



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

## ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

# STATICKÁ ANALÝZA TEXTILNÍCH KONSTRUKCÍ

STATIC ANALYSIS OF TEXTILE STRUCTURES

## DIPLOMOVÁ PRÁCE

DIPLOMA THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

**Bc. Natália Husáriková**

## VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

**doc. Ing. JIŘÍ KYTÝR, CSc.**

**BRNO 2017**



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

STUDIJNÍ PROGRAM	N3607 Stavební inženýrství
TYP STUDIJNÍHO PROGRAMU	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
STUDIJNÍ OBOR	3608T001 Pozemní stavby
PRACOVISŤE	Ústav stavební mechaniky

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

DIPLOMANT	<b>Bc. Natálie Husáriková</b>
NÁZEV	Statická analýza textilních konstrukcí
VEDOUCÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE	doc. Ing. Jiří Kytýr, CSc.
DATUM ZADÁNÍ	31. 3. 2016
DATUM ODEVZDÁNÍ	13. 1. 2017

V Brně dne 31. 3. 2016

.....  
prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.  
Vedoucí ústavu

.....  
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA  
Děkan Fakulty stavební VUT

## PODKLADY A LITERATURA

- [1] Bittnar, Z., Šejnoha, J. Numerické metody mechaniky 1, 2. Vydavatelství ČVUT, Praha: 1992.  
[2] Jirásek, M., Zeman, J. Přetváření a porušování materiálů. Dotvarování, plasticita, lom a poškození. Nakladatelství ČVUT, Praha: 2006.  
[3] Kolář, V., Němec, I., Kanický, V. FEM – Principy a praxe metody konečných prvků. Vydavatelství Computer Press, Praha: 1997.  
[4] Servít, R. a kol. Teorie pružnosti a plasticity I, II. SNTL/ALFA, Praha: 1981, 1984.

## ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ (ZADÁNÍ, CÍLE PRÁCE, POŽADOVANÉ VÝSTUPY)

Nad zvoleným půdorysem uvažujte střešní textilní membránové konstrukce v různých základních případech. Provedte studii statického řešení různých variant. Aplikujte geometricky nelineární řešení. K numerickému modelování využijte vhodný programový systém.

## STRUKTURA BAKALÁŘSKÉ/DIPLOMOVÉ PRÁCE

**VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:**

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).

.....  
**doc. Ing. Jiří Kytýr, CSc.**

Vedoucí diplomové práce

## **ABSTRAKT**

Táto práca sa zaoberá návrhom a výpočtom membránovej konštrukcie prístrešku nad zvoleným pôdorysom. Ako najvhodnejší tvar bol vybraný hyperbolický paraboloid. Následne boli vykonané tri rôzne dielčie štúdie. V prvej štúdií bol sledovaný vplyv zmeny hustoty siete konečných prvkov výpočtového modelu. Druhá štúdia sa zaoberala vplyvom zmeny geometrie výpočtového modelu. V tretej štúdií bol sledovaný vplyv dotvarovania materiálu výpočtového modelu na deformácie a napätia membránovej konštrukcie. K statickému riešeniu týchto zvolených variant bol využitý programový systém RFEM s použitím modulu RF-FORM-FINDING. Vo výpočte bolo aplikované geometricky nelineárne riešenie.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Membránové konštrukcie, textilné konštrukcie, hyperbolický paraboloid, numerické modelovanie, fyzikálne vlastnosti, geometrická nelinearita, form-finding, strihový vzor, numerické metódy, MKP

## **ABSTRACT**

This work deals with the design and calculation of membrane structure for shelter placed above selected ground plan. The hyperbolic paraboloid was chosen as most optimal shape. Subsequently, three different sub-studies were conducted. In the first study, influence of mesh density on a finite element calculation model was studied. Second study deal with the effect of the geometry changes of the computational model. In the third study, deformations and tensions of membrane structure in relation to material formation calculation model was studied. For the static solution of those selected variant, structural analysis software RFEM and RF-FORM-FINDING add-on module was used. Geometric nonlinear solution was applied in the calculation.

## **KEYWORDS**

Membrane structures, fabric construction, hyperbolic paraboloid, numerical modeling, physical properties, geometric nonlinearity, form-finding, cutting pattern, numerical methods, FEM

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE VŠKP**

Bc. Natália Husáriková *Statická analýza textilních konstrukcí*. Brno, 2017. 67 s., Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce doc. Ing. Jiří Kytýr, CSc.

## **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracovala samostatně a že jsem uvedla všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 10. 1. 2017

---

Bc. Natálie Husáriková  
autor práce

## **POĎAKOVANIE:**

Rada by som poďakovala doc. Ing. Jiřimu Kytýrovi, CSc., ktorý po celú dobu odborne viedol túto prácu. Ďakujem mu za veľmi cenné odborné rady, pripomienky a trpezlivosť.

Ďalej by som chcela poďakovať svojej rodine, že mi umožnili študovať na tejto škole a podporovali ma počas celého môjho štúdia.

# Obsah

<b>1 Úvod .....</b>	<b>3</b>
<b>2 Návrh textilnej konštrukcie .....</b>	<b>5</b>
2.1 Základné tvary .....	5
2.2 Form-finding.....	6
2.3 Strihový vzor .....	7
2.4 Materiály a konštrukčné prvky .....	8
2.4.1 Membránové materiály .....	8
2.4.2 Materiály lán.....	9
2.4.3 Spoje a detaily .....	13
2.5 Zaťaženie .....	14
2.5.1 Zaťaženie snehom.....	14
2.5.2 Zaťaženie vetrom.....	15
<b>3 Teória škrupín .....</b>	<b>20</b>
3.1 Všeobecná teória škrupín .....	20
3.1.1 Merné vnútorné sily.....	21
3.2 Membránová teória škrupín.....	23
<b>4 Nelineárne úlohy .....</b>	<b>24</b>
4.1 Klasifikácia nelineárností .....	24
4.1.1 Geometricky nelineárne výpočty.....	25
4.2 Metódy riešenia nelineárnych úloh.....	27
4.2.1 Newton-Raphsonova metóda.....	28
4.2.2 Riksova metóda .....	29
4.3 Fyzikálne vlastnosti .....	30
4.3.1 Izotropný materiál.....	30
4.3.2 Ortotropný materiál .....	31
<b>5 Aplikácia.....</b>	<b>32</b>
5.1 Geometria .....	32
5.2 Materiál.....	33

5.3 Podoprenie .....	33
5.4 Zaťaženie .....	33
5.4 Výpočet.....	34
5.5 Varianty riešení.....	36
5.5.1 Vplyv zmeny hustoty výpočtovej siete.....	36
5.5.2 Vplyv zmeny geometrie .....	50
5.5.3 Vplyv zmeny materiálu .....	61
<b>6 Záver .....</b>	<b>65</b>
<b>7 Literatúra .....</b>	<b>66</b>
<b>8 Zoznam symbolov .....</b>	<b>67</b>

# 1 Úvod

Práca je zameraná na porovnanie rôznych variant jedného zo základných typov zastrešenia pomocou textilných membránových konštrukcií nad zvoleným pôdorysom. Pre numerické modelovanie je využívaný programový systém RFEM, ktorého súčasťou je modul Form-finding .

Membránové konštrukcie sa čoraz viac uplatňujú v modernej architektúre a v stavitelstve. Nízka hmotnosť membrán umožňuje spolu s vhodne zvoleným oporným systémom zastrešiť priestory s veľkým rozpätím bez nutnosti vnútorných podpor, napr. štadióny, výstavné haly, letiská (obr. 1.1). Vzhľadom ku komplikovanosti celkovej konštrukcie je navrhovanie membránových konštrukcií veľmi obsiahla téma. Fyzikálne a geometrické vlastnosti sú ovplyvnené použitými materiálmi membrány, úchytmi a kotvením.



Obr. 1.1 Letisko Suvarnabhumi v Bangkoku, Thajsko (2006) [17]

Prvým krokom k vytvoreniu membránovej konštrukcie je vytvorenie, prípadne naskicovanie trojrozmerného modelu architektom. Pri navrhovaní takéhoto modelu sa musí brať ohľad na veľkosť plochy, ktorá bude zastrešená, svetlú výšku, materiál, umiestnenie budúcej konštrukcie. Model obsahuje údaje týkajúce sa umiestnenia lán, stožiarov a kotvenia.

V ďalšom kroku sa z trojrozmerného návrhu vytvorí výpočtový model. V minulosti sa vytvárali fyzické modely vo zvolenej mierke. Najjednoduchšie fyzické modely vznikali

ponorením drôtika do mydlovej vody (obr. 1.2). Spevnená hranica, ktorá predstavovala budúce lano sa nahradzovala napr. nitkou. Riešenie pomocou fyzikálnych vlastností mydlových bublín aplikoval na membránové konštrukcie fyzik J. A. F. Plateau [4]. Keď fúkneme do bubliny, deformuje sa a tým vyrovnáva rozdiel tlakov na oboch stranách bubliny a po prekročení medze únosnosti praskne. Táto analýza vedie k riešeniu počiatočného stavu napätia v membráne alebo vplyvu vonkajšieho zaťaženia na membránu.

V súčasnosti sa konštrukcie modelujú v niektorom z programových softwarov, napríklad ANSYS, RFEM, ktoré pracujú s využitím metódy konečných prvkov. Výpočtový model ovplyvňuje takmer všetky nasledujúce kroky.



Obr. 1.2 Príklad použitia mydlových bublín [18]

Potom sa v závislosti na predpokladanom zaťažení alebo predpätí a s ohľadom na zadané okrajové podmienky hľadá počiatočný rovnovážny stav membrány. Pri následnej analýze rovnovážneho stavu prebieha množstvo výpočtov, ktoré overia, či navrhnutá konštrukcia spĺňa príslušné stavebno-konštrukčné požiadavky. Zisťuje sa napríklad chovanie konštrukcie pri zaťažení snehom alebo vetrom.

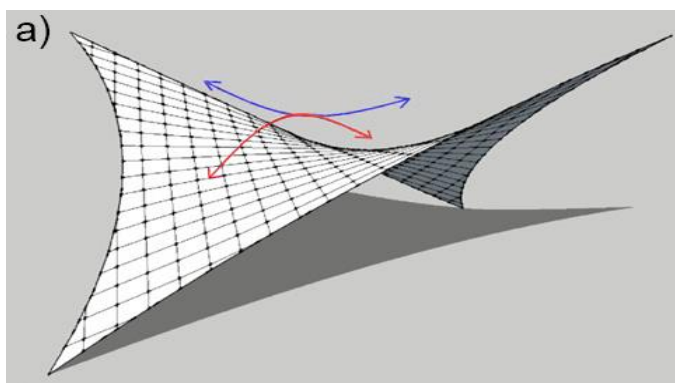
## 2 Návrh textilnej konštrukcie

V tejto časti práce sú popísané základné tvary membránových konštrukcií, z ktorých sa odvíjajú ostatné tvary alebo sa spájajú do zložitejších tvarov. Ďalej budem vysvetlený pojem form-finding, metódy ktoré sa pri jeho riešení používajú a voľba strihového vzorca, ktorá s ním úzko súvisí.

### 2.1 Základné tvary

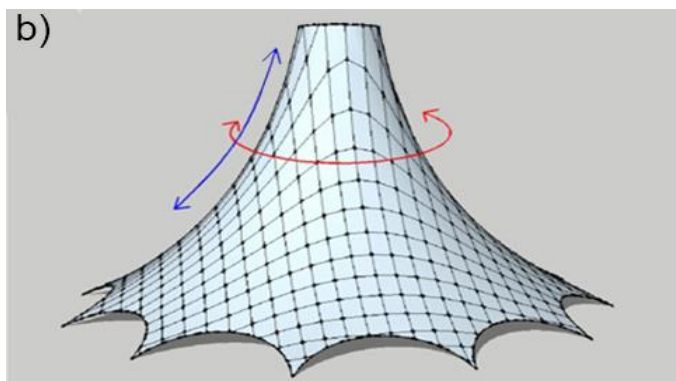
Membránové konštrukcie sa oproti tradičným materiálom vyznačujú charakteristickými prednosťami, ktorými sú vzdušnosť, ľahkosť a ľadnosť tvarov. Majú však tiež svoje špecifické problémy, ktoré je nutné brať pri projektovaní do úvahy. Jedným z nich je fakt, že vlastná tiaž membrány tvorí len malú časť celkového zaťaženia, ktoré musí byť prenesené. Nemôžeme sa teda spoliehať na stabilizáciu tvaru vlastnou tiažou, ale musíme vniesť do konštrukcie predpätie, ktoré nám zaručí dostatočnú tvarovú stálosť. Priestorové pôsobenie predpätia je dané vhodne navrhnutým zakrivením v dvoch opačne orientovaných smeroch. Z teórií riešenia optimálneho počiatočného stavu vyplýva, že pre membránové konštrukcie sú najvýhodnejšie geometrické tvary nerozvinuteľných plôch s dvojitou krivosťou, ktoré majú výhodné statické vlastnosti a súčasne umožňujú jednoduchý odtok dažďovej vody z ktoréhokoľvek miesta [7]. Vhodný geometrický tvar charakterizujú nasledujúce tri najčastejšie používané typy membránových zastrešení.

a) **Bodovo uchytená plachta** – hyperbolický paraboloid, u ktorého platí, že čím je sedlo útvaru plochšie, tým väčšie silové účinky vznikajú v rohoch sústavy [8]. Tvar hyperbolického paraboloidu potom prenáša satie – naznačené červenou farbou, aj tlak vetra a zaťaženie snehom – naznačené modrou farbou (obr. 2.1)



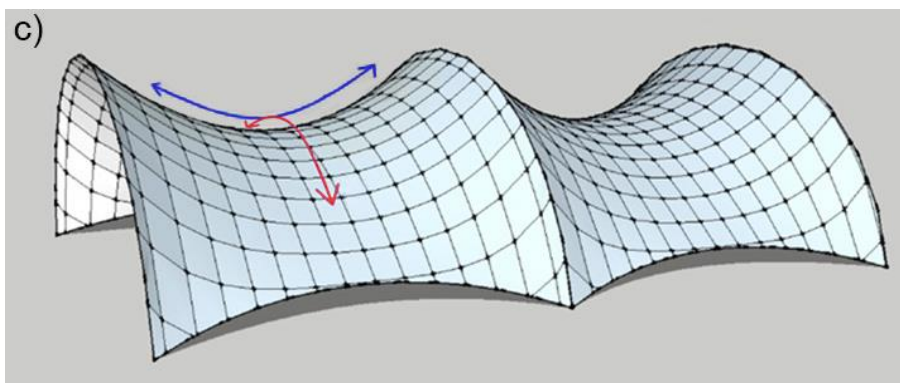
Obr. 2.1 Bodovo uchytená plachta [11]

b) **Kužel'ová membrána** – vytvorená najčastejšie pomocou vnútorného stredového pylónu [8]. Zakrivený tvar potom prenáša satie vetru – vyznačené červenou farbou, aj tlak vetru a zaťaženie snehom – vyznačené modrou farbou (obr. 2.2)



Obr. 2.2 Kužel'ová membrána [11]

c) **Membrána na oblúkoch** – tvar je definovaný geometriou podpornej konštrukcie [8]. Zakrivený tvar prenáša satie vetru – vyznačené červenou farbou, aj tlak vetru a zaťaženie snehom – vyznačené modrou farbou (obr. 2.3)



Obr. 2.3 Membrána na oblúkoch [11]

## 2.2 Form-finding

Form-finding je proces, v ktorom pomocou definovania predpätia, okrajových podmienok hľadáme počiatočný optimálny stav membránovej konštrukcie. Proces hľadania zodpovedajúceho tvaru by bol jednoznačný, ak by sme dokázali vopred definovať okrajové väzby a presný popis predpätia. Nájdenie vhodného tvaru membránových konštrukcií môžeme riešiť rôznymi spôsobmi.

Niektoré z nich sú založené na metóde dynamickej relaxácie. Ďalšie, napríklad metóda známa ako „Force density“ sú založené na špeciálnej diskretizácii a následnej linearizácii.

Táto metóda bola pôvodne vyvinutá pre hľadanie tvaru lanových konštrukcií a neskôr rozšírená o hľadanie tvaru plošných konštrukcií.

Ďalšou z možných alternatív je metóda známa ako „The updated references strategy“. Je dôsledne odvodená od mechaniky pružných telies s ohľadom na veľké priehyby a malé pretvorenia. [3], [2].

Numerické riešenie vyplýva z diskretizácie štandardnými konečnými prvkami (trojuholníky, štvrouholníky). Singularity, ktorým čelia niektoré numerické metódy, sú upravené homotopným mapovaním, ktoré je založené na aproximáciách pre Cauchyho napätie a napätie Piola-Kirchhoff. Homotopia umožňuje obsiahnuť niektoré topologické vlastnosti topologických priestorov a zachytáva v rámci matematiky predstavu spojitej deformácie priestoru a zobrazení.

