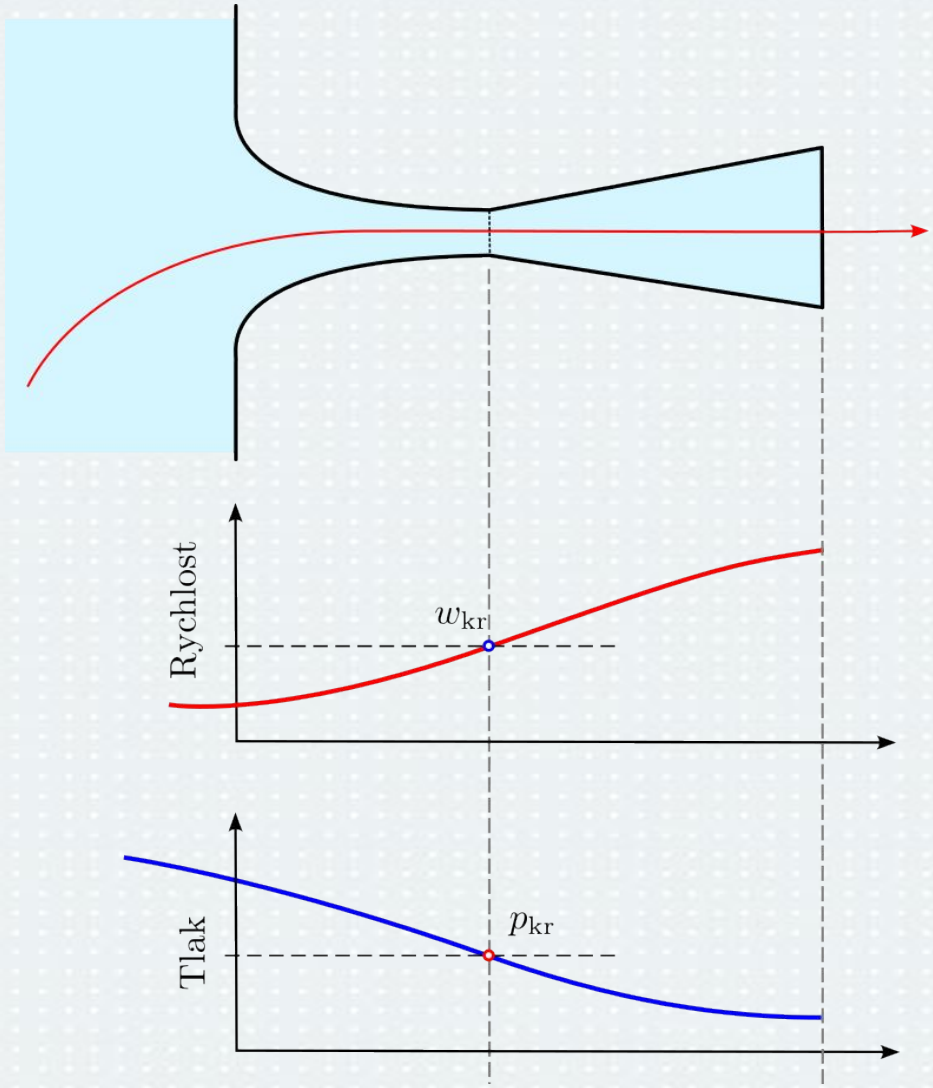
Rychlosti - pára (reálný plyn):

$$w_{kr} = \sqrt{2(h_0 - h_{kr})}$$

$$w = \sqrt{2(h_0 - h)}$$

BY NC SA

Konvergentně-divergentní (Lavalova) dýza



Základní podmínka použití Lavalovy dýzy v návrhovém režimu:

$$\frac{p_{kr}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} > \frac{p}{p_0}$$

Měrné objemy - ideální plyn:

$$p_0 v_0^\kappa = p_{kr} v_{kr}^\kappa \quad \Rightarrow \quad v_{kr} = v_0 \left(\frac{p_0}{p_{kr}}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

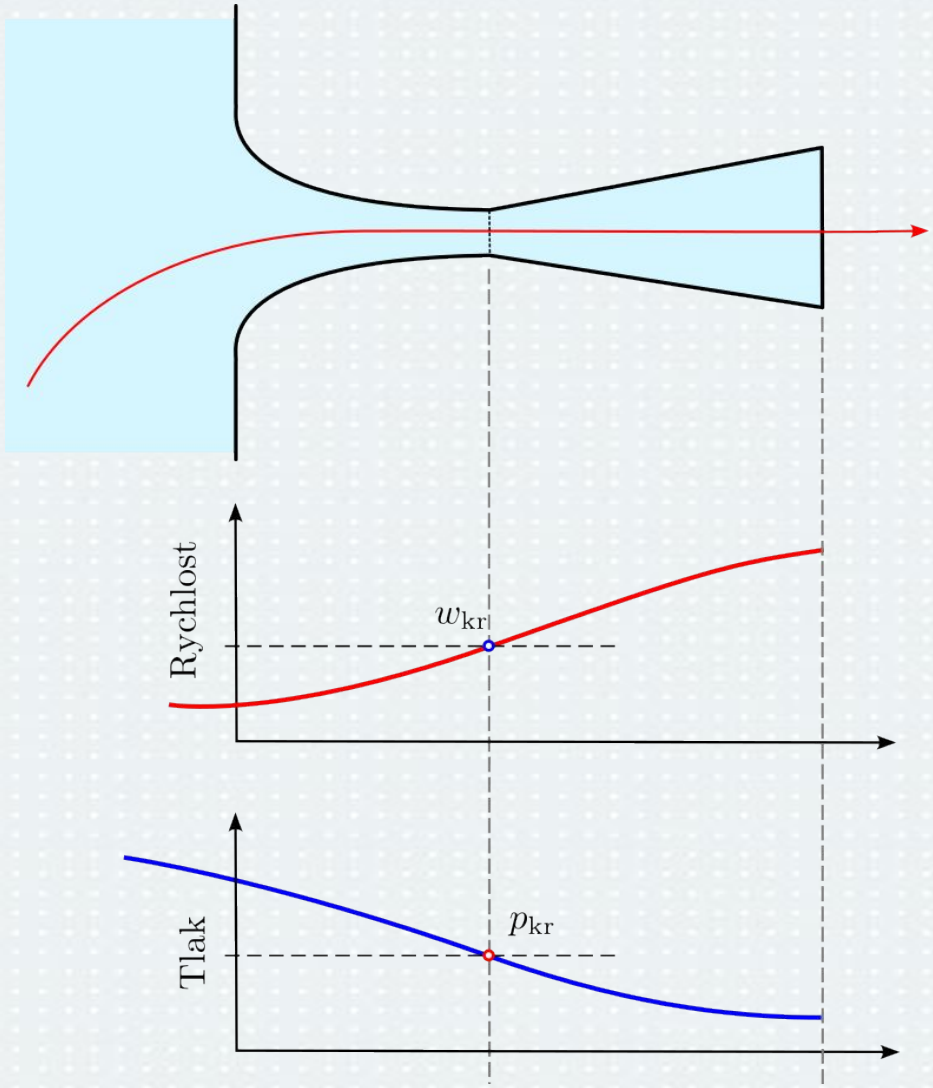
$$p_0 v_0^\kappa = p v^\kappa \quad \Rightarrow \quad v = v_0 \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

Měrné objemy - pára (reálný plyn):

tabulky a/nebo diagramy

BY NC SA

Konvergentně-divergentní (Lavalova) dýza



Základní podmínka použití Lavalovy dýzy v návrhovém režimu:

$$\frac{p_{kr}}{p_0} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} > \frac{p}{p_0}$$

Průměry v charakteristickým průřezech:

$$\dot{m} = \frac{S_{kr} w_{kr}}{v_{kr}} = \frac{Sw}{v} \qquad d = \sqrt{\frac{4\dot{m}v}{\pi w}}$$

Délka rozšiřující se části (nátrubku):

$$L = \frac{d - d_{kr}}{2 \tan \alpha}$$

úhel rozšíření nátrubku 2α

cc BY NC SA

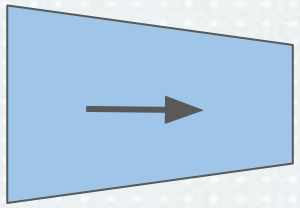
Hugoniotovy teorémy

Aplikace základních zákonů pro proudění a jeho předpokladů (např. dosazení pohybové rovnice a rovnice adiabaty v diferenciálním tvaru do rovnice kontinuity).

$$\frac{\mathrm{d}S}{S} = \frac{1-\mathrm{Ma}^2}{\kappa\,\mathrm{Ma}^2}\frac{\mathrm{d}p}{p}$$

$$-\frac{\mathrm{d}w}{w} = \frac{v\,\mathrm{d}p}{w^2}$$

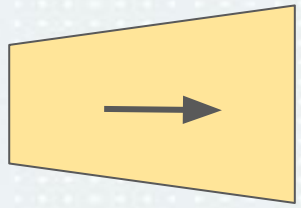
$\mathrm{Ma} < 1$



podzvukové subsonické

$p\downarrow \quad w\uparrow \quad T\downarrow \quad \varrho\downarrow \quad \mathrm{Ma}\uparrow$

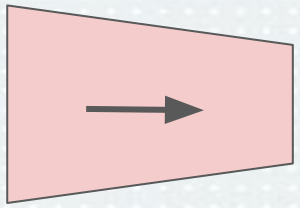
$\mathrm{Ma} < 1$



podzvukové subsonické

$p\uparrow \quad w\downarrow \quad T\uparrow \quad \varrho\uparrow \quad \mathrm{Ma}\downarrow$

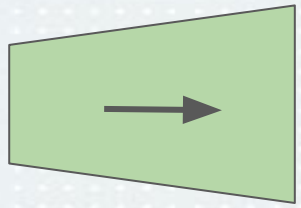
$\mathrm{Ma} > 1$



nadzvukové supersonické

$p\uparrow \quad w\downarrow \quad T\uparrow \quad \varrho\uparrow \quad \mathrm{Ma}\downarrow$

$\mathrm{Ma} > 1$

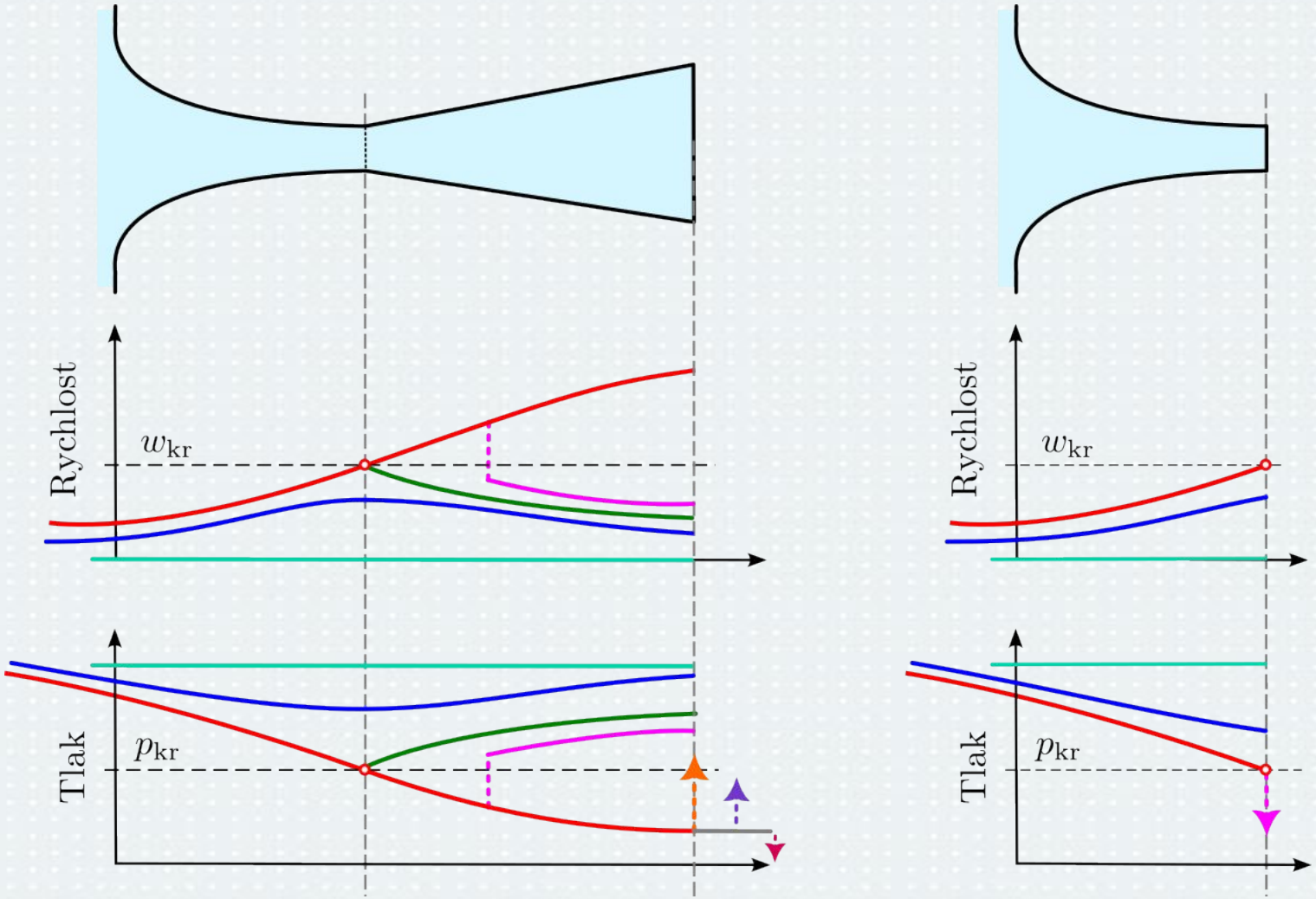


nadzvukové supersonické

$p\downarrow \quad w\uparrow \quad T\downarrow \quad \varrho\downarrow \quad \mathrm{Ma}\uparrow$

cc BY NC SA

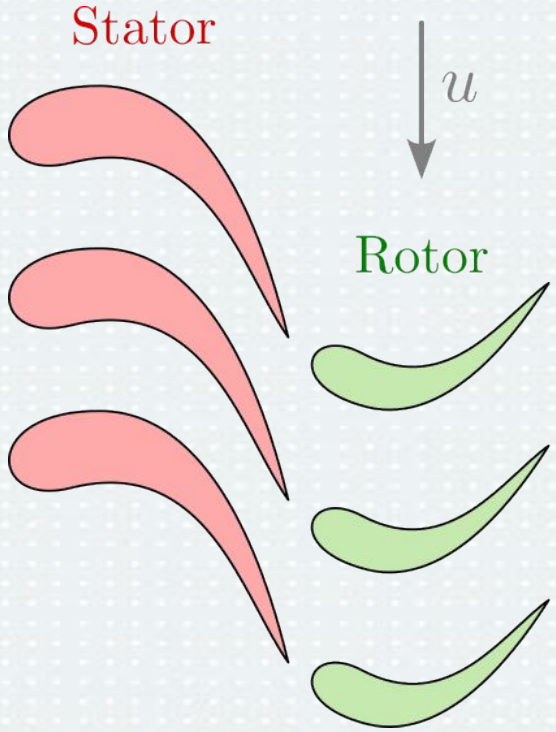
Návrhové a nenávrhové stavy v dýzách

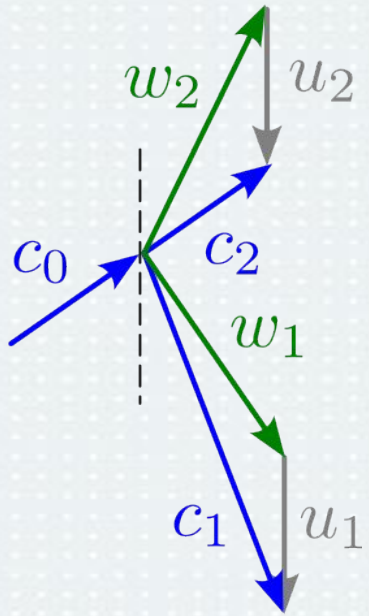


Vliv protitlaku (okolního tlaku) na chování dýzy.

cc BY NC SA

Proudění plynu mezilopatkovým kanálem





Eulerova (turbínová) věta: *Točivý moment je roven změně hybnosti tekutiny protékající libovolným mezilopatkovým kanálem na daném rameni.*

$$\mathrm{d}M_k = (r_2 c_{\theta 2} - r_1 c_{\theta 1})\,\mathrm{d}\dot{m}$$

$$\mathrm{d}P = \omega\,\mathrm{d}M_k = (u_2 c_{\theta 2} - u_1 c_{\theta 1})\,\mathrm{d}\dot{m}$$

BY NC SA

Použité zdroje

Milan PAVELEK: Termomechanika, CERM

Josef ŠTĚTINA: Proudění plynů a par, výuková prezentace pro předmět 6TT Termomechanika. Dostupné z https://termomechanika.online

Yunus A. ÇENGEL a Michael A. BOLES: Thermodynamics - An engineering approach, McGraw-Hill

CC BY NC SA

Magisterský studijní program JADERNÁ ENERGETIKA vznikl za přispění



Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU



NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY



NPO_VUT_MSMT-16609_2022

CC BY NC SA


VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ
V BRNĚ

Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU

NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FAKULTA CHEMICKÁ

FAKULTA STAVEBNÍ

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Přednáška magisterského studijního programu JADERNÁ ENERGETIKA

TERMODYNAMIKA ENERGETICKÝCH ZAŘÍZENÍ A PŘENOS TEPLA

Základy přenosu tepla

Fakulta strojního inženýrství

Autor: Ing. Jiří Hejčík, Ph.D.

Datum: 2024

CC BY NC SA

Přenos tepla

Termodynamika je věda, která se zabývá produkcí, ukládáním, přenosem a přeměnou energie. Studuje vlivy *práce*, *tepla* a *energie* na systém.

Přenos tepla je inženýrská disciplína, která se zabývá generováním, využitím, přeměnou a výměnou tepla (tepelné energie) mezi fyzikálními systémy. V energetice určuje klíčové parametry a materiály tepelných výměníků.

Termomechanika = Termodynamika + Přenos tepla

BY NC SA

Přenos tepla

Pivní problém

Potřebuji ochladit plechovku piva ze 30 °C na 6 °C. Je lepší ji dát do lednice, nebo do mrazáku? A jak dlouho to bude trvat?

