

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

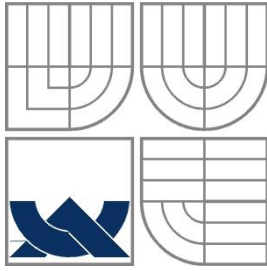
PREZENTACE VYBRANÝCH TÉMAT BSIS V PROSTŘEDÍ PPT

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

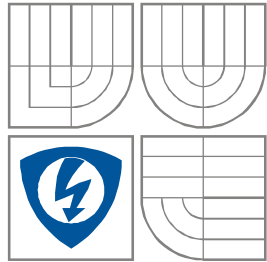
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

RADOMIL HAVLÍN

BRNO 2009



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A
KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY**

**FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS**

PREZENTACE VYBRANÝCH TÉMAT BSIS V PROSTŘEDÍ PPT
THE PRESENTATION OF SELECTED THEMES OF BSIS IN PPT ENVIRONMENT

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

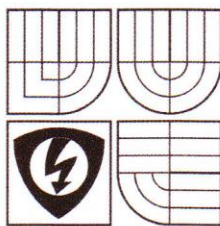
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Radomil Havlín

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

prof. Ing. Milan Sigmund, CSc.

Brno 2009



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav radioelektroniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Elektronika a sdělovací technika

Student: Havlín Radomil

Ročník: 3

ID: 70165

Akademický rok: 2008/09

NÁZEV TÉMATU:

Prezentace vybraných témat BSIS v prostředí PPT

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se podrobně s oblastmi předmětu BSIS, které lze názorně ilustrovat pomocí multimediálních a animačních technik. Prezentaci vybraných témat zpracujte ve WORDu a doplňte vlastními řešenými příklady.

Vytvořenou prezentaci zpracujte v prostředí PPT a doplňte ukázkami na praktické použití v oblasti zvukových a obrazových signálů. Potřebné vstupní signály si opatříte z vlastních zdrojů.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] ŠEBESTA, V., SMÉKAL, Z. Signály a soustavy. Skriptum. Brno: FEKT VUT v Brně, 2004.

[2] JAN, J. Číslicová filtrace, analýza a restaurace signálů. Brno: VUT v Brně, 1997.

Termín zadání: 9.2.2009

Termín odevzdání: 5.6.2009

Vedoucí práce: prof. Ing. Milan Sigmund, CSc.

Konzultanti bakalářské práce:

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

Abstrakt:

Bakalářská práce se zabývá tématy předmětu BSIS, které lze prezentovat pomocí multimediálních a animačních technik v prezentaci. V úvodu jsou uvedena tato témata a jednotlivé metody jejich zpracování. Ve většině případů poskytuje názornou ukázkou řešení modulové a argumentové spektrum signálu. V kapitolách jsou popisovány operace s jedním a se dvěma signály v čase, vlastnosti Fourierovy transformace s názornými ukázkami, korelace společně s konvolucí, kvaziperiodické signály a jako poslední kapitolou jsou spektra vybraných signálů.

Abstract:

The bachelors thesis occupy by topics of the course BSIS, which can be presented by the multimedia and animation techniques in the presentation. In the introduction, these topics are given a different method of processing. In most cases, provides a modular solution by demonstration and argued spectrum signal. The chapters describe the operation with one, two signals at the time, the properties of Fourier transform with illustrative demonstration, the correlation with convolution, kvaziperiodické signals and the last chapter the spectrum of selective signals.

Klíčová slova:

Signály obecně, dělení signálů, příklady jednotlivých signálů, EKG signál, EEG signál, EMG signál, zvukový signál, rádiové signály, šíření vln, datový (binární) signál, obrazový signál, operace s jedním signálem v čase, časový posun, změna časového měřítka, změna velikosti signálu, symetrie kolem osy, posun na ose hodnot, absolutní hodnota signálu, nelineární změna signálu, operace se dvěma signály v čase, součet dvou signálů, násobení dvou signálů, korelace, konvoluce, vlastnosti Fourierovy transformace, funkce sinc, poučky o spektrech, linearita, posunutí vzoru v čase, změna časového měřítka, posunutí obrazu, spektrum derivace signálu, spektrum integrace signálu, spektrum součinu signálu, věta o součinu, Parsevalův teorém, Fourierova řada, zpětná Fourierova transformace, kvaziperiodické signály, spektrum signálu, spektrum obecného periodického signálu, spektrální funkce, komplexní exponenciální impuls, stejnosměrný signál, harmonický signál.

Keywords:

Signals in general, splitting signals, examples of individual signals, ECG signal, EEG signal, EMG signal, audible signal, radiofrequency signals, wave spread, data (binary) signal, operations with a single signal at a time, the change of time scale, change size of the signal, an axis of symmetry, a shift in the axis of values, the absolute value of the signal, non-linear change in signal operation with two signals in time, the sum of the two signals, multiply the two signals, correlation, convolution, the characteristics of Fourier transformation, function sinc, proposition about the spectrum, linearity, the displacement model in time, the change of time scales, shifting the image, the signal spectrum of derivatives, the spectrum of derivative signal, the product of the spectrum signal, the product of the sentence, Parseval theorem, Fourier series, backward Fourier transform, quasi-periodic signals, spectrum of signal, spectrum of general periodic signal, spectral function, a complex exponential pulse, equable signal, harmonic signal.

Bibliografická citace:

HAVLÍN, R. Prezentace vybraných témat BSIS v prostředí PPT. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 43 s., Vedoucí bakalářské práce prof. Ing. Milan Sigmund, CSc.

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma *Prezentace vybraných témat BSIS* v prostředí PPT jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 5. června 2009

.....
podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce prof. Ing. Milanu Sigmundovi, CSc. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne 5. června 2009

.....
podpis autora

Obsah

1. Úvod.....	4
2. Signály obecně.....	5
2.1 Signál.....	5
2.2 Příklady signálů.....	6
2.2.1 EKG signál.....	6
2.2.2 EEG signál.....	7
2.2.3 EMG signál.....	7
2.2.4 Zvukový signál.....	7
2.2.5 Rádiové signály.....	8
2.2.6 Datový signál (binární).....	9
2.2.7 Obrazový signál.....	9
3. Operace s jedním signálem v čase.....	10
3.1 Časový posun.....	10
3.2 Změna časového měřítka.....	11
3.3 Změna velikosti signálu.....	11
3.4 Symetrie kolem osy.....	12
3.5 Posun na ose hodnot.....	13
3.6 Absolutní hodnota signálu.....	14
3.7 Nelineární změna signálu.....	14
3.8 Realizace modulu prezentace „Operace s jedním signálem v čase“.....	15
4. Operace se dvěma signály v čase.....	15
4.1 Součet dvou signálů.....	15
4.2 Násobení dvou signálů.....	15
4.3 Realizace modulu prezentace „Operace se dvěma signály“.....	17
5 Korelace.....	17
5.1 Realizace modulu prezentace „korelace“.....	19
6 Konvoluce.....	19
6.1 Realizace modulu prezentace „konvoluce“.....	22
7. Vlastnosti Fourierovy transformace.....	22
7.1 Funkce sinc (x).....	22
7.2 Fourierova transformace.....	22
7.2.1 Linearita.....	23
7.2.2 Posunutí vzoru v čase.....	25
7.2.3 Změna časového měřítka.....	26
7.2.4 Posunutí obrazu.....	27
7.2.5 Spektrum derivace signálu.....	27
7.2.6 Spektrum integrace signálu.....	28
7.2.7 Spektrum součinu signálů.....	29
7.2.8 Věta o součinu.....	30
7.3 Realizace modulu prezentace „Vlastnosti Fourierovy transformace“.....	30
8. Kvaziperiodické signály.....	31
8.1 Realizace modulu prezentace „Kvaziperiodické signály“.....	33
9 Spektrum signálů.....	33
9.1 Spektrum obecného periodického signálu.....	33
9.2 Komplexní exponenciální impuls.....	34
9.3 Stejnoseměrný signál.....	34
9.4 Harmonický signál.....	35
9.5 Realizace modulu prezentace „Spektrum signálů“.....	35
10. Závěr.....	36
Seznam literatury.....	37
Dodatek.....	38
Seznam příloh.....	39

Seznam obrázků

Obrázek 1.1: Signál v časové oblasti	5
Obrázek 1.2: Matematický model	5
Obrázek 2.1: QRS vlna	6
Obrázek 2.2a: EKG zdravého člověka	6
Obrázek 2.2b: EKG nemocného člověka	6
Obrázek 2.3: EEG, aktivita mozku	7
Obrázek 2.4: EMG, činnost svalu	7
Obrázek 2.5: Zvukový signál	8
Obrázek 2.6: Způsoby šíření signálu	8
Obrázek 2.7: Datový (binární) signál	9
Obrázek 2.8: Jednoduchý obrazový signál	9
Obrázek 3.1a: Zpoždění signálu v čase	10
Obrázek 3.1b: Předbíhání signálu v čase	10
Obrázek 3.2a: Expanze signálu	11
Obrázek 3.2b: Komprese signálu	11
Obrázek 3.3a: Zesílení signálu	12
Obrázek 3.3b: Zeslabení signálu	12
Obrázek 3.4a: Symetrie kolem osy hodnot	12
Obrázek 3.4b: Symetrie kolem časové osy	13
Obrázek 3.4c: Symetrie kolem počátku souřadnic	13
Obrázek 3.5a: Posun na ose hodnot	13
Obrázek 3.5b: Posun na ose hodnot	14
Obrázek 3.6: Absolutní hodnota signálu	14
Obrázek 3.7a: Nelineární změna v čase	14
Obrázek 3.7b: Nelineární změna hodnot	15
Obrázek 4.1: Součet a násobení signálu	16
Obrázek 5.1: Signály používané při vzájemné korelaci	17
Obrázek 5.2: Průběh vzájemné korelace	18
Obrázek 5.3: Výsledek vzájemná korelace	19
Obrázek 6.1: Signály používané při konvoluci	20
Obrázek 6.2: Průběh konvoluce	21
Obrázek 6.3: Výsledek konvoluce dvou signálů	21
Obrázek 6.4: Konvoluce obrazu	21
Obrázek 7.1: Funkce sinc(x)	22
Obrázek 7.2: Obdélníkový periodický signál	23
Obrázek 7.3a: Trojúhelníkový signál	24
Obrázek 7.3b: Obdélníkový signál	24
Obrázek 7.3c: Linearita	24
Obrázek 7.4: Posunutí vzoru v čase	25
Obrázek 7.5: Změna časového měřítka	26
Obrázek 7.6: Posunutí obrazu	27
Obrázek 7.7: Derivace signálu	28
Obrázek 7.8: Integrace signálu	29
Obrázek 8.1a: Periodický signál o dvou složkách	31
Obrázek 8.1b: Modulové spektrum periodického signálu	31
Obrázek 8.1c: Argumentové spektrum periodického signálu	31
Obrázek 8.2a: Jednoduchý kvaziperiodický signál	32
Obrázek 8.2b: Modulové spektrum jednoduchého kvaziperiodického signálu	32
Obrázek 8.2c: Argumentové spektrum jednoduchého kvaziperiodického signálu	32
Obrázek 8.3a: Složitější signál	32
Obrázek 8.3b: Modulové spektrum složitějšího signálu	33
Obrázek 8.3c: Argumentové spektrum složitějšího signálu	33
Obrázek 9.1a: Stejnoseměrný signál	34
Obrázek 9.1b: Spektrum stejnosměrného signálu	34
Obrázek 9.2: Spektrum harmonického signálu	35
Obrázek 14.1: Náhled prezentace - Operace s jedním signálem v čase	40
Obrázek 14.2: Náhled prezentace - Operace se dvěma signály	40

Obrázek 14.3: Náhled prezentace - Korelace	41
Obrázek 14.4: Náhled prezentace - Konvoluce	41
Obrázek 14.5: Náhled prezentace - Vlastnosti Fourierovy transformace.....	42
Obrázek 14.6: Náhled prezentace - Kvaziperiodické signály	42
Obrázek 14.7: Náhled prezentace - Spektrum signálů	43

1. Úvod

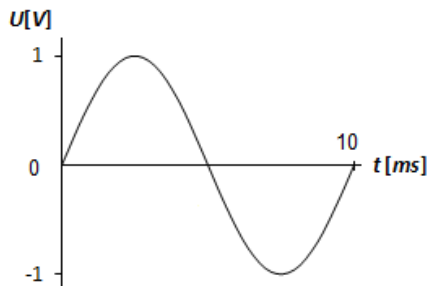
Prvotním úkolem bakalářské práce bylo nejprve se seznámit s jednotlivými tématy předmětu Signály a soustavy, které lze pomocí animačních a multimediálních technik prezentovat a opatřit takové bloky názornými příklady. Témata, která lze prezentovat pomocí animačních a multimediálních technik, jsou operace s jedním signálem v čase, operace se dvěma signály v čase, korelace, konvoluce, vlastnosti Fourierovy transformace, spektrální hustoty signálů a kvaziperiodické signály. Tyto okruhy byly stanoveny vedoucím bakalářské práce. Cílem bakalářské práce je vytvoření prezentace, která by měla posloužit pro jednodušší pochopení problematických bloků předmětu Signály a soustavy. Jelikož bylo cílem vytvořit hlavně grafické pojednání problému, je text v této práci spíše informativní a není tak rozsáhlý. Pro snadnější pochopení jednotlivých problémů je názornější grafický obrázek než ukázka formou textu.

Pro analyzování problému operace se signály v čase, jsem pro vytváření názorných ukázek využil programu Microsoft Office Excel, ve kterém byl výstupní formát obrázku nejkvalitnější. Další práce s obrázky byla přijatelná (grafické objekty jsou ukládány ve formátech bitmap, ve kterých jsou uloženy všechny informace o obrázku bez jakékoliv komprese, což se samozřejmě projevilo i na velikosti souboru) a zadávání jednotlivých parametrů nebylo až tak složité jako v jiných případech. Před analyzováním jednotlivých bloků je nutné nejprve představit signály obecně, společně s jednotlivými typy signálů, které jsou znázorněny grafickými ukázkami. Pro zvukový signál bylo využito vlastní nahrávky zpěvu ptáků. V některých případech, nejvíce u vlastností Fourierovy transformace bylo příliš složité vypočítat spektrum signálu ručně, proto jsem daný problém analyzoval za pomoci programovacího matematického jazyka Matlab. Po nastudování manuálu, se tento jazyk jevil jako neefektivnější pro řešení určitých problémů. Hlavní využití program nalezl při řešení Fourierových transformací, kde bylo nutné vypočítat modulové (amplitudové) spektrum daného signálu, neboť zjišťovat toto ručně, byl někdy opravdu nadlidský výkon. Zdrojový kód (skript) výpočtu modulového spektra signálu v programu Matlab je uveden v dodatku, kde je spektrum závislé na počtu vzorků a vzorkovací frekvenci, tyto údaje jsou již nastaveny v jednotlivých skriptech. U korelace a konvoluce je jako příklad užito obecného příkladu, kdy přes sebe jednotlivé signály určitých tvarů přesouváme, čímž vzniká korelace a konvoluce. U kvaziperiodických signálů nebylo příliš složité zjistit spektrum modulů či argumentů daného signálu ručně, proto jsem zde nepoužíval programovací jazyk Matlab a jednotlivé signály i spektra jsou kreslena v programu Excel. V posledním bloku s názvem spektra určitých signálů jsou představeny vzorce a spektrální funkce jednotlivých signálů. V některých případech je znázorněno i grafické zpracování. Jednotlivé signály, které jsem v této kapitole představil, jsou obecný periodický signál, komplexní exponenciální impuls, stejnosměrný signál a harmonický signál. I zde bylo jednodušší zobrazit grafiku v programu Excel. Jednotlivé prezentace jsou sestrojeny v programu Microsoft PowerPoint, dle zadání bylo nutné implementovat do prezentace animace, které jsou ve formátu *.swf, vytvořené programem Adobe Flash. PowerPoint sice umožňuje zobrazit flash animace v prezentaci, ale vyžaduje k tomu doinstalovaný doplněk, který dovoluje animace prohlížet. Tento problém nebylo možné vyřešit jiným způsobem. Prezentace jsou spustitelné na všech PC, která mají nainstalovaný program pro prohlížení prezentací PPT. Jelikož jsou jednotlivé problémy, ve kterých je začleněna manipulace se signálem či spektrem, realizovány pomocí maker, je nutné při spuštění prezentace toto povolit. Makra jsou programována v jazyce VBA. Návod jak povolit spuštění maker v kancelářském balíku Microsoft Office, je uveden v kapitole Dodatek.

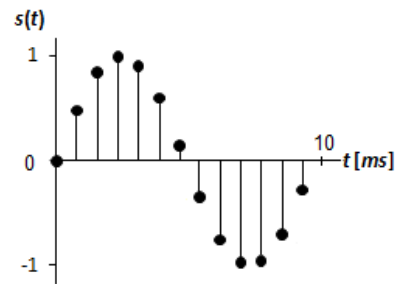
2. Signály obecně

2.1 Signál

Pojem “signál“ reprezentuje veličinu nesoucí určitou informaci. V elektrotechnice u analogového signálu je veličinou nejčastěji elektrické napětí nebo proud, popřípadě zvukový signál. Signál je nejčastěji zobrazován v závislosti na čase, kde amplituda představuje velikost přenášené informace **obrázek 1.1**. Vlastnosti signálu nejlépe vystihneme pomocí matematického modelu signálu, zobrazeném na **obrázku 1.2**.



Obrázek 1.1: Signál v časové oblasti



Obrázek 1.2: Matematický model

Signály klasifikujeme podle doby trvání na signály finitní, které v jednom časovém okamžiku začaly a v druhém skončily. S takovými signály se setkáváme v praxi. Signály které mají nekonečnou dobu trvání, nazýváme signály periodické (nefinitní). Je-li známa časová závislost signálu, jde o signál determinovaný, který lze zpracovat na základě známé časové oblasti, v opačném případě jde o signál náhodný, který je možno zpracovat na základě pravděpodobnostního popisu (korelační analýza).

Podle definičního oboru může být signál:

- Spojitý v čase - čas nabývá hodnot z množiny \mathbb{R} reálných čísel
- Diskrétní v čase – čas nabývá hodnot z množiny \mathbb{Z} celých čísel

Podle oboru hodnot lze signál klasifikovat jako signál se spojitými hodnotami a diskretními hodnotami. Signál spojitý v čase se spojitými hodnotami, označujeme jako analogový a signál diskretní v čase s diskretními hodnotami, jako číslicový neboli digitální.