Ak definujeme rovnovážne predpätie, jednoznačne tým definujeme aj tvar membránovej konštrukcie. Samotné stanovenie predpätia je však ďalším problémom pri procese form-finding. Jediné predpätie, ktoré môžeme definovať dopredu je predpätie izotropné. To však nemusí vyhovovať estetickým, či dokonca statickým požiadavkám. Homogénne ortotropné predpätie môžeme aplikovať len na konštrukcie s nulovou Gaussovou krivosťou, čo prakticky nemôžu membránové konštrukcie splňovať. V dôsledku tejto skutočnosti sa proces form-finding stáva procesom, ktorého úlohou je nájsť nielen zodpovedajúci tvar k definovanému predpätiu, ale nájsť aj vhodné predpätie samotné [9].

## 2.3 Strihový vzor

Pre vytvorenie optimálneho tvaru so zohľadnením vnútorného počiatočného napätia v membráne, predovšetkým ak sa jedná o nerozvinuteľnú plochu, je nutné definovať rovinné diely membrány v nenapnutom stave, tzv. strihový vzor. Jednotlivé strihové vzory sa zošívajú alebo lepia. Pretože sa používané materiály vyrábajú v roliach, je obmedzujúcim prvkom pre strihový vzor šírka role, teda šírka strihového vzoru. Pokiaľ sa jedná o tkaný materiál, je ďalším obmedzujúcim faktorom rozlíšenie smeru osnovy a smeru útku, nakoľko sa tuhosti v týchto dvoch smeroch niekoľkonásobne líšia [6].

Pretože sa strihový vzor generuje z nenapätého stavu a je náchylný na vrásnenie (vplyvom tepla, snehu a pod.), tvary dielov sa v záverečnej fáze kompenzujú na uvažovanom predpätí. Vzhľadom k úspore materiálu sú tiež uprednostňované čo najrovnejšie strany dielov. Na uspokojení týchto a mnohých ďalších doplňujúcich kritérií sa podieľajú ďalšie rôzne

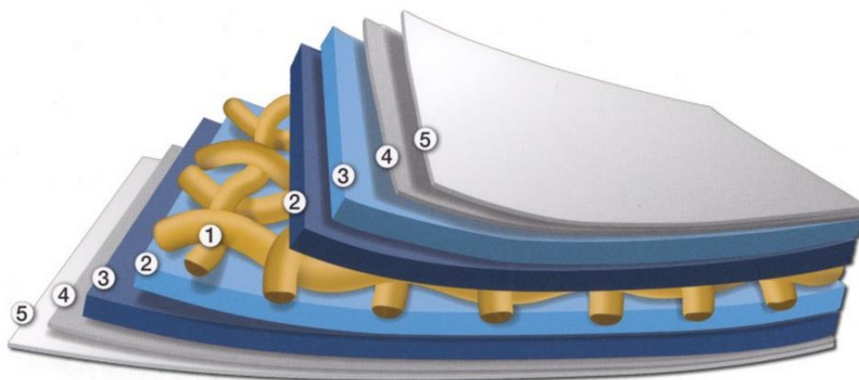
optimalizačné numerické metódy [8]. Aj keď sa vyvíjajú stále modernejšie materiály, ktoré dovoľujú väčšiu voľnosť tvarov, nemusí byť táto fáza celého procesu úspešná a je niekedy nutné prehodnotiť prvotný návrh, vstupné hodnoty, aj prepočítať počiatočný rovnovážny stav membrány pre iné hodnoty.

## 2.4 Materiály a konštrukčné prvky

V tejto kapitole budú popísané niektoré materiály, ktoré sa používajú v súčasnosti pri realizácii membránových konštrukcií. Takisto tu budú uvedené konštrukčné detaily, s ktorými sa môžeme u týchto stavieb stretnúť.

### 2.4.1 Membránové materiály

Membrány sa uplatňujú najmä tam, kde sú požadované veľké rozpony. Vďaka nízkej hmotnosti ( $175 - 3000 \text{ g/m}^2$ ) majú nižšie nároky na podporné konštrukcie a tým aj na ich cenu [8]. Plnia súčasne nosnú a ochrannú krytinovú funkciu a vyrábajú sa z vysoko pevných technických textílií (obr. 2.4). Materiály na technické textílie sa vyrábajú z tkaných osnov zložených so zväzkov dlhých priamych vlákien situovaných v pozdĺžnom smere tkaniny a kratších útkových, respektíve výplňových vlákien tkaných kolmo medzi priamymi vláknami v priečnom smere.



Obr. 2.4 Zloženie membránového materiálu 1 - základný materiál (tkanina), 2 – priľnavá vrstva, 3 – hlavná vrstva povlaku, 4 –  $\text{TiO}_2$  nano náter, 5 – vrchná vrstva [19]

Ťahová pevnosť materiálu membrány závisí od štruktúry základnej tkaniny a môže dosiahnuť hodnotu až  $20 \text{ kN} / 5 \text{ cm}$ , to znamená, že na jeden meter široký prúžok tohto materiálu je možné zavesiť závažie s hmotnosťou 40 ton. Tkaniny sa vyrábajú zo sklenených, polyesterových, polyamidových, polyvinylalkoholových alebo polyaramidových vlákien.

Životnosť membrán sa zvyšuje potiahnutím textílií (obr. 2.4), čím sa vlákna chránia proti rôznym zdrojom poškodenia, impregnuje sa membrána voči dažďovej vode a vlhkosti vzduchu a nataľovaním materiálu, ktorý sa používa na potaľovanie textílií do cieľne tepelne utesnené švy. Medzi najčastejšie používané materiály patria polyestery vrstvené alebo potiahnuté vrstvou polyvinylchloridu (PVC) a tkané sklené vlákna potiahnuté vrstvou polytetrafluóretylénu (PTFE) alebo etylén-tetrafluóretylénu (ETFE) (tab. 2.1). Trvanlivosť membránových zastrešení na báze PVC je približne 15 až 20 rokov, pričom membrány s PTFE povlakmi majú trvanlivosť viac ako 25 rokov.

Tab. 2.1 Membránové materiály a niektoré ich vlastnosti [20]

	Materiál	Plošná hmotnosť [g/m <sup>2</sup> ]	Pevnosť v ťahu osnova/útok [N/(5 cm)]	Priesvitnosť
Bez povrchovej úpravy	bavlnené tkaniny	350 – 520	1700/1000 – 2500/200	podľa farby
	vlákna tkaniny s PTFE	300 – 700	2390/2210 – 4470/4510	až 37 %
S povrchovou úpravou	PES/PVC typ I	800	3000/3000	do 20 %
	typ II	900	4400/3950	do 17,5 %
	typ III	1050	5750/5100	do 15 %
	typ IV	1300	7450/6400	do 12,5 %
	typ V	1450	9800/8300	do 10 %
	typ VI	2000	13000/13000	do 7,5 %
	sklené vlákna/PTFE	800 – 1550	3500/3500 – 7500/6500	8 – 15 %
sklené vlákna/silikon	800 – 1270	3500/3000 – 6600/6000	až 25 %	

## 2.4.2 Materiály lán

V súčasnej dobe existujú laná oceľové aj laná syntetické. Medzi hlavné výhody syntetických lán, v porovnaní s lanami oceľovými, patrí vysoký pomer pevnosti k vlastnej tiaži, lepšie únavové a tlmiace vlastnosti a vlastnosti nehrdzavejúcej oceli. Ich nevýhodou je však nižší modul pružnosti a vysoké reologické vplyvy dotvarovania, respektíve relaxácie.

Oceľové laná na konštrukčné účely sa vyrábajú z ťahaných drôtov, na ktorých výrobu je východiskovým materiálom valcovaná tyč z vysokopevnej nelegovanej uhlíkovej ocele zušľachtenej patentovaním. Patentovanie je spôsob izotermického kalenia, pri ktorom sa valcovaná tyč zohreje do austenitického stavu pri teplote približne 900 °C a následne náhle ochladí na približne 500 °C v olovenom kúpeli. Tým sa dosiahne veľmi jemná sorbitická

štruktúra ocele, ktorá je vhodná na ťahanie. Ťahaním sa prierez drôtu postupne v niekoľkých stupňoch redukuje, napríklad v siedmich stupňoch zo 6 mm na priemer 2 mm. S rastúcou redukciou prierezu ťahaním sa zvyšuje pevnosť drôtov, avšak klesá ich ťažnosť. V Európe je štandardizovaná nominálna pevnosť ocelových drôtov 1370, 1570, 1770, 1860, 2160 a 2450 MPa (posledné dve hodnoty sa udávajú pre menší priemer drôtov). Modul pružnosti ocelových drôtov sa udáva v rozpätí od 190 000 do 200 000 MPa [8].

Prevažná časť lán sa vyrába z drôtov kruhového prierezu. Pre niektoré typy lán sa však vyrábajú tvarované drôty, ako sú Z-drôty pre uzavreté laná, alebo H-drôty pre polouzavreté laná.

Rovnako ako nelegované uhlíkové ocelové drôty aj drôty z nehrdzavejúcej ocele sa vyrábajú ťahaním. Odporúčaná nominálna pevnosť v ťahu kruhových drôtov z nehrdzavejúcej ocele je 1450 MPa. Modul pružnosti je nižší v porovnaní s hodnotami udávanými pre ocelové drôty a v závislosti od typu nehrdzavejúcej ocele nadobúda napríklad hodnotu 160 000 MPa.

V stavebníctve sa používajú laná vinuté, ktoré sa vyrábajú zlaňovaním drôtov do prameňov a prameňov do lán. Paralelným usporiadaním získame skladané laná.

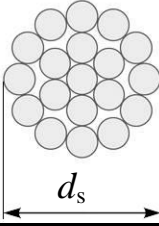
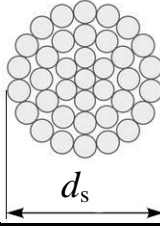
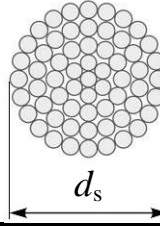
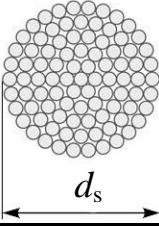
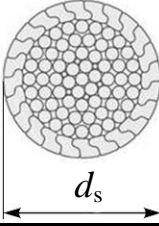
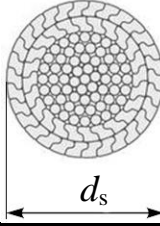
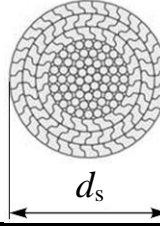
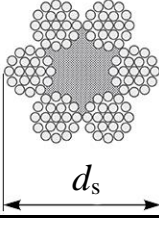
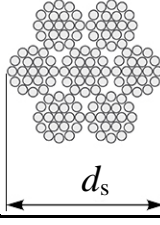
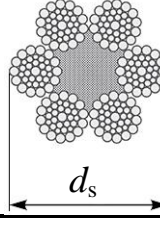
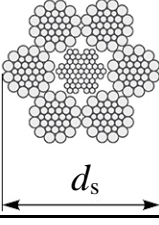
Doterajšia terminológia rozoznávala vinuté jednopramenné laná otvorenej, polouzavretej alebo uzavretej konštrukcie a laná viacpramenné s drôtenou, syntetickou alebo organickou dušou. V súčasnosti sa v súlade s platnou EN 1993-1-11 [16] zavádzajú nasledujúce termíny a definície:

- prameň (*angl. strand*) – prvok lana bežne zložený z drôtov určitého tvaru a rozmerov, uložených skrutkovito okolo stredu v jednej alebo vo viacerých vrstvách okolo stredu v rovnakom alebo opačnom smere,
- pramenné lano (*strand rope*) – predstavuje spojenie niekoľkých prameňov uložených skrutkovito v jednej alebo vo viacerých vrstvách okolo duše (tab. 2.2),
- špirálové lano (*spiral rope*) – vznikne spojením minimálne dvoch vrstiev drôtov uložených skrutkovito okolo stredného drôtu (tab. 2.2),
- špirálové pramenné lano (*spiral strand rope*) – špirálové lano, ktoré obsahuje len kruhové drôty,
- plne uzavreté špirálové lano (*fully locked coil rope*) – predstavuje špirálové lano, ktoré má vonkajšiu vrstvu z plne uzavretých drôtov v tvare Z (tab. 2.2).

Medzi syntetické vlákna používané na výrobu lán patria aramidové vlákna známe pod názvom Kevlar (registrovaný obchodný názov americkej spoločnosti E. I. DuPont de Nemours and Company), Twaron a Technora (obchodné názvy japonskej spoločnosti Teijin). Ďalej sú to vlákna vyrobené na báze tekutého kryštalického polyméru známe pod názvom Vectran (obchodný názov japonskej spoločnosti Kuraray Company) [8].

Tri základné konštrukcie syntetických lán zahŕňajú laná vytvorené z vinutých alebo splietaných vlákien a vlákien paralelne usporiadaných. Z uvedených typov majú najlepšie vlastnosti laná z paralelne usporiadaných vlákien. Vykazujú najvyššiu pevnosť, najväčší modul pružnosti a najlepšie deformačné a únavové charakteristiky.

Tab. 2.2 Typy drôtených lán [16]

<b>Špirálové pramenné lano</b>				
				
Konštrukcia	1 × 19	1 × 37	1 × 61	1 × 91
Priemer $d_s$ [mm]	od 3 do 14	od 6 do 36	od 20 do 40	od 30 do 52
Prameň	1	1	1	1
Počet drôtov v prameni	19	37	61	91
Počet vonkajších drôtov v prameni	12	18	24	30
<b>Plne uzavreté špirálové lano</b>				
				
Konštrukcia	1 vrstva Z-drôtov	2 vrstvy Z-drôtov	$\geq 3$ vrstvy Z-drôtov	
Priemer $d_s$ [mm]	od 20 do 40	od 25 do 50	od 40 do 180	
Tolerancia pre $d_s$	+5 %	+5 %	+5 %	
<b>Pramenné lano</b>				
				
konštrukcia	6 × 19 - CF	6 × 19 - CWS	6 × 36WS - CF	6 × 36WS - CWR
Priemer $d_s$ [mm]	od 6 do 40	od 6 do 40	od 6 do 40	od 6 do 40
Prameň	6	6	6	6
Počet drôtov v prameni	18	18	36	36
Počet vonkajších drôtov v prameni	12	12	14	14

### 2.4.3 Spoje a detaily

Súčasnú membránovú konštrukciu tvoria často pomerne zložité systémy, v ktorých môžeme prenos zaťaženia a síl z jedného prvku konštrukcie na druhý dosiahnuť dobre navrhnutými spojmi a prípojami. Zvláštnu pozornosť treba preto počas návrhu venovať spojeniu a spojovaciým článkom jednotlivých komponentov.

Pri spájaní jednotlivých dielov membránových konštrukcií môžeme využiť zošívanie švíkov, zváranie švíkov alebo kombináciu týchto techník. Spoje membrán sú spravidla situované na vonkajšej strane membrány. Relatívne drahé zošívanie sa používa iba v odôvodnených prípadoch, predovšetkým v miestach väčšieho zaťaženia. Nevýhodou procesu zošívania membrány je jej perforácia, čo môže vyvolať problémy s vodonepriepustnosťou membrány. Zošité miesta sa preto prekrývajú poistnými pásmi [7].

Drôtené lano môže byť ukončené zaliatím kovom alebo živicom. Očnica so zalisovanou hliníkovou objímkou alebo svorka so svorníkom v tvare U, sú vhodné na zhotovenie menej namáhaných konštrukčných prvkov, vhodných do menej náročných, najmä dočasných konštrukcií. Zakončenie a kotvenie ťahaných prvkov sa navrhuje tak, aby sa medzná odolnosť ťahaného prvku dosiahla skôr ako nastane preklz alebo iná stála deformácia kotevných alebo iných nosných prvkov. Únavová odolnosť kotvenia musí byť väčšia ako odolnosť ťahaných prvkov. Zariadenia na nastavenie dĺžky ťahaného prvku musia zaistiť splnenie požiadaviek na predpätie, geometrické tolerancie a podobne. Primerané klbové spojenie v kotvení musí umožniť vyrovnanie výrobných a montážnych imperfekcií ako je vybočenie prútu alebo rámu. Ťahané prvky sa musia dať vymeniť [8].

## 2.5 Zaťaženie

V tejto kapitole budú popísané zaťaženia, ktoré môžeme aplikovať na membránové konštrukcie. Konkrétne pôjde o zaťaženie snehom a vetrom.