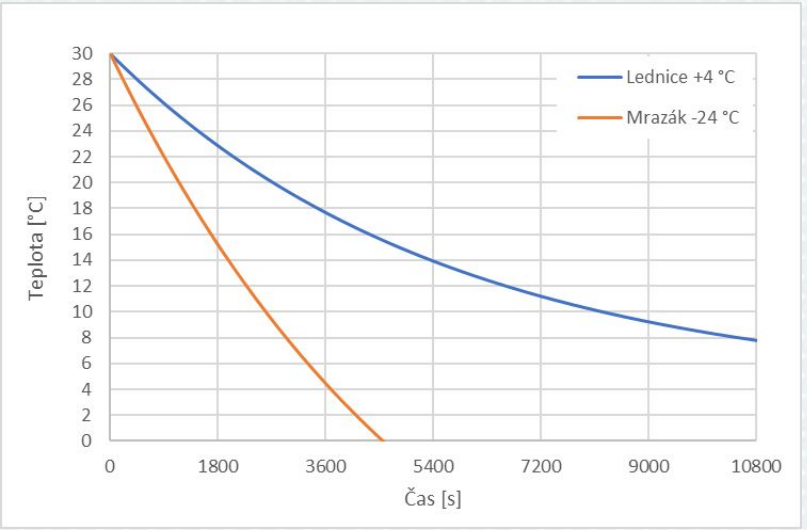
Termomechanika:

$$Q = m \cdot c \cdot (T_k - T_p) = 0,5 \cdot 4180 \cdot (6 - 30) = -50\ kJ$$

$$\tau = \frac{Q}{P} = \frac{-50\ kJ}{?}$$

Přenos Tepla

$$\frac{T(\tau) - T_\infty}{T_p - T_\infty} = exp\left(-\frac{\alpha \cdot S}{\rho \cdot V \cdot c_p} \cdot \tau\right)$$



cc BY NC SA

Přenos tepla

Příklady přenosu tepla:

- Dataprojektor - chlazení elektroniky
- Skladování energie - ledová banka
- Aerodynamické zahřívání při vstupu do atmosféry
- Hliníková vs. nerezová čajová lžička
- Chlazení potravin
- Chlazení palivových tyčí

Přenos tepla řeší otázku rozložení teplot

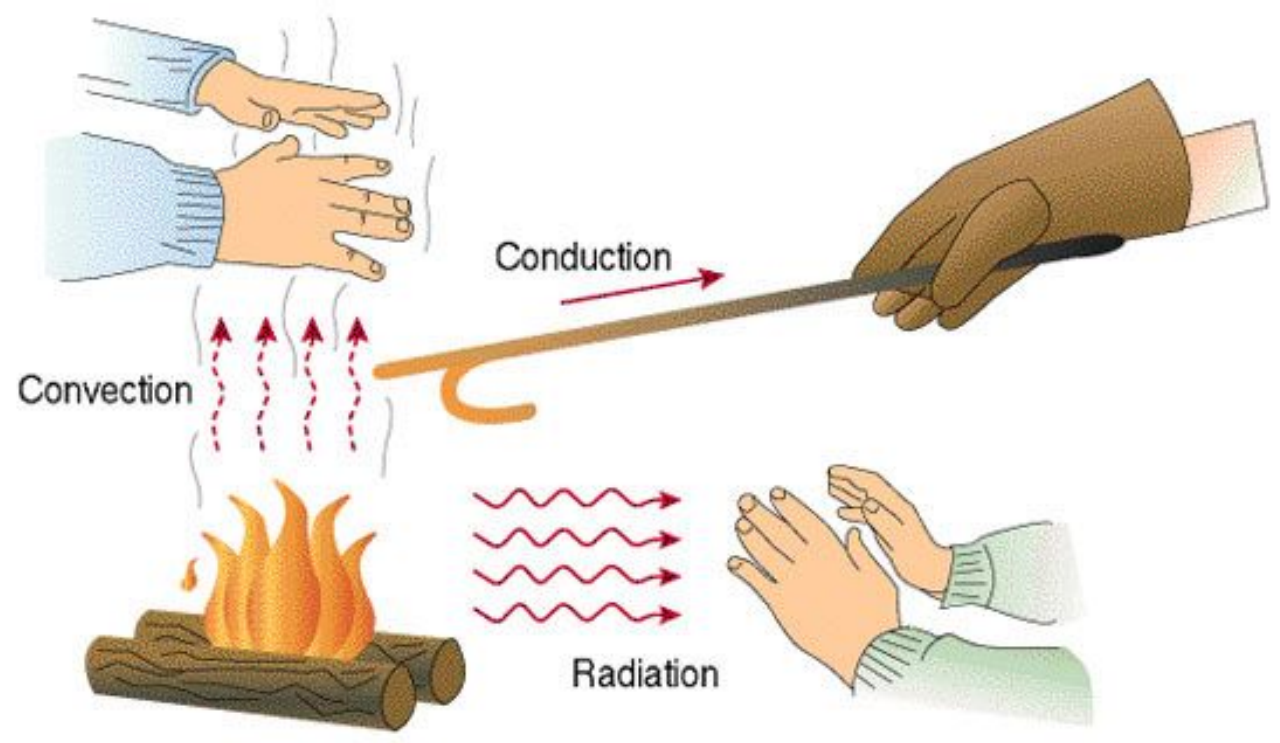


Loadmaster, CC BY-SA 4.0, zdroj: Wikimedia Commons

CC BY NC SA

Způsoby přenosu tepla

- **Vedení** - vlivem vzájemného působení molekul
- **Konvekce** - v důsledku pohybu látek (tekutin)
- **Záření** - elektromagnetické vlnění

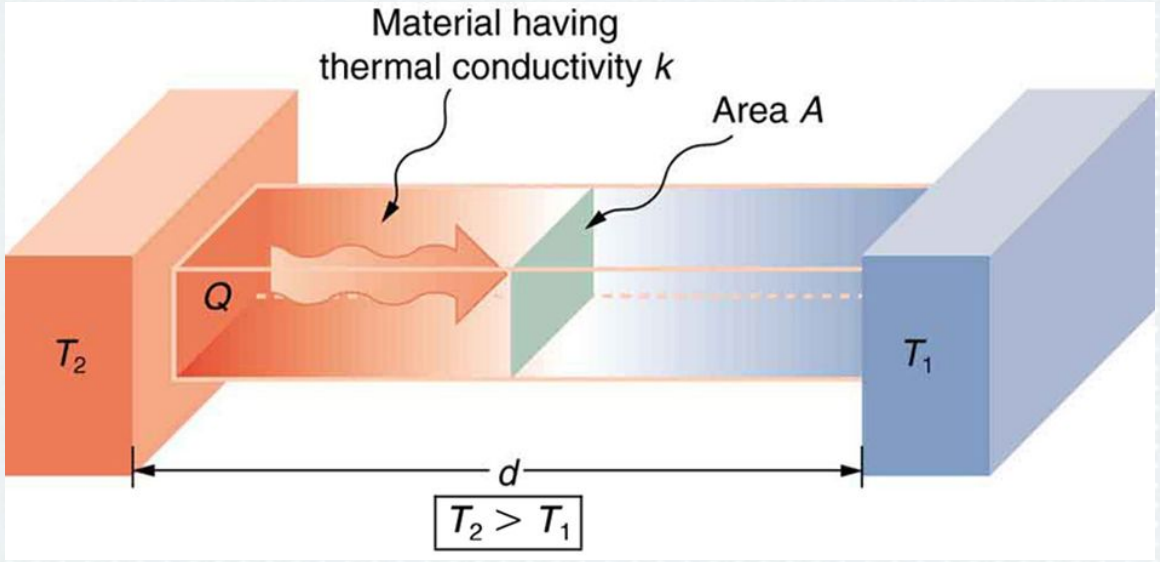


Kmecfiunit, CC BY-SA 4.0, zdroj: Wikimedia Commons

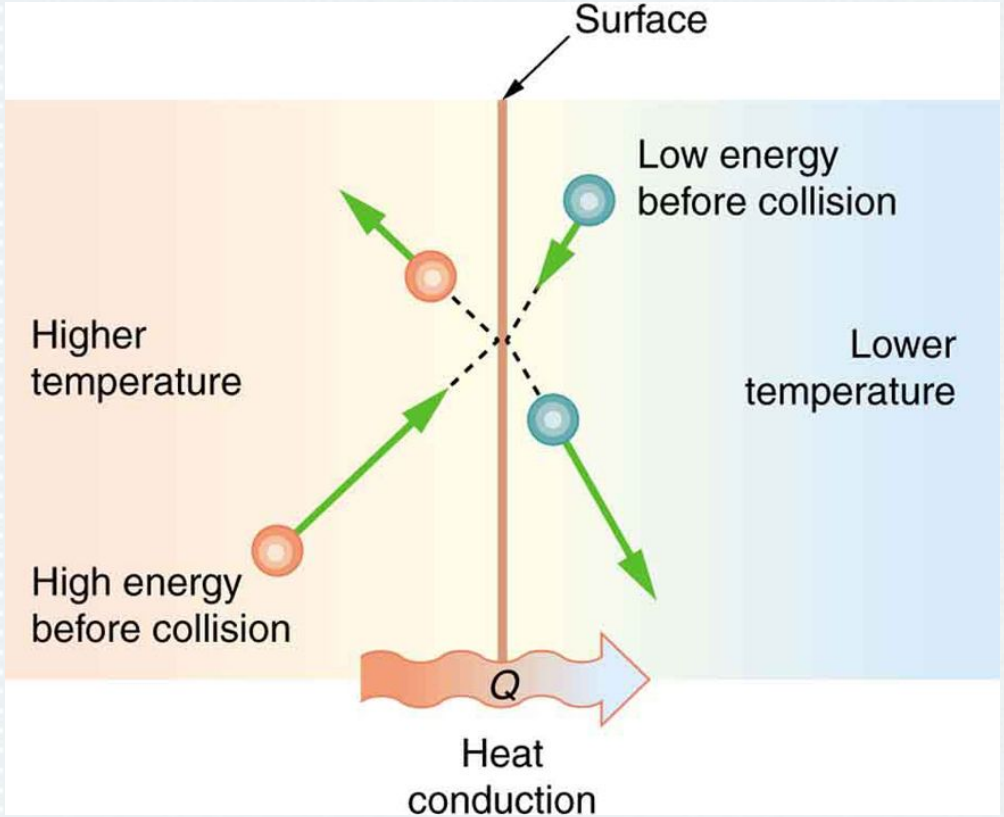
Vedení tepla

Teplo (energie) je předáváno na základě interakce atomů (molekul) uvnitř látky

Přenos tepla vedením je popsán **Fourierovým zákonem**



What is heat conduction?, Fair Use, zdroj: Science X



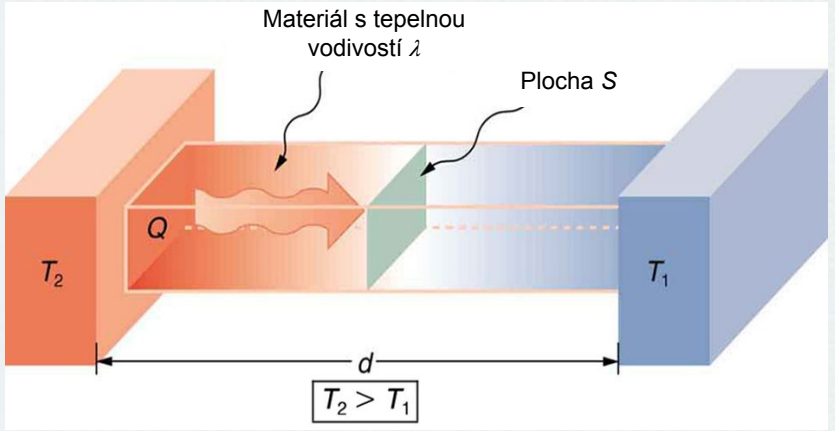
What is heat conduction?, Fair Use, zdroj: Science X

BY NC SA

Vedení tepla - Fourierův zákon

Jak závisí přenášený tepelný tok **Q** na:

- Ploše průřezu *S*?
- Vzdálenosti *d*?
- Rozdílu teplot T_1 a T_2?



What is heat conduction?, Fair Use, zdroj: Science X upraveno - překlad značení

Tepelný tok $\dot{Q} \propto \frac{S \cdot (T_2 - T_1)}{d}\ [W]$

$$\dot{Q} = \lambda \cdot \frac{S \cdot (T_2 - T_1)}{d}\ [W]$$

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx}$$

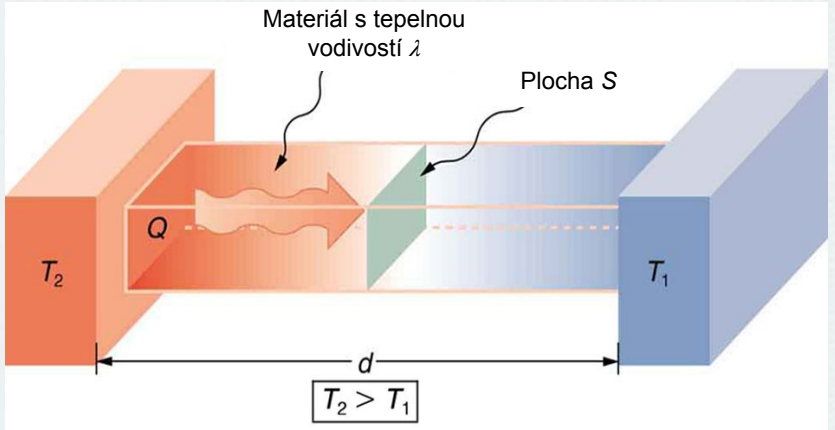
λ [$Wm^{-1}K^{-1}$] - tepelná vodivost materiálu

CC BY NC SA

Vedení tepla - Fourierův zákon

Tepelný tok $$\dot{Q} = -\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dx} \, [W]$$

Měrný tepelný tok $$\dot{q} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} \, [W/m^2]$$



What is heat conduction?, Fair Use, zdroj: Science X upraveno - překlad značení

Fourierův zákon $$\dot{q} = -\lambda \cdot \nabla T = -\lambda \left(\mathbf{i}\frac{\partial T}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial T}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

CC BY NC SA

Vedení tepla - tepelná vodivost

Metals		Gases		Building Materials		Other Materials	
Aluminum	235	Air (dry)	0.026	Asphalt	0.75	Cotton	0.04
Brass	109	Argon (gas)	0.016	Brick dense	1.31	Cotton wool	0.029
Copper	401	Carbon dioxide (gas)	0.0146	Brick, fire	0.47	Diamond	1000
Gold	314	Helium	0.15	Brick, insulating	0.15	Engine Oil	0.15
Iron	67	Hydrogen	0.18	Concrete	0.8	Graphite	168
Lead	35	Krypton (gas)	0.0088	Fiberglass	0.048	Ground or soil, dry area	0.5
Nickel	91	Methane (gas)	0.03	Polyurethane foam	0.024	Ground or soil, moist area	
Silver	428	Nitrogen (gas)	0.024	Rock wool	0.043	Polyethylene - low density	0.33
Sodium (liquid)	86	Steam, saturated	0.0184	White pine	0.11	Polypropylene, PP	0.1 - 0.22
Sodium (solid)	135	Xenon (gas)	0.0051	Window glass	1	Porcelain	1.5
Stainless steel	14			Wood, oak	0.17	Sulfur, crystal	0.2
Steel, Carbon 1%	43					Uranium dioxide	8.8
Thorium (metalic)	38					Water	0.58
Uranium (metalic)	27.6						
Zirconium	22.6						
Zirconium alloy (1% Nb)	18						

Thermal Conductivity, Educational Use, zdroj: Nuclear Power

cc BY NC SA

Konvekce

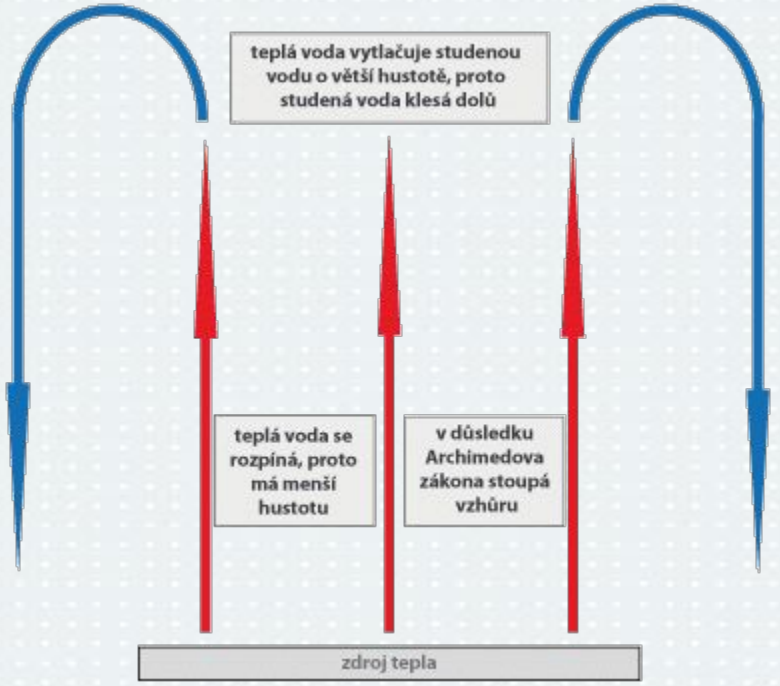
Teplo (energie) je předáváno na základě proudění látky

Podle vzniku rozeznáváme konvekci:

- Přirozenou
- Nucenou

Podle typu proudění dělíme konvekci na:

