



NEXT GENERATION VUT: Zvyšování kvality a relevance vzdělávání na VUT
CZ.02.02.XX/00/23_022/0009052



Spolufinancováno
Evropskou unií



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY




Úvod do elektrotechniky

Učební text pro samostudium

FEKT VUT v Brně

doc. Ing. M. Steinbauer, Ph.D., 2025

Toto dílo je licencováno pod [CC BY-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) 



Instrukce

- Projděte si a prostudujte tento materiál. Každá kapitola obsahuje odpovědi na otázky, které jsou následně tématem průběžného testování pomocí kvízů
- Musíte projít všechny slajdy postupně, nelze přeskakovat.
- U některých slajdů jsou podrobnější poznámky – zobrazte si je tlačítkem „Poznámky“ vpravo nahoře
- Prezentace obsahuje **6 milníků - kvízů**, které musíte splnit, abyste postoupili k další kapitole; při neúspěšném výsledku kvízu se vrátíte na začátek předchozí kapitoly
- **Úspěšné dokončení (splnění všech kvízů) je považováno za splnění předmětu BPC-ELS**



OBSAH POUČENÍ

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A KOMUNIKAČNÍCH A INFORMAČNÍCH
TECHNologií www.electrical.jyu.fi

ČÁST 1
Úvod

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A KOMUNIKAČNÍCH A INFORMAČNÍCH
TECHNologií www.electrical.jyu.fi

ČÁST 2
POSTUPNÉ ZJEDNODUŠOVÁNÍ

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A KOMUNIKAČNÍCH A INFORMAČNÍCH
TECHNologií www.electrical.jyu.fi

ČÁST 3
PRINCIP SUPERPOZICE

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A KOMUNIKAČNÍCH A INFORMAČNÍCH
TECHNologií www.electrical.jyu.fi

ČÁST 4
METODA NÁHRADNÍHO ZDROJE

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A KOMUNIKAČNÍCH A INFORMAČNÍCH
TECHNologií www.electrical.jyu.fi

ČÁST 5
UNIVERZÁLNÍ METODY
METODA SMYČKOVÝCH PROUDŮ
METODA UZLOVÝCH NAPĚTÍ

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A KOMUNIKAČNÍCH A INFORMAČNÍCH
TECHNologií www.electrical.jyu.fi

ČÁST 6
MAGNETICKÉ OBVODY



ČÁST 1

ÚVOD



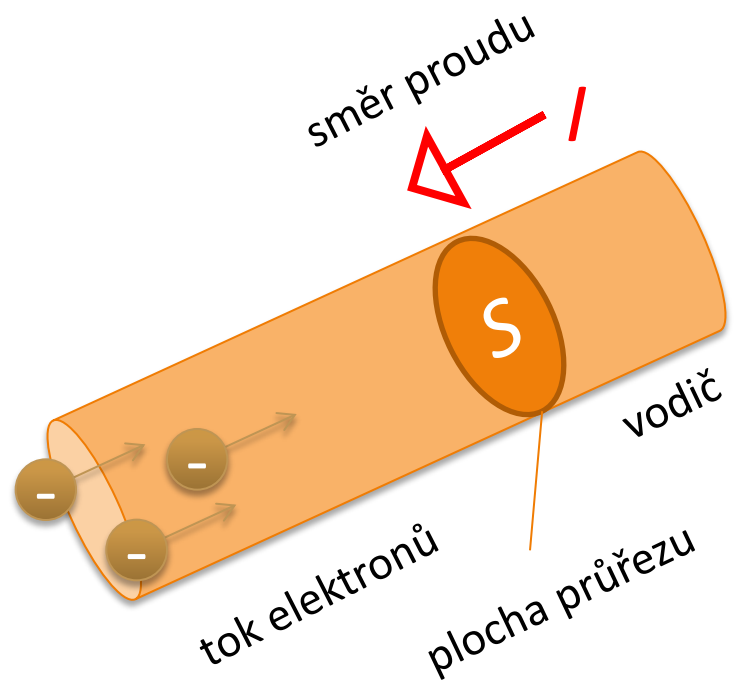
ZÁKLADNÍ ELEKTRICKÉ VELIČINY PŘEDPONY SI

Náboj	Proud	Napětí	Výkon	Energie	Kmitočet
Q	I	U	P	E	f
Coulomb	Ampér	Volt	Watt	Joule	Hertz
(C)	(A)	(V)	(W)	(J)	(Hz)

Odpor/vodivost	Kapacita	Indukčnost
R / G	C	L
Ohm / Siemens	Farad	Henry
(Ω) / (S)	(F)	(H)

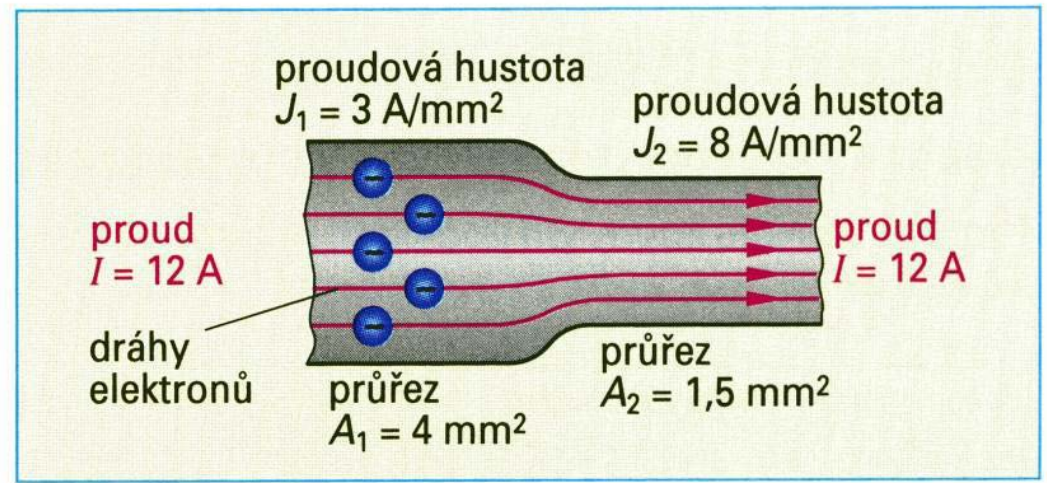
Tabulka 1: Předpony SI (výběr z 20 předpon)

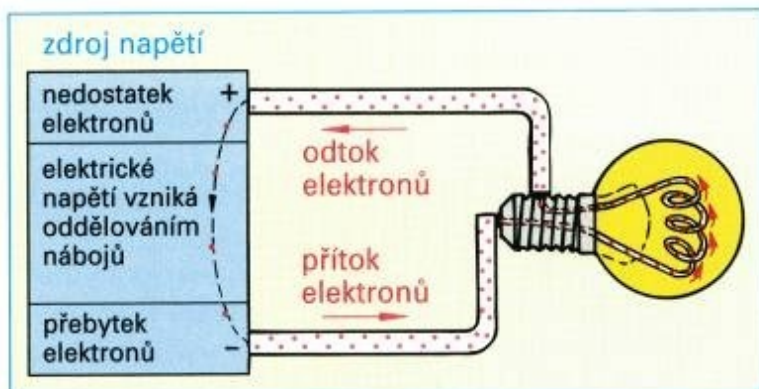
název	giga	mega	kilo	deci	centi	mili	μ mikro	nano	piko
značka	G	M	k	d	c	m	μ	n	p
násobek	10^9	10^6	10^3	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
	1 000 000 000	1 000 000	1 000	0,1	0,01	0,001	0,000 001	0,000 000 001	0,000 000 000 001



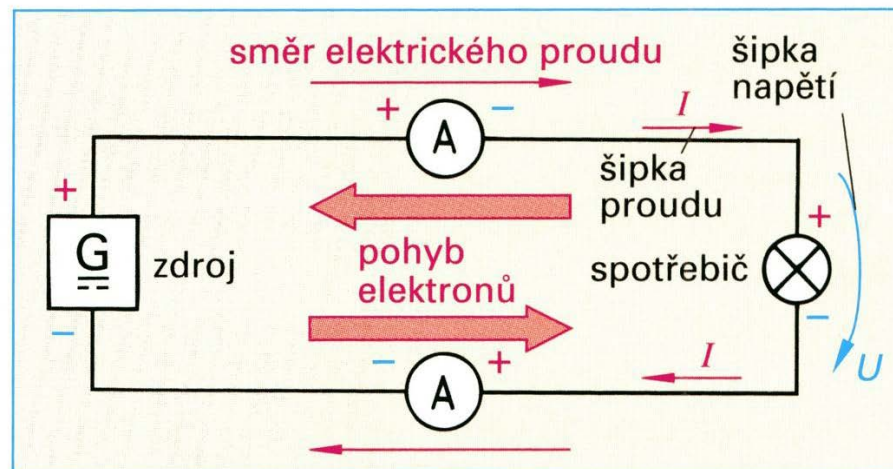
$$I = \frac{Q}{t} \text{ (A)}$$

$$J = \frac{I}{S} \text{ (A/m}^2\text{)}$$





Obr. 1: Pohyb elektronů obvodem s žárovkou



Obr. 1: Směr elektrického proudu a směr pohybu elektronů

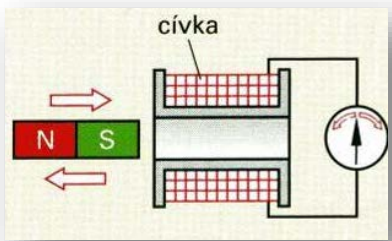
Tabulka: Příklady elektrických proudů	
spotřebič/zařízení	proud
kapesní kalkulačka	100 μA
žárovka 60 W/230 V	260 mA
žehlička	4,35 A
motor tramvaje	300 A
elektrická tavicí pec	100 kA



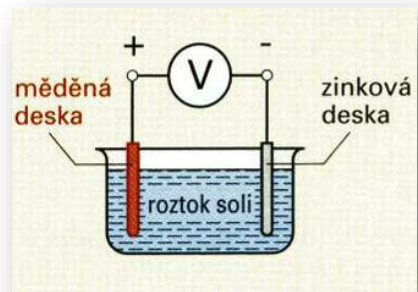
VZNIK ELEKTRICKÉHO PROUDU

Elektrická energie vzniká vždy přeměnou z jiné formy energie

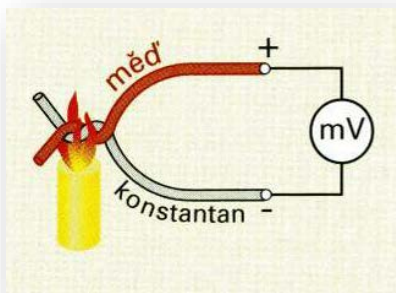
Mechanické (využití indukce)



Chemické (galvanický článek)

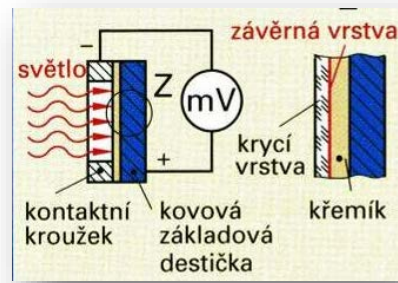


Tepelné (Seebeckův jev)



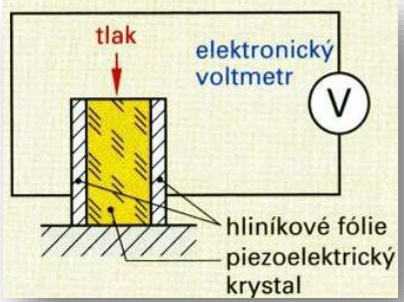
Termočlánek pro měření teploty

Světelné (fotočlánek)

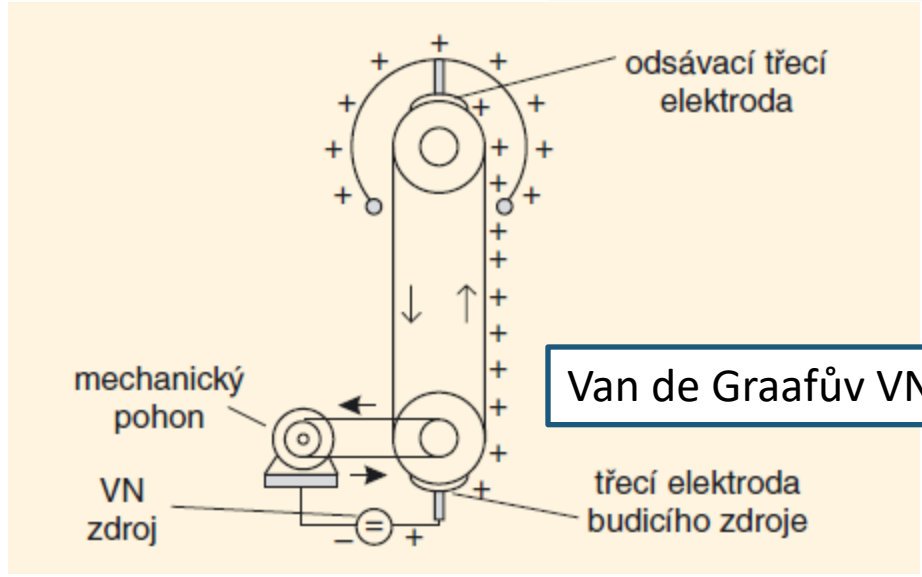




Mechanické (piezoelektrický jev)



Mechanické (triboelektrický jev)

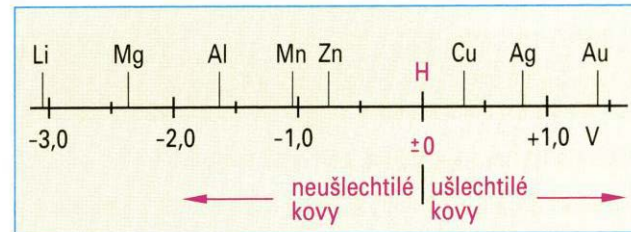
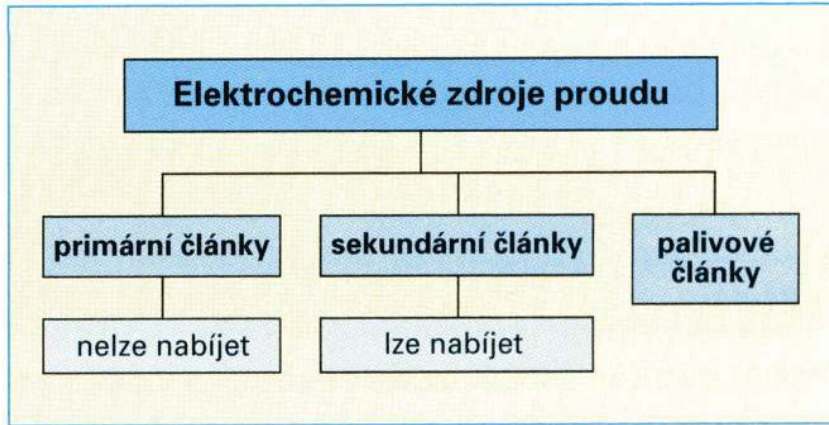


Van de Graafův VN generátor

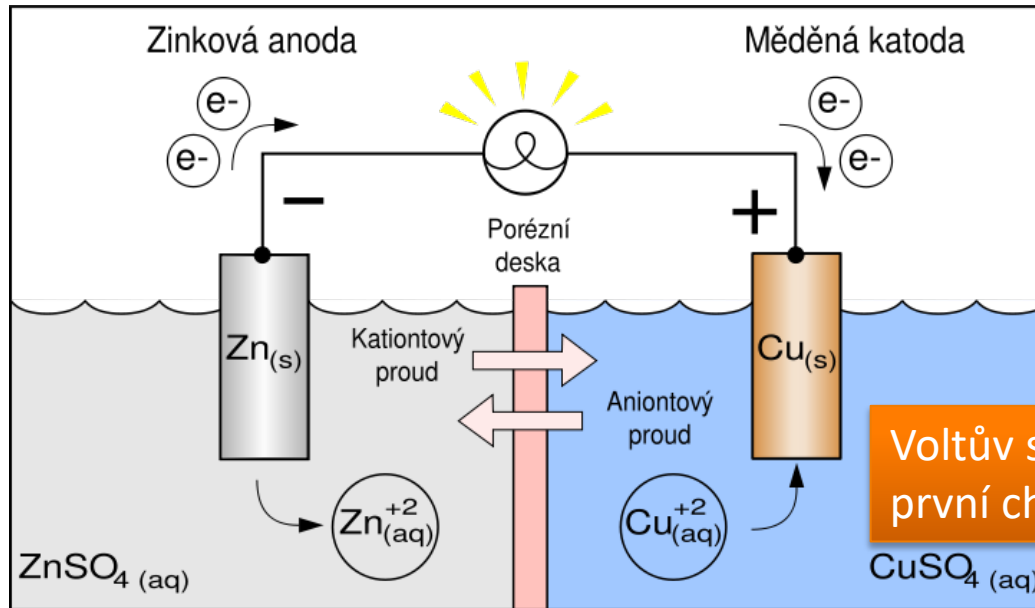
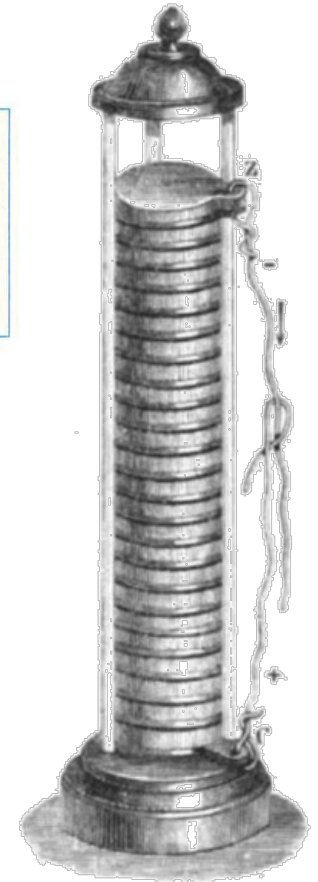




ELEKTROCHEMICKÉ ZDROJE PROUDU

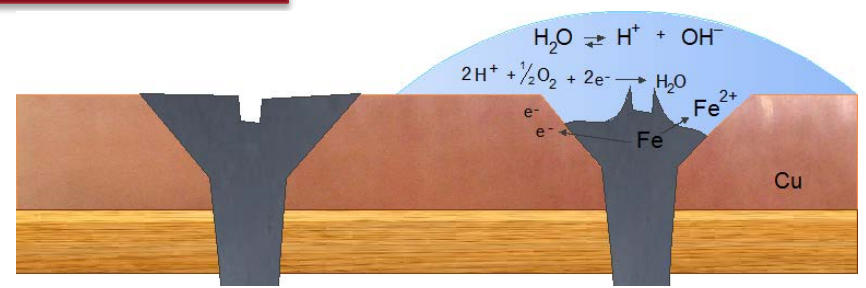


Obr. 2: Elektrochemické potenciály kovů vůči vodíku (resp. vůči vodě jako elektrolytu)

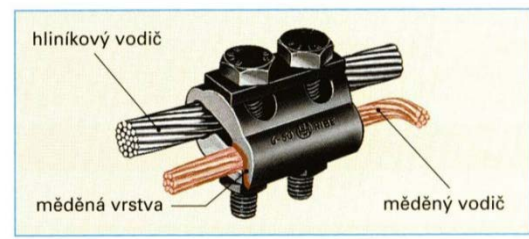


Voltův sloup (A. Volta, 1800)
první chemický zdroj el. proudu

Další užití elektrických článků

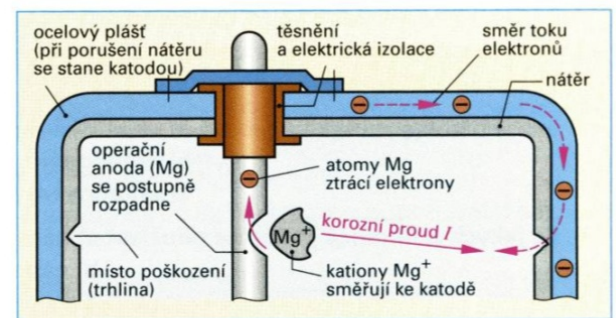


Proč nelze upevňovat měděný plech ocelovými vruty



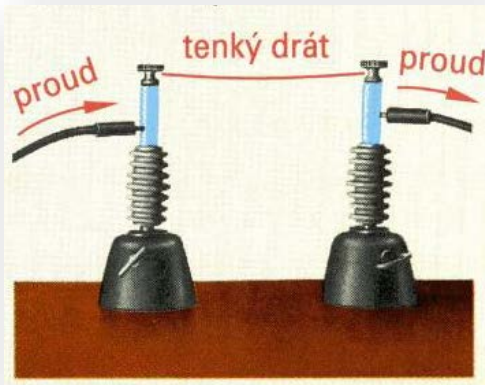
Obr. 4: Přechodová svorka (Cupal)

Elektrochemické koroze lze využít také k protikorozi ochraně například ocelového potrubí nebo trupů lodí námořních lodí. Provádí se vodivým spojením chráněného ocelového tělesa s tzv. obětovanou elektrodou ze slitiny málo ušlechtilých kovů, např. hořčíku, hliníku a zinku. Tato elektroda ve vodném prostředí koroduje přednostně. Po jejím rozpuštění je na její místo připojena další.



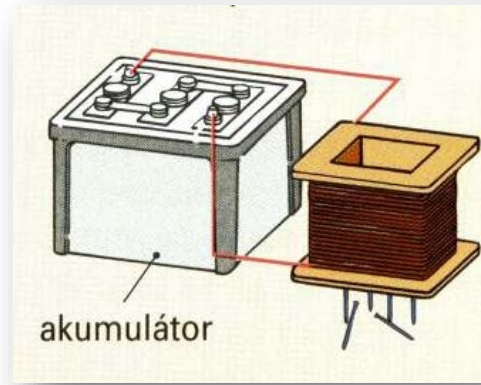
Obr. 5: Katodová antikorozi ochrana zásobníku teplé vody s operační anodou

Tepelné účinky – Jouleovo teplo (vždy)



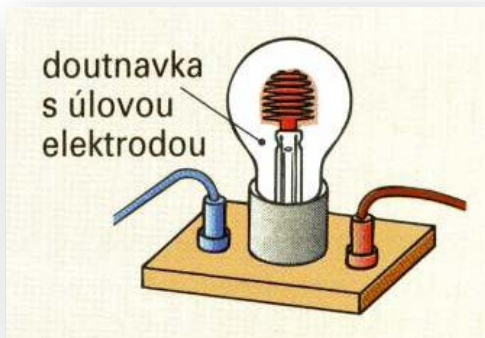
Tepelné spotřebiče
 -žehlička
 -bojler
 -páječka
 Tavné pojistky
 (Žárovka)

Vznik magnetického pole (vždy)



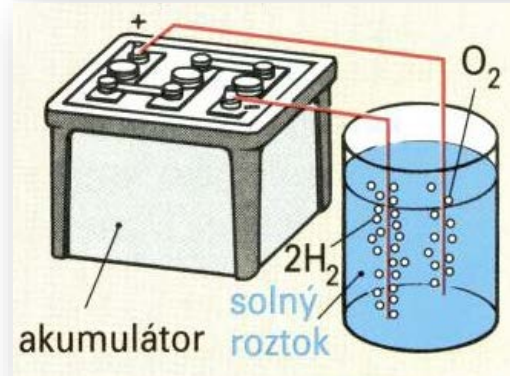
Stykače a relé
 Elektromotory
 Elektromagnety
 Reproduktoři
 Zvonky

Vznik světla (v plynech a polovodičích)



Doutnavky
 LED
 Zářivky
 Výbojky
 Elektrický oblouk

Chemické účinky (ve vodivých kapalinách)



Elektrolýza
 Galvanické
 pokovování
 Nabíjení AKU

Fyziologické účinky (na živé tvory)



Elektrické ohradníky

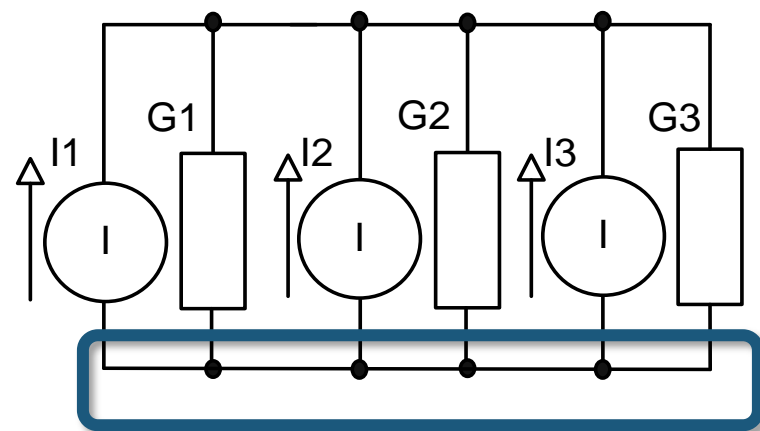
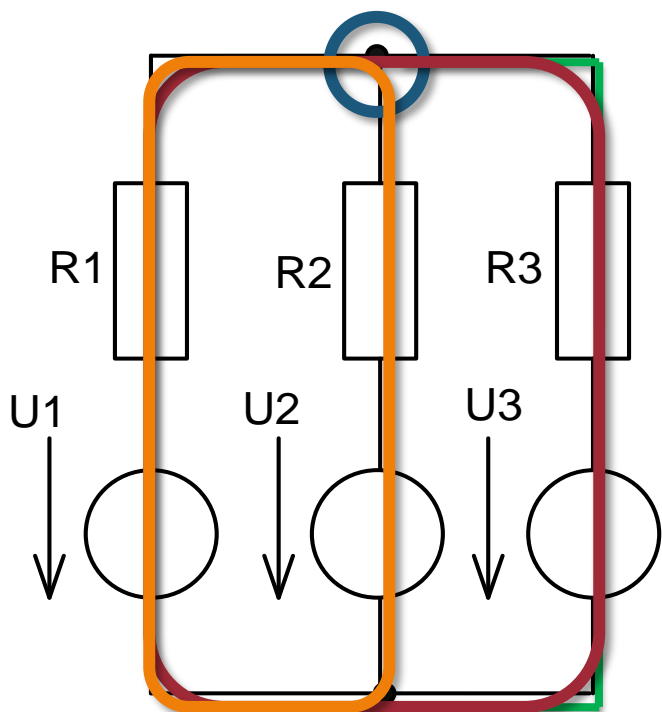
Lékařské přístroje:

- kardiostimulátory
- defibrilátory
- elektroléčba

Úraz elektrickým proudem

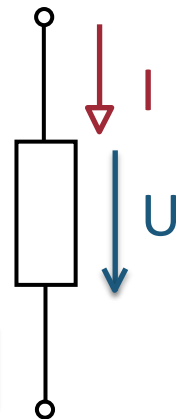
Úraz elektrickým proudem – bude předmětem školení z bezpečnosti v elektrotechnice.

