



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ**

ÚSTAV BIOMEDICÍNSKÉHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF BIOMEDICAL ENGINEERING

KONVERZE VZORKOVACÍHO KMITOČTU

SAMPLING RATE CONVERSION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

PETR HYL MAR

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. JIŘÍ KOZUMPLÍK, CSc.

BRNO 2012



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav biomedicínského inženýrství

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor

Biomedicínská technika a bioinformatika

Student: Petr Hylmar

ID: 126486

Ročník: 3

Akademický rok: 2011/2012

NÁZEV TÉMATU:

Konverze vzorkovacího kmitočtu

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1) Prostudujte problematiku týkající se decimace a interpolace digitálního signálu. 2) Navrhněte postupy pro změny vzorkovacího kmitočtu signálů EKG s faktorem D/I (pro celá D a I). V prostředí Matlab realizujte konverzi vzorkovací frekvence z původních 360 na 500 Hz a z 500 na 360 Hz v časové i ve frekvenční oblasti. 3) Seznamte se s možnostmi konverze vzorkovací frekvence s libovolným faktorem a realizujte konverzi z původních 360 na 500 Hz a z 500 na 360 Hz, kde jako výchozí použijte nižší interpolační faktor než je nutný při výše uvedeném faktoru D/I. 4) Realizujte různé varianty a zhodnoťte dosažené výsledky z hlediska zkreslení, ke kterému během konverze dochází.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] KOZUMPLÍK, J. Multitaktní systémy. Elektronická skripta FEKT VUT v Brně, 2005.

[2] KOZUMPLÍK, J., KOLÁŘ, R., JAN, J. Číslicové zpracování signálů v prostředí Matlab. Skripta FEKT VUT v Brně, 2001.

Termín zadání: 6.2.2012

Termín odevzdání: 25.5.2012

Vedoucí práce: doc. Ing. Jiří Kozumplík, CSc.

Konzultanti bakalářské práce:

prof. Ing. Ivo Provazník, Ph.D.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Anotace

Tato práce se věnuje popisu problematiky konverze vzorkovacího kmitočtu s celočíselným a libovolným faktorem interpolace a decimace. Jsou zde popsány metody konverze vzorkovacího kmitočtu v časové oblasti, využívající FIR lineární filtry typu dolní propust, a ve spektrální oblasti, využívající nulování spektrálních čar. Tyto metody jsou programově realizovány v programovacím prostředí Matlab a testovány na konkrétním příkladě. Výsledkem práce je nalezení rozumných parametrů FIR lineárního filtru typu dolní propust pro konverzi vzorkovacího kmitočtu a zhodnocení úspěšnosti použitých metod.

Klíčová slova

Konverze, vzorkovací frekvence, decimace, interpolace, expanze, podvzorkování, filtr, aliasing, impulsní charakteristika.

Abstract

This thesis is focused on sampling rate conversion by a rational factor interpolation and decimation and sampling rate conversion by an arbitrary factor interpolation and decimation. There are described methods sampling rate conversion in time domain based on lowpass FIR linear filter and in spectral domain based on zero spectral lines. These methods are created in Matlab programming and tested on particular example. The results of this thesis are sensible parameter lowpass FIR linear filter for sampling rate conversion and discussion success rate used methods.

Keywords

Conversion, sampling rate, decimation, interpolation, upsampling, downsampling, filter, aliasing, impulse response.

Bibliografická citace

Hylmar, P. *Konverze vzorkovacího kmitočtu: bakalářská práce*. Brno: FEKT VUT v Brně, 2012. 48 s., 4 příl.

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma Konverze vzorkovacího kmitočtu jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 24. května 2012

.....

podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. Jiřímu Kozumplíkovi, CSc. za prospěšnou pomoc při tvorbě a úpravách mé bakalářské práce. Především pak za jeho odborné a pedagogické rady při četných konzultacích. Dále děkuji mé rodině a přátelům, kteří mě při tvorbě práce podporovali.

V Brně dne 24. května 2012

.....

podpis autora

Obsah

Úvod	8
1. Expanze a podvzorkování diskrétního signálu	9
1.1. Expanze	9
1.2. Podvzorkování.....	9
2. Decimace a interpolace signálu.....	12
2.1. Decimace	12
2.2. Interpolace.....	12
3. FIR lineární filtry typu dolní propust.....	13
3.1. Návrh FIR lineárního filtru.....	13
3.2. Výběr filtračních oken	14
4. Konverze vzorkovacího kmitočtu v časové oblasti	17
4.1. Konverze vzorkovacího kmitočtu s faktorem D/L pro celočíselná D a L	17
4.1.1. Přímá konverze	17
4.1.2. Postupná konverze	17
4.2. Konverze vzorkovacího kmitočtu s faktorem D/L pro libovolná D a L	18
5. Konverze vzorkovacího kmitočtu ve frekvenční oblasti	20
6. Realizace pro celočíselná D a L v prostředí Matlab	21
6.1. Přímá konverze	21
6.1.1. Z 500 Hz na 360 Hz	21
6.1.2. Z 360 Hz na 500 Hz	23
6.2. Postupná konverze	23
6.2.1. Z 500 Hz na 360 Hz	23
6.2.2. Z 360 Hz na 500 Hz	24
7. Realizace pro libovolná D a L v prostředí Matlab	25
7.1. Z 500 Hz na 360 Hz.....	25

7.2. Z 360 Hz na 500 Hz.....	26
8. Dosažené výsledky.....	27
8.1. Metoda k porovnávání úspěšnosti konverze s celočíselným D a L.....	27
8.2. Výsledky pro konverzi s celočíselným D a L.....	29
8.2.1. Přímá konverze z 500 Hz na 360 Hz	30
8.2.2. Postupná konverze z 500 Hz na 360 Hz.....	31
8.2.3. Přímá konverze z 360 Hz na 500 Hz	32
8.2.4. Postupná konverze z 360 Hz na 500 Hz.....	33
8.2.5. Ukázky výsledků konverze s celočíselným D a L.....	33
8.3. Metoda k porovnávání úspěšnosti konverze s libovolným D a L	39
8.4. Výsledky pro konverzi s libovolným D a L	43
8.4.1. Porovnání postupné konverze s libovolným a celočíselným D a L; z 500 Hz na 360 Hz.....	43
8.4.2. Porovnání postupné konverze s libovolným a celočíselným D a L; z 360 Hz na 500 Hz.....	45
Závěr	47
Seznam použité literatury	48
Přílohy	49

Úvod

V této bakalářské práci se budeme postupně zabývat všemi body zadání. To znamená prostudováním problematiky týkající se decimace a interpolace digitálního signálu a navržením postupů pro změnu vzorkovacího kmitočtu signálu EKG s faktorem D/I (pro celočíselná D a I). Následně pak řešením modelového příkladu ze zadání, realizovaným v programovacím prostředí Matlab. Tedy provedení konverze vzorkovací frekvence z původních 360 Hz na 500 Hz a z 500 Hz na 360 Hz v časové i ve frekvenční oblasti. Stejný postup platí i pro konverzi vzorkovacího kmitočtu s libovolným faktorem. Pro konkrétní realizaci pak použijeme nižší interpolační faktor, než byl potřebný v předchozím případě.

Především se budeme zabývat metodami decimace a interpolace s použitím FIR lineárních filtrů typu dolní propust. Ty budeme testovat na modelovém příkladu. Výsledky konverze v časové oblasti budeme porovnávat s ideální konverzí vzorkovacího kmitočtu provedenou ve spektrální oblasti.

Naším cílem je nalezení rozumného řešení konverze vzorkovacího kmitočtu digitálního signálu v časové oblasti pomocí lineárních FIR filtrů typu dolní propust, které bude mít co nejmenší rozdíl od signálu získaného ideální konverzí vzorkovacího kmitočtu ve spektrální oblasti.

1. Expanze a podvzorkování diskrétního signálu

1.1. Expanze

Při odvozování vztahů v této kapitole jsme vycházeli z [1].

Expanzi signálu lze provést vložením určitého počtu nulových bodů mezi vzorky signálu. Chceme-li signál délky n expandovat na $L \cdot n$ vzorků, je třeba vložit mezi jednotlivé vzorky signálu $L-1$ nulových bodů.

Určíme-li si jako vstupní signál posloupnost $x(n)$ a výstupní expandovanou posloupnost $y_L(m)$, pak platí

$$\begin{aligned} y_L(m) &= x\left(\frac{m}{L}\right), \text{ pro } m = nL, n \dots \text{ celé} \\ y_L(m) &= 0, \text{ pro jiné hodnoty } m. \end{aligned} \quad (1)$$

Obraz expandovaného signálu je proto

$$Y_L(z) = \sum_{m=0}^{\infty} y_L(m)z^{-m} = \sum_{n=0}^{\infty} y_L(nL)z^{-nL} = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-nL} = X(z^L) \quad (2)$$

a spektrum lze vyjádřit jako

$$Y_L(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega L}). \quad (3)$$

Z toho plyne, že výsledné spektrum expandovaného signálu bude mít v podstatě stejný tvar, jako spektrum výchozího signálu. Perioda spektra zůstává stejná, pouze vzorkovací frekvence se změní z výchozí f_{vz0} na $f_{vz1} = f_{vz0}L$. [1]

1.2. Podvzorkování

Při odvozování vztahů v této kapitole jsme vycházeli z [1].

Abychom mohli podvzorkovat signál, musíme vybrat jen určité vzorky signálu. Chceme-li signál délky n podvzorkovat na délku m potom musíme vybrat každý D -tý vzorek ($D = n/m$).

Dále nás zajímá vztah mezi obrazem vstupu $X(z)$ a obrazem výstupu $Y_D(z)$, z nichž odvodíme vztah mezi jejich spektry. Tím zjistíme, jak se výstupní signál liší od vstupního. Definujeme si pomocnou posloupnost

$$\begin{aligned} x'(n) &= x(n), \text{ pro } n = iD, i \dots \text{ celé,} \\ x'(n) &= 0, \text{ pro jiné hodnoty } n. \end{aligned} \quad (4)$$

Posloupnost $x'(n)$ je stejně dlouhá jako výchozí posloupnost $x(n)$, ale je s ní shodná pouze v každé D -té hodnotě. Ostatní hodnoty jsou nahrazeny nulou. Vztah mezi vstupní, výstupní a pomocnou posloupností lze také vyjádřit jako: $x(nD) = y_D(n) = x'(nD)$. Potom můžeme odvodit vztah mezi výstupní a pomocnou posloupností

$$Y_M(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x'(nD)z^{-n} = \sum_{k=0}^{\infty} x'(k)z^{-\frac{k}{D}} \Rightarrow Y_D(z) = X'\left(\frac{1}{z^D}\right). \quad (5)$$

Nyní si definujeme $X'(z)$ za využití $X(z)$. Vztah mezi $x'(n)$ a $x(n)$ vidíme v rovnici (4). Formálně ho můžeme zapsat pomocí tzv. hřebenové posloupnosti $\alpha_D(n)$:

$$\begin{aligned} \alpha_D(n) &= 1, \text{ pro } n = iD, i \dots \text{ celé} \\ \alpha_D(n) &= 0, \text{ pro jiné hodnoty } n. \end{aligned} \quad (6)$$

Platí tedy $x'(n) = \alpha_D(n)x(n)$. Obraz hřebenové posloupnosti lze tedy vyjádřit jako

$$\alpha_M(n) = \frac{1}{D} \sum_{k=0}^{D-1} e^{jkn\frac{2\pi}{D}} = \frac{1}{D} \sum_{k=0}^{D-1} W_D^{-kn}, \quad (7)$$

kde $W_D = e^{-j\frac{2\pi}{D}}$. Obraz pomocné posloupnosti potom můžeme vyjádřit jako

$$X'(z) = Z\{\alpha_D(n)x(n)\} = \frac{1}{D} \sum_{k=0}^{D-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)W_D^{-kn}z^{-n} = \frac{1}{D} \sum_{k=0}^{D-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)(zW_D^{-k})^n. \quad (8)$$

Vypočteme-li sumu posledního výrazu, vyjde nám $X(zW_D^k)$. Dále s použitím vztahu pro obraz výstupní a pomocné posloupnosti (5) odvodíme vztah, popisující obraz podvzorkovaného signálu

$$Y_D(z) = \frac{1}{D} \sum_{k=0}^{D-1} X\left(z^{\frac{1}{D}} W_D^k\right), W_D = e^{-j\frac{2\pi}{D}}. \quad (9)$$

Pro spektrum podvzorkovaného signálu tedy platí

$$Y_D(z) = \frac{1}{D} \sum_{k=0}^{D-1} X\left(e^{j\frac{\omega-2\pi k}{D}}\right). \quad (10)$$

Abychom zjistili vliv podvzorkování signálu na výsledné spektrum, zkusíme do rovnic (9) a (10) dosadit $D=2$, tedy nejjednodušší případ podvzorkování. Obraz výsledného signálu je potom

$$Y_2(z) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^1 X\left(z^{\frac{1}{2}} W_2^k\right) = \frac{1}{2} \left[X\left(z^{\frac{1}{2}}\right) + X\left(-z^{\frac{1}{2}}\right) \right]. \quad (11)$$

Spektrum toho signálu je

$$Y_2(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} \left[X\left(e^{j\frac{\omega}{2}}\right) + X\left(e^{j\left(\frac{\omega}{2}-\pi\right)}\right) \right]. \quad (12)$$

Z výše uvedených vztahů (11) a (12) vidíme, že výsledný signál může být zkreslen vlivem aliasingu. Reprezentuje ho druhý člen na pravé straně v těchto vztazích. Pro tento příklad se aliasing projeví, pokud výchozí signál obsahoval spektrální složky v intervalu $\langle f_{vzn}/2, f_{vzn} \rangle$, kde f_{vzn} je nový vzorkovací kmitočet. Pro tento případ platí, že výchozí vzorkovací kmitočet je $f_{vz} = 2 f_{vzn}$. Samotný aliasing je pak způsoben přičtením stejného spektra, jako má výchozí signál, ale posunutého o polovinu nového vzorkovacího kmitočtu. Z tohoto závěru, získaném na nejjednodušším příkladu podvzorkování, usuzujeme stejné zákonitosti i pro jiné faktory D . [1]

2. Decimace a interpolace signálu

2.1. Decimace

Chceme-li provést decimaci signálu z výchozí frekvence f_{vz} na výstupní $f_{vzn} = f_{vz}/D$ s celočíselným faktorem D , je třeba signál podvzorkovat, jak bylo odvozeno výše (kap. 1.2. Podvzorkování). Zde byl vysloven závěr, že u výsledného signálu dojde k aliasingu, bude-li výchozí signál obsahovat spektrální složky v intervalu $\langle f_{vzn}/2, f_{vzn} \rangle$, kde f_{vzn} je nový vzorkovací kmitočet. Tomuto jevu lze zabránit použitím vhodného filtru typu dolní propust, který bude mít mezní frekvenci rovnou polovině nového vzorkovacího kmitočtu. [1][3]

2.2. Interpolace

Pro provedení interpolace signálu u změny vzorkovacího kmitočtu f_{vz} na $f_{vzn} = Lf_{vz}$ s celočíselným faktorem L , je nejprve nutné signál expandovat vložením $L-1$ nul mezi vzorky signálu (viz. kap. 1.1. Expanze). Vycházíme z toho, že původní spektrum zůstane tvarově stejné, bude ale zaujímat část $\langle 0, f_{vzn}/2L \rangle$ (viz. kap. 1.1. Expanze). Aby byl výsledný signál v časové oblasti tvarově stejný, budeme muset odstranit složky spektra z intervalu $\langle f_{vzn}/2L, f_{vzn}/2 \rangle$. To lze provést lineárním interpolačním filtrem typu dolní propust s mezní frekvencí rovnou polovině výchozího vzorkovacího kmitočtu. [1][3]

Aby se po interpolaci nezměnila amplituda vzorků pocházejících z původního signálu a tím zůstala zachována dynamika celého signálu, je třeba myslet na zeslabení signálu zavedeného interpolací. Hodnoty spektrálních čar diskrétního signálu jsou při expanzi a následné interpolaci L -krát menší. Tomu lze zabránit zesílením interpolačního filtru v propustném pásmu o interpolační faktor L . Nebo vynásobením signálu interpolačním faktorem L po filtraci. [2][3]

Je též vhodné provádět interpolaci signálu po co nejmenších krocích. Je-li možné interpolační faktor vyjádřit jako $L=L_1L_2L_3\dots L_k$, pak je výhodné provést interpolaci postupně. Máme tím mnohem menší nároky na strmost přechodových částí frekvenčních charakteristik a širší propustná pásma interpolačních filtrů. [1][3]

3. FIR lineární filtry typu dolní propust

3.1. Návrh FIR lineárního filtru

Při odvozování vztahů v této kapitole jsme vycházeli z [3][4].

Jak jsme uvedli v kap. 2. Decimace a interpolace signálu, budeme potřebovat pro realizaci konverze vzorkovacího kmitočtu filtr typu dolní propust. Kvůli povaze testovaných signálu a pro potřeby konverze vzorkovacího kmitočtu se budeme zabývat pouze lineárními filtry s konečnou impulsní charakteristikou tzv. FIR (Finite Impulse Response) filtry. V této kapitole bude jen stručně shrnuta teorie FIR filtrů, potřebná k realizaci této práce.

Z teorie zpracování signálů víme, že signál můžeme reprezentovat jako aditivní směs konečného nebo nekonečného počtu harmonických složek. Lineární filtrace pak moduluje tyto jednotlivé složky. Můžeme tak například zesílit žádoucí složky signálu a zeslabit neužitečné části. Abychom mohli provádět lineární filtraci, vycházíme z předpokladu, že je signál aditivní směs užitečného signálu a rušení. Spektra těchto signálů se nesmí ideálně překrývat.