Analogový signál

- Signál je vyjádřen hodnotami nějaké fyzikální veličiny.
- Spojitý v čase, vyjádřen spojitými hodnotami.
- Většina signálů kolem nás.

Digitální signál

- Signál je vyjádřen posloupností číslic jedniček a nul.
- Diskrétní v čase, vyjádřen diskretními hodnotami.
- Vyžadují A/D a D/A převodníky pro převod signálu.
- Zaokrouhlovací chyby při zpracování oproti analogovému.
- Při zpracování nutno dodržet vzorkovací teorém.
- Oproti analogovým systémům jsou číslicové systémy časově stálé, nevyžadují doladění.

Signály ve frekvenční oblasti zobrazujeme pomocí spektra modulů, které znázorňuje závislost přenášené amplitudy na frekvenci. K přepočtu z časové do frekvenční oblasti se užívá Fourierovy transformace, která převádí libovolný signál na součet sinusových průběhů. Spektrum argumentů zobrazuje fázi v závislosti na frekvenci. Spektrum argumentů zavádíme, je-li spektrum modulů zpracovaného signálu stejné jako původního, kde bychom žádné změny nepoznali, ale o tom až v další kapitole. Než se dostaneme k samotným problematikám, je nejprve nutno nastínit dva základní pojmy, které se v signálech nejčastěji užívají. Jsou to zpracování a analýza signálu.

Zpracování signálu

- Vstupem zpracování je originální signál, výstupem je signál modifikovaný.
- Typickým zpracováním může být filtrace, ekvalizace, obnova signálu apod.

Analýza signálu

- Vstupem analýzy je neznámý signál, jejím výstupem je signál analyzovaný (popsaný).
- Příkladem může být korelační analýza, která se používá pro analýzu náhodných signálů.

2.2 Příklady signálů

2.2.1 EKG signál

V biomedicíně se signálů využívá k elektrokardiografii (EKG), což je jednoduché a nebolestivé vyšetření, díky kterému lze získat přehled o elektrické aktivitě srdce. Tlukot srdce je přenášen až na povrch těla, kde je snímán pomocí elektrod. Signál je třeba ještě filtrovat, protože se v něm vyskytují pohybové artefakty s nízkým kmitočtem 1 Hz a naindukované napětí ze síťových rozvodů v pásmu 50 Hz. Tvar výsledného signálu je označován jako QRS komplex, kde je obsažena R vlna pro diagnostiku srdečního rytmu. Lékařské přístroje již obsahují varovnou signalizaci, která hlásí skoro nulový výskyt R vlny.



Obrázek 2.1: QRS vlna

Zdravému člověku se R vlna opakuje s pravidelnou periodou **obrázek 2.2a**, naopak u nemocného jedince je opakování nepravidelné **obrázek 2.2b**, bude-li perioda opakování nízká, zareagují přístroje a upozorní lékaře, který bude pacientovi věnovat pozornost.



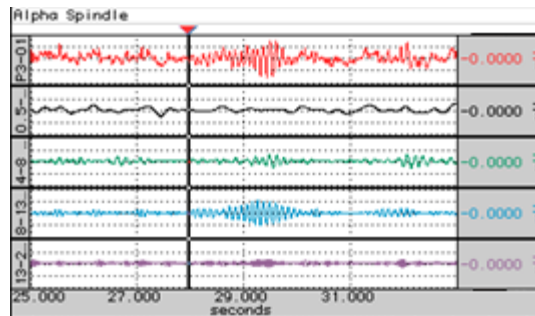
Obrázek 2.2a: EKG zdravého člověka



Obrázek 2.2b: EKG nemocného člověka

2.2.2 EEG signál

Dalším použitím signálu v medicíně je elektroencefalografie (EEG), což je metoda založená na snímání a sledování činnosti mozku, kdy přístroj zachycuje pomocí několika elektrod z povrchu hlavy záznam elektrické aktivity mozku na papír. Takto lze stanovit diagnózu pro epilepsii, ztrátu vědomí či poruchu spánku nebo jim předejít. Souběžně s aktivitou mozku je sledována i aktivita srdce. Alternativou může být CT, které ovšem nezobrazuje elektrickou aktivitu mozku, ale obraz samotného orgánu. K tomu jsou využívány mohutné a složité přístroje. Příkladem EEG může být **obrázek 2.3**, kde je zobrazena aktivita mozku v alfa spánku.



Obrázek 2.3: EEG, aktivita mozku

2.2.3 EMG signál

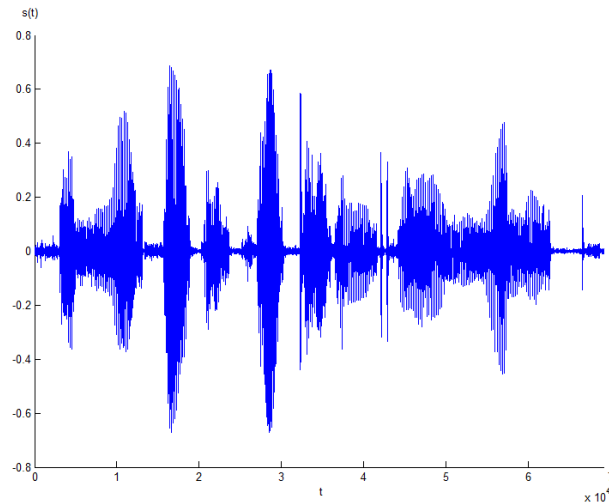
Dalším významným využitím v biomedicíně je elektromyografie (EMG), která se užívá pro snímání elektrické aktivity svalů nebo nervů většinou pomocí elektrod (z jejich povrchu). Součástí přístroje je často generátor elektrických impulzů. Používá se k vyšetření poškozených svalů, na obrazovku přístroje se přenáší stahy, které jsou elektrodami snímány. Toto napětí je velice malé, několik μV . Na **obrázku 2.4** jsou zaznamenány tři svalové stahy, tedy signál EMG.



Obrázek 2.4: EMG, činnost svalu

2.2.4 Zvukový signál

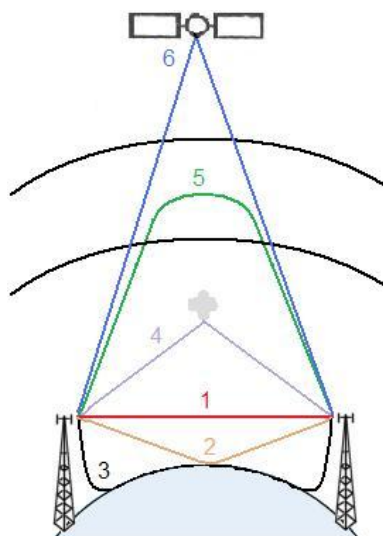
Zvukový signál můžeme získat pomocí mikrofону, kdy je akustický signál převeden na signál elektrický. Je-li ve zvuku přítomna ozvěna či šum, lze je jednoduše odstranit a výsledný zvuk bude bez nežádoucích jevů. K tomu můžeme například využít níže zmíněné konvoluce, pomocí které získáme požadovaný zvuk bez šumu. Dále je možné zvýraznit nebo zeslabit určité tóny, k tomuto se využívají filtry využívající ekvalizace, která může být fázová (ovlivňuje pouze fázi) nebo amplitudová (ovlivňuje amplitudu signálu), výsledkem zpracování pak může být signál se zvýrazněnými vysokými tóny nebo naopak se zvýrazněnými hlubokými tóny. Příkladem zvukového signálu je **obrázek 2.5**, kde je analyzovaným signálem zpěv ptáků v přírodě.



Obrázek 2.5: Zvukový signál

2.2.5 Rádiové signály

Rádiové signály (vlny) se využívají ke komunikaci mezi dvěma objekty, k vysílání těchto vln je zapotřebí antény, stejně tak na straně příjmu. Základní dělení vln podle využívaného frekvenčního pásma a příklady využití komunikace jsou následující: extrémně nízké frekvence (3 – 30Hz) spolu se supernízkými frekvencemi (30 - 300Hz) se užívají pro komunikaci v armádě, konkrétně komunikace s ponorkami, ultranízké frekvence (300 - 3000Hz) slouží pro komunikaci v dolech, velmi nízké frekvence (3 - 30kHz) nacházejí využití u bezdrátových měřičů, nízké frekvence (30 – 300kHz) používáme pro navigace a AM vysílání (dlouhé lny), pásmo střední frekvence (300 – 3000kHz) pro střední vlny amplitudově modulovaného (AM) vysílání, vysoké frekvence (3 - 30MHz) – krátké vlny a amatérské vysílání rádia, velmi vysoké frekvence (30 – 300MHz) pro vysílání frekvenčně modulovaného signálu (FM) a televizního vysílání, ultra vysoké frekvence (300 – 3000MHz) vysílá televizní vysílání, mobilní telefony a bezdrátové připojení, super vysoké frekvence (3 - 30GHz) využívá mikrovlnné záření, bezdrátové připojení a moderní radary, extrémně vysoké frekvence (30 - 300GHz) v radioastronomii a vysokorychlostní mikrovlnný přenos dat a poslední pásmo využívané pro infračervené spektrum neboli noční vidění (< 300GHz).

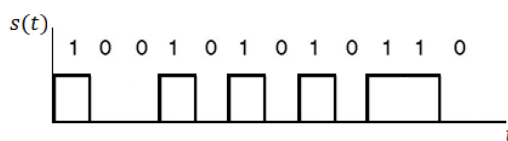


Obrázek 2.6: Způsoby šíření signálu

Na **obrázku 2.6** jsou zobrazeny možné způsoby šíření rádiových signálů. Nebudu zde jednotlivé způsoby detailně rozvádět, to je náplní jiných předmětů, uvedu pouze základy. Způsob šíření popsany číslem 1, nazývaný spojení přímou vlnou, se uplatňuje při šíření řádově do jednotek GHz, kde mezi vysílací a přijímací anténou musí být zajištěna přímá viditelnost (nesmí být v tzv. rádiovém stínu). Společně s přímou vlnou vzniká vlna odražená, označená číslem 2. Tyto vlny najdou využití při šíření v pásmu desítek až stovek MHz. Dalším možným způsobem je šíření povrchem pod označením 3, kdy je využito vlastností Země, přenášené pásmo dosahuje desítek MHz. Způsob 4 využívá objektů vznikajících a zanikajících v atmosféře, od kterých se vyslaný signál odrazí k přijímací anténě, bohužel tyto objekty nejsou trvalé, proto je musíme předem znát (pásmo stovky MHz až jednotky GHz). Dalším možným řešením, označeným číslem 5, je šíření využívající vlastností ionosféry, kdy se signál v ionosféře odrazí směrem k zemi do přijímací antény. Ionosféru je možno využít pro pásmo desítek MHz. V současné době se hojně užívá šíření pomocí družic, kmitočtové pásmo několik GHz.

2.2.6 Datový signál (binární)

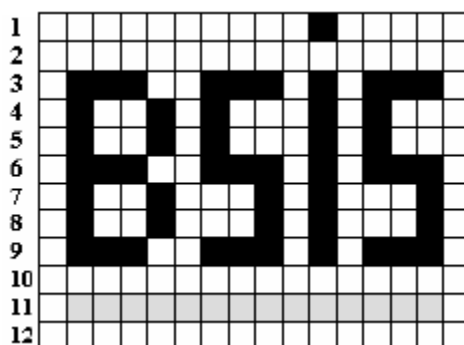
Datový signál, jenž je znázorněn na **obrázku 2.7**, který je v dnešní době upřednostňovanějším oproti signálu analogovému. Kdy napěťové úrovně představují přenos jedniček a nul. Je-li úroveň napětí vyšší, představuje to v signálu přenos jedničky a je-li úroveň nižší, jedná se pak o přenos nuly. Takového signálu se dnes využívá ve sdělovacích systémech (mobilní telefony, televize, osobní počítače...). Požadavkem na tyto signály je nejvyšší přenosová rychlost v přijatelné šířce kmitočtového pásma. Pro přenos, kde jsou nevyhovující podmínky, se užívají modulační metody.



Obrázek 2.7: Datový (binární) signál

2.2.7 Obrazový signál

Obraz je rozdělen na elementární obrazové body. Součástí obrazového signálu je přenášená informace o jasnosti jednotlivých bodů. Obraz je přitom členěn na jednotlivé řádky a sloupce. Pro pohyblivé obrazy se využívá prokládání obrazu, které se děje zleva doprava. Příkladem obrazu vzniklého po přijmutí obrazového signálu je **obrázek 2.8**.



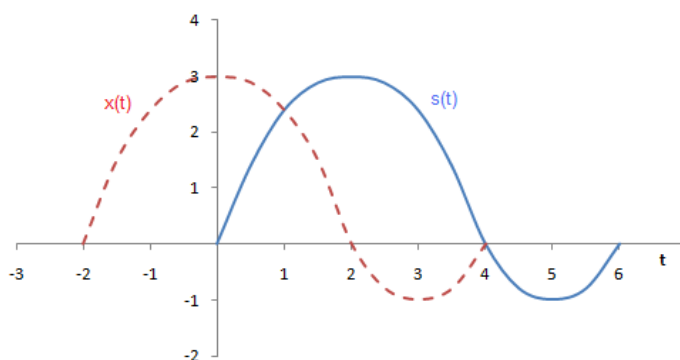
Obrázek 2.8: Jednoduchý obraz

3. Operace s jedním signálem v čase

Tato kapitola by nás měla seznámit se základními operacemi s jedním signálem v čase. Operace jsou chápány jako metoda zpracování jednoho signálu. Stejně jako v matematice můžeme provádět s čísly různé operace, lze takto činit i u operací se signály. Seznámíme se s časovým posunem signálu, změnou jeho časového měřítka, velikosti, symetrie kolem osy, posun na ose hodnot, absolutní hodnotou, nelineární změnou signálu. V určitých případech jsou metody u studentů chápány mylně, kdy logicky student usoudí „přičítám-li k signálu k časové hodnotě kladnou hodnotu, musí dojít k předbíhání a naopak“ nebo „násobím-li signál číslem menším jako jedna, musí dojít ke kompresi“, ale skutečnost je jiná. U názorných příkladů je původní signál znázorněn modrou barvou a značen symbolem $s(t)$, signál zpracovaný je značen červenou barvou a značen $x(t)$. Ukázky budou předváděny na signálu sinusového průběhu.

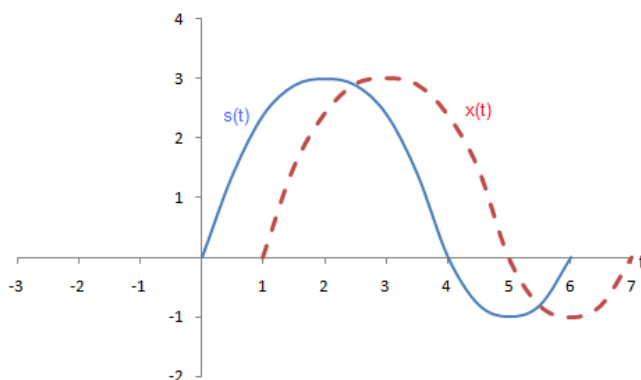
3.1 Časový posun

Jak název napovídá je časový posun posunutí signálu v čase o časovou konstantu. Děje se tak přičtením kladné nebo záporné konstanty τ . Přičítáme-li k signálu v čase kladnou časovou konstantu, vzniká zpoždění signálu v čase, znázorněné na **obrázku 3.1a**, naopak přičítáme-li k originálu zápornou časovou konstantu, jedná se o předbíhání signálu v čase, příkladem může být **obrázek 3.1b**. U některých systémů je posun signálu nežádoucí a vznikají chyby. Zpoždění signálu se užívá při zápisu a čtení z paměti, v dnešní době může být příkladem „cestování v čase“ digitální technologie v televizních systémech, kdy můžeme sledovat opožděně stanici, která se právě nahrává.



Obrázek 3.1a: Zpoždění signálu v čase

$$x(t) = s(t + 2)$$

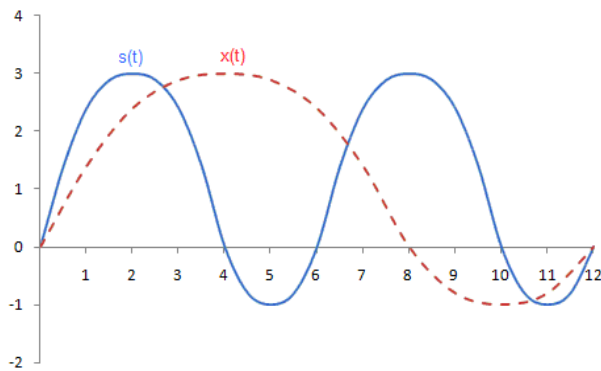


Obrázek 3.1b: Předbíhání signálu v čase

$$x(t) = s(t - 1)$$

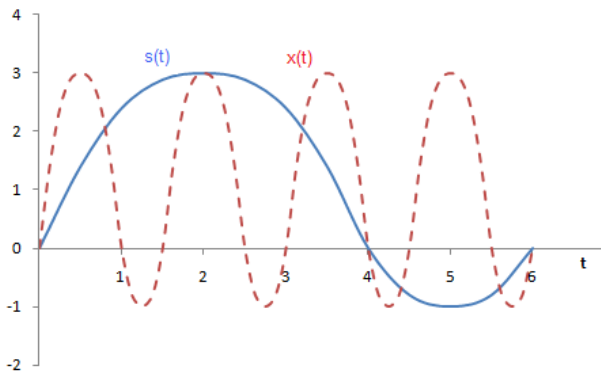
3.2 Změna časového měřítka

Změna časového měřítka se provádí vynásobením časové osy kladnou hodnotou m . Je-li tato hodnota $m > 1$ jedná se o expanzi signálu a signál se tak stává širším, příklad je znázorněn na **obrázku 3.2a**, kde můžeme vidět přerušovanou červenou čarou signál expandovaný s dvojnásobnou periodou signálu. Původní časová osa signálu byla vynásobena hodnotou $m = 0,5$. V opačném případě je-li $m < 1$, jde o kompresi signálu a signál se stává užším s poloviční periodou oproti originálnímu signálu, ukázka na **obrázku 3.2b**, opět jsme vynásobili původní časovou osu, tentokrát hodnotou $m = 4$. Tohoto se může užít při přenosu signálu, kdy potřebujeme šetřit časem i přenášeným pásmem. Nevýhodou komprese může být to, že na takto vyslaný signál je třeba na straně příjmu aplikovat de-kompresi.



$$x(t) = s(0,5t)$$

Obrázek 3.2a: Expanze signálu

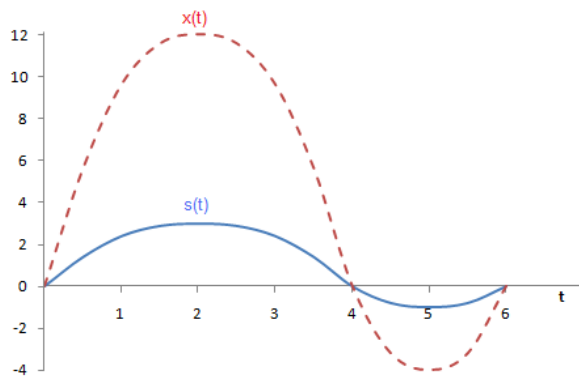


$$x(t) = s(4t)$$

Obrázek 3.2b: Komprese signálu

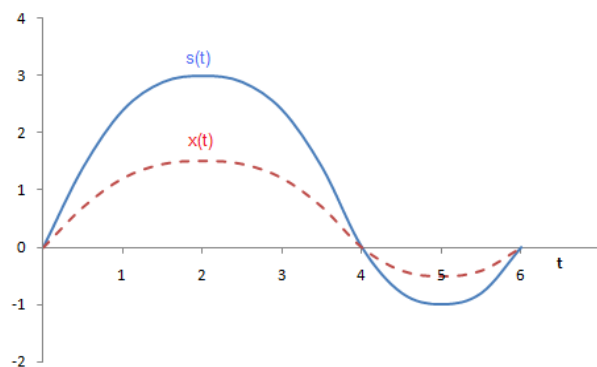
3.3 Změna velikosti signálu

Změny velikosti signálu se užívá pro zesílení či zeslabení signálu. Velikost signálu změním vynásobením signálu $s(t)$ kladnou konstantou. Je-li konstanta vyšší jak 1, jedná se o zesílení signálu. Na **obrázku 3.3a** jsme signál $s(t)$ vynásobili konstantou 4. Jak můžeme vidět, zpracovaný signál dosahuje čtyřnásobných hodnot oproti signálu původnímu. Pokud je hodnota konstanty menší jako 1, jde o zeslabení signálu, jak je znázorněno na **obrázku 3.3b**, zde jsme signál vynásobili konstantou menší jako 1, konkrétně 0,5. Z obrázku jde vidět, že hodnoty vzniklého signálu dosahují polovičních hodnot oproti originálu. V elektrotechnice zesílení signálu umožňují operační zesilovače nebo tranzistory a zeslabení je aplikováno například pomocí odporového děliče.