- Vnitřní
- Vnější



Princip vzniku proudění, CC BY-NC-ND 3.0 CZ, zdroj: Techmania Science Center

BY NC SA

Konvekce

Teplo (energie) je předáváno na základě proudění látky

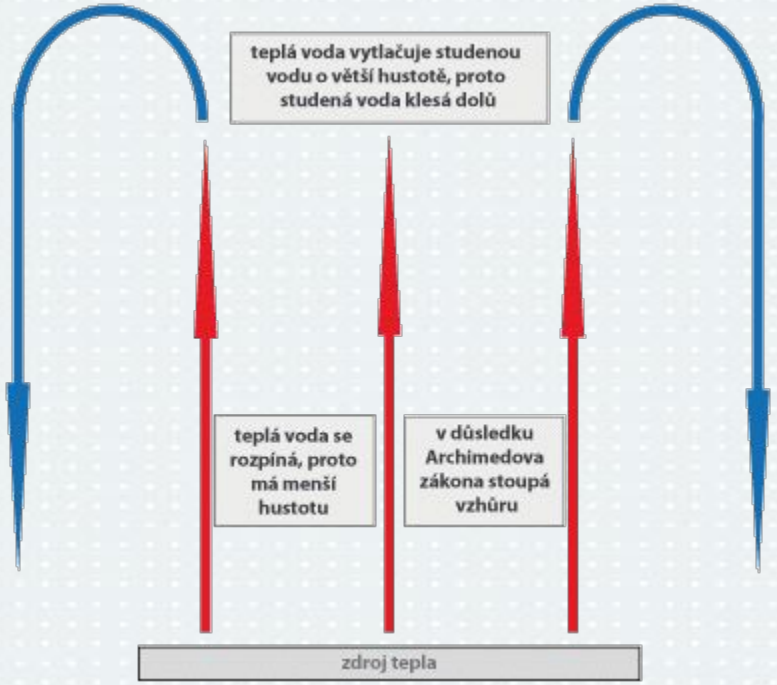
Měrný tepelný tok z povrchu

$$\dot{q} \propto (T_s - T_\infty)$$

T_s [K] - teplota povrchu
T_∞ [K] - teplota látky před kontaktem s povrchem

Newtonův ochlazovací zákon

$$\dot{q} = \alpha \cdot (T_s - T_\infty) \quad [W \cdot m^{-2}]$$



Princip vzniku proudění, CC BY-NC-ND 3.0 CZ, zdroj: Techmania Science Center

CC BY NC SA

Konvekce - součinitel přestupu tepla

α [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$] - součinitel přestupu tepla

- je ***definovanou*** veličinou
- závisí na geometrii, vlastnostech tekutiny a způsobu proudění
- k jeho určení je nutné znát rozložení teplot v tekutině
- hlavním cílem “konvekce” je určení součinitele přestupu tepla

Typical values of the convective heat transfer	
Process	h ($W/m^2 \cdot K$)
Free convection	
Gases	2 - 20
Liquids	50 - 1000
Forced convection	
Gases	25 - 300
Liquids	100 - 40,000
Convection with phase change	
Boiling or condensation	2500 - 100,000

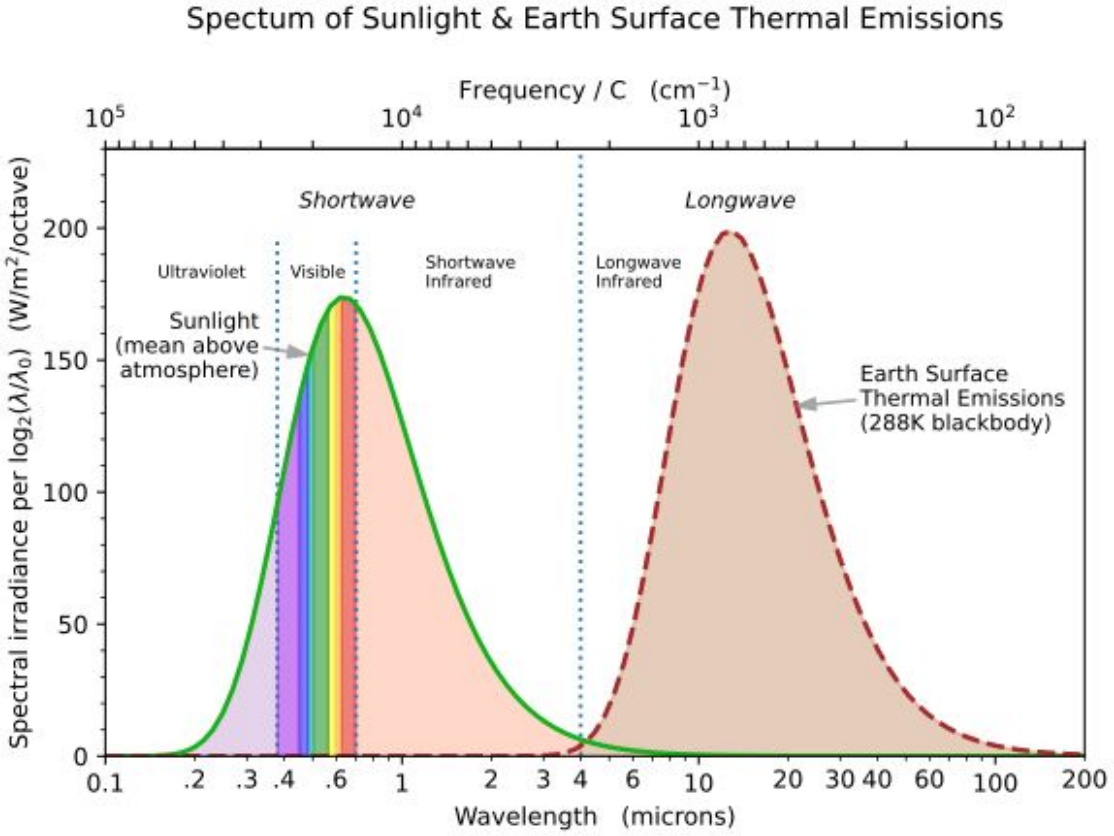
Convective Heat Transfer Coefficient, Educational Use, zdroj: Nuclear Power

CC BY NC SA

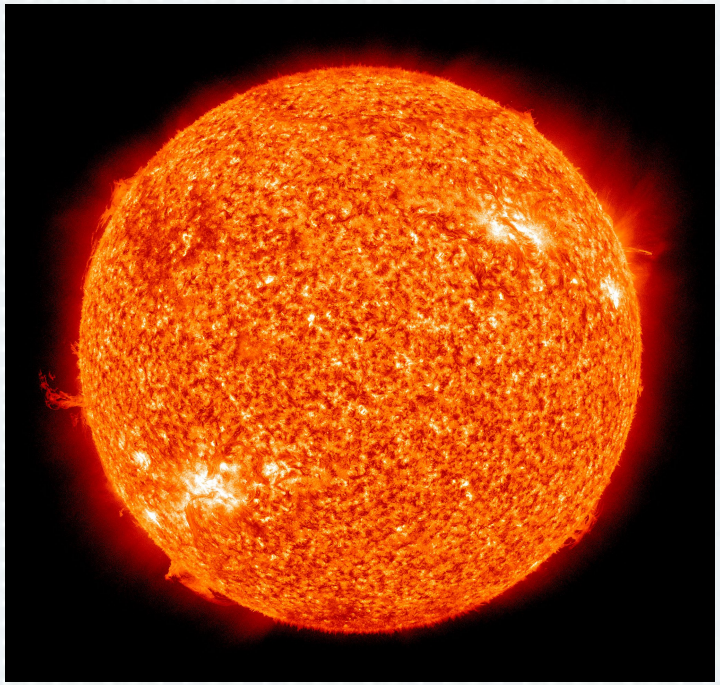
Záření

Teplo (energie) je předáváno elektromagnetickým vlněním

- probíhá BEZ zprostředkujícího média



Rhwentworth, CC BY-SA 4.0, zdroj: Wikimedia Commons



NASA/SDO (AIA), Public Domain, zdroj: Wikimedia Commons

cc BY NC SA

Záření

Teplo (energie) je předáváno elektromagnetickým vlněním

- probíhá BEZ zprostředkujícího média
- rozsah vlnových délek 0,1 μm až 100 μm
- maximum energie vyzařuje ideální povrch, nazývaný **černé těleso**
- množství vyzařované energie lze stanovit pomocí **Stefan-Boltzmannova** zákona

$$E_0 = \sigma \cdot T^4 \quad [W \cdot m^{-2}]$$

kde

E_0 [W·m^{-2}] - Energie vyzařovaná z povrchu černého tělesa (zářivost)

σ [W·m^{-2}·K^{-4}] je Stefan-Boltzmannova konstanta σ = 5,67×10^{-8} [W·m^{-2}·K^{-4}]

cc BY NC SA

Záření

Energie vyzařovaná reálným povrchem je nižší než energie vyzařovaná ideálním (černým) tělesem. Jejich vzájemný vztah je

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0}$$

kde

ε [-] je emisivita povrchu

E [W·m^{-2}] - zářivost šedého (reálného) povrchu

Energii vyzařovanou šedým (reálným) povrchem lze vyjádřit rovnicí

$$E = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 \quad [W \cdot m^{-2}]$$

BY NC SA

Záření

Přenos tepla zářením probíhá mezi POVRCHY a při jeho řešení se tak vyhodnocuje bilance vyzářené a dopadající energie mezi sledovanými povrchy.

Pro nejjednodušší případ kdy je malý povrch (1) obklopen velkým povrchem (2) lze přenos tepla určit mezi povrchy určit vztahem

$$\dot{Q}_{12} = \varepsilon_1 \cdot \sigma \cdot S_1 \cdot \left(T_1^4 - T_2^4\right) \ [W]$$

kde

S_1 [m^2] je plocha malého povrchu

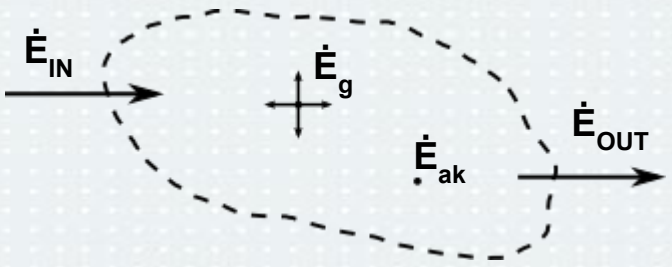
cc BY NC SA

Přenos tepla - zachování energie

Výchozím krokem při řešení úloh přenosu tepla je stanovení hranic systému a definování dějů probíhajících uvnitř systému a na jeho hranicích. Pro každý systém musí platit zákon zachování energie pro “kontrolní” objem:

- Rovnováha energetických toků [W]

$$\dot{E}_{IN} + \dot{E}_g - \dot{E}_{OUT} = \dot{E}_{ak} = \frac{dE_{ak}}{dt} \left(= \frac{dU}{dt} = m\frac{du}{dt} \right)$$



- Rovnováha množství tepla [J]

$$E_{IN} + E_g - E_{OUT} = \Delta E_{ak}$$

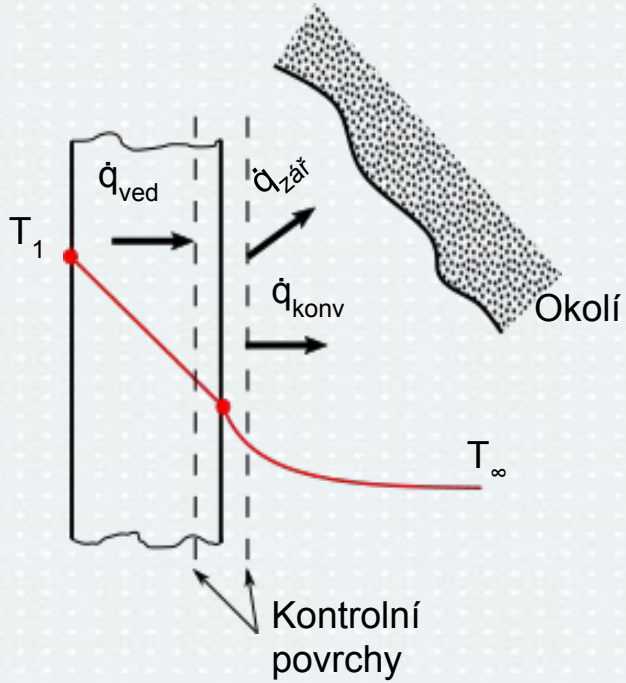
BY NC SA

Přenos tepla - zachování energie

Výchozím krokem při řešení úloh přenosu tepla je stanovení hranic systému a definování dějů probíhajících uvnitř systému a na jeho hranicích. Pro každý systém musí platit zákon zachování energie pro “kontrolní” objem, popř. pro kontrolní povrch (hranici)

$$\dot{E}_{IN} - \dot{E}_{OUT} = 0$$

$$\dot{q}_{ved} - \dot{q}_{zář} - \dot{q}_{konv} = 0$$



cc BY NC SA

Magisterský studijní program JADERNÁ ENERGETIKA vznikl za přispění



Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU



NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY



NPO_VUT_MSMT-16609_2022

CC BY NC SA


VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ
V BRNĚ

Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU

NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FAKULTA CHEMICKÁ

FAKULTA STAVEBNÍ

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Přednáška magisterského studijního programu JADERNÁ ENERGETIKA

TERMODYNAMIKA ENERGETICKÝCH ZAŘÍZENÍ A PŘENOS TEPLA

Přenos tepla vedením

Fakulta strojního inženýrství

Autor: Ing. Jiří Hejčík, Ph.D.

Datum: 2024

CC BY NC SA

DR vedení tepla

Požadavek na znalost rozložení teplot

Fourierův zákon $\dot{q}_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$

Pro stanovení tepelného toku nutno potřebuji znát $\partial T/\partial x$ =>
Potřebuji znát rozložení teplot uvnitř tělesa

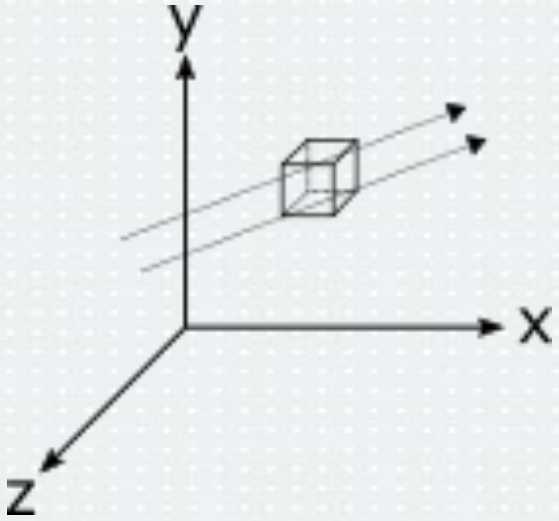
T= f(x,y,z,t)

cc BY NC SA

DR vedení tepla

Obecný případ

- 3D
- Nestacionární (neustálený stav)
- Vnitřní zdroj tepla q´´´
  - Jaderný rozpad
  - El. ztráty
  - Metabolické teplo



Vytvoření energetické bilance pro malý kontrolní objem o stranách *dx*, *dy*, *dz* během časového intervalu *dt*

BY NC SA

DR vedení tepla

Energie přivedená + Energie generovaná – Energie odvedená = Změna energie objemu

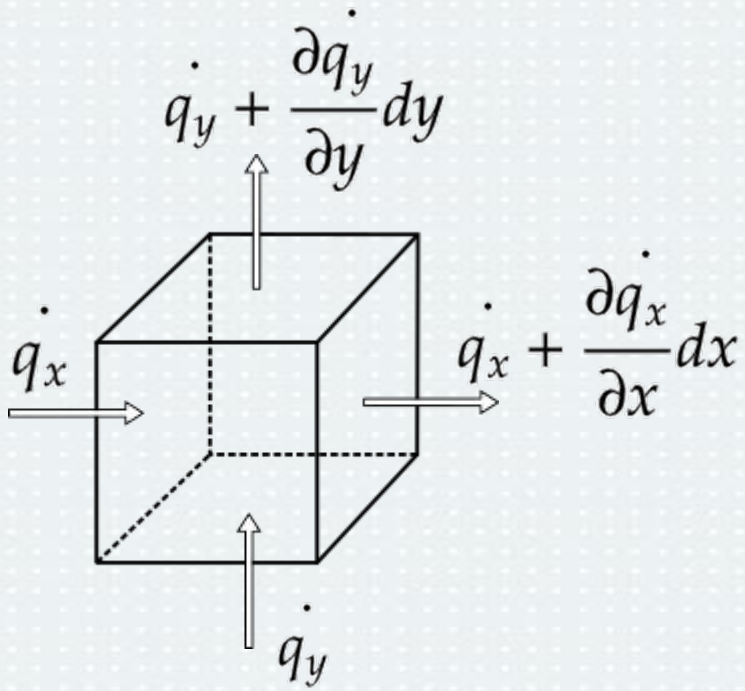
$$E_{IN} + E_g - E_{OUT} = \Delta E$$

Energie přivedená

$$E_{IN} = \dot{q}_x \, dy \, dz \, dt + \dot{q}_y \, dx \, dz \, dt + \dot{q}_z \, dx \, dy \, dt$$

Energie generovaná

$$E_g = q''' dx \, dy \, dz \, dt$$



CC BY NC SA

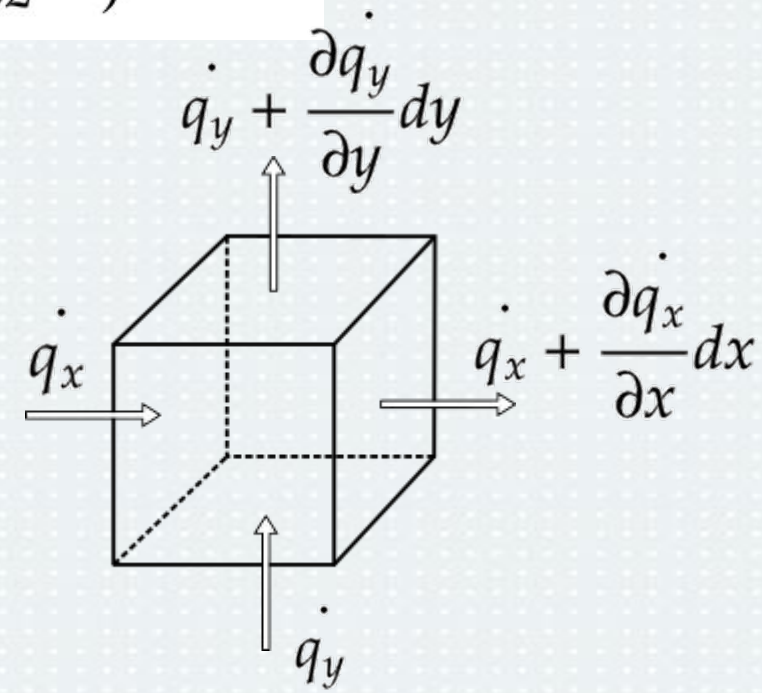
DR vedení tepla

Energie odvedená

$$E_{OUT} = \left(\dot{q}_x + \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx\right) dy\, dz\, dt + \left(\dot{q}_y + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} dy\right) dx\, dz\, dt + \left(\dot{q}_z + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} dz\right) dx\, dy\, dt$$