Abychom mohli pozorovat vlastnosti navržených lineárních filtrů, sledujeme jejich odezvu na jednotkový impuls

$$\begin{aligned}\delta(n) &= 1, \text{ pro } n = 0 \\ \delta(n) &= 0, \text{ pro jiná } n\end{aligned}\tag{13}$$

ten má konstantní spektrum

$$\Delta(\omega) = DTFT\{\delta(n)\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(n)e^{-j\omega nT} = 1.\tag{14}$$

DTFT rozumějme Fourierovu transformaci s diskrétním časem. Odezva lineárního filtru na jednotkový impuls je impulsní charakteristika $h(n)$, která popisuje jeho filtrační vlastnosti. Frekvenční charakteristika je potom spektrem impulsní charakteristiky $H(\omega) = DTFT\{h(n)\}$ a zjišťujeme z ní frekvenční vlastnosti filtru. [3]

Dále je třeba zmínit, že k výpočtu odezvy FIR lineárního filtru počítáme jako konvoluci vstupního signálu $x(n)$ a impulsní charakteristiky filtru $h(n)$. Můžeme ji tedy spočítat jako

$$y(n) = \sum_{i=n-(N-1)}^n x(i)h(n-i), \quad (15)$$

pro rekurzivní filtr by pak výpočet odezvy zahrnoval i rekurzivní část

$$y(n) = \sum_{i=0}^m b(i)x(n-i) + \sum_{i=1}^q a(i)y(n-i). \quad (16)$$

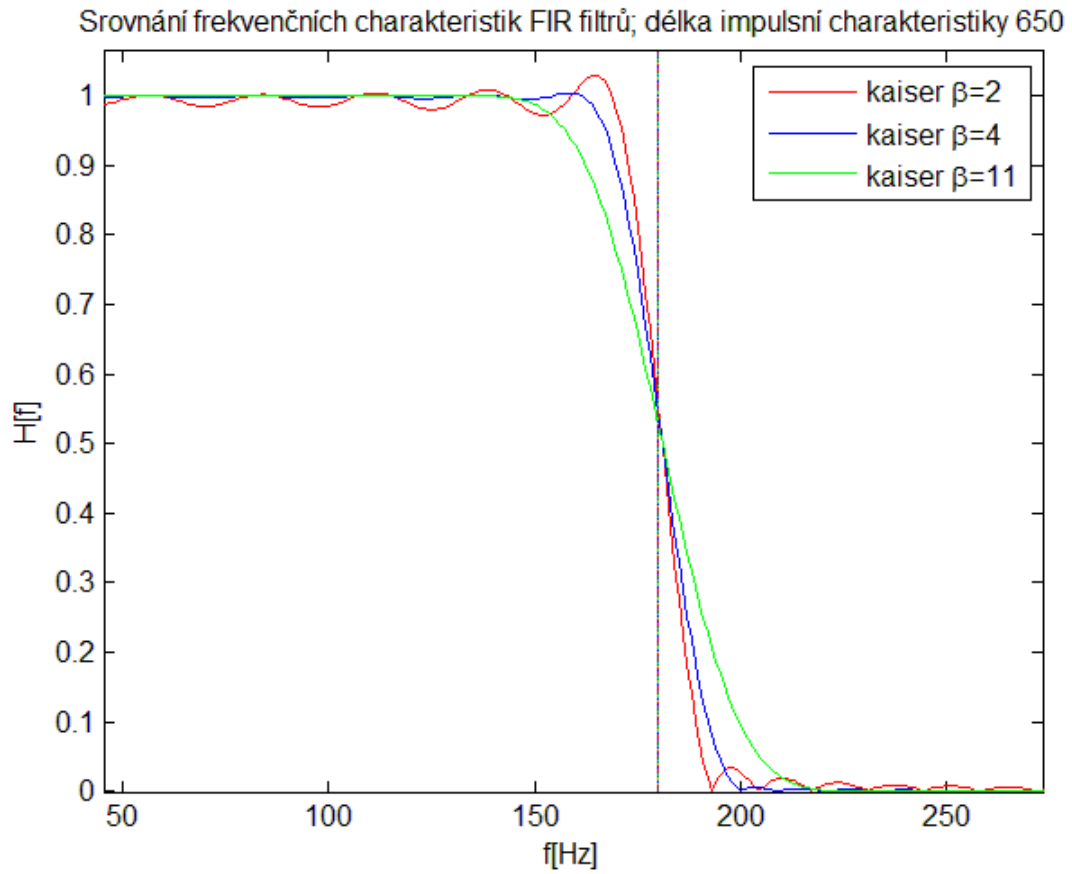
Tento vztah je důležitý pro následnou programovou realizaci. Koeficienty a , b je třeba zadávat do funkcí programu Matlab. K výpočtu koeficientu b nám poslouží funkce pro návrh FIR filtrů. Koeficient a je pro nerekurzivní filtr roven 1.

3.2. Výběr filtračních oken

Navržený FIR lineární filtr typu dolní propust musí ideálně beze změny propouštět složky signály s frekvencí menší než je mezní frekvence filtru a naopak nepropustit složky s vyšší než mezní frekvencí. Avšak nelze dosáhnout ideální pravoúhlé skokové změny v propustnosti filtru. Pro váhování jsou zde použita filtrační okna [5].

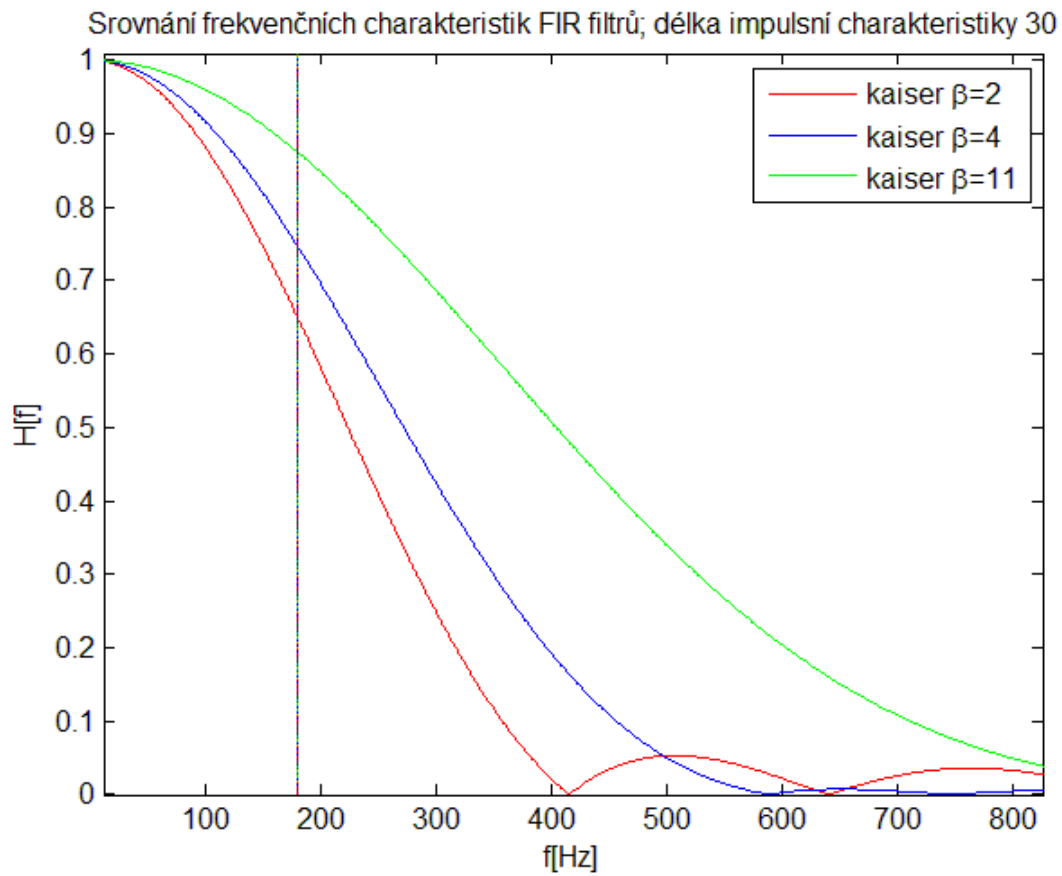
Délka impulsní charakteristiky nám potom ovlivňuje strmost „přechodové“ hrany filtru. Avšak filtr nám zavádí do signálu zpoždění rovné polovině délky impulsní charakteristiky, proto musíme volit optimální kompromis mezi délkou impulsní charakteristiky a strmostí „přechodové“ hrany filtru.

Tato kritéria ovlivnila náš výběr filtračních oken. Programové prostředí Matlab nám umožňuje výběr několika základních filtračních oken. Zvoleno bylo Kaiserovo filtrační okno s parametry $\beta=2$, $\beta=4$, $\beta=11$. Čím vyšší je parametr β , tím menší je zvlnění v propustném a nepropustném pásmu. Je to však na úkor strmosti „přechodové“ hrany filtru. Čím menší je délka impulsní charakteristiky, tím je menší zvlnění v propustném a nepropustném pásmu, ale zároveň menší strmost „přechodové“ hrany filtru. Na Obr. č. 1 můžeme vidět srovnání frekvenčních charakteristiky pro výše uvedená filtrační okna pro největší délku impulsní charakteristiky, využívanou v našich programových realizacích $n=650$, FIR lineárního filtru typu dolní propust s mezní frekvencí 180 Hz. Je zde názorně vidět zvlnění v propustném i nepropustném pásmu a velká strmost „přechodové hrany“. [7]



Obr. č. 1 Srovnání frekvenčních charakteristik, délka impulsní charakteristiky 650

Na Obr. č. 2 vidíme stejné srovnání, ale pro nejmenší námi použitou délku impulsní charakteristiky $n=30$. Zřetelně zde můžeme vidět zvlnění pouze v nepropustném pásmu a malou strmost „přechodové hrany“ filtru.



Obr. č. 2 Srovnání frekvenčních charakteristik, délka impulsní charakteristiky 30

4. Konverze vzorkovacího kmitočtu v časové oblasti

4.1. Konverze vzorkovacího kmitočtu s faktorem D/L pro celočíselná D a L

4.1.1. Přímá konverze

Změnu vzorkovacího kmitočtu z výchozího f_{vz} na $f_{vzn} = Lf_{vz}/D$ pro celočíselné L a D provedeme spojením interpolace (viz. kap. 2.2. Interpolace) a decimace (viz kap. 2.1. Decimace). Nejprve nalezneme nejmenší společný celočíselný násobek f_{vzN} výchozí a výsledné vzorkovací frekvence. Získáme hodnoty interpolačního ($L = f_{vzN}/f_{vz}$) a decimačního faktoru ($D = f_{vzN}/f_{vzn}$). Následně expandujeme signál na vzorkovací frekvenci $f_{vzN} = Lf_{vz}$ a signál pak filtrujeme interpolačním filtrem s mezní frekvencí $f_{mi} = f_{vz}/2$. Dále podle postupu pro decimaci signálu filtrujeme signál decimačním filtrem typu dolní propust s mezní frekvencí $f_{md} = f_{vzn}/2$ a podvzorkujeme signál na potřebnou frekvenci $f_{vzn} = Lf_{vz}/D$. [1][3]

Z popsaného postupu je jasné, že provádíme dvě filtrace filtrem typu dolní propust ve dvou krocích po sobě. Lze tedy použít pouze jeden filtr typu dolní propust a to ten, který má menší mezní frekvenci. [1][3]

4.1.2. Postupná konverze

Výše popsaný postup přímé konverze vzorkovacího kmitočtu může být v některých případech poměrně náročný na kvalitu filtru typu dolní propust. Ze vztahů odvozených v kap. 1. (Expanze a podvzorkování diskrétního signálu) je zřejmé, že čím je vyšší frekvence na kterou expandujeme signál, tím menší je poměr šířky propustného a nepropustného pásma filtru. Tedy platí, čím větší je nejmenší společný násobek výchozího a výsledného vzorkovacího kmitočtu, tím se zvyšuje nárok na kvalitu filtru. Především na strmost „přechodové“ hrany frekvenční charakteristiky, zvlnění, šířku propustného a nepropustného pásma.

Abychom snížili nároky na kvalitu filtru, lze místo přímé expanze signálu z výchozího f_{vz} na $f_{vzn} = Lf_{vz}$, provést expanzi postupnou. Ale pouze v případě, že lze

interpolační faktor L rozložit na menší prvočinitele. Je-li například interpolační faktor $L=4=2 \cdot 2$, pak místo přímé expanze signálu přidáním 3 vzorků mezi jednotlivé vzorky, můžeme ve dvou krocích vždy zdvojnásobit počet vzorků a následně filtrovat signál.

Expanzi a filtrování signálu provádíme po krocích. Mezní frekvence filtrů je v případě konverze vzorkovacího kmitočtu z nižšího na vyšší vzorkovací kmitočet vždy rovna polovině vzorkovacího kmitočtu, ze kterého aktuálně provádíme konverzi. Již po první filtraci zde zabráníme aliasingu. V případě konverze z vyššího na nižší vzorkovací kmitočet stejný postup aplikovat nemůžeme. Signál bychom nefiltrovali filtrem typu dolní propust, který má mezní kmitočet roven polovině menšího z kmitočtů výchozí a výsledné vzorkovací frekvence (viz. kap. 4.1.1. Přímá konverze). Proto je třeba u prvního filtru typu dolní propust nastavit mezní vzorkovací kmitočet na polovinu výsledného vzorkovacího kmitočtu. Tím bude zabráněno aliasingu při následném podvzorkování signálu.

Po expanzi signál podvzorkujeme stejným způsobem, jako u přímé konverze.

4.2. Konverze vzorkovacího kmitočtu s faktorem D/L pro libovolná D a L

V některých případech nelze použít předchozí metodu s celočíselnými hodnotami D a L . Například je-li nejmenší společný násobek výchozí a výsledné vzorkovací frekvence příliš velký a byl by tím neúměrně zatížen procesor počítače. Nebo v případech kdy faktor D/L není racionální číslo. Proto byla vyvinuta metoda, která při změně vzorkovacího kmitočtu z výchozího f_{vz} na $f_{vzn} = r \cdot f_{vz}$ může použít libovolný faktor konverze r .

Vyjádříme si faktor konverze rovnicí [4]

$$\frac{1}{r} = \frac{k}{L} + \beta, \quad (17)$$

kde L a k jsou kladná celá čísla a L je interpolační faktor. Číslo β leží v rozsahu $0 < \beta < 1/L$. Faktor konverze lze tedy vyjádřit jako

$$\frac{k}{L} < \frac{1}{r} < \frac{k+1}{L}. \quad (18)$$

Následně do rovnice (18) dosadíme faktor konverze r , získaný z podílů výsledné a výchozí frekvence. Za interpolační faktor L si zvolíme vhodné celočíselné

číslo. Číslo k pak musí být celočíselné a splňovat rovnici (18). Decimační faktor potom vypočítáme pomocí vztahu

$$D = \frac{L}{r}. \quad (19)$$

Decimační faktor D vychází u volby libovolného faktoru konverze, jako reálné kladné číslo [4].

Při samotné konverzi vzorkovacího kmitočtu se potom využívá následující postup. Nejprve expandujeme signál a filtrujeme signál stejným způsobem, jako je popsán v předchozí kapitole (4.1. Konverze vzorkovacího kmitočtu pro D/L (celočíslená D a L)). Stejný postup ale nelze aplikovat při decimaci signálu, jelikož decimační faktor D zpravidla není celé číslo. Při výběru každého D -tého vzorku se tedy dostaneme mezi dva vzorky signálu. Při určení hodnoty tohoto vzorku je třeba aproximovat průběh signálu mezi těmito dvěma vzorky. V tomto případě lze použít aproximace 0., 1. a vyšších řádu.

Aproximaci 0. řádu provedeme výběrem nejbližšího vzorku.

Aproximaci 1. řádu provedeme lineární spojnicí dvou bodů. Následně vypočteme funkční hodnotu nového vzorku.

Lepší přesnosti by bylo možné dosáhnout interpolací sousedních bodů křivkou vyššího řádu. S rostoucím řádem aproximace a přesností metody se však také zvyšují nároky na výpočetní techniku.

5. Konverze vzorkovacího kmitočtu ve frekvenční oblasti

Chceme-li dosáhnout stejné konverze ve frekvenční oblasti, vycházíme ze vztahů (3), (10) a (12) odvozených pro spektrum signálu v kap. 1. Expanze a podvzorkování diskrétního signálu. V prvním kroku aplikujeme Fourierovu transformaci na daný signál a získáme spektrum tohoto signálu. Jelikož se zajímavé frekvenční složky v našem signálu vyskytují do mezní frekvence potřebné dolní propusti, můžeme při decimaci signálu vyjmout ve frekvenční oblasti prostřední část signálu, souměrnou podle středu [8]. Šířka vyjmuté frekvenční oblasti se rovná rozdílu vstupní a výstupní vzorkovací frekvence. Pro zvýšení vzorkovací frekvence zvolíme postup opačný. Spektrum signálu naopak rozšíříme přidáním nulových spektrálních čar do jeho středu.

Jelikož přidáváním resp. odebráním spektrálních čar „ředíme“ resp. „zahušťujeme“ spektrum signálu, je třeba signál vynásobit příslušným „konverzním“ faktorem. Při naší realizaci pro celočíselná D a L je to potom podíl L/D . Z toho plyne, že při konverzi vzorkovací frekvence z vyšší na nižší budeme muset signál zeslabit a při opačné konverzi se musí signál zesílit.