Obrázek 3.3a: Zesílení signálu

$$x(t) = 4 s(t)$$

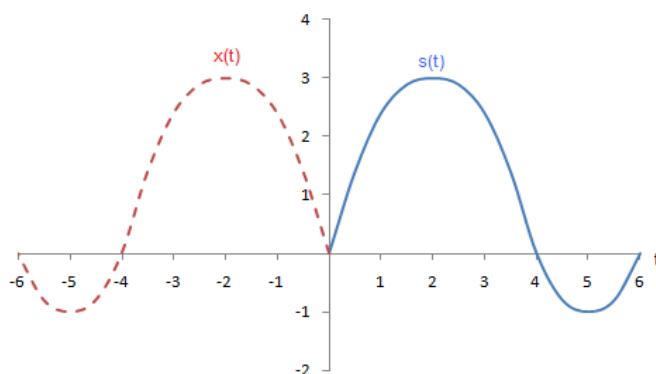


Obrázek 3.3b: Zeslabení signálu

$$x(t) = 0,5 s(t)$$

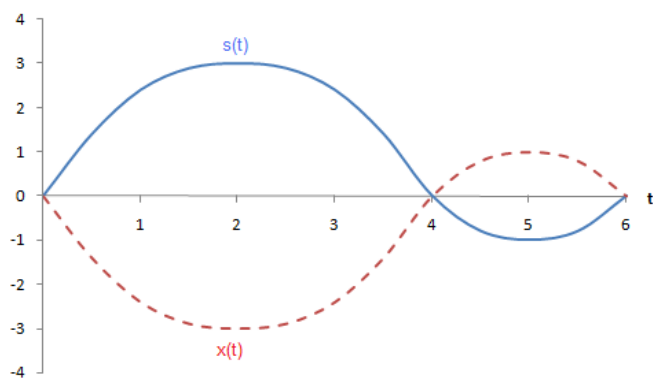
3.4 Symetrie kolem osy

Symetrie kolem osy hodnot je znázorněna na **obrázku 3.4a**. V podstatě se jedná o signál, který má reverzní časovou osu signálu původního. Ze signálu $s(t)$ se tak zpracováním stává signál $s(-t)$, jenž kopíruje signál původní s rozdílem opačného průběhu. Další možností je symetrie kolem časové osy, kterou můžeme vidět na **obrázku 3.4b**. Výsledný signál $-s(t)$ má zrcadlový průběh oproti původnímu signálu $s(t)$. Posledním příkladem je symetrie kolem počátku souřadnic, zobrazená **obrázkem 3.4c**. Tato kombinuje oba předešlé případy a to symetrii kolem osy hodnot společně se symetrií kolem časové osy. Zpracovaný signál $-s(-t)$ má tak opačný průběh, který je zrcadlově převrácen.



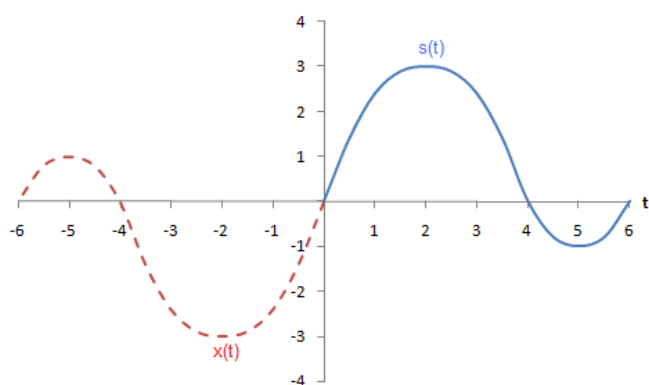
Obrázek 3.4a: Symetrie kolem osy hodnot

$$x(t) = s(-t)$$



Obrázek 3.4b: Symetrie kolem časové osy

$$x(t) = -s(t)$$

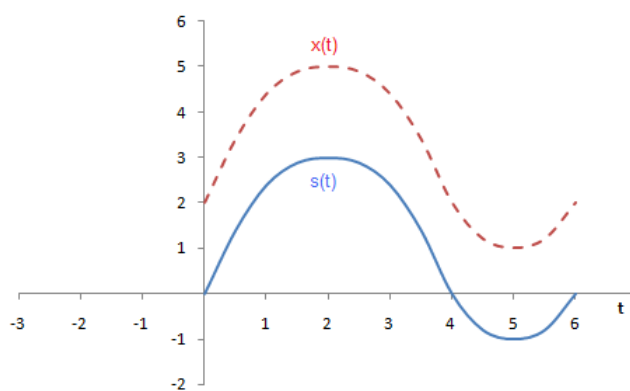


Obrázek 3.4c: Symetrie kolem počátku souřadnic

$$x(t) = -s(-t)$$

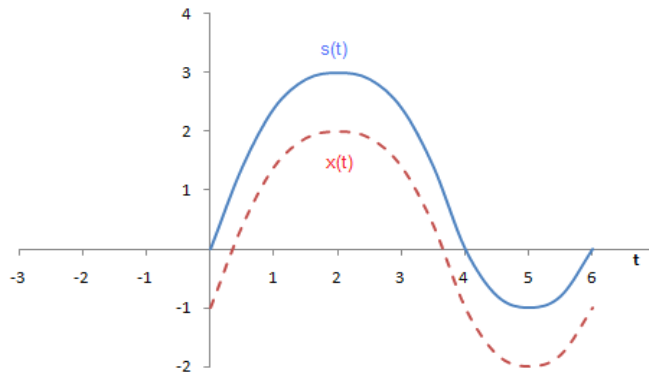
3.5 Posun na ose hodnot

Posunu se využívá, pokud požadujeme signálu přizpůsobit hodnoty, kterých tento signál nabývá. Například posunout ze záporných hodnot do kladných, z kladných do záporných. K signálu jednoduše přičteme kladnou nebo zápornou konstantu. Na **obrázku 3.5a**, je zpracovaný signál posunut do kladných hodnot, byla k němu přičtena konstanta s hodnotou 2. Naopak u **obrázku 3.5b**, posouváme signál více do záporných hodnot, od originálu odečítáme konstantu 1.



Obrázek 3.5a: Posun na ose hodnot

$$x(t) = s(t) + 2$$

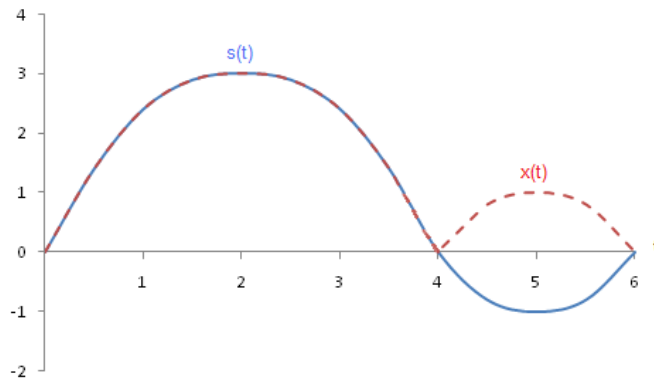


$$x(t) = s(t) - 1$$

Obrázek 3.5b: Posun na ose hodnot

3.6 Absolutní hodnota signálu

Stejně jako v matematice, znamená absolutní hodnota nějakého záporného čísla číslo kladné, tak i v signálech můžeme záporné části signálu převést na kladné. Jednodušeji řečeno, průběh signálu, v kterém hodnoty dosahují záporných hodnot, jsou převedeny do kladných. Příkladem převedení signálu pouze do kladných hodnot je **obrázek 3.6**.

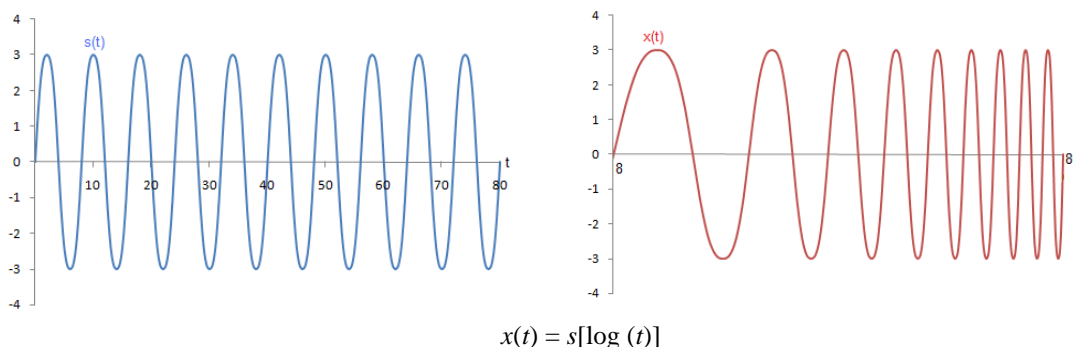


$$x(t) = |s(t)|$$

Obrázek 3.6: Absolutní hodnota signálu

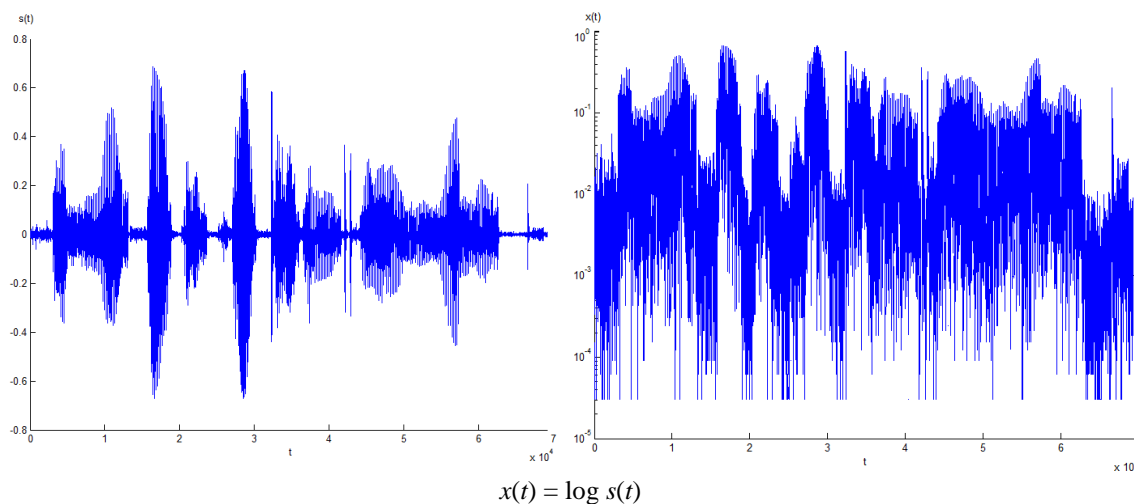
3.7 Nelineární změna signálu

U nelineární změny velikosti signálu rozumíme, že signál s narůstající hodnotou nemění lineárně své hodnoty. V našem případě půjde o logaritmování hodnot signálu. V prvním případě půjde o logaritmování hodnot v čase sinusového průběhu, jenž je zobrazen na **obrázku 3.7a**. Zde signál s narůstajícím časem mění svou hustotu. V druhém případě půjde o logaritmování hodnot, kterých signál dosahuje v určitém čase, problematika je zobrazena na **obrázku 3.7b**, zde se mění hodnota výšky signálu v čase.



$$x(t) = s[\log(t)]$$

Obrázek 3.7a: Nelineární změna v čase



Obrázek 3.7b: Nelineární změna hodnot

3.8 Realizace modulu prezentace „Operace s jedním signálem v čase“

Při realizaci prezentace jsem volil sestavení v aplikaci MS PowerPoint, která se jevila pro řešení problému jako dostačující. Jednotlivé obrázky byly nasimulovány programem MS Excel nebo v matematickém programu Matlab. Celá prezentace je zasazena do příjemného grafického prostředí, které na uživatele prohlížejícího daný modul nepůsobí nikterak agresivně. To vše je zpestřeno jednoduchým ovládacím panelem „menu“, ve kterém lze snadno mezi jednotlivými problémy přepínat. U každé podkapitoly je stručně uveden popis daného problému společně s možností prohlédnout si animovaný příklad. Po přepnutí se do položky animace, lze stisknutím tlačítka „play“ zobrazit zpracovaný signál a stiskem tlačítka „stop“ zobrazit zpět signál původní (originál). V prezentaci se nelze pohybovat chaotickým klikáním myši jako v běžných prezentacích. Průběh závisí pouze na uživateli a jeho výběru v menu. Prezentace je navíc opatřena tlačítkem konec, které uživateli zajistí okamžitý konec prohlížení.

4. Operace se dvěma signály v čase

Obdobně, jako jsme prováděli zpracování ve formě sčítání a násobení jednoho signálu s konstantou, můžeme stejné operace provádět i se dvěma signály vzájemně. Operací se dvěma signály existuje více, ale zde se budeme zabývat pouze sčítáním a násobením dvou signálů, které jsou pro předmět nejdůležitější.

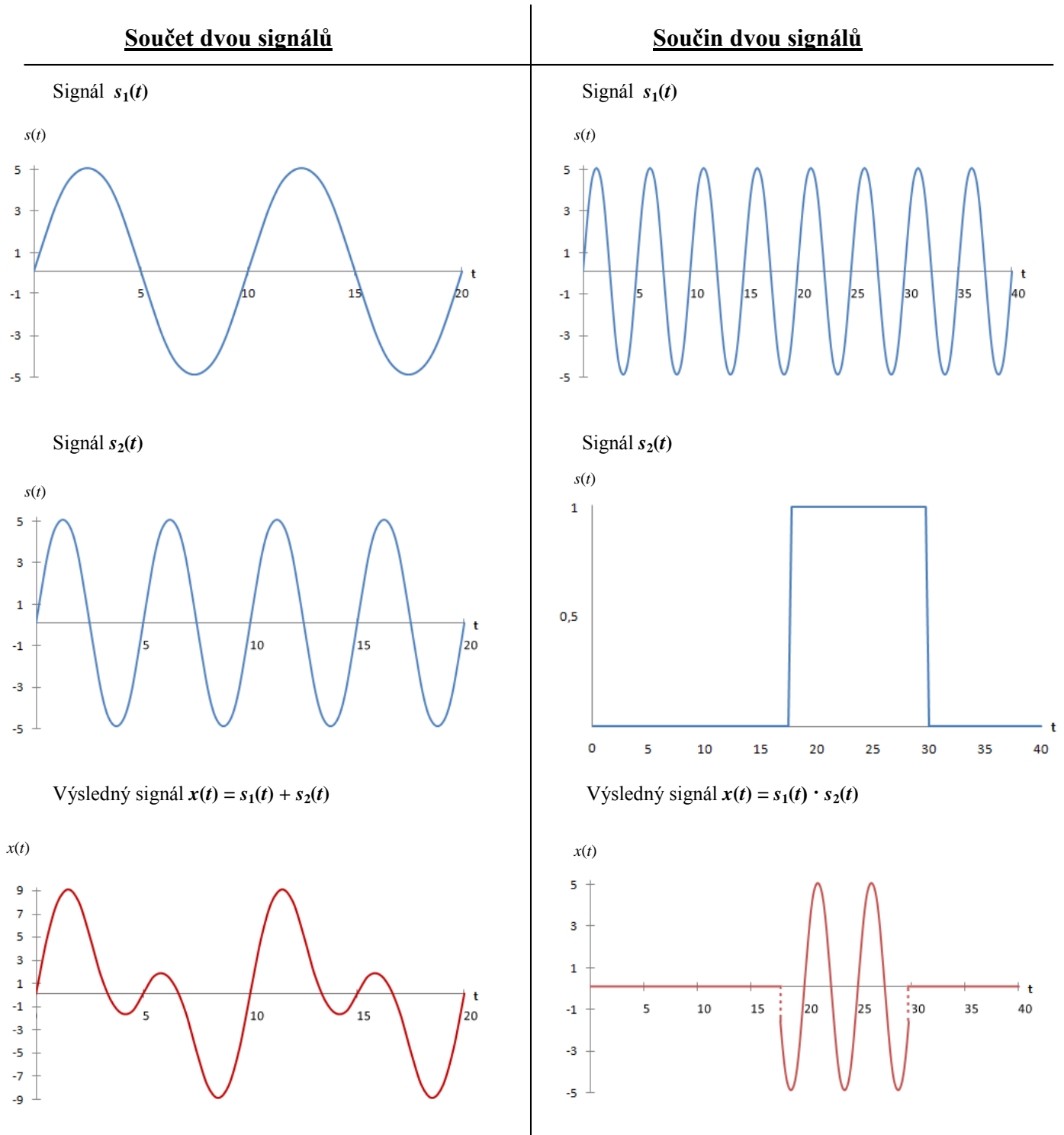
4.1 Součet dvou signálů

Výsledný signál $x(t)$, součet dvou signálů získáme sečtením hodnot signálů $s_1(t)$ a $s_2(t)$ v každém časovém okamžiku. V některých případech je nežádoucím jevem součtu signálů přičítání šumu. Názorná ukázka součtu dvou signálů je zobrazena na **obrázku 4.1** (levý sloupec), kdy k sinusovému průběhu s periodou $T_1 = 10\text{s}$, přičítáme stejný signál s poloviční periodou $T_2 = 5\text{s}$. Součet dvou signálů můžeme využít například při detekci chyby, kdy jsou oba signály průměrovány a je zobrazena chyba.