Změna energie uvnitř objemu (akumulace)

$$\Delta E = \frac{\partial E}{\partial t} dt$$



Vyjádření energie pomocí teploty objemu

$$E = u\, \rho\, dx\, dy\, dz$$

BY NC SA

DR vedení tepla

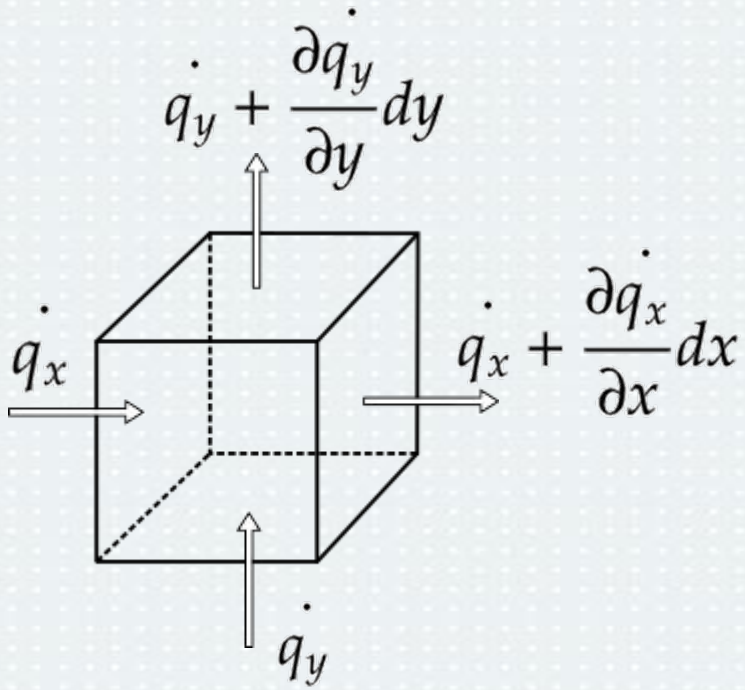
Energie v objemu nestlačitelné látky ($c_p = c_v$)

$$u = c_p\, T$$

$$\Delta E = \rho\, c_p \frac{\partial T}{\partial t}\, dx\, dy\, dz\, dt$$

Po dosazení a úpravě

$$-\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} - \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} - \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} + q''' = \rho\, c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$



cc BY NC SA

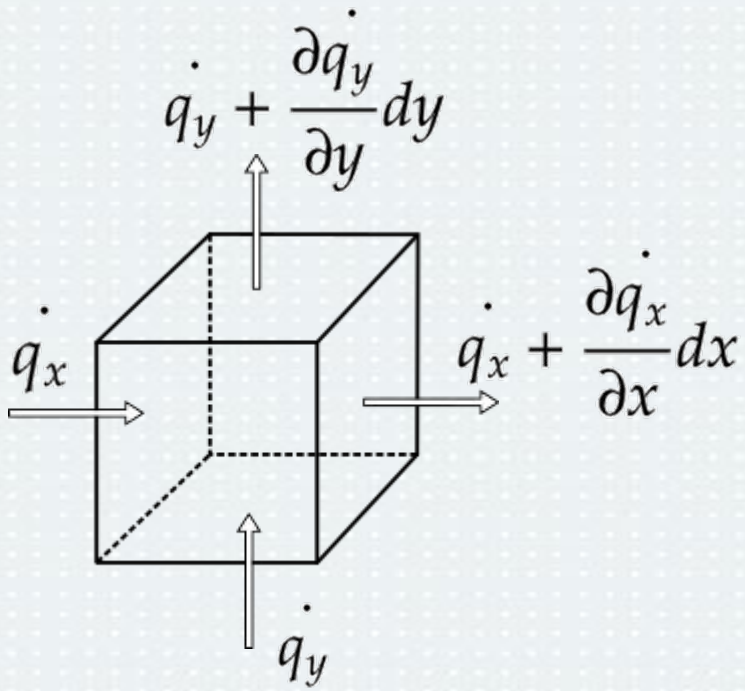
DR vedení tepla

Aplikace Fourierova zákona

$$\dot{q}_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \qquad \dot{q}_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \qquad \dot{q}_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}$$

DR vedení tepla

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right) + q''' = \rho\, c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

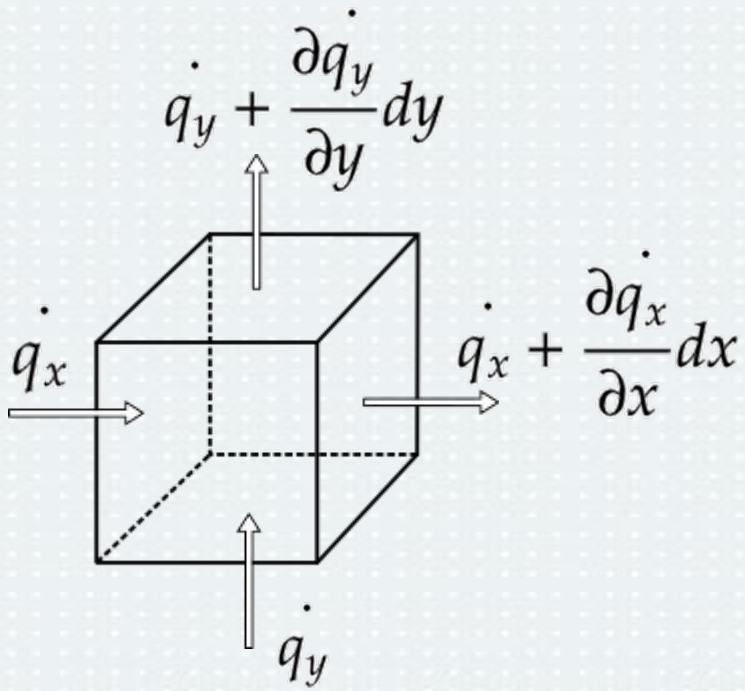


cc BY NC SA

DR vedení tepla

Konstantní a tepelná vodivost λ

$$a\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]+\frac{q'''}{\rho\, c_p}=\frac{\partial T}{\partial t}$$



Teplotní vodivost

$$a=\frac{\lambda}{\rho\, c_p}$$

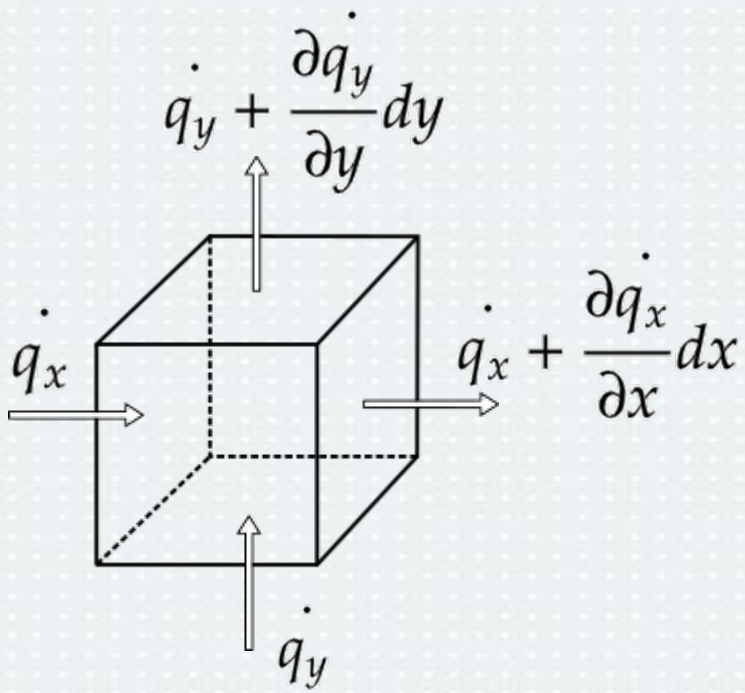
BY NC SA

DR vedení tepla

$$a\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]+\frac{q'''}{\rho\, c_p}=\frac{\partial T}{\partial t}$$

Význam členů:

- První 3 členy – vedení tepla
- Zdroj tepla
- Nestacionární člen



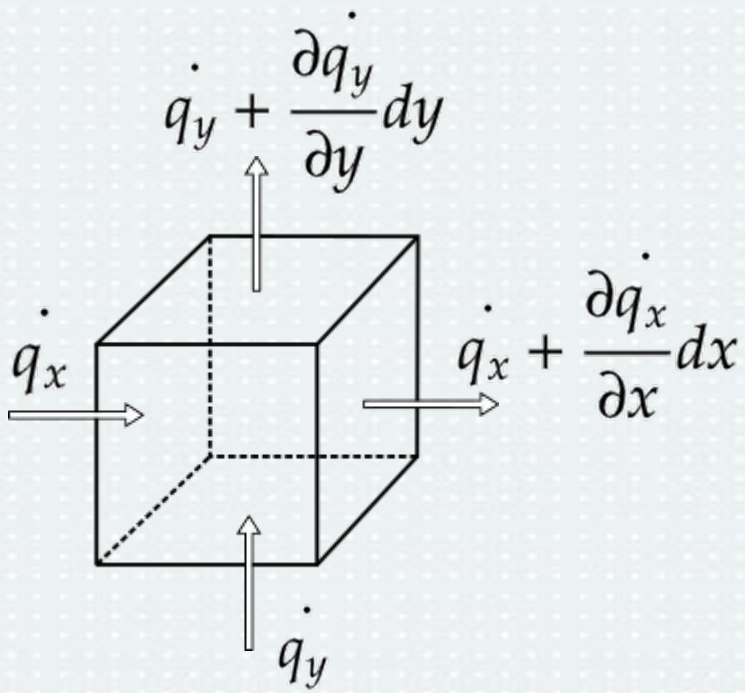
BY NC SA

DR vedení tepla

$$a\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]+\frac{q'''}{\rho\, c_p}=\frac{\partial T}{\partial t}$$

Zvláštní případy:

- 1D vedení $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=0$
- Stacionární (ustálené) $\frac{\partial T}{\partial t}=0$
- Bez vnitřního zdroje $q'''=0$



CC BY NC SA

DR vedení tepla

Válcový souřadný systém (r, ϕ, z)

$$a\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \Phi^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]+\frac{q'''}{\rho\, c_p}=\frac{\partial T}{\partial t}$$

Kulový souřadný systém (r, θ, ϕ)

$$a\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2 sin^2\Theta}\frac{\partial^2 T}{\partial \Phi^2}+\frac{1}{r^2 sin\Theta}\frac{\partial}{\partial \Theta}\left(sin\Theta\frac{\partial T}{\partial \Theta}\right)\right]+\frac{q'''}{\rho\, c_p}=\frac{\partial T}{\partial t}$$

CC BY NC SA

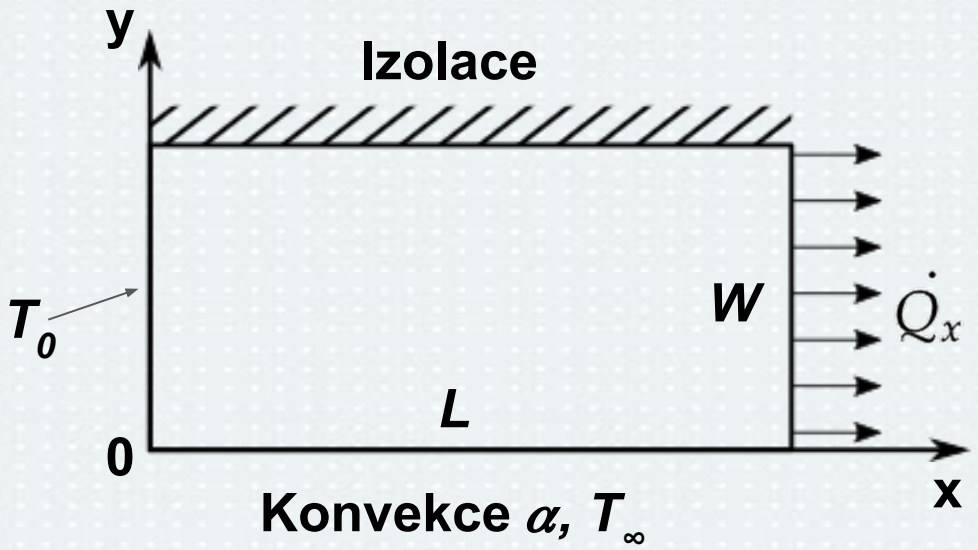
DR vedení tepla

Okrajové podmínky

matematický popis situace na hranicích sledovaného objemu

Typy okrajových podmínek:

- Předepsaná teplota
- Předepsaný tepelný tok
- Konvektivní tepelný tok
- Izolovaný povrch
- Rozhraní



cc BY NC SA

DR vedení tepla

Okrajové podmínky

- Předepsaná teplota

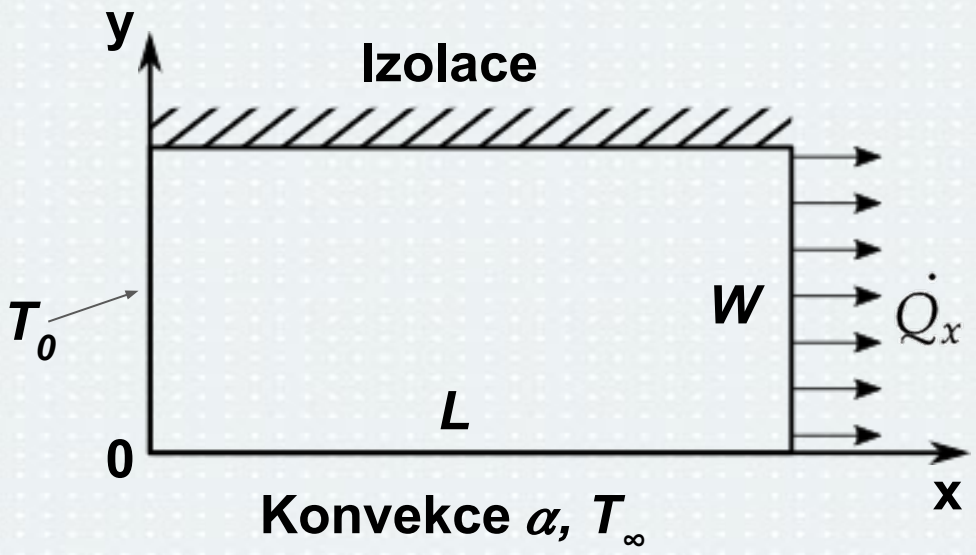
$$T(0, y) = T_0$$

- Předepsaný tepelný tok

$$\dot{Q}_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=L}$$

- Konvektivní tepelný tok

$$\alpha[T_\infty - T(x, 0)] = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}$$



cc BY NC SA

DR vedení tepla

Okrajové podmínky

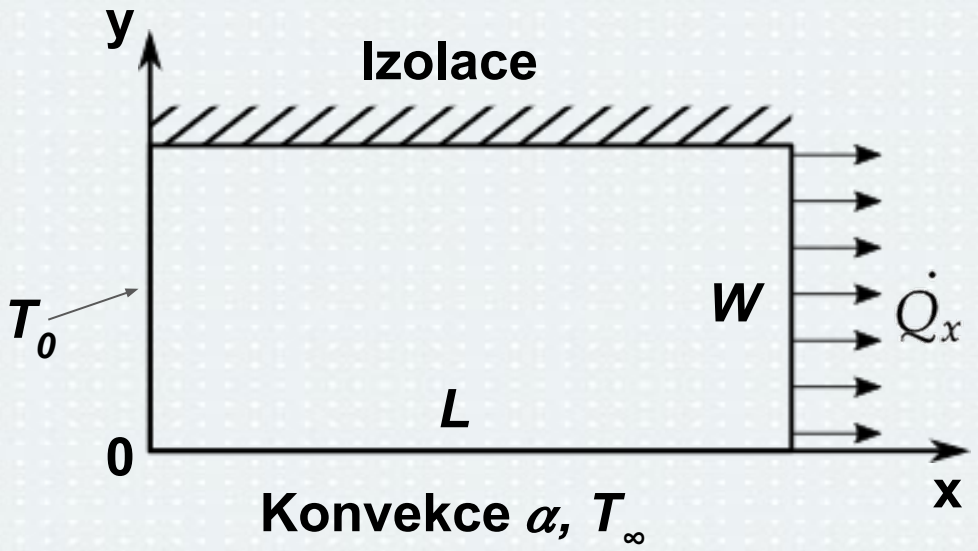
- Izolovaný povrch

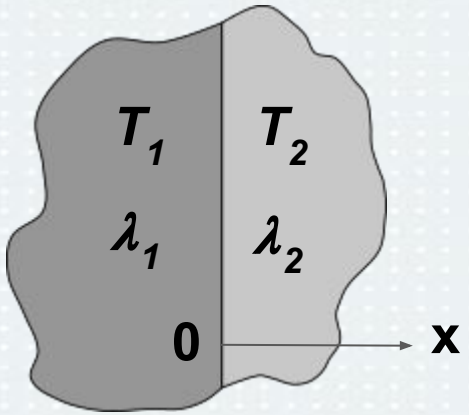
$$\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=W} = 0$$

- Rozhraní

$$T_1(0, y) = T_2(0, y)$$

$$-\lambda_1 \left.\frac{\partial T_1}{\partial x}\right|_{x=0} = -\lambda_2 \left.\frac{\partial T_2}{\partial x}\right|_{x=0}$$





BY NC SA

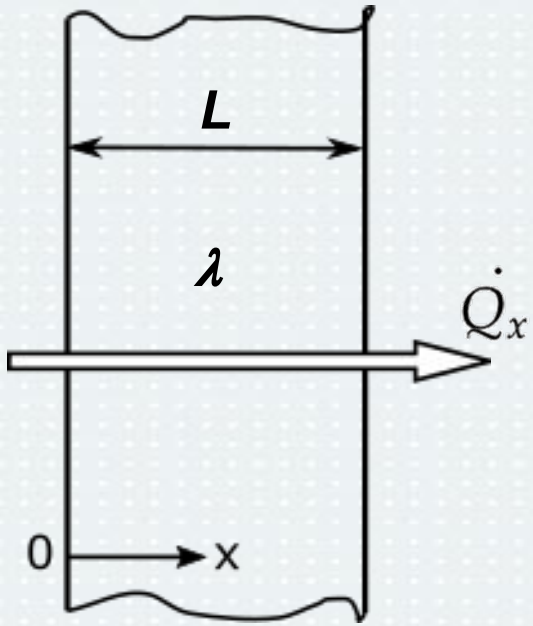
1D vedení tepla

Předpoklady

- Ustálený stav
- 1D
- Bez vnitřních zdrojů

Co chceme určit

- Rozložení teplot
- Měrný tepelný tok



cc BY NC SA

1D vedení tepla

Výchozí bod DR vedení tepla

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q'''=\rho\, c_p\frac{\partial T}{\partial t}$$