### 2.5.1 Zaťaženie snehom

Charakteristická hodnota zaťaženia snehom na strechách  $s$  pôsobí zvislo a je vzťahnutá k pôdorysnej ploche strechy. Stanovuje sa nasledujúcim spôsobom [14]

$$s = \mu_1 C_e C_t s_k, \quad (2.1)$$

kde  $s_k$  je charakteristická hodnota zaťaženia snehom na zemi,  $\mu_1$  je tvarový súčiniteľ zaťaženia snehom,  $C_e$  je súčiniteľ expozície a  $C_t$  je tepelný súčiniteľ.

Charakteristická hodnota zaťaženia snehom na zemi  $s_k$  sa určuje podľa Európskej mapy zaťaženia snehom na zemi.

Tvarový súčiniteľ zaťaženia snehom  $\mu_1$  určíme podľa (tab. 2.3).

Tab. 2.3 Tvarové súčinitele striech [14]

Tvarový súčiniteľ	Uhol sklonu strechy $\alpha$		
	$0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$	$30^\circ < \alpha < 60^\circ$	$\alpha \geq 60^\circ$
$\mu_1$	0,8	$0,8(60 - \alpha)/30$	0
$\mu_2$	$0,8 + 0,8\alpha/30$	1,6	--

Pri volení súčiniteľa expozície  $C_e$  sa uvažuje budúca výstavba v okolí staveniska. Súčiniteľ expozície sa volí rovno jednej pokiaľ pre rôzne typy krajín nie je stanovené inak (tab. 2.4).

Tepelný súčiniteľ  $C_t$  sa používa tam, kde je možné vziať do úvahy zníženie zaťaženia snehom na streche, ktorá má vysokú tepelnú priestupnosť ( $> 1 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ ), najmä pri niektorých sklenených strechách, kde dochádza k topeniu snehu vplyvom priestupu tepla strechou. Pre všetky ostatné prípady je  $C_t = 1,0$ .

Tab. 2.4 Súčiniteľ expozície  $C_e$  v závislosti na type krajiny [14]

Typ krajiny	$C_e$
otvorená <sup>a)</sup>	0,8
normálna <sup>b)</sup>	1,0
chránená <sup>c)</sup>	1,2

<sup>a)</sup> Otvorený typ krajiny: rovná plocha bez prekážok, otvorená do všetkých strán, nechránená alebo len málo chránená terénom, vyššími stavbami alebo stromami.  
<sup>b)</sup> Normálny typ krajiny: plochy, kde nedochádza na stavbách k výraznému premiestneniu snehu vetrom kvôli okolitému terénu, iným stavbám alebo stromom.  
<sup>c)</sup> Chránený typ krajiny: plochy, kde je uvažovaná stavba výrazne nižšia ako okolitý terén alebo je stavba obklopená vysokými stromami a/alebo vyššími stavbami

### 2.5.2 Zat'azenie vetrom

Rýchlosť vetra a dynamický tlak sú zložené zo strednej a fluktuáčnej zložky [15]. Stredná rýchlosť vetra  $v_m$  sa stanovuje zo základnej rýchlosti vetra  $v_b$ , ktorá závisí na veterných podmienkach a na zmene vetra s výškou, stanovené z drsnosti terénu a orografie. Fluktučná zložka vetra je vyjadrená intenzitou turbulencie.

Základná rýchlosť vetra sa vypočíta podľa vzorca

$$v_b = c_{dir} c_{season} v_{b,0}, \quad (2.2)$$

kde  $v_{b,0}$  je východisková základná rýchlosť vetra,  $c_{dir}$  je súčiniteľ smeru vetra a  $c_{season}$  je súčiniteľ ročného obdobia.

Východisková základná rýchlosť vetra  $v_{b,0}$  (tab. 2.5) [15] je charakteristická desaťminútová stredná rýchlosť vetra, nezávislá na smere vetra a ročnom období, vo výške 10 m nad zemou v teréne bez prekážok s nízkou vegetáciou ako je tráva a izolovanými prekážkami, vzdialenými od seba najmenej 20-násobok výšky prekážok (kategória terénu II).

Tab. 2.5 Východisková základná rýchlosť vetra  $v_{b,0}$  v závislosti na vetrových oblastiach v SR

Vetrová oblasť	I	II
Východisková základná rýchlosť vetra $v_{b,0}$ [m/s]	24	26

Súčiniteľ smeru vetra  $c_{dir}$  a súčiniteľ ročného obdobia  $c_{season}$  sa všeobecne rovnajú jednej.

Charakteristická stredná rýchlosť vetra  $v_m(z)$  vo výške  $z$  nad terénom je ovplyvnená miestnymi vplyvmi, ako sú drsnosť terénu a ortografie. Je určená vzťahom

$$v_m(z) = c_r(z)c_0(z)v_b, \quad (2.3)$$

kde  $c_0(z)$  je súčiniteľ orografie a  $c_r(z)$  je súčiniteľ drsnosti terénu.

Súčiniteľ orografie  $c_0(z)$  je závislý na vplyve horopisu, teda osamelých kopcov, hrebeňov, útesov a strmých stien. Pre väčšinu návrhových situácií je rovný jednej (rýchlosť vetra nie je zväčšená o viac ako 5 % vplyvom orografie).

Vplyv výšky nad zemou sa vyjadruje prostredníctvom súčiniteľa drsnosti terénu  $c_r(z)$ , ktorý závisí na členitosti terénu a na jeho vzdialenosti k rozhraniu kategórie terénu. Súčiniteľ drsnosti terénu je definovaný vzťahom

$$c_r(z) = k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad \text{pre} \quad z_{min} \leq z \leq z_{max}, \quad (2.4)$$

$$c_r(z) = c_r(z_{min}) \quad \text{pre} \quad z \leq z_{min}, \quad (2.5)$$

kde  $k_r$  je súčiniteľ terénu a  $z$  je výška nad zemou.

Súčiniteľ terénu  $k_r$  sa vypočíta podľa vzorca

$$k_r = 0,19 \cdot \left(\frac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0,07}. \quad (2.6)$$

Tab. 2.6 Parameter drsnosti terénu  $z_0$  a min. výška  $z_{\min}$  v závislosti na kategórii terénu [15]

Kategória terénu		Parameter drsnosti terénu $z_0$ [m]	Minimálna výška $z_{\min}$ [m]
0	More alebo pobrežné oblasti vystavené otvorenému moru	0,003	1
I	Jazerá alebo vodorovné oblasti so zanedbateľnou vegetáciou a bez prekážok	0,01	1
II	Oblasti s nízkou vegetáciou ako je tráva a s izolovanými prekážkami (stromy, budovy), ktorých vzdialenosť je väčšia ako 20-násobok výšky prekážok	0,05	2
III	Oblasti rovnomerne pokryté vegetáciou alebo budovami alebo izolovanými prekážkami, ktorých vzdialenosť je maximálne 20-násobok výšky prekážok (ako sú dediny, predmestský terén, súvislý les)	0,3	5
IV	Oblasti, v ktorých je najmenej 15% povrchu pokryté pozemnými stavbami, ktorých priemerná výška je väčšia ako 15 m	1,0	10

Pre určenie výsledného zaťaženia vetrom je významný charakteristický maximálny dynamický tlak  $q_p(z)$ , ktorý sa určí podľa vzťahu

$$q_p(z) = [1 + 7 \cdot I_v(z)] \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot v_m^2(z) = c_e(z) \cdot q_b, \quad (2.7)$$

kde  $I_v(z)$  je intenzita turbulencie vo výške  $z$ ,  $\rho$  je merná hmotnosť vzduchu,  $c_e$  je súčiniteľ expozície a  $q_b$  je základný dynamický tlak vetra.

Vplyv turbulencií vetra je zohľadnený vynásobením základného tlaku vetra výrazom  $[1 + 7 \cdot I_v(z)]$ , pričom intenzita turbulencie vo výške  $z$  sa stanoví podľa vzťahu

$$I_v(z) = \frac{k_1}{c_0(z) \cdot \ln(z/z_0)} \quad \text{pre} \quad z_{\min} \leq z \leq z_{\max}, \quad (2.8)$$

kde  $k_1$  je súčiniteľ turbulencie, ktorého doporučená hodnota je jedna.

Doporučená hodnota mernej hmotnosti vzduchu  $\rho$ , ktorá závisí sa nadmorskej výške, teplote a barometrickom tlaku, ktorý je v oblasti očakávaný pri silnej víchrici, je  $1,25 \text{ kg/m}^3$ .

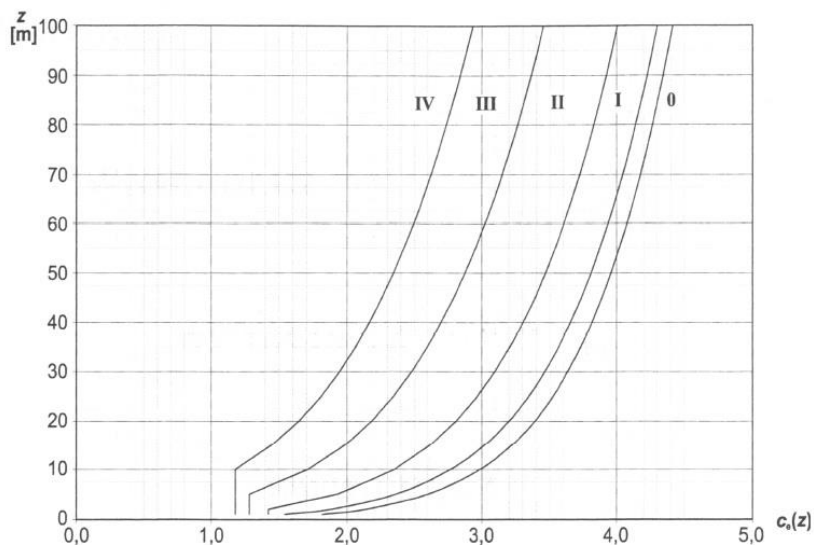
Základný dynamický tlak vetra  $q_b$  dostaneme z rovnice

$$q_b = 0,5 \rho v_b(z)^2. \quad (2.9)$$

Súčiniteľ expozície  $c_e(z)$  vypočítame podľa vzorca

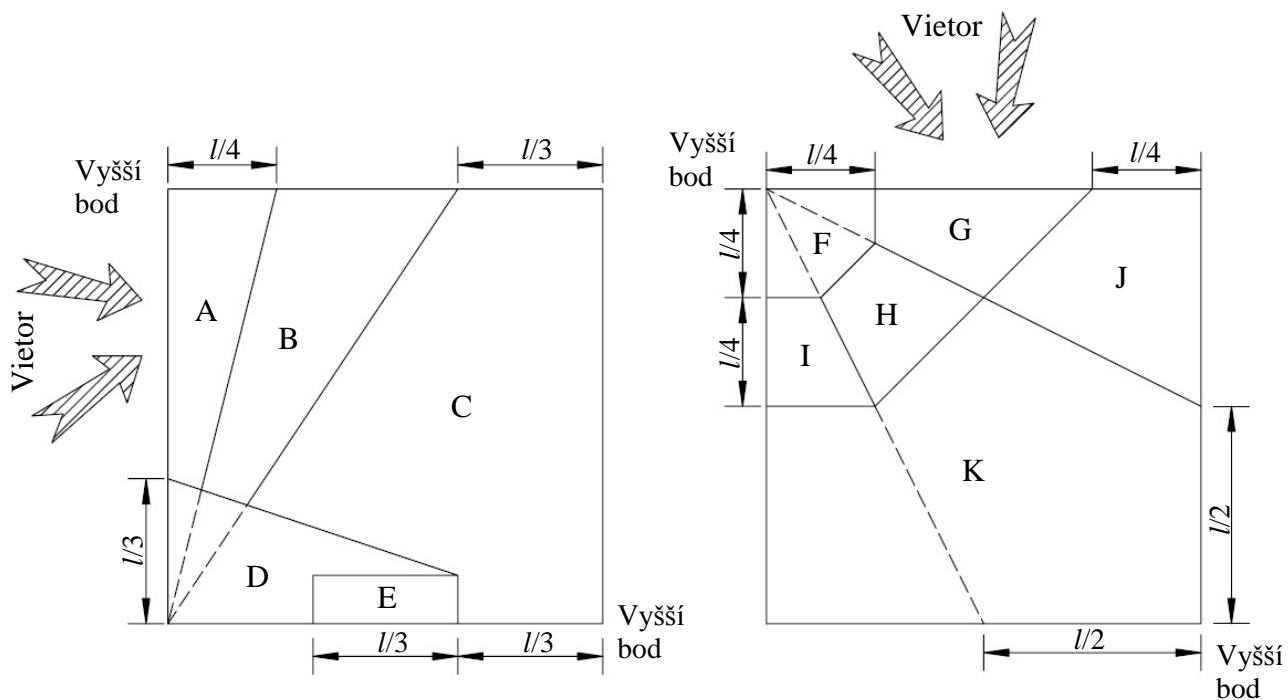
$$c_e = \frac{q_p(z)}{q_b}, \quad (2.10)$$

alebo ho môžeme odčítať z grafu (obr. 2.5), za predpokladu, že súčiniteľ orografie  $c_0$  a súčiniteľ turbulencie  $k_1$  sú rovné jednej.



Obr. 2.5 Graf pre približné určenie súčiniteľa expozície  $c_e(z)$  [15]

Lokálne zaťaženie vetrom dostaneme vynásobením charakteristického maximálneho dynamického tlaku  $q_p$  súčiniteľom tlaku a sania  $c_p$  (tab. 2.7). Súčiniteľ  $c_p$  závisí na smere vetra a jednotlivjej zóne (obr. 2.6). Pre hyperbolický paraboloid platí pôdorysné rozdelenie do zón od A po K v závislosti na smere vetra.



Obr. 2.6 Pôdorysné rozdelenie do zón pre hyperbolický paraboloid [5]

Tab. 2.7 Hodnoty súčiniteľov  $c_p$  v závislosti na zónach [5]

Hodnoty súčiniteľov $c_p$ [-]	Zóna										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Kladná hodnota	0	0	0,3	0,3	0,3	0	0	0,2	0	0	0,2
Záporná hodnota	-1,45	-0,9	-0,65	-0,7	-1,2	-1,8	-1,2	-0,9	-1,2	-0,65	-0,65

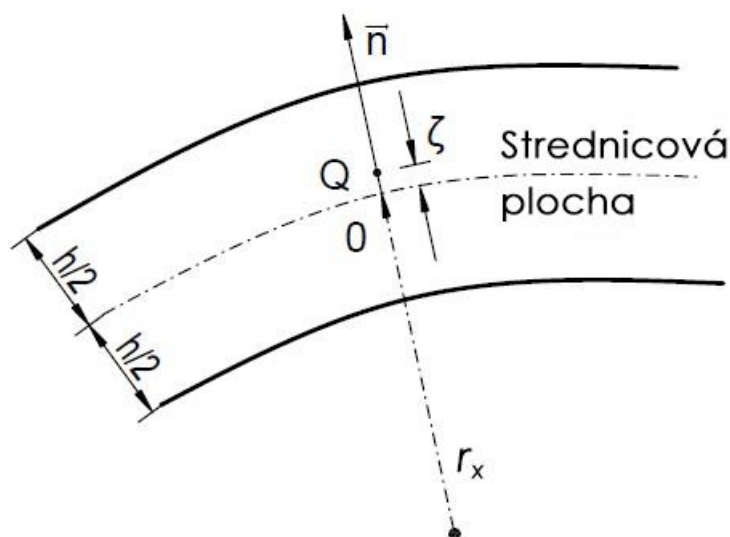
### 3 Teória škrupín

Cieľom tejto kapitoly je vysvetlenie pojmu škrupina a dvoch rôznych teórií, ktoré s týmto pojmom súvisia. Na konci kapitoly budú tieto dve teórie porovnávané. Ďalej budú popísané merné vnútorné sily a deformácie, ktoré sa vyskytujú v škrupinách.

#### 3.1 Všeobecná teória škrupín

Škrupiny sú plošné konštrukcie, ktorých strednicová plocha je zakrivená v jednom alebo dvoch hlavných smeroch. V dôsledku zakrivenia dochádza v škrupinách k priaznivému rozloženiu merných vnútorných síl, takže konštrukčné prvky tohto typu môžu prenášať zaťaženie nad veľkými rozpätiami. Škrupina sa chová ako kombinácia steny a dosky, pričom využíva prednosti oboch.

Podobne ako teória dosiek, prešla aj teória škrupín dosť zložitým vývojom. Jej súčasná koncepcia vychádza z možnosti rozvinúť posuny a napätia v mocninové rady podľa parametra  $\zeta$ , ktorý predstavuje vzdialenosť všeobecného bodu  $Q$  od strednicovej plochy škrupiny (obr. 3.1). Ak v týchto radách uvažujeme len prvé dva členy, absolútny a lineárny vzhľadom k parametru  $\zeta$ , dôjdeme k takzvanej ohybovej teórii škrupín, ktorá je obdobou Kirchhoffovej teórie tenkých dosiek. Ak sa obmedzíme len na absolútne členy, riešenie bude na parametri  $\zeta$  nezávislé a zredukuje sa na takzvanú membránovú teóriu škrupín.