- **Uzel** – ekvipotenciála, vodivé spojení prvků obvodu
- **Větev** – část obvodu mezi dvěma uzly
- **Smyčka** – uzavřená část obvodu
- **Minimální smyčka (oko)** – není rozdělena žádnou větví

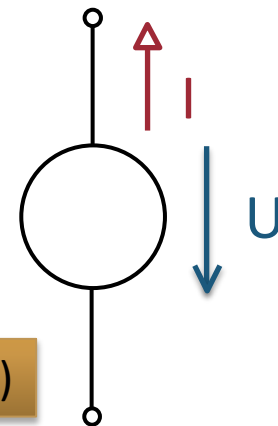


Toto je jeden uzel!

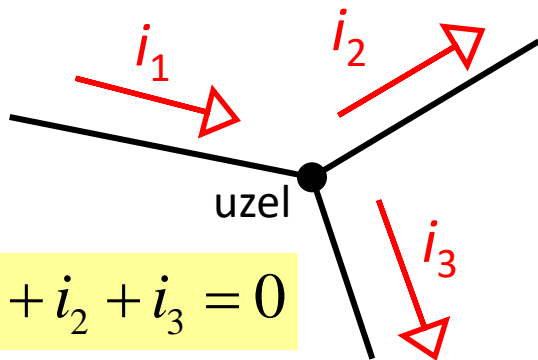
- Ve schématu znázorňujeme napětí a proud pomocí čítacích šipek, které určují čítací směr veličiny U nebo I
- Pro snadnější rozlišení používáme pro proud a napětí rozdílné tvary šipek
- Orientace šipek s čítáním veličin v rovnicích podle K. z, nikoliv nutně se skutečnými směry proudů a napětí. Při volbě směru šipek respektujeme
 - **spotřebičovou** (pasivní) orientaci, kdy šipky jsou souhlasného směru
 - **zdrojovou** (aktivní) orientaci, kdy šipky U a I jsou opačného směru



Spotřebič (pasivní)



Zdroj (aktivní)



$$-i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

1. Kirchhoffův zákon (proudový)

Algebraický součet proudů vtékajících (-) a vytékajících (+) z uzlu je roven nule.

$$\sum_j \pm i_j = 0$$

Vychází ze zákona zachování náboje.

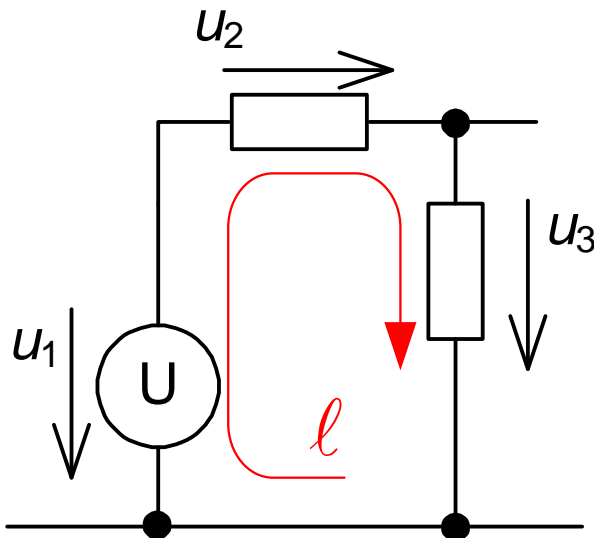
2. Kirchhoffův zákon (napěťový)

Algebraický součet napětí podél uzavřené orientované smyčky ℓ je roven nule.

$$\sum_j \pm u_j = 0$$

Vychází ze zákona elektromagnetické indukce pro stacionární případ.

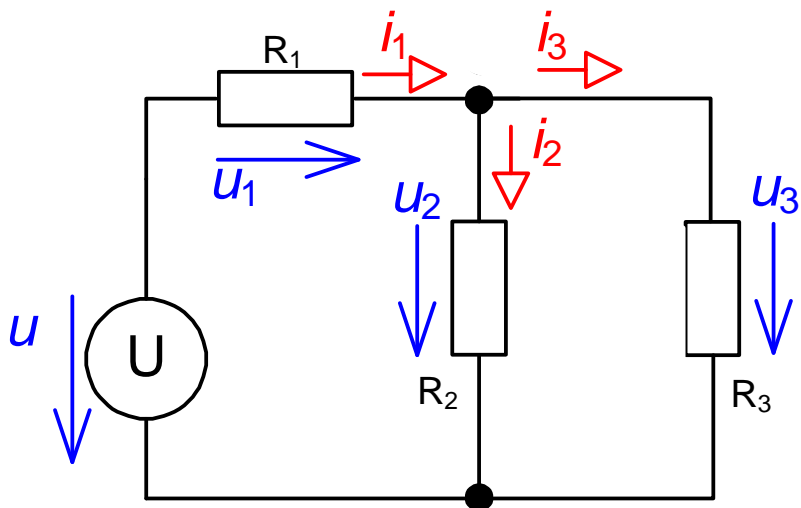
$$u = -\frac{d\Phi}{dt} \rightarrow 0$$



$$-u_1 + u_2 + u_3 = 0$$

Příklad:

Sestavte rovnice pomocí K. z. pro obvod na obrázku.



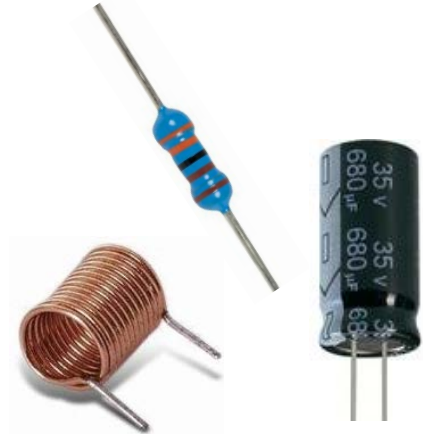
Uzel 1:
$$-i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

Smyčka S_1 :
$$-u + u_1 + u_2 = 0$$

Smyčka S_2 :
$$-u_2 + u_3 = 0$$

Podle **směru toku energie**:

- Prvky **pasivní**: spotřebovávají (nebo akumulují) energii
 - rezistory **R**
 - kapacitory **C**
 - induktory **L**
- Prvky **aktivní**: dodávají energii
 - zdroje napětí **U**
 - zdroje proudu **I**
 - tranzistory, IO, ...



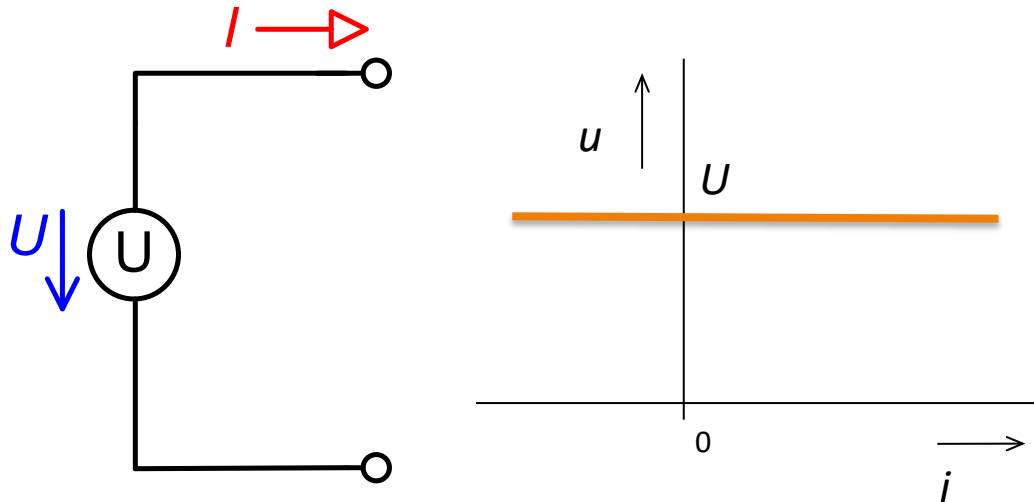
Podle počtu pólů (svorek):

- dvojpóly, trojpóly, čtyřpóly, atd.

Podle **typu obvodových rovnic** určující matematické postupy jejich řešení:

- lineární
- nelineární

Ideální nezávislý zdroj napětí udržuje na svých svorkách konstantní napětí nezávisle na velikosti odebíraného proudu.

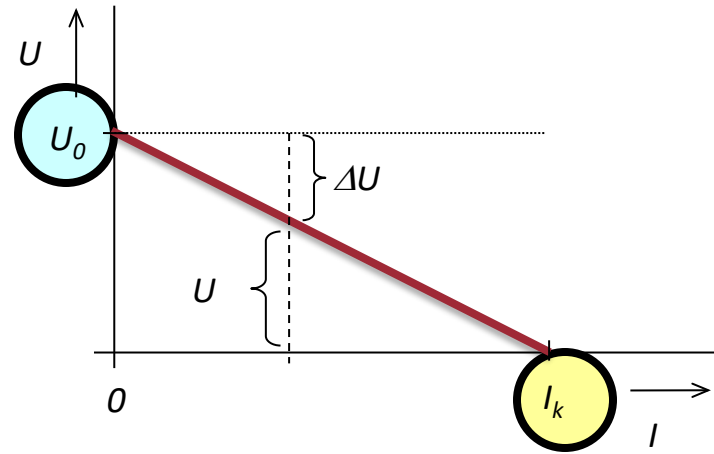
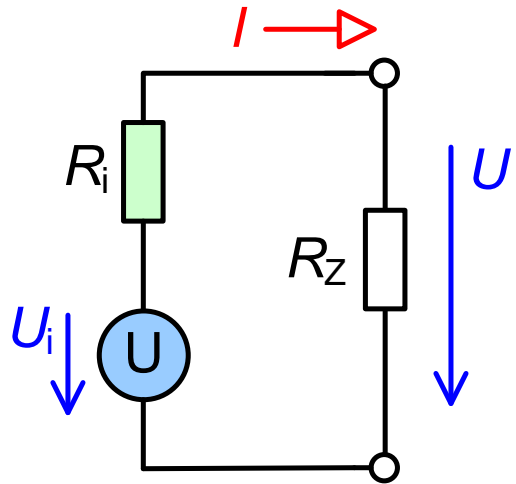


Ideální zdroj napětí a jeho zatěžovací charakteristika

- Jediným parametrem ideálního zdroje napětí je jeho napětí U
- Ideální zdroj napětí je schopen dodávat jakkoli veliký výstupní proud a má tedy nekonečnou zásobu energie



MODEL REÁLNÉHO ZDROJE NAPĚTÍ (LINEÁRNÍ)



R_i – vnitřní odpor

U_i – vnitřní napětí

Svorkové napětí

$$U = U_i - I \cdot R_i = U_i - \Delta U$$

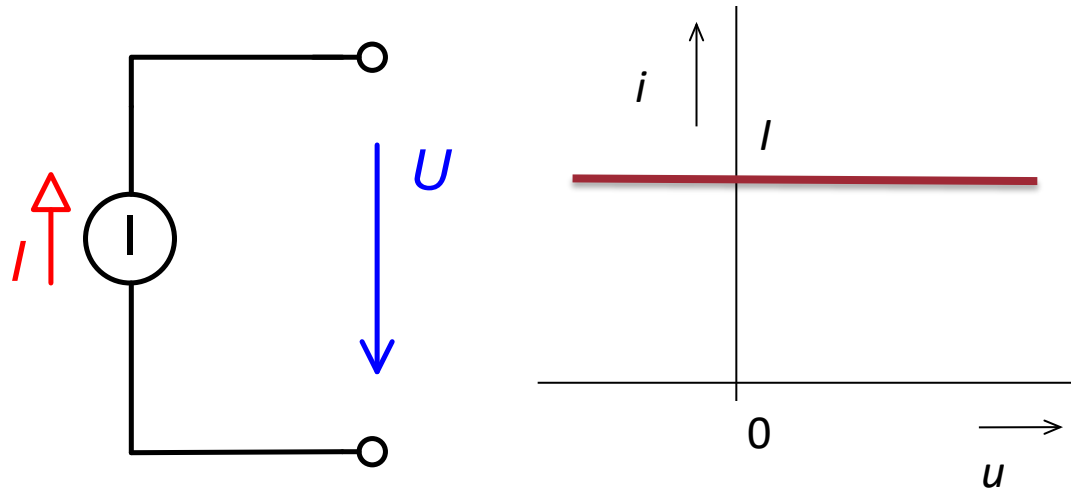
U_0 - napětí naprázdno ($I = 0$)

$$U_0 = U_i$$

I_k - proud nakrátko ($U = 0$)

$$I_k = \frac{U_i}{R_i}$$

Ideální nezávislý zdroj proudu udržuje na svých svorkách konstantní proud nezávisle na velikosti napětí.

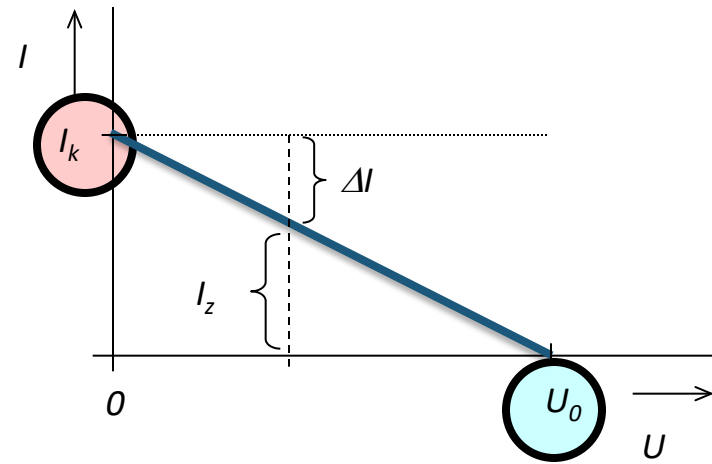
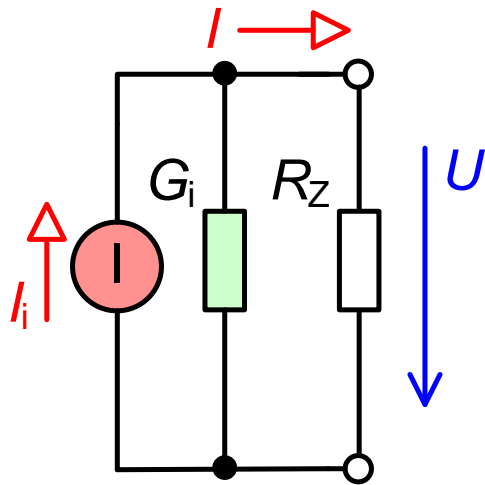


Ideální zdroj proudu a jeho zatěžovací charakteristika

- Jediným parametrem ideálního zdroje proudu je jeho proud I
- Ideální zdroj proudu je schopen dodávat konstantní proud při jakkoli velikém svorkovém napětí a má tedy nekonečnou zásobu energie



MODEL REÁLNÉHO ZDROJE PROUD (LINEÁRNÍ)



I_i – vnitřní proud

G_i – vnitřní vodivost

Výstupní proud

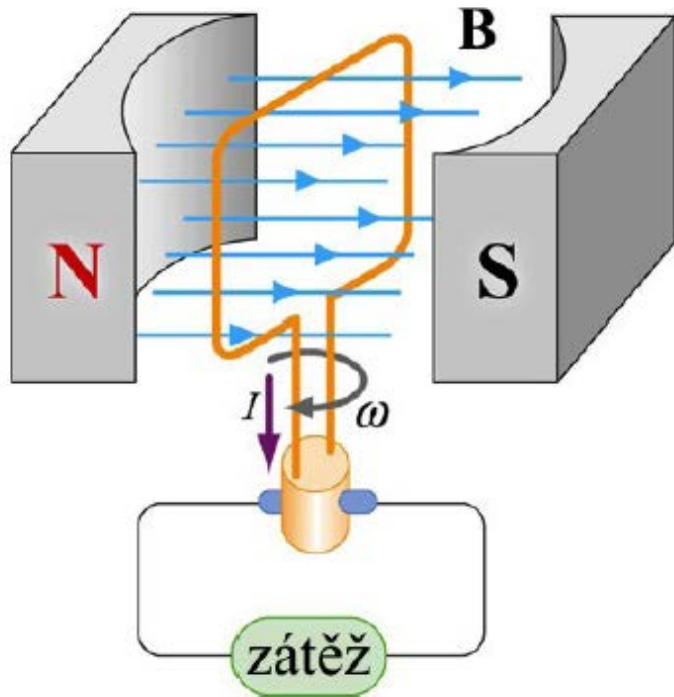
$$I = I_i - U \cdot G_i = I_i - \Delta I$$

U_0 - napětí naprázdno ($I = 0$)

$$U_0 = \frac{I_i}{G_i}$$

I_k - proud nakrátko ($U = 0$)

$$I_k = I_i$$



Automobilový alternátor

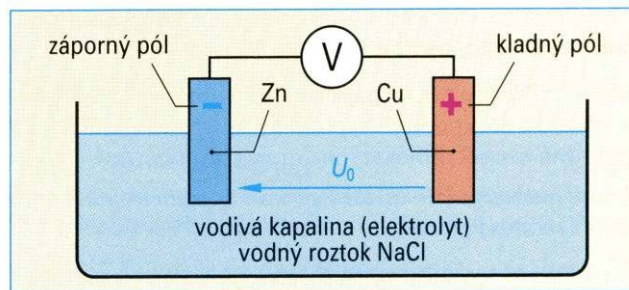
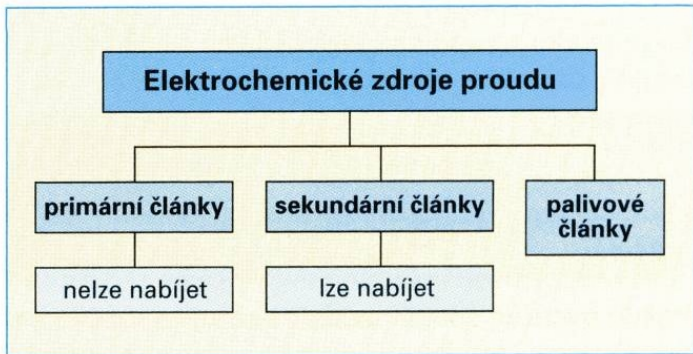


Rotační generátor

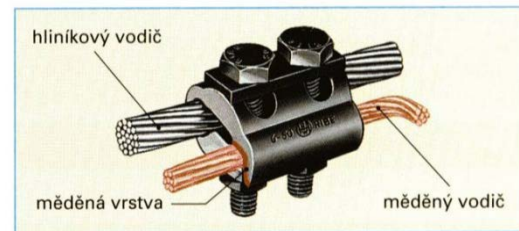
- Přeměna z mechanické energie
- Využívá Faradayova indukčního zákona
- **Alternátor** (střídavý zdroj, lze usměrnit)
- **Dynamo** (stejnoseměrný zdroj)



NEJČASTĚJŠÍ REÁLNÉ ZDROJE - ELEKTROCHEMICKÉ ZDROJE (ELEKTRICKÉ ČLÁNKY)



Monočlánky

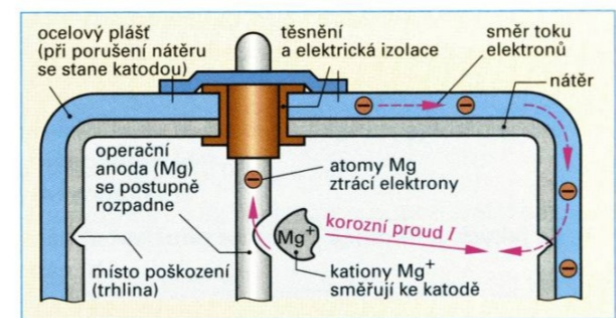


Obr. 4: Přechodová svorka (Cupal)

Další užití elektrických článků

Chemický článek

- Přeměna z chemické energie
- **Primární článek** (baterie, nevratný proces)
- **Sekundární článek** (akumulátor, vratný proces, lze nabíjet)
- **Palivový článek** (elektrody se nespotřebovávají, palivem je např. vodík, metanol apod.)

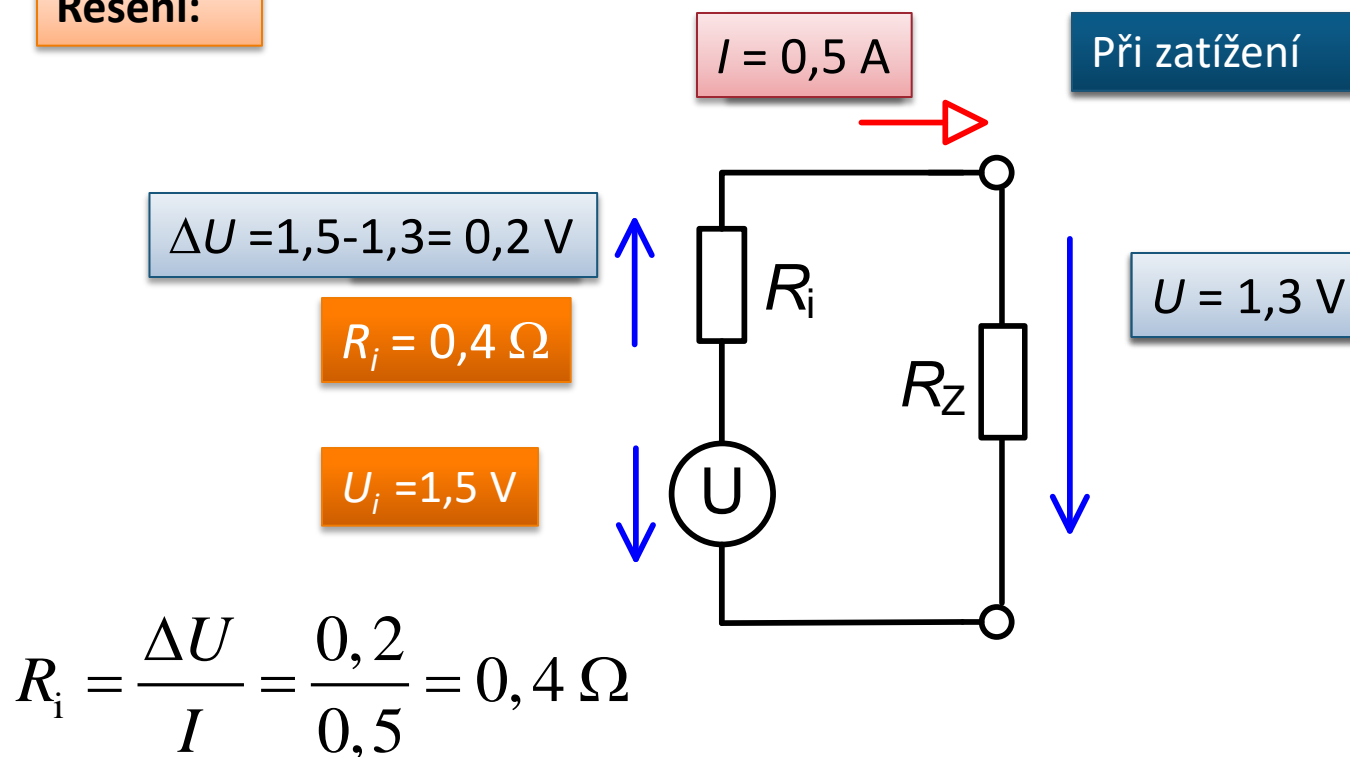


Obr. 5: Katodová antikoroziční ochrana zásobníku teplé vody s operační anodou

Monočlánek typu R14 má napětí naprázdno rovno $U_0 = 1,5 \text{ V}$. Odebíráme-li z něj proud $I_z = 0,5 \text{ A}$, klesne výstupní napětí na hodnotu $1,3 \text{ V}$. Určete prvky náhradního schématu monočlánu.