1D Bez vnitřních zdrojů Ustálený stav

Zjednodušená forma

$$\frac{d}{dx}\left(\lambda\frac{dT}{dx}\right)=0$$

konstantní λ

$$\frac{d^2T}{dx^2}=0$$

CC BY NC SA

1D vedení tepla

Obecné řešení

1. integrace $\frac{dT}{dx} = C_1$
2. integrace $T = C_1 x + C_2$

C_1 a C_2 - integrační konstanty, jejich hodnota se stanoví z OP

=> Teplotní profil při 1D vedení rovinnou stěnou je lineární

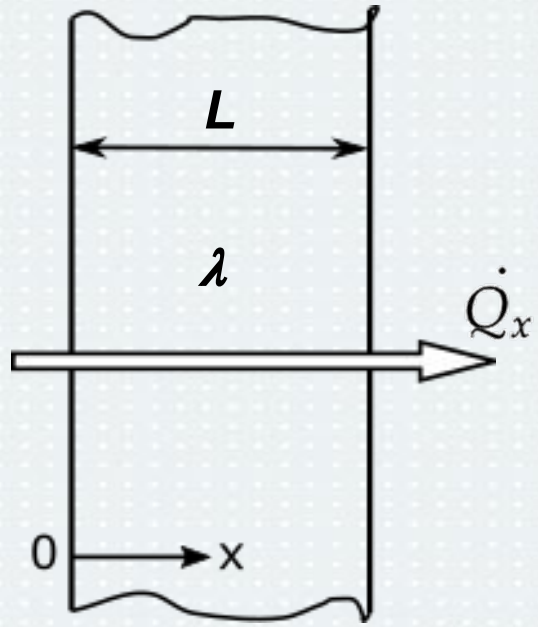
BY NC SA

1D vedení tepla

Obecné řešení - aplikace na specifické případy

Cíl:

- Stanovit teplotní rozložení T(x)
- Určit tepelný tok Q_x
- Vytvořit “tepelný obvod”



BY NC SA

1D vedení tepla

Případ 1 - Známá teplota na obou površích

Okrajové podmínky

$$T(0) = T_{s1}$$
$$T(L) = T_{s2}$$

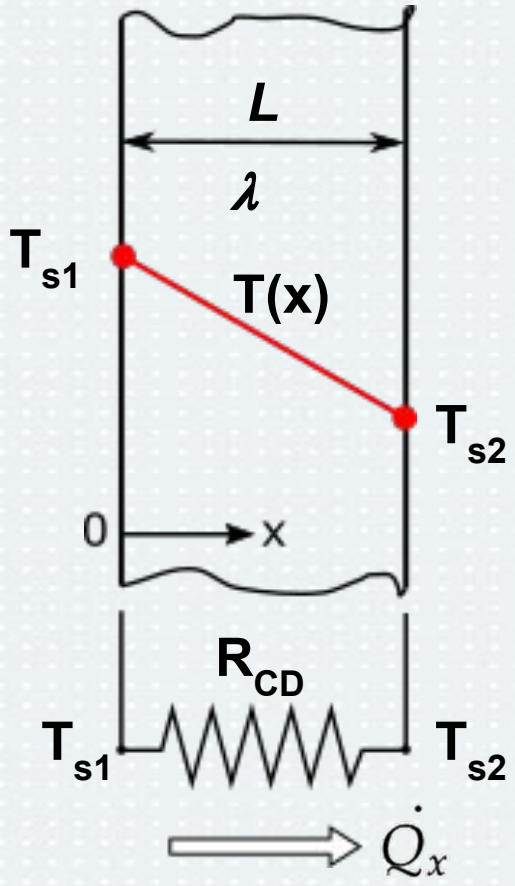
Obecné řešení

$$T = C_1 x + C_2$$

Aplikace OP

$$T_{s1} = C_1 \cdot 0 + C_2 \implies C_2 = T_{s1}$$

$$T_{s2} = C_1 \cdot L + C_2 = C_1 \cdot L + T_{s1} \implies C_1 = (T_{s2} - T_{s1})/L$$



cc BY NC SA

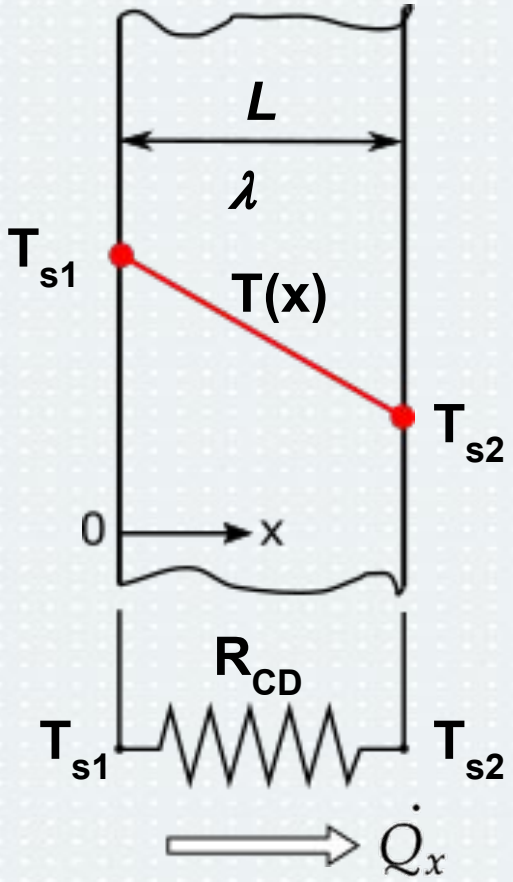
1D vedení tepla

Případ 1 - Známá teplota na obou površích

Teplotní distribuce $$T(x) = T_{s1} + (T_{s2} - T_{s1})\frac{x}{L}$$

Tepelný tok - Fourierův zákon $$\dot{q}_x = \frac{\dot{Q}_x}{S} = -\lambda\frac{dT}{dx}$$

$$\dot{Q}_x = \frac{\lambda\, S\, (T_{s1} - T_{s2})}{L} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{\frac{L}{\lambda\, S}}$$



cc BY NC SA

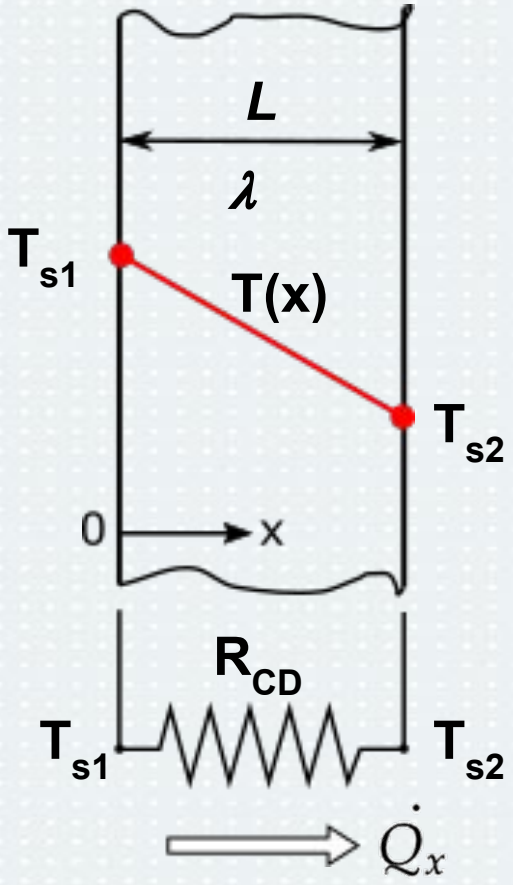
1D vedení tepla

Případ 1 - Známá teplota na obou površích

Tepelný tok - Fourierův zákon

$$\dot{Q}_x = \frac{\lambda S (T_{s1} - T_{s2})}{L} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{\frac{L}{\lambda S}}$$

$$\dot{Q}_x = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_{CD}} \quad \rightarrow \quad R_{CD} = \frac{L}{\lambda S}$$



BY NC SA

1D vedení tepla

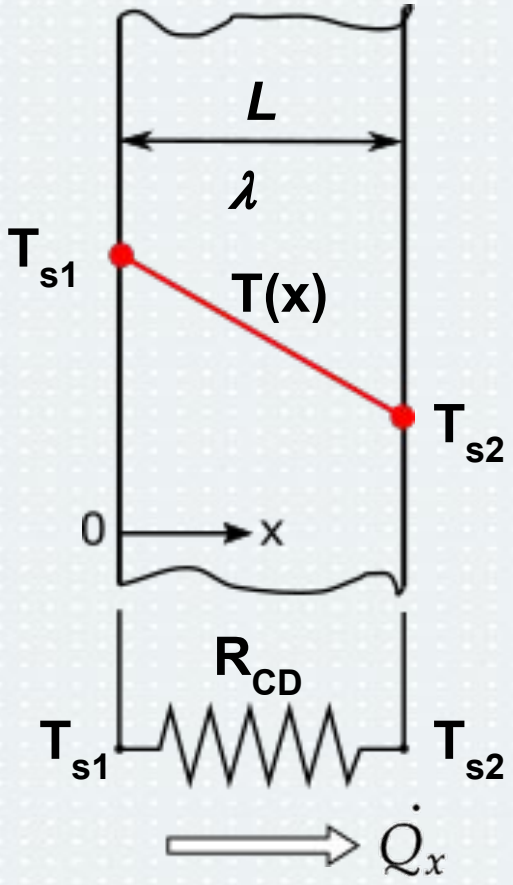
Případ 1 - Známá teplota na obou površích

Tepelný obvod = Analogie s Ohmovým zákonem

$$\dot{Q}_x = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R_{CD}}$$

$$R_{CD} = \frac{L}{\lambda S}$$

$\dot{Q}_x$	Proud
$(T_{s1} - T_{s2})$	Napětí
R_{CD}	Odpor



cc BY NC SA

1D vedení tepla

Případ 2 - Známá teplota na jednom povrchu a konvekce z druhého

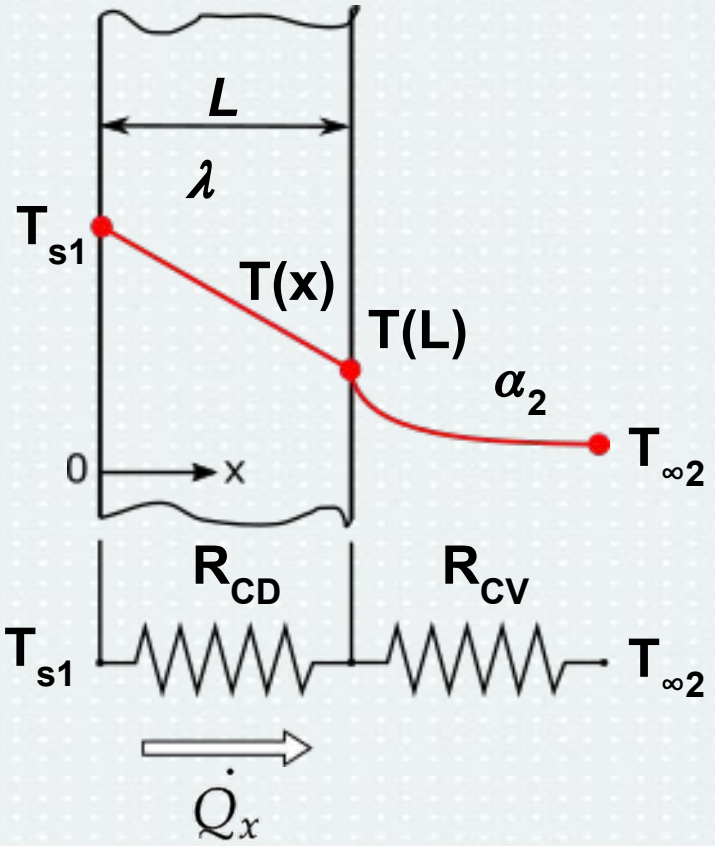
OP: $T(0) = T_{s1}$

$$-\lambda \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} = \alpha_2 [T(L) - T_{\infty 2}]$$

Dosazení OP do obecného řešení

$C_2 = T_{s1}$

$$-\lambda\, C_1 = \alpha_2 (C_1 L + T_{s1} + T_{\infty 2}) \Longrightarrow C_1 = \frac{T_{\infty 2} - T_{s1}}{L + \lambda / \alpha_2}$$



BY NC SA

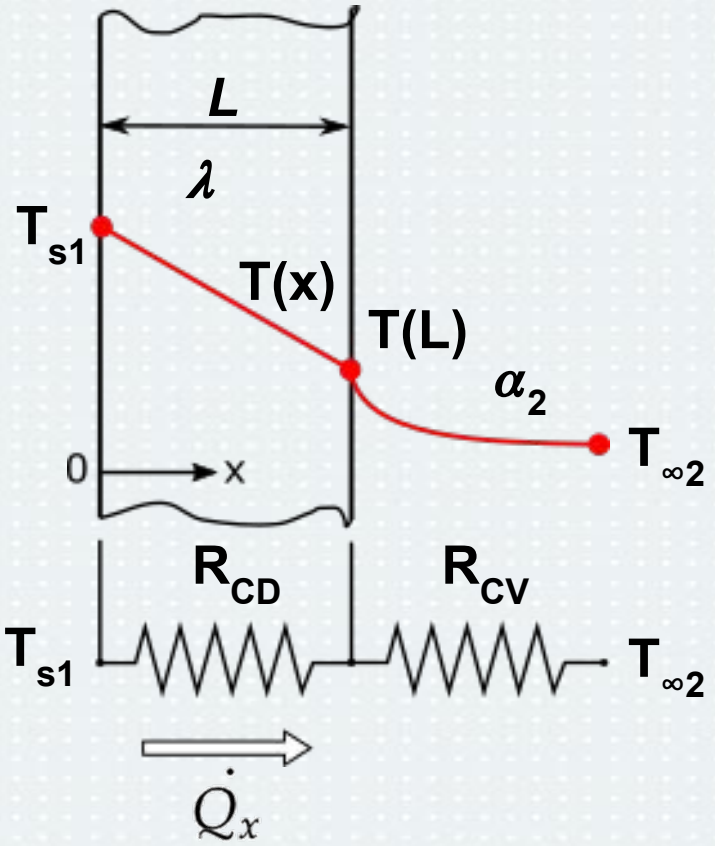
1D vedení tepla

Případ 2 - Známá teplota na jednom povrchu a konvekce z druhého

Rozložení teplot $$T(x) = T_{s1} + \frac{T_{\infty 2} - T_{s1}}{L + \lambda / \alpha_2} x$$

Tepelný tok $$\dot{Q}_x = \frac{T_{s1} - T_{\infty 2}}{\frac{L}{\lambda S} + \frac{1}{\alpha_2 S}}$$

Tepelný odpor R_{CV} $$R_{CV} = \frac{1}{\alpha_2 S}$$



BY NC SA

1D vedení tepla

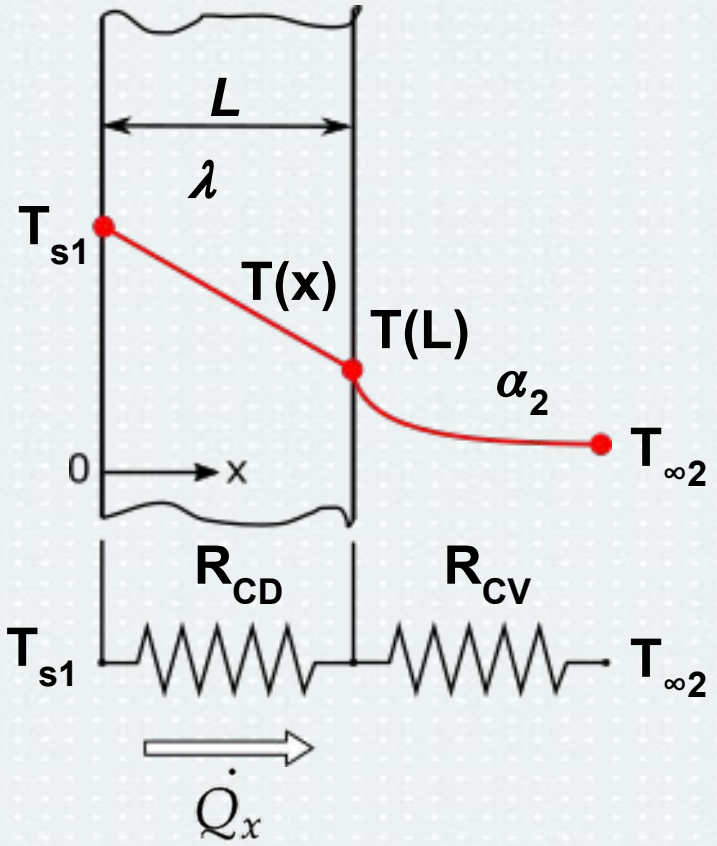
Případ 2 - Známá teplota na jednom povrchu a konvekce z druhého

Analogie s Ohmovým zákonem

$$\dot{Q}_x = \frac{T_{s1} - T_{\infty 2}}{R_{CD} + R_{CV}}$$

Určení teploty v libovolném místě

$$\dot{Q}_x = \frac{T_{s1} - T_{\infty 2}}{\frac{L}{\lambda S} + \frac{1}{\alpha_2 S}} = \frac{T(L) - T_{\infty 2}}{\frac{1}{\alpha_2 S}}$$



BY NC SA

1D vedení tepla

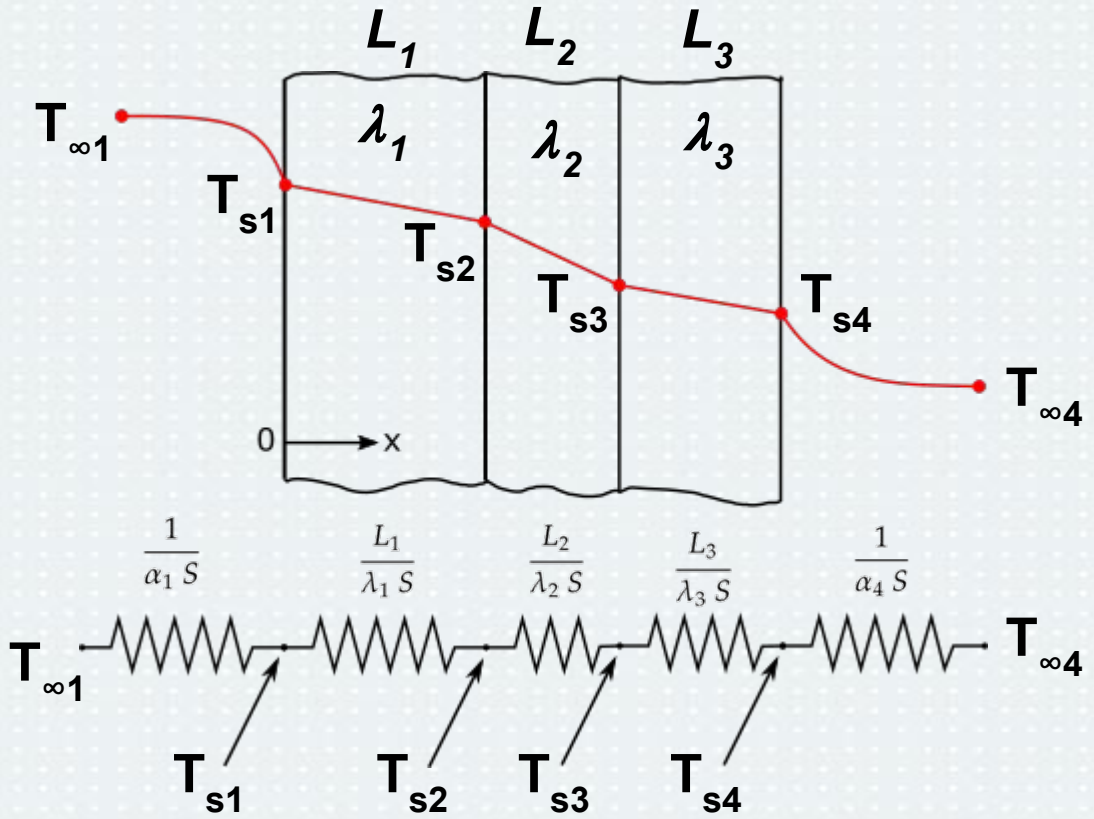
S využitím analogie, lze řešit i další problémy, např. složené stěny