Tato metoda je z hlediska zavedeného zkreslení signálu ideální, protože při úpravě ve spektrální oblasti pomocí nulování spektrálních čar nedochází k žádnému parazitnímu zkreslení. Filtrace v této oblasti má pravoúhlý skokový přenos na mezní frekvenci. Nevýhodou této metody ale je, že potřebuje k bezchybné činnosti celý signál. Může tedy zpracovávat signál pouze off-line. [5]

6. Realizace pro celočíselná D a L v prostředí Matlab

6.1. Přímá konverze

Při realizaci změny vzorkovacího kmitočtu z 500 Hz na 360 Hz v prostředí Matlab verze 7.9.0 s faktorem D/L (pro celočíselná D a L) postupujeme podle teoretického postupu popsaného výše (v kap. 4.1.1. Přímá konverze).

Nejprve nalezneme nejmenší společný násobek N vstupního 500 Hz a výstupního kmitočtu 360 Hz rozkladem na prvočinitele:

$$500 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5,$$

$$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$$

Nejmenší společný násobek je tedy:

$$N = 5 \cdot 5 \cdot 360 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 500 = 9000.$$

Z něj odvodíme hodnotu interpolačního faktoru $L=18$ a decimačního faktoru $D=25$.

6.1.1. Z 500 Hz na 360 Hz

V prvním případě realizujeme konverzi vzorkovacího kmitočtu s celočíselným faktorem přímo z 500 Hz na 9000 Hz a následně přímo z 9000 Hz na 360 Hz.

V programu *Konverze1* (zdrojový kód viz. Elektronické přílohy) v prostředí Matlab verze 7.9.0 nejprve načteme zkušební EKG signál z databáze a vybereme záznam z jednoho svodu EKG.

V první části programu provedeme konverzi vzorkovacího kmitočtu v časové oblasti. Vložíme $L-1=17$ nulových vzorků mezi stávající vzorky signálu.

Abychom signál úspěšně interpolovali a následně decimovali bez aliasingu, je třeba filtrovat signál filtrem typu dolní propust. Jako mezní frekvence je zvolena polovina výsledné vzorkovací frekvence, tedy mezní frekvence decimačního filtru 180 Hz. Tato frekvence je menší než potřebná mezní frekvence u interpolačního filtru 250 Hz. Vycházíme ze vztahů odvozených v kap. 4.1.1 Přímá konverze. V naší realizaci je využita funkce *filter* z nabídky knihovny programu Matlab verze 7.9.0. Zde je nejprve třeba zadat koeficienty navrženého filtru. Ty jsou navrženy pomocí funkce

fir1, která vytvoří koeficienty FIR lineárního filtru typu dolní propust s mezní frekvencí 180 Hz. Rozumná délka impulsní charakteristiky a typ filtračního okna byla testována pro více signálů viz. kap. 8. Dosažené výsledky.

Jelikož jsme provedli expanzi signálu s následnou interpolací dojde k zeslabení signálu viz. kap. 2.2. Interpolace. Je tedy třeba nyní signál vynásobit interpolačním faktorem $L=18$.

Dále podvzorkujeme interpolovaný signál vybráním každého D -tého = 25. vzorku. Tím získáme výsledný signál se vzorkovací frekvencí 360 Hz.

V druhé části programu provedeme konverzi vzorkovacího kmitočtu ideálním způsobem ve spektrální oblasti nulováním spektrálních čar (viz. kap. 5. Konverze vzorkovacího kmitočtu ve spektrální oblasti).

V programové realizaci jsme vytvořili pomocnou funkci *Decimace_SC* (zdrojový kód viz. Elektronické přílohy). V ní jsme původní signál převedli z časové do frekvenční oblasti Fourierovou transformací pomocí funkce *fft*.

V další fázi jsme vyjmuli prostřední část spektra o šířce S :

$$S = \frac{n}{500} \cdot 500 - \frac{n}{500} \cdot 360,$$

kde n je počet vzorků signálu. Pro signály z databáze je $n=5000$ vzorků. Tedy šířka vyjmutého pásma je $S=1400$ vzorků. Z původního spektra tedy vyjmem 700 vzorků nad i pod prostřední hodnotou 2500. Jelikož je počet vzorků sudý, je třeba novou prostřední hodnotu 1800 vypočítat zprůměrováním krajních bodů 1800 a 3200.

Poté provedeme inverzní Fourierovu transformaci funkcí *ifft* a vybereme z výsledku jenom reálnou část funkcí *real*.

Jelikož jsme nyní podvzorkováním zesílili spektrální čary signálu, je třeba signál vynásobit konverzním faktorem $L/D=18/25=0,72$, aby zůstala zachována jeho dynamika.

Následuje vykreslení výsledných signálů po konverzi vzorkovacího kmitočtu. Při něm je třeba myslet na zpoždění signálu způsobené decimačním filtrem (viz. kap. 3. FIR lineární filtry typu dolní propust). Signál získaný v časové oblasti je zpožděn o polovinu délky impulsní charakteristiky a náběh filtru se projevuje až do celé délky impulsní charakteristiky – n . Ze signálu jsme tedy odečetli prvních n vzorků impulsní charakteristiky.

6.1.2. Z 360 Hz na 500 Hz

Realizace změny vzorkovacího kmitočtu z 360 Hz na 500 Hz v prostředí Matlab verze 7.9.0 s faktorem D/L (pro celočíselná D a L) je obdobná jako výše popsáný postup v kap. 6.1.1. Z 500 Hz na 360 Hz. Proto se zaměříme pouze na bloky programu, které jsou rozdílné.

Program *Konverze2* (zdrojový kód viz. Elektronické přílohy) se liší od programu *Konverze1* v těchto bodech.

Zprvce bylo třeba vyřešit problém se získáním originálního signálu s vzorkovací frekvencí 360 Hz. Poskytnutá testovací databáze CSE EKG signálů obsahuje pouze signály s vzorkovací frekvencí 500 Hz. Proto jsme převedli původní signál na vzorkovací frekvenci 360 Hz. To jsme provedli v programu pomocnou funkcí *Decimace_SC*. Ta provádí konverzi ideálním způsobem ve spektrální oblasti.

Dále jsme vyměnili hodnoty interpolačního a decimačního faktoru. Tedy na $L=25$ a $D=18$.

Při konverzi vzorkovacího kmitočtu na vyšší frekvenci ve spektrální oblasti dojde k zeslabení signálu. Musíme tedy signál vynásobit konverzním faktorem $L/D=25/18=1,389$, aby zůstala zachována jeho dynamika.

6.2. Postupná konverze

Programová realizace postupné konverze vychází z teorie popsané v kap. 4.1.2. Postupná konverze. Hodnoty interpolačních faktorů rozložíme na prvočinitele, pro $L=18=2.3.3$ a pro $L=25=5.5$.

6.2.1. Z 500 Hz na 360 Hz

Realizace programu *Konverze1_postupna* (zdrojový kód viz. Elektronické přílohy) je obdobná jako u programu *Konverze1*. Liší se pouze v expanzi signálu na 9000 Hz. Proto zde popíšeme pouze tento blok.

Expanze je realizována po krocích. Vycházíme z rozkladu $L=18=2.3.3$. Nejprve vložením 1 nulového vzorku mezi vzorky původního signálu zdvojnásobíme vzorkovací frekvenci z 500 Hz na 1000 Hz. Následně signál filtrujeme filtrem typu dolní propust s mezní frekvencí 180 Hz. Poté pokračujeme vložením 2 nulových vzorků mezi vzorky signálu s vzorkovací frekvencí 1000 Hz a získáme signál

s vzorkovací frekvencí 3000 Hz. Signál filtrujeme filtrem typu dolní propust s mezní frekvencí 500 Hz. V posledním kroku vložíme 2 nulové vzorky mezi vzorky signálu s vzorkovací frekvencí 3000 Hz a získáme tím signál vzorkovací frekvence 9000 Hz. Následně signál filtrujeme filtrem typu dolní propust s mezní frekvencí 1500 Hz.

6.2.2. Z 360 Hz na 500 Hz

Program *Konverze2_postupna* (zdrojový kód viz. Elektronické přílohy) je obdobný jako program *Konverze2*. Liší se pouze v bloku expanze signálu, který dále popíšeme.

Vycházíme z rozkladu $L=25=5 \cdot 5$. V prvním kroku vložíme mezi vzorky signálu s vzorkovací frekvencí 360 Hz 4 nulové vzorky. Tím získáme signál vzorkovací frekvence 1800 Hz. Poté signál filtrujeme filtrem typu dolní propust s mezní frekvencí 180 Hz. V dalším kroku potom vložíme opět 4 nulové vzorky mezi vzorky signálu vzorkovací frekvence 1800 Hz. Tím získáme signál vzorkovací frekvence 9000 Hz. Tento signál filtrujeme filtrem typu dolní propust s mezní frekvencí 900 Hz.

7. Realizace pro libovolná D a L v prostředí Matlab

Při této realizaci budeme vycházet z teoretických základů popsaných v kap. 4.2. Konverze vzorkovacího kmitočtu s faktorem D/L pro libovolná D a L. Jelikož předchozí metody nás nutily k expanzi signálu na vzorkovací frekvenci 9000 Hz, byl tento převod značně náročný na kvalitu filtrů. Tato metoda nám umožňuje si zvolit nižší interpolační faktor. Jelikož se jako přesnější jeví varianta postupné konverze, využijeme pouze ji při realizaci změny vzorkovacího kmitočtu pro libovolná D a L. Proto jsme zvolili interpolační faktor $L=8$, jelikož lze rozložit na $L=8=2.2.2$, což je výhodné pro postupnou konverzi. Decimační faktor potom vypočteme zvlášť pro konverzi z 500 Hz na 360 Hz a z 360 Hz na 500 Hz.

7.1. Z 500 Hz na 360 Hz

Pro výpočet decimačního faktoru dosadíme do rovnice (19) za $L=8$ a za $r=360/500$:

$$D = \frac{8 \cdot 360}{500} = 5,76.$$

Program *Konverze1_libovol* (zdrojový kód viz. Elektronické přílohy) je podobný programu *Konverze1_postupna*. Expanze signálu se pouze liší hodnotami frekvencí, na které expandujeme. Jdeme postupně z 500 Hz na 1000 Hz, 2000 Hz a končíme na 4000 Hz. Při decimaci signálu ale nemáme celočíselný decimační faktor $D=5,76$. Hodnotu požadovaného vzorku je třeba získat lineární interpolací dvou hodnot výchozího signálu, mezi kterými leží. K realizaci jsme využili funkci z knihovny Matlab verze 7.9.0 *interp1*. Tato funkce má defaultně nastavenou lineární interpolaci vloženého vektoru čísel. Ostatní části programu jsou obdobné.

7.2. Z 360 Hz na 500 Hz

Pro výpočet decimálního faktoru opět dosadíme do rovnice (19) za $L=8$ a za $r=500/360$:

$$D = \frac{8.500}{360} \doteq 11,111.$$

Program *Konverze2_libovol* (zdrojový kód viz. Elektronické přílohy) je znovu analogií programu *Konverze2_postupna*. Hodnoty frekvencí, po kterých expandujeme, jsou z 360 Hz na 720 Hz, 1440 Hz a končíme na 2880 Hz. Pro decimaci použijeme stejně jako v programu *Konverze1_libovol* funkci *interp1* s decimacím faktorem $D \doteq 11,111$.

8. Dosažené výsledky

8.1. Metoda k porovnávání úspěšnosti konverze s celočíselným D a L

Abychom mohli dosáhnout cíle naší práce, musela být zvolena správná metoda k určení vhodných vlastností FIR filtru, tedy typu filtračního okna a délky impulsní charakteristiky. Bylo zapotřebí porovnat výsledky dosažené konverzí vzorkovacího kmitočtu ve spektrální oblasti s výsledky dosaženými v časové oblasti. Zde se ale musíme potýkat s problémem správného „slícování“ obou signálů.

Tedy v první řadě úplně vyloučit vliv zpoždění způsobeného filtrem. Jelikož filtrujeme signál se vzorkovací frekvencí 9000 Hz a následně ho podvzorkujeme na 360 Hz resp. 500 Hz, dojde zároveň k „podvzorkování“ zpoždění. To znamená, že bychom museli polovinu délky impulsní charakteristiky vydělit decimálním faktorem $D=25$ resp. $D=18$. Tím by se nám značně zúžily možnosti testování optimální délky impulsní charakteristiky, jelikož bychom museli postupovat po krocích délky 50 resp. 36 vzorků.

V druhé řadě pak musíme vyřešit problém počátečního vzorku, od kterého začínáme signál podvzorkovat v časové oblasti. Můžeme totiž začít od 1. až 18. resp. 25. vzorku. Ve všech případech půjde o korektní realizaci konverze vzorkovacího kmitočtu, ale všechny varianty získaného signálu již nelze porovnávat se všemi variantami signálu získaného konverzí ve spektrální oblasti.

Kvůli výše zmíněným problémům bylo třeba nalézt metodu méně náročnou, ale přitom korektní. Jelikož při podvzorkování signálu již nedochází k úpravě hodnot jeho jednotlivých vzorků, ale pouze vybíráme každý D -tý vzorek, je možné provádět hodnocení úspěšnosti filtrace před zahájením podvzorkování. Tímto způsobem se tedy porovnává signál s vzorkovací frekvencí 9000 Hz získaný v časové oblasti se signálem se stejnou vzorkovací frekvencí, ale získaným konverzí provedenou ve spektrální oblasti.

Abychom toto porovnání mohli korektně provádět, je třeba splnit podmínky, které vychází z teorie popsané v předchozích kapitolách. Pro konverzi v časové oblasti musí být signál již filtrovaný filtrem typu dolní propust, který má mezní frekvenci rovnou polovině menšího z kmitočtů výchozí nebo výsledné vzorkovací

frekvence. U konverze prováděné ve spektrální oblasti je třeba dbát na to, aby signál expandovaný na 9000 Hz obsahoval pouze spektrální složky do 180 Hz.

Tato metoda je tedy přesnější při hodnocení délky impulsní charakteristiky, jelikož můžeme testovat její různé délky po menších krocích. Navíc neřešíme začátek podvzorkování signálu. Jediné omezení pro volbu kroků impulsní charakteristiky je požadavek sudých hodnot. Jelikož potřebujeme vyrovnávat zpoždění způsobené filtrací odečtením $n/2$ hodnot od začátku signálu, je nutné, abychom pracovali se sudými čísly. Jinak by došlo k mírným posunutím obou signálů vlivem zaokrouhlování a nezískali bychom korektní výsledky

U postupné filtrace je třeba dopočítat, jaké bude zpoždění signálu pro 9000 Hz. Jelikož provádíme několik filtrací po sobě pro signály různé vzorkovací frekvence, nebude zpoždění signálu $n/2$, ale odpovídající násobek tohoto čísla. Násobek z vypočteme tímto postupem. Uvažujme interpolační faktor $L=a.b.c$. Zpoždění po první kroku bude $z=1$ tedy $z_p=z.n/2$. První prvočinitel a tedy nemá na výsledné zpoždění vliv. Zpoždění v druhém kroku vypočteme jako $z=z.b+1$, jelikož zpoždění se s expanzí signálů úměrně zvyšuje. Ve třetím kroku potom vypočteme zpoždění jako $z=z.c+1$. Výsledné zpoždění je tedy $z_p=z.n/2$. Zpoždění u konverze vzorkovacího kmitočtu z 500 Hz na 360 Hz pro $L=2.3.3$ je tedy následující $z=(1.3+1).3+1=13$ to je $z_p=13.n/2$. Pro konverzi u 360 Hz na 500 Hz pro $L=5.5$ postupujeme obdobně $z=1.5+1=6$ to je $z_p=6.n/2$.

Jelikož je celý výpočet značně náročný na výkon výpočetní techniky, musely být nejprve provedeny zkušební testy výsledků pro jeden svod jednoho signálu. Následně bylo rozhodnuto provádět testy pro první svod 60 prvních signálů z dostupné databáze CSE signálů EKG.