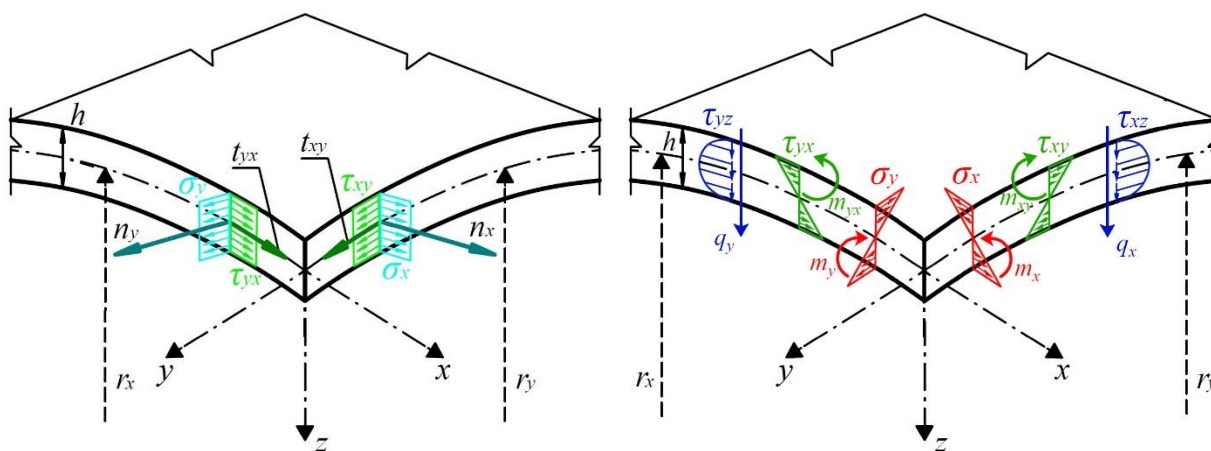
Obr. 3.1 Schéma škrupiny [12]

Ohybová teória vychádza z dvoch Kirchhoffových predpokladov a poskytuje len približné riešenie [12]:

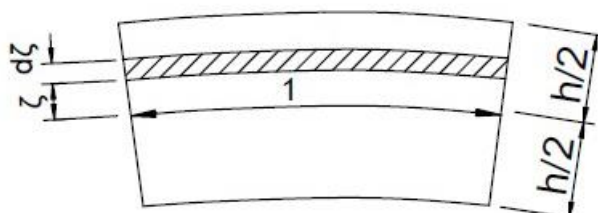
1. Normály k strednicovej ploche škrupiny prejdú po deformácii opäť na normály, avšak zdeformovanej strednicovej plochy. Pritom vzdialenosť bodov ležiacich na tej istej normále sa deformáciou škrupiny nemení.
2. Normálové napätie  $\sigma_n$ , orientované do smeru normály  $\mathbf{n}$ , je oproti zložkám pôsobiacim rovnobežne so strednicovou plochou zanedbateľné.

### 3.1.1 Merné vnútorné sily

Normálou  $\mathbf{n}$  a bázovými vektormi  $\mathbf{i}_1$  a  $\mathbf{i}_2$  sú určené dve roviny, ktoré pretínajú škrupinu v dvoch navzájom kolmých rezoch [12]. Rezom sa teda rozumie plošný útvar, kolmý k strednicovej ploche. Výslednice napätí vztiahnuté na jednotku dĺžky rezu sa nazývajú mernými vnútornými silami (obr. 3.2). Kladné merné vnútorné sily pôsobia v smere kladných napätí.



Obr. 3.2 Merné vnútorné sily v škrupine



Obr. 3.3 Diferenciál plochy pre integráciu merných vnútorných síl [12]

Merné normálové sily  $n_x$  a  $n_y$  vyjadríme pomocou vzťahov

$$n_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \left( 1 + \frac{\zeta}{r_y} \right) d\zeta, \quad (3.1)$$

$$n_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y \left( 1 + \frac{\zeta}{r_x} \right) d\zeta. \quad (3.2)$$

Merné šmykové sily  $t_{xy}$  a  $t_{yx}$  vyjadríme pomocou vzťahov

$$t_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} \left( 1 + \frac{\zeta}{r_y} \right) d\zeta, \quad (3.3)$$

$$t_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yx} \left( 1 + \frac{\zeta}{r_x} \right) d\zeta. \quad (3.4)$$

Merné posúvajúce sily  $q_x$  a  $q_y$  vyjadríme vzťahmi

$$q_x = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} \left( 1 + \frac{\zeta}{r_y} \right) d\zeta. \quad (3.5)$$

$$q_y = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} \left( 1 + \frac{\zeta}{r_x} \right) d\zeta. \quad (3.6)$$

Zložky napätia vyvodzujú okolo lokálnych osí súradníc určených vektormi  $\mathbf{i}_1$  a  $\mathbf{i}_2$  takisto otáčavé účinky, ktoré sa prejavajú ako merné ohybové a merné krútiace momenty.

Merné ohybové momenty  $m_x$  a  $m_y$  vyjadríme pomocou vzťahov

$$m_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \zeta \left( 1 + \frac{\zeta}{r_y} \right) d\zeta, \quad (3.7)$$

$$m_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y \zeta \left( 1 + \frac{\zeta}{r_x} \right) d\zeta. \quad (3.8)$$

Merné krútiace momenty  $m_{xy}$  a  $m_{yx}$  vyjadríme vzťahmi

$$m_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} \zeta \left( 1 + \frac{\zeta}{r_y} \right) d\zeta . \quad (3.9)$$

$$m_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yx} \zeta \left( 1 + \frac{\zeta}{r_x} \right) d\zeta . \quad (3.10)$$

## 3.2 Membránová teória škrupín

Pri riešení škrupín za membránového stavu sa na prenášaní zaťaženi podieľajú predovšetkým merné vnútorné sily, ktoré pôsobia v tangenciálnej rovine (teda merné normálové sily  $n_x, n_y$  a merné šmykové sily  $t_{xy} = t_{yx}$ ), zatiaľ čo merné posúvajúce sily pôsobiace v smere normál k strednici ( $q_x, q_y$ ), merné ohybové a merné krútiace momenty ( $m_x, m_y, m_{xy}, m_{yx}$ ) majú podružnú úlohu, takže platí:

$$m_x = m_y = m_{xy} = m_{yx} = 0, \quad (3.11)$$

$$q_x = q_y = 0. \quad (3.12)$$

Membránový stav môžeme sledovať v dvoch prípadoch. Prvý nastáva pri membránach, ktoré sú dokonalo ohybné, takže vzdorujú len silám pôsobiacim v tangenciálnej rovine k strednicovej ploche. Membrána je charakterizovaná tým, že  $Eh$  je konečné, avšak  $Eh^3 \rightarrow 0$ . Druhý prípad nastáva pri ohybovo tuhých škrupinách ( $Eh^3 \neq 0$ ), ktoré sú uložené a zaťaženi tak, aby v nich vznikali sily v tangenciálnej rovine k jej strednici.

## 4 Nelineárne úlohy

Pri inžinierskych pevnostných analýzach poddajných telies sa väčšinou stretávame s lineárnymi úlohami, pri ktorých sa predpokladá, že medzi vstupnými a výstupnými veličinami úlohy platí lineárny vzťah. Vstupnými veličinami rozumieme silové a deformačné okrajové podmienky, ktoré spolu s objemovými silami predstavujú zaťaženie telesa. Výstupnými veličinami sú hľadané hodnoty posunutí, pretvorené a napätí telesa. Linearizácia úlohy je určitá aproximácia, pretože reálna deformácia telesa vždy prináša do vzťahu vstupných a výstupných veličín nelineárne zložky. Vplyv týchto zložiek je však pri mnohých úlohách za určitých podmienok zanedbateľne malý a linearizácia je nielen prípustná, ale aj výhodná, pretože lineárna úloha sa rieši podstatne jednoduchšie ako nelineárna.

Avšak pri analýze membránových konštrukcií dochádza k značným deformáciám, priehyby sú mnohonásobne väčšie ako hrúbka materiálu, preto je pri výpočte potreba zohľadniť geometrickú nelineárnosť. Pri hľadaní rovnováhy na nedeformovanej konštrukcii by nebola konštrukcia správne analyzovaná pretože by nedošlo k zohľadneniu prerozdelenia vnútorných síl. Aby sme dosiahli potrebnú presnosť týchto úloh, musíme hľadať rovnováhu síl na deformovanej konštrukcii a pri modelovaní uvažovať s teóriou veľkých deformácií. Pri použití nelineárnej mechaniky prestáva platiť princíp superpozície a preto musíme aplikovať zaťaženie v celom rozsahu a nie je možné ho riešiť oddelene v jednotlivých zaťažovacích stavoch.

### 4.1 Klasifikácia nelineárností

V mechanike telies sa rozlišujú tieto základné typy nelineárností [10]:

- a) Geometrická nelineárnosť, v ktorej sú zdrojom nelineárností takzvané geometrické rovnice, čo sú vzťahy medzi posunutím a pretvorením.
- b) Materiálová (fyzikálna) nelineárnosť, kde sú zdrojom nelineárností základné vzťahy (fyzikálne rovnice), teda vzťahy medzi napätím a pretvorením.
- c) Konštrukčná nelineárnosť, kde sú zdrojom nelineárností jednostranné väzby alebo prvky pôsobiace len v ťahu alebo len v tlaku. Konštrukčnú nelineárnosť je nutné uvažovať pri kontaktných úlohách.

### 4.1.1 Geometricky nelineárne výpočty

Základný princíp zohľadnenia geometrickej nelineárnosti vo výpočte spočíva v zavedení vzťahu medzi maticou tuhosti konštrukcie a vektorom neznámych parametrov deformácie, teda v zohľadnení vlastností deformovaného telesa. Základnú rovnicu

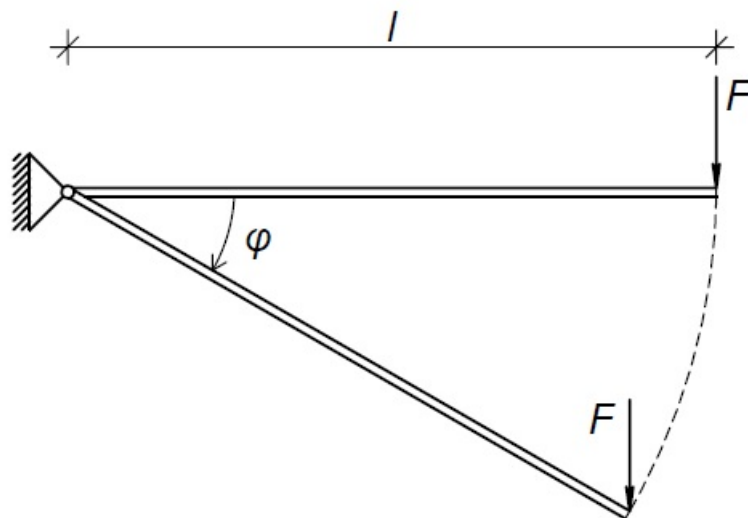
$$\mathbf{Kd} = \mathbf{f}, \quad (4.1)$$

nahradíme

$$\mathbf{K}(\mathbf{d})\mathbf{d} = \mathbf{f}, \quad (4.2)$$

kde  $\mathbf{K}$  predstavuje počiatočnú maticu tuhosti konštrukcie,  $\mathbf{d}$  predstavuje vektor neznámych parametrov deformácie,  $\mathbf{f}$  predstavuje vektor pravých strán a  $\mathbf{K}(\mathbf{d})$  predstavuje maticu tuhosti konštrukcie ako funkciu deformácie.

Zdroj geometrickej nelineárnosti môžeme dokázať na prípade pružne votknutej konzoly (obr. 4.1).



Obr. 4.1 Pružne votknutá konzola [10]

Lineárnym riešením by sme získali vo votknutí pre ohybový moment  $M$  vzťah

$$M = Fl, \quad (4.3)$$

kde  $F$  je sila, ktorá pôsobí na pružne votknutú konzolu a  $l$  predstavuje dĺžku konzoly.

Nelineárnym riešením dostaneme pre ohybový moment  $M$  vo votknutí vzťah

$$M = Fl \cos \varphi, \quad (4.4)$$

kde  $\varphi$  predstavuje pootočenie konzoly vo votknutí.

Pri danom zaťažení nebude veľkosť ohybového momentu vo votknutí rásť lineárne so zaťažením  $F$ . Vplyvom deformácie dochádza ku skracovaniu vodorovného priemetu konzoly, čo spôsobuje nelineárne správanie tejto konštrukcie. Čím bude väčšie pootočenie  $\varphi$  vo votknutí, tým bude rozdiel viditeľnejší (obr. 4.2). Z obrázku vyplýva, že pre malé uhly je lineárny predpoklad oprávnený, ale pri väčších uhloch je neprípustný.

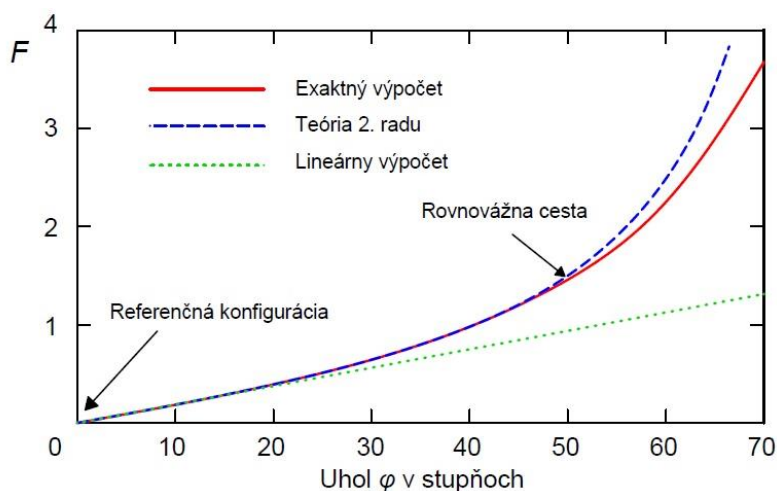
Často sa na riešenie nelineárnych úloh využívajú tzv. teórie druhého rádu [10]. Pri takomto postupe sa nelineárne funkcie rozvinú do radu, z ktorého sa potom pri riešení použijú len prvé dva členy. Pre pružne votknutú konzolu môžeme využiť aproximáciu

$$\cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2} \quad (4.5)$$

na približné riešenie úlohy. Dostaneme vzťah

$$F = \frac{M}{l \left( 1 - \frac{\varphi^2}{2} \right)} \quad (4.6)$$

V obrázku 4.2 je vidieť, že takéto riešenie do určitého uhla poskytuje vyhovujúce výsledky, avšak pri vysokom stupni nelinearity sa tiež môže výrazne líšiť od presného riešenia.



Obr. 4.2 Závislosť uhla natočenia nosníka na zaťažujúcej sile [10]

Pomocou analogických obrázkov ako je obr. 4.2 sa často charakterizujú nelineárne pevnostné úlohy. Na telese sa výtýpuje bod a nakreslí sa závislosť jeho zovšeobecneného posunutia (posunutie, resp. natočenie) od veličiny charakterizujúcej zmenu zaťaženia, čím dostaneme tzv. rovnovážnu cestu v zaťažovacom diagrame úlohy. Stav, keď teleso nie je zaťažené sa nazýva referenčná konfigurácia [10].

## 4.2 Metódy riešenia nelineárnych úloh

Pri riešení lineárnych problémov existuje mnoho numerických postupov ako danú sústavu rovníc vyriešiť [10]. Používa sa napríklad Gausova eliminačná metóda, Frontálna metóda, a iné. Riešenie nelineárnych diferenciálnych rovníc vo formulácii MKP vedie na riešenie nelineárnych algebraických rovníc, ktoré môžeme napísať vo forme (4.2).

Matica tuhosti konštrukcie  $\mathbf{K}$  v rovnici (4.2) je funkciou neznámych parametrov deformácie  $\mathbf{d}$  a nemôže byť teda vyhodnotená bez znalosti samotného vektoru deformácie. Keďže nemôžeme túto nelineárnu sústavu riešiť priamo, prevádzame ju na riešenie iteračného procesu, ktorý je založený na postupnom spresňovaní a každý iteračný krok je linearizovaný.