4.2 Násobení dvou signálů

Součinu signálu se užívá k modulaci, kdy je signál násoben modulačním signálem. Modulaci používáme v případě, jsou-li podmínky trasy, kterou je signál přenášen nevhodující. Účelem multiplikativní modulace je daný signál posunout co nejbližší

k nosnému kmitočtu. Modulace se užívá ve spotřební technice, jako jsou televizní přijímače, mobilní telefony, rozhlasové přijímače, modemy, přijímače satelitního signálu apod. Zde si ukážeme případ, kdy násobíme signál jednotkovým skokem (oknem) ve vymezeném intervalu. Ukázka součinu sinusového signálu s jednotkovým skokem je znázorněna na **obrázku 4.1** (pravý sloupec). Povšimněme si, že okno nezačíná a nekončí přesně v místech kde sinusový průběh, výsledkem bude vyříznutý průběh stejně dlouhý, jako je délka okna.



Obrázek 4.1: Součet a násobení signálu

4.3 Realizace modulu prezentace „Operace se dvěma signály“

Stejně jako modul operace s jedním signálem v čase, je pro lepší orientaci modul operace se dvěma signály zasazen do stejného prostředí, ovládaný stejnými prvky. Opět je celá prezentace opatřena tlačítkem konec a znepřístupněním chaotického klikání myši. Každá operace po kliknutí obsahuje dvě položky. Položku popisu, jenž popisuje danou situaci a položku animace, kde jsou vždy zobrazeny oba signály, které se mají buď sečíst nebo vynásobit. Stisknutím tlačítka „play“ se zobrazí výsledek a stisknutím „stop“ se daný problém uvede do původního stavu, čili zůstanou zobrazeny pouze signály $s_1(t)$ a $s_2(t)$.

5 Korelace

Vyjadřuje vzájemný vztah dvou signálů. Fyzikálním významem korelační funkce je nalezení společné složky dvou signálů v různých časových úsecích, kdy jeden signál posouváme v časové oblasti přes druhý signál, který je v čase neměnný, takovýto proces nazýváme autokorelační funkcí. Korelační analýza se užívá k popisu a zpracování signálů, taktéž pro detekci užitečného signálu v signálu náhodném. U zvukových signálů lze korelační funkci užít pro potlačení šumu, který je zde nežádoucím jevem. Jsou-li signály deterministické (známe časový popis signálů) a periodické, můžeme korelaci definovat vztahem (5.1). Podmínkou je, že integrál na pravé straně musí konvergovat.

$$R_{12}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t) f_2(t + \tau) dt, \quad (5.1)$$

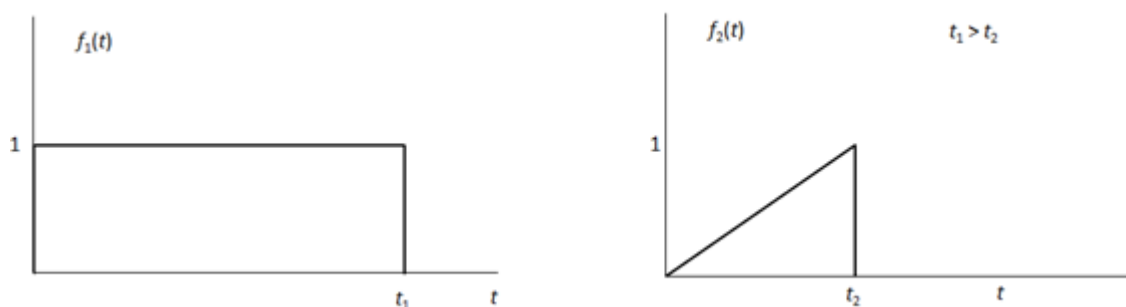
$f_1(t)$ – periodický signál s periodou T_1 ,

$f_2(t)$ – periodický signál s periodou T_2 ,

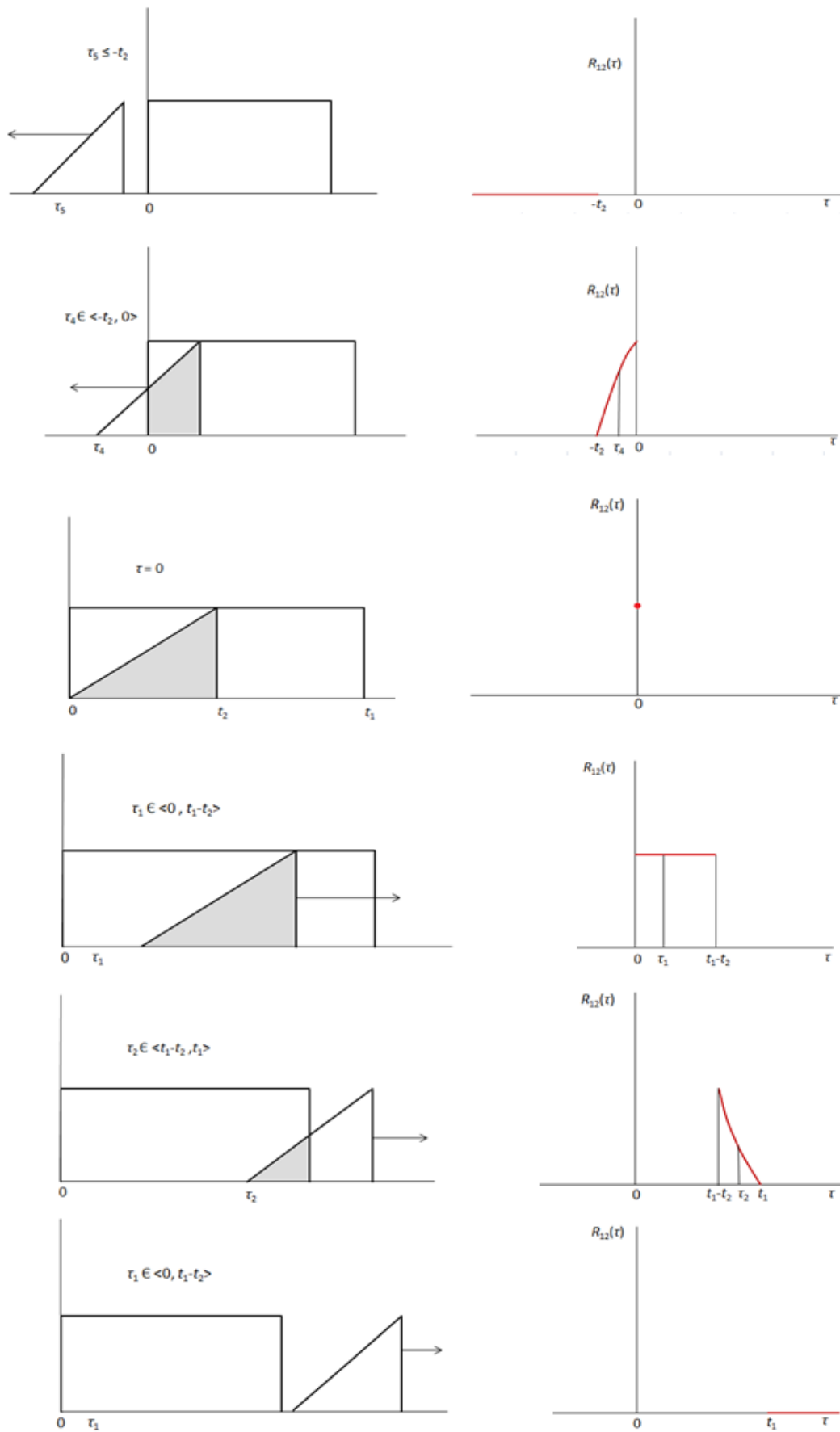
T – perioda signálu,

Je-li $\tau = 0$ jedná se o výkon periodického signálu

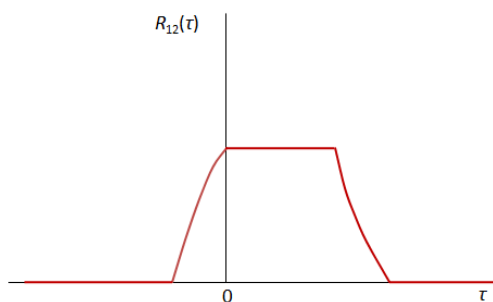
Grafické znázornění vzájemné korelace na **obrázku 5.2**, kdy jsou použité signály $f_1(t)$ a $f_2(t)$ zobrazeny na **obrázku 5.1**. Prvním zmíněným je obdélníkový signál s vymezenou šířkou t_1 a maximální výškou jedna, druhým je signál pilovitého průběhu, který je vymezen maximální výškou signálu jedna, šířkou t_2 , která musí být menší než u signálu prvního. Signál $f_2(t)$ posouváme v časové oblasti přes signál $f_1(t)$, který jak již bylo řečeno je časově stálý, nepohybujeme s ním. V místě, kdy se ještě oba signály nepřekrývají, je výsledná složka nulová. Taková situace nastává v případě, jeli signál před signálem, přes který se máme posouvat nebo za ním. Celkový výsledek vzájemné korelace je zobrazen na **obrázku 5.3**.



Obrázek 5.1: Signály používané při vzájemné korelaci



Obrázek 5.2: Průběh vzájemné korelace



Obrázek 5.3: Výsledek vzájemná korelace

5.1 Realizace modulu prezentace „korelace“

Prezentace je opatřena přehledným menu, nyní ovšem neobsahuje tolik položek, ale pouze dvě. První popisující samotnou korelaci a druhá sloužící pro zobrazení animace vzájemné korelace. Animace vzájemné korelace je ve formátu flash animace. Tato animace byla realizována v programu Adobe Flash, kdy jsou změny (pohyby) realizovány na základě určitého časového intervalu. Tímto se docílilo přehledné názorné ukázky **obrázku 6.2**. Uživatel má možnost přehrávanou animaci zastavit a krokovat její průběh, čímž může vidět, jak vypadá korelace v určitých okamžicích. Samozřejmostí je možnost animaci opět spustit. Problémem zadání bylo, že aplikace MS PowerPoint plně neumožňovala implementovat do prezentace flash animaci, proto je nutné na počítači, na kterém je animace spouštěna mít nainstalovaný doplněk firmy Adobe. Jednotlivé manipulace s animací jsou programovány v jazyce VBA.

6 Konvoluce

Fyzikální jev zpracovávající dva signály. Konvoluci značíme hvězdičkou $f_1(t) * f_2(t)$. Využití nalezneme ve sdělovacích soustavách či akustice k vyhlazení signálu. V obrazové technice je možné využití pro odstranění šumu. Výsledný signál již neobsahuje nástupnou ani sestupnou hranu. Oproti korelaci se liší v tom, že signál $f_2(t)$, kterým se posunujeme doprava po $f_1(t)$, je třeba nejprve otočit. Vztah, který popisuje konvoluci kauzálního signálu (6.2). Podmínkou je, že integrál na pravé straně musí konvergovat. Aplikací konvoluce jsou nerekurzivní filtry s konečnou impulsní charakteristikou, kdy zkoumáme odezvu systému na určitý signál, podmínkou však je, že musíme znát jeho impulsní charakteristiku.

$$R(t) = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau = f_1 * f_2, \quad (6.2)$$

$f_1(t)$ – obecný signál definovaný časovým intervalem,

$f_2(t)$ – obecný signál definovaný časovým intervalem,

τ – konstanta posunutí.

Grafické znázornění konvoluce, kdy signálem $f_1(\tau)$ je obdélníkový signál, který je v konvoluci se signálem $f_2(-\tau)$, který exponenciálně klesá k nule a jak již bylo řečeno, musí být signál otočen v čase. Tyto signály jsou znázorněny na **obrázku 6.1**. Konvoluce signálů je znázorněna na **obrázku 6.3**. Nepřekrývají-li se signály, je výsledná konvoluce nulová.

Vlastnosti konvoluce (aplikovatelné i na korelaci):

Komutativní zákon: $f_1(t) * f_2(t) = f_2(t) * f_1(t),$ (6.3)

Distributivní zákon: $f_1(t) * [f_2(t) + f_3(t)] = f_1(t) * f_2(t) + f_1(t) * f_3(t),$ (6.4)

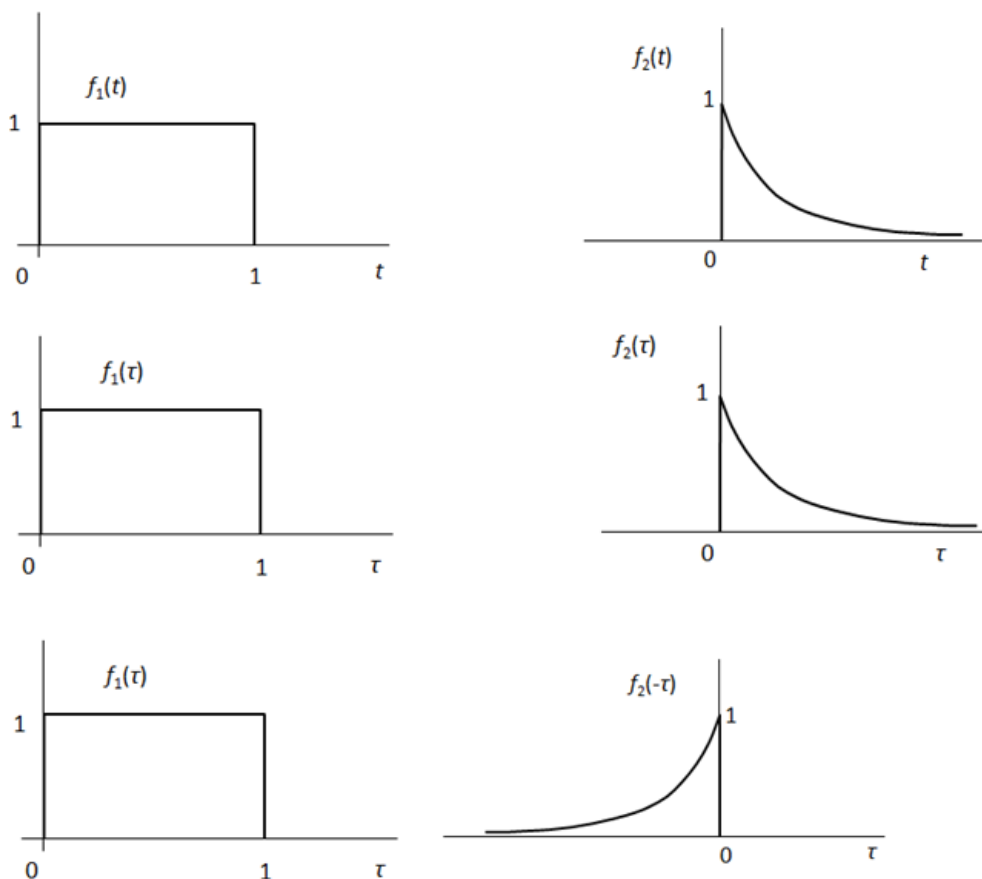
Asociativní zákon: $f_1(t) * [f_2(t) * f_3(t)] = [f_1(t) * f_2(t)] * f_3(t),$ (6.5)

Derivace k. součinu: $\frac{d}{dt}[f_1(t) * f_2(t)] = \frac{df_1(t)}{dt} * f_2(t) = f_1(t) * \frac{df_2(t)}{dt},$ (6.6)

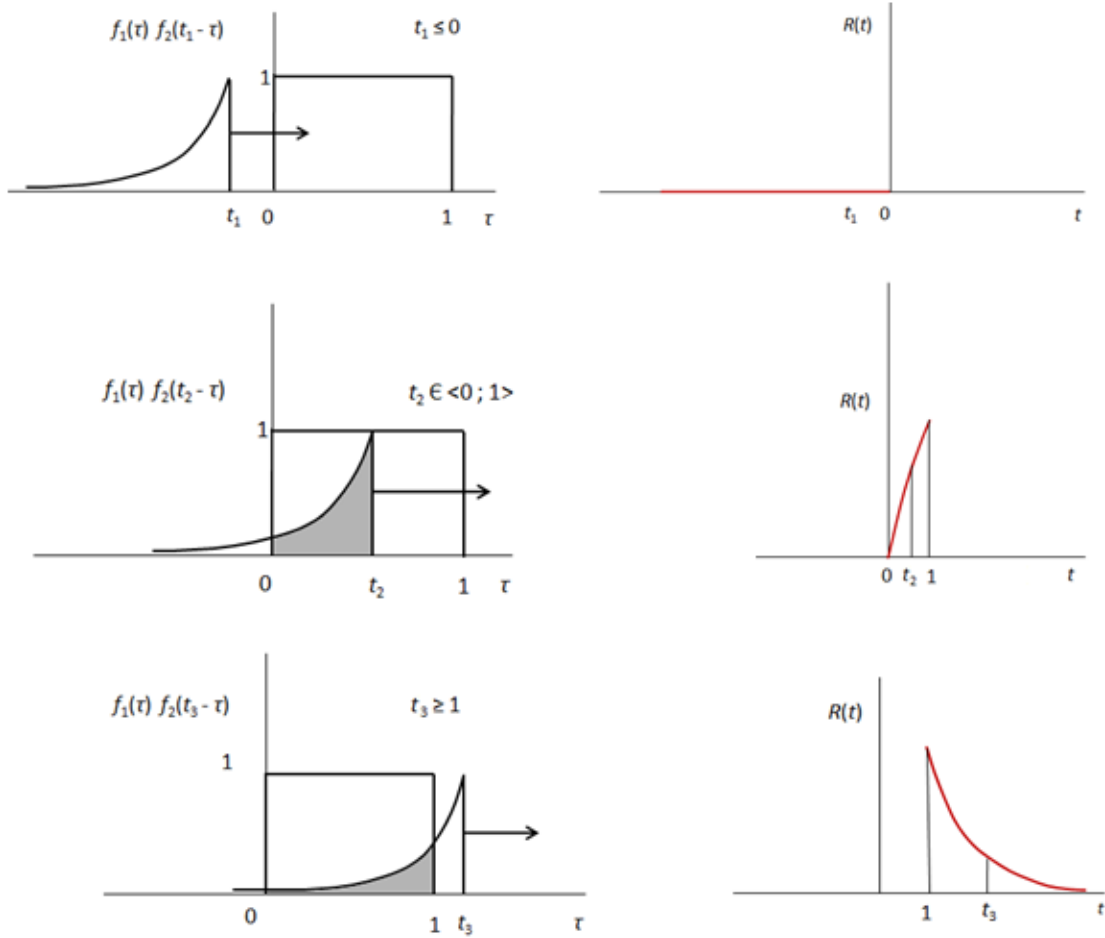
Integrace k. součinu $\int [f_1(t) * f_2(t)] dt = \int f_1(t) dt * f_2(t) = f_1(t) * \int f_2(t) dt,$ (6.7)

Konvoluční teorém pro Fourierovu transformaci v čase:

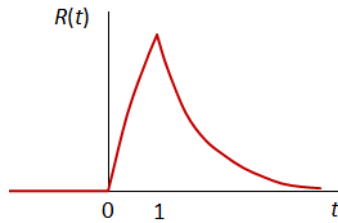
$$f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow S_1(\omega) S_2(\omega). \quad (6.8)$$



Obrázek 6.1: Signály používané při konvoluci

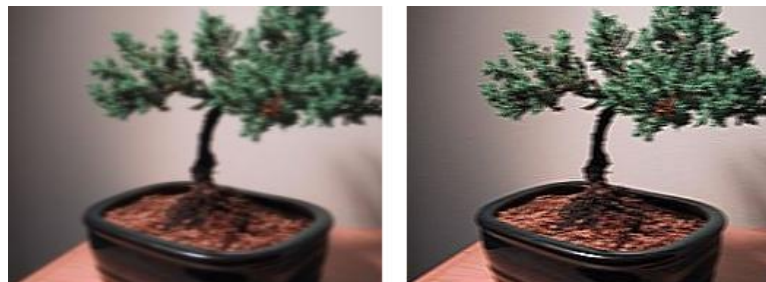


Obrázek 6.2: Konvoluce



Obrázek 6.3: Konvoluce dvou signálů

Názornou ukázkou aplikace konvoluce v obrazové technice, může být částečné odstranění šumu z obrazu, kdy je využito konvoluční matice. Tento případ je zobrazen na **obrázku 6.4**, kde levý obrázek je obohacen šumem a pravý je po aplikaci konvoluční matice.