Klasické řešení DR

$$\frac{d^2T_1}{dx^2} = 0,\ 0 \le x \le L_1$$

$$\frac{d^2T_2}{dx^2} = 0,\ L_1 \le x \le L_1 + L_2$$

$$\frac{d^2T_3}{dx^2} = 0,\ L_1 + L_2 \le x \le L_1 + L_2 + L_3$$



CC BY NC SA

1D vedení tepla

Složená rovinná stěna

Obecná řešení DR

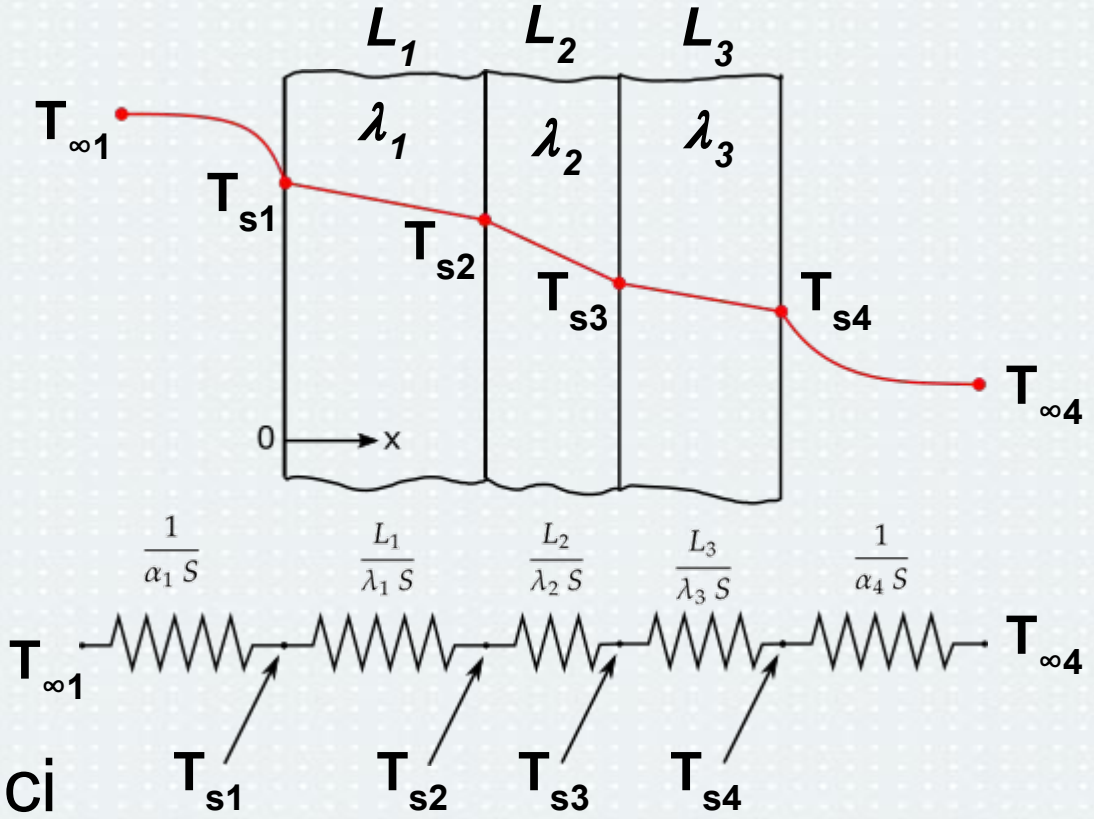
$$T_1(x) = A_1 x + A_2$$

$$T_2(x) = B_1 x + B_2$$

$$T_3(x) = C_1 x + C_2$$

6 neznámých = 6 OP

- 2 × konvekce
- 2 × rovnost teplot na hranici
- 2 × rovnost tepelných toků na hranici



CC BY NC SA

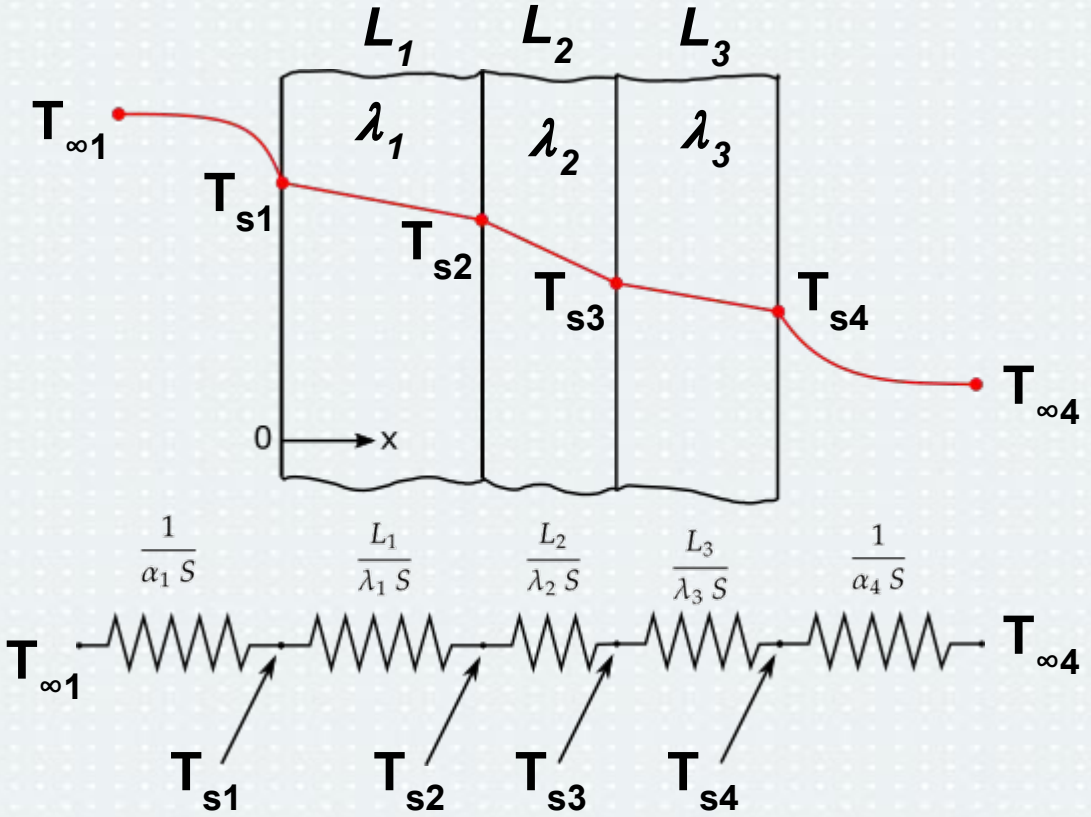
1D vedení tepla

Složená rovinná stěna

Analogie s Ohmovým zákonem

$$\dot{Q}_x = \frac{\Delta T}{\sum R}$$

$$\dot{Q}_x = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 4}}{\frac{1}{\alpha_1 S} + \frac{L_1}{\lambda_1 S} + \frac{L_2}{\lambda_2 S} + \frac{L_3}{\lambda_3 S} + \frac{1}{\alpha_4 S}}$$



BY NC SA

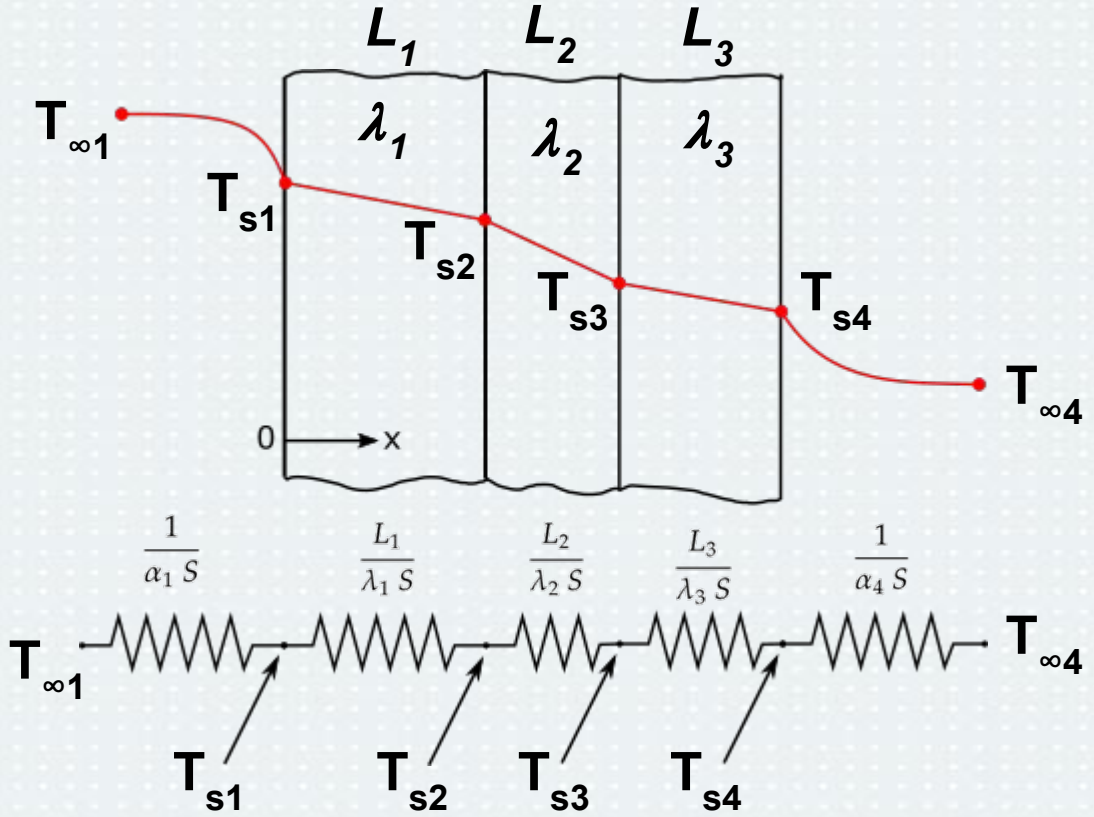
1D vedení tepla

Složená rovinná stěna

Analogie s Ohmovým zákonem

$$\dot{Q}_x = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 4}}{\frac{1}{\alpha_1 S} + \frac{L_1}{\lambda_1 S} + \frac{L_2}{\lambda_2 S} + \frac{L_3}{\lambda_3 S} + \frac{1}{\alpha_4 S}}$$

$$\dot{Q}_x = \frac{T_{\infty 1} - T_1(L)}{\frac{1}{\alpha_1 S} + \frac{L_1}{\lambda_1 S}}$$



BY NC SA

1D vedení tepla

Složená rovinná stěna - Součinitel prostupu tepla

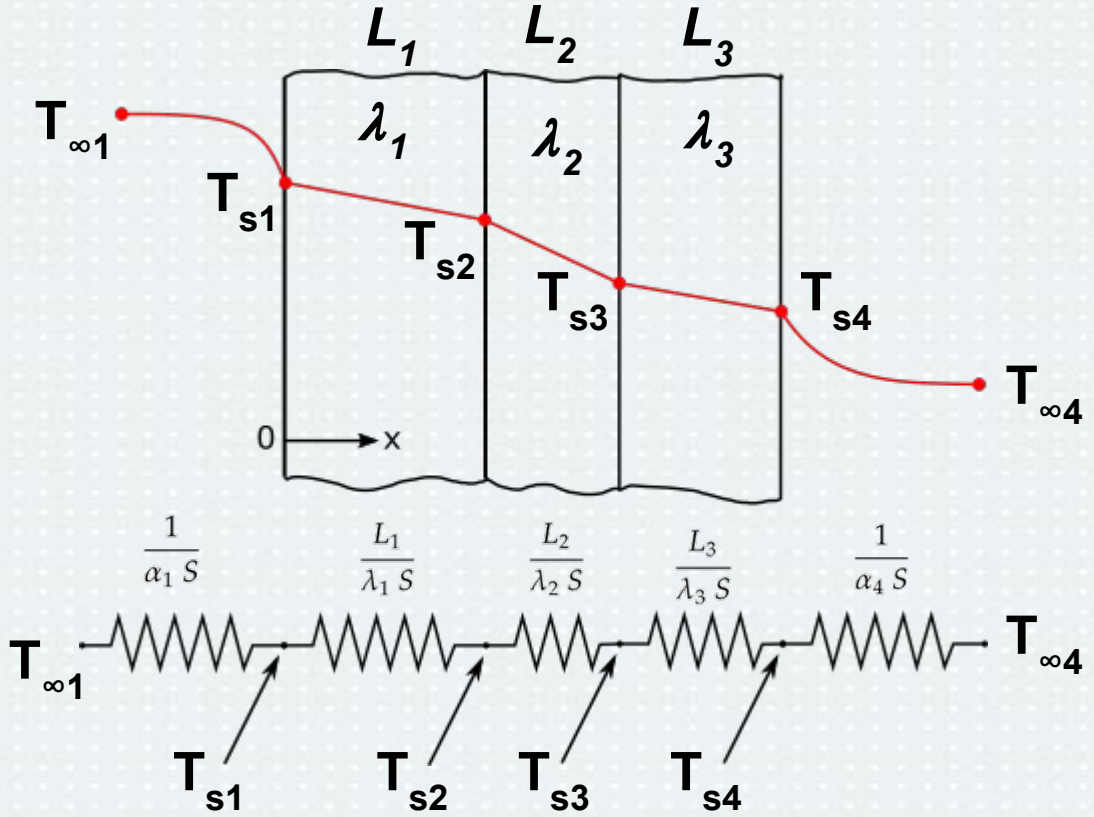
$$\dot{Q}_x = k \cdot S \cdot \Delta T = (U \cdot S \cdot \Delta T)$$

k - součinitel prostupu tepla

ΔT - celkový tepelný spád

$$k = \frac{1}{S \cdot \sum R}$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{L_1}{\lambda_1} + \frac{L_2}{\lambda_2} + \frac{L_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_4}}$$



BY NC SA

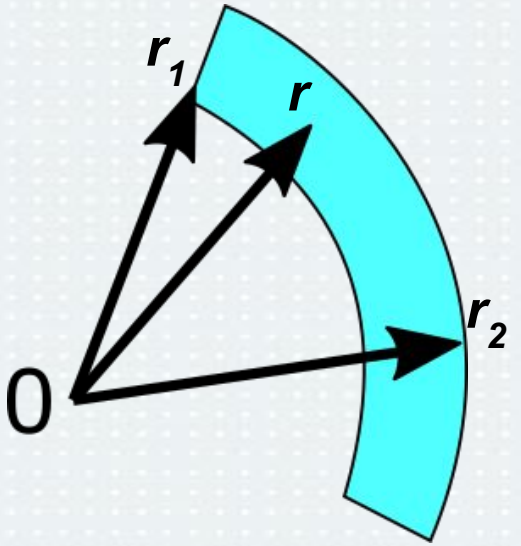
1D vedení tepla

Válcová stěna

DR vedení tepla

$$a\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \Phi^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]+\frac{q'''}{\rho\, c_p}=\frac{\partial T}{\partial t}$$

1D Bez vnitřních zdrojů Ustálený stav



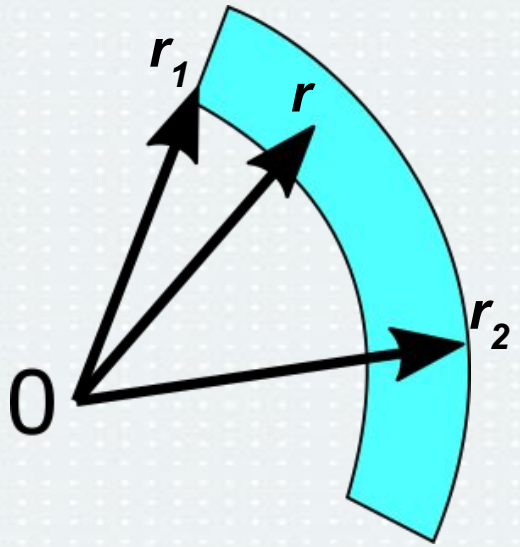
Zjednodušený tvar

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=0$$

cc BY NC SA

1D vedení tepla

Válcová stěna - obecné řešení



1. integrace $r\frac{dT}{dr} = C_1$

2. integrace $T(r) = C_1 ln\, r + C_2$

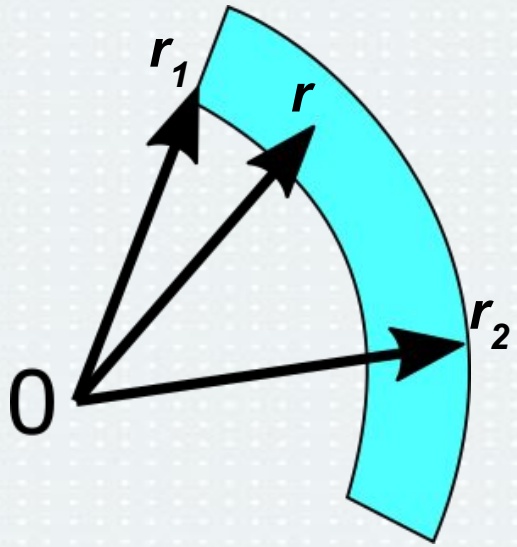
C_1 a C_2 - integrační konstanty, jejich hodnota se stanoví z OP