Postupné spresňovanie riešenia iteračného procesu je ukončené v okamihu, keď je dosiahnutá zadaná podmienka presnosti  $\Delta d = d^{(i+1)} - d^{(i)}$ . Prepísanie nelineárnej algebraickej rovnice do iteračného tvaru

$$\mathbf{K}(\mathbf{d}^{(i)})\mathbf{d}^{(i+1)} = \mathbf{f}, \quad (4.7)$$

z ktorého môžeme vyjadriť rovnicu pre hľadanú deformáciu

$$\mathbf{d}^{(i+1)} = \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{d}^{(i)})\mathbf{f} \quad (4.8)$$

a iteračný výpočet vektoru deformácií má teda tvar

$$\mathbf{d}^{(i+1)} = \mathbf{d}^{(i)} + \Delta\mathbf{d}^{(i)}. \quad (4.9)$$

Hľadáme taký stav deformácie konštrukcie, pri ktorej platí

$$\mathbf{r}(\mathbf{d}) = 0, \quad (4.10)$$

pričom

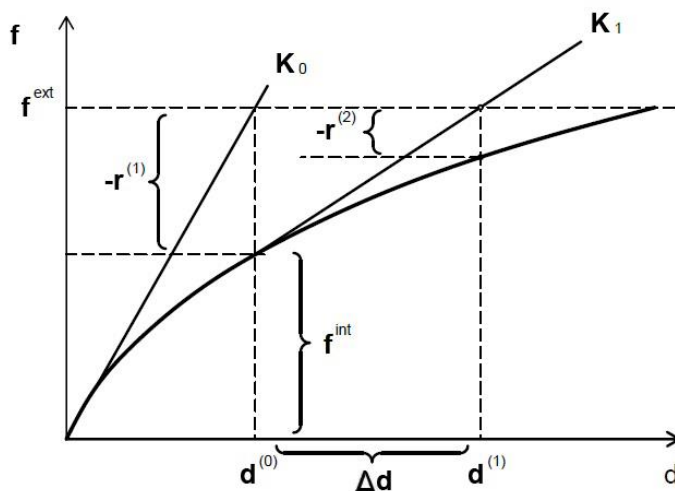
$$\mathbf{r}(\mathbf{d}) = \mathbf{K}(\mathbf{d})\mathbf{d} - \mathbf{f}, \quad (4.11)$$

kde  $\mathbf{r}(\mathbf{d})$  je vektor nevyvážených síl.

Vo výpočte sa najskôr zo známej počiatkovej matice tuhosti konštrukcie  $\mathbf{K}_i$  (kde  $i=0$ ) a známeho vektoru pravých strán  $\mathbf{f}$  vypočíta prvá iterácia vektoru neznámych parametrov deformácie  $\mathbf{d}_{i+1}$ . Potom sa vypočíta aktuálna matica tuhosti konštrukcie  $\mathbf{K}_{i+1}$  a vektor nevyvážených síl  $\mathbf{r} = \mathbf{f}^{\text{int}} - \mathbf{f}^{\text{ext}}$ , ktorým je konštrukcia zaťažená a následne sa vypočíta vektor  $\mathbf{d}_{i+1}$ . Druhá aproximácia vektoru deformácií je  $\mathbf{d}^{(i+2)} = \mathbf{d}^{(i+1)} + \Delta\mathbf{d}^{(i+1)}$ . Iteračný proces sa opakuje do splnenia konvergenčného kritéria [10].

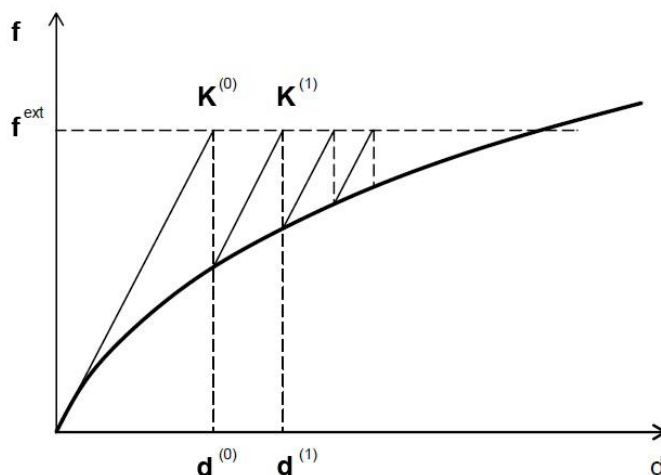
#### 4.2.1 Newton-Raphsonova metóda

Pôvodná nemodifikovaná Newton-Raphsonova iteračná metóda vyžaduje zostavenie tangenciálnej matice konštrukcie  $\mathbf{K}$  v každom iteračnom kroku. V každom iteračnom kroku sa mení aj ľavá strana riešených sústav lineárnych rovníc, čo zaručuje dobrú konvergenciu 2. radu.



Obr. 4.3 Princíp Newton-Raphsonovej metódy [10]

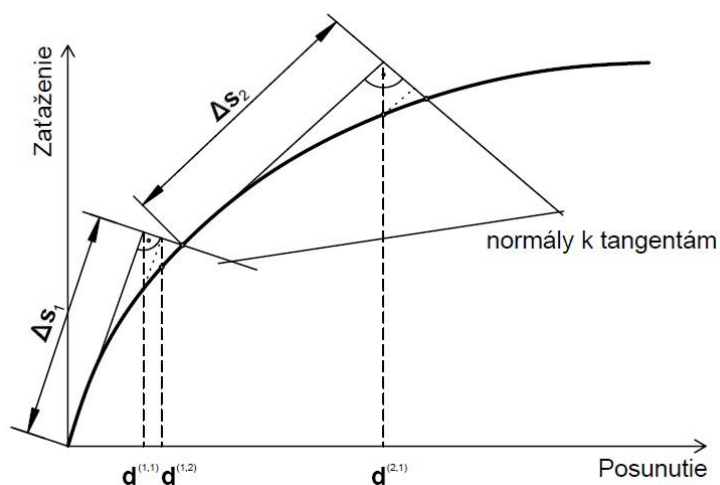
Niekedy je výhodnejšie ponechať ľavé strany sústavy rovníc bez zmeny a meniť len pravú stranu. Túto metódu nazývame modifikovaná Newton-Raphsonová metóda [10]. Všeobecne vyžaduje podstatne viac iterácií ako normálna Newton-Raphsonová metóda, ale vzhľadom k tomu, že dekompozícia matice sústavy rovníc je vykonaná len raz, sú iterácie omnoho rýchlejšie.



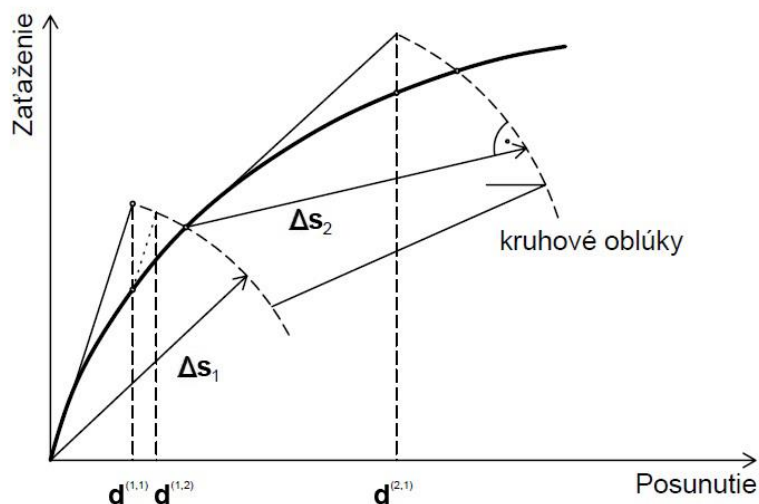
Obr. 4.4 Princíp modifikovanej Newton-Raphsonovej metódy [10]

#### 4.2.2 Riksova metóda

Základnou myšlienkou Riksovej metódy je sledovanie pracovného diagramu po rovnakých úsekoch  $\Delta s$  [9]. Pre túto vlastnosť sa metóda nazýva tiež „arc length“ (dĺžka oblúku). Riksova metóda definuje  $\Delta s$  na tangente v danom rovnovážnom bode a ďalší bod určíme ako priesečník normály z takto definovaného bodu tangenty s krivkou pracovného diagramu (obr. 4.5). Ako modifikáciu tejto metódy navrhol M. A. Crisfield použiť namiesto normály kruhový oblúk. Z tejto podmienky je určený prírastok zaťaženia. V rámci takto určeného prírastku (alebo úbytku) je pre nájdenie rovnovážneho riešenia použitá modifikovaná Newton-Raphsonova metóda (obr. 4.6).



Obr. 4.5 Riksova metóda – definovanie pomocou normál k tangentám [10]



Obr. 4.6 Riksová metóda – definovanie pomocou kruhových oblúkov [10]

## 4.3 Fyzikálne vlastnosti

V tejto kapitole je popísané chovanie izotropného a ortotropného materiálu.

### 4.3.1 Izotropný materiál

Izotropný materiál je materiál, ktorého mechanicko-fyzikálne vlastnosti sú nezávislé od smeru, v ktorom tieto vlastnosti meriame [1]. Mechanicko-fyzikálne vlastnosti kvalitatívne opisujú a kvantitatívne hodnotia správanie materiálu pri definovanom mechanickom namáhaní. V lineárnej teórii pružnosti je vzťah medzi napätím a deformáciou lineárny a pre izotropný materiál stačí teda poznať dve materiálové konštanty – modul pružnosti  $E$  a Poissonov súčiniteľ  $\nu$ . Tento vzťah môžeme vyjadriť v maticovom zápise nasledovne

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}. \quad (4.12)$$

Prvky tejto matice závisia na materiálových konštantách  $E$  a  $\nu$ , z ktorých môžeme potom vypočítať modul pružnosti v šmyku  $G$  podľa vzťahu

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (4.13)$$

### 4.3.2 Ortotropný materiál

Ortotropný materiál je materiál, ktorého mechanicko – fyzikálne vlastnosti sú rôzne a nezávislé len v troch na seba kolmých smeroch [1]. Vzťah medzi napätím a deformáciou pre ortotropný materiál môžeme vyjadriť v maticovom zápise.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & -\frac{\nu_{xz}}{E_x} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}. \quad (4.14)$$

Takýto vzťah medzi napätím a deformáciou pre ortotropný materiál je definovaný pomocou deviatich nezávislých konstant: moduly pružnosti  $E_x, E_y, E_z$ , Poissonove súčinitele  $\nu_{xy} = \nu_{yx}, \nu_{yz} = \nu_{zy}, \nu_{xz} = \nu_{zx}$ , moduly pružnosti v šmyku  $G_{xy}, G_{yz}, G_{xz}$ .

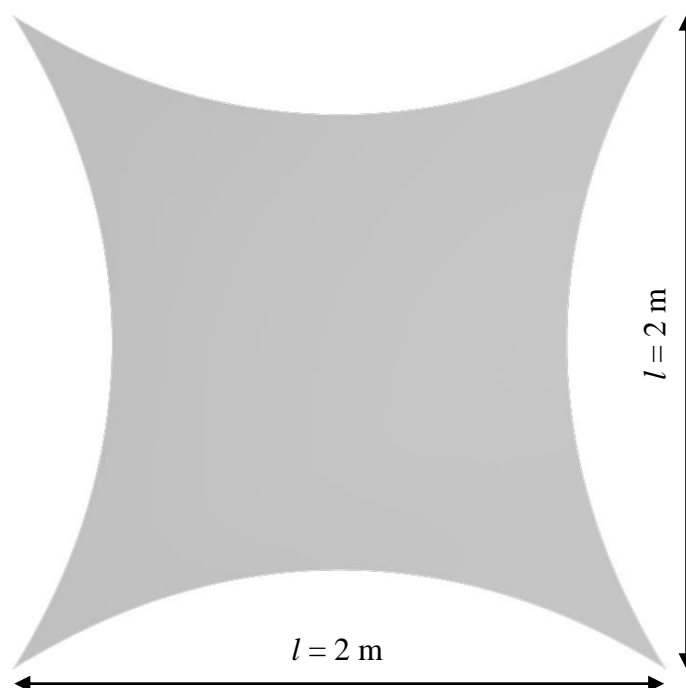
## 5 Aplikácia

V tejto kapitole popisujem tri dielčie štúdie prístrešku tvaru hyperbolického paraboloidu z textilného materiálu. Sú to

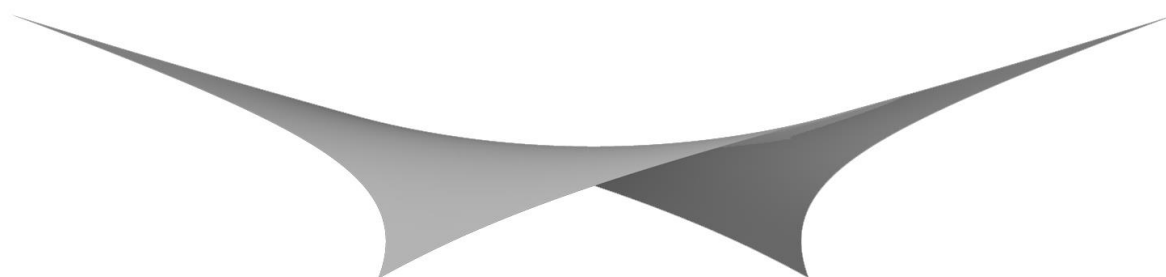
- vplyv zmeny hustoty výpočtovej siete,
- vplyv zmeny geometrie,
- vplyv zmeny materiálu,

### 5.1 Geometria

Z troch základných typov membránových konštrukcií som si vzhľadom na štvorcový pôdorys veľkosti  $2 \times 2$  m (obr. 5.1) vybrala hyperbolický paraboloid (obr. 5.2).



Obr. 5.1 Rozmery prístrešku



Obr. 5.2 Hyperbolický paraboloid

## 5.2 Materiál

Z možných typov membrán som zvolila takú, ktorá vykazuje rovnaké (alebo zanedbateľne rozdielne) vlastnosti v oboch smeroch. Hrúbku membrány som zvolila 1,2 mm, modul pružnosti  $E = 2000$  MPa, šmykový modul  $G = 833$  MPa, Poissonov súčiniteľ  $\nu = 0,2$  a objemovú hmotnosť  $\rho = 1500$  kg/m<sup>3</sup>. Predpínacie lano som zvolila St1570/1770 z nehrdzavejúcej oceli s priemerom 9,3 mm, modulom pružnosti  $E = 195$  GPa, šmykovým modulom  $G = 75$  GPa, Poissonovým súčiniteľom  $\nu = 0,3$  a objemovou hmotnosťou  $\rho = 7850$  kg/m<sup>3</sup>.

## 5.3 Podoprenie

Nakoľko sa v práci sústredím skôr na navrhnutie a posúdenie textilnej membrány, neuvažujem s centrálnymi predpínacími lanami, aj keď tieto dve veci spolu úzko súvisia. Nosný systém lán v modeli nahradila kĺbovými uzlovými podporami, ktoré som umiestnila v rohoch hyperbolického paraboloidu. Predpätie som zadávala ako ťahovú silu od 1 kN/m do 5 kN/m zvyšovanú vždy o 1 kN/m.