Obrázek 6.4: Konvoluce obrazu

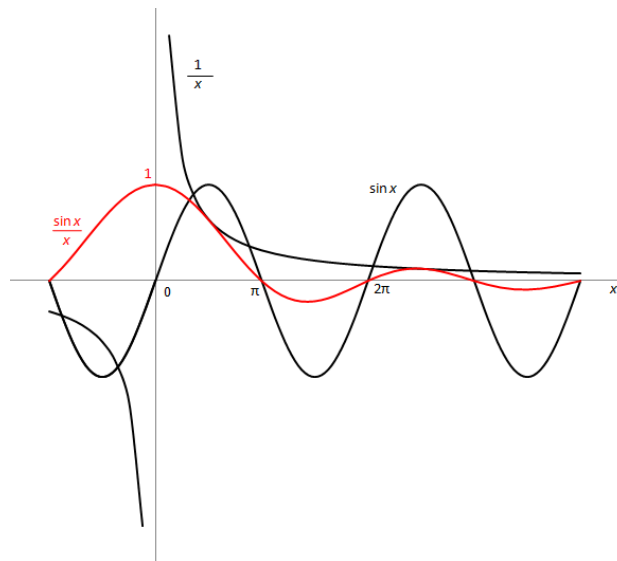
6.1 Realizace modulu prezentace „konvoluce“

Na modul prezentace konvoluce, jsou aplikována stejná pravidla jako u korelace. Opět zde má uživatel možnost, zjistit něco o konvoluci za podpory textu a animace. Animace je při kliknutí na položku spouštěna automaticky a její zastavení je možné až po kliknutí na tlačítko „zastavit“. Při zastavení je uživateli umožněno danou animaci krokovat a zkoumat tak konvoluci v jednotlivých okamžicích. Následně je možné animaci opět spustit stisknutím tlačítka „Přehrát“. Tlačítka jsou realizována pomocí makra, které je programováno v jazyce VBA. Stejně jako předešlý modul, vyžaduje i tento modul nainstalovaný doplněk firmy Adobe, pro přehrávání swf animací.

7. Vlastnosti Fourierovy transformace

7.1 Funkce sinc (x)

Využívá se při Fourierově transformaci, například pro stanovení koeficientů Fourierovy řady periodického sledu obdélníkových impulsů. Je definována jako podíl funkce $\sin(x)$ a převrácené hodnoty x . Výsledný průběh, který je zobrazen na **obrázku 6.1** červenou barvou, pak kopíruje průběh funkce $\sin(x)$, která je omezená převrácenou hodnotou x v kladné i záporné části. Pro $x = 0$ není funkce definována a je stanovena na hodnotu jedna.



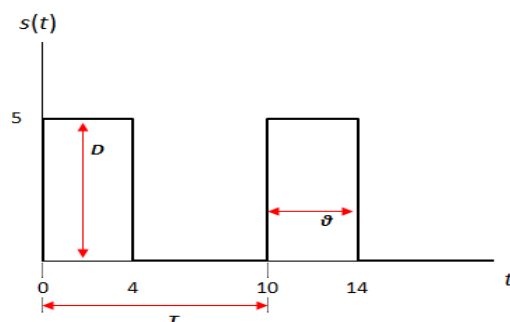
Obrázek 7.1: Funkce sinc(x)

7.2 Fourierova transformace

Fourierovou transformací se proslavil Joseph Fourier, původem z Auxerre, poté francouzský fyzik a matematik. Fourierova transformace (dále jen FFT) v signálech slouží pro přepis signálu z časové oblasti do oblasti frekvenční. Pro transformaci se užívá Fourierovy řady, která popisuje periodický průběh signálu pomocí goniometrických funkcí sinus a kosinus. Pomocí Fourierovy řady můžeme rozložit i složité signály. Podmínkou však je, že signál musí být periodický a splňovat Dirichletovy podmínky:

- 1) signál $s(t)$ musí být periodickou funkcí,
- 2) musí být alespoň po částech spojitý,
- 3) na daném intervalu musí nabývat lokálního minima a maxima,
- 4) musí být definován v krajních bodech intervalu.

Převedený signál z časové oblasti do frekvenční nazýváme spektrum modulů. Takové spektrum udává závislost přenášené amplitudy na frekvenci a je to komplexní vyjádření daného signálu. V takovém spektru jsou jednotlivé spektrální složky znázorněny svislými čarami v určitém úhlovém kmitočtu. Spektrum modulů vynášíme v absolutní hodnotě, tím zajistíme, aby spektrální složky dosahovaly pouze kladných hodnot. U spektra argumentů zobrazujeme fázi jednotlivých modulů v závislosti na úhlové frekvenci, argument nuly není definován. V následujících podkapitolách si uvedeme základní změny časových průběhů a jak se tyto změny projeví v modulovém případně argumentovém spektru. Dále FFT můžeme kromě analýzy signálu užít i pro kompresi a dekompresi signálu (nejčastěji v technice pro kompresi a dekompresi obrazu).



Obrázek 7.2: Obdélníkový periodický signál využívaný v příkladech

7.2.1 Linearita

Máme-li dva signály $s_a(t)$, $s_b(t)$ a číselné konstanty a i b , které jsou obecně komplexními čísly, pak nám linearita říká, že výsledné spektrum signálů získáme Fourierovou transformací jednotlivých signálů, vynásobením obou spekter $S_a(\omega)$ a $S_b(\omega)$ obecně komplexními konstantami a , b a sečtením obou spekter. Nebo pro dosažení stejného výsledku můžeme jednotlivé signály $s_a(t)$, $s_b(t)$ nejdříve vynásobit obecně komplexními konstantami a , b , provést součet obou takto vzniklých signálů a Fourierovou transformací signálu vzniklého součtem a násobením získáme stejné spektrum signálu jako předchozím postupem. Zkráceně z poučky vyplývá, že je jedno, zda signál nejprve násobíme konstantami, poté jej převedeme na spektrum a sečteme nebo zda nejprve vynásobíme signály, sečteme a převedeme do frekvenční oblasti. Na **obrázku 7.3a**, **7.3b** jsou znázorněny jednotlivé operace se signály a jejich modulové spektrum, na obrázku **7.3c** je zobrazena výsledná linearita Fourierovy transformace.

signály $s_a(t)$ – trojúhelníkový signál,
 $s_b(t)$ – obdélníkový signál,

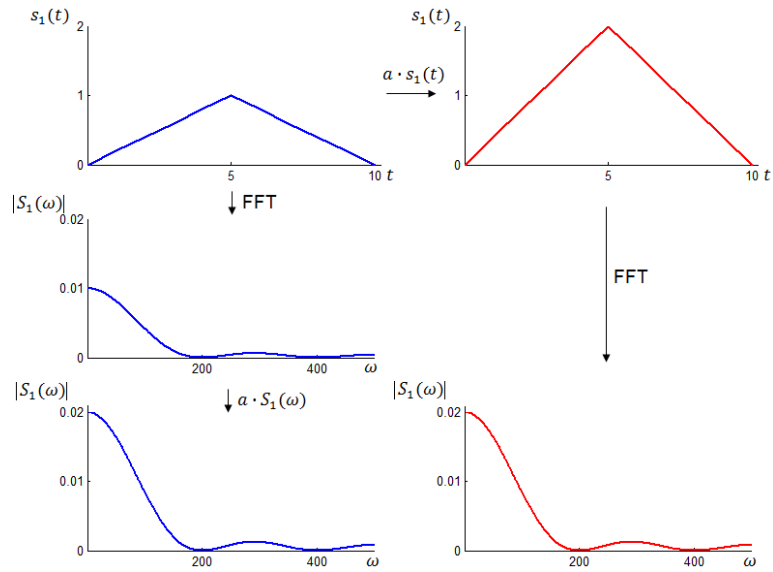
konstanty a – pro jednoduchost 2,
 b – pro jednoduchost 5 (obecně komplexní),

$$s(t) = a \cdot s_a(t) + b \cdot s_b(t), \quad (7.1)$$

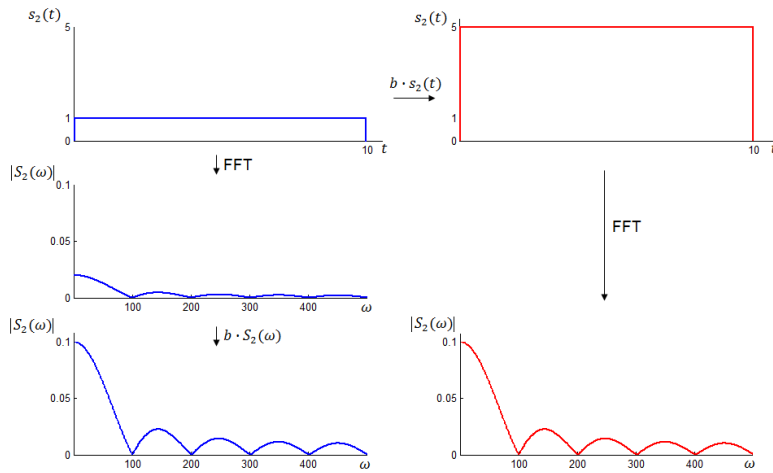
$$FFT\{s(t)\} = S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} [a \cdot s_a(t) + b \cdot s_b(t)] e^{-j\omega t} dt = \quad (7.2)$$

$$= a \int s_a(t) e^{-j\omega t} dt + b \int s_b(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (7.3)$$

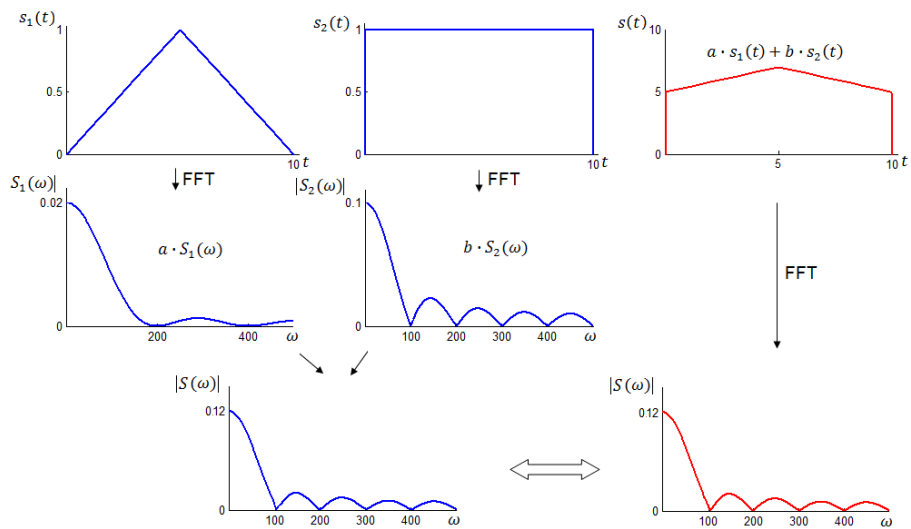
$$S(\omega) = a \cdot S_a(\omega) + S_b(\omega). \quad (7.4)$$



Obrázek 7.3a: Trojúhelníkový signál



Obrázek 7.3b: Obdélníkový signál

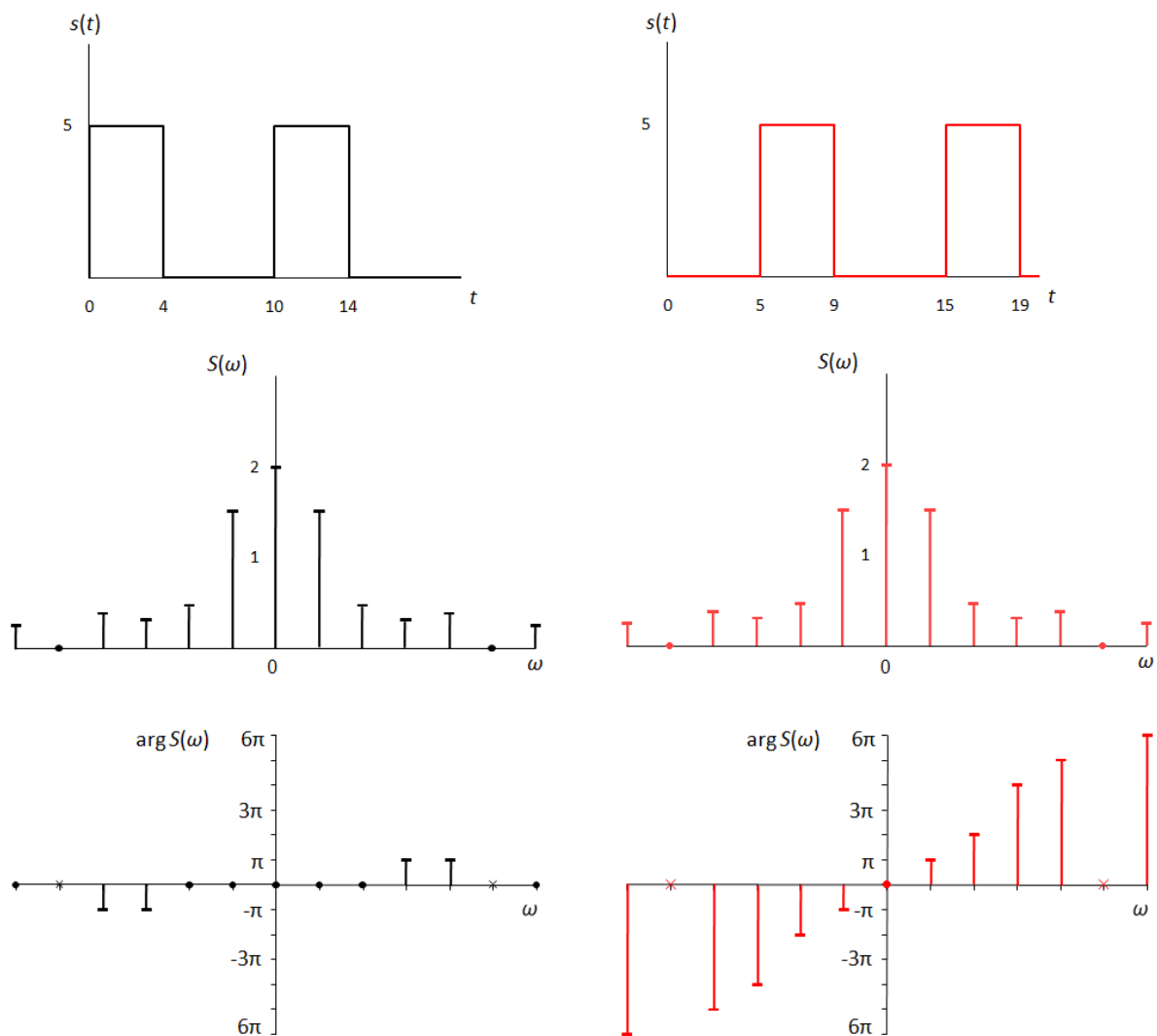


Obrázek 7.3c: Linearita

7.2.2 Posunutí vzoru v čase

Tato poučka vypovídá o posunutí signálu $s(t)$ o časovou konstantu τ . Posunutí signálu se ve výsledném amplitudovém spektru posunutého signálu neprojeví, spektrum je stejné jako spektrum neposunutého signálu. Změna nastává až ve spektru argumentovém, kdy s narůstající úhlovou frekvencí roste i argument modulu. Na **obrázku 7.4** můžeme vidět černě signál obdélníkový, neposunutý s periodou $T_1 = 10$ s a červeně signál obdélníkový, posunutý o časovou konstantu $\tau = 5$ s periodou $T_2 = 10$ s. Pomocí vztahu (7.5) můžeme vyčíslit modulové spektrum. S užitím substituce zjistíme, že je výsledkem spektrum násobené obecně komplexním číslem, v němž je zahrnut posun o $\pm \tau$.