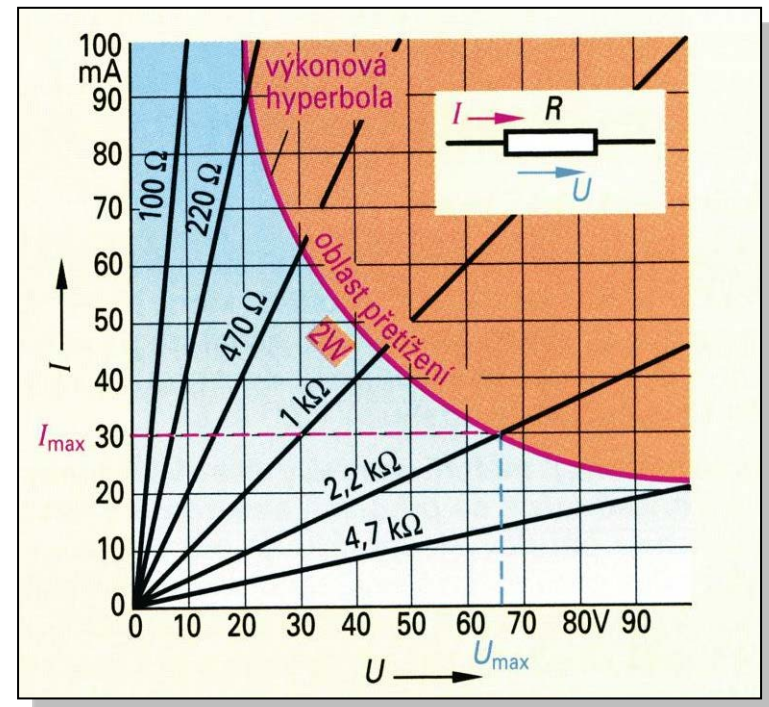
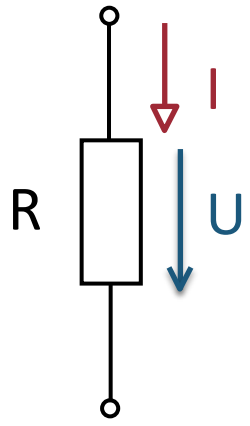
Řešení:





$$P = \frac{W}{t} = U \cdot I \quad (\text{W})$$

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R$$



Tabulka: Výkony elektrospotřebičů a pohonu (příklady)

zařízení	výkon	zařízení	výkon
vysoušeč vlasů	2 000 W	žárovka	100 W
televizor	150 W	páječka	60 W
pohon vlaku	8 000 kW	hodinky	90 μW



Tellegenův teorém je matematickou formulací zákona o zachování energie v elektrických obvodech

- energie dodaná obvodu aktivními prvky je rovna součtu energie akumulované v obvodu ve formě elektrického a magnetického pole a energie, která se v obvodu mění nevratně na energii jiného druhu
- pomocí okamžitých hodnot výkonů: součet okamžitých hodnot příkonů prvků se musí rovnat součtu okamžitých hodnot výkonů prvků pasivních

$$\sum_{k=1}^v u_k i_k = 0$$

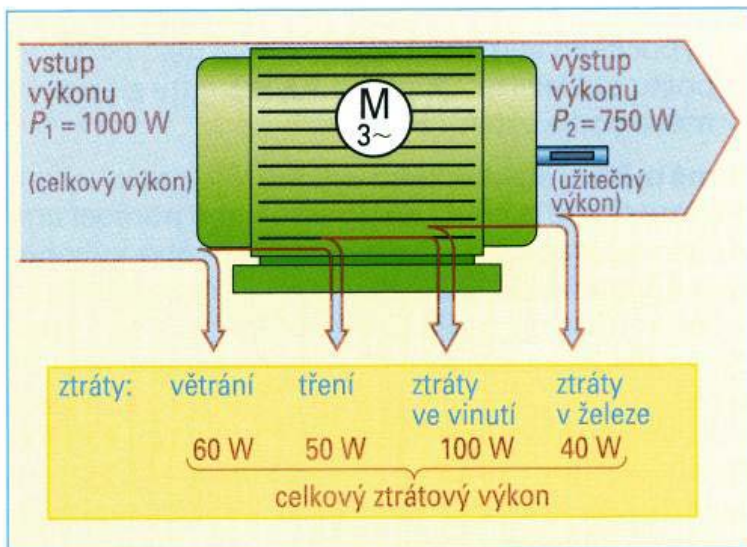
kde v značí počet všech větví obvodu, u_k jsou větvová napětí a i_k větvové proudy.

Ztrátový výkon a účinnost

$$P_z = P_1 - P_2$$

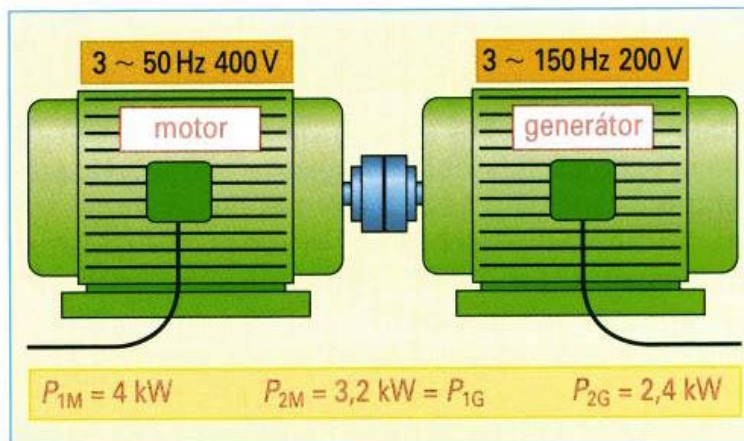
$$\eta = \frac{P_2}{P_1}; \eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \quad [\eta] = 1$$

- η účinnost (poměr výkonů)
- η_1, η_2 dílčí účinnosti
- P_2 výstupní (užitečný) výkon
- P_1 vstupní výkon (příkon)
- P_z ztrátový výkon



Tabulka: Účinnosti elektrických zařízení (příklady)

zařízení		účinnost η
trojfázový motor	1 kW	0,75
transformátor	1 kVA	0,90
varná konvice	2 kW	0,95
žárovka	40 W (570 lm)	0,02



$$\eta_M = \frac{3,2 \text{ kW}}{4 \text{ kW}} = 0,8$$

$$\eta_G = \frac{2,4 \text{ kW}}{3,2 \text{ kW}} = 0,75$$

$$\eta = \eta_M \cdot \eta_G = 0,8 \cdot 0,75 = 0,6$$

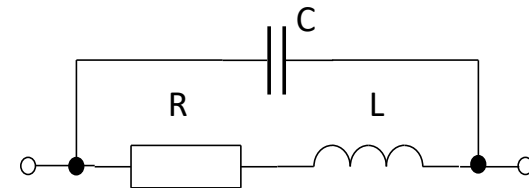
$$\eta = \frac{2,4 \text{ kW}}{4 \text{ kW}} = 0,6$$

Ideální obvodové prvky
(definován jeden hlavní parametr)

- Rezistor – (odpor R)
- Kapacitor – (kapacita C)
- Induktor – (indukčnost L)

Reálné elektrické prvky
(mají parazitní vlastnosti = další parametry a jejich závislosti)

- Rezistor (odpor)
- Kondenzátor
- Cívka

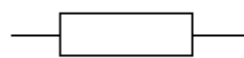


Reálné prvky modelujeme vhodným propojením prvků ideálních
(např. pomocí RLC)



REZISTORY

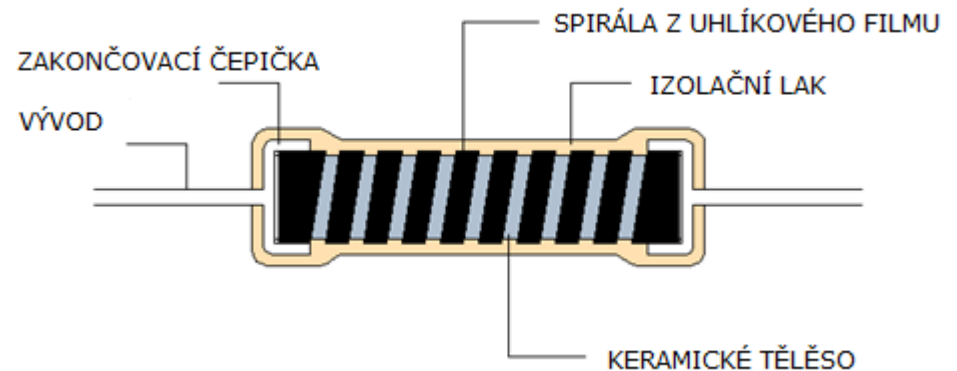
- Rezistory jsou pasivní elektrické součástky, jejichž základní vlastností je odpor elektrický odpor [Ω].
- Jsou vyráběny z materiálů, které mají velmi malý teplotní součinitel odporu α , aby změna teploty měla pokud možno minimální vliv na hodnota odporu.
- Průchodem proudem rezistorem vzniká Jouleovo teplo, které se musí povrchem součástky chladit. Proto je důležitým údajem u každého rezistoru jmenovité zatížení [W]; to udává maximální výkon, kterým je rezistor možno trvale zatížit.



Značka rezistoru (IEC)



Značka rezistoru (ANSI)



Existují různá provedení pevných rezistorů:

- **drátové** - vinuté z odporového drátu pro velká zatížení (až 100 W)



- **vrstvé** - na keramickém tělísku je vrstva uhlíku (uhlíkové r.) nebo kovu (metalické r.) pro výkony do několika W



- **SMD** – vrstvé pro povrchovou montáž



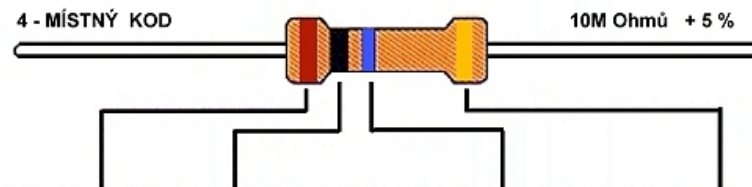


REZISTORY - ZNAČENÍ

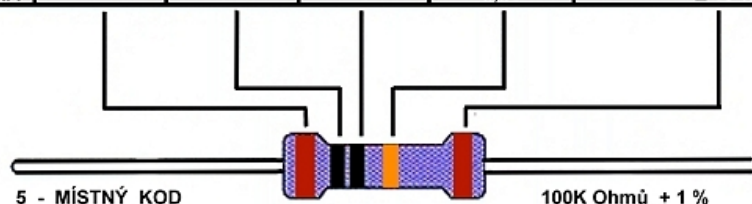
- Rezistory se vyrábí v normalizovaných řadách hodnot odporů E6, E12, E24, E48, E96, E192.
- Nejpoužívanější je řada E12, která v jedné dekádě obsahuje tyto hodnoty: 1 1,2 1,5 1,8 2,2 2,7 3,3 3,9 4,7 5,6 6,8 8,2
- Pro označování se používá nejčastěji barevný kód



100 Ω \pm 5 %

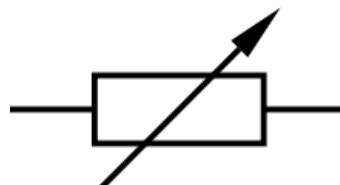


BARVA	1. místo	2. místo	3. místo	násobitel	tolerance
ČERNÁ	0	0	0	1	
HNĚDÁ	1	1	1	10	\pm 1 %
ČERVENÁ	2	2	2	100	\pm 2 %
ORANŽOVÁ	3	3	3	1K	
ŽLUTÁ	4	4	4	10K	
ZELENÁ	5	5	5	100K	\pm 0,5 %
MODRÁ	6	6	6	1M	\pm 0,25 %
FIALOVÁ	7	7	7	10M	\pm 0,10 %
ŠEDÁ	8	8	8		\pm 0,05 %
BILÁ	9	9	9		
ZLATÁ				0,1	\pm 5 %
STRÍBRNÁ				0,01	\pm 10 %

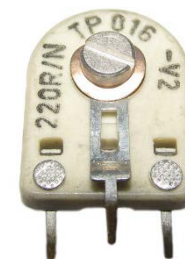
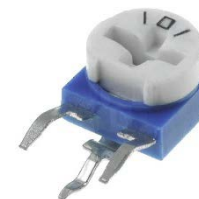
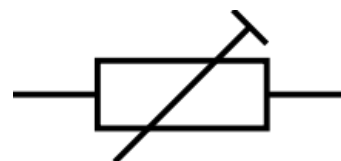


Existují také proměnné rezistory:

- **potenciometry** – proměnné rezistory otočné nebo tahové, používané nejčastěji jako nastavitelný odporový dělič napětí



- **trimry** – proměnné rezistory určené k přesnému nastavení hodnoty odporu, např. při ladění elektronických obvodů.



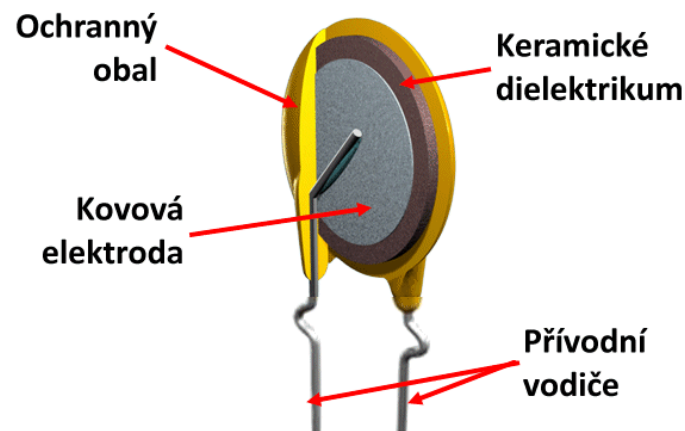
- **reostaty** – v podstatě výkonové potenciometry z výkonového odporového drátu, používaného pro regulaci proudu



- Kondenzátory jsou pasivní elektronické součástky, jejichž charakteristickou vlastností je kapacita [F].
- Dalším důležitým parametrem je jmenovité napětí [V], které udává maximální napětí, na kterém je možné kondenzátor trvale provozovat.
- Kondenzátor se skládá ze dvou elektrod oddělených elektricky nevodivou látkou - dielektrikem. Tím může být vzduch, papír, plastová fólie, slída nebo keramika.

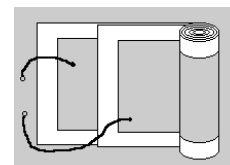
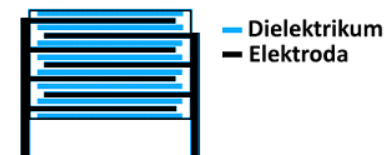
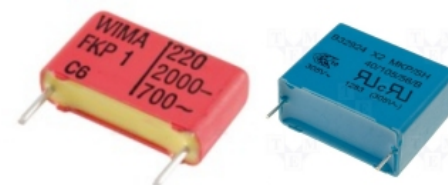


Značka kondenzátoru



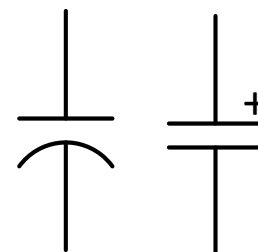
Existují různá provedení kondenzátorů:

- **keramické** – dielektrikem je speciální keramika, kapacita řádově 1 pF až 1 uF, napětí 10 V až 10 kV
- **fóliové** – dielektrikum tvoří fólie z plastu mající po obou stranách napařené kovové elektrody. Kondenzátor je tvořen několika takovými spojenými vrstvami
- **svitkové** – dielektrikum tvoří fólie z plastu (PS, PE) mající na obou stranách kovovu fólii – elektrody. Celek je potom svinut do válečku. Kapacita 1 nF až 10 uF, napětí 100 V – 10 kV

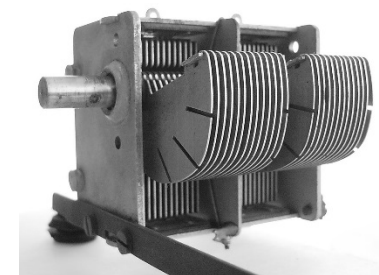
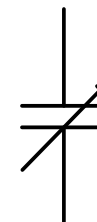


Existují různá provedení kondenzátorů:

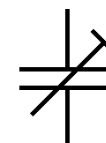
- elektrolytické** – kladná elektroda je tvořena hliníkovou fólií, jejíž povrch je naleptáním podstatně zvětšen. Dielektrikum tvoří tenká vrstva Al_2O_3 ($< 1\mu\text{m}$), zápornou elektrodu tvoří elektrolyt, který udržuje vrstvu oxidu elektrolytický k. má velkou kapacitu danou tenkým dielektrikem a velkou plochou elektrod. **Nesmí se přepólovat**, neboť by došlo k elektrolýze dielektrické vrstvy.
 Kapacita 1 μF až 1 F, napětí 5 V – 500 V



- ladicí** – nejčastěji pro ladění rezonančních obvodů, používané např. u starších radiopřijímačů



- doladovací** – miniaturní verze ladicích kondenzátorů, používané např. u oscilátorů



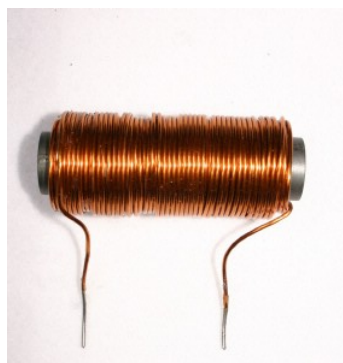
- Cívky jsou pasivní součástky mající jako hlavní obvodovou vlastnost indukčnost [H]. Indukčnost závisí na počtu závitů, geometrickém uspořádání a na magnetických vlastnostech prostředí uvnitř cívky i mimo ni.
- Cívky bez jádra (vzduchové) jsou lineární, zatímco cívky s feromagnetickým jádrem mají nelineární vlastnosti – jejich indukčnost závisí na proudu cívkou, na teplotě i na kmitočtu.



cívka



cívka s jádrem



Quiz

Click the **Quiz** button to edit this object

Kvíz 1

Úvod

- Přečtěte si pozorně každou otázku
- Pro odeslání odpovědi stiskněte tlačítko **Odeslat**
- Pro úspěšné zvládnutí potřebujete správně odpovědět alespoň 75 % otázek



ČÁST 2

POSTUPNÉ ZJEDNODUŠOVÁNÍ



Metody analýzy

Pro speciální případy

- metoda postupného zjednodušování
- metoda úměrných veličin
- transfigurace
- princip superpozice
- Thèveninova a Nortonova věta

Univerzální metody

- přímá aplikace Kirchhoffových z.
- metoda smyčkových proudů (MSP)
- metoda uzlových napětí (MUN)
- modifikovaná metoda uzlových napětí (MMUN)



- **Princip** - postupné zjednodušování obvodu až na obvod obsahující jeden zdroj a jeden rezistor
- **Řešení** - postupná náhrada
 - sériově řazených prvků
 - paralelně řazených prvků

Klady:

- jednoduchá metoda
- použití zákl. matem. operací
- vhodné pro „ruční výpočty“

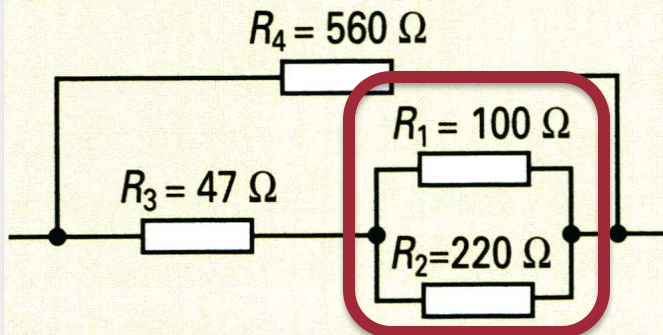
Zápory:

- **zdlouhavá a pracná metoda**
- analýza pouze jednodušších obvodů s jediným zdrojem
- postup řešení je „individuální“ (vyžaduje zkušenost)
- některé obvody nelze takto řešit (vyžadují např. aplikaci metody transfigurace obvodu)

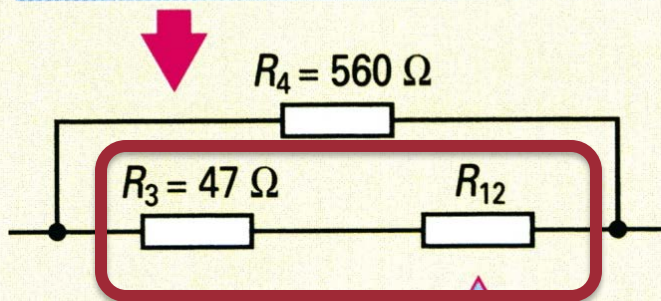


METODA POSTUPNÉHO ZJEDNODUŠOVÁNÍ

Výchozí smíšené zapojení

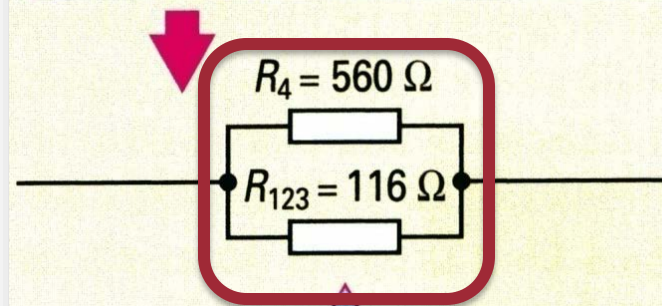


1. krok: spojení R_1 a R_2



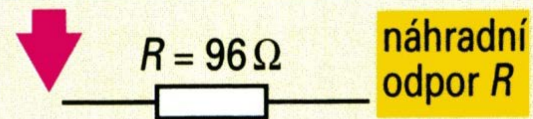
$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100 \Omega \cdot 220 \Omega}{100 \Omega + 220 \Omega} = 69 \Omega$$

2. krok: spojení R_3 a R_{12}



$$R_{123} = R_3 + R_{12} = 47 \Omega + 69 \Omega = 116 \Omega$$

3. krok: spojení R_{123} a R_4



náhradní
odpor R

$$R = \frac{R_{123} \cdot R_4}{R_{123} + R_4} = \frac{116 \Omega \cdot 560 \Omega}{116 \Omega + 560 \Omega} = 96 \Omega$$



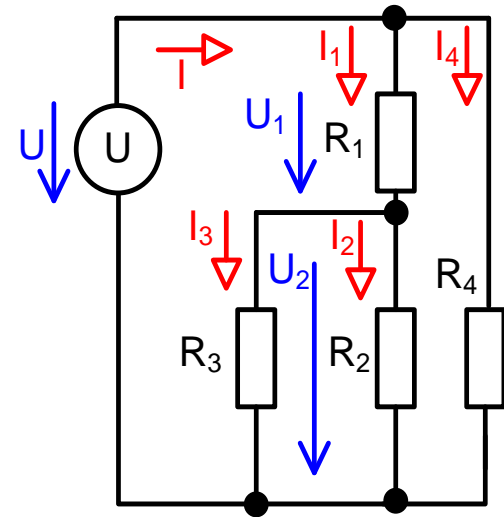
METODA POSTUPNÉHO ZJEDNODUŠOVÁNÍ

Metodou postupného zjednodušování určete všechny proudy v obvodu podle obrázku

$$R_1 = 150 \, \Omega, R_2 = 450 \, \Omega$$

$$R_3 = 370 \, \Omega, R_4 = 220 \, \Omega$$

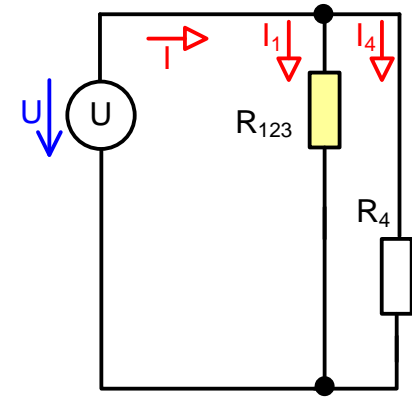
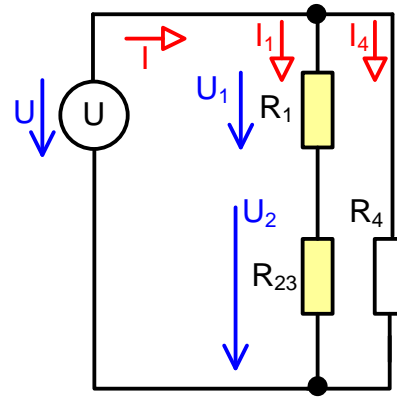
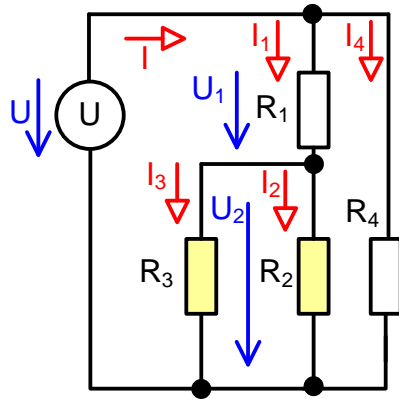
$$U = 24 \, V$$





METODA POSTUPNÉHO ZJEDNODUŠOVÁNÍ

- $R_1 = 150 \Omega$
- $R_2 = 450 \Omega$
- $R_3 = 370 \Omega$
- $R_4 = 220 \Omega$
- $U = 24 V$



1. část – „přímý postup“

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 203 \Omega$$

$$R_{123} = R_1 + R_{23} = 353 \Omega$$

2. část – „zpětný postup“

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \underline{\underline{30,67 \text{ mA}}}$$

$$U_2 = I_1 R_{23} = 13,8 V$$

$$I_3 = \frac{U_2}{R_3} = \underline{\underline{37,31 \text{ mA}}}$$

$$I_4 = \frac{U}{R_4} = \underline{\underline{109,1 \text{ mA}}}$$

$$I_1 = \frac{U}{R_{123}} = \underline{\underline{67,98 \text{ mA}}}$$

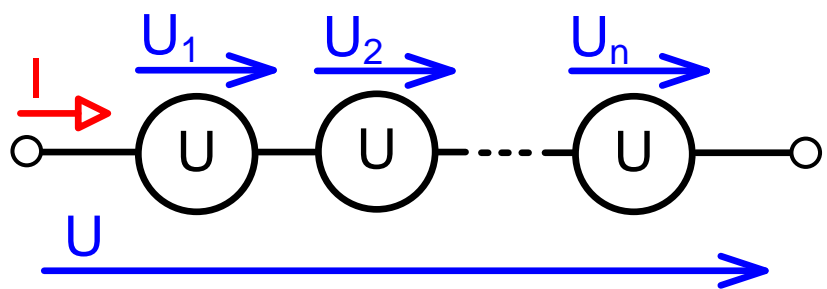
$$I = I_1 + I_4 = \underline{\underline{177,1 \text{ mA}}}$$