## 5.4 Zaťaženie

V práci uvažujem s nasledujúcimi zaťažovacími stavmi a kombináciami

ZS1: Vlastná tiaž + predpätie

ZS2: Sneh

ZS3: Vietor v zóne A-E – TLAK

ZS4: Vietor v zóne A-E – SANIE

ZS5: Vietor v zóne F-K – TLAK

ZS6: Vietor v zóne F-K – SANIE

ZS7: Teplota

Kombinácie zaťažovacích stavov – ÚNOSNOSŤ

Pre účely tejto práce som pre stanovenie napätí použila rovnicu (6.10) z EN 1990 [14].

$$(6.10): \sum_{j \geq 1} \gamma_{Gj} G_{kj} + \gamma_P P_k + \gamma_{Q1} Q_{k1} + \sum_{j > 1} \gamma_{Qi} \psi_{0i} Q_{ki} \cdot \quad (5.1)$$

$$K1: 1,35 \times ZS1 + 1,5 \times ZS2$$

$$K2: 1,35 \times ZS1 + 1,5 \times (ZS3 + ZS2)$$

$$K3: 1,35 \times ZS1 + 1,5 \times (ZS4 + ZS2)$$

$$K4: 1,35 \times ZS1 + 1,5 \times (ZS5 + ZS2)$$

$$K5: 1,35 \times ZS1 + 1,5 \times (ZS6 + ZS2)$$

$$K6: 1,35 \times ZS1 + 1,5 \times ZS2 + 0,9 \times ZS7$$

Kombinácie zaťažovacích stavov – POUŽITELNOSŤ

Deformácie som uvažovala od charakteristickej kombinácie zaťaženia

$$\sum_{j \geq 1} G_{kj} + P_k + Q_{k1} + \sum_{j > 1} \psi_{0i} Q_{ki} \cdot \quad (5.2)$$

$$K7: 1,0 \times ZS1 + 1,0 \times ZS2$$

$$K8: 1,0 \times ZS1 + 1,0 \times (ZS3 + ZS2)$$

$$K9: 1,0 \times ZS1 + 1,0 \times (ZS4 + ZS2)$$

$$K10: 1,0 \times ZS1 + 1,0 \times (ZS5 + ZS2)$$

$$K11: 1,0 \times ZS1 + 1,0 \times (ZS6 + ZS2)$$

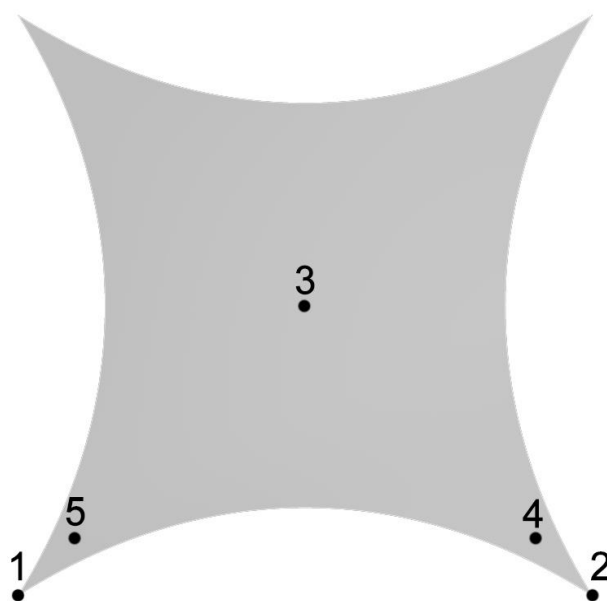
$$K12: 1,0 \times ZS1 + 1,0 \times ZS2 + 0,6 \times ZS7$$

## 5.4 Výpočet

K numerickému modelovaniu využívam programový systém RFEM [16] s aplikovaním geometricky nelineárneho riešenia. Výsledky modelovania vo všetkých variantách odčítavam vždy na piatich bodoch (obr. 5.3) a (tab. 5.1) s nemennými súradnicami  $x$  a  $y$ . Súradnica  $z$  sa mení v závislosti na zvolenom výškovom rozdiel bodov hyperbolického paraboloidu. V práci sledujem hodnoty posunutia  $u_z$ , prvého hlavného napätia  $\sigma_1$ , druhého hlavného napätia  $\sigma_2$ , Misesovho napätia  $\sigma_M$  na membráne a na oceľových prútoch.

Tab. 5.1 Zobrazované body

Bod č.	Súradnice	
	x [m]	y [m]
1	0	0
2	2	0
3	1	-1
4	1,8	-0,2
5	0,2	-0,2



Obr. 5.3 Zobrazované body

Keďže pre navrhovanie membránových konštrukcií nie sú žiadne normy, plachtu navrhujeme podľa dosiahnutého napätia a podľa pevnosti a charakteristík od výrobcu, prípadne experimentov. Priehyby sú tiež vždy individuálna záležitosť, ide o prevádzkové tolerancie a o vzhľad. Pre účely mojej práce som si na základe veľkosti membrány zvolila dovolený priehyb  $\frac{1}{100}l$ .

## 5.5 Varianty riešení

V tejto kapitole bližšie popíšem každú z mnou vybraných riešených variant. V prvej štúdii sledujem vplyv zmeny hustoty siete konečných prvkov výpočtového modelu. V druhej štúdii sa zaoberám vplyvom zmeny geometrie výpočtového modelu. V poslednej štúdii sledujem vplyv zmeny dotvarovania membránového materiálu, ktorý bol použitý vo výpočtovom modeli.

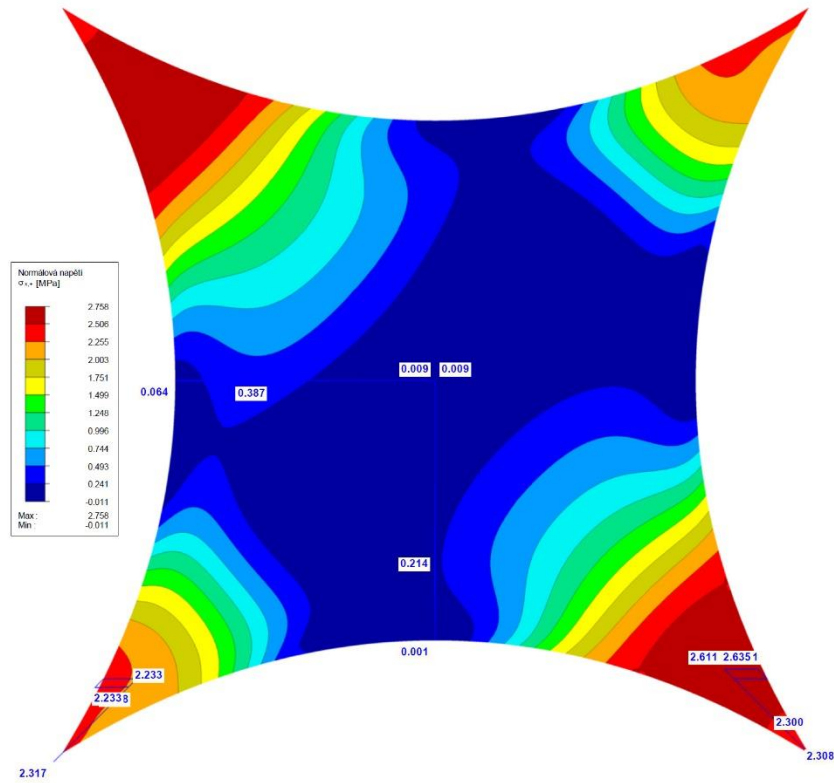
### 5.5.1 Vplyv zmeny hustoty výpočtovej siete

V prvej variante zisťujem na reprezentatívnom tvare hyperbolického paraboloidu veľkosť siete konečných prvkov. Veľkosť siete znižujem kvadraticky do momentu kedy sa výsledky v jednotlivých bodoch nelíšia v absolútnej hodnote o viac ako 5 % v porovnaní s hodnotami porovnávacej siete s veľkosťou strán 0,01 m. Používam siete s veľkosťami strán 0,16; 0,08; 0,04; 0,02 a 0,01 m.

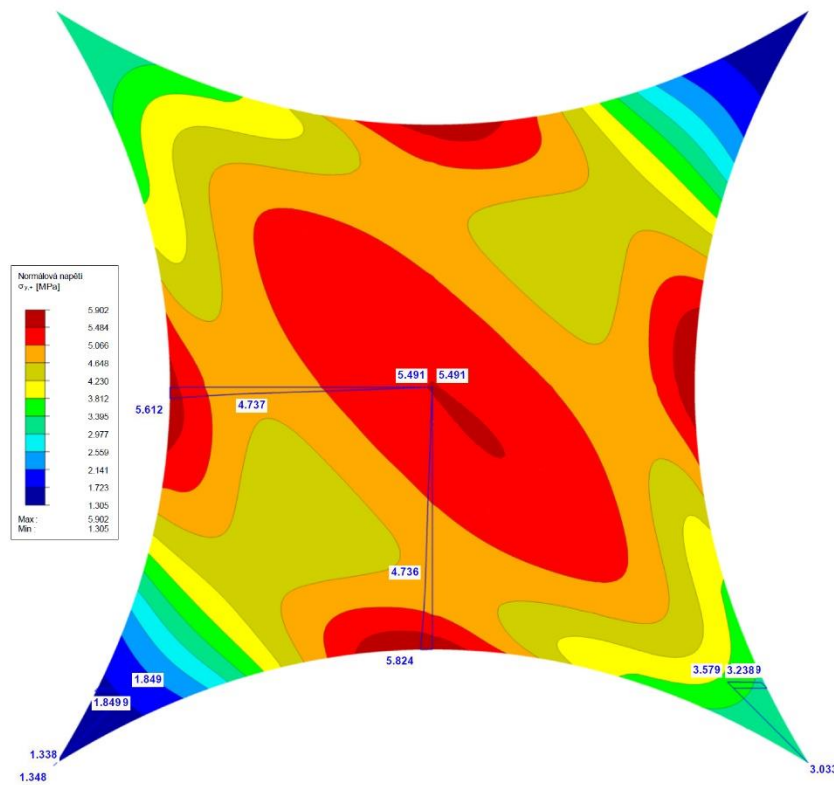
Na (obr. 5.7) až (obr. 5.9), (obr. 5.12) a (obr. 5.13) znázorňujem sledované hodnoty pomocou výstupu z RFEM. Okrem toho znázorňujem na (obr. 5.4) až (obr. 5.6) a (obr. 5.10) a (obr. 5.11) ďalšie vybrané hodnoty pre porovnanie. Konkrétne sú to normálové napätia  $\sigma_x$  a  $\sigma_y$ , šmykové napätie  $\tau_{xy}$  a posunutia  $u_x$  a  $u_y$ . Výsledky normálových napätí, šmykového a Misesovho napätia zobrazujem z kombinácie K2 a výsledky posunutí zobrazujem z kombinácie K8.

V (tab. 5.2) až (tab. 5.7) vypisujem sledované hodnoty pre všetky kombinácie a siete so všetkými zvolenými veľkosťami strán. Spolu s hodnotami v tabuľkách uvádzam aj percentuálne rozdiely od porovnávacej siete s veľkosťou strán 0,01 m.

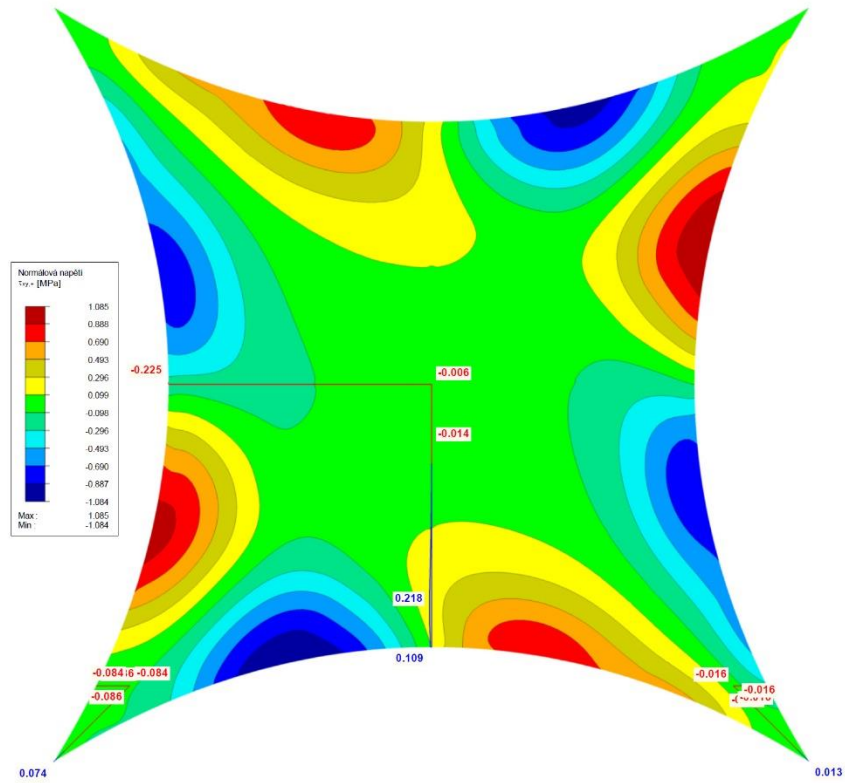
Na (obr. 5.14) až (obr. 5.17) znázorňujem grafy závislosti sledovaných hodnôt pre sledované body 1-5 pre vybrané kombinácie K2 a K8. Tieto kombinácie som si zvolila preto, lebo podľa môjho názoru patria medzi najnepriaznivejšie.



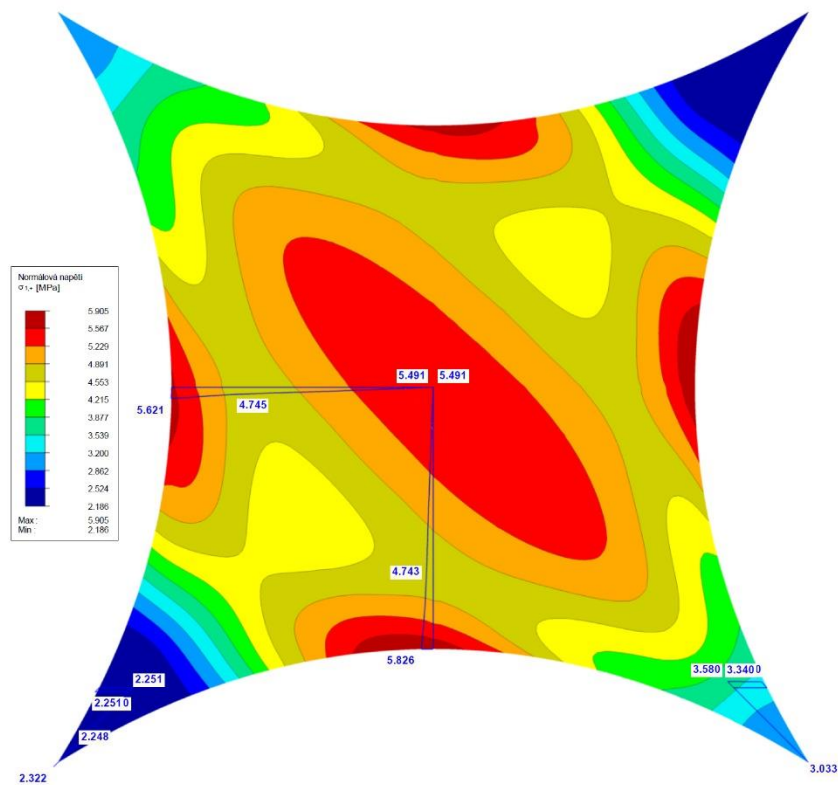
Obr. 5.4 Výsledky normálového napätia  $\sigma_x$  pre kombináciu K2 s výpočtovou sieťou 0,02 m



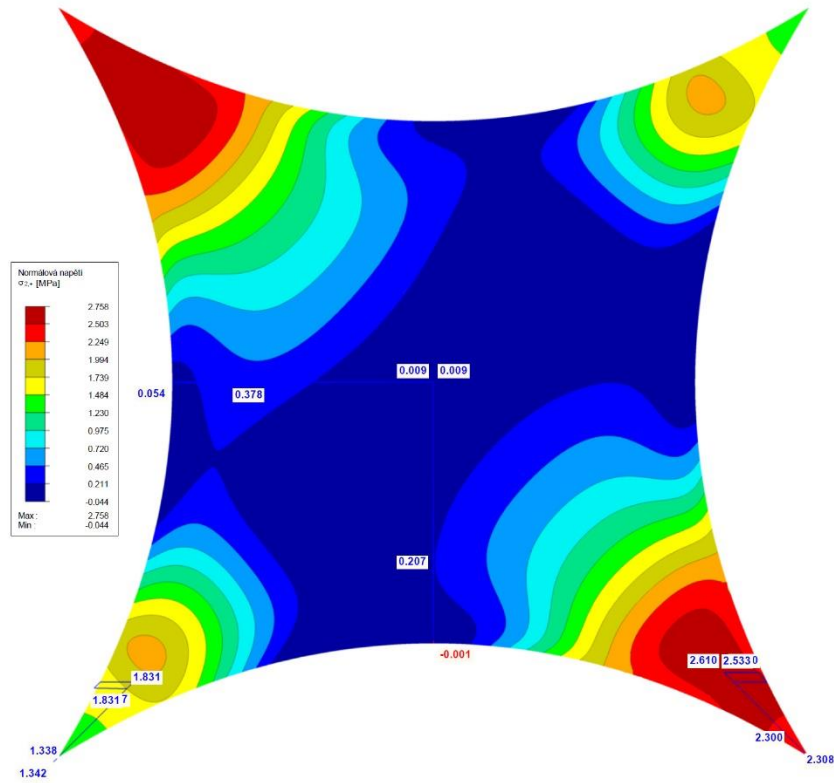
Obr. 5.5 Výsledky normálového napätia  $\sigma_y$  pre kombináciu K2 s výpočtovou sieťou 0,02 m