$$\begin{aligned}
 FFT\{s(t - \tau)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) e^{-j\omega t} dt = & \left. \begin{aligned} t - \tau &= x \\ t &= x + \tau \\ dt &= dx \end{aligned} \right\} (7.5) \\
 &= \int s(x) e^{-j\omega(x+\tau)} dx = \\
 &= e^{-j\omega\tau} \int s(x) e^{-j\omega x} dx = e^{-j\omega\tau} S(\omega).
 \end{aligned}$$

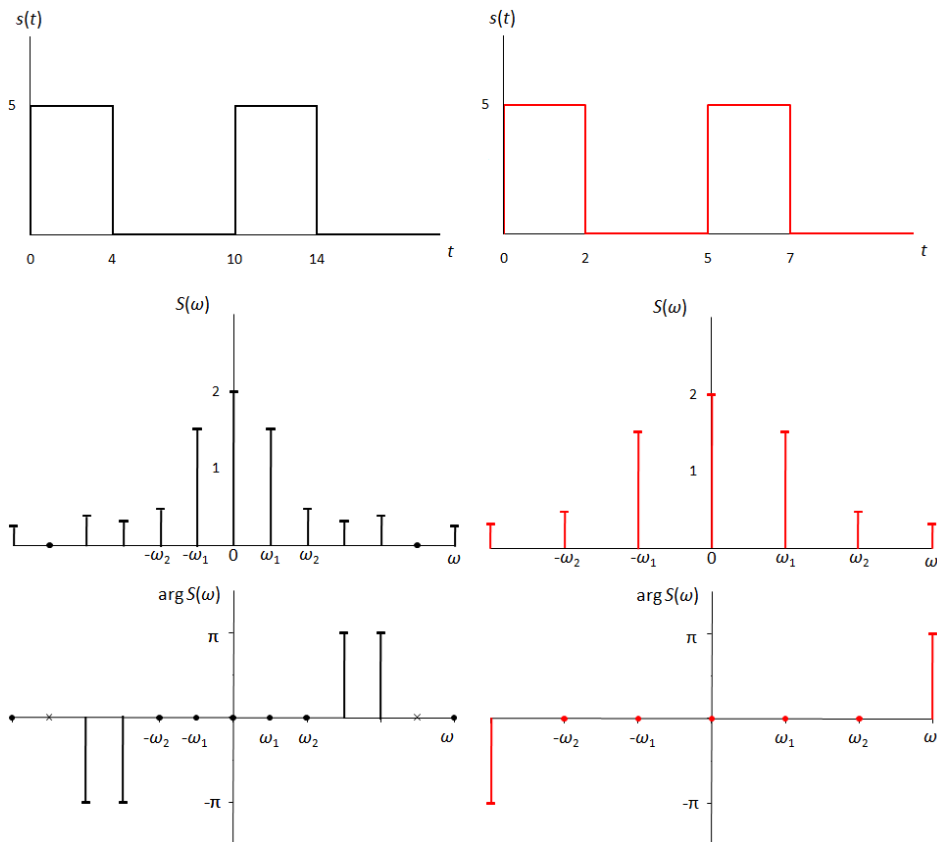


Obrázek 7.4: Posunutí vzoru v čase

7.2.3 Změna časového měřítka

Změníme-li časové měřítko původního signálu, dojde ke změně jak amplitudového spektra, tak i spektra argumentového. Pokud v našem případě (**obrázek 7.5**) změníme časové měřítko obdélníkového signálu, značeného černou barvou, s periodou $T_1 = 10$ s o na polovinu oproti původnímu, bude perioda červeného vzniklého signálu $T_2 = 5$ s. Změní se spektrální složky tak, že budou na dvojnásobných úhlových frekvencích. Takže zmenšíme-li signál v časové oblasti, dojde k rozšíření spektra ve frekvenční oblasti. Toho se užívá při modulaci a demodulaci signálu. Modulací měníme nosný signál pomocí modulujícího signálu. Zařízení, které využívá modulace, se nazývá modulátor, který se dnes užívá zejména pro přenos nebo záznam elektrických či optických signálů. Opakem modulace je demodulace, kdy získáváme zpět signál, který jsme modulovali. K demodulaci přidáváme nelineární prvky, kterými jsou diody a tranzistory. Pomocí vztahu (7.6) Fourierovou transformací vypočteme pravou stranu integrálu, kde m je konstanta změny časového měřítka. Odvozením zjistíme, jak již bylo řečeno, že se spektrum mění o m .

$$\begin{aligned}
 \text{FFT}\{s(mt)\} &= \int_{-\infty}^{\infty} s(mt) e^{-j\omega t} dt = & \left. \begin{aligned} mt &= x \\ t &= \frac{x}{m} \\ dt &= \frac{1}{m} dx \end{aligned} \right\} (7.6) \\
 m > 0 & \\
 &= \int s(x) e^{-j\omega \frac{x}{m}} \frac{1}{m} dx = \\
 &= \frac{1}{m} \int s(x) e^{-j\frac{\omega}{m}x} dx = \\
 &= \frac{1}{m} S\left(\frac{\omega}{m}\right).
 \end{aligned}$$



Obrázek 7.5: Změna časového měřítka

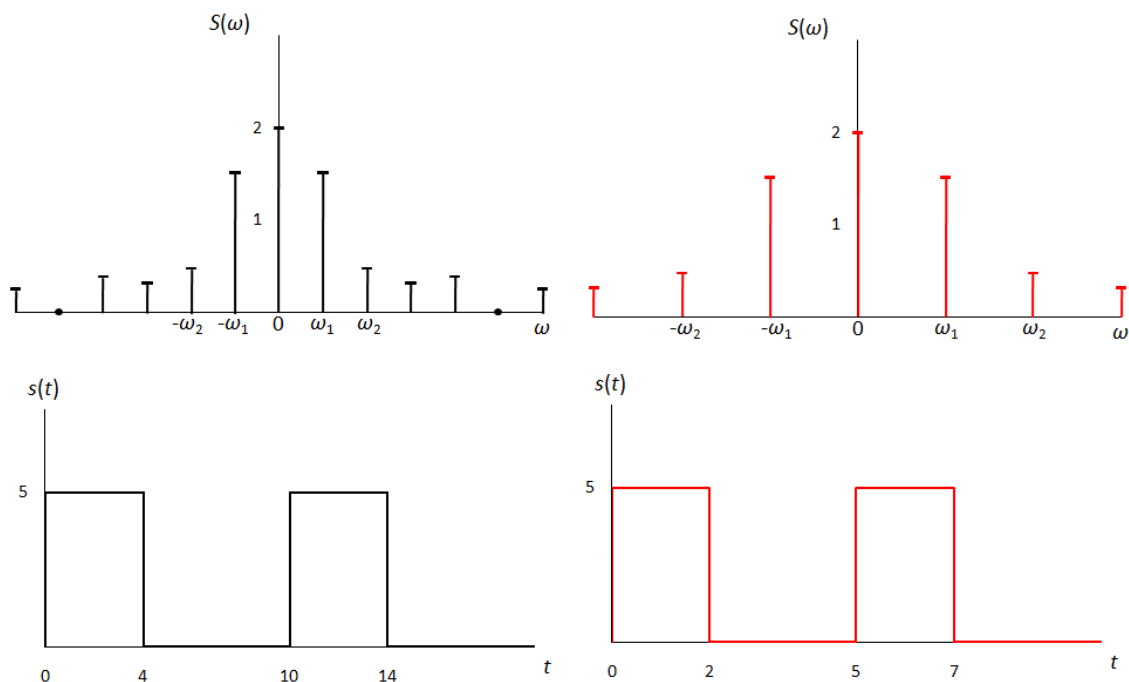
7.2.4 Posunutí obrazu

Posunutí obrazu je operace, kdy měníme amplitudové spektrum signálu. Tato vlastnost je opačným postupem změny časového měřítka, kde jsme měnili časové měřítko přenášeného signálu a tím se posouvalo amplitudové spektrum signálu. Proto má i posunutí obrazu stejné využití v technice a to modulace signálu. Kdy signál $s(t)$ obvykle násobíme harmonickým signálem. Příkladem posunutí obrazu, kdy jsou jednotlivé úhlové frekvence posunuty na dvojnásobnou hodnotu je **obrázek 7.6**, kde je černě znázorněn původní obraz signálu a červeně jeho posunutá verze. Pomocí Fourierovy transformace (7.8) zjistíme, že signál stačí vynásobit obecně komplexním číslem, kde je zahrnuto ω , o které byl obraz posunut. U změny časového měřítka se násobilo amplitudové spektrum signálu obecně komplexním číslem, které obsahovalo změnu časového měřítka m .

$$\begin{aligned}
 FFT^{-1}\{S(\omega - \omega_0)\} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega - \omega_0) e^{j\omega t} d\omega & \left. \begin{array}{l} \omega - \omega_0 = x \\ \omega = x + \omega_0 \\ d\omega = dx \end{array} \right\} & (7.7) \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(x) e^{j(x+\omega_0)t} dx = \\
 &= e^{j\omega_0 t} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(x) e^{jxt} dx.
 \end{aligned}$$

podobný postup pro posunutí spektra doleva

$$S(\omega \pm \omega_0) = s(t) e^{\pm j\omega_0 t} \quad (7.8)$$



Obrázek 7.6: Posunutí obrazu

7.2.5 Spektrum derivace signálu

Význam poučky spektra derivovaného signálu spočívá v tom, že spektrum derivovaného signálu dosahuje na vyšších kmitočtech vyšších hodnot oproti nederivovanému signálu. Známe-li spektrum derivovaného signálu, můžeme z něj jednoduše určit původní nederivovaný signál. Jako názorná ukázka nám poslouží **obrázek 7.7**, kde je původním signálem pilovitý impuls. Jeho derivace pro stoupající část je obdélník v kladné části hodnot,

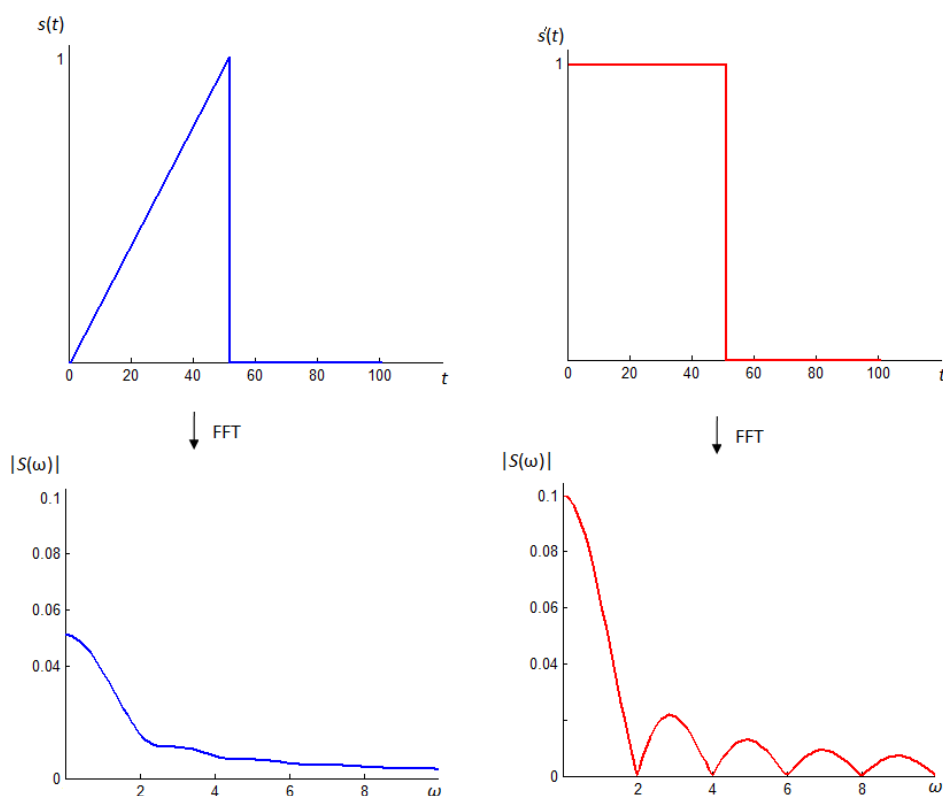
při derivaci signálu se většinou zvyšuje rychlost změn. Obecně se spektrum derivace vypočítá tak, že spektrum původního signálu vynásobíme $(j\omega)^n$, kde n označuje stupeň derivace (jak udává vztah 7.11).

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (7.9)$$

$$\frac{d s(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right] \quad (7.10)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) j\omega e^{j\omega t} d\omega, \quad (7.11)$$

$$\boxed{s'(t) \hat{=} j\omega S(\omega)}, \quad \text{obecně pro } n\text{-tou derivaci: } \boxed{\frac{d^n}{dt^n} s(t) \hat{=} (j\omega)^n S(\omega)}. \quad (7.12)$$



Obrázek 7.7: Derivace signálu

7.2.6 Spektrum integrace signálu

Spektrum integrovaného signálu je opačným případem derivace, kdy spektrum dosahovalo o $(j\omega)^n$ vyšších hodnot, zde spektrum dosahuje $(j\omega)^{-1}$ menších hodnot. Jako ukázkou uvedenou na **obrázku 7.8**, zvolíme výchozím signálem pilovitý impuls, jehož částí je rampová funkce, kde hodnoty x jsou stejné jako y . Integrovaný signál pak je část paraboly. Spektrum integrovaného signálu dosahuje na vyšších kmitočtech nižší hodnoty. Vztah (7.18) slouží pro matematický přepočítání spektra integrovaného signálu, který je z předchozí poučky spektra derivace (7.17) odvozen.

$$\text{signál } s(t) \hat{=} S(\omega), \quad (7.13)$$

$$\text{integrovaný signál } g(t) = \int s(t) dt, \quad (7.14)$$

$$FFT\{g(t)\} = G(\omega), \quad (7.15)$$

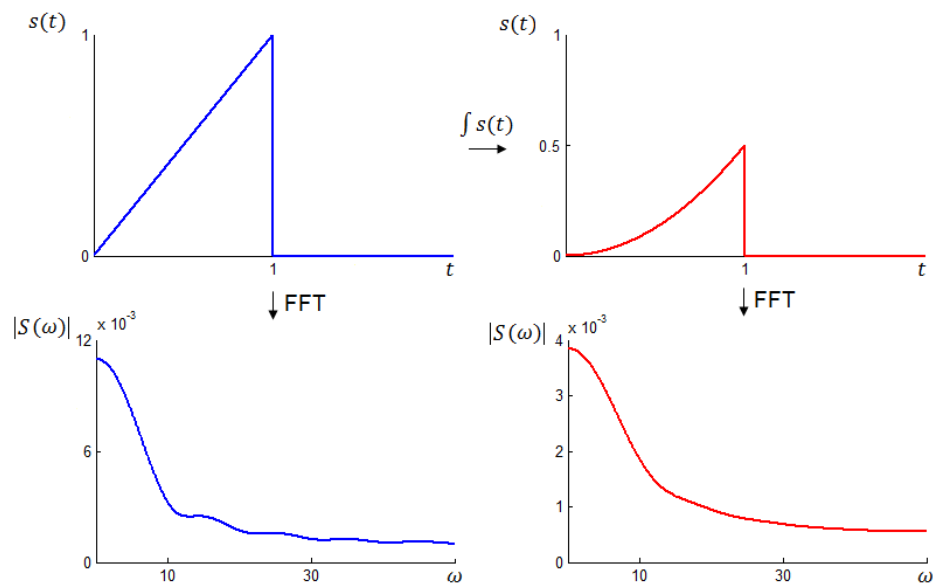
z předchozího je známo pro derivaci

$$FFT\left\{\frac{dg(t)}{dt}\right\} = FFT\{s(t)\} = S(\omega) = j\omega G(\omega), \quad (7.16)$$

odtud

$$G(\omega) = \frac{1}{j\omega} S(\omega), \quad (7.17)$$

$$\int s(t) dt \hat{=} \frac{1}{j\omega} S(\omega), \quad (7.18)$$



Obrázek 7.8: Integrace signálu

7.2.7 Spektrum součinu signálů

Spektrum součinu signálů matematicky vypočítáme za pomoci vztahu (7.23).

$$s_1(t) \hat{=} S_1(\omega), \quad (7.19)$$

$$s_2(t) \hat{=} S_2(\omega), \quad (7.20)$$

$$s_1(t) \cdot s_2(t) \hat{=} S(\omega), \quad (7.21)$$

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(v) e^{jvt} dv \right] s_2(t) e^{-j\omega t} dt \end{aligned} \quad (7.22)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int S_1(\nu) \left[\int s_2(t) e^{-j(\omega-\nu)t} dt \right] d\nu,$$

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\nu) S_2(\omega - \nu) d\nu. \quad (7.23)$$

7.2.8 Věta o součinu

Ze závěrů spektra součinu signálů můžeme psát:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\nu) S_2(\omega - \nu) d\nu, \quad (7.24)$$

položíme-li $\omega = 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\nu) S_2(-\nu) d\nu, \quad (7.23)$$

po přeznačení symbolu kmitočtu ν na ω dostáváme

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(\omega) S_2(-\omega) d\omega.} \quad (7.24)$$

Platí-li v předchozím vztahu, že oba signály jsou totožné $s_1(t) = s_2(t) = s(t) \triangleq S(\omega)$, pak platí

$$\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega, \quad (7.25)$$

což je obdoba Parsevalova teoremu pro Fourierovu řadu. Hodnota $|S(\omega)|^2$ má význam hustoty energie na kmitočtu ω . Bude-li $s(t)$ napětí nebo proud, zavádíme pojmy:

jednostranná spektrální hustota energie

$$L_J(\omega) = \frac{|S(\omega)|^2}{\pi}, \quad (7.26)$$

dvojstranná spektrální hustota energie

$$L_D(\omega) = \frac{|S(\omega)|^2}{2\pi}. \quad (7.27)$$

Energie v pásmu kmitočtů na rezistoru $R = 1\Omega$:

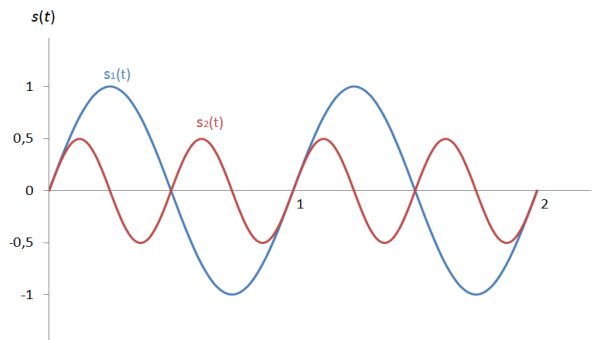
$$E_{(\omega_1, \omega_2)} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} L_J(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} |S(\omega)|^2 d\omega. \quad (7.28)$$

7.3 Realizace modulu prezentace „vlastnosti Fourierovy transformace“

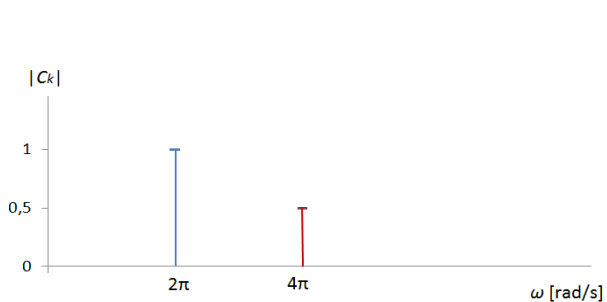
Prezentace obsahuje všechny výše zmíněné poučky spolu s názornou ukázkou, úvodem jednotlivých vlastností fourierovy transformace je předmluva popisující samotnou Fourierovu transformaci a animace umožňující měnit jednotlivé parametry obdélníkového periodického signálu, čímž uživatel získá značný přehled o tom, jak se tyto změny projevují v modulovém i argumentovém spektru. Animace, která umožňuje manipulaci (změnu parametrů), je opatřena jednoduchým posuvníkem a popisem daného parametru, který se bude měnit. Použité posuvníky umožňují dva druhy manipulace. Jedním je posuv doleva nebo doprava, který je využit u horizontálních posuvníků a druhým vertikální, u kterého se parametry mění nahoru nebo dolů. Jednotlivé animace obsahují signál, na kterém se provádí změna, modulové spektrum a vyžaduje-li si to situace tak i spektrum argumentové. Realizace je provedena pomocí maker, kdy při změně dojde k zobrazení nového obrázku.