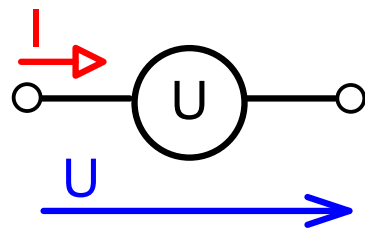
DĚLIČE NAPĚTÍ A PROUDU



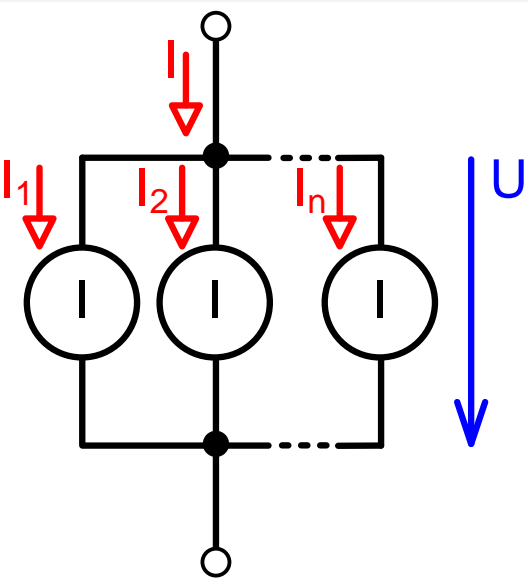
Sériové řazení zdrojů napětí



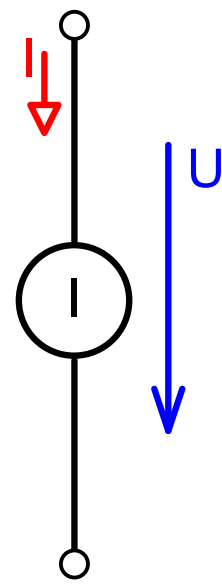
$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$



Paralelní řazení zdrojů proudu



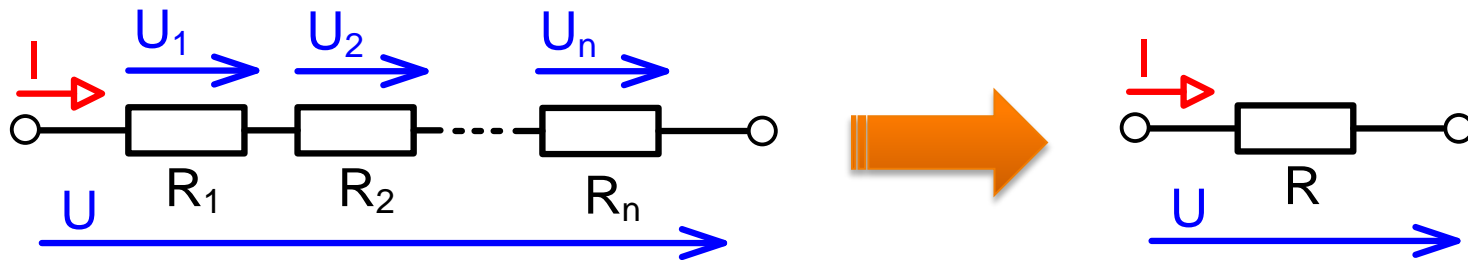
$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$$





SPOJOVÁNÍ REZISTORŮ

Sériové spojení rezistorů



$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = I(R_1 + R_2 + \dots + R_n) = I \cdot R$$

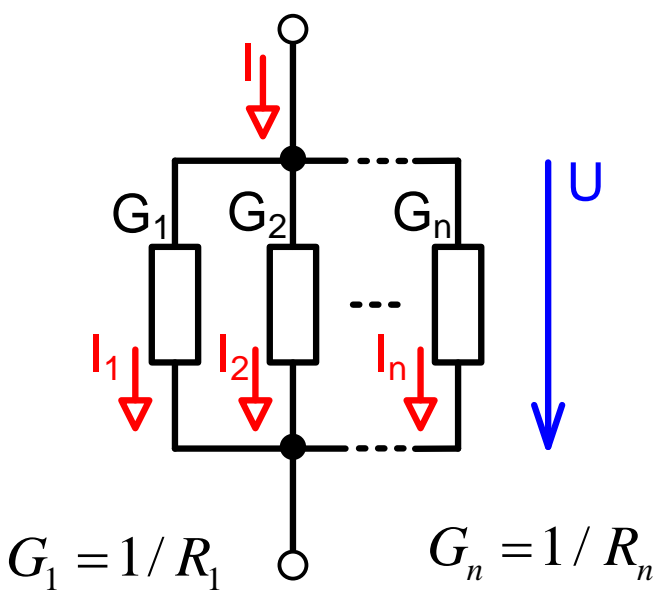
$$R = \sum_{j=1}^n R_j$$

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

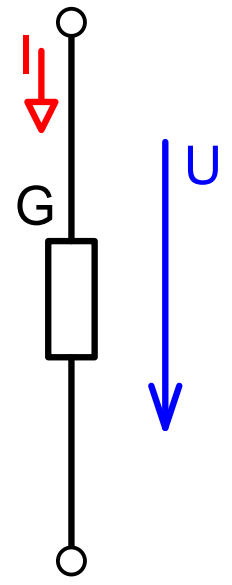


SPOJOVÁNÍ REZISTORŮ

Paralelní spojení rezistorů



$$G_2 = 1/R_2$$



$$G = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$

Zkrácené značení:

$$R = R_1 \parallel R_2 \parallel \dots \parallel R_n$$

$$G = \sum_{j=1}^n G_j$$

$$G = 1/R$$

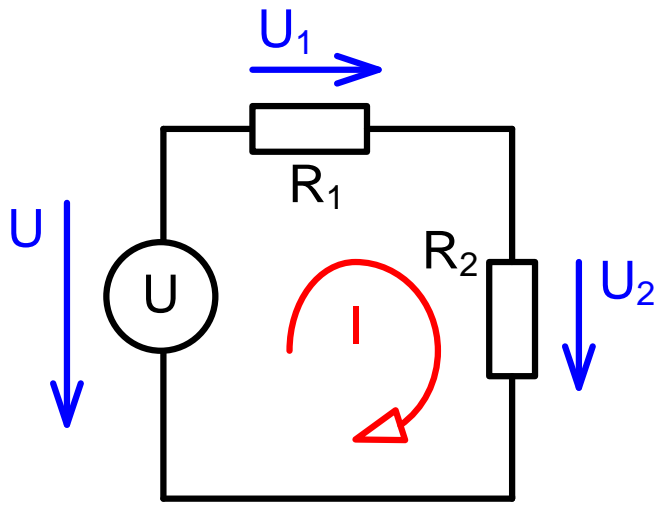
$$R = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}}$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = U (G_1 + G_2 + \dots + G_n) = U \cdot G$$

Speciálně pro 2 rezistory:

$$R = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Rezistorový dělič napětí



proto napětí

$$U_1 = ? \quad U_2 = ?$$

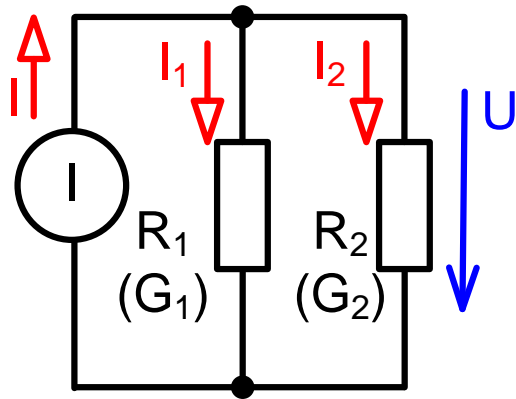
celkový odpor obvodu je $R = R_1 + R_2$

a proud obvodem $I = \frac{U}{R_1 + R_2}$

$$U_1 = I \cdot R_1 = U \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_2 = I \cdot R_2 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Rezistorový dělič proudu



$$I_1 = ? \quad I_2 = ?$$

Protože $U = I \cdot R = I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

jsou proudy větvemi :

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} = I \frac{G_1}{G_1 + G_2}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} = I \frac{G_2}{G_1 + G_2}$$

Quiz

Click the **Quiz** button to edit this object

Kvíz 2

Postupné zjednodušování

- Přečtěte si pozorně každou otázku
- Pro odeslání odpovědi stiskněte tlačítko **Odeslat**
- Pro úspěšné zvládnutí potřebujete správně odpovědět alespoň 75 % otázek



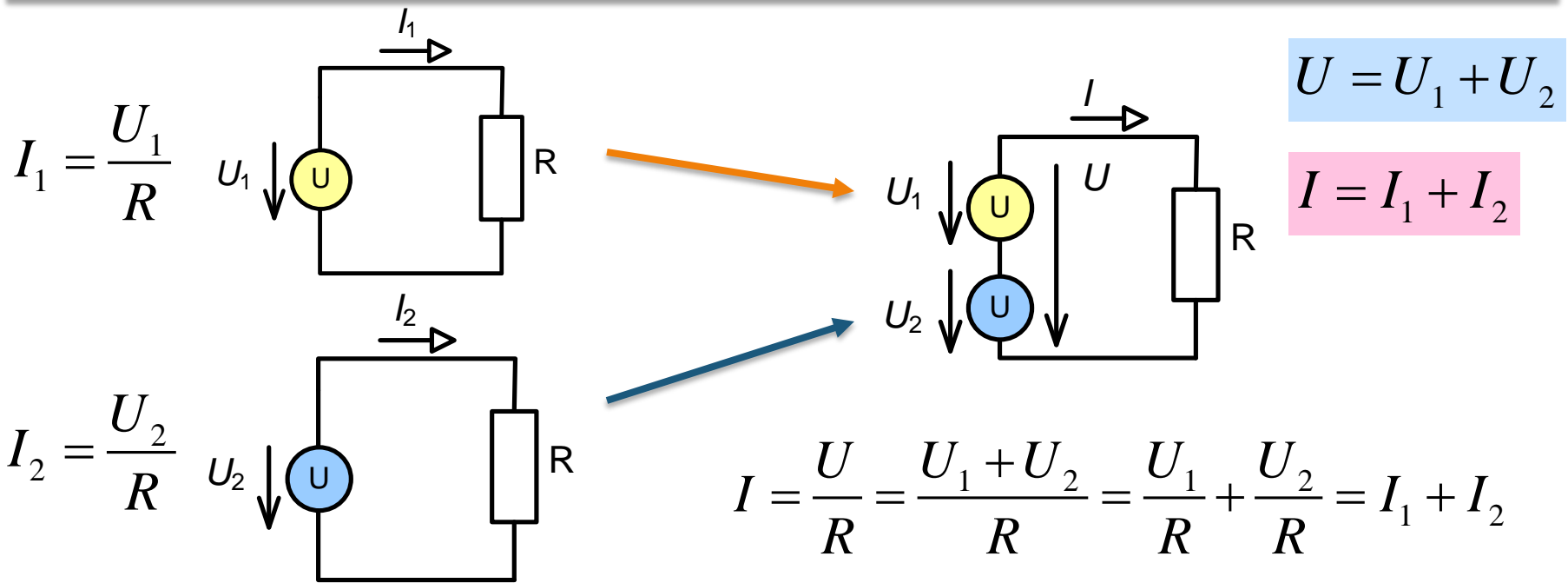
ČÁST 3

PRINCIP SUPERPOZICE



Princip superpozice: Odezva na součet podnětů je rovna součtu odezev na jednotlivé podněty působící samostatně.

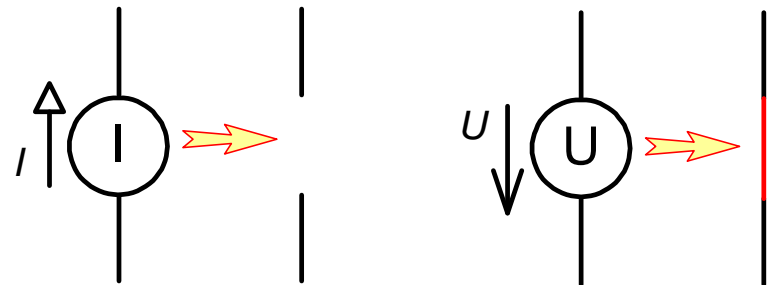
Elektrické obvody: podněty = napětí/proudy nezávislých zdrojů
odezvy = napětí/proudy prvků obvodu



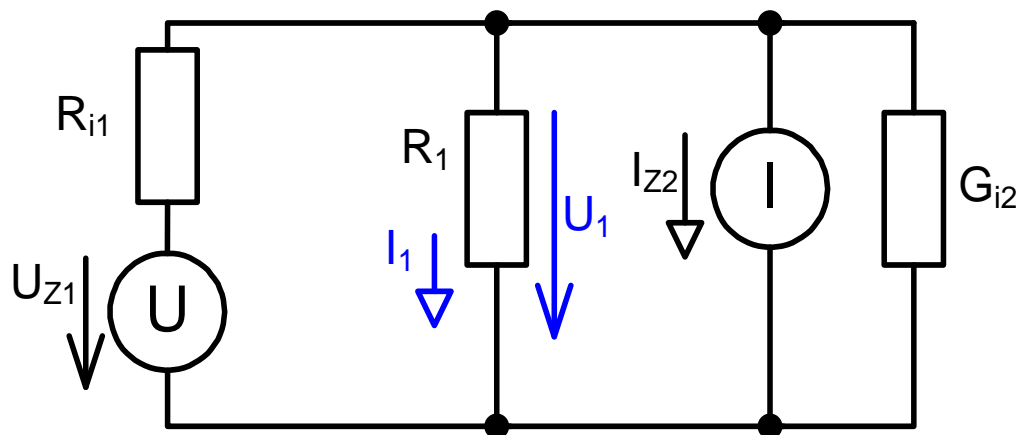
ÚČINKY ZDROJŮ se v lineárních obvodech LINEÁRNĚ SČÍTÁJÍ.

Princip superpozice

- Platí **jen v lineárních obvodech**
- Účinky zdrojů se sčítají (superponují)
- Výpočet obvodových veličin (U , I) se provede pro každý zdroj zvlášť, ostatní zdroje se nahradí vnitřním odporem:
 - ideální zdroj I ($R \rightarrow \infty$) **rozpojením**
 - ideální zdroj U ($R = 0$) zkratem



Určete proud a napětí na rezistoru R_1 .



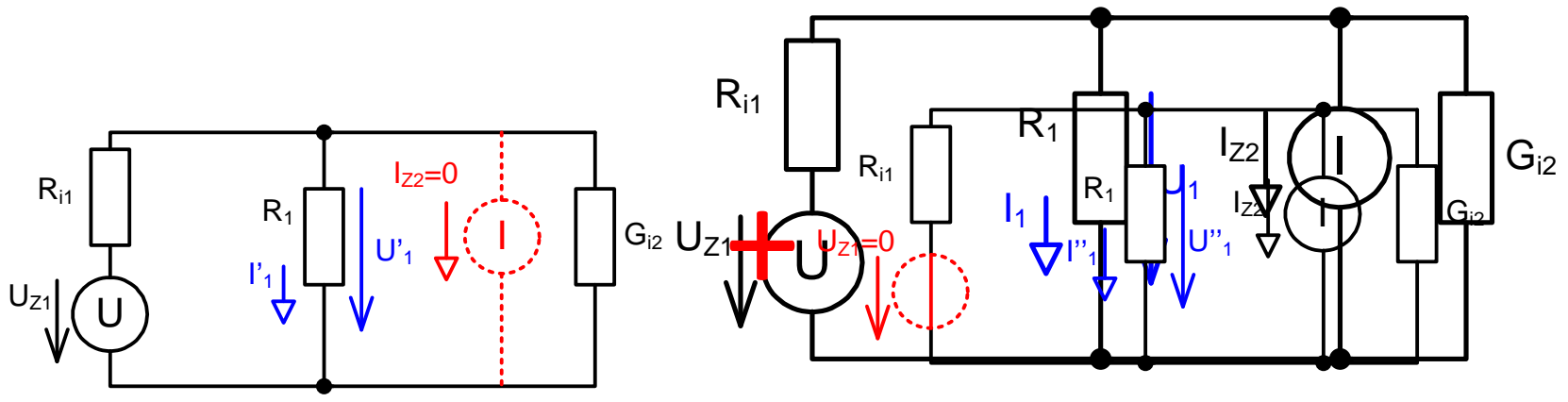
$$U_{Z1} = 12 \text{ V}, R_{i1} = 2 \Omega$$

$$I_{Z2} = 4 \text{ A}, G_{i2} = 0,5 \text{ S}$$

$$R_1 = 4 \Omega$$



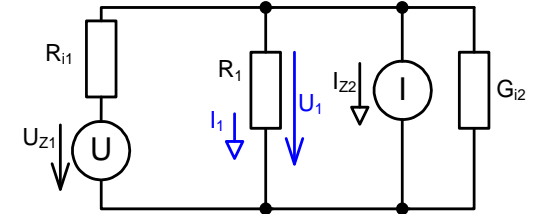
U_1 a I_1 určíme superpozicí



$$U_1 = U'_1 + U''_1$$

$$I_1 = I'_1 + I''_1$$

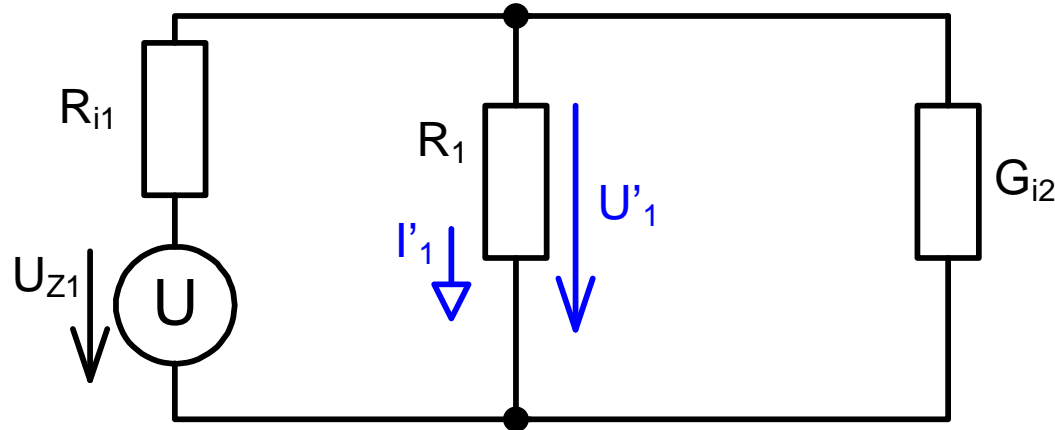
- Zdroj I_{z2} je rozpojen
- Řešíme např. zjednodušováním, náhradou napětového zdroje proudovým zdrojem, ...



$$U_{z1} = 12 \text{ V}, R_{i1} = 2 \Omega$$

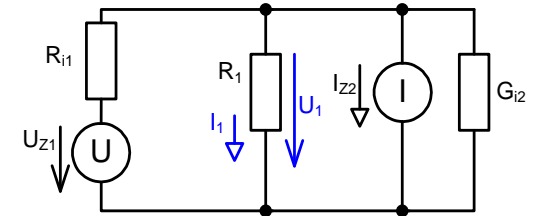
$$I_{z2} = 4 \text{ A}, G_{i2} = 0,5 \text{ S}$$

$$R_1 = 4 \Omega$$



$$U'_1 = \underline{4,8 \text{ V}}, I'_1 = \underline{1,2 \text{ A}}$$

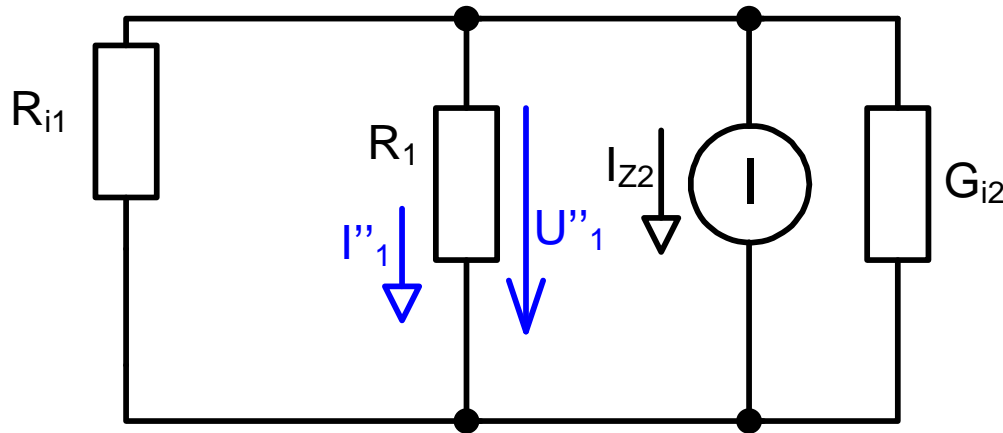
- Zdroj U_{Z1} je nahrazen zkratem
- Řešíme např. zjednodušováním, ...



$$U_{Z1} = 12 \text{ V}, R_{i1} = 2 \Omega$$

$$I_{Z2} = 4 \text{ A}, G_{i2} = 0,5 \text{ S}$$

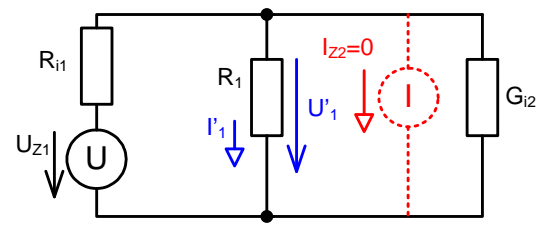
$$R_1 = 4 \Omega$$



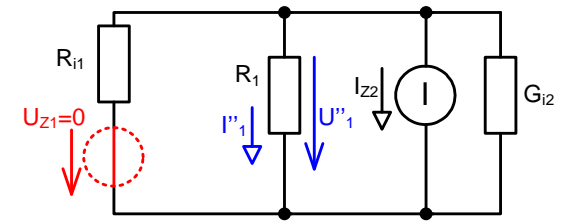
$$U''_1 = \underline{-3,2 \text{ V}}, I''_1 = \underline{-0,8 \text{ A}}$$



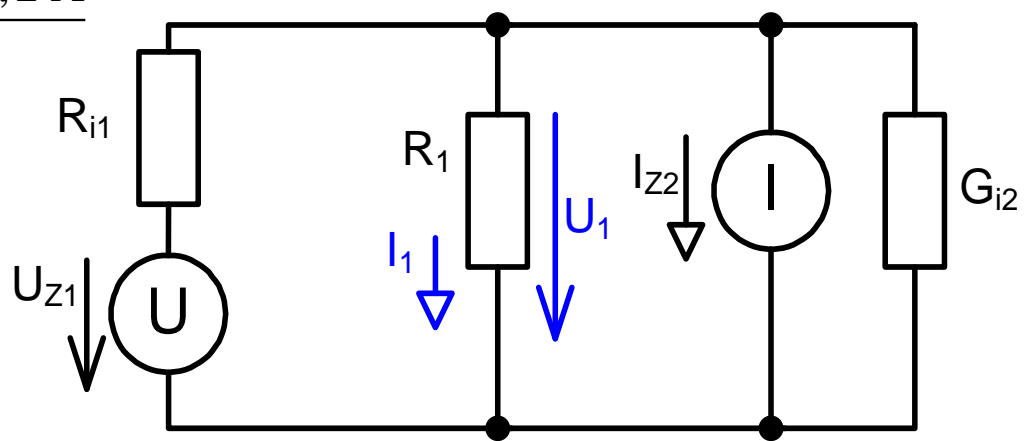
- U_1 a I_1 určíme superpozicí



$$U'_1 = \underline{4,8 \text{ V}}, I'_1 = \underline{1,2 \text{ A}}$$



$$U''_1 = \underline{-3,2 \text{ V}}, I''_1 = \underline{-0,8 \text{ A}}$$



$$U_1 = U'_1 + U''_1 = 4,8 + (-3,2) = \underline{\underline{1,6 \text{ V}}}$$

$$I_1 = I'_1 + I''_1 = 1,2 + (-0,8) = \underline{\underline{0,4 \text{ A}}}$$

Quiz

Click the **Quiz** button to edit this object

Kvíz 3

Princip superpozice

- Přečtěte si pozorně každou otázku
- Pro odeslání odpovědi stiskněte tlačítko **Odeslat**
- Pro úspěšné zvládnutí potřebujete správně odpovědět alespoň 75 % otázek