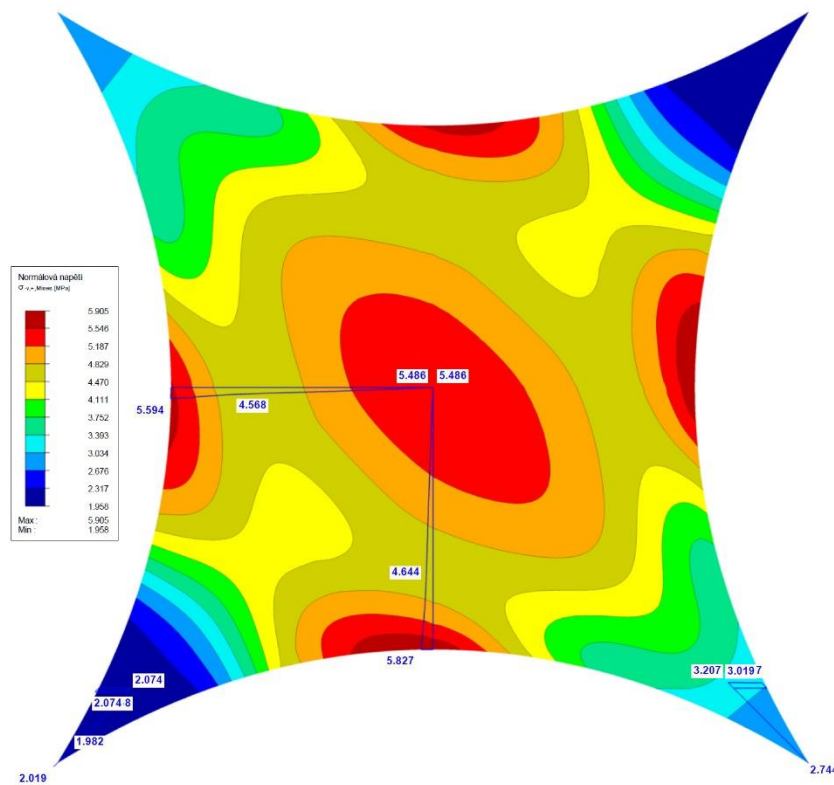
Obr. 5.6 Výsledky šmykového napätia  $\tau_{xy}$  pre kombináciu K2 s výpočtovou sieťou 0,02 m



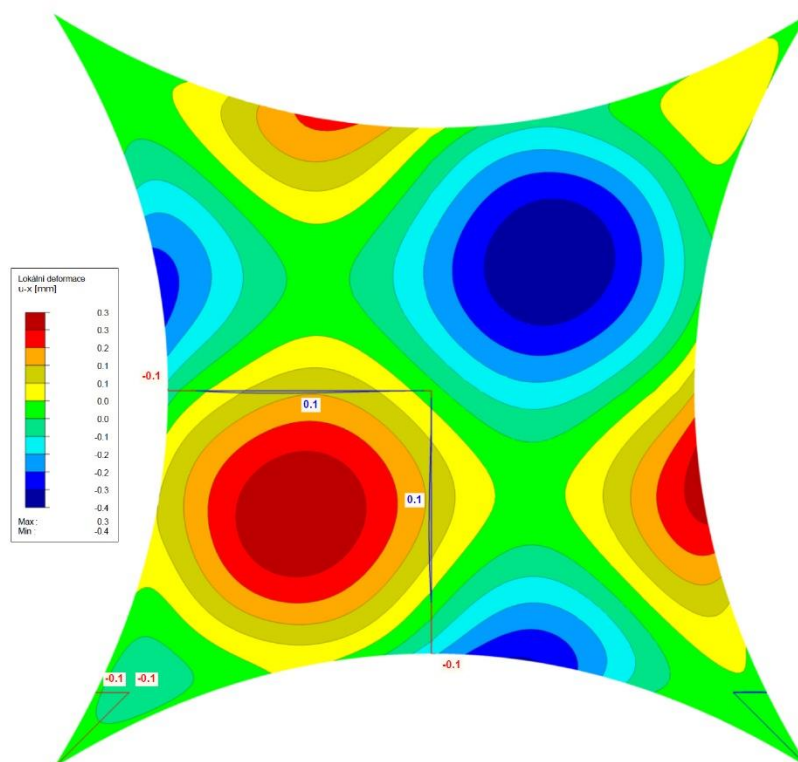
Obr. 5.7 Výsledky hlavného napätia  $\sigma_1$  pre kombináciu K2 s výpočtovou sieťou 0,02 m



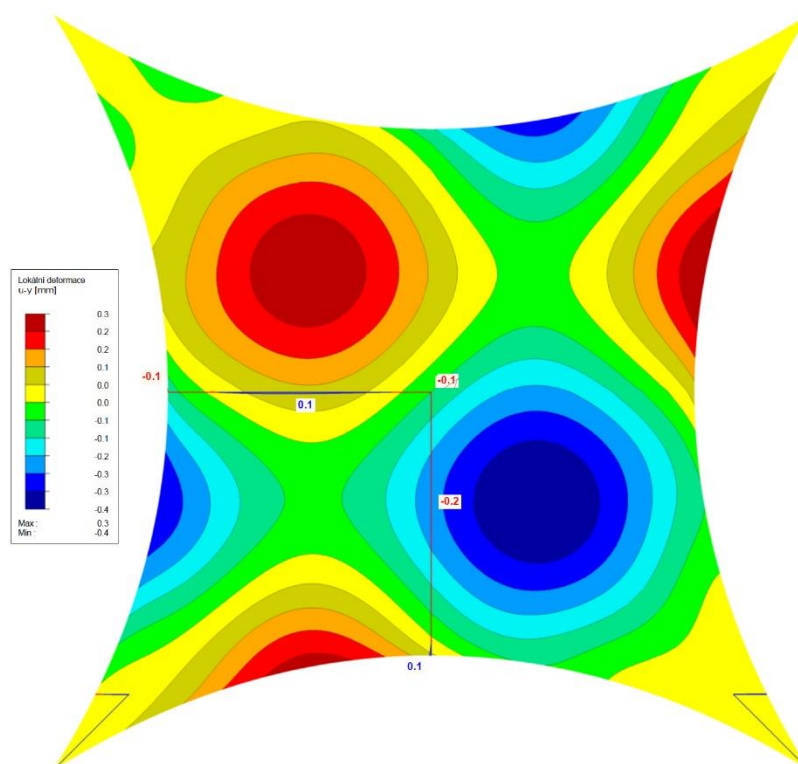
Obr. 5.8 Výsledky hlavného napätia  $\sigma_2$  pre kombináciu K2 s výpočtovou sieťou 0,02 m



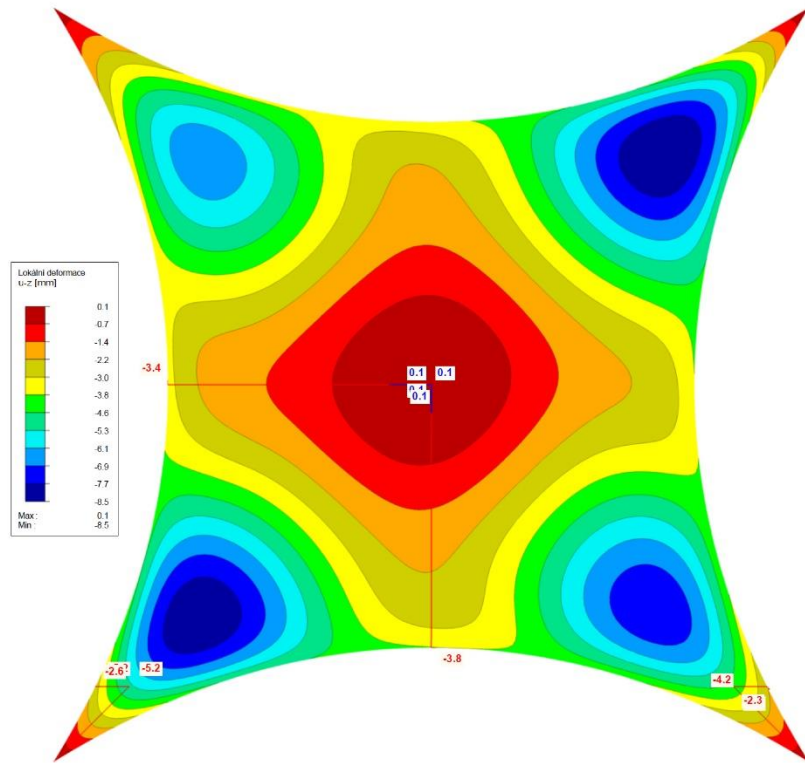
Obr. 5.9 Výsledky Misesovho napätia  $\sigma_M$  pre kombináciu K2 s výpočtovou sieťou 0,02 m



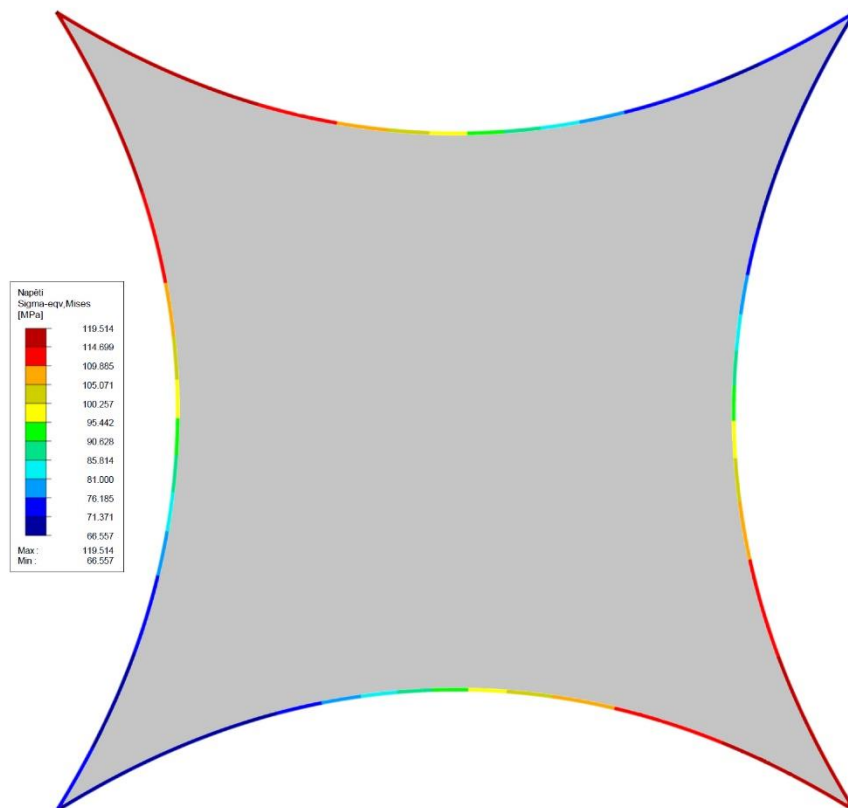
Obr. 5.10 Výsledky posunutia  $u_x$  pre kombináciu K8 s výpočtovou sieťou 0,02 m



Obr. 5.11 Výsledky posunutia  $u_y$  pre kombináciu K8 s výpočtovou sieťou 0,02 m



Obr. 5.12 Výsledky posunutia  $u_z$  pre kombináciu K8 s výpočtovou sieťou 0,02 m



Obr. 5.13 Výsledky Misesovho napätia  $\sigma_M$  na oceľových lanách pre kombináciu K2 s výpočtovou sieťou 0,02 m

Tab. 5.2 Hodnoty napätí a posunutí a ich porovnanie s porovnávacou sieťou pre kombinácie K1 a K7

Kombinácie	Výsledky	Bod	Sieť 0,16 m		Sieť 0,08 m		Sieť 0,04 m		Sieť 0,02 m		Sieť 0,01 m	
			Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]
K1	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	2,326	0,000	2,372	-1,980	2,363	-1,590	2,320	0,260	2,326	0,000
		2	2,956	1,600	2,996	0,270	3,016	-0,400	3,005	-0,030	3,004	0,000
		3	5,191	2,370	5,281	0,680	5,260	1,070	5,324	-0,130	5,317	0,000
		4	3,373	3,380	3,554	-1,800	3,570	-2,260	3,495	-0,110	3,491	0,000
		5	2,144	2,940	2,316	-4,840	2,337	-5,790	2,217	-0,360	2,209	0,000
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	1,484	-14,860	1,128	12,690	1,209	6,420	1,352	-4,640	1,292	0,000
		2	2,590	-19,300	1,945	10,410	2,079	4,240	2,270	-4,560	2,171	0,000
		3	0,172	12,690	0,112	43,150	0,131	33,500	0,190	3,550	0,197	0,000
		4	2,622	-0,580	2,403	7,830	2,382	8,630	2,596	0,420	2,607	0,000
		5	1,911	-2,580	1,668	10,470	1,639	12,020	1,849	0,750	1,863	0,000
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	2,040	-1,040	2,055	-1,780	2,047	-1,390	2,018	0,050	2,019	0,000
		2	2,791	-3,910	2,633	1,970	2,673	0,480	2,713	-1,010	2,686	0,000
		3	5,107	2,200	5,225	-0,060	5,196	0,500	5,231	-0,170	5,222	0,000
		4	3,067	2,420	3,142	0,030	3,149	-0,190	3,143	0,000	3,143	0,000
		5	2,043	0,730	2,073	-0,730	2,079	-1,020	2,058	0,000	2,058	0,000
Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	116,154	-0,090	110,898	4,440	111,069	4,290	115,614	0,370	116,048	0,000	
	Min.	68,455	1,480	63,576	8,500	63,868	8,080	68,993	0,710	69,485	0,000	
K7	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		3	-0,100	150,000	0,200	0,000	0,500	-150,000	0,200	0,000	0,200	0,000
		4	-3,700	2,630	-4,200	-10,530	-4,200	-10,530	-3,900	-2,630	-3,800	0,000
		5	-4,500	6,250	-5,100	-6,250	-5,100	-6,250	-4,800	0,000	-4,800	0,000

Tab. 5.3 Hodnoty napätí a posunutí a ich porovnanie s porovnávacou sieťou pre kombinácie K2 a K8

Kombinácie	Výsledky	Bod	Sieť 0,16 m		Sieť 0,08 m		Sieť 0,04 m		Sieť 0,02 m		Sieť 0,01 m	
			Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	2,324	0,090	2,374	-2,060	2,369	-1,850	2,322	0,170	2,326	0,000
		2	2,978	1,780	3,023	0,300	3,047	-0,490	3,033	-0,030	3,032	0,000
		3	5,367	2,080	5,471	0,180	5,437	0,800	5,491	-0,180	5,481	0,000
		4	3,442	3,720	3,645	-1,960	3,662	-2,430	3,580	-0,140	3,575	0,000
		5	2,152	4,100	2,344	-4,460	2,371	-5,660	2,251	-0,310	2,244	0,000
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	1,446	-12,790	1,133	11,620	1,209	5,690	1,342	-4,680	1,282	0,000
		2	2,638	-19,530	1,992	9,740	2,122	3,850	2,308	-4,580	2,207	0,000
		3	0,032	-166,670	0,000	100,000	0,000	100,000	0,009	25,000	0,012	0,000
		4	2,631	-0,420	2,424	7,480	2,401	8,360	2,610	0,380	2,620	0,000
		5	1,908	-3,470	1,671	9,380	1,640	11,060	1,831	0,700	1,844	0,000
Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	2,032	-0,690	2,057	-1,930	2,052	-1,680	2,019	-0,050	2,018	0,000	
	2	2,824	-4,010	2,662	1,950	2,706	0,330	2,744	-1,070	2,715	0,000	
	3	5,351	2,260	5,471	0,070	5,437	0,690	5,486	-0,200	5,475	0,000	
	4	3,117	2,780	3,214	-0,250	3,222	-0,500	3,207	-0,030	3,206	0,000	
	5	2,047	1,250	2,095	-1,060	2,104	-1,500	2,074	-0,050	2,073	0,000	
K8	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	119,667	0,220	115,028	4,080	115,224	3,920	119,514	0,340	119,926	0,000
		Min.	66,865	0,220	61,495	8,230	61,792	7,790	66,557	0,680	67,011	0,000
	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		3	-0,200	300,000	0,100	0,000	0,400	-300,000	0,100	0,000	0,100	0,000
4	-4,000	4,760	-4,600	-9,520	-4,600	-9,520	-4,200	0,000	-4,200	0,000		
5	-4,900	5,770	-5,500	-5,770	-5,600	-7,690	-5,200	0,000	-5,200	0,000		

Tab. 5.2 Hodnoty napätí a posunutí a ich porovnanie s porovnávacou sieťou pre kombinácie K3 a K9