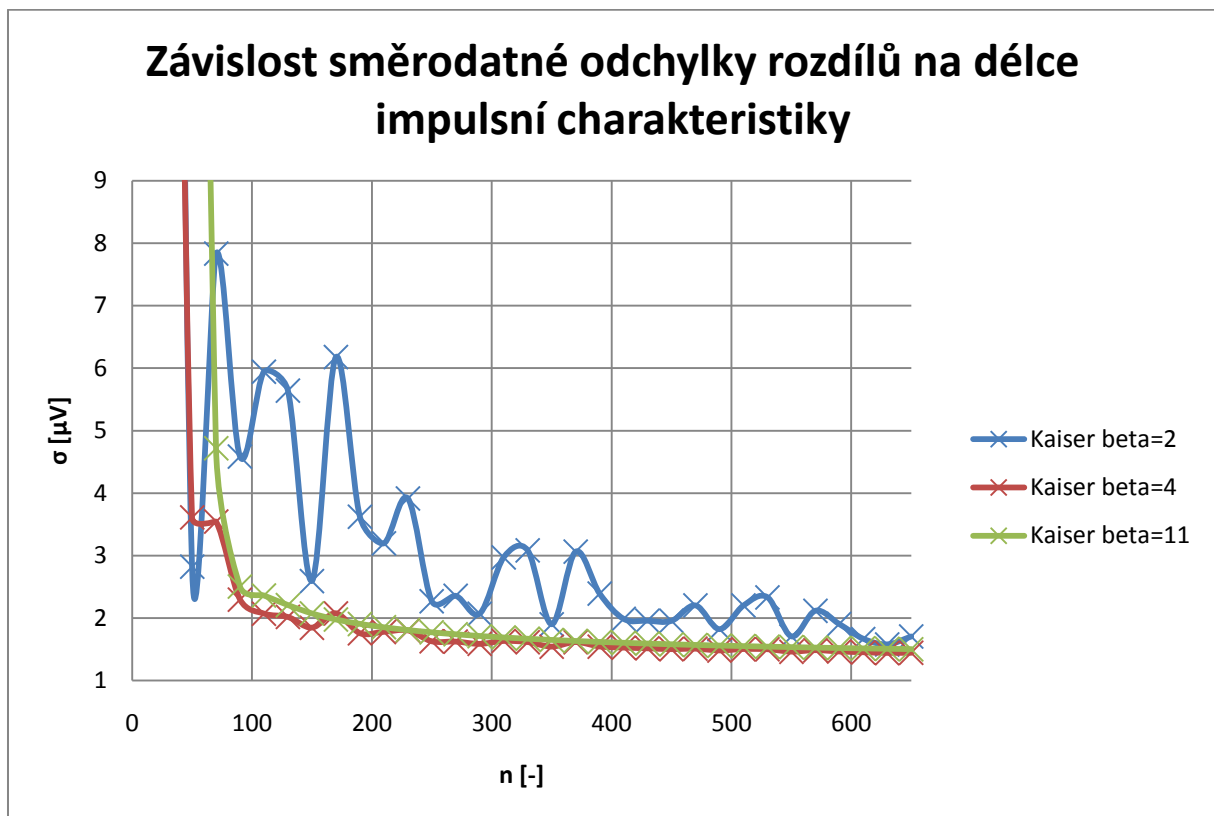
Výsledný signál po konverzi vzorkovacího kmitočtu v časové a frekvenční oblasti byl od sebe odečten a uložen do vektoru rozdílů dat. Tyto rozdílly jsou prezentovány v histogramu rozdílů dat. Dále počítáme další popisné charakteristiky výsledných dat. Jelikož z histogramu vidíme, že se jedná o normální rozložení dat, lze použít k popisu dat směrodatnou odchylku [6]. Jako další popisnou charakteristiku jsme zvolili procentuální počet chyb větších než $10 \mu V$ v absolutní hodnotě.

8.2. Výsledky pro konverzi s celočíselným D a L

Pro výše definovaný počet signálů jsme měnili délku impulsní charakteristiky od 30 do 650 s krokem 20. Zaznamenávali jsme směrodatné odchyly a procentuální počet chyb větších než $10 \mu V$ v absolutní hodnotě. Tato měření jsme postupně provedli pro Kaiserovo okno s faktorem $\beta=2$, $\beta=4$ a $\beta=11$. (pozn. Při postupné konverzi jsme u jednotlivých filtrů nastavovali totožné hodnoty.) Do grafu jsme vynesli závislost směrodatné odchyly na délce impulsní charakteristiky. Tento postup byl postupně aplikován na přímou a postupnou konverzi z 500 Hz na 360 Hz a z 360 Hz na 500 Hz. Naměřené výsledky můžeme najít v *Tabulkách 1, 2, 3 a 4* (viz. Přílohy).

8.2.1. Přímá konverze z 500 Hz na 360 Hz

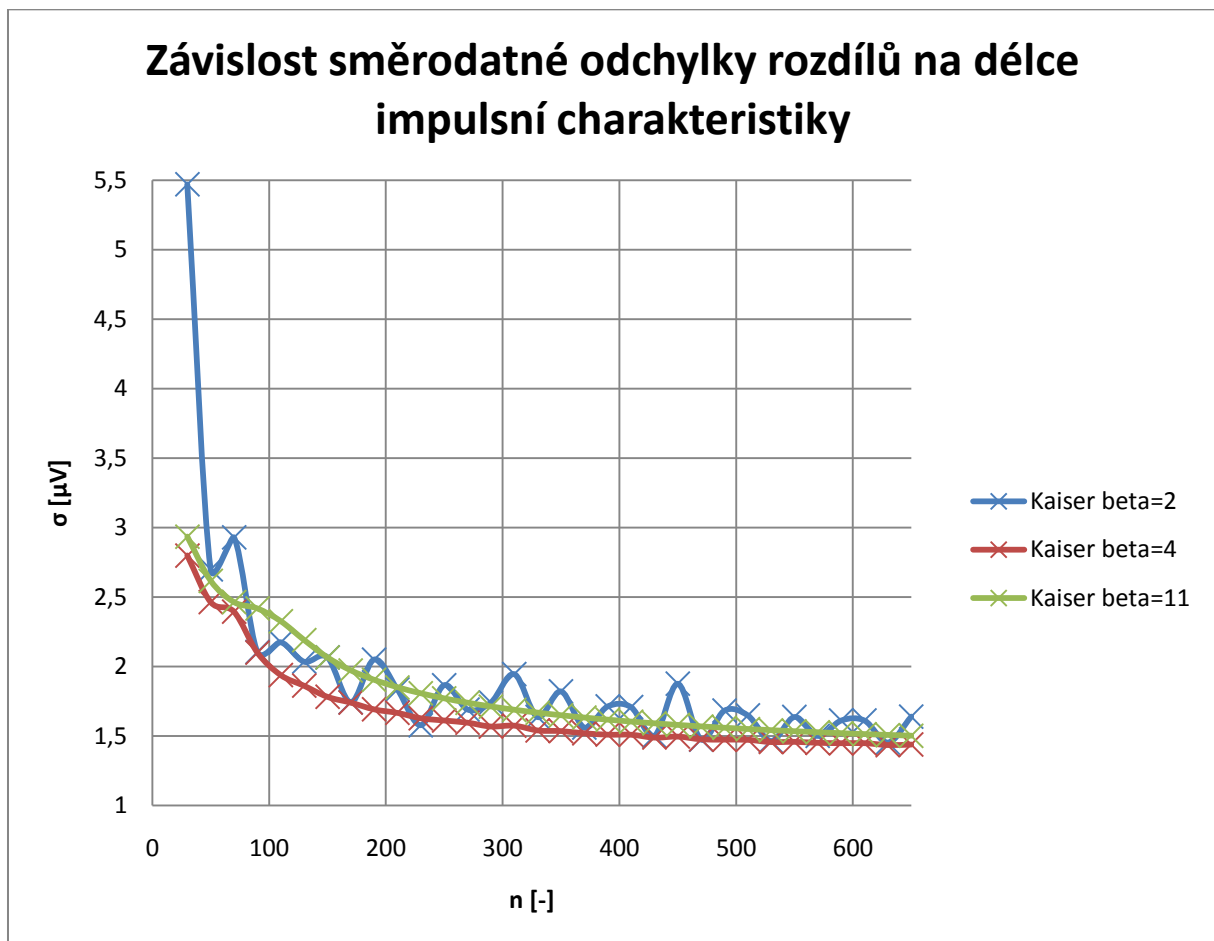
Na Obr. č. 3 si můžeme povšimnout oscilace hodnot směrodatné odchyly při použití faktoru $\beta=2$, která s přibývajícím délkou impulsní charakteristiky slábne a klesá. Hodnoty směrodatné odchyly pro $\beta=4$ a $\beta=11$ jsou pro délky impulsní charakteristiky do $n=90$ vysoké, následně se lámou a pozvolna klesají. Hodnoty směrodatné odchyly pro $\beta=4$ a $\beta=11$ jsou srovnatelné.



Obr. č. 3 Graf závislosti směrodatné odchyly na délce impulsní charakteristiky pro přímou konverzi z 500 Hz na 360 Hz

8.2.2. Postupná konverze z 500 Hz na 360 Hz

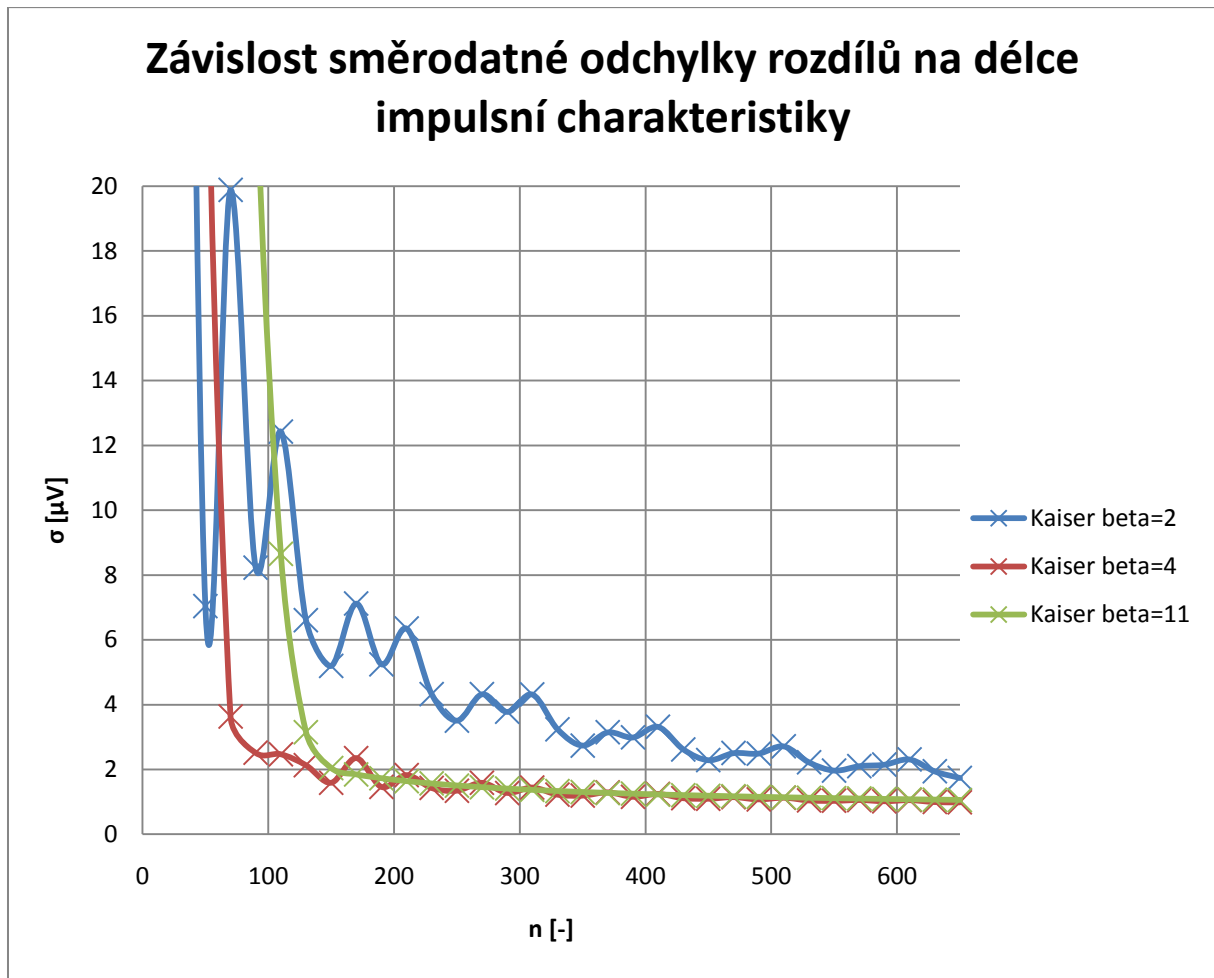
Na Obr. č. 4 si můžeme všimnout několika odlišností od průběhů na předchozím Obr. č. 3. Oscilace směrodatných odchylek pro faktor $\beta=2$ jsou menší. Hodnoty směrodatných odchylek pro malou délku impulsní charakteristiky jsou také menší než v předchozím případě. Průběh je podobný pro faktory $\beta=4$ a $\beta=11$ od délky impulsní charakteristiky $n=90$, jako v předchozím případě.



Obr. č. 4 Graf závislosti směrodatné odchylky rozdílů na délce impulsní charakteristiky pro postupnou konverzi z 500 Hz na 360 Hz

8.2.3. Přímá konverze z 360 Hz na 500 Hz

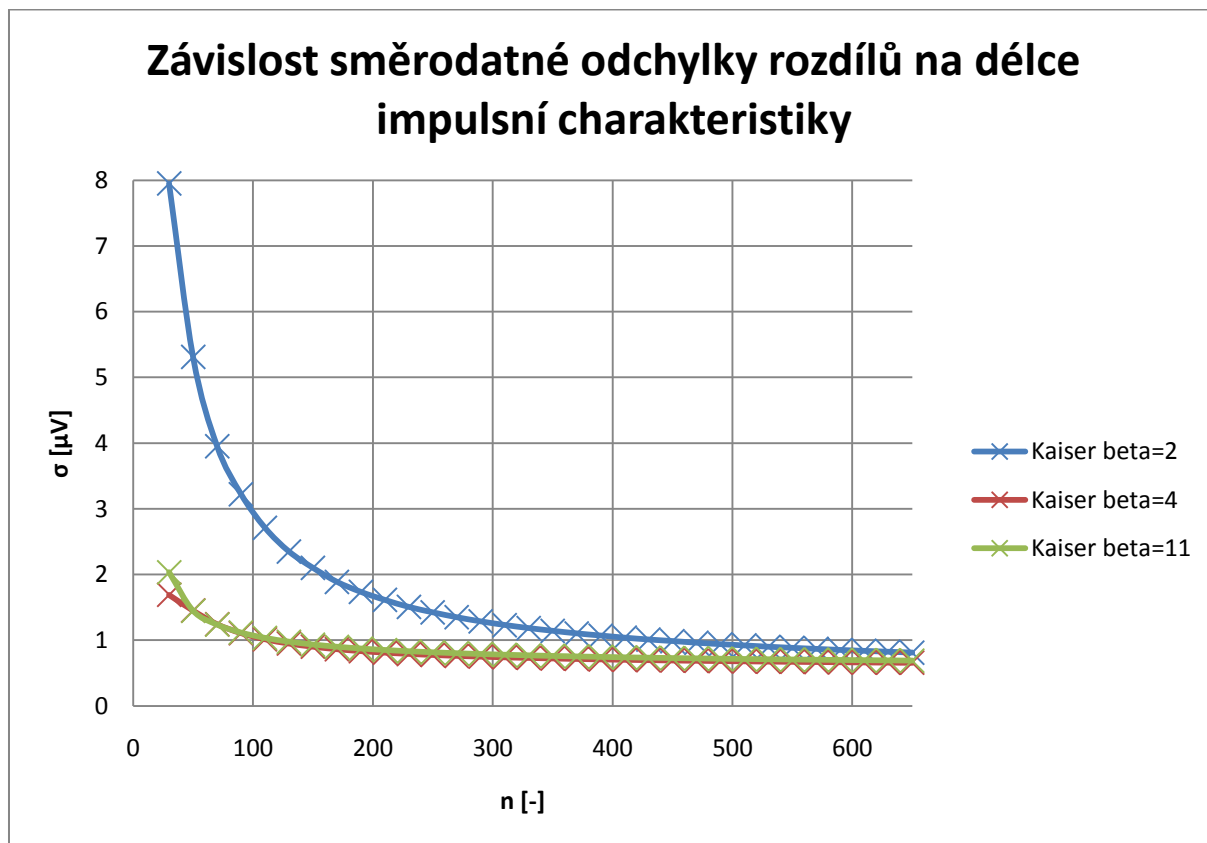
Průběhy grafů na Obr. č. 5 jsou obdobné jako na předchozím Obr. č. 3 a 4. Oscilace pro faktor $\beta=2$ je ale mnohem výraznější. Také si můžeme povšimnout rozdílného místa, kde se začínají lomit průběhy. Pro faktor $\beta=4$ na $n=90$ a pro $\beta=11$ na $n=130$.



Obr. č. 5 Graf závislosti směrodatné odchylky rozdílů na délce impulsní charakteristiky pro přímou konverzi z 360 Hz na 500 Hz

8.2.4. Postupná konverze z 360 Hz na 500 Hz

Na Obr. č. 6 vidíme hladký průběh u všech tří faktorů β . Hodnota směrodatné odchylky klesla pod úroveň $\sigma=1$.