=> Teplotní profil při 1D vedení válcovou stěnou je logaritmický

BY NC SA

1D vedení tepla

Válcová stěna - tepelný odpor



Řešení DR pro známé teploty T_{s1} a T_{s2}

$$T(r) = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{ln(r_1 / r_2)} ln(r / r2) + T_{s2}$$

$$\dot{Q}_r = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{(1/2\pi\lambda L)\, ln(r_2 / r_1)} \rightarrow R_{CD} = \frac{ln(r_2 / r_1)}{2\pi\, \lambda\, L}$$

BY NC SA

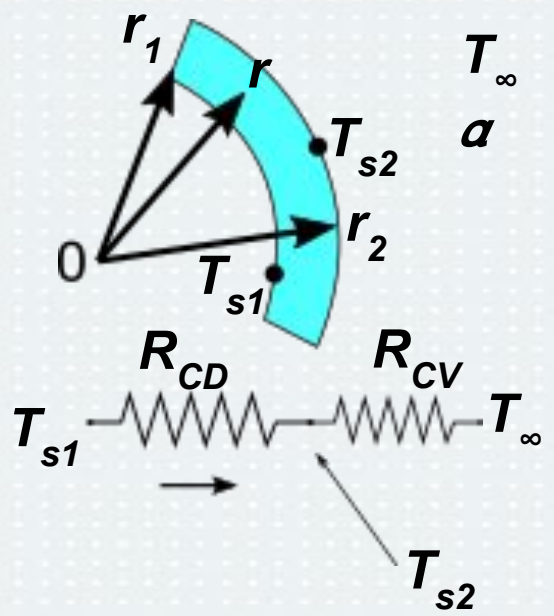
1D vedení tepla

Válcová stěna - tepelný odpor

Řešení DR pro známou teplotu T_{s1} a konvekci

$$T(r) = T_{s1} - \frac{T_{s1} - T_\infty}{(\lambda / r_2\alpha_2) + ln(r_2 / r_1)} ln(r / r1)$$

$$\dot{Q}_r = \frac{T_{s1} - T_\infty}{\frac{1}{2\pi\lambda L} ln(r_2 / r_1) + \frac{1}{2\pi r_2 L\alpha_2}}$$

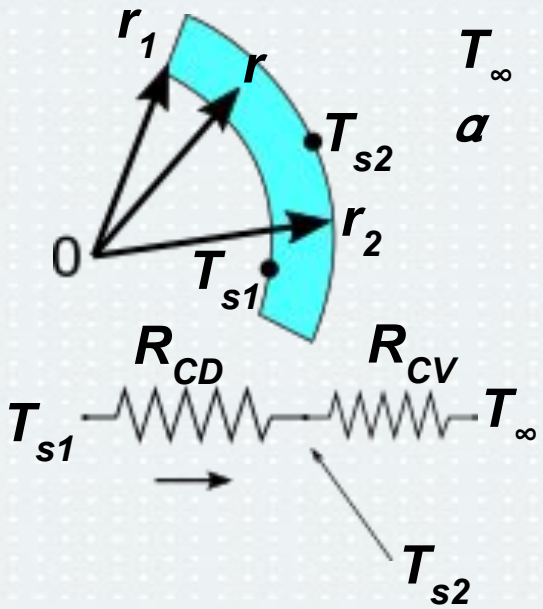


BY NC SA

1D vedení tepla

Válcová stěna - tepelný odpor

Řešení DR pro známou teplotu T_{s1} a konvekci



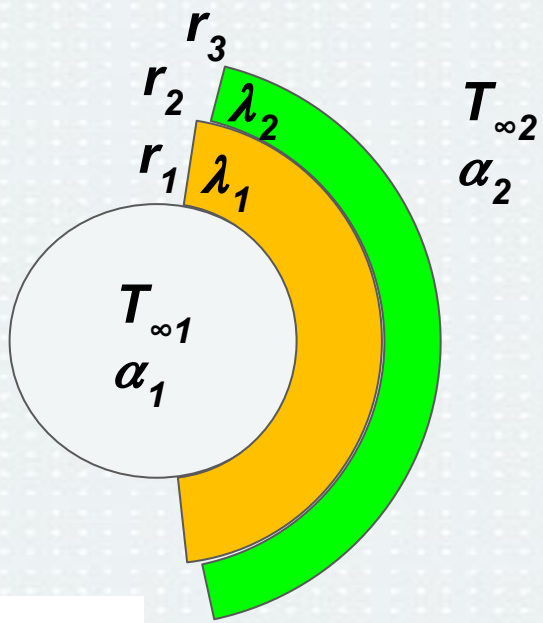
$$\dot{Q}_r = \frac{T_{s1} - T_\infty}{\frac{1}{2\pi\lambda L} ln(r_2 / r_1) + \frac{1}{2\pi r_2 L \alpha_2}}$$

$$\dot{Q}_r = \frac{T_{s1} - T_\infty}{R_{CD} + R_{CV}} \quad \Rightarrow \quad R_{CV} = \frac{1}{2\pi r_2 L \alpha_2} = \frac{1}{S \cdot \alpha_2}$$

BY NC SA

1D vedení tepla

Válcová stěna - tepelný odpor



Složená stěna

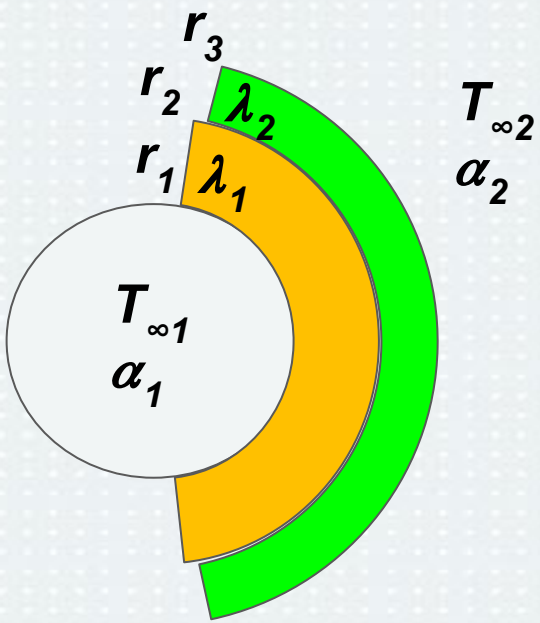
$$\dot{Q}_r = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{R_{CV1} + R_{CD1} + R_{CD2} + R_{CV2}}$$

$$\dot{Q}_r = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{2\pi r_1 L \alpha_1} + \frac{1}{2\pi \lambda_1 L} ln(r_2 / r_1) + \frac{1}{2\pi \lambda_2 L} ln(r_3 / r_2) + \frac{1}{2\pi r_3 L \alpha_2}}$$

BY NC SA

1D vedení tepla

Válcová stěna



Součinitel prostupu tepla

$$\dot{Q}_r = k \cdot S(r) \cdot \Delta T = (U \cdot S(r) \cdot \Delta T)$$

$$k = \frac{\dot{Q}_r}{S(r) \cdot \Delta T}$$

S(r) je závislé na poloměru => k je závislé na poloměru

$$k \cdot S(r) = \frac{\dot{Q}_r}{\Delta T} = \frac{\frac{\Delta T}{\sum R}}{\Delta T} = \frac{1}{\sum R}$$

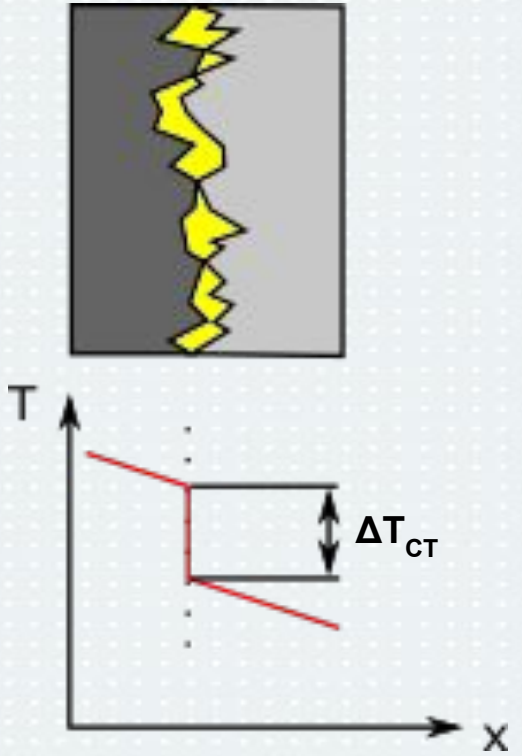
BY NC SA

1D vedení tepla

Kontaktní odpor

- “Mezery”v kontaktní ploše, způsobené drsností povrchu působí jako izolace
- Pokles teploty lze vyjádřit pomocí kontaktního odporu R_{ct}
- Hodnota odporu je určována experimentálně

$$(\Delta T)_{CT} = R_{CT}\,\dot{Q}_x$$



BY NC SA

Magisterský studijní program JADERNÁ ENERGETIKA vznikl za přispění



Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU



NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY



NPO_VUT_MSMT-16609_2022

CC BY NC SA


VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ
V BRNĚ

Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU

NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FAKULTA CHEMICKÁ

FAKULTA STAVEBNÍ

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Přednáška magisterského studijního programu JADERNÁ ENERGETIKA

TERMODYNAMIKA ENERGETICKÝCH ZAŘÍZENÍ A PŘENOS TEPLA

Přenos tepla konvekcí

Fakulta strojního inženýrství

Autor: Ing. Jiří Hejčík, Ph.D.

Datum: 2024

CC BY NC SA

Úvod

- Charakteristika konvekce: Pohyb tekutiny
- Cíl: Stanovení součinitele přestupu tepla α
- Stanovení α: Rozložení teploty v tekutině → α

Obsah kapitoly:

- Základní rovnice
- Bezrozměrný tvar základních rovnic
- Základní parametry
- Zjednodušení základních rovnic - koncept mezní vrstvy

cc BY NC SA

Základní úvahy

Vliv proudění tekutiny

- $\dot{q}_w$ = tepelný tok na povrchu
- T_w = teplota povrchu
- T_∞ = teplota volného proudu
- u_∞ = rychlost volného proudu

Pro daný vstupní výkon, jak snížit teplotu povrchu?

- Zvýšit nebo snížit u_∞?
- Změnit chladicí kapalinu?

BY NC SA

Základní úvahy

Zvýšení u_∞ nebo změna kapaliny ze vzduchu na vodu snižuje teplotu povrchu.

Zhodnocení:
Pohyb tekutiny a povaha tekutiny hrají v konvekci důležitou roli.

Newtonův zákon: $$\dot{q}_w = \alpha(T_w - T_\infty)$$

Řešení pro Tw $$T_w = T_\infty + \frac{\dot{q}_w}{\alpha}$$

Teplota povrchu závisí na α

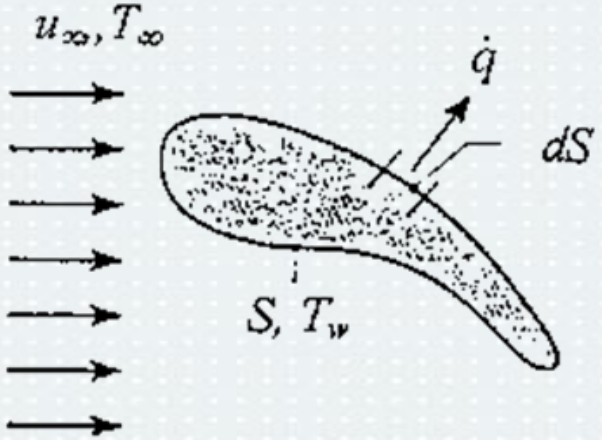
cc BY NC SA

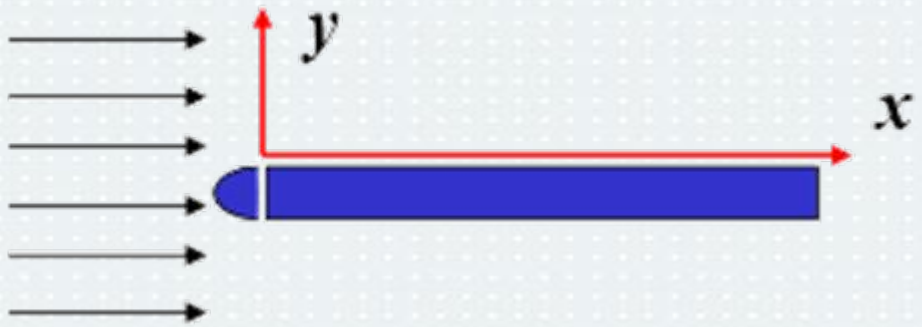
Základní úvahy - součinitel přestupu tepla

Součinitel přestupu tepla není konstantní podél celého povrchu!

Lokální hodnota α = *f(S), f(x)*

$$\dot{q}_w = \alpha(T_w - T_\infty) \quad [\mathrm{W/m^2}]$$





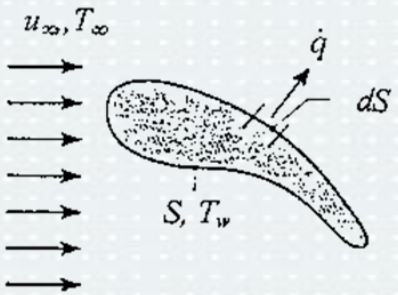
BY NC SA

Základní úvahy - součinitel přestupu tepla

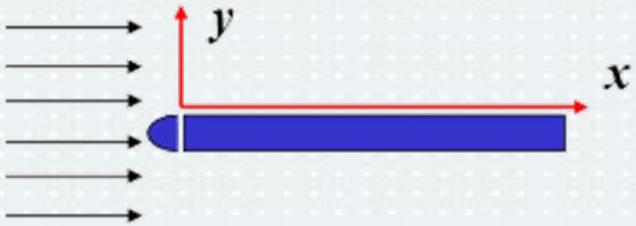
Součinitel přestupu tepla není konstantní podél celého povrchu!

Průměrná hodnota $\bar{\alpha}$

- α=f(S) $\quad \bar{\alpha} = \frac{1}{S}\int_S \alpha dS$ $\quad \dot{Q}_w = \bar{\alpha} S (T_w - T_\infty)$



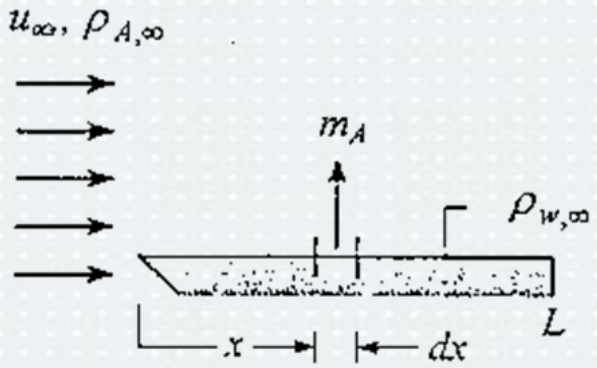
- α=f(x) $\quad \bar{\alpha} = \frac{1}{L}\int_0^L \alpha(x) dx$



BY NC SA

Základní úvahy - přenos hmoty

Uvažujme jezero nebo rybník a jeho hladinu, ze které se odpařuje voda (nebo odpařující se kapka).



Dvě látky, jedna označená A (vodní pára), se přenáší do B (suchý nebo vlhký vzduch).

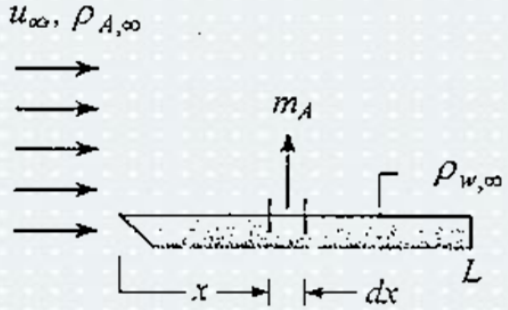
- $\rho_{A,w}$: hmotnostní koncentrace látky A - hustota [kg/m³] - při teplotě povrchu a předpokládá se v nasyceném stavu
- $\rho_{A,\infty}$: hmotnostní koncentrace látky A - za podmínek volného proudu (teplota, vlhkost, tlak)

BY NC SA

Základní úvahy - přenos hmoty

Přenos tepla je úměrný teplotnímu rozdílu.
Přenos hmoty je úměrný rozdílu koncentrací.

Pokud $\rho_{A,w} \neq \rho_{A,\infty}$ pak $m_A = \beta(\rho_{A,w} - \rho_{A,\infty})$ [kg/s·m²]



β je součinitel přenosu hmoty [m/s].

Pro celou plochu S: $\dot{m}_A = \bar{\beta} S(\rho_{A,w} - \rho_{A,\infty})$ [kg/s]

$\bar{\beta}$ je průměrný součinitel přenosu hmoty [m/s].

$$\bar{\beta} = \frac{1}{S}\int_S \beta dS$$

BY NC SA

Základní úvahy

Závěr:
Pro danou geometrii závisí součinitel přestupu tepla na pohybu tekutiny a povaze tekutiny.

Cíl této kapitoly?

Zkoumat tepelnou interakci mezi povrchem a pohybující se tekutinou a určit:

1. Součinitel přestupu tepla α
2. Tepelný tok na povrchu $\dot{q}_w$
3. Teplotu povrchu T_w

BY NC SA

Součinitel přestupu tepla

Aplikace Fourierova zákona v *tekutině* na povrchu obtékaného tělesa, kdy dochází k přenosu tepla vedením přes tenkou "nepohyblivou" vrstvu

$$\dot{q}_w = -\lambda_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

Energetická rovnováha mezi vedením tepla a konvekcí z povrchu

$$\alpha = \frac{\dot{q}_w}{T_w - T_\infty} = \frac{-\lambda_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{T_w - T_\infty}$$

cc BY NC SA

Součinitel přestupu tepla

Abychom získali α, musíme určit rozložení teploty *T(y)* v tekutině a získat teplotní gradient v *y* = 0.

Otázky k zamyšlení:

- Dá se součinitel přestupu tepla α vyjádřit analyticky?
- Proč byl koncept α zaveden?