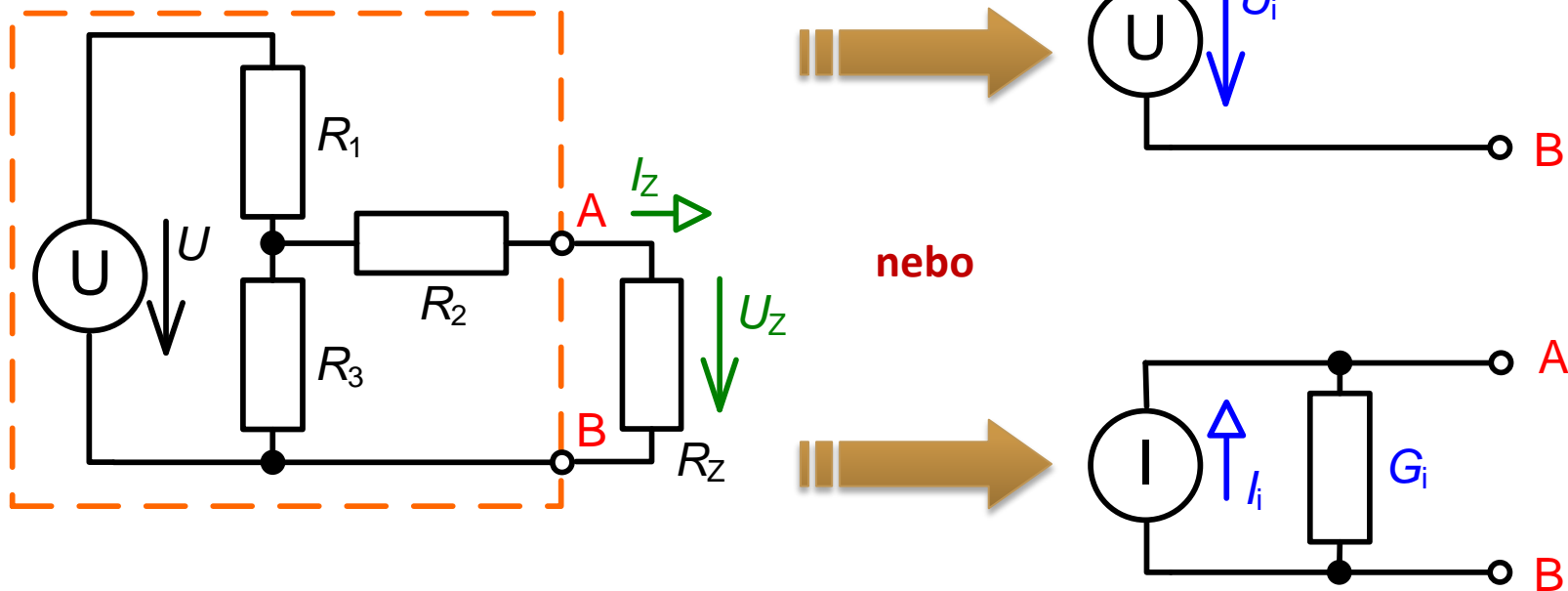


ČÁST 4

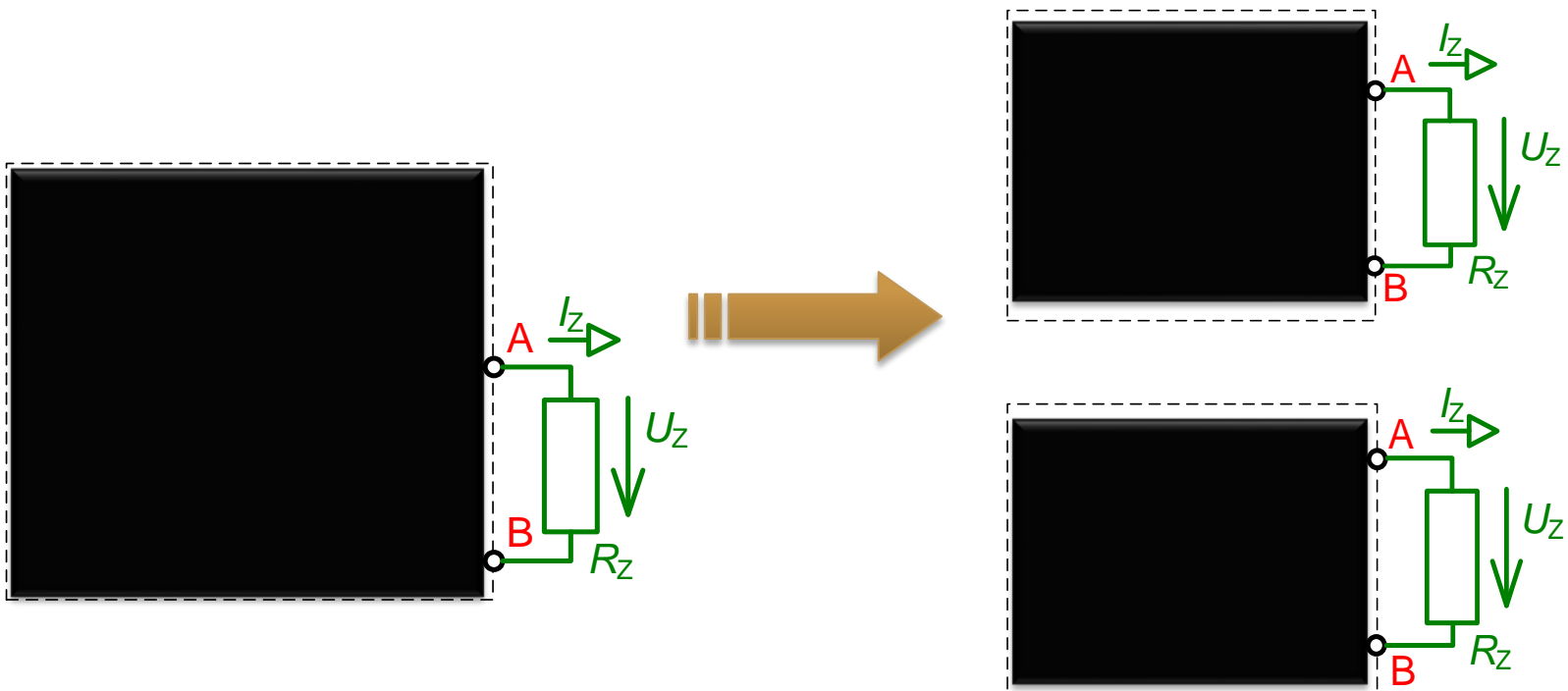
METODA NÁHRADNÍHO ZDROJE

Náhrada části obvodu ekvivalentním zdrojem:

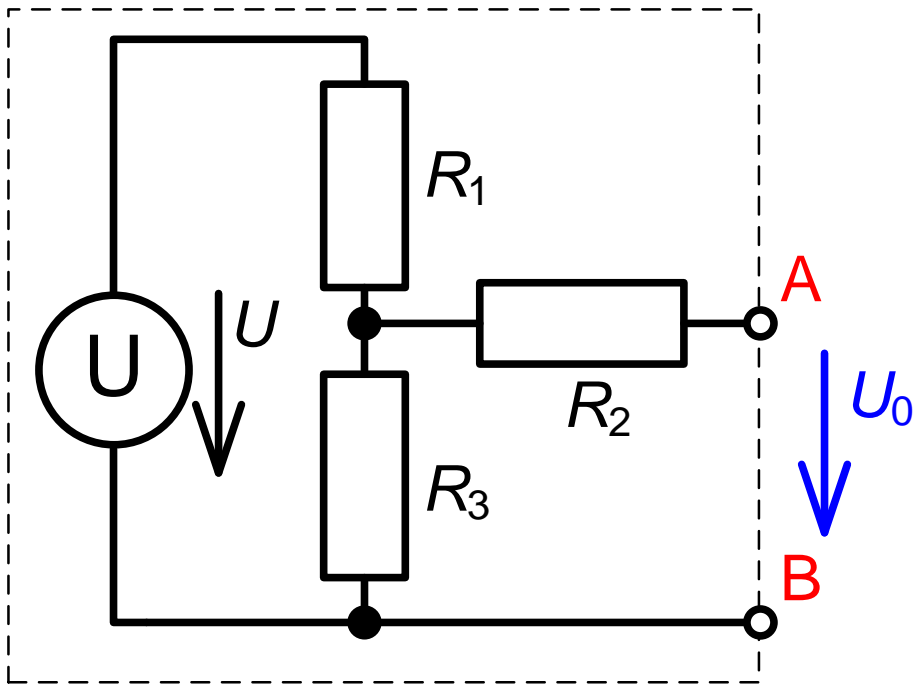
- **napětí** (U_i , R_i - Thèveninova věta)
- **proudu** (I_i , G_i - Nortonova věta)



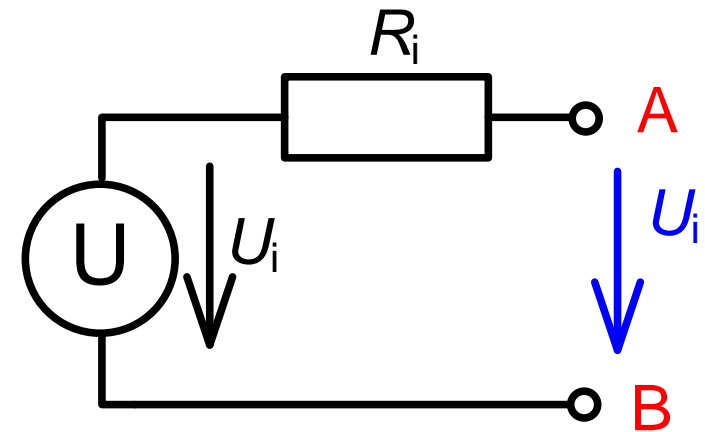
- Náhradní zdroje jsou vzhledem ke svorkám AB ekvivalentní s původním obvodem
- Stejné U_Z a I_Z pro stejné R_Z



- Napětí náhradního zdroje je rovno svorkovému napětí původního nezátíženého obvodu



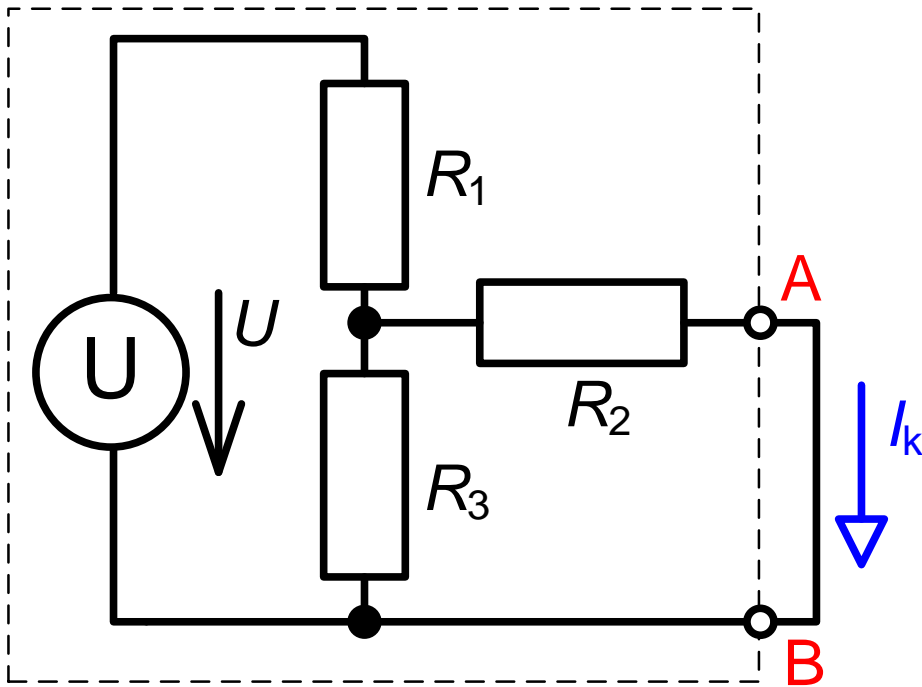
$$U_i = U_0$$



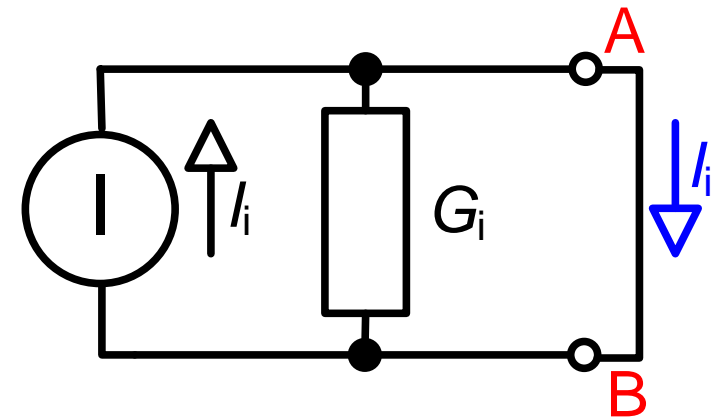


URČENÍ PROUDU NÁHRADNÍHO ZDROJE

- Proud náhradního zdroje je roven svorkovému proudu nakrátko původního obvodu



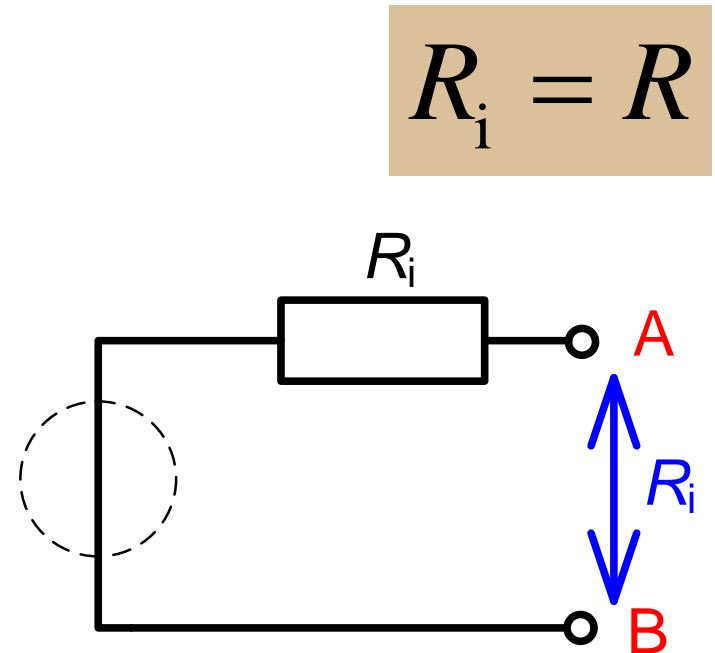
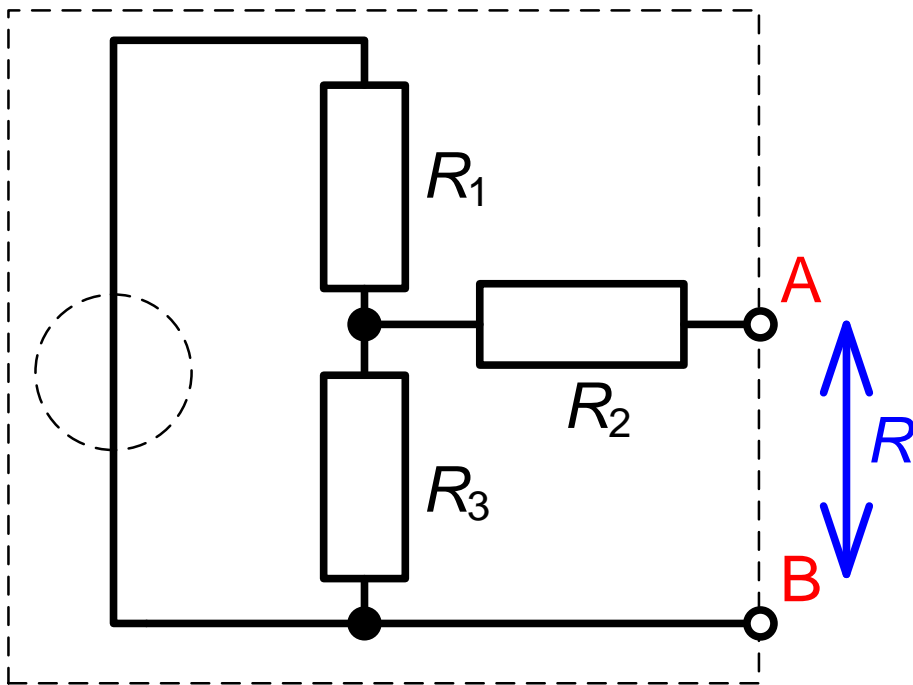
$$I_i = I_K$$



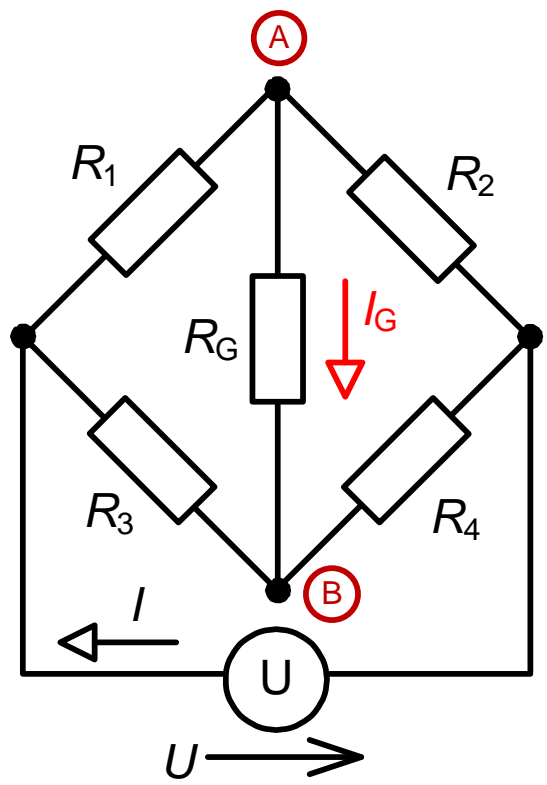


URČENÍ VNITŘNÍHO ODPORU NÁHRADNÍHO ZDROJE

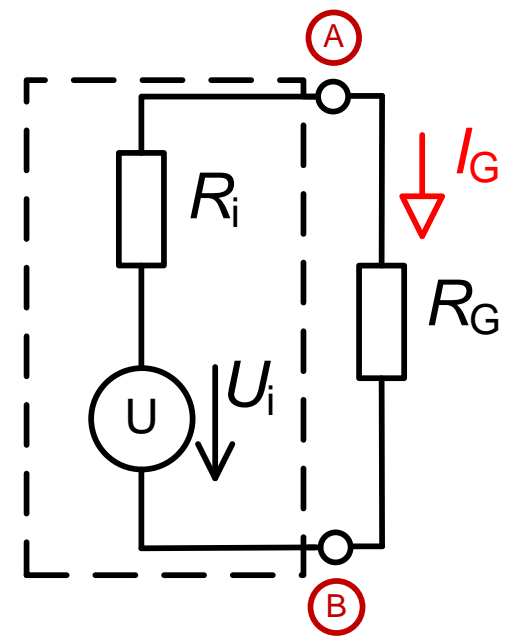
- Zdroje proudu se rozpojí, zdroje napětí nahradí zkratem



Metodou náhradního zdroje určete proud I_G



- $U_Z = 12 \text{ V}$
- $R_1 = 10 \text{ } \Omega$
- $R_2 = 50 \text{ } \Omega$
- $R_3 = 20 \text{ } \Omega$
- $R_4 = 40 \text{ } \Omega$
- $R_G = 2 \text{ } \Omega$

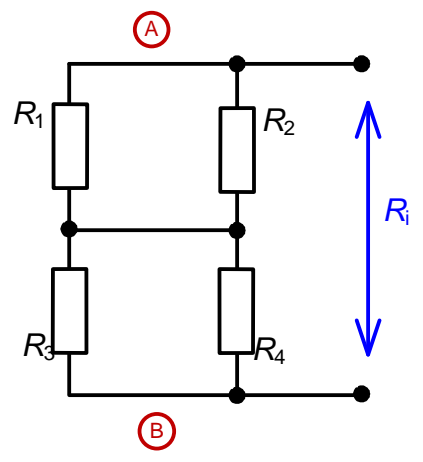
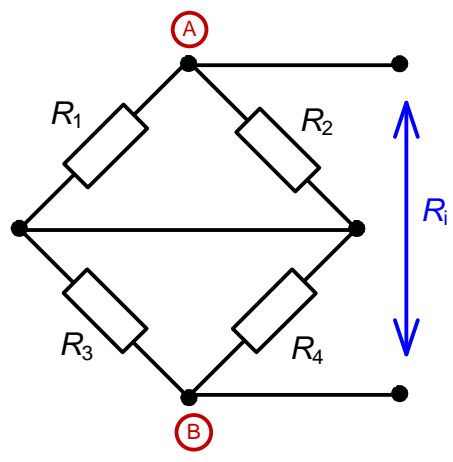
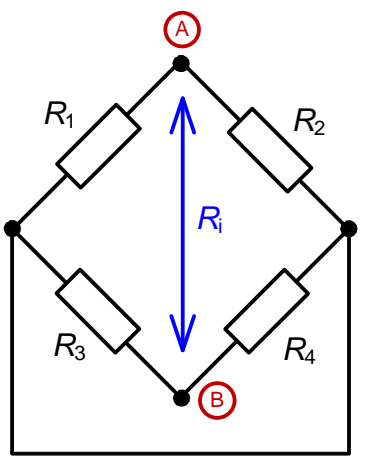
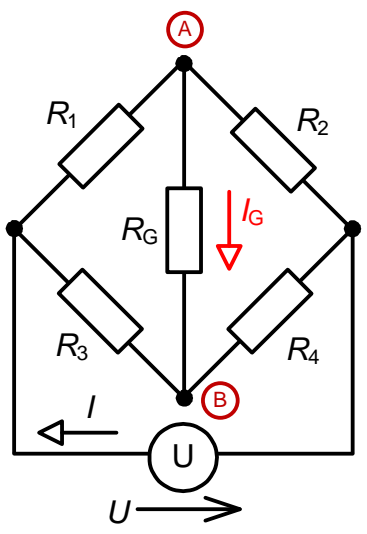


$$I_G = \frac{U_i}{R_i + R_G}$$



PŘÍKLAD 1

URČENÍ ODPORU NÁHRADNÍHO ZDROJE



- $U_z = 12 \text{ V}$
- $R_1 = 10 \text{ } \Omega$
- $R_2 = 50 \text{ } \Omega$
- $R_3 = 20 \text{ } \Omega$
- $R_4 = 40 \text{ } \Omega$
- $R_G = 2 \text{ } \Omega$

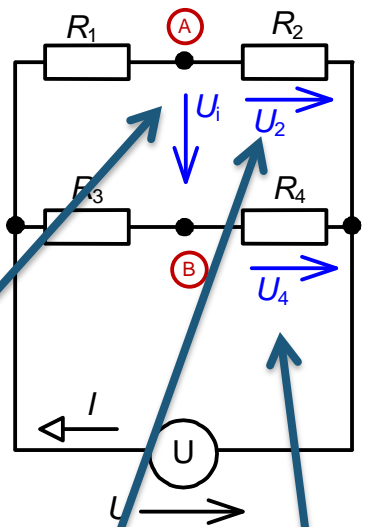
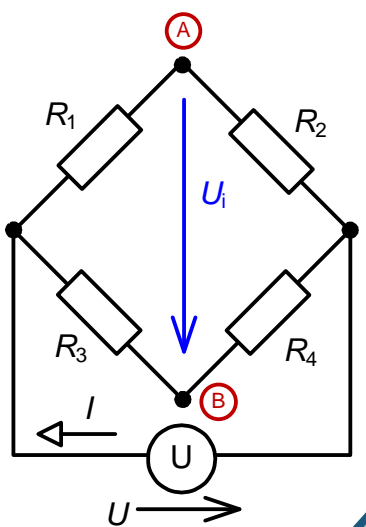
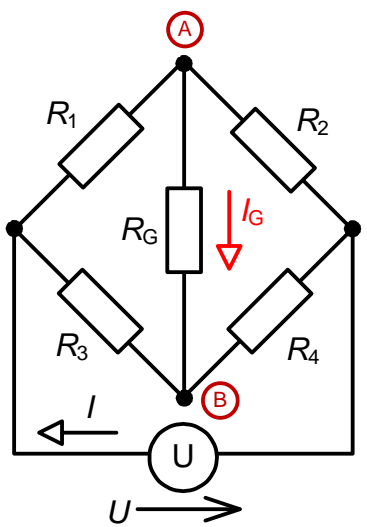
$$R_i = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

$$R_i = \frac{10 \cdot 50}{10 + 50} + \frac{20 \cdot 40}{20 + 40} = \underline{\underline{21,67 \text{ } \Omega}}$$



PŘÍKLAD 1

URČENÍ NAPĚTÍ NÁHRADNÍHO ZDROJE



$$U_i = U_2 - U_4 = U \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

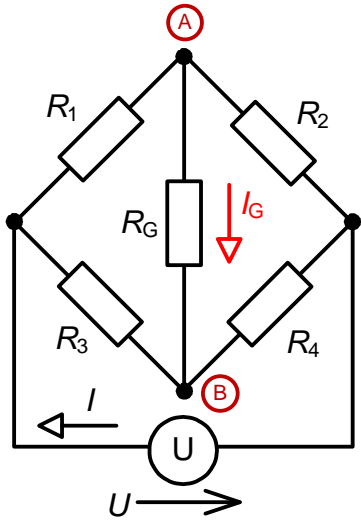
$$U_i = 12 \left[\frac{50}{10 + 50} - \frac{40}{20 + 40} \right] = \underline{2 \text{ V}}$$

- $U_z = 12 \text{ V}$
- $R_1 = 10 \text{ } \Omega$
- $R_2 = 50 \text{ } \Omega$
- $R_3 = 20 \text{ } \Omega$
- $R_4 = 40 \text{ } \Omega$
- $R_G = 2 \text{ } \Omega$