8. Kvaziperiodické signály

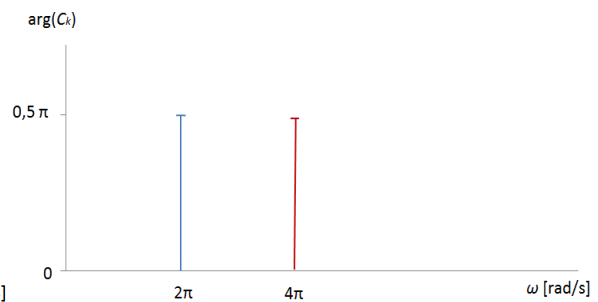
Pojem kvazi pojednává o něčem, co je zdánlivě nebo něco připomínající. V našem případě se bude jednat o zdánlivě periodické signály. Takový signál na první pohled vypadá přesně jako signál periodický, ale ve skutečnosti tomu tak není. U periodických signálů můžeme nalézt první kmitočet ω_1 a další kmitočty jednoduchým výpočtem $k \omega_1$, u kvaziperiodických tomu tak není. Stejně tak v amplitudovém spektru nejsou úhlové frekvence celistvým násobkem π , ale jde o iracionální číslo. Kvaziperiodický signál je součtem harmonických signálů. Příkladem kvaziperiodického signálu může být rovnice (7.29), kde je signál tvořen dvěma složkami. Jednu složku signálu tvoří periodický signál a druhou signál zdánlivě periodický. Na názorných ukázkách si nyní uvedeme významné rozdíly a takové signály představíme.



Obrázek 8.1a: Periodický signál o dvou složkách



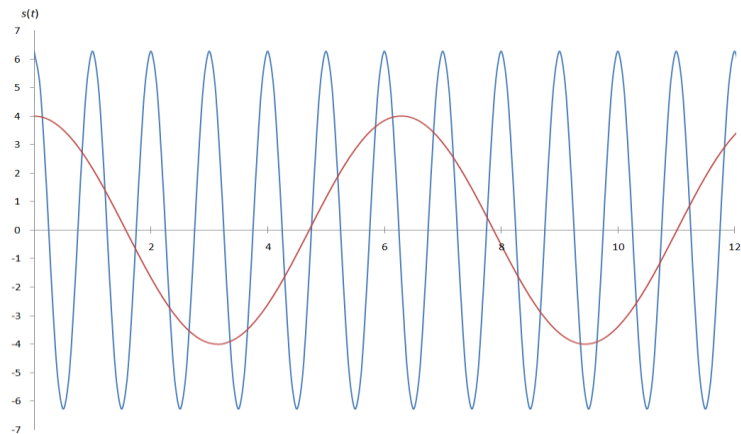
Obrázek 8.1b: Modulové spektrum



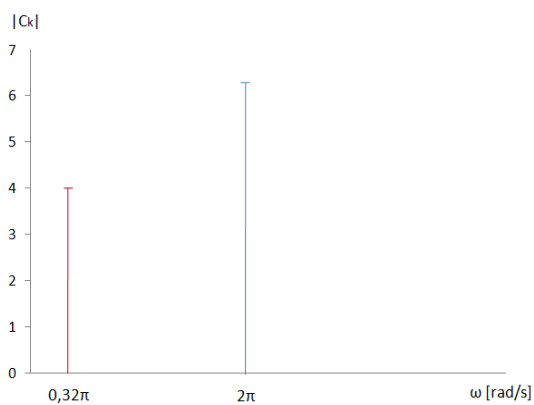
Obrázek 8.1c: Argumentové spektrum

Na obrázku 8.1a jsou znázorněny dva signály, jejichž součtem získáme signál o dvou složkách, oba signály jsou periodické a v modulovém i argumentovém spektru, které představují obrázky 8.1b a 8.1c, jsou úhlové frekvence celistvým násobkem π . Zaměníme-li jeden periodický signál signálem kvaziperiodickým, který obsahuje dvě složky definované rovnicí (7.29), zobrazen na obrázku 8.2a (červeně – zdánlivě periodický signál). V modulovém i argumentovém spektru vidíme, že kvaziperiodická složka již není celistvým násobkem π , ale jde o iracionální číslo.

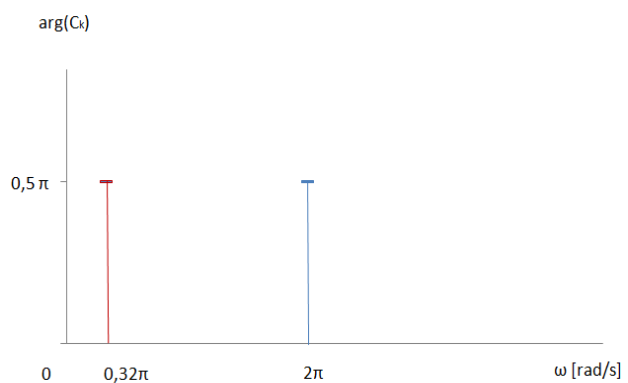
$$s(t) = 2\pi \cos(2\pi t) + 4\cos t, \quad (7.29)$$



Obrázek 8.2a: Jednoduchý kvaziperiodický signál

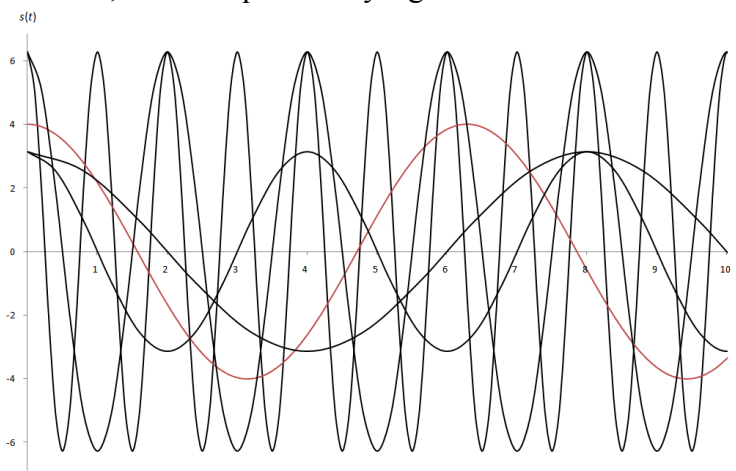


Obrázek 8.2b: Modulové spektrum



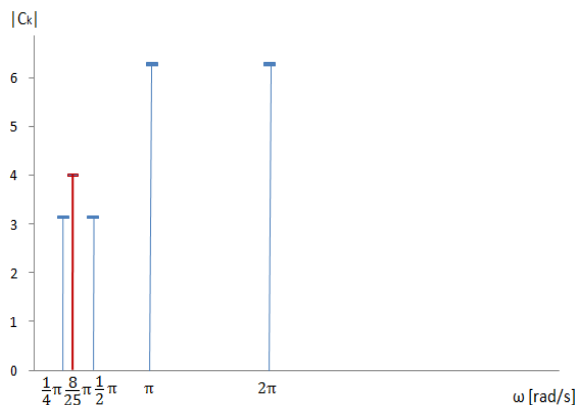
Obrázek 8.2c: Argumentové spektrum

Nyní si ukážeme, jak vypadá modulové i argumentové spektrum složitějšího signálu, který je zobrazen na **obrázku 8.3a**, zdánlivě periodický signál znázorněn červenou barvou.

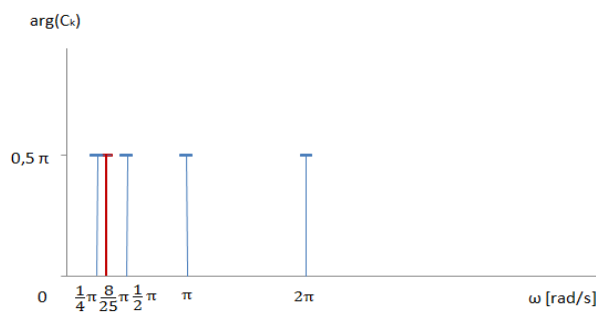


Obrázek 8.3a: Složitější signál

Z modulového i argumentového spektra (**obrázek 8.3b** a **obrázek 8.3c**) můžeme opět vidět, že zdánlivě periodický signál nemá úhlovou frekvenci celistvého násobku π .



Obrázek 8.3b: Modulové spektrum



Obrázek 8.3c: Argumentové spektrum

Kvaziperiodické signály můžeme stejně jako signály periodické vyjádřit rovnicí (8.30).

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp(j\omega_k t). \quad (8.30)$$

8.1 Realizace modulu prezentace „kvaziperiodické signály“

Modul obsahuje tři názorné obrazové ukázky, pro vysvětlení je jako první případ uveden signál o dvou periodických složkách a zobrazeno jeho spektrum modulové i argumentové. Následuje položka s jednoduchým kvaziperiodickým signálem, jedna složka signálu je periodická a druhá kvaziperiodická, opět je znázorněno modulové i argumentové spektrum. Jako poslední je zobrazen složitý případ, kdy signál obsahuje čtyři složky periodické a jednu kvaziperiodickou. Modul obsahuje úvod, kde je stručně vysvětlena problematika kvaziperiodických signálů.

9 Spektrum signálů

V této části se budeme zabývat obecným periodickým signálem, komplexním exponenciálním impulsem, stejnosměrným a harmonickým signálem. Pro přepis signálu budeme užívat výše zmíněnou Fourierovu transformaci popřípadě i zpětnou Fourierovu transformaci, která popisuje funkci $f(t)$ v intervalu rozloženou na harmonické kmity. Pro každý zmíněný signál si také ukážeme jejich spektrální funkce.

9.1 Spektrum obecného periodického signálu

Periodický signál $s(t)$ můžeme vyjádřit pomocí vztahu (9.1), kde úhlový kmitočet je roven podílu 2π a periody signálu, symbol c_k označuje amplitudu signálu. Se signály periodickými se v praxi spíše nesetkáváme, jde o signál, který se v pravidelných intervalech opakuje.

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_1 t}. \quad (9.1)$$

Spektrální funkce takového signálu s využitím Fourierovy transformace vypadá takto:

$$S(\omega) = FFT\{s(t)\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k 2\pi \delta(\omega - k\omega_1). \quad (9.2)$$

Spektrum periodického signálu tvoří Diracovy impulsy o ploše $2\pi c_k$ umístěné na kmitočtech $k\omega_1$, kde $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Diracovy impulsy jsou také nazývány, jako jednotkový impuls. Jedná se o signál, který v určitém intervalu nabývá hodnoty. Jednotkový impuls má spektrum modulů (absolutní hodnota) ω rovno 1.

9.2 Komplexní exponenciální impuls

Komplexní exponenciální impuls je vyjádřen rovnicí (9.3), funkce nesplňuje Dirichletovu podmínku absolutní integrovatelnosti \Rightarrow nelze použít přímo Fourierovy transformace. Užijeme zpětné Fourierovy transformace.

$$s(t) = A e^{j\omega_0 t}, \quad \text{pro } t \in \langle -\infty, \infty \rangle, \quad \omega_0 > 0, \quad (9.3)$$

$$FFT^{-1}\{A\delta(\omega - \omega_0)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A\delta(\omega - \omega_0) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} A e^{j\omega_0 t}, \quad (9.4)$$

Potom je výsledná spektrální funkce rovna:

$$FFT\{A e^{j\omega_0 t}\} = 2\pi A \delta(\omega - \omega_0). \quad (9.5)$$

Spektrální funkce v $\omega = \omega_0$ má plochu $2\pi A$, kde také obsahuje Diracův impuls (jednotkový impuls), v ostatních hodnotách dosahuje nulových hodnot.

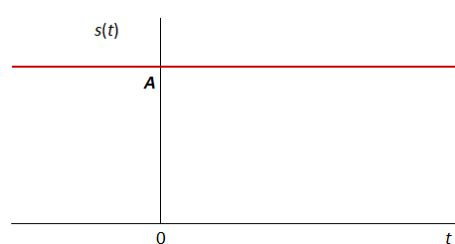
9.3 Stejnoseměrný signál

Stejnoseměrný signál je signál, který po celou dobu nabývá stejných hodnot (9.6). V praxi se s takovým signálem opět nesečkáme, slouží pouze pro teoretické vysvětlení a zjednodušení. Signál je zobrazen na **obrázku 9.1a** a jeho spektrum na **obrázku 9.1b**.

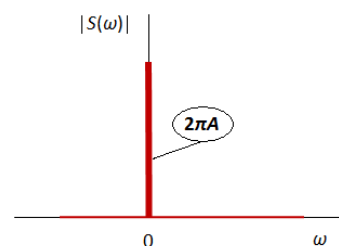
$$s(t) = A, \quad \text{pro } t \in \langle -\infty, \infty \rangle, \quad (9.6)$$

funkce nesplňuje podmínku absolutní integrovatelnosti, spektrální funkci lze řešit pomocí komplexně exponenciálního impulsu pro $\omega_0 = 0$, kde A je vždy reálné číslo. Ve vztahu (9.7) je uvedena rovnice signálu $s(t)$ a jeho spektrální funkce. Mohutnost impulsu je $2\pi A$.

$$\begin{array}{lcl} s(t) = A e^{j\omega_0 t} & \longrightarrow & A, \\ S(\omega) = 2\pi A \delta(\omega - \omega_0) & \longrightarrow & 2\pi A \delta(\omega). \end{array} \quad (9.7)$$



Obrázek 9.1a: Stejnoseměrný signál



Obrázek 9.1b: Spektrum stejnoseměrného signálu

9.4 Harmonický signál

Harmonickým signálem může být například periodický kosinusový či sinusový průběh, takový signál umíme za pomoci Fourierovy transformace převést na modulové spektrum. Mohutnost signálu je πC . Harmonický signál $s(t)$ je definovaný rovnicí (9.8), kde se uplatňuje amplituda, úhlová frekvence, čas a fáze signálu.

$$s(t) = C \cos(\omega_1 t + \varphi_1), \quad (9.8)$$

Pomocný vzorec:

$$\delta(t) \hat{=} S(\omega) = 1, \quad (9.9)$$

také

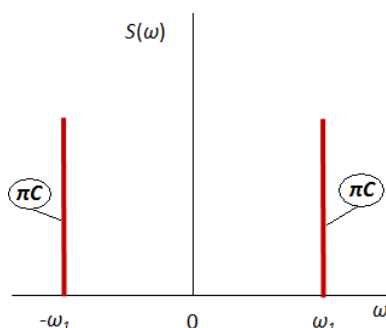
$$\delta(-t) \hat{=} S(\omega) = 1, \quad (9.10)$$

Zpětná Fourierova transformace:

$$\delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 1 - e^{\pm j\omega t} d\omega, \quad (9.11)$$

Spektrální funkce harmonického signálu

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \\ &= 2\pi c_1 \delta(\omega - \omega_1) + 2\pi c_{-1} \delta(\omega + \omega_1), \end{aligned} \quad (9.12)$$



Obrázek 9.2: Spektrum harmonického signálu

Harmonický signál má veškerou energii soustředěnou na kmitočtu ω_1 .

9.5 Realizace modulu prezentace „spektrum signálů“

Modul je realizován stejně jako předchozí. To znamená, že je zasazen do stejného grafického prostředí, ovládaný jednoduchým, přehledným menu. Tato prezentace neumožňuje žádnou změnu parametrů signálu. Jednotlivé položky jsou opatřeny popisem a názornou ukázkou. Součástí popisu jsou i výše zmíněné vzorce. Menu je opatřeno tlačítkem konec, které ihned ukončí jakékoliv prohlížení, neboť v prezentaci není umožněno pohybu pomocí kliknutí myši.

10. Závěr

Toto téma bakalářské práce jsem si zvolil, protože mě blíže zajímalo řešení jednotlivých problémů, zajímavost předmětu samotného a analyzování signálů. V této práci jsem se spíše zabýval signály, se kterými provádíme různé operace (posun, součet, násobení, derivace, integrace apod.). Řešení takových signálů je nejlépe patrné z frekvenční oblasti, kdy signál za pomoci Fourierových transformací převedeme na modulové spektrum, jež znázorňuje závislost přenášené amplitudy na frekvenci a z modulového spektra následně spektrum argumentové, kde je znázorněna fáze jednotlivých závislostí amplitudy na frekvenci. Proto jsem místo textových příkladů volil pro lepší názornost příklady grafické, ze kterých je problém lépe patrný než z textového výsledku.

Cílem bakalářské práce bylo prezentovat vybraná témata v prostředí PPT s využitím animačních a multimediálních technik. Při analyzování problémů jsem volil jednoduché signály, například obdélníkový signál, u kterého je ruční výpočet spektra signálu dán jednoduchým vztahem, rampovou funkcí nebo sinusový průběh. U obrázků, které slouží pouze pro informaci nebo zobrazení tvaru signálu, nejsou na osách zobrazeny hodnoty. V některých případech jsou osy opatřeny jednotkami, v kterých se daný signál může pohybovat, opět pouze pro získání přehledu o signálu. Klade-li si řešení problému lepší pochopení, jsou u signálu, modulového i argumentového spektra zobrazeny hodnoty. V případě vzorců, které jsou již předem stanoveny, jsem volil základní vzorec a pokud se dále vzorec upravoval, je zobrazena jeho konečná verze, se kterou se počítá.