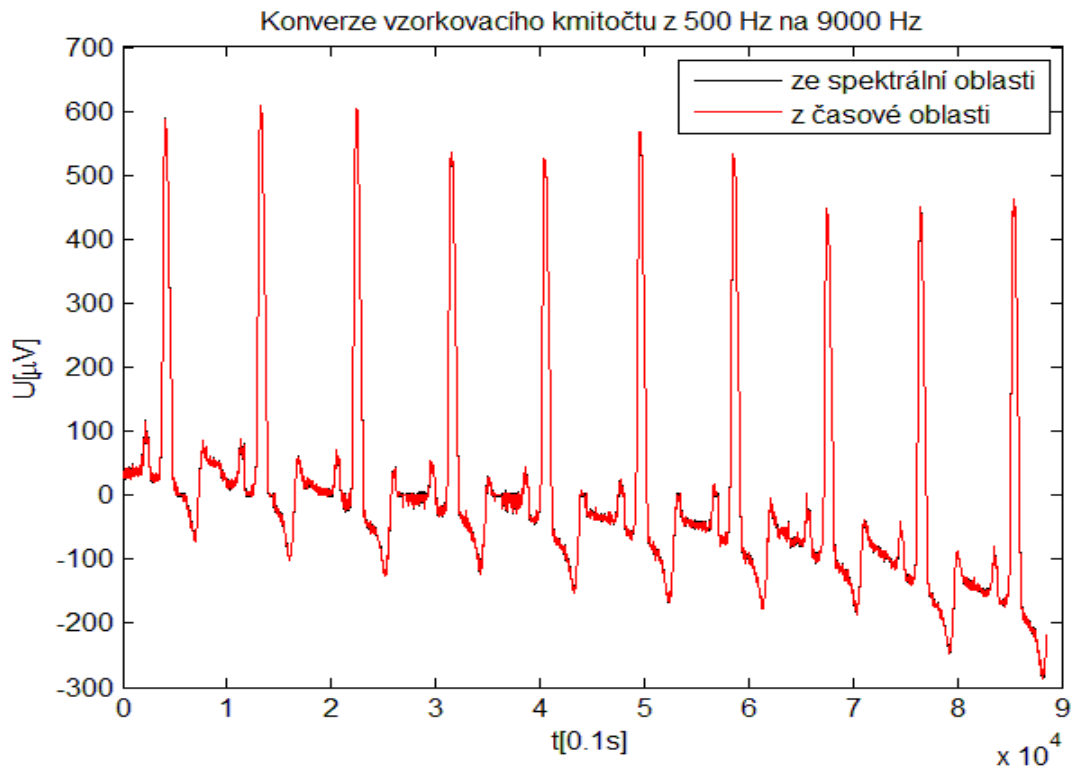


Obr. č. 6 Graf závislosti směrodatné odchylky na délce impulsní charakteristiky pro postupnou konverzi z 360 Hz na 500 Hz

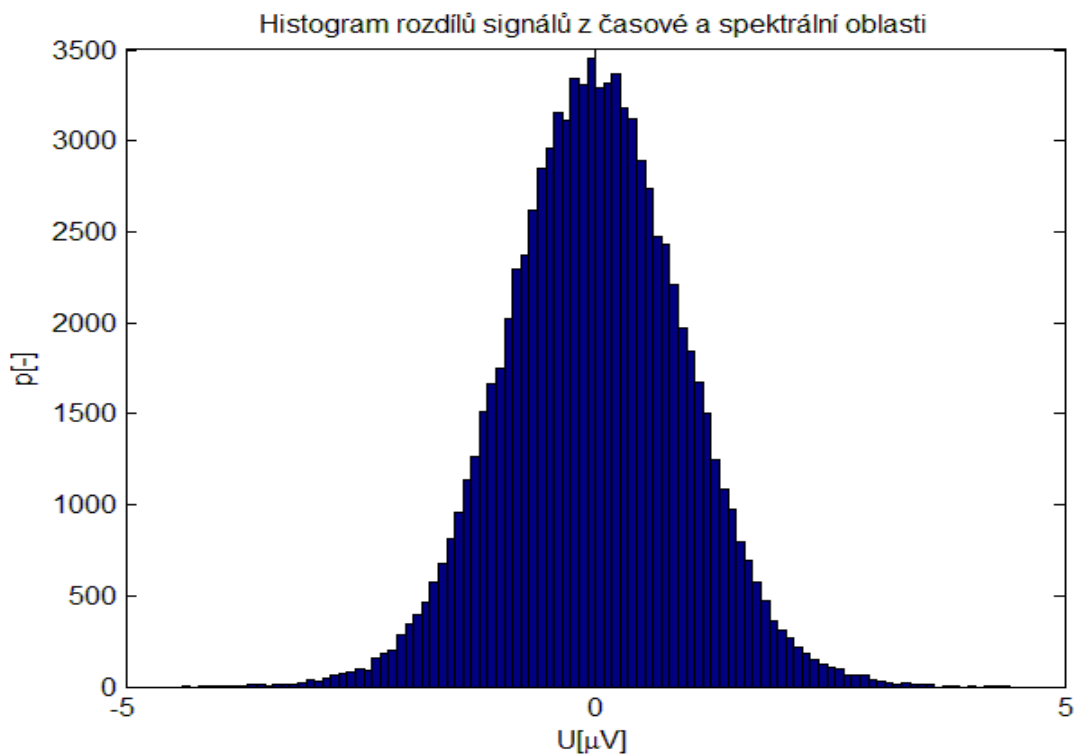
8.2.5. Ukázky výsledků konverze s celočíselným D a L

Jak jsme mohli vidět na předchozích průbězích grafů směrodatných odchylek v závislosti na délce impulsní charakteristiky, od určité délky impulsní charakteristiky se již zmenšuje směrodatná odchylka pouze pozvolně. Zdá se být tedy zbytečné zvyšovat nároky na výpočetní techniku delší impulsní charakteristikou. Také vyšší faktor $\beta=11$ má horší nebo srovnatelné výsledky jako faktor $\beta=4$.

Zkoumáme-li podrobněji průběhy signálů získaných v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a délku impulsní charakteristiky $n=110$, zjistíme, že většina signálů je bez chyb větších než $10 \mu V$ v absolutní hodnotě (viz. Obr. č. 7 a 8).

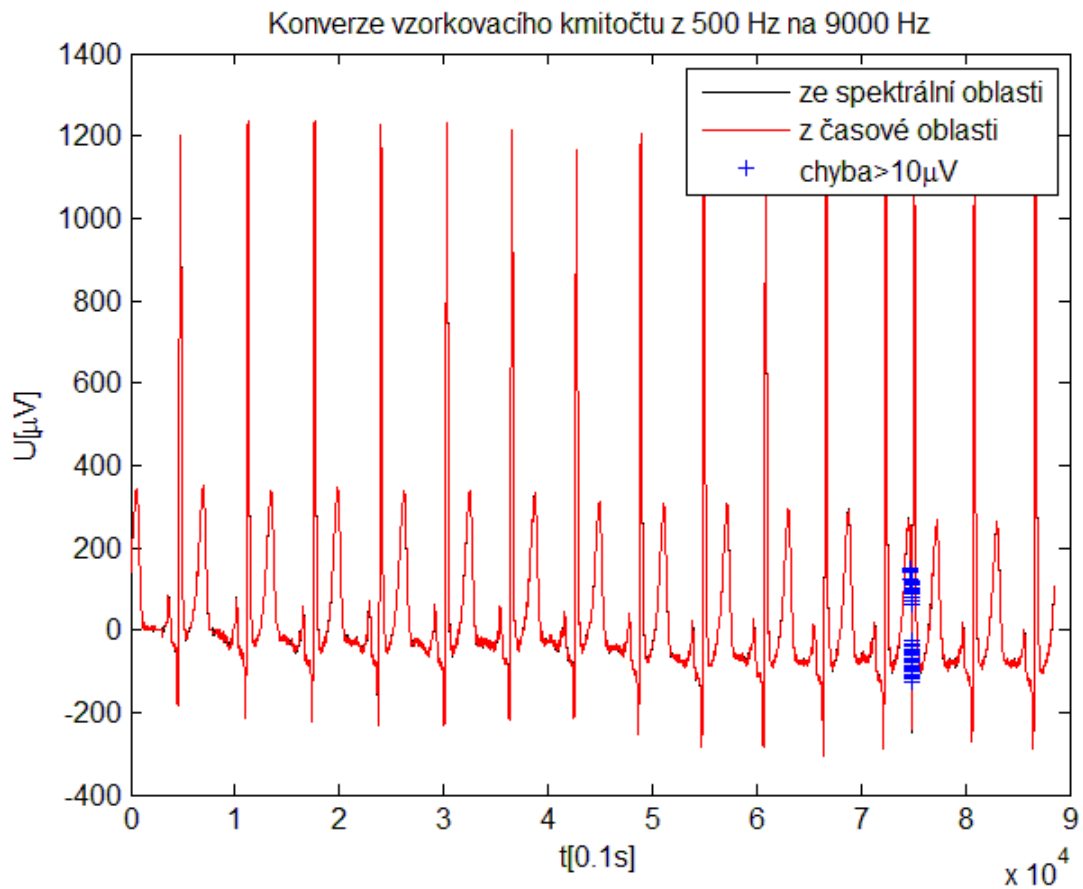


Obr. č. 7 Srovnání signálů získaných postupnou konverzí z 500 Hz na 9000 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=110$; 1. svod signálu číslo 17

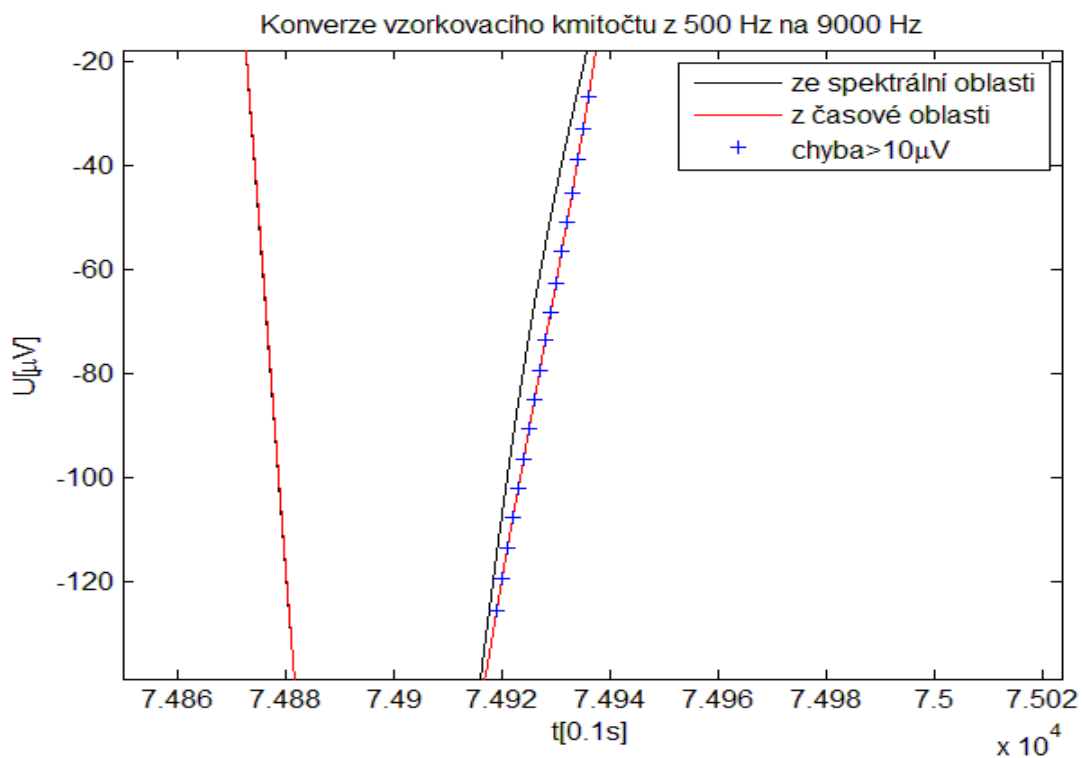


Obr. č. 8 Histogram rozdílů signálů získaných postupnou konverzí z 500 Hz na 9000 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=110$; 1. svod signálu číslo 17

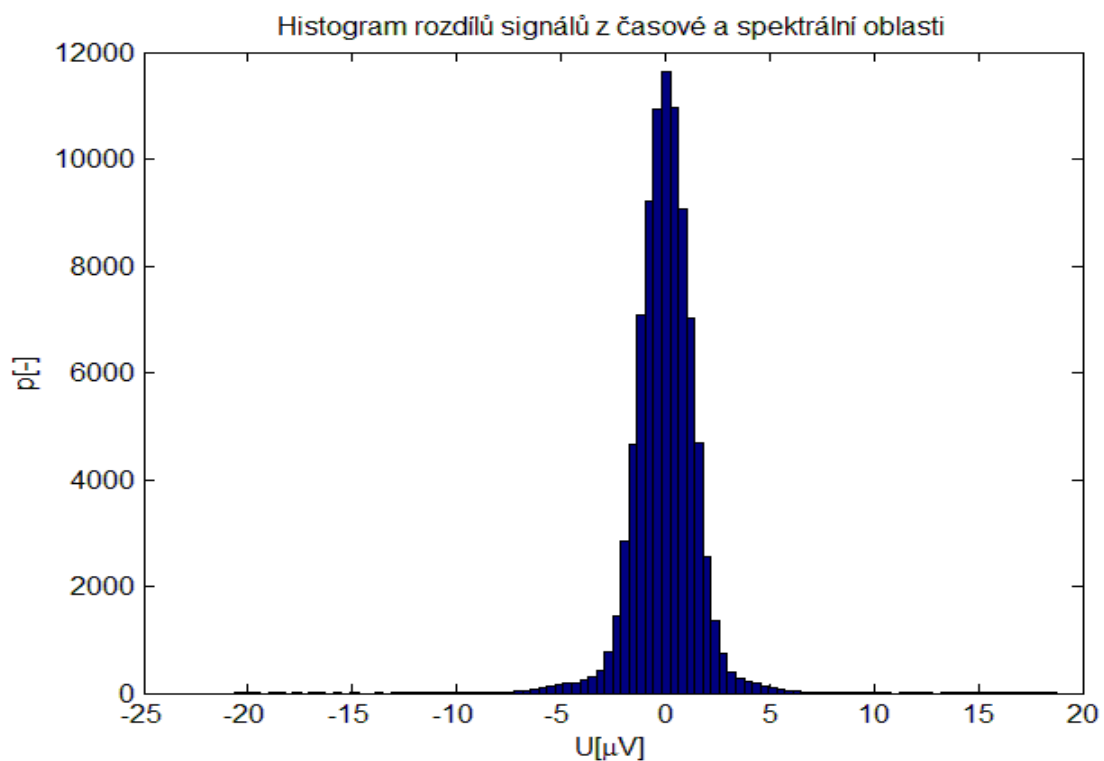
Ojedinele můžeme pozorovat u některých signálů výskyt chyb větších než $10\mu\text{V}$ v absolutní hodnotě. Většinou se jedná o úseky, kde má EKG signál atypický průběh (viz. Obr. č. 9, 10, 11).



Obr. č. 9 Srovnání signálů získaných postupnou konverzí z 500 Hz na 360 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=110$; 1. svod signálu číslo 11; atypický průběh

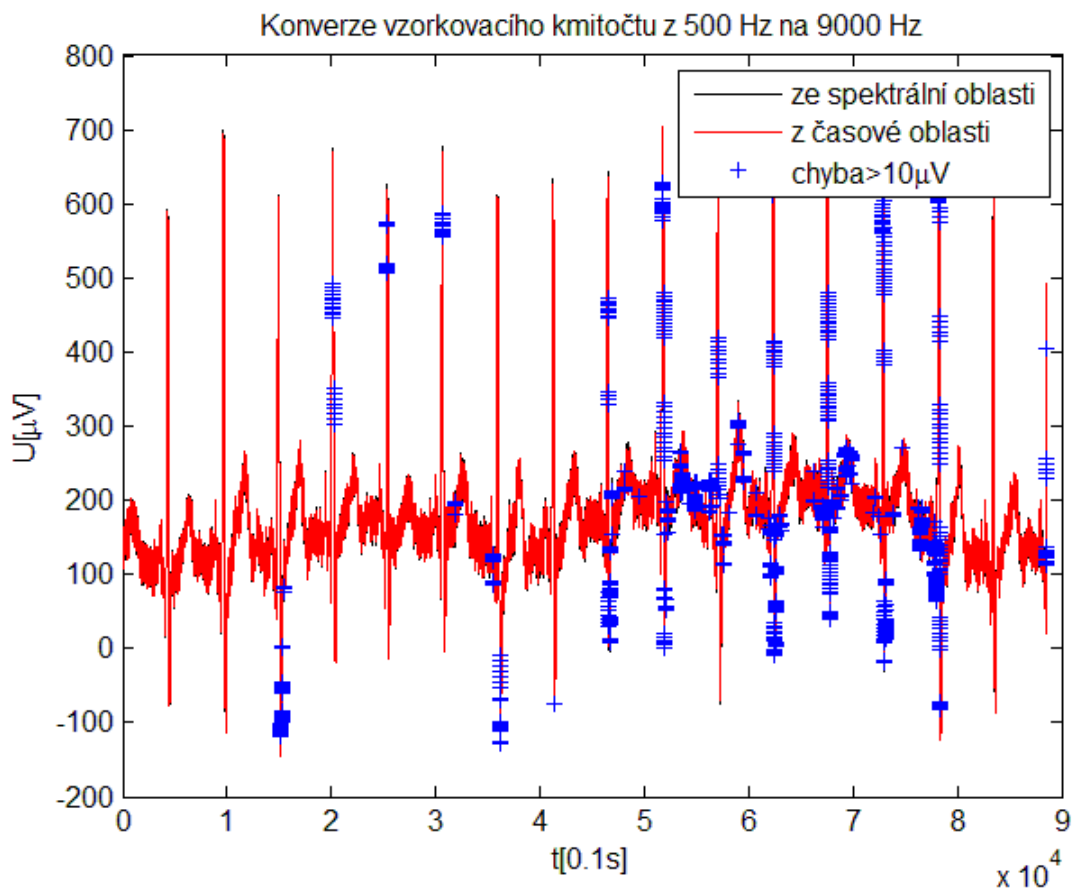


Obr. č. 10 Srovnání signálů získaných postupnou konverzí z 500 Hz na 360 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=110$; 1. svod signálu číslo 11; detail