PŘÍKLAD 1

DOKONČENÍ



$$U_Z = 12 \text{ V}$$

$$R_1 = 10 \text{ } \Omega$$

$$R_2 = 50 \text{ } \Omega$$

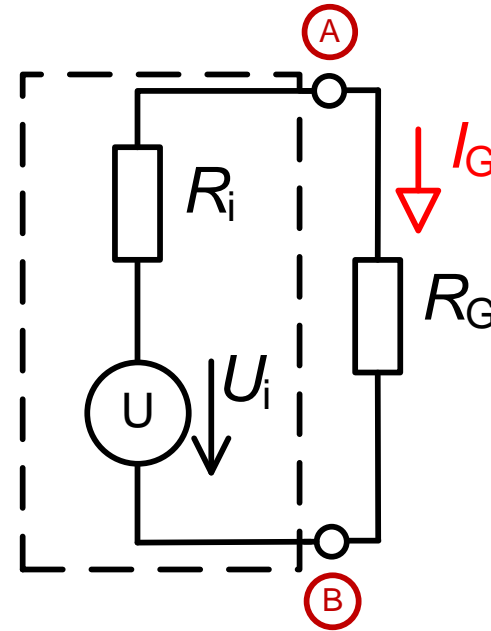
$$R_3 = 20 \text{ } \Omega$$

$$R_4 = 40 \text{ } \Omega$$

$$R_G = 2 \text{ } \Omega$$

$$R_i = \underline{21,67 \text{ } \Omega}$$

$$U_i = \underline{2 \text{ V}}$$



$$I_G = \frac{U_i}{R_i + R_G}$$

$$I_G = \frac{2}{21,67 + 2} = \underline{\underline{84,51 \text{ mA}}}$$

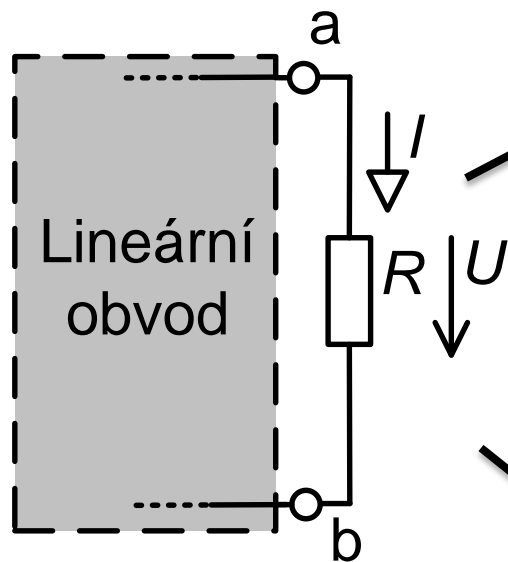


METODA NÁHRADNÍHO ZDROJE - REKAPITULACE

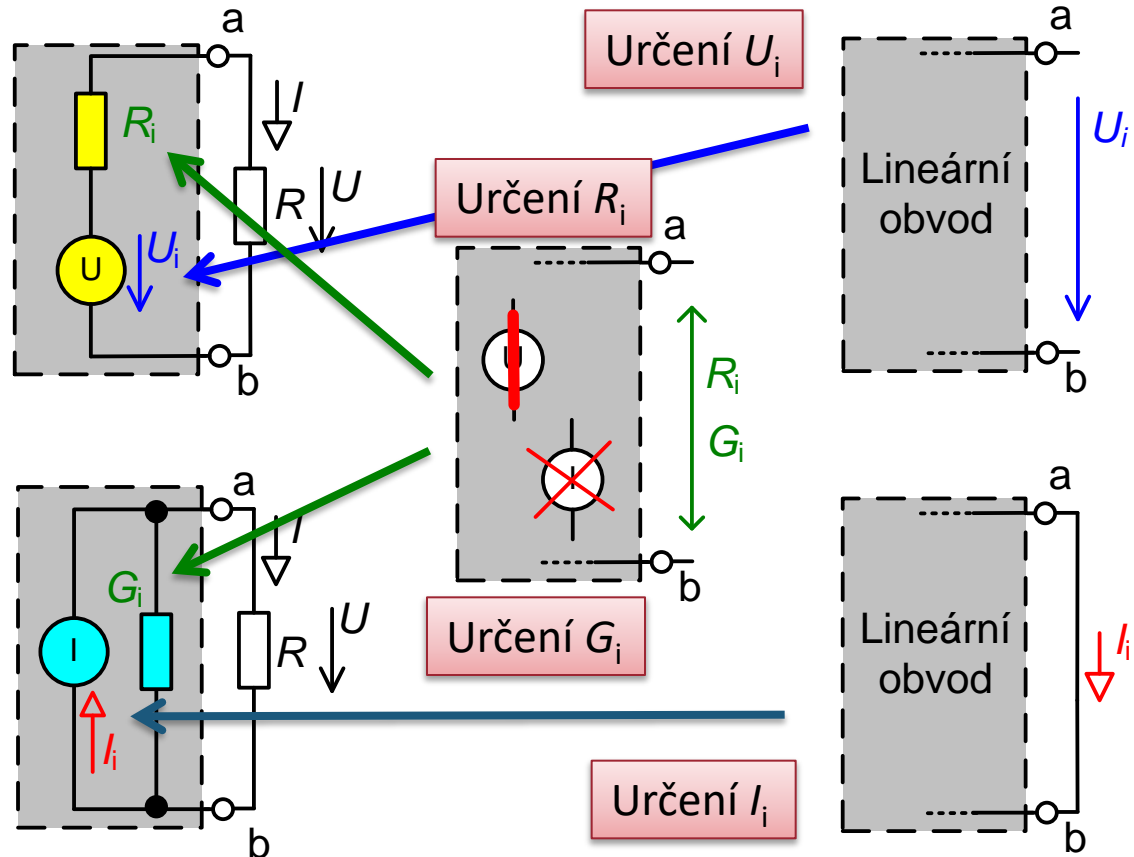
Metoda vhodná v případě, že analyzujeme **jednu větev obvodu**

- hledání vnitřního odporu obvodu (např. pro výkonové přizpůsobení)
- výhodná pro řešení přechodných dějů (1 akumulční prvek)
- lze použít i pro R nelineární

Thèveninova věta



Nortonova věta



Quiz

Click the **Quiz** button to edit this object

Kvíz 4

Metoda náhradního zdroje

- Přečtěte si pozorně každou otázku
- Pro odeslání odpovědi stiskněte tlačítko **Odeslat**
- Pro úspěšné zvládnutí potřebujete správně odpovědět alespoň 75 % otázek



ČÁST 5

UNIVERZÁLNÍ METODY METODA SMYČKOVÝCH PROUDŮ METODA UZLOVÝCH NAPĚTÍ



MSP

METODA SMYČKOVÝCH PROUDŮ

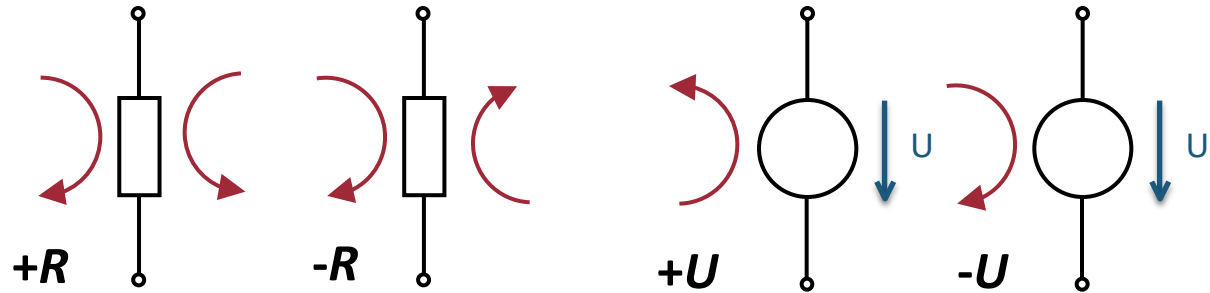
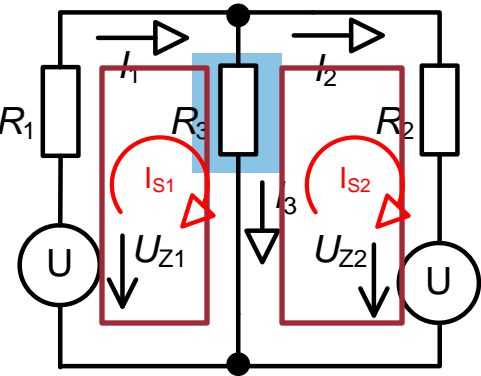


- vychází z II. Kirchhoffova zákona
- v obvodu mohou být pouze zdroje napětí, proudové zdroje se musí nahradit
- řeší se maticová rovnice: $\mathbf{R} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{U}$



METODA SMYČKOVÝCH PROUDŮ (MSP)

- S PŘÍMÝM SESTAVENÍM MATICOVÉ ROVNICE



MSP – přímé sestavení matice:

- 1) Zvolíme nezávislé smyčky
- 2) Vyznačíme smyčkové proudy
- 3) Připravíme maticový zápis
- 4) Zapišeme odporovou matici
- 5) Zapišeme napětí zdrojů
- 6) Vyřešíme maticovou rovnici
- 7) Určíme proudy a napětí v obvodu

$$\begin{matrix} & \boxed{R} & & \cdot & \boxed{I_s} & = & \boxed{U} \\ & 1 & 2 & & & & \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} & & \cdot & \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} U_{z1} \\ -U_{z2} \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$

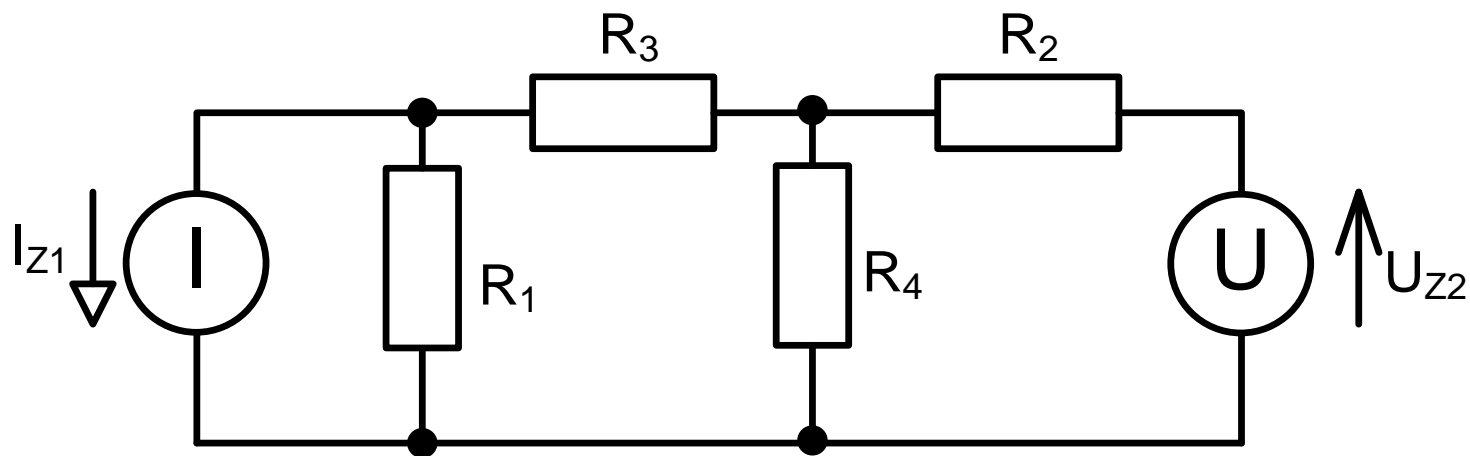
$$I_{s1} = \frac{\Delta_1}{\Delta}$$

$$I_{s2} = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_{s1} \\
 I_2 &= I_{s2} \\
 I_3 &= I_{s1} - I_{s2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_1 &= R_1 I_1 \\
 U_2 &= R_2 I_2 \\
 U_3 &= R_3 I_3
 \end{aligned}$$

Vypočítejte proudy všemi rezistory v obvodu.

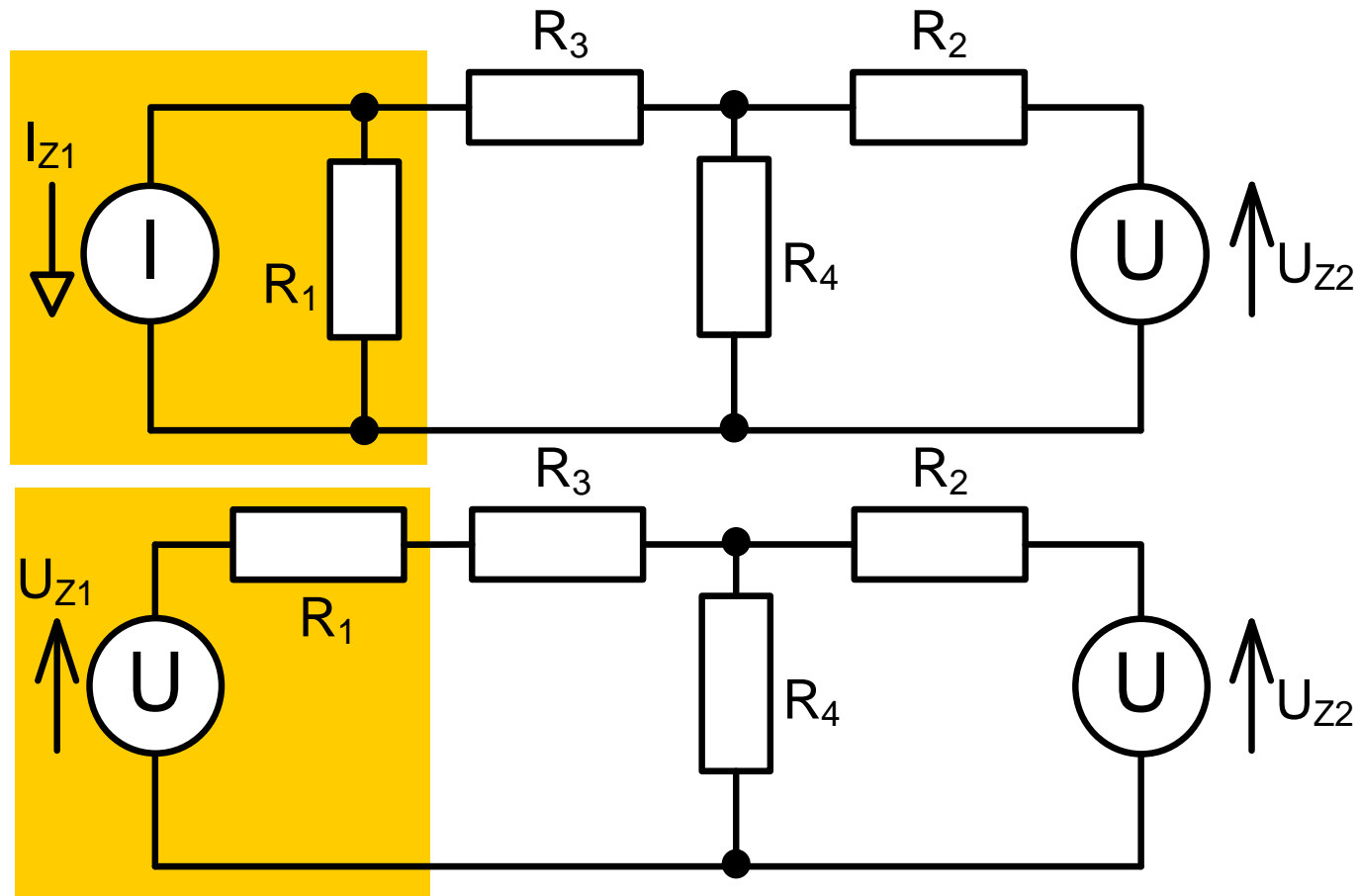


$$I_{z1} = 200 \text{ mA}, U_{z2} = 300 \text{ V}, R_1 = 2,4 \text{ k}\Omega,$$

$$R_2 = 6 \text{ k}\Omega, R_3 = 1,6 \text{ k}\Omega, R_4 = 5 \text{ k}\Omega$$



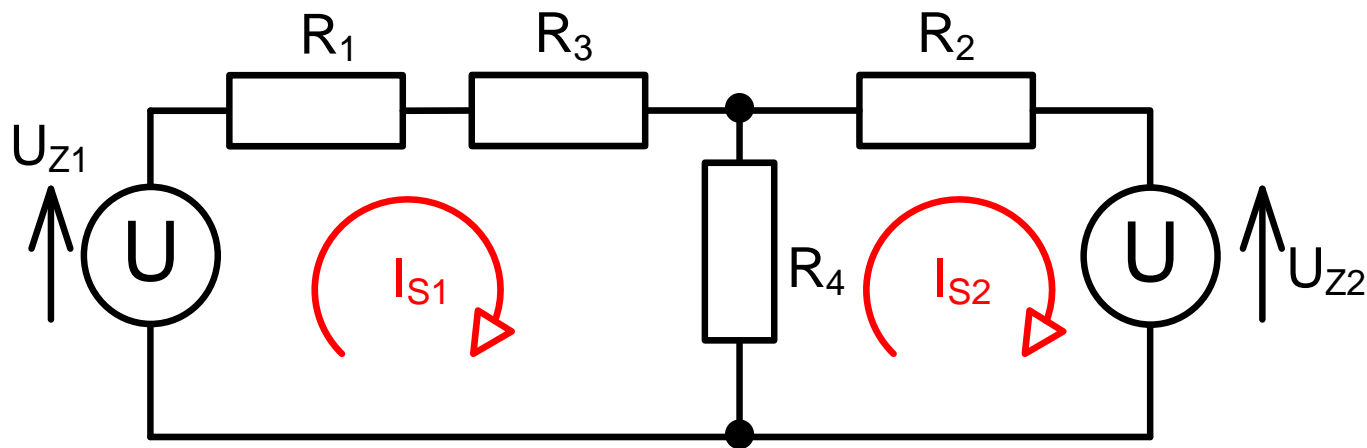
NÁHRADA PROUDOVÉHO ZDROJE



$$U_{Z1} = I_{Z1} \cdot R_1 = 0,2 \cdot 2400 = 480 \text{ V}$$

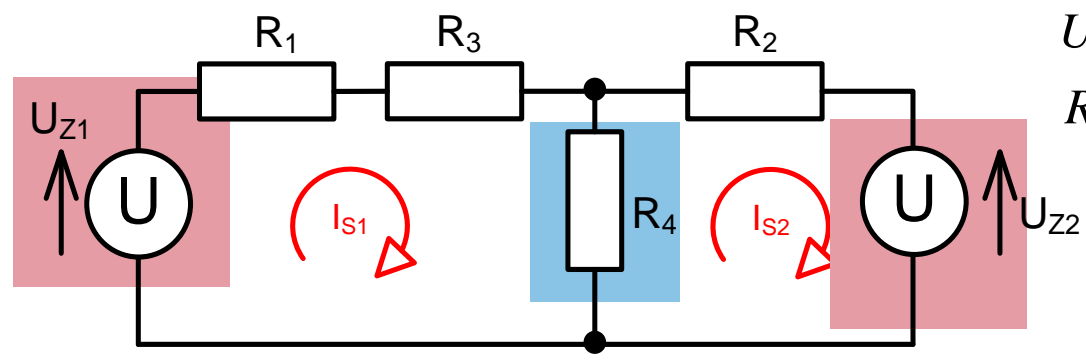
$$I_{Z1} = 200 \text{ mA}, U_{Z2} = 300 \text{ V}, R_1 = 2,4 \text{ k}\Omega, \\ R_2 = 6 \text{ k}\Omega, R_3 = 1,6 \text{ k}\Omega, R_4 = 5 \text{ k}\Omega$$

- Zvolíme nezávislé smyčky, vyznačíme **smyčkové proudy I_s**
 - Volíme tzv. „oka sítě“
 - Jeden směr proudu





SESTAVENÍ MATICOVÉ ROVNICE MSP



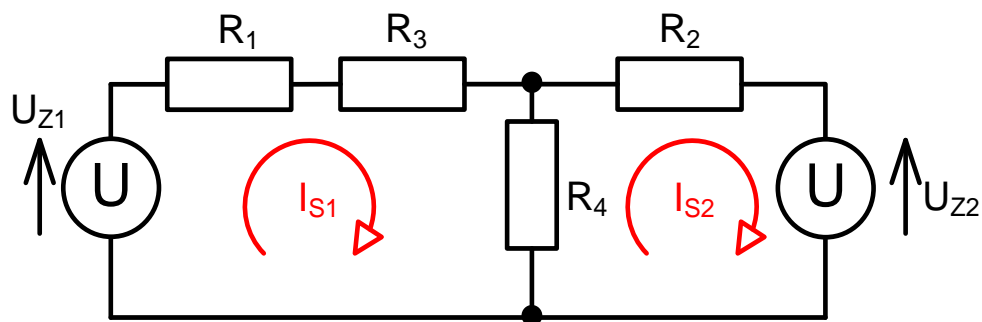
$U_{z1} = 480 \text{ V}$, $U_{z2} = 300 \text{ V}$, $R_1 = 2,4 \text{ k}\Omega$,
 $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 1,6 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 5 \text{ k}\Omega$

obecně:

$R_1 + R_3 + R_4$	$-R_4$	·	I_{S1}	=	$-U_{z1}$
$-R_4$	$R_2 + R_4$				

dosazení:

9000	-5000	·	I_{S1}	=	-480
-5000	11000				



výsledek:

$$I_{S1} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-3,78 \cdot 10^6}{7,4 \cdot 10^7} = \underline{\underline{-51,08 \text{ mA}}}$$

$$I_{S2} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{3 \cdot 10^5}{7,4 \cdot 10^7} = \underline{\underline{4,054 \text{ mA}}}$$

$$\begin{pmatrix} 9000 & -5000 \\ -5000 & 11000 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{S1} \\ I_{S2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -480 \\ 300 \end{pmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 9000 & -5000 \\ -5000 & 11000 \end{vmatrix} = 7,4 \cdot 10^7$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -480 & -5000 \\ 300 & 11000 \end{vmatrix} = -3,78 \cdot 10^6$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 9000 & -480 \\ -5000 & 300 \end{vmatrix} = 3 \cdot 10^5$$



smyčkové proudy:

$$I_{S1} = \underline{\underline{-51,08 \text{ mA}}}$$

$$I_{S2} = \underline{\underline{4,054 \text{ mA}}}$$

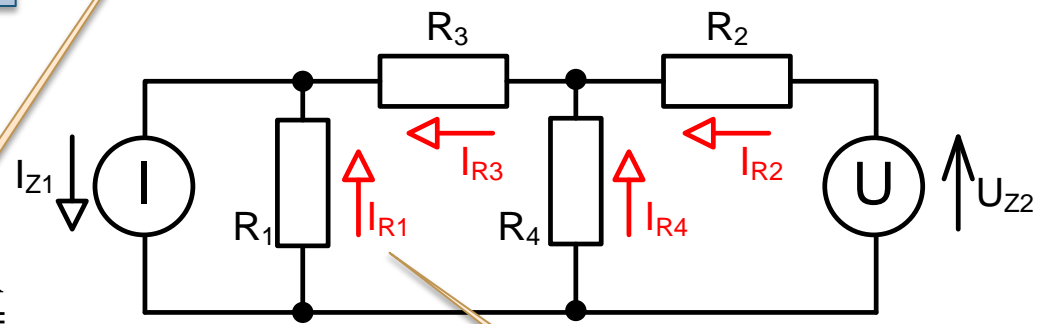
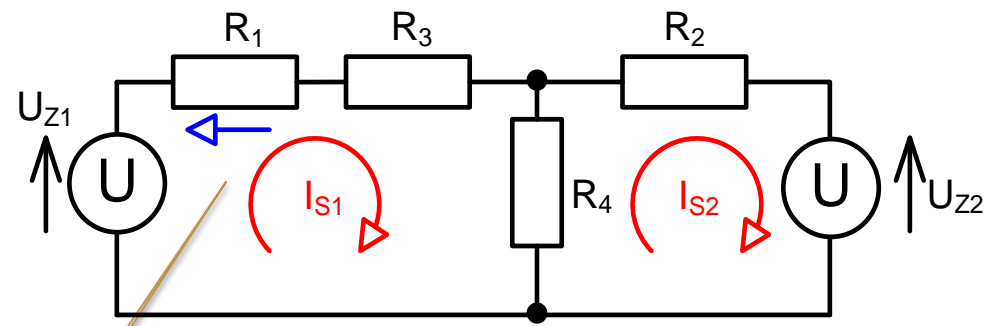
větvové proudy:

$$I_{R2} = -I_{S2} = \underline{\underline{-4,054 \text{ mA}}}$$

$$I_{R3} = -I_{S1} = \underline{\underline{51,08 \text{ mA}}}$$

$$I_{R4} = I_{S2} - I_{S1} = \underline{\underline{55,14 \text{ mA}}}$$

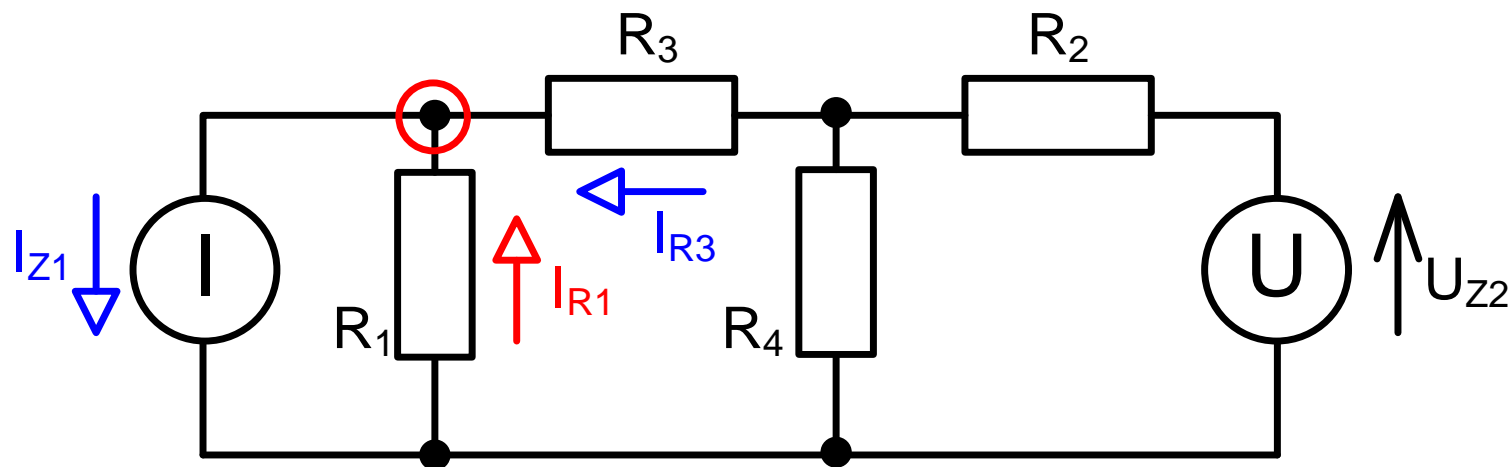
$$I_{R1} = ?$$



Pozor – proud odporem **R1** v náhradním obvodu není shodný s hledaným **IR1**!