Prezentace by měla posloužit k výukovým účelům pro snadnější pochopení problematických témat. Jednotlivé kapitoly jsou členěny do bloků, které jsou opatřeny úvodním textem, jenž má za cíl seznámit prohlížejíciho s daným problémem. Zadání bakalářské práce považuji za splněné, s jediným nedostatkem. Nepodařilo se mi ve všech případech zobrazit daný problém v praxi, například zpracováním zvukového nebo obrazového signálu. Témata jsou opatřena názornou ukázkou (grafickým příkladem), u konvoluce a korelace animovanou ukázkou, u vlastností Fourierovy transformace je možnost měnit parametry signálu, popřípadě spektra.

Seznam literatury

- [1] ŠEBESTA, V., SMÉKAL, Z. Signály a soustavy. Skriptum. Brno: FEKT VUT v Brně, 2004.
- [2] JAN, J. Číslicová filtrace, analýza a restaurace signálů. Brno: VUT v Brně, 1997.
- [3] Rádiové signály, http://cs.wikipedia.org/wiki/Radiove_zareni
- [4] Bio-signály, <http://www.biopac.com>
- [5] Konvoluční filtr, <http://www.roborealm.com>
- [6] SIGMUND, M. Učební texty, vzorce
- [7] The MathWorks, Inc., soubory nápovědy programu MATLAB
- [8] Signál, <http://cs.wikipedia.org/wiki/Signál>
- [9] Základy programování ve VBA, <http://www.ozgrid.com/VBA/select-case.htm>
- [10] Kolář, R., Lékařská diagnostická technika. Brno: VUT v Brně, 2006.
- [11] Kristián, P., FLASH 5 a úvod do tvorby animací. Brno: UNIS Publishing, s.r.o., 2001.
- [12] Nováček, Z., Elektromagnetické vlny, antény a vedení. Brno: VUT v Brně,

Dodatek

Nastavení programu Microsoft PowerPoint pro používání maker v prezentaci:

Office 2003 a nižší:

- Nástroje/Možnosti
- položka Zabezpečení
- vybrat Zabezpečení maker
- vybrat Střední zabezpečení

Office 2007:

- Při spuštění zobrazí tabulku, zda makra povolit či ne, vybrat dočasně povolit.

Prezentace korelace a konvoluce vyžadují nainstalovaný doplněk Adobe flash player.

Zdrojový kód výpočtu spektra modulu v MATLABU:

```
NFFT = 2^nextpow2(L);  
Y = fft(y,NFFT)/L;  
f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2);  
plot(f, 2 * abs (Y (1 : NFFT/2)))
```

Příklad zdrojového kódu ve VBA:

```
Private Sub CommandButton1_Click()  
    Slide1.ShockwaveFlash1.StopPlay  
End Sub
```

```
Private Sub CommandButton2_Click()  
    Slide1.ShockwaveFlash1.Play  
End Sub
```

Seznam příloh

Příloha 1. Náhledy jednotlivých modulů prezentace.

Příloha 2. CD s výslednými prezentacemi a obrázky reprezentující předmět.

Operace s jedním signálem v čase

Úvod

Časový posun

Změna časového měřítka

Expanze

Komprese

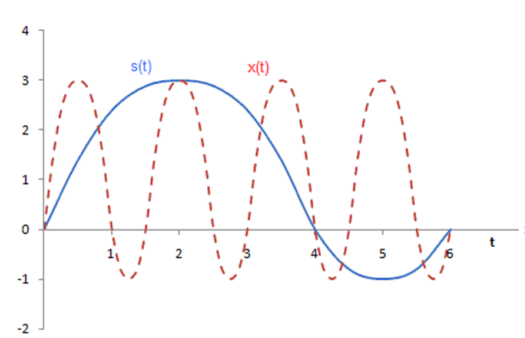
Změna velikosti signálu

Symetrie

Posun na ose hodnot

Nelineární změna signálu

Konec



Původní signál $s(t)$

Komprese $x(t) = s(4t)$

▶ ◻

Obrázek 14.1: Náhled prezentace - Operace s jedním signálem v čase

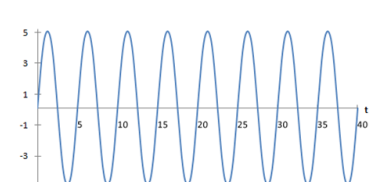
Operace se dvěma signály

Popis

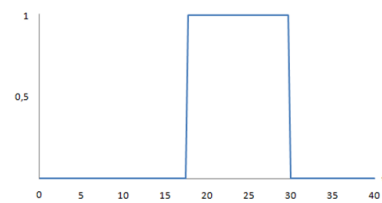
Součet dvou signálů

Násobení dvou signálů

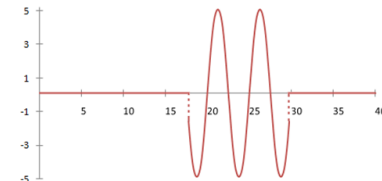
Konec



První signál $s_1(t)$



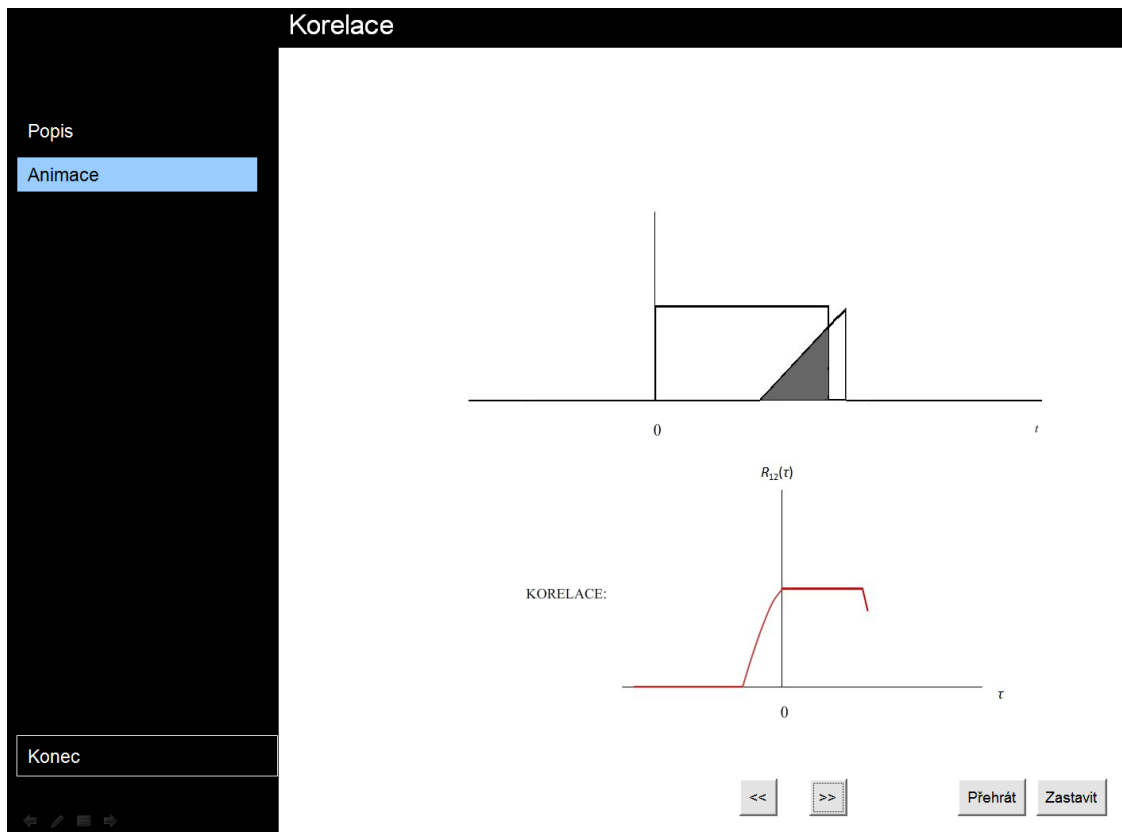
Druhý signál $s_2(t)$



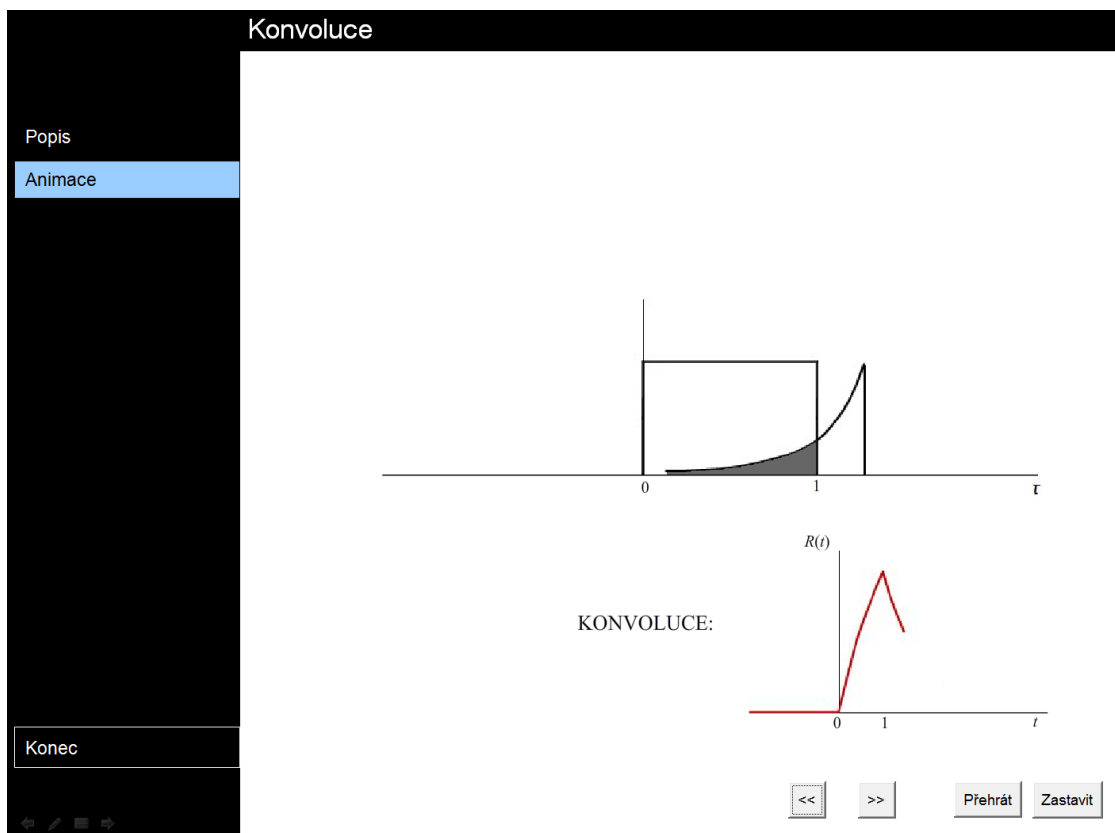
Násobení $x(t) = s_1(t) \cdot s_2(t)$

▶ ◻

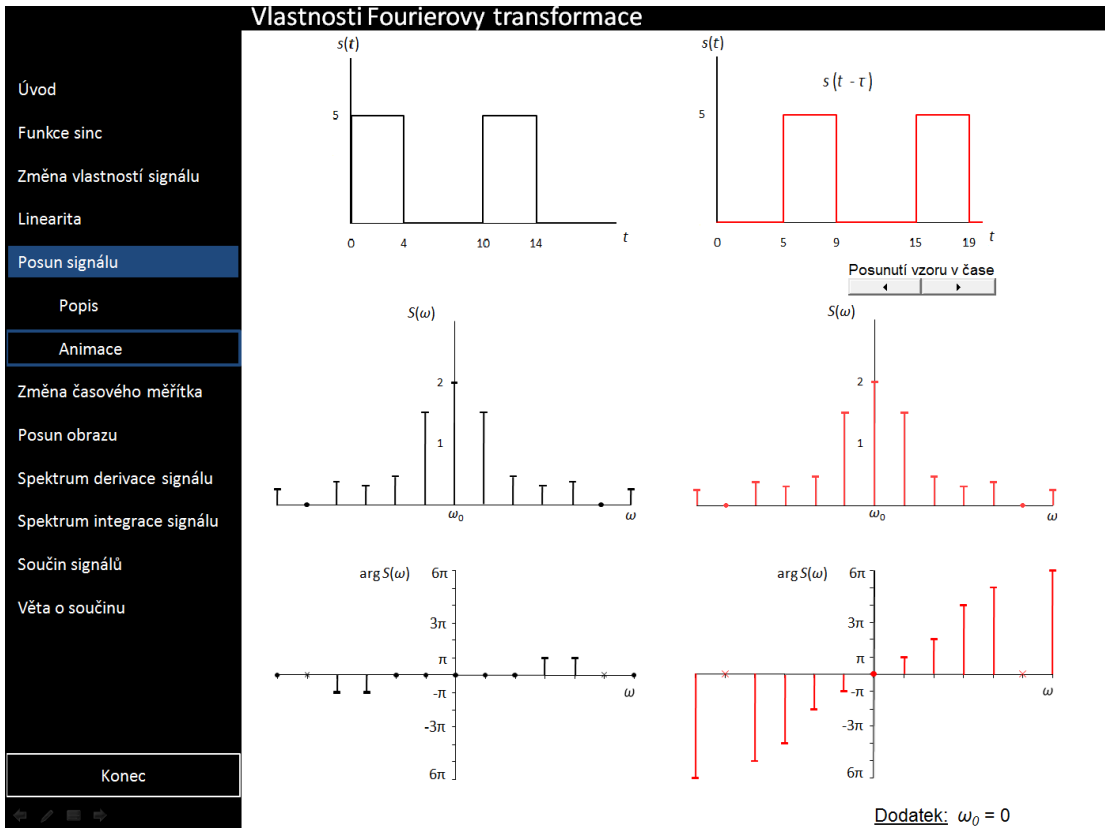
Obrázek 14.2: Náhled prezentace - Operace se dvěma signály



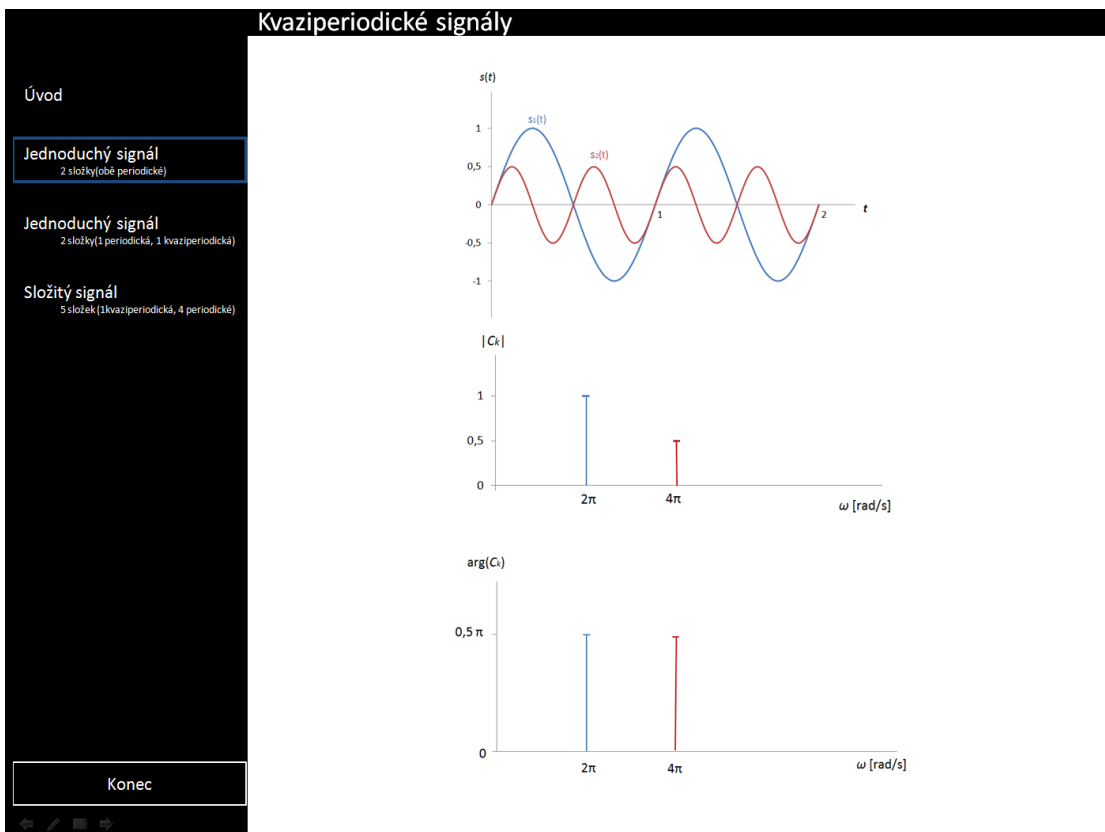
Obrázek 14.3: Náhled prezentace – Korelace



Obrázek14.4: Náhled prezentace - Konvoluce



Obrázek 14.5: Náhled prezentace - Vlastnosti Fourierovy transformace



Obrázek 14.6: Náhled prezentace - Kvaziperiodické signály

Spektrum signálů

Obecný periodický signál

Komplexní exponenciální impuls

Stejnoseměrný signál

Harmonický signál

Stejnoseměrný signál je signál, který po celou dobu nabývá stejných hodnot. V praxi se s takovýmto signálem neseťkáme, slouží pouze pro teoretické vysvětlení a zjednodušení. Takový signál je zde zobrazen společně s jeho spektrem.

$$s(t) = A, \quad \text{pro } t \in \langle -\infty, \infty \rangle,$$

funkce nespĺňuje podmínku absolutní integrovatelnosti, spektrální funkci lze řešit pomocí komplexního exponenciálního impulsu pro $\omega_0 = 0$, kde A je vždy reálné číslo. Ve vztahu je uvedena rovnice signálu $s(t)$ a jeho spektrální funkce. Mohutnost impulsu je $2\pi A$.

$$s(t) = A e^{j\omega_0 t} \longrightarrow A$$

$$S(\omega) = 2\pi A \delta(\omega - \omega_0) \longrightarrow 2\pi A \delta(\omega)$$



Konec

Obrázek 14.7: Náhled prezentace - Spektrum signálů