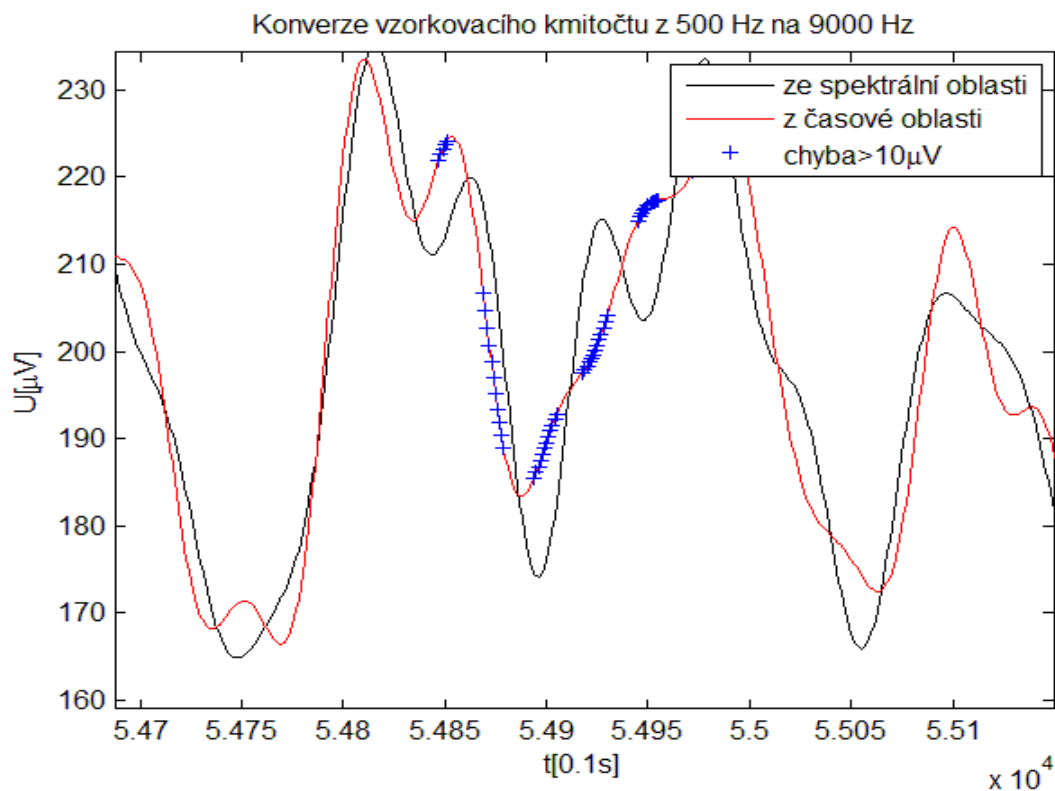


Obr. č. 11 Histogram rozdílů signálů získaných postupnou konverzí z 500 Hz na 360 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=110$; 1. svod signálu číslo 11;

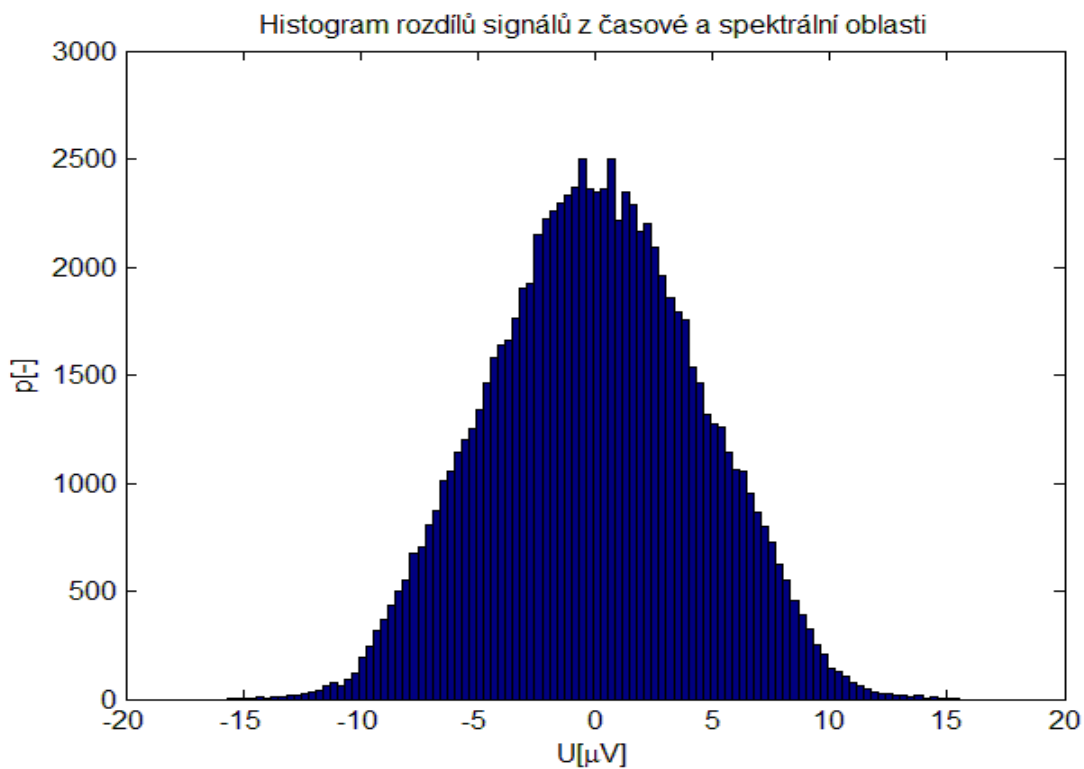
U několika signálů se vyskytl i extrémní počet chyb výrazně převyšující ostatní signály (viz. Obr. č. 12, 13, 14). Šlo o signály s velkou úrovní rušení.



Obr. č. 12 Srovnání signálů získaných postupnou konverzí z 500 Hz na 360 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=110$; 1. svod signálu číslo 3; extrémní chybovost



Obr. č. 13 Srovnání signálů získaných postupnou konverzí z 500 Hz na 360 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=110$; 1. svod signálu číslo 3; detail



Obr. č. 14 Histogram rozdílů signálů získaných postupnou konverzí z 500 Hz na 360 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=110$; 1. svod signálu číslo 3;

8.3. Metoda k porovnávání úspěšnosti konverze s libovolným D a L

V případě porovnání úspěšnosti konverze s libovolným faktorem nelze použít stejnou metodu hodnocení úspěšnosti konverze jako pro předchozí případ konverze s celočíselným D a L. Jelikož interpolace vzorků pro neceločíselný decimální faktor zavádí do výsledného signálu zkreslení, je nutné zjišťovat úspěšnost konverze až pro výsledný kmitočet 500 Hz nebo 360 Hz. Nelze tedy použít metodu, kdy se signály porovnávají již po expanzi signálu na 9000 Hz. Proto musíme vyřešit výše zmíněné komplikace (kap. 8.1. Metoda k porovnávání úspěšnosti konverze s celočíselným D a L) s určením zpoždění ve výsledném signálu a určení souhlasného prvního vzorku signálu.

Využití libovolného faktoru způsobuje problém při „slícování“ prvního vzorku signálu získaného v časové oblasti s prvním vzorkem signálu získaným ve spektrální oblasti. Musíme zajistit, aby signály nebyly vzájemně posunuty a tudíž nedocházelo k chybné klasifikaci úspěšnosti konverze vzorkovacího kmitočtu. Jak bylo popsáno v kap. 8.1. (Metoda k porovnávání úspěšnosti konverze s celočíselným D a L), při decimaci signálu je nutné „podvzorkovat“ i výsledné zpoždění. U této metody to znamená dělit zpoždění decimálním faktorem $D=5,76$ pro konverzi z 500 Hz na 360 Hz a $D=11,111$ pro konverzi z 360 Hz na 500 Hz. Je tedy zřejmé, že po dělení neceločíselným decimálním faktorem nebude výsledné zpoždění ve většině případů celočíselné a tudíž vlivem zaokrouhlování dojde k posunu signálů získaných v časové a frekvenční oblasti. Lze ovšem nalézt délky impulsní charakteristiky, pro které bude výsledné zpoždění celočíselné.

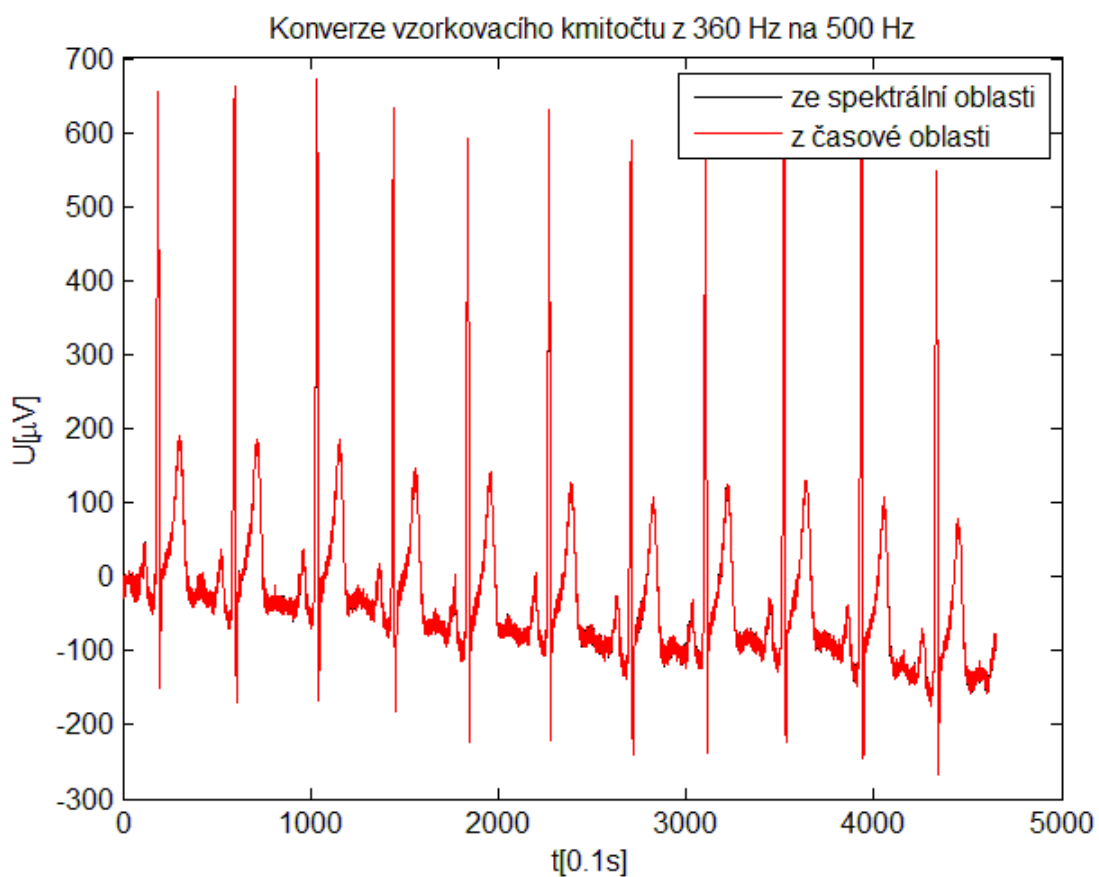
Pro konverzi z 360 Hz na 500 Hz je situace jednodušší, protože námi zvolený decimální faktor $D=144/25=5,76$ je číslo s ukončeným desetinným rozvojem a nemusíme ho tedy zaokrouhlovat. Aplikujeme-li stejný postup pro výpočet zpoždění u postupné konverze jako v kap. 8.1. (Metoda k porovnávání úspěšnosti konverze s celočíselným D a L), vypočteme zpoždění $z=(2.1+1).2+1=7$ tedy $z_p=7.n/2$. Výsledné celočíselné zpoždění bude:

$$z_p = 7 \cdot \frac{n}{2} \cdot \frac{25}{144} = 175 \cdot \frac{n}{288}$$

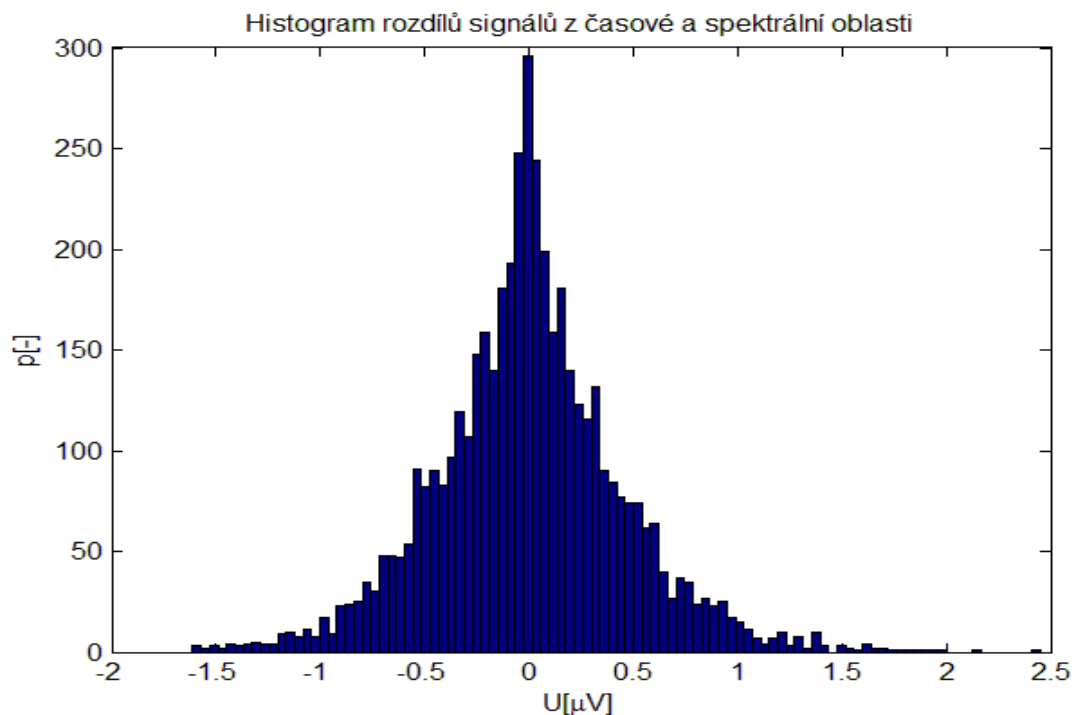
Je jasné, že chceme-li dosáhnout celočíselného zpoždění, musíme volit délku impulsní charakteristiky n jako násobky čísla 288.

Pro konverzi z 500 Hz na 360 Hz je decimální faktor $D=4000/360 = 100/9 \approx 11,111$. Tedy číslo s neukončeným desetinným rozvojem. Museli jsme ho proto zaokrouhlit na „rozumný“ počet desetinných míst. Testováním různého počtu desetinných míst jsme zkoumali, kdy dosáhneme takové přesnosti, že se číselná hodnota zpoždění z_p bude téměř celé číslo. Tedy pro určité délky impulsní charakteristiky nebudou signály vůči sobě téměř posunuty. Zaokrouhlení na tři desetinná čísla jsme vybrali jako kompromis mezi přesností a počtem desetinných míst. Délky impulsní charakteristiky n , pro které je odchylka signálů minimální, nemají pro hodnotu $D \approx 11,111$ pozorovatelnou závislost.

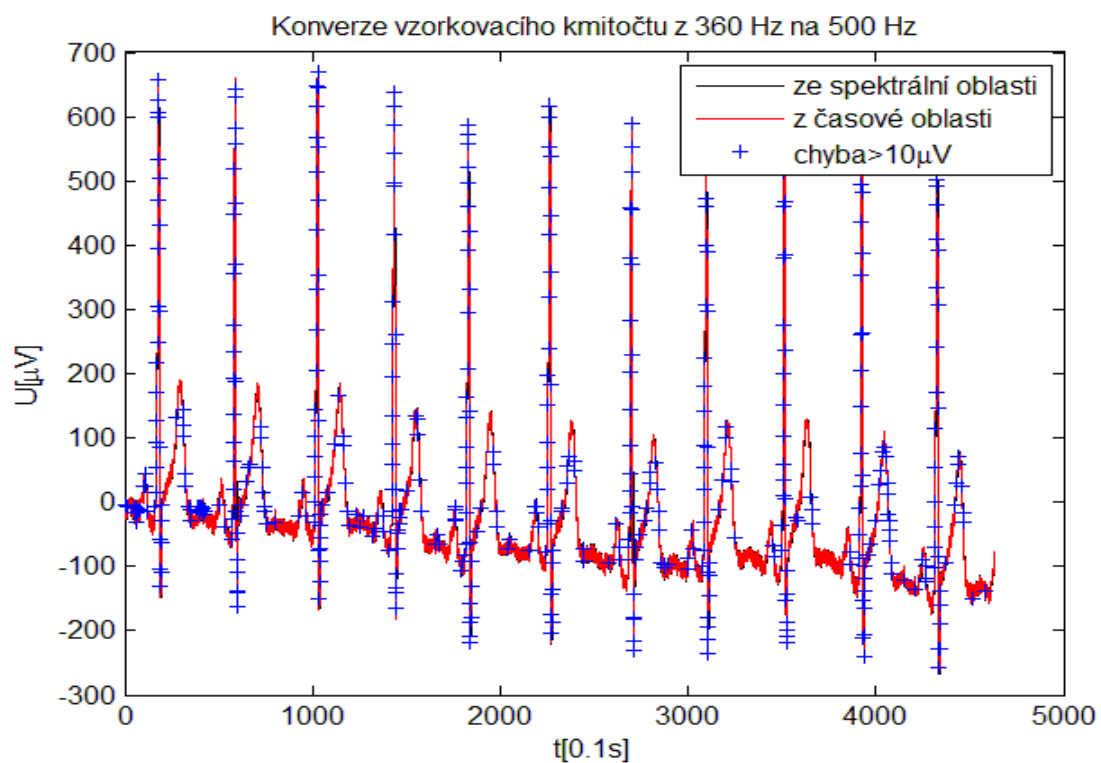
Výše řešený problém můžeme pozorovat na Obr. č. 15, 16, 17, 18 a 19. Můžeme porovnat konverzi z 360 Hz na 500 Hz pro ty samé parametry s délkou impulsní charakteristiky $n=288$ (Obr. č. 15 a 16) a $n=300$ (Obr. č. 17, 18 a 19).