PROUD VĚTVÍ R_1 POUŽITÍM 1. K. Z.



$$I_{Z1} - I_{R3} - I_{R1} = 0$$

$$I_{R1} = I_{Z1} - I_{R3} = \underline{\underline{148,9 \text{ mA}}}$$

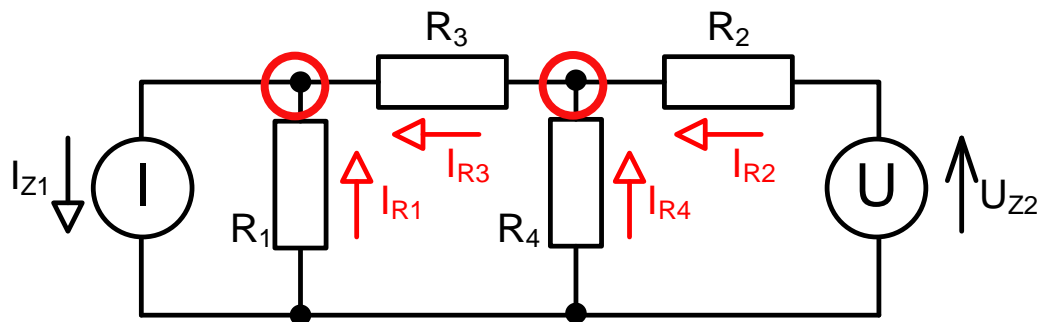
Proudy:

$$I_{R1} = \underline{\underline{148,9 \text{ mA}}}$$

$$I_{R2} = \underline{\underline{-4,054 \text{ mA}}}$$

$$I_{R3} = \underline{\underline{51,08 \text{ mA}}}$$

$$I_{R4} = \underline{\underline{55,14 \text{ mA}}}$$



Kontrola (např.):

$$I_{R1} + I_{R3} - I_{Z1} = 0$$

$$148,9 + 51,08 - 200 = 0$$

$$I_{R2} + I_{R4} - I_{R3} = 0$$

$$-4,054 + 55,14 - 51,08 = 0$$



MUN

METODA UZLOVÝCH NAPĚTÍ

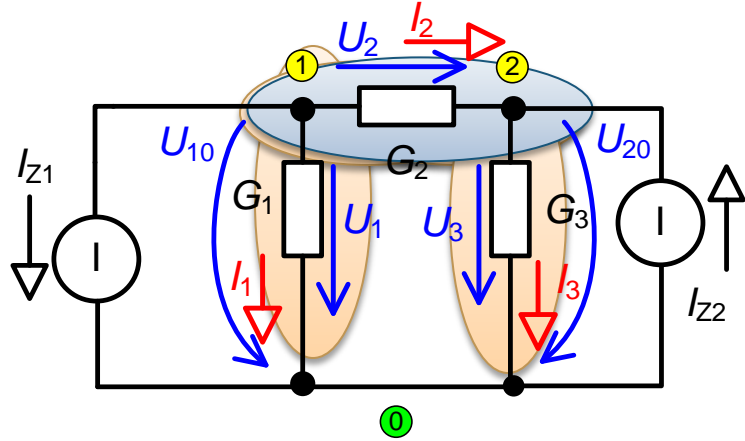


- vychází z I. Kirchhoffova zákona
- v obvodu mohou být pouze **zdroje proudu**, napěťové zdroje se musí nahradit
- řeší se maticová rovnice: $\mathbf{G} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{I}$



METODA UZLOVÝCH NAPĚTÍ (MUN)

- S PŘÍMÝM SESTAVENÍM Maticové ROVNICE



$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} G_1+G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2+G_3 \end{bmatrix} \end{matrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_{z1} \\ I_{z2} \end{bmatrix}$$

MUN – přímé sestavení matice:

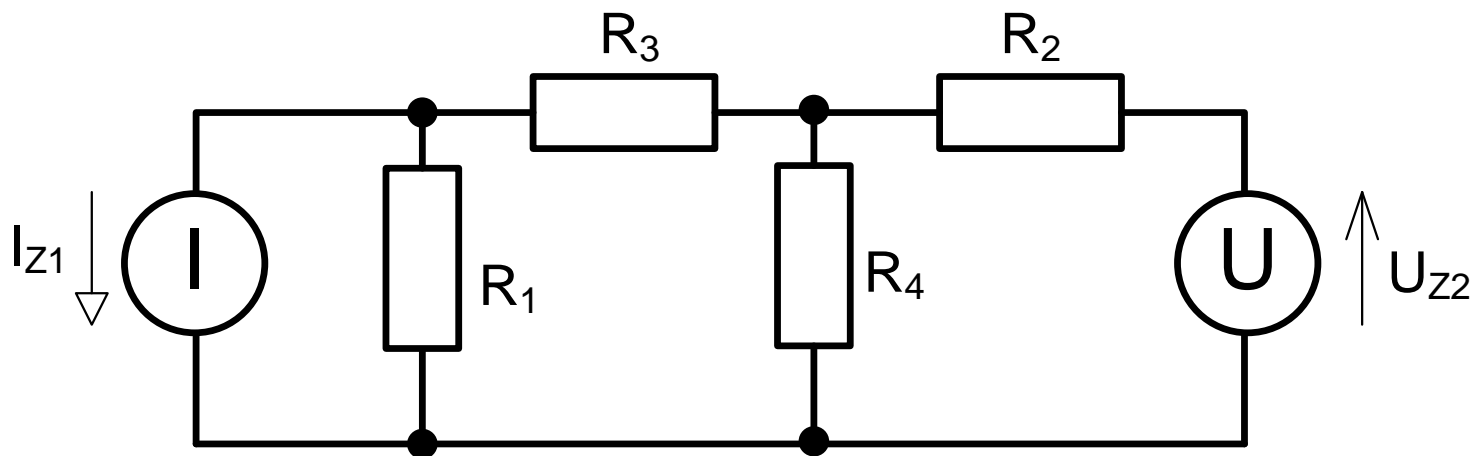
- 1) Zvolíme referenční uzel (0) a očíslováme nezávislé uzly
- 2) Vyznačíme uzlová napětí
- 3) Zapišeme vodivosti
- 4) Zapišeme proudy zdrojů
- 5) Vyřešíme maticovou rovnici
- 6) Dopočítáme zbývající napětí
- 7) Určíme proudy v obvodu

$$U_{10} = \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad U_{20} = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

$$\begin{aligned}
 U_1 &= U_{10} \\
 U_2 &= U_{10} - U_{20} \\
 U_3 &= U_{20}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_1 &= G_1 U_1 \\
 I_2 &= G_2 U_2 \\
 I_3 &= G_3 U_3
 \end{aligned}$$

Vypočítejte proudy všemi rezistory v obvodu.

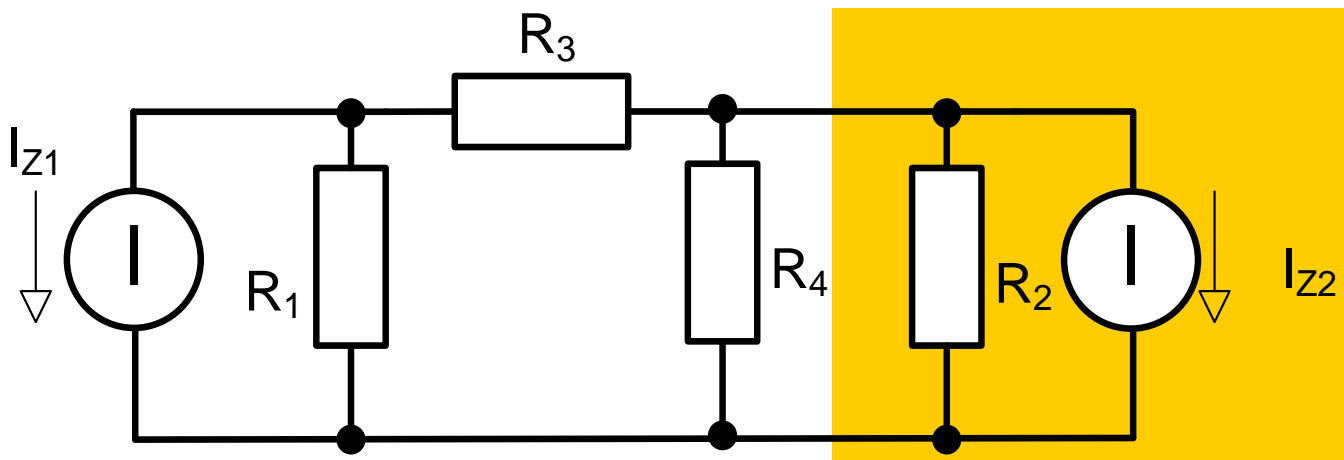
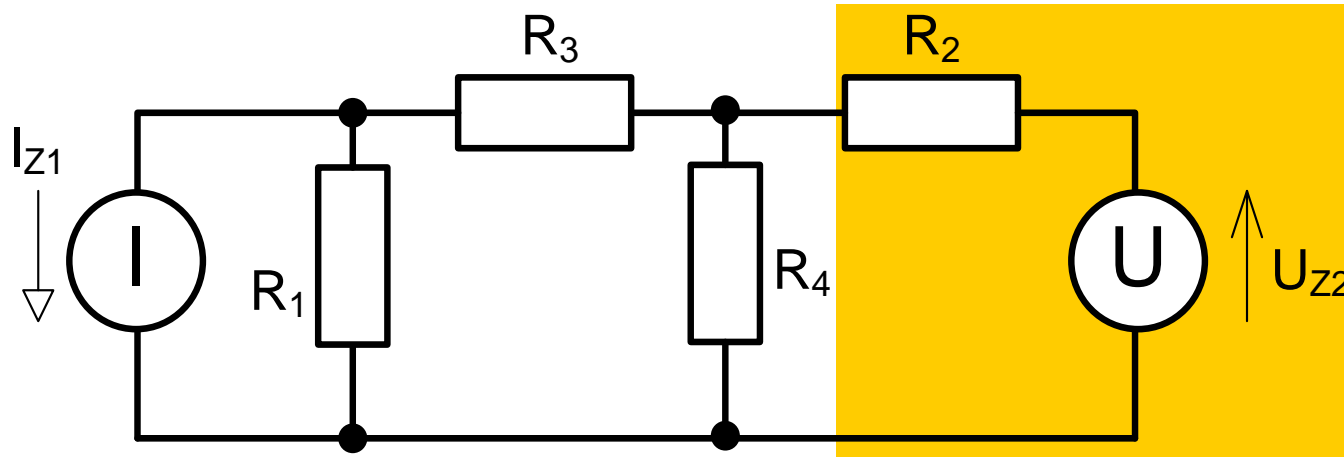


$$I_{z1} = 200 \text{ mA}, U_{z2} = 300 \text{ V}, R_1 = 2,4 \text{ k}\Omega,$$

$$R_2 = 6 \text{ k}\Omega, R_3 = 1,6 \text{ k}\Omega, R_4 = 5 \text{ k}\Omega$$



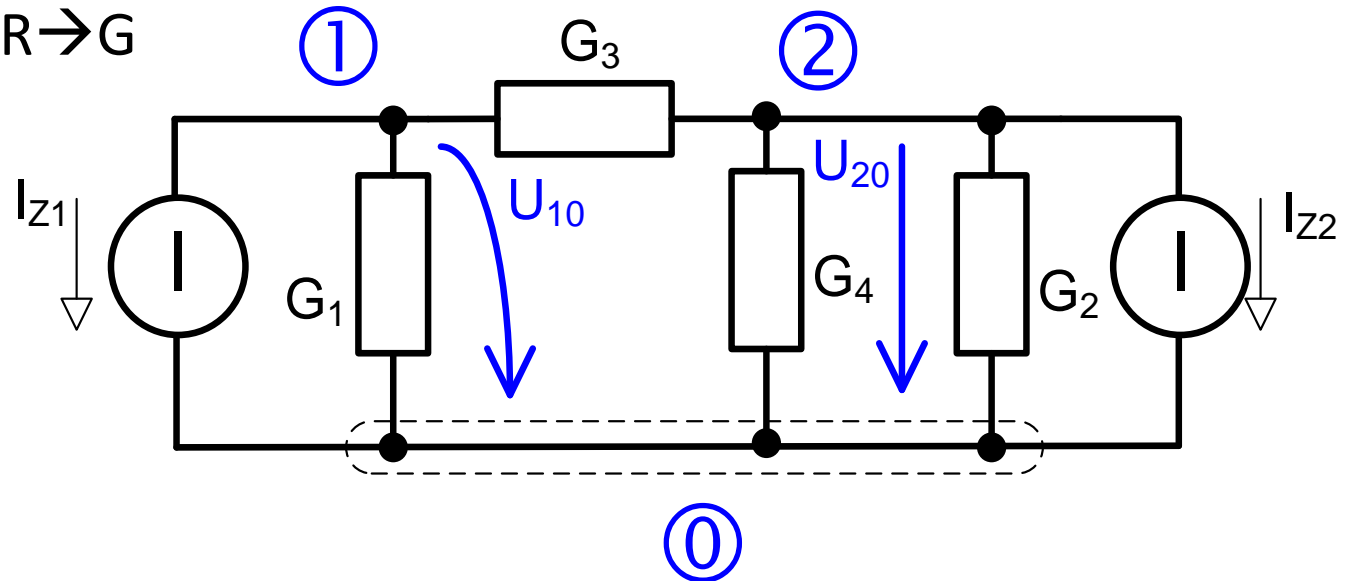
NÁHRADA NAPĚŤOVÉHO ZDROJE



$I_{z1} = 200 \text{ mA}$, $U_{z2} = 300 \text{ V}$, $R_1 = 2,4 \text{ k}\Omega$,
 $R_2 = 6 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 1,6 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 5 \text{ k}\Omega$

$$I_{z2} = U_{z2} / R_2 = 300 / 6000 = 50 \text{ mA}$$

- *Poznámka: uzel je spojnice míst se stejným potenciálem*
- Zvolíme referenční uzel, označíme **0**
- Ostatní uzly očíslovujeme **1, 2,**
- Vyznačíme uzlová napětí
- Přepočteme $R \rightarrow G$



$$I_{Z1} = 200 \text{ mA}, I_{Z2} = 50 \text{ mA}, G_1 = 1/2400 = 0,4167 \text{ mS},$$

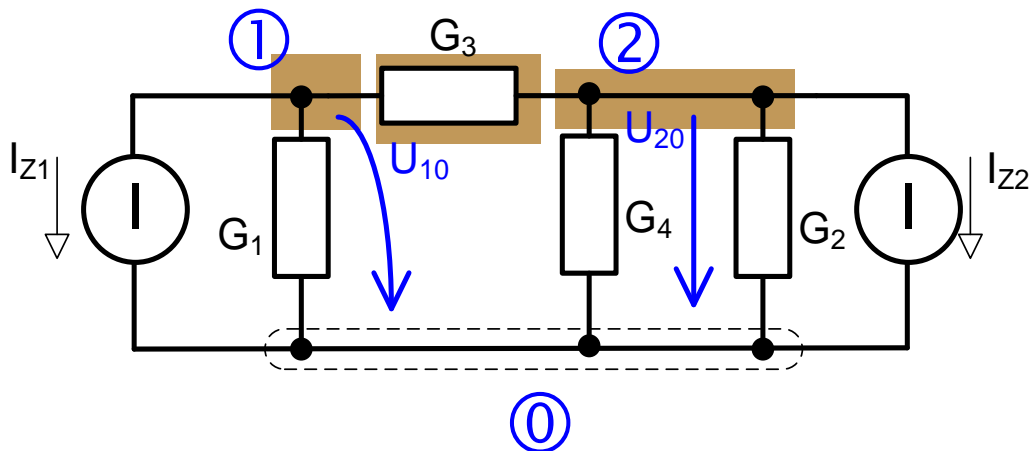
$$G_2 = 1/6000 = 0,1667 \text{ mS}, G_3 = 1/1600 = 0,625 \text{ mS}, G_4 = 1/5000 = 0,2 \text{ mS}$$

obecně:

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_3 & -G_3 \\ -G_3 & G_2 + G_3 + G_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{10} \\ U_{20} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_{Z1} \\ -I_{Z2} \end{pmatrix}$$

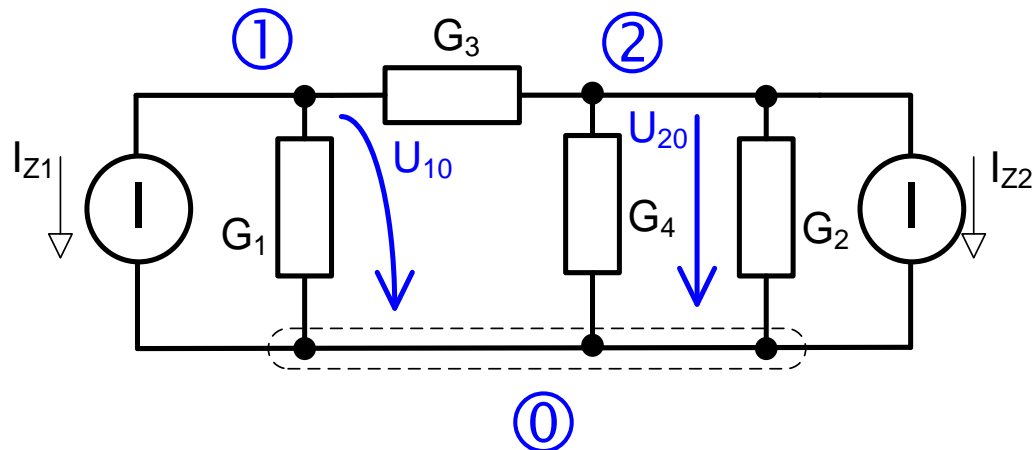
dosazení:

$$\begin{pmatrix} 1,0417 \cdot 10^{-3} & -0,625 \cdot 10^{-3} \\ -0,625 \cdot 10^{-3} & 0,9917 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{10} \\ U_{20} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,2 \\ -0,05 \end{pmatrix}$$



$$I_{Z1} = 200 \text{ mA}, I_{Z2} = 50 \text{ mA}, G_1 = 1/2400 = 0,4167 \text{ mS},$$

$$G_2 = 1/6000 = 0,1667 \text{ mS}, G_3 = 1/1600 = 0,625 \text{ mS}, G_4 = 1/5000 = 0,2 \text{ mS}$$



$$\begin{pmatrix} 1,0417 \cdot 10^{-3} & -0,625 \cdot 10^{-3} \\ -0,625 \cdot 10^{-3} & 0,9917 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_{10} \\ U_{20} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,2 \\ -0,05 \end{pmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1,0417 \cdot 10^{-3} & -0,625 \cdot 10^{-3} \\ -0,625 \cdot 10^{-3} & 0,9917 \cdot 10^{-3} \end{vmatrix} = 6,424 \cdot 10^{-7}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -0,2 & -0,625 \cdot 10^{-3} \\ -0,05 & 0,9917 \cdot 10^{-3} \end{vmatrix} = -2,296 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1,0417 \cdot 10^{-3} & -0,2 \\ -0,625 \cdot 10^{-3} & -0,05 \end{vmatrix} = -1,771 \cdot 10^{-4}$$

výsledek:

$$U_{10} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-2,296 \cdot 10^{-4}}{6,424 \cdot 10^{-7}} = \underline{\underline{-357,4 \text{ V}}}$$

$$U_{20} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-1,771 \cdot 10^{-4}}{6,424 \cdot 10^{-7}} = \underline{\underline{-275,6 \text{ V}}}$$



uzlová napětí:

$$U_{10} = \underline{\underline{-357,4 \text{ V}}}$$

$$U_{20} = \underline{\underline{-275,6 \text{ V}}}$$

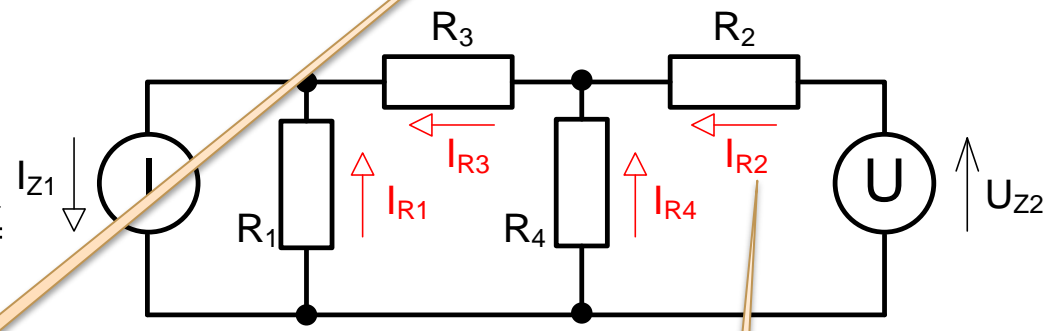
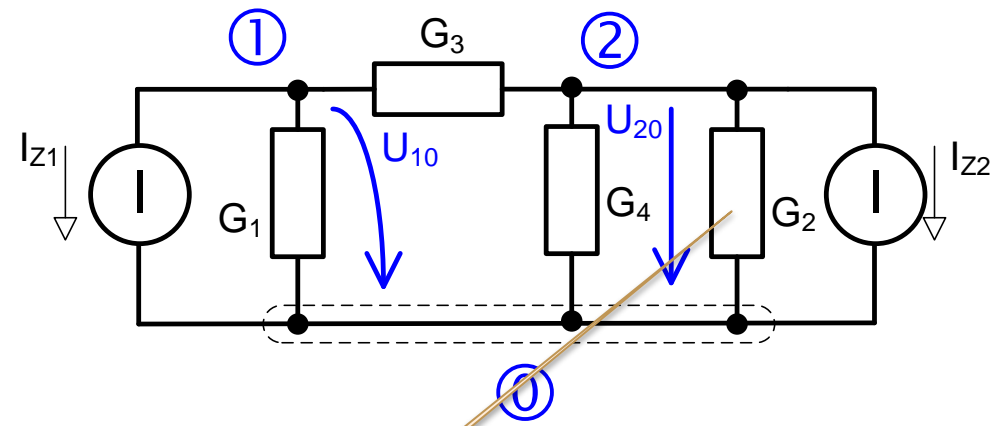
větvové proudy:

$$I_{R1} = -U_{10} / R_1 = \underline{\underline{148,9 \text{ mA}}}$$

$$I_{R2} = ?$$

$$I_{R3} = (U_{20} - U_{10}) / R_3 = \underline{\underline{51,08 \text{ mA}}}$$

$$I_{R4} = -U_{20} / R_4 = \underline{\underline{55,14 \text{ mA}}}$$



Pozor – proud rezistorem R_2 v náhradním obvodu není shodný s hledaným I_{R2} !

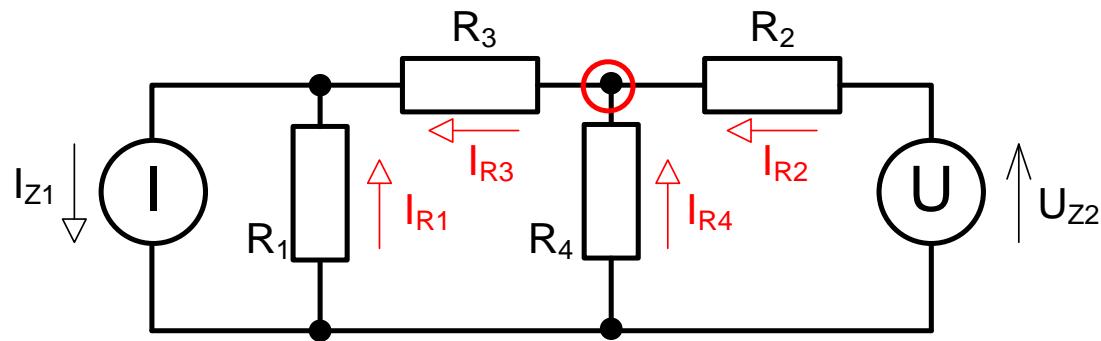


PROUD VĚTVÍ R_2 POUŽITÍM 1. K. Z.

$$I_{R1} = -U_{10} / R_1 = \underline{\underline{148,9 \text{ mA}}}$$

$$I_{R3} = (U_{20} - U_{10}) / R_3 = \underline{\underline{51,1 \text{ mA}}}$$

$$I_{R4} = -U_{20} / R_4 = \underline{\underline{55,14 \text{ mA}}}$$



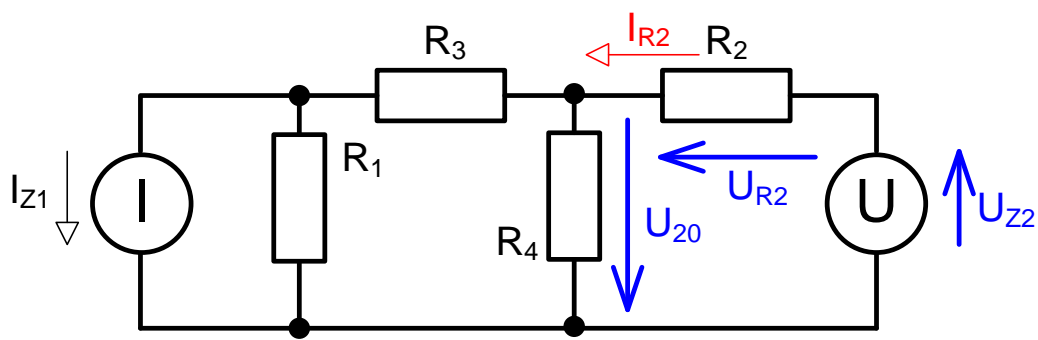
$$I_{R3} - I_{R4} - I_{R2} = 0$$

$$I_{R2} = I_{R3} - I_{R4} = \underline{\underline{-4,05 \text{ mA}}}$$

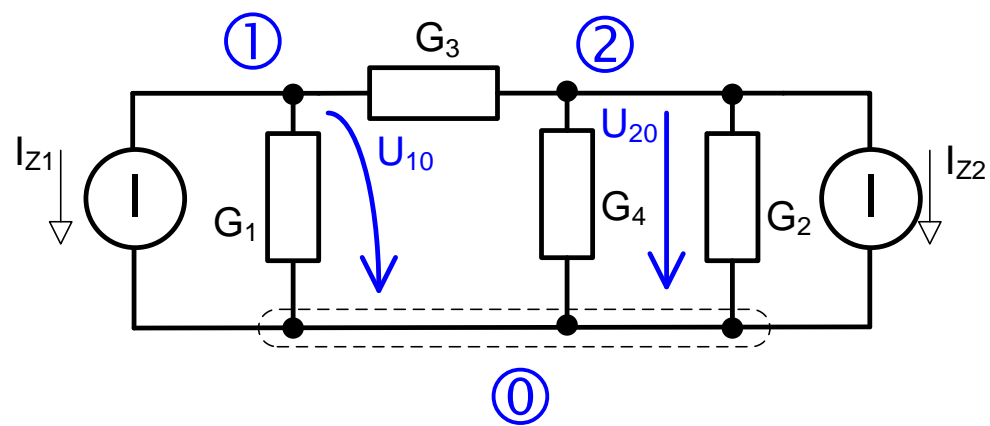


PROUD VĚTVÍ R₂ POUŽITÍM 2. K. Z.