CC BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Při stanovení rozložení teplot v pohybující se tekutině využíváme následující základní zákony:

1. Zachování hmotnosti
2. Zachování hybnosti
3. Zachování energie

Při řešení budeme dále předpokládat:

- Dvourozměrné proudění $u(x,y)$, $v(x,y)$
- Jednofázové proudění (voda, vzduch)

cc BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování hmotnosti - rovnice kontinuity

Zákon zachování hmotnosti
pro element *dxdy*

$$\dot{m}_x + \dot{m}_y - \left[\dot{m}_x + \left(\frac{\partial \dot{m}_x}{\partial x}\right)dx\right] - \left[\dot{m}_y + \left(\frac{\partial \dot{m}_y}{\partial y}\right)dy\right] = \frac{\partial m}{\partial t}$$

Vyjádření zákona zachování hmotnosti pomocí hustoty a rychlosti

BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování hmotnosti - rovnice kontinuity

Hmotnostní tok $\dot{m} = \rho V A$

A = plocha průtoku
V = rychlost kolmá k A
ρ = hustota

Aplikace na element *dxdy*

$$\dot{m}_x = \rho u \, dy$$
$$\dot{m}_y = \rho v \, dx$$

u,v - komponenty rychlosti ve směru *osy x a y.*

Hmotnost elementu $m = \rho \, dx \, dy$

cc BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování hmotnosti - rovnice kontinuity

Dosazení do bilance hm. toků

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v)}{\partial y} = 0$$

Nestlačitelná tekutina (ρ = konst)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

cc BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování hybnosti

Aplikace Newtonova pohybového zákona pro element *dxdy* ve směru osy *x*

$$\sum F_x = ma_x$$

kde

a_x - zrychlení ve směru osy *x*

m - hmotnost elementu $m = \rho\, dx\, dy$

Pro určení zrychlení a_x potřebujeme znát *u=u(x,y,t)*

cc BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování hybnosti

Celková změnu rychlosti *u*

$$du = \frac{\partial u}{\partial x}dx + \frac{\partial u}{\partial y}dy + \frac{\partial u}{\partial t}dt$$

podělením *dt* (pozn. *dx/dt* = *u* a *dy/dt* = *v*)

$$a_x = \frac{du}{dt} = u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial t}$$

$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}$ = konvektivní zrychlení

$\frac{\partial u}{\partial t}$ = lokální zrychlení

BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování hybnosti

$\sum F_x$ - dva typy vnějších sil

Objemové síly $\sum F_b$ *:* Gravitace $\sum F_b = \rho g dx dy$

Povrchové síly $\sum F_s$

Normálové - od tlaku *p* a normálových napětí σ_{xx}

Tangenciální - smykové napětí τ_{xy}

Celková vnější síla $\sum F_x = \sum F_b + \sum F_s$

BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování hybnosti

Povrchové síly

$$\sum F_s = \left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) dxdy$$

Celková vnější síla

$$\sum F_x = \left(\rho g - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) dxdy$$

cc BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování hybnosti

Dosazení do Newtonova pohybového zákona

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\rho g-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}$$

Obdobně pro *y* osou

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}$$

cc BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování hybnosti

Důležitý předpoklad: Proměnné σ_{xx}, σ_{yy}, τ_{xy} a τ_{yx} jsou eliminovány pomocí empirických vztahů. Pro nestlačitelné tekutiny:

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \sigma_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

- Tekutiny, které se řídí těmito vztahy, jako je voda, vzduch a olej, se označují jako newtonské tekutiny.
- Polymery, med atd. se těmito vztahy neřídí a jsou známé jako nenewtonské tekutiny.

BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování hybnosti

Po dosazení

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\rho g-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$

Navier - Stokesovy rovnice

cc BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování hybnosti

Omezení:

1. Newtonské tekutiny
2. Konstantní hustota ρ
3. Konstantní viskozita μ
4. Dvourozměrné proudění
5. Gravitace směřující v kladném směru x

cc BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování energie

Předpoklady:

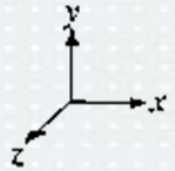
1. Dvourozměrný
2. Zanedbatelné změny kinetické a potenciální energie
3. Zanedbatelný přenos energie v důsledku normálových napětí σ_{xx} a σ_{yy} a smykového napětí τ_{xy} (viskózní disipace)
4. Konstantní vlastnosti

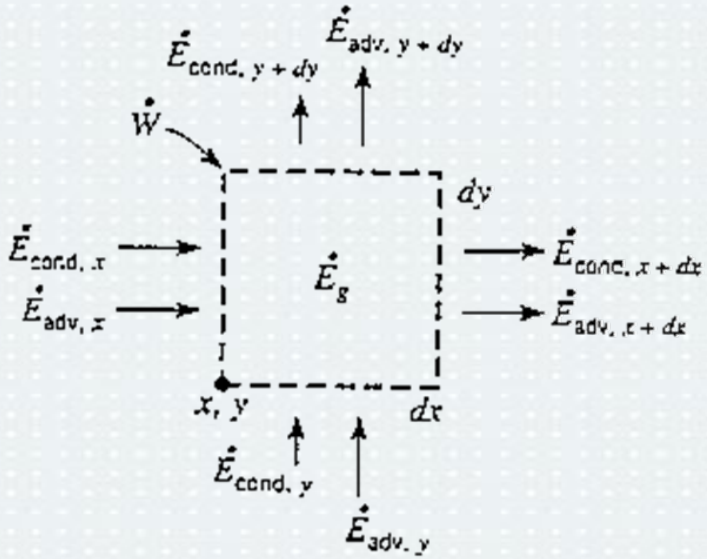
CC BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování energie

$$\dot{E}_{in}+\dot{E}_g-\dot{E}_{out}=\dot{E}_{ak}=\frac{dE}{dt}$$





Energie přenášena vedením (pohyb molekul) a konvekcí (hmotnostní tok s entalpií *h*)

BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování energie

Energie generovaná a změna energie v objemu

$$E_g = q''' dxdydt$$

$$\Delta E = \frac{\partial E}{\partial t} dt = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dxdydt$$

Po dosazení

$$-\frac{\partial q''_x}{\partial x} - \frac{\partial q''_y}{\partial y} - \frac{\rho \partial (u\hat{h})}{\partial x} - \frac{\rho \partial (v\hat{h})}{\partial y} + q''' = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování energie

Fourierův zákon $q_x'' = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$ $q_y'' = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}$

Změna entalpie pro nestlačitelnou tekutinu $d\hat{h} = c_p dT$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \frac{q'''}{\rho c_p}$$

Rovnice zachování energie

cc BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Zákon zachování energie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \frac{q'''}{\rho c_p}$$

Význam členů rovnice:
První člen: Lokální rychlost změny energie
Druhý člen: Energie unášená tekutinou
Třetí člen: Energie vedená ve směrech *x* a *y*
Čtvrtý člen: Generování energie

cc BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Souhrn

Předpoklady:

1. Newtonská tekutina
2. Dvourozměrné proudění
3. Zanedbatelné změny kinetické a potenciální energie
4. Konstantní vlastnosti (kromě vztlaku)
5. Gravitace je v kladném směru x

cc BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Souhrn

Rovnice kontinuity

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

Rovnice zachování hybnosti

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\rho g-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$

CC BY NC SA

Základní rovnice pro přenos tepla konvekcí

Souhrn

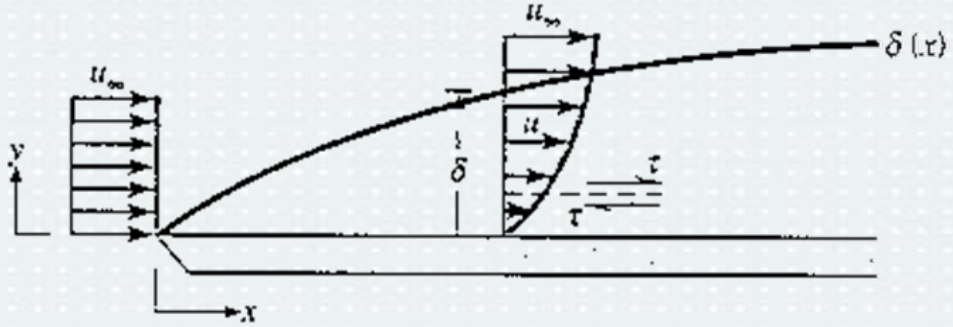
Rovnice zachování energie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) + \frac{q'''}{\rho c_p}$$

cc BY NC SA

Koncept mezní vrstvy

Za určitých podmínek bude vliv viskozity omezen na tenkou oblast v blízkosti povrchu, nazývanou *rychlostní* nebo *viskózní mezní vrstva*.



Okraj této oblasti je definován tloušťkou δ, která se vztahuje k vzdálenosti, kde $u = 0{,}99\, u_\infty$.

Smykové napětí $\tau_w = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}$

koeficient tření $c_f = \frac{\tau_w}{\frac{\rho u_\infty^2}{2}}$

CC BY NC SA

Koncept mezní vrstvy

Podmínky existence mezní vrstvy

- Hladké těleso (nedochází k odtržení proudu)
- Vysoké Reynoldsovo číslo (Re > 100)

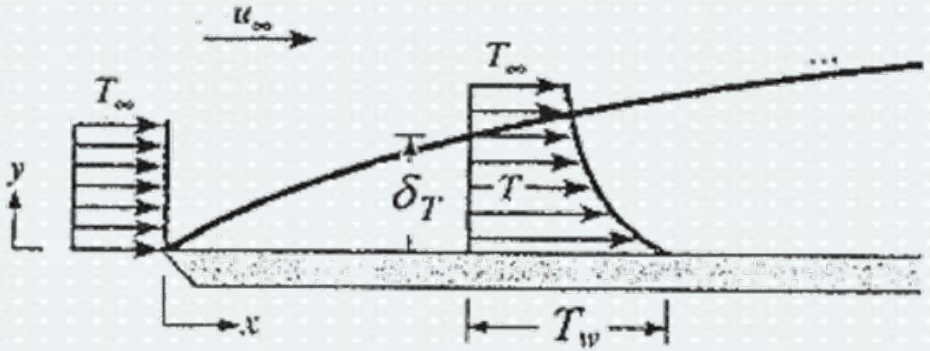
Vlastnosti mezní vrstvy

- Rychlost na povrchu je nulová. Toto je tzv. no-slip podmínka.
- Rychlost se prudce mění v tloušťce mezní vrstvy δ. Na okraji $u \approx u_\infty$
- Vně rychlostní mezní vrstvy nehraje viskozita roli

CC BY NC SA

Koncept mezní vrstvy

Za určitých podmínek bude vliv tepelné interakce mezi tekutinou a povrchem omezen na tenkou oblast v blízkosti povrchu, nazývanou *tepelná mezní vrstva*.



Okraj této oblasti je definován tloušťkou δ_T, která se vztahuje k vzdálenosti, kde $T_w - T = 0{,}99(T_w - T_\infty)$.

Tepelný tok stěnou

$$\dot{q}_w = -\lambda_f \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} = \alpha(T_w - T_\infty)$$

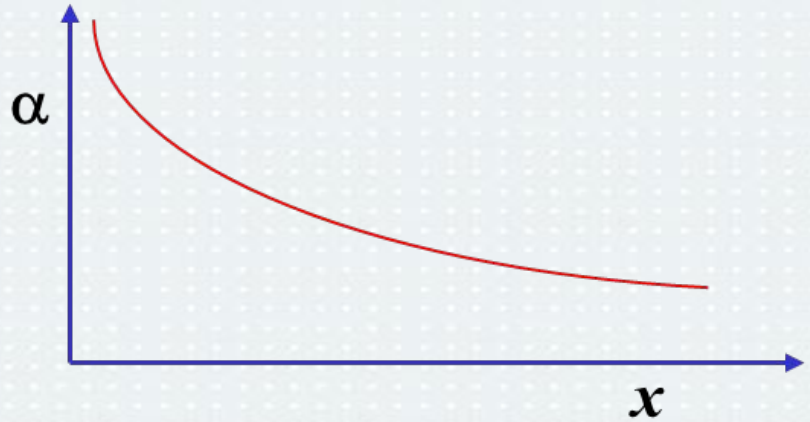
cc BY NC SA

Koncept mezní vrstvy

Součinitel přestupu tepla

$$\alpha = \frac{-\lambda_f \left. \partial T / \partial y \right|_{y=0}}{(T_w - T_\infty)}$$

Jaký je průběh α pro konstantní teplotní diferenci T_w - T_∞



cc BY NC SA

Koncept mezní vrstvy

Podmínky existence mezní vrstvy

- Hladké těleso (nedochází k odtržení proudu)
- Součin Reynoldsovo číslo a Prandtlova čísla (*RePr* > 100)

$$Pe = Re\,Pr = \left(\frac{\rho u_\infty L}{\mu}\right)\left(\frac{c_p \mu}{\lambda}\right) = \frac{\rho c_p u_\infty L}{\lambda}$$

- Teplota se výrazně mění v tloušťce tepelné mezní vrstvy δ_t. Na okraji $T \approx T\infty$
- Obecně platí, že jak rychlostní, tak tepelná mezní vrstva jsou tenké.

BY NC SA

Koncept mezní vrstvy

Laminární vs Turbulentní

Turbulentní proudění: Náhodné fluktuace rychlosti, teploty.
Laminární proudění: Proudnice jsou hladké. Fluktuace chybí.

cc BY NC SA

Koncept mezní vrstvy

Laminární vs Turbulentní

Kritické Reynoldsovo číslo Re_t

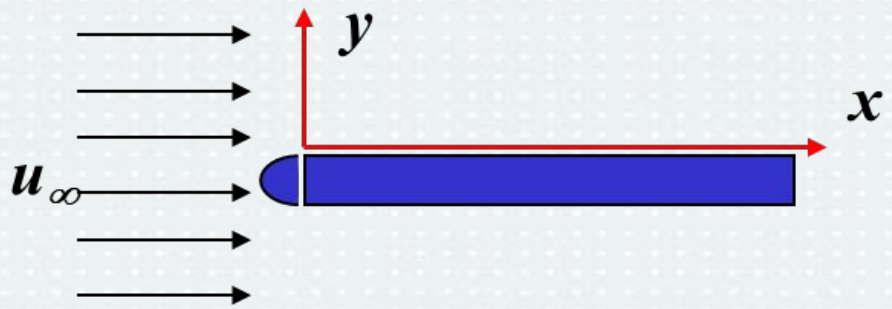
- Používá se ke kontrole, zda je proudění laminární nebo turbulentní.
- Re_t se určuje experimentálně (obtékání rovinné desky Re_t = 500000, hladká trubka Re_t = 2300)
- Jeho hodnota závisí na geometrii, drsnosti povrchu, tlakovém gradientu…

cc BY NC SA

Využití mezní vrstvy pro řešení konvekce

- Ne vždy je nutné brát v úvahu všechny členy v rovnicích hybnosti.
- Často se jedná o nestlačitelné proudění, ρ = konst., často s konstantními fyzikálními veličinami λ, μ, zanedbatelnými hmotnostními silami (gravitačními atd.) a bez vnitřního zdroje tepla.
- Často u >> v

$$\frac{\partial u}{\partial y} >> \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x} \qquad \frac{\partial T}{\partial y} >> \frac{\partial T}{\partial x}$$



BY NC SA

Využití mezní vrstvy pro řešení konvekce

Souhrn rovnic mezní vrstvy pro stacionární laminární proudění

Předpoklady:
(1) Newtonovská tekutina
(2) Dvourozměrné proudění
(3) Zanedbatelné změny kinetické a potenciální energie
(4) Konstantní vlastnosti
(5) Aerodynamický povrch (obtékání bez odtržení proudu)
(6) Reynoldsovo číslo (Re > 100)
(7) Pecletovo číslo (Pe > 100)

cc BY NC SA

Využití mezní vrstvy pro řešení konvekce

Souhrn rovnic mezní vrstvy pro stacionární laminární proudění

Předpoklady:
(8) Stacionární stav
(9) Laminární proudění
(12) Bez gravitace
(10) Bez disipace, $\Phi = 0$
(11) Bez vztlaku, $\beta = 0$
(13) Bez generování energie

cc BY NC SA

Využití mezní vrstvy pro řešení konvekce

Souhrn rovnic mezní vrstvy pro stacionární laminární proudění

r. Kontinuity $$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

r. hybnosti ve směru *x* $$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{dp_\infty}{dx}+\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

uvažujeme nulová tlakový gradient

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Eneregetická r. $$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Obě rovnice jsou identické – rychlostní a teplotní profily budou podobné – analogie mezi přenosem hybnosti a tepla.

cc BY NC SA

Klasifikace konvekce

1. Vynucená konvekce vs. volná konvekce
2. Vnější vs. vnitřní proudění
3. Proudění v mezní vrstvě vs. proudění s nízkým Reynoldsovým číslem
4. Stlačitelné vs. nestlačitelné proudění:
5. Laminární vs. turbulentní proudění:
6. Newtonovská vs. nenewtonovská tekutina:

cc BY NC SA

Vlastnosti tekutiny

Vlastnosti tekutin potřebné pro řešení přenosu tepla konvekcí:

Měrná tepelná kapacita c_p
Tepelná vodivost λ
Prandtlovo číslo Pr
Tepelná difuzivita a
Dynamická viskozita μ
Kinematická viskozita v
Hustota ρ

cc BY NC SA

Součinitel přestupu tepla a bezrozměrná kritéria

Bilance v mezní vrstvě

$$\alpha = \frac{-\lambda_f \left. \partial T / \partial y \right|_{y=0}}{(T_w - T_\infty)}$$

Obecně je v případě nucené konvekce $\alpha = f(u,L,\varrho,\nu,c,\lambda)$

Nusseltovo číslo

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda}$$

Reynoldsovo číslo

$$Re = \frac{uL}{\nu}$$

Prandtlovo číslo

$$Pr = \frac{\nu \rho c}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$$

BY NC SA

Součinitel přestupu tepla a bezrozměrná kritéria

Rovnice obsahující bezrozměrná čísla - kriteriální rovnice
v případě nucené konvekce ve tvaru $Nu = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$

Skutečná podoba rovnice závisí na systému:

- Nucená konvekce v trubici – laminární nebo turbulentní (vstupní délka L/d, plně rozvinutá oblast).
- Příčné proudění přes válec, svazek trubek.
- Nucená konvekce pro vnější proudění na rovinné desce.
- Přirozená konvekce (Grashofovo číslo).
- Proudění s viskózní disipací (Eckertovo číslo).

Kriteriální rovnice jsou většinou stanoveny experimentálně nebo analytickým řešením pro jednoduché situace nebo systémy.

cc BY NC SA

Magisterský studijní program JADERNÁ ENERGETIKA vznikl za přispění



Financováno Evropskou unií
NextGenerationEU



NÁRODNÍ PLÁN OBNOVY



NPO_VUT_MSMT-16609_2022

CC BY NC SA