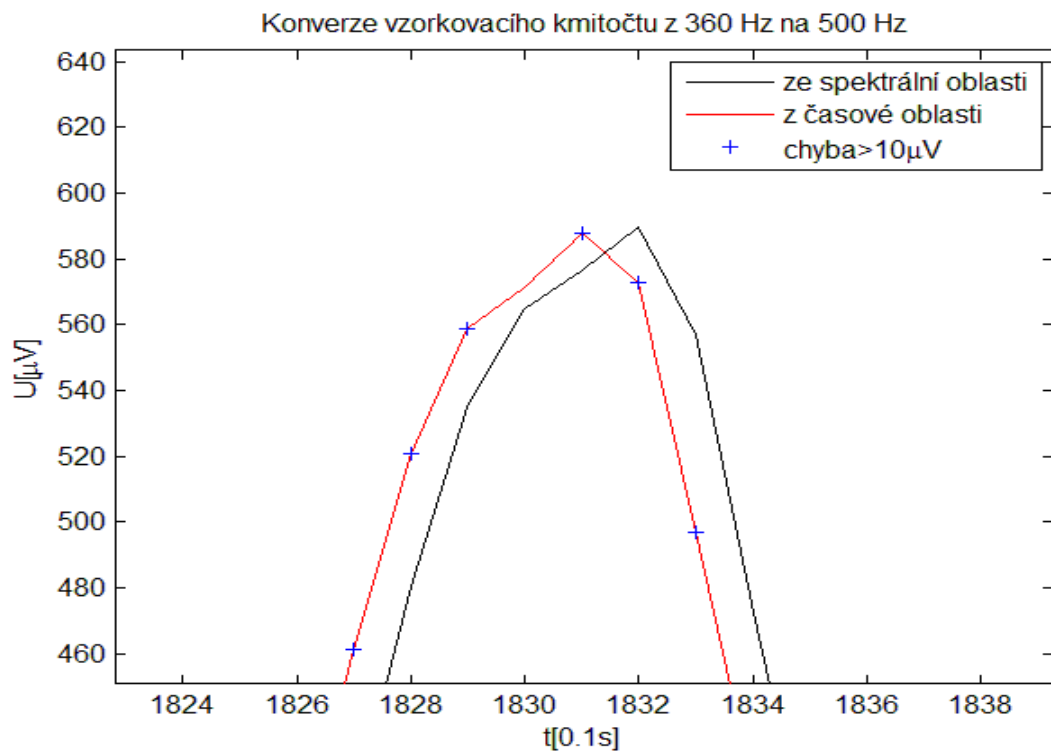
Obr. č. 15 Srovnání signálů získaných postupnou konverzí s libovolným D a L z 360 Hz na 500 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=288$; 1. svod signálu číslo 60



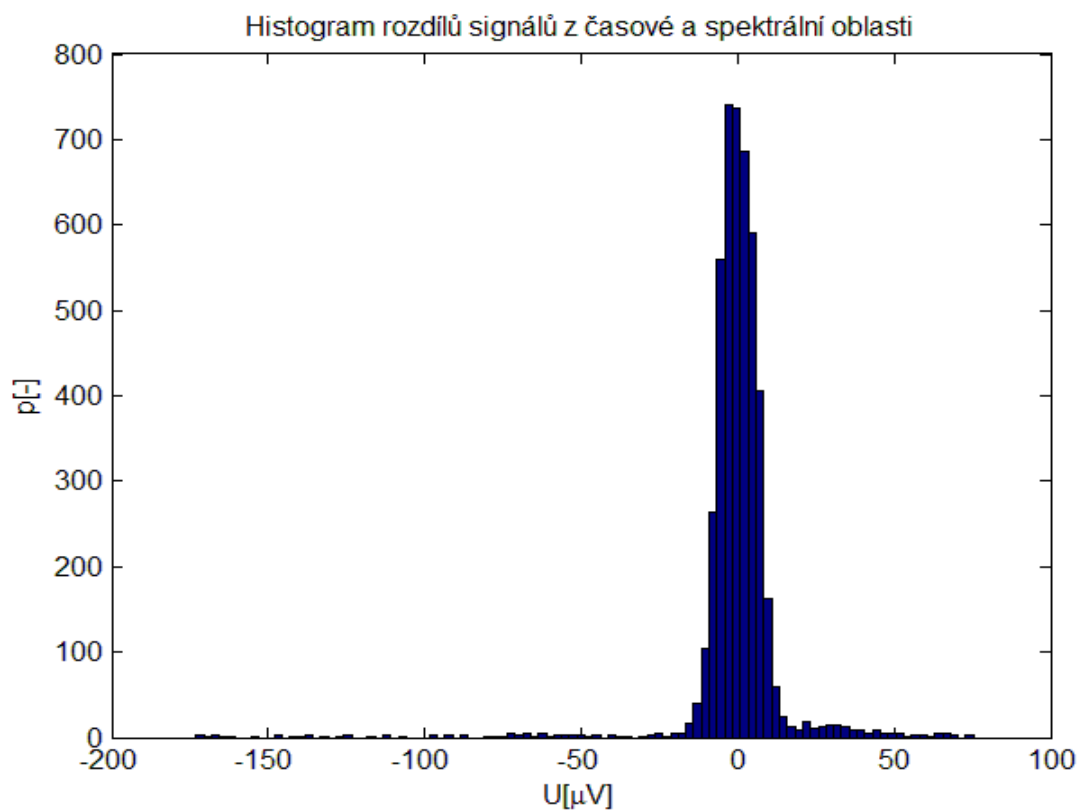
Obr. č. 16 Histogram rozdílů signálů získaných postupnou konverzí s libovolným D a L z 360 Hz na 500 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=288$; 1. svod signálu číslo 60



Obr. č. 17 Srovnání signálů získaných postupnou konverzí s libovolným D a L z 360 Hz na 500 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=300$; 1. svod signálu číslo 60



Obr. č. 18 Srovnání signálů získaných postupnou konverzí s libovolným D a L z 360 Hz na 500 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=300$; 1. svod signálu číslo 60; detail



Obr. č. 19 Histogram rozdílů signálů získaných postupnou konverzí s libovolným D a L z 360 Hz na 500 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=300$; 1. svod signálu číslo 60

8.4. Výsledky pro konverzi s libovolným D a L

Z výše odvozeného plyne, že by byly jen obtížně měřitelné rozdíly pro různé délky impulsní charakteristiky a různé faktory β , protože při konverzi z 360 Hz na 500 Hz bychom museli postupovat pouze po krocích délky $n=288$. V případě konverze z 500 Hz na 360 Hz kroky nejsou jasně definované a dochází zde k dalším chybám vlivem zaokrouhlování. Pomocí této metody tedy můžeme pouze s dostatečnou jistotou konstatovat, že došlo k úspěšné konverzi.

Při porovnávání se můžeme pokusit jen velice hrubě srovnat výsledky konverze získané postupnou konverzí s celočíselným a libovolným D a L. Test byl proveden na stejném počtu signálů a svodech jako při předchozím testování. Byly porovnávány signály po konverzi na výsledný vzorkovací kmitočet (360 Hz nebo 500 Hz).

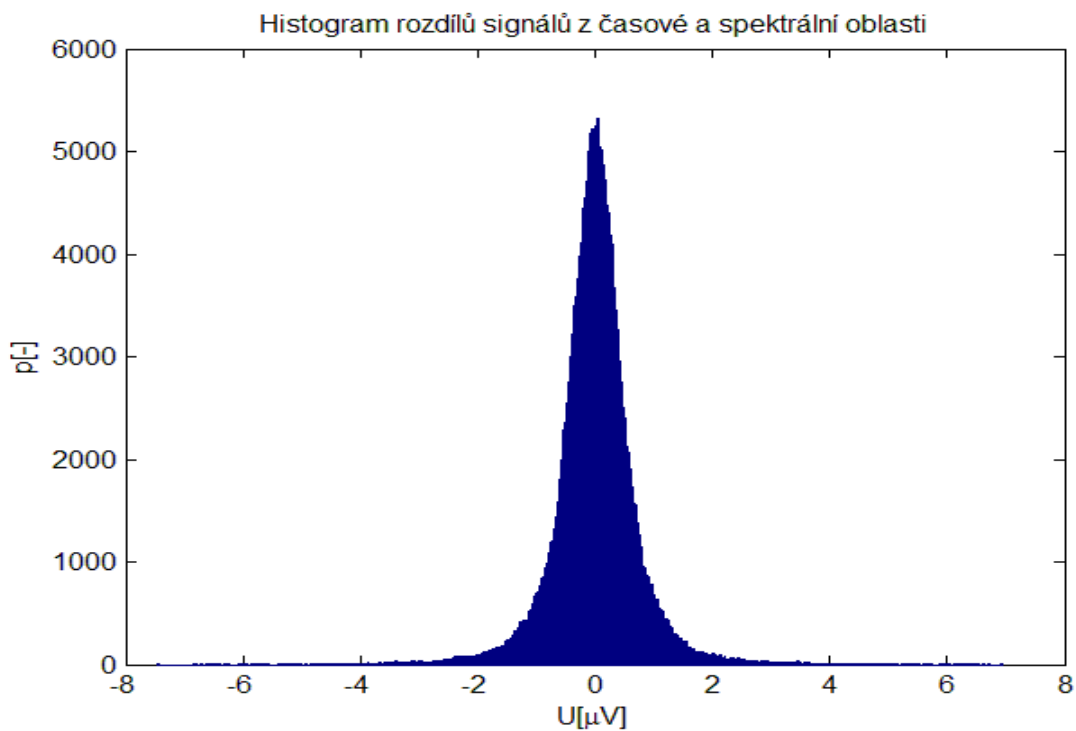
8.4.1. Porovnání postupné konverze s libovolným a celočíselným D a L; z 500 Hz na 360 Hz

Při hledání délky impulsní charakteristiky pro konverzi s libovolným faktorem jsme se snažili najít délku blízkou násobkům čísla 50, protože pro konverzi s celočíselným faktorem můžeme použít jen těchto násobků. Takto byla zvolena délka $n=146$ pro konverzi s libovolným D a L, kde signály vykazovaly minimální posun. Pro konverzi s celočíselným faktorem potom délka $n=150$.

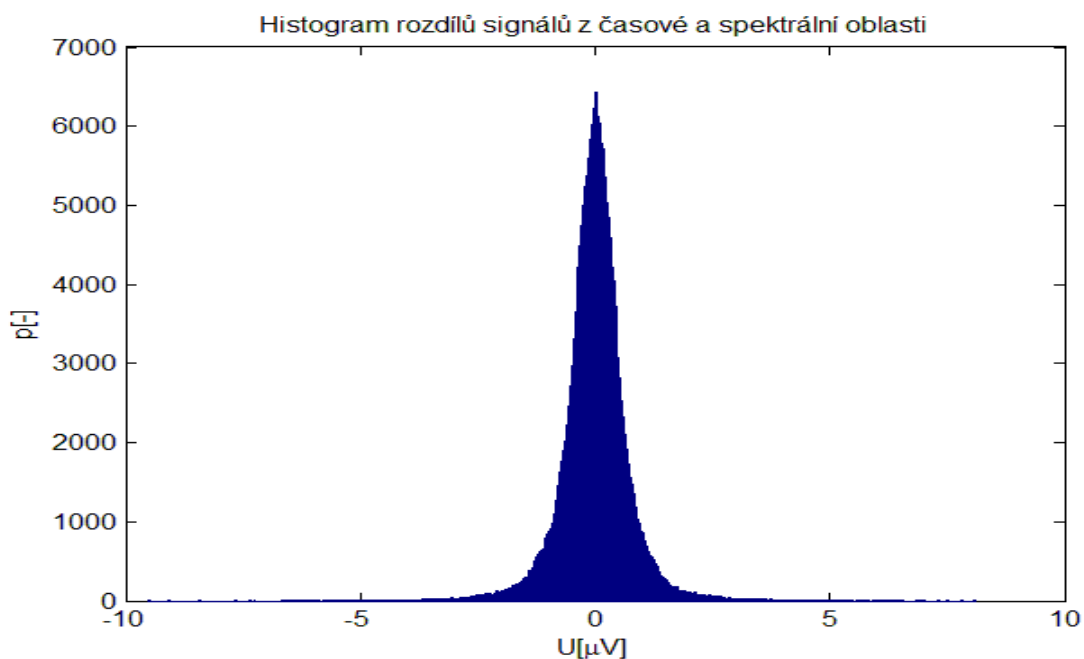
Výsledkem pro konverzi s libovolným D a L je směrodatná odchylka $\sigma=0,7193$ a nulový počet chyb větších než $10 \mu V$ v absolutní hodnotě. Na Obr. č. 20 potom můžeme vidět histogram rozdílů všech signálů.

Výsledkem pro konverzi s celočíselným D a L je směrodatná odchylka $\sigma=0,7312$ a nulový počet chyb větších než $10 \mu V$ v absolutní hodnotě. Na Obr. č. 21 potom můžeme vidět histogram rozdílů všech signálů.

Při porovnání můžeme vidět mírně větší rozsah extrémních chyb u konverze s celočíselným D a L. Ale tvarově jsou srovnatelné. Tedy i směrodatné odchylky se významně neliší.



Obr. č. 20 Histogram rozdílů signálů získaných postupnou konverzí s libovolným D a L z 500 Hz na 360 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=146$; 1. svod signálů prvních 60 signálů



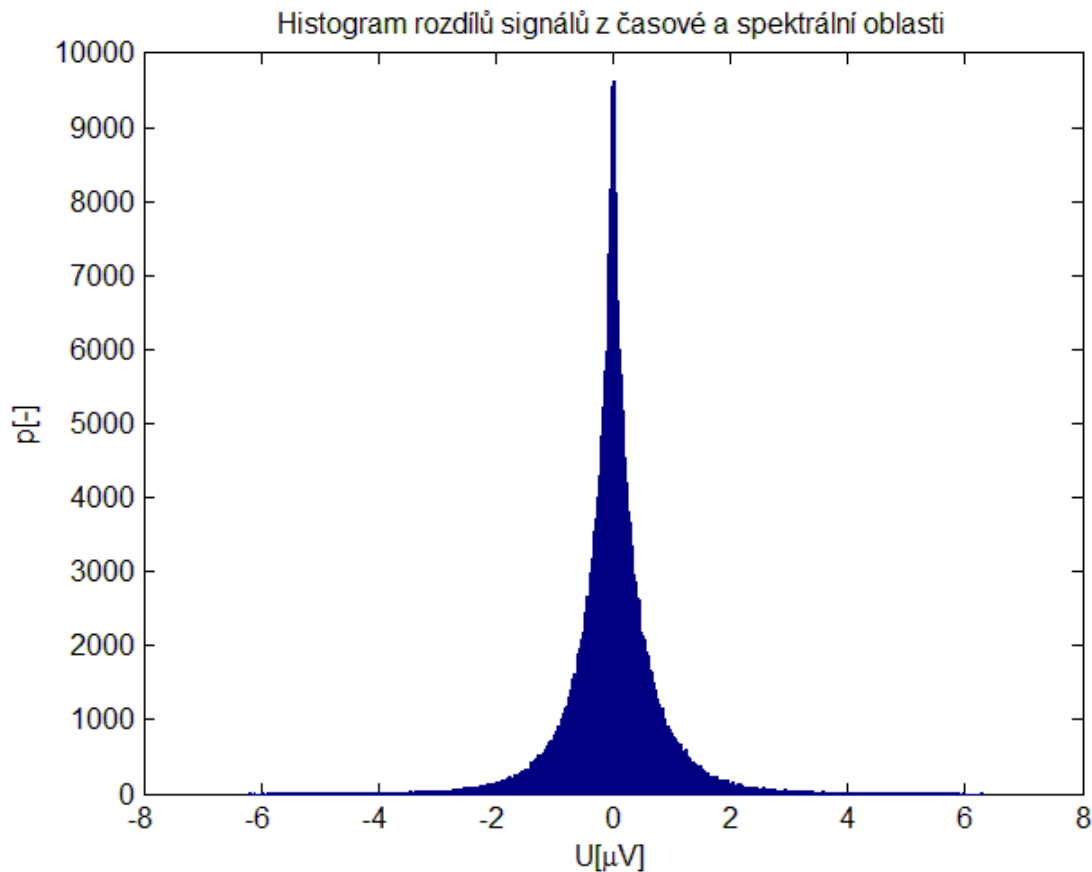
Obr. č. 21 Histogram rozdílů signálů získaných postupnou konverzí s celočíselným D a L z 500 Hz na 360 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=150$; 1. svod signálů prvních 60 signálů

8.4.2. Porovnání postupné konverze s libovolným a celočíselným D a L; z 360 Hz na 500 Hz

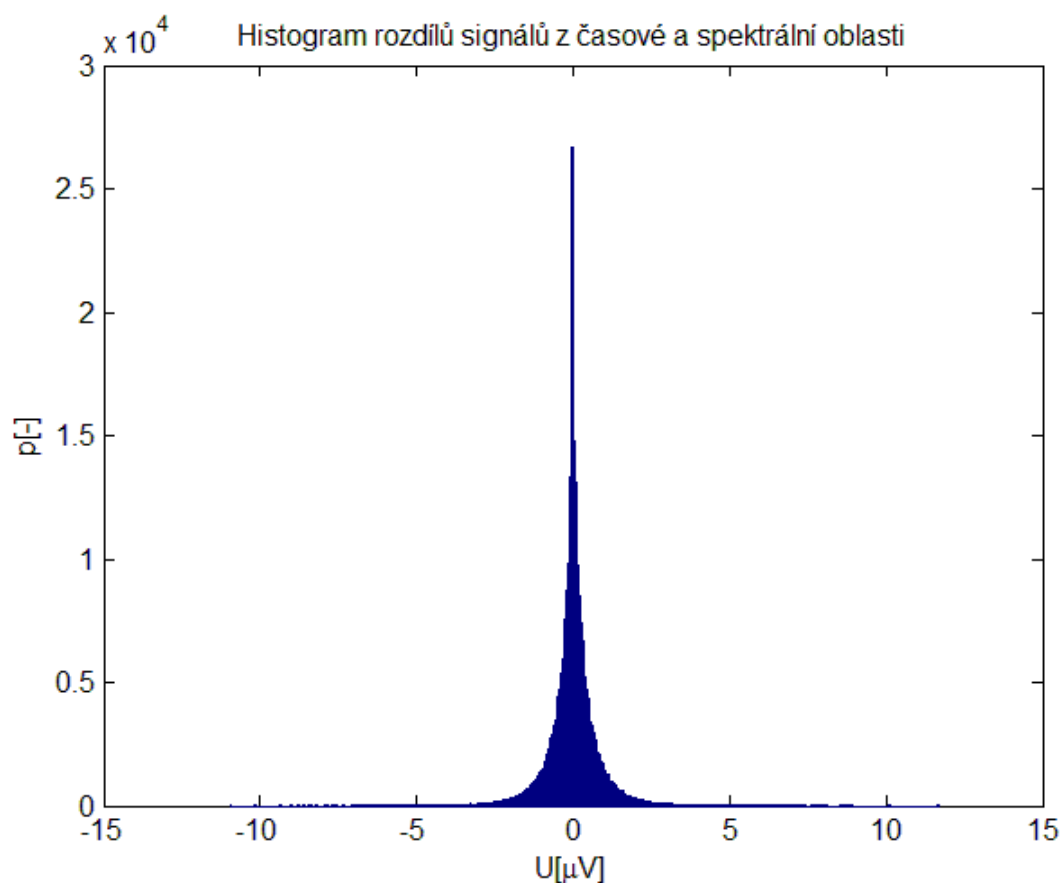
Zde jsme použili délku impulsní charakteristiky $n=288$, která je vhodná pro obě metody konverze, jelikož číslo 288 je dělitelné 36.