Původní schéma



Náhradní (výpočtové) schéma



$$-U_{20} - U_{R2} - U_{Z2} = 0$$

$$U_{R2} = -U_{20} - U_{Z2} = 275,6 - 300$$

$$U_{R2} = \underline{-24,4 \text{ V}}$$

$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{R2} = \underline{\underline{-4,05 \text{ mA}}}$$

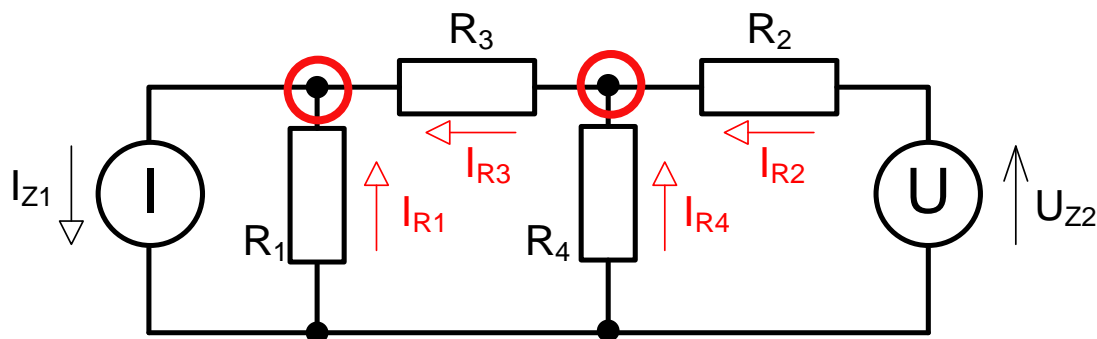
Proudy:

$$I_{R1} = \underline{\underline{148,9 \text{ mA}}}$$

$$I_{R2} = \underline{\underline{-4,05 \text{ mA}}}$$

$$I_{R3} = \underline{\underline{51,08 \text{ mA}}}$$

$$I_{R4} = \underline{\underline{55,14 \text{ mA}}}$$



Kontrola (např.):

$$I_{R1} + I_{R3} - I_{Z1} = 0$$

$$148,9 + 51,08 - 200 = 0$$

$$I_{R2} + I_{R4} - I_{R3} = 0$$

$$-4,054 + 55,14 - 51,08 = 0$$

Quiz

Click the **Quiz** button to edit this object

Kvíz 5

Univerzální metody MSP a MUN

- Přečtěte si pozorně každou otázku
- Pro odeslání odpovědi stiskněte tlačítko **Odeslat**
- Pro úspěšné zvládnutí potřebujete správně odpovědět alespoň 75 % otázek



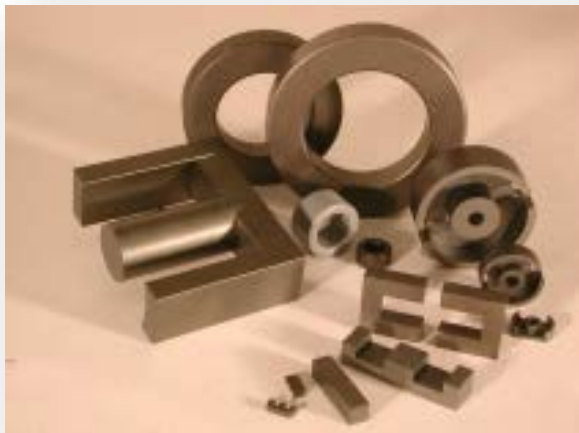
ČÁST 6

MAGNETICKÉ OBVODY



ZÁKLADNÍ VELIČINY A VZTAHY MAGNETICKÉHO POLE

- Intenzita magnetického pole H (A/m)
- zdrojem pole je proud
- Magnetická indukce B (T)
- ovlivnění pole prostředím
$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$
- Permeabilita (vlastnost prostředí)
 $\mu = \mu_0 \mu_r$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ (H/m)



- Magnetické napětí

$$U_m = \int_{\ell} \mathbf{H} d\ell$$

U_m (A)

$$U_m = H \cdot \ell$$

- Magnetický indukční tok Φ (Wb)

$$\Phi = \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\Phi = B \cdot S$$

- Indukčnost cívky L (H)
(N – počet závitů)

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I}$$



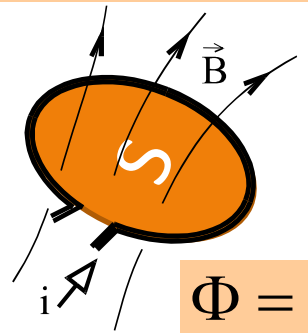
Zjednodušení (předpokládáme homogenní pole, konstantní průřez obvodu a kolmost siločar na průřez)



INDUKČNOST CÍVKY S JÁDREM

Definice: Indukčnost cívky

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad (\text{H})$$

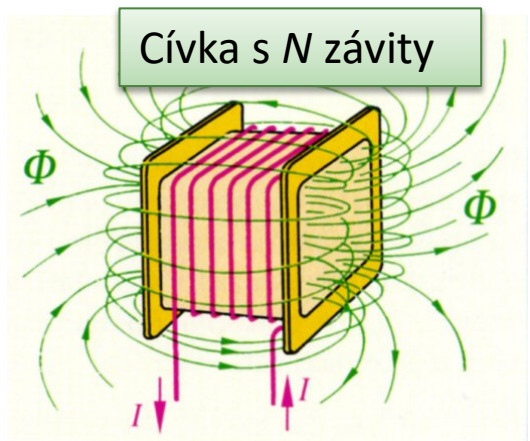


$$\Phi = B \cdot S$$

Pro cívku s N závitů platí vztah:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \frac{NBS}{I} = \frac{N\mu HS}{I}$$

Intenzita H je dle Ampérova z.: $H\ell = NI$

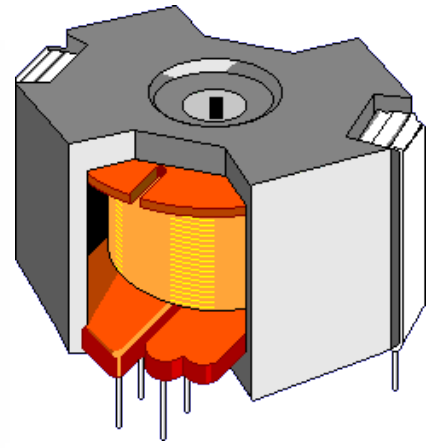


$$L = \frac{N\mu NIS}{I\ell} = \frac{N^2\mu S}{\ell} = \frac{N^2}{R_m} = A_L N^2 \quad R_m = \frac{\ell}{\mu S}$$

Konstanta indukčnosti A_L (v nH/z²)



Materiál – druh feritu



- Φ indukční tok (Wb)
- Ψ spřažený indukční tok (Wb)
- N počet závitů cívky (-)
- L indukčnost (H)
- H intenzita mag. pole (A/m)
- R_m magnetický odpor (1/H)

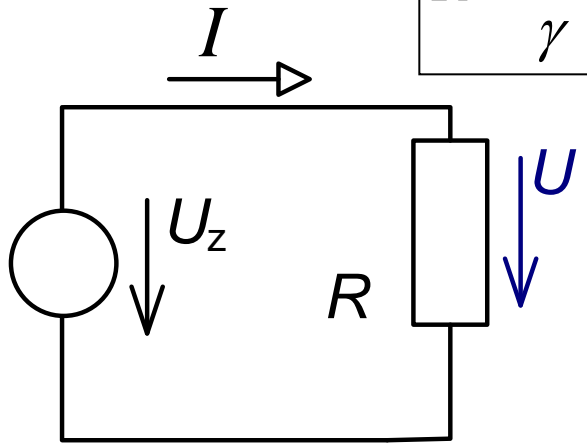


MAGNETICKÝ OBVOD – FORMÁLNÍ ANALOGIE

Elektrický obvod		Analogie	Magnetický obvod		
elektrický proud	I (A)			magnetický indukční tok	Φ (Wb)
elektrické napětí	U (V)			magnetické napětí	U_m (A)
elektrický odpor	R (Ω)	magnetický odpor (reluktance)		R_m (1/H)	

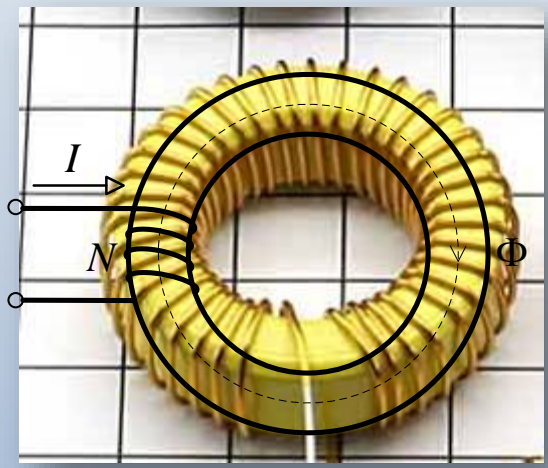
Elektrický obvod

$$R = \frac{1}{\gamma} \frac{\ell}{S}$$

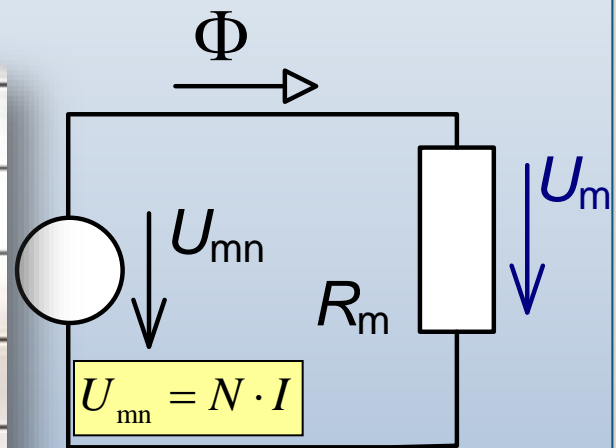


$$U = I \cdot R$$

Magnetický obvod



$$R_m = \frac{1}{\mu} \frac{\ell}{S}$$

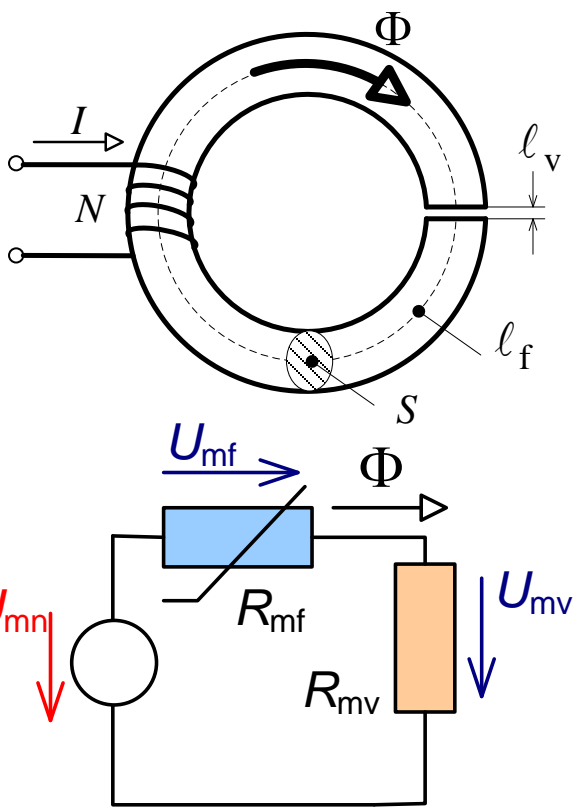


$$U_{mn} = N \cdot I$$

$$U_m = \Phi \cdot R_m$$



MAGNETICKÉ OBVODY – POSTUP ŘEŠENÍ



Z Ampérova zákona:

$$\int_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = U_m$$

Integrační dráha je totožná se střední siločárou

$$U_{mf} = H_f l_f = \frac{B_f}{\mu_0 \mu_r} l_f$$

$$U_{mv} = H_v l_v = \frac{B_v}{\mu_0} l_v$$

1. alternativa

$$NI = U_{mn} = U_{mf} + U_{mv}$$

2. alternativa

Z Hopkinsonova zákona:

$$U_{mf} = \Phi \cdot R_{mf}$$

$$U_{mv} = \Phi \cdot R_{mv}$$

$$R_{mf} = \frac{l_f}{\mu_0 \mu_r S_f}$$

$$\Phi = B_f \cdot S_f$$

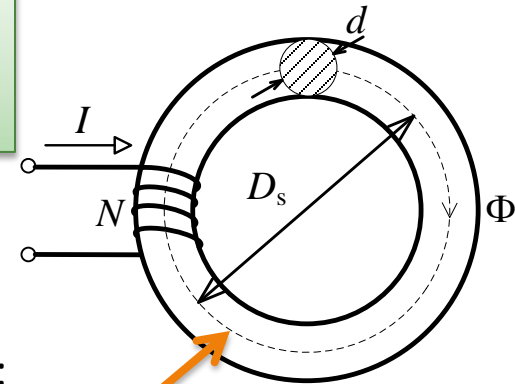
$$R_{mv} = \frac{l_v}{\mu_0 S_v}$$

$$\Phi = B_v \cdot S_v$$



JEDNODUCHÝ MAGNETICKÝ OBVOD (DEMONSTRAČNÍ PŘÍKLAD Z EL1)

Cívka, která je navinuta na toroidním jádře s ocelolitiny má $N=200$ závitů a protéká jí proud $I = 1$ A. Určete magnetický tok jádrem a indukčnost L cívky. Střední průměr jádra $D_s = 120$ mm, průřez $S = 4$ cm².



$$l_f = \pi D_s = 0,377 \text{ m}$$

Cívka je zdrojem magnetického napětí: $U_{mn} = NI = 200 \text{ A}$

které se rozloží podél siločáry v magnetickém obvodu. Délka siločáry: Protože je průřez obvodu konstantní po celé délce siločáry, je intenzita:

$$H_f = \frac{U_{mn}}{l_f} = \frac{200}{0,377} = 530 \text{ A/m}$$

Z magnetizační křivky materiálu určíme pro $H_f = 530$ A/m hodnotu indukce:

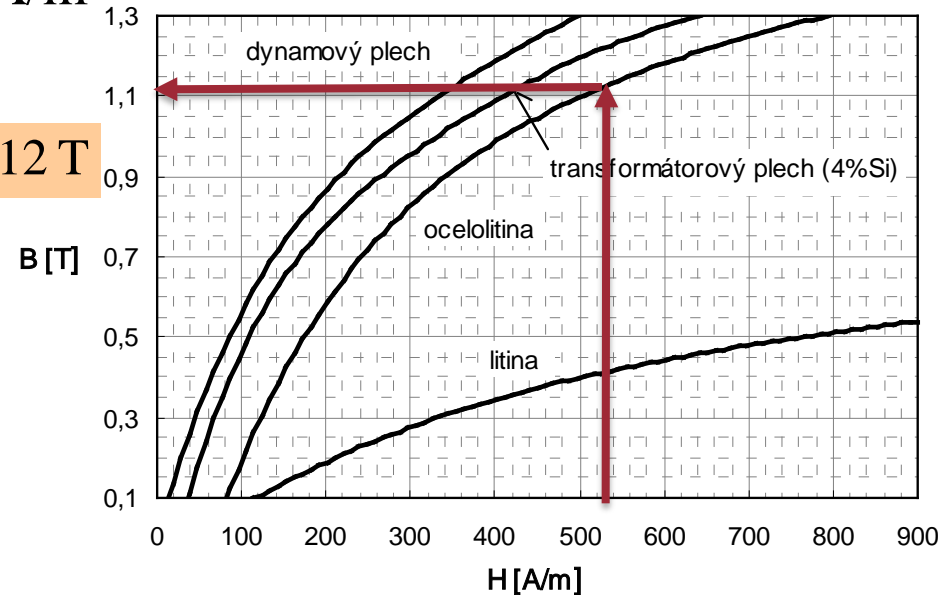
$$B_f \doteq 1,12 \text{ T}$$

Magnetický tok obvodem je:

$$\Phi = B_f \cdot S = 1,12 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = \underline{\underline{448 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}}}$$

Indukčnost této cívky je:

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{200 \cdot 448 \cdot 10^{-6}}{1} = \underline{\underline{89,6 \text{ mH}}}$$

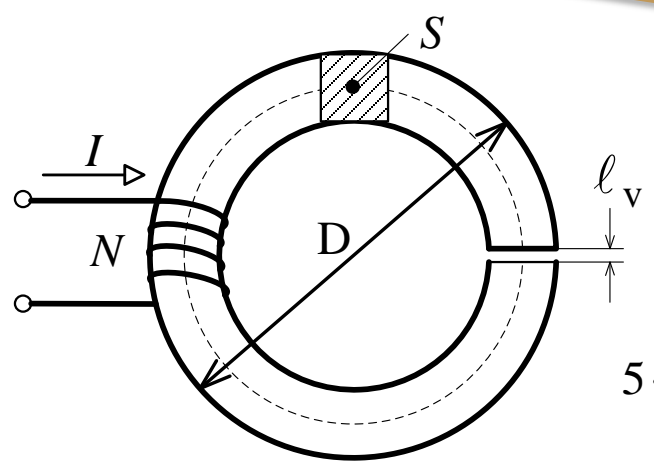




MAGNETICKÝ OBVOD (DEMONSTRAČNÍ PŘÍKLAD Z EL1)

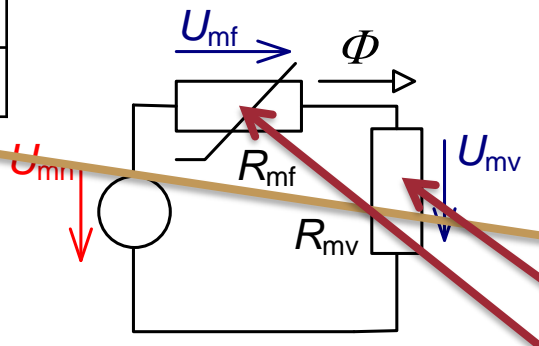
Prstenec z feromagnetického materiálu má průměr $D = 90$ mm, plocha průřezu jádra je $S = 10 \times 10$ mm. Ve vzduchové mezeře $\ell_v = 1$ mm požadujeme indukci $B_v = 0,5$ T. Vypočtete potřebný počet závitů budící cívky při proudu $I = 5$ A a indukčnost cívky L pro tento proud. Rozptylové toky zanedbejte.

B_f (T)	0,3	0,5	0,7	0,9
H_f (A/m)	66	109	167	262



$$D_s = D - 10 = 90 - 10 = 80 \text{ mm}$$

$$\ell_f = \pi D_s - \ell_v = 0,2503 \text{ m}$$



$$U_{mn} = NI = U_{mf} + U_{mv}$$

$$\Phi = B_f \cdot S = B_v \cdot S \Rightarrow B_f = B_v$$

$$H_f (B_f = 0,5 \text{ T}) = 109 \text{ A/m}$$

$$NI = H_f \ell_f + H_v \ell_v = H_f \ell_f + \frac{B_v}{\mu_0} \ell_v$$

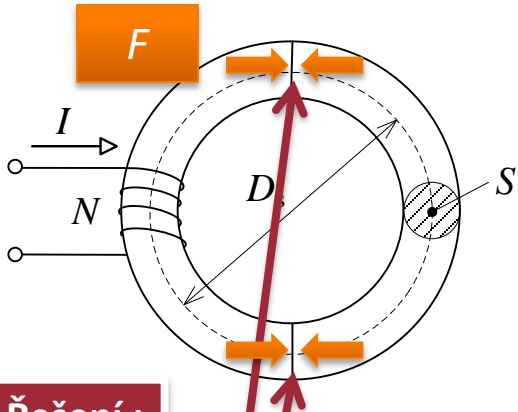
$$5 \cdot N = 109 \cdot 0,2503 + \frac{0,5}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 27,28 + 397,9 = 425,2 \text{ A}$$

$$N = 85,03 \doteq \underline{\underline{85}}$$

$$L = \frac{N \cdot \Phi}{I} = \frac{N \cdot B_v \cdot S}{I} = \frac{85 \cdot 0,5 \cdot (10 \cdot 10^{-3})^2}{5} = \underline{\underline{850 \mu\text{H}}}$$



VÝPOČET SÍLY ELEKTROMAGNETU (DEMONSTRAČNÍ PŘÍKLAD Z EL1)



Prstencové jádro cívky z elektrotechnické oceli E11 je složeno ze dvou částí. **Jak velkou silou F jsou drženy obě části pohromadě**, je-li průřez prstence $S = 4 \text{ cm}^2$, jeho střední průměr $D_s = 0,177 \text{ m}$ a protéká-li cívkou s $N = 210$ závitů proud $I = 0,8 \text{ A}$?

Řešení :

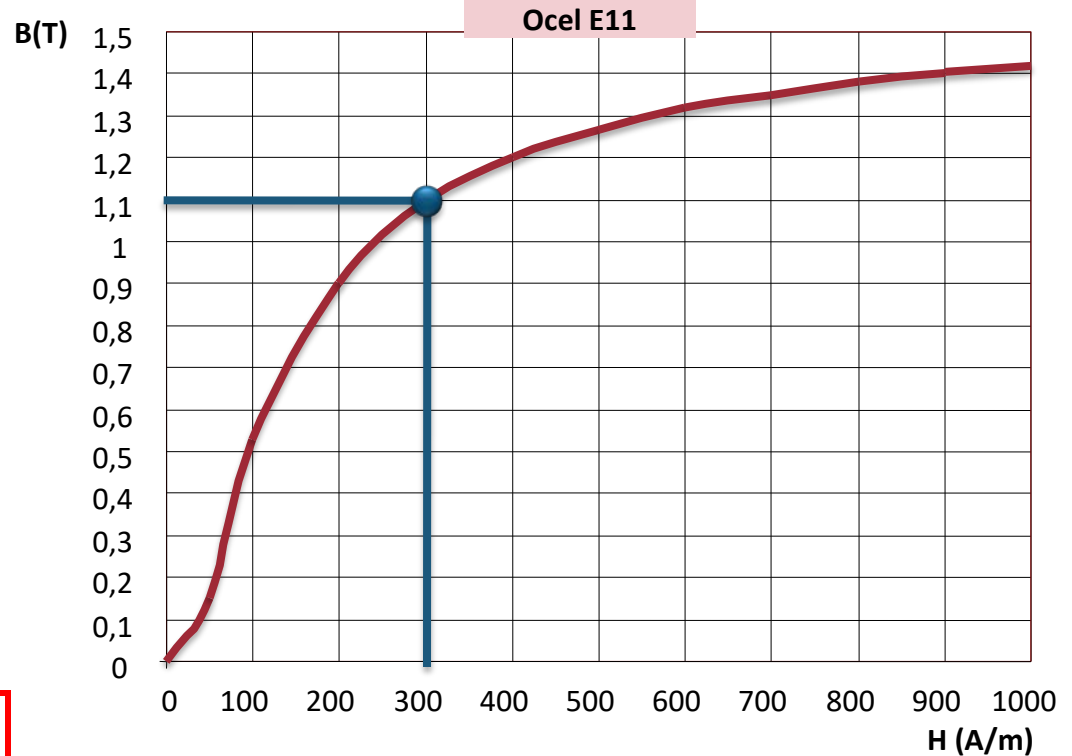
$$U_{\text{mn}} = NI = H_f \ell_f \Rightarrow H_f = \frac{NI}{\ell_f}$$

$$\ell_f = \pi D_s = \pi \cdot 0,177 \doteq 0,556 \text{ m}$$

$$H_f = \frac{210 \cdot 0,8}{0,556} = 302 \text{ A/m}$$

z grafu pro $H_f = 302 \text{ A/m}$
odečteme $B_f \doteq 1,1 \text{ T}$

$$F = 2 \frac{B^2 S}{2 \mu_0} = 2 \frac{1,1^2 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \doteq 385 \text{ N}$$



Quiz

Click the **Quiz** button to edit this object

Kvíz 6

Magnetické obvody

- Přečtěte si pozorně každou otázku
- Pro odeslání odpovědi stiskněte tlačítko **Odeslat**
- Pro úspěšné zvládnutí potřebujete správně odpovědět alespoň 75 % otázek



HOTOVO!

- Gratulujeme, prošli jste úspěšně celý studijní materiál „Úvod do elektrotechniky“
- **Na základě toho vám lze uznat předmět BPC-ELS jako absolvovaný**

Případné náměty a připomínky:

[doc. Ing. Miloslav Steinbauer, Ph.D.](#)

Toto dílo je licencováno pod CC BY-SA 4.0 

NEXT GENERATION VUT

Zvyšování kvality a relevance vzdělávání na VUT

CZ.02.02.XX/00/23_022/0009052



**Spolufinancováno
Evropskou unií**



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



Konec



Technická 12, 616 00 Brno, Česká Republika

<http://www.utee.feec.vut.cz>