Výsledkem pro konverzi s libovolným D a L je směrodatná odchylka $\sigma=0,7766$ a nulový počet chyb větších než $10 \mu V$ v absolutní hodnotě. Na Obr. č. 22 potom můžeme vidět histogram rozdílů všech signálů.

Výsledkem pro konverzi s celočíselným D a L je směrodatná odchylka $\sigma=0,8308$ a $p=4$ chyb větších než $10 \mu V$ v absolutní hodnotě. Na Obr. č. 23 potom můžeme vidět histogram rozdílů všech signálů.



Obr. č. 22 Histogram rozdílů signálů získaných postupnou konverzí s libovolným D a L z 360 Hz na 500 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=288$; 1. svod signálů prvních 60 signálů



Obr. č. 23 *Histogram rozdílů signálů získaných postupnou konverzí s celočíselným D a L z 360 Hz na 500 Hz v časové a frekvenční oblasti pro faktor $\beta=4$ a $n=288$; 1. svod signálů prvních 60 signálů*

Tyto histogramy již mají výraznou odlišnost v extrémních chybách. Odpovídá to počtu chyb $p=4$ větších než $10 \mu V$ v absolutní hodnotě pro případ konverze s celočíselným D a L. Tím je i větší odlišnost ve směrodatných odchylkách. Výsledky tedy vyšly mírně lépe pro konverzi s libovolným D a L.

Závěr

V práci jsme realizovali konverzi vzorkovacího kmitočtu pomocí přímé i postupné konverze s celočíselným D a L a pomocí postupné konverze pro libovolná D a L s nižším interpolačním faktorem v prostředí Matlab. Zkreslení vzniklé konverzí vzorkovacího kmitočtu jsme zkoumali pro konkrétní případ konverze z 500 Hz na 360 Hz a z 360 Hz na 500 Hz. Hledali jsme rozumné nastavení parametrů FIR lineárního filtru typu dolní propust a to z hlediska délky impulsní charakteristiky a faktoru β Kaiserova okna.

Z výše uvedených výsledků vyplývá, že metoda postupné konverze vzorkovacího kmitočtu je výhodnější než přímá metoda z hlediska vzniklého zkreslení. Dále je vhodné použít faktor $\beta=4$ Kaiserova okna. Tato hodnota je vhodným kompromisem mezi strmostí přechodové hrany frekvenční charakteristiky a zvlněním v propustném a nepropustném pásmu. Délku impulsní charakteristiky je pak optimální volit delší než $n=110$. Záleží, jaké přesnosti chceme dosáhnout. Od délky $n=110$ již dochází pouze k pozvolnému zlepšování výsledků.

Jelikož nebylo možné zcela korektně porovnávat úspěšnost metody s libovolným D a L s metodou s celočíselným D a L, jsou naše závěry pouze přibližné. Z porovnaných výsledků se domníváme, že jsou obě metody srovnatelné. Metoda s libovolným D a L s nižším interpolačním faktorem vykazovala mírně lepší výsledky. S jistotou však můžeme tvrdit, že šlo o úspěšnou realizaci konverze vzorkovacího kmitočtu, i když s komplikovanou kontrolou vzniklého zkreslení. Parametry filtru jsme u metody s libovolným D a L volili podle výše získaných doporučení z konverze s celočíselným D a L.

V práci by šly dále zkoumat jiné varianty zmíněných metod konverze vzorkovacího kmitočtu. Mohli bychom testovat více typů filtrů a jejich parametrů. Dále také testovat chybovost pro různý počátek podvzorkování. Vše pro mnohem větší vzorek testovaných signálů. Tyto metody a statistická analýza by potom mohly vést k závěru o ideální variantě a parametrech konverze vzorkovacího kmitočtu.

Tato práce je proto pouze ukázkou možných variant konverze vzorkovacího kmitočtu, jejich hrubým zhodnocením a nástinem vhodných parametrů.

Seznam použité literatury

- [1] KOZUMPLÍK, J.: *Multitaktní systémy*. Elektronická skripta FEKT VUT, Brno, 2005. Dostupná na https://www.vutbr.cz/www_base/priloha.php?dpid=23933.
- [2] KOZUMPLÍK, J.: *Expanze a podvzorkování signálu Konverze vzorkovacího kmitočtu*. Přednáška FEKT VUT, Brno.
Dostupná na
https://www.vutbr.cz/elearning/file.php/112155/prednasky/FACS01_konverze_fvz.pdf.
- [3] KOZUMPLÍK, J.; JAN, J.; KOLÁŘ, R.: *Číslicové zpracování signálů v prostředí Matlab*. 1. vyd. Brno : VUT, 2001. 72 s. ISBN 80-214-1964-4.
- [4] PROAKIS, J. G.; MANOLAKIS D. G.: *Digital signal processsing principles, algorithms, and applications*. 2.ed. Usa: Prentice Hall Internation, 1992. ISBN 00-294-6378-5.
- [5] JAN, J.: *Číslicová filtrace, analýza a restaurace signálů*. 2. upr. a rozš. vyd. Brno: VUTIUM, 2002, 427 s. ISBN 80-214-2911-9.
- [6] BEDÁŇOVÁ, I.; VEČEREK, V.: *Základy statistiky pro studující veterinární medicíny a farmacie*. 1. vyd. Brno: Veterinární a farmaceutická univerzita Brno, 2007. 130 s. ISBN 978-80-7305-026-9.
- [7] JEHLIČKA, K.; KOZUMPLÍK, J.: *Zpracování biologických signálů*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1982. 261 s.
- [8] KOZUMPLÍK, J.: *Přednášky z předmětu AABS*. FEKT VUT v Brně, 2011.
Dostupné na <https://www.vutbr.cz/elearning/mod/resource/view.php?id=164775>.
- [9] VÍCH R.; SMÉKAL, Z.: *Číslicové filtry*. 1. vyd. Praha: Academia, 2000, 218 s. ISBN 80-200-0761-X.

Přílohy

Tabulka číslo 1 - Výsledky přímé konverze vzorkovacího kmitočtu z 360 Hz na 500 Hz pro první svod prvních 60 signálů

n [-]	$\beta=2$		$\beta=4$		$\beta=11$	
	chyb>10 μ V[%]	σ [μ V]	chyb>10 μ V[%]	σ [μ V]	chyb > 10 μ V[%]	σ [μ V]
30	72,805	56,10	89,82	148,91	96,706	318,78
50	9,521	7,04	56,216	29,96	88,25	142,86
70	31,438	19,89	2,464	3,63	74,15	60,43
90	14,168	8,23	0,561	2,52	49,344	24,21
110	30,092	12,43	0,49	2,47	15,842	8,66
130	9,309	6,61	0,333	2,13	1,265	3,15
150	5,289	5,20	0,077	1,59	0,295	2,05
170	8,824	7,12	0,631	2,35	0,183	1,85
190	5,451	5,25	0,051	1,46	0,131	1,73
210	8,445	6,35	0,2	1,83	0,101	1,64
230	3,586	4,32	0,07	1,43	0,08	1,57
250	1,993	3,51	0,037	1,35	0,066	1,5
270	3,56	4,32	0,114	1,59	0,057	1,45
290	2,287	3,78	0,028	1,28	0,049	1,41
310	3,257	4,31	0,067	1,44	0,043	1,37
330	1,728	3,24	0,036	1,22	0,039	1,33
350	0,975	2,74	0,022	1,19	0,035	1,3
370	1,737	3,15	0,059	1,3	0,032	1,28
390	1,081	2,99	0,019	1,16	0,03	1,25
410	1,395	3,32	0,028	1,25	0,028	1,23
430	0,911	2,62	0,022	1,11	0,026	1,21
450	0,527	2,29	0,017	1,1	0,025	1,19
470	0,899	2,51	0,041	1,15	0,023	1,17
490	0,51	2,49	0,017	1,08	0,022	1,15
510	0,635	2,71	0,018	1,13	0,021	1,14
530	0,472	2,22	0,017	1,04	0,021	1,13
550	0,284	1,97	0,015	1,03	0,02	1,11
570	0,51	2,10	0,03	1,06	0,019	1,1
590	0,317	2,15	0,016	1,02	0,019	1,09
610	0,393	2,31	0,016	1,05	0,019	1,08
630	0,265	1,94	0,016	1	0,018	1,07
650	0,182	1,74	0,015	0,99	0,017	1,06

Tabulka číslo 2 - Výsledky postupné konverze vzorkovacího kmitočtu z 360 Hz na 500 Hz pro první svod prvních 60 signálů

n [-]	$\beta=2$		$\beta=4$		$\beta=11$	
	chyb>10 μ V[%]	σ [μ V]	chyb>10 μ V[%]	σ [μ V]	chyb > 10 μ V[%]	σ [μ V]
30	11,992	7,95	0,096	1,69	0,096	1,69
50	5,621	5,31	0,06	1,45	0,06	1,45
70	2,849	3,95	0,029	1,24	0,029	1,24
90	1,629	3,22	0,01	1,11	0,01	1,11
110	0,908	2,71	0,003	1,02	0,003	1,02
130	0,572	2,35	0,001	0,95	0,001	0,95
150	0,408	2,1	0	0,9	0	0,9
170	0,302	1,89	0	0,86	0	0,86
190	0,219	1,73	0	0,83	0	0,83
210	0,157	1,61	0	0,81	0	0,81
230	0,119	1,51	0	0,79	0	0,79
250	0,095	1,42	0	0,78	0	0,78
270	0,073	1,35	0	0,76	0	0,76
290	0,059	1,29	0	0,75	0	0,75
310	0,047	1,23	0	0,74	0	0,74
330	0,038	1,18	0	0,73	0	0,73
350	0,031	1,14	0	0,72	0	0,72
370	0,025	1,1	0	0,72	0	0,72
390	0,02	1,07	0	0,71	0	0,71
410	0,015	1,04	0	0,7	0	0,7
430	0,011	1,01	0	0,7	0	0,7
450	0,009	0,99	0	0,69	0	0,69
470	0,007	0,96	0	0,69	0	0,69
490	0,006	0,94	0	0,68	0	0,68
510	0,005	0,92	0	0,68	0	0,68
530	0,004	0,9	0	0,68	0	0,68
550	0,004	0,88	0	0,67	0	0,67
570	0,003	0,87	0	0,67	0	0,67
590	0,003	0,85	0	0,67	0	0,67
610	0,002	0,84	0	0,66	0	0,66
630	0,002	0,82	0	0,66	0	0,66
650	0,001	0,81	0	0,66	0	0,66

Tabulka číslo 3 - Výsledky přímé konverze vzorkovacího kmitočtu z 500 Hz na 360 Hz pro první svod prvních 60 signálů

n [-]	$\beta=2$		$\beta=4$		$\beta=11$	
	chyb>10 μ V[%]	σ [μ V]	chyb>10 μ V[%]	σ [μ V]	chyb > 10 μ V[%]	σ [μ V]
30	56,825	32,98	51,975	26,93	90,111	181,79
50	0,847	2,82	1,861	3,61	59,186	34,97
70	6,385	7,84	1,81	3,54	4,206	4,72
90	3,757	4,59	0,374	2,3	0,587	2,5
110	6,552	5,94	0,277	2,07	0,463	2,36
130	6,209	5,64	0,264	2,02	0,351	2,21
150	0,685	2,59	0,193	1,85	0,277	2,07
170	7,97	6,18	0,303	2,08	0,239	1,98
190	1,786	3,62	0,181	1,76	0,22	1,91
210	1,504	3,2	0,193	1,78	0,207	1,85
230	2,623	3,92	0,212	1,8	0,198	1,81
250	0,577	2,27	0,163	1,63	0,19	1,77
270	0,752	2,36	0,167	1,62	0,185	1,74
290	0,401	2,07	0,159	1,59	0,181	1,71
310	1,132	2,97	0,162	1,63	0,177	1,69
330	0,944	3,08	0,156	1,61	0,174	1,67
350	0,362	1,9	0,152	1,54	0,171	1,65
370	0,922	3,06	0,154	1,62	0,169	1,63
390	0,496	2,39	0,152	1,54	0,167	1,62
410	0,329	1,99	0,151	1,53	0,165	1,6
430	0,372	1,96	0,151	1,51	0,163	1,59
450	0,315	1,95	0,147	1,5	0,16	1,58
470	0,458	2,2	0,148	1,51	0,159	1,57
490	0,234	1,82	0,147	1,48	0,157	1,56
510	0,39	2,2	0,148	1,5	0,155	1,55
530	0,417	2,33	0,147	1,5	0,154	1,54
550	0,212	1,71	0,145	1,46	0,153	1,53
570	0,296	2,12	0,146	1,49	0,151	1,53
590	0,23	1,9	0,146	1,46	0,15	1,52
610	0,18	1,67	0,146	1,45	0,15	1,51
630	0,167	1,58	0,144	1,44	0,149	1,51
650	0,178	1,7	0,144	1,44	0,148	1,5

Tabulka číslo 4 - Výsledky postupné konverze vzorkovacího kmitočtu z 500 Hz na 360 Hz pro první svod prvních 60 signálů

n [-]	$\beta=2$		$\beta=4$		$\beta=11$	
	chyb>10 μ V[%]	σ [μ V]	chyb>10 μ V[%]	σ [μ V]	chyb > 10 μ V[%]	σ [μ V]
30	5,948	5,47	0,934	2,8	1,224	2,94
50	0,812	2,7	0,58	2,46	0,792	2,62
70	0,895	2,93	0,476	2,4	0,593	2,46
90	0,286	2,11	0,287	2,1	0,532	2,42
110	0,491	2,18	0,229	1,94	0,448	2,33
130	0,271	2,04	0,211	1,86	0,345	2,19
150	0,453	2,07	0,188	1,78	0,275	2,07
170	0,186	1,74	0,182	1,74	0,239	1,97
190	0,475	2,05	0,178	1,69	0,219	1,9
210	0,218	1,84	0,175	1,67	0,207	1,85
230	0,161	1,58	0,17	1,63	0,197	1,81
250	0,358	1,87	0,163	1,61	0,19	1,77
270	0,166	1,69	0,162	1,6	0,185	1,74
290	0,232	1,74	0,159	1,57	0,181	1,71
310	0,428	1,95	0,159	1,58	0,177	1,69
330	0,162	1,64	0,154	1,54	0,174	1,67
350	0,302	1,82	0,152	1,54	0,171	1,65
370	0,15	1,56	0,15	1,52	0,169	1,63
390	0,213	1,71	0,15	1,51	0,167	1,62
410	0,221	1,71	0,151	1,51	0,165	1,6
430	0,148	1,5	0,148	1,49	0,163	1,59
450	0,347	1,88	0,147	1,5	0,16	1,58
470	0,148	1,48	0,146	1,48	0,159	1,57
490	0,206	1,68	0,147	1,48	0,157	1,56
510	0,187	1,65	0,147	1,47	0,155	1,55
530	0,148	1,46	0,145	1,46	0,154	1,54
550	0,175	1,64	0,145	1,46	0,153	1,53
570	0,149	1,5	0,145	1,45	0,151	1,53
590	0,179	1,61	0,145	1,45	0,15	1,52
610	0,177	1,61	0,145	1,45	0,15	1,51
630	0,146	1,45	0,144	1,44	0,149	1,51
650	0,182	1,64	0,143	1,44	0,148	1,5