Kombinácie	Výsledky	Bod	Sieť 0,16 m		Sieť 0,08 m		Sieť 0,04 m		Sieť 0,02 m		Sieť 0,01 m	
			Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]
K3	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	2,345	0,170	2,394	-1,920	2,378	-1,230	2,344	0,210	2,349	0,000
		2	2,843	1,350	2,878	0,140	2,889	-0,240	2,881	0,030	2,882	0,000
		3	4,561	1,830	4,589	1,230	4,572	1,590	4,649	-0,060	4,646	0,000
		4	3,180	2,960	3,333	-1,710	3,347	-2,140	3,281	-0,120	3,277	0,000
		5	2,159	1,510	2,260	-3,100	2,271	-3,600	2,196	-0,180	2,192	0,000
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	1,502	-14,830	1,115	14,760	1,210	7,490	1,368	-4,590	1,308	0,000
		2	2,396	-19,140	1,778	11,590	1,908	5,120	2,102	-4,530	2,011	0,000
		3	0,549	3,680	0,474	16,840	0,489	14,210	0,562	1,400	0,570	0,000
		4	2,458	-0,610	2,229	8,760	2,211	9,500	2,431	0,490	2,443	0,000
		5	1,947	-3,450	1,686	10,410	1,665	11,530	1,869	0,690	1,882	0,000
Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	2,058	-0,930	2,075	-1,770	2,059	-0,980	2,040	-0,050	2,039	0,000	
	2	2,648	-3,440	2,515	1,760	2,545	0,590	2,581	-0,820	2,560	0,000	
	3	4,313	1,730	4,371	0,410	4,349	0,910	4,394	-0,110	4,389	0,000	
	4	2,888	2,100	2,941	0,310	2,948	0,070	2,949	0,030	2,950	0,000	
	5	2,067	-0,630	2,038	0,780	2,038	0,780	2,052	0,100	2,054	0,000	
Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	109,965	0,230	104,681	5,030	104,864	4,860	109,756	0,420	110,223	0,000	
	Min.	68,291	-0,020	62,153	8,970	62,397	8,610	67,769	0,740	68,275	0,000	
K9	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		3	-0,400	-100,000	-0,100	50,000	0,100	150,000	-0,200	0,000	-0,200	0,000
		4	-3,100	3,130	-3,500	-9,370	-3,500	-9,370	-3,200	0,000	-3,200	0,000
		5	-3,400	8,110	-3,900	-5,410	-3,900	-5,410	-3,600	2,700	-3,700	0,000

Tab. 5.2 Hodnoty napätí a posunutí a ich porovnanie s porovnávacou sieťou pre kombinácie K4 a K10

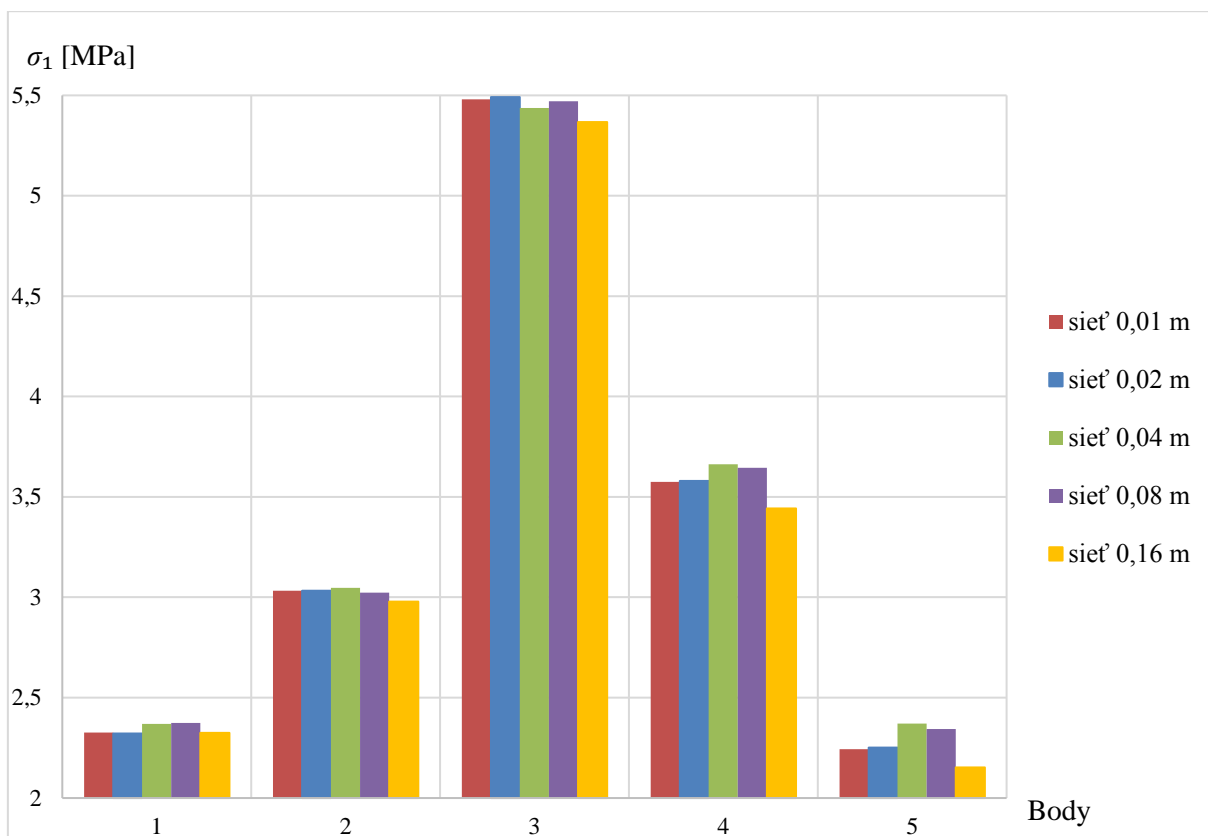
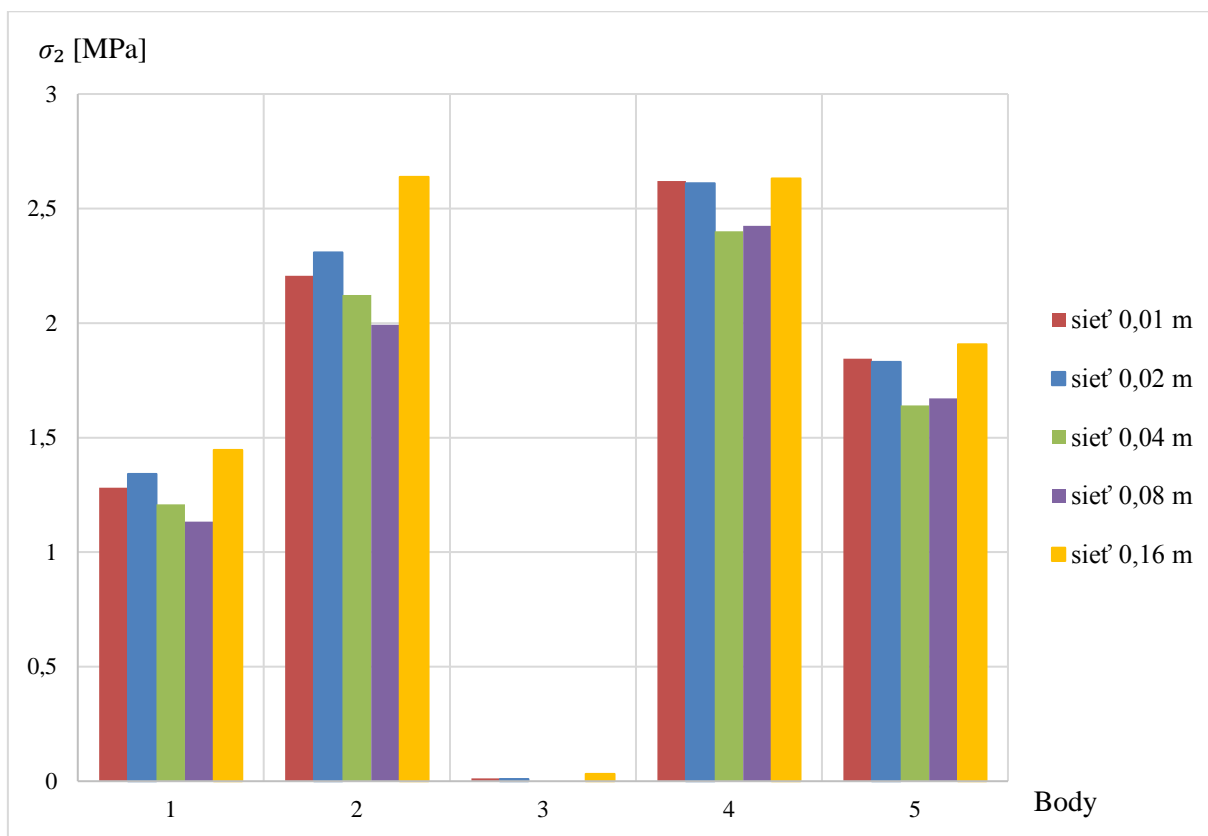
Kombinácie	Výsledky	Bod	Sieť 0,16 m		Sieť 0,08 m		Sieť 0,04 m		Sieť 0,02 m		Sieť 0,01 m	
			Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]
K4	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	2,324	-0,090	2,368	-1,980	2,361	-1,680	2,317	0,220	2,322	0,000
		2	2,972	1,690	3,013	0,330	3,036	-0,430	3,025	-0,070	3,023	0,000
		3	5,360	2,390	5,467	0,440	5,438	0,970	5,499	-0,150	5,491	0,000
		4	3,419	3,720	3,616	-1,830	3,632	-2,280	3,555	-0,110	3,551	0,000
		5	2,141	3,430	2,327	-4,960	2,351	-6,040	2,226	-0,410	2,217	0,000
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	1,468	-14,060	1,130	12,200	1,207	6,220	1,347	-4,660	1,287	0,000
		2	2,612	-19,110	1,973	10,030	2,104	4,060	2,294	-4,610	2,193	0,000
		3	0,088	10,200	0,022	77,550	0,036	63,270	0,092	6,120	0,098	0,000
		4	2,635	-0,880	2,411	7,700	2,388	8,580	2,601	0,420	2,612	0,000
		5	1,911	-2,690	1,671	10,210	1,641	11,820	1,847	0,750	1,861	0,000
Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	2,035	-0,990	2,052	-1,840	2,045	-1,490	2,015	0,000	2,015	0,000	
	2	2,809	-3,810	2,651	2,030	2,693	0,480	2,734	-1,030	2,706	0,000	
	3	5,317	2,310	5,456	-0,240	5,420	0,420	5,454	-0,200	5,443	0,000	
	4	3,103	2,640	3,190	-0,090	3,197	-0,310	3,187	0,000	3,187	0,000	
	5	2,042	1,020	2,082	-0,920	2,090	-1,310	2,063	0,000	2,063	0,000	
Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	118,729	0,090	113,634	4,380	113,885	4,170	118,396	0,370	118,838	0,000	
	Min.	67,027	1,520	62,227	8,570	62,531	8,130	67,590	0,690	68,061	0,000	
K10	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		3	-0,200	300,000	0,100	0,000	0,400	-300,000	0,100	0,000	0,100	0,000
		4	-3,800	5,000	-4,400	-10,000	-4,400	-10,000	-4,100	-2,500	-4,000	0,000
		5	-4,800	5,880	-5,400	-5,880	-5,500	-7,840	-5,100	0,000	-5,100	0,000

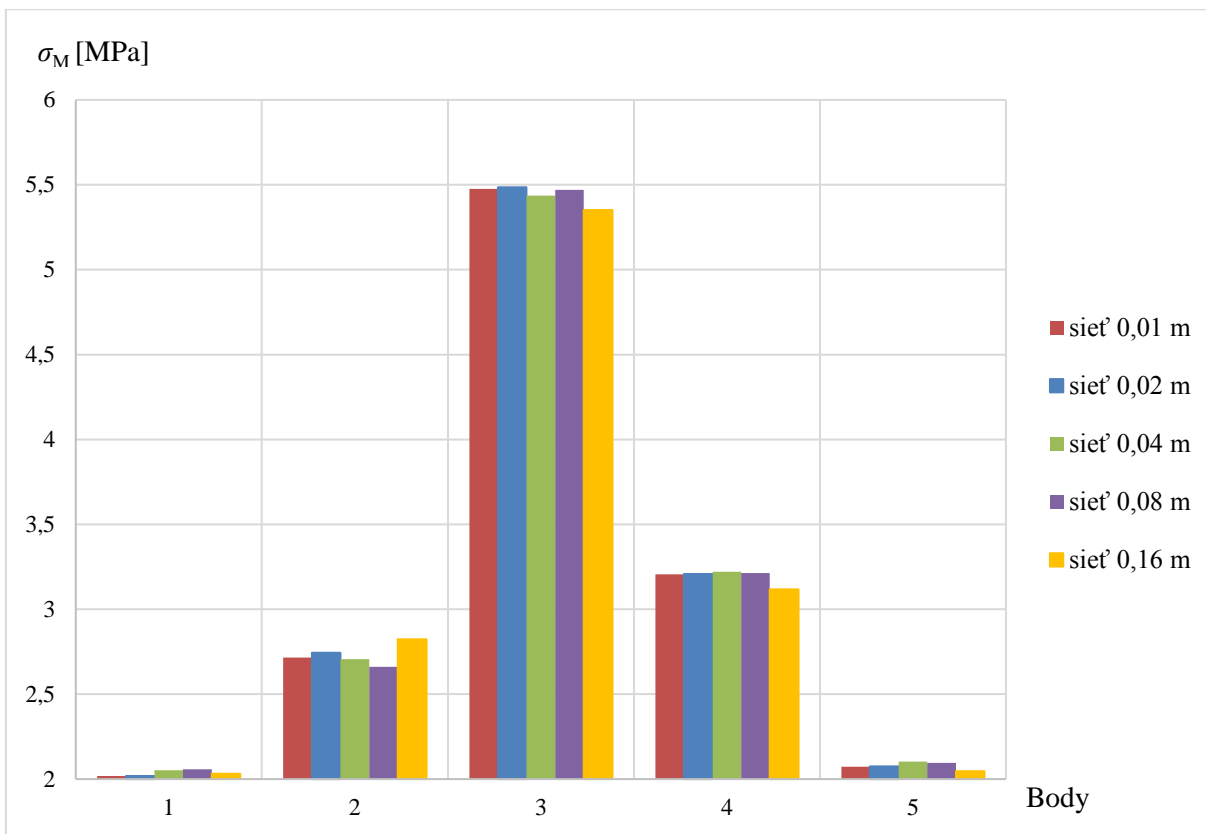
Tab. 5.2 Hodnoty napätí a posunutí a ich porovnanie s porovnávacou sieťou pre kombinácie K5 a K11

Kombinácie	Výsledky	Bod	Sieť 0,16 m		Sieť 0,08 m		Sieť 0,04 m		Sieť 0,02 m		Sieť 0,01 m	
			Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]
K5	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	2,350	0,170	2,399	-1,910	2,383	-1,230	2,349	0,210	2,354	0,000
		2	2,341	18,770	2,878	0,140	2,889	-0,240	2,881	0,030	2,882	0,000
		3	4,561	1,890	4,592	1,230	4,576	1,570	4,652	-0,060	4,649	0,000
		4	3,178	2,990	3,332	-1,710	3,346	-2,140	3,280	-0,120	3,276	0,000
		5	2,166	1,680	2,269	-3,000	2,281	-3,540	2,207	-0,180	2,203	0,000
	1	1,504	-14,630	1,120	14,630	1,214	7,470	1,371	-4,500	1,312	0,000	
	2	2,392	-18,890	1,779	11,580	1,909	5,120	2,102	-4,470	2,012	0,000	
	3	0,534	3,960	0,461	17,090	0,476	14,390	0,549	1,260	0,556	0,000	
	4	2,462	-0,740	2,231	8,720	2,213	9,450	2,433	0,450	2,444	0,000	
	5	1,952	-3,660	1,690	10,250	1,668	11,420	1,870	0,690	1,883	0,000	
K5	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	2,061	-0,880	2,079	-1,760	2,064	-1,030	2,044	-0,050	2,043	0,000
		2	2,645	-3,320	2,515	1,760	2,545	0,590	2,581	-0,820	2,560	0,000
		3	4,319	1,800	4,380	0,410	4,357	0,930	4,403	-0,110	4,398	0,000
		4	2,888	2,100	2,941	0,310	2,947	0,100	2,949	0,030	2,950	0,000
		5	2,073	-0,580	2,046	0,730	2,046	0,730	2,059	0,100	2,061	0,000
	Max.	109,639	0,080	104,236	5,000	104,384	4,870	109,260	0,420	109,726	0,000	
	Min.	68,280	-0,110	62,087	8,970	62,341	8,600	67,700	0,740	68,205	0,000	
	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
	2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
	3	-0,400	-100,000	-0,100	50,000	-0,100	150,000	-0,200	-0,200	-0,200	0,000	
4	-3,100	3,130	-3,500	-9,370	-3,500	-9,370	-3,500	-3,200	-3,200	0,000		
5	-3,500	5,410	-3,900	-5,410	-4,000	-8,110	-4,000	-3,700	-3,700	0,000		
K11	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		3	-0,400	-100,000	-0,100	50,000	-0,100	150,000	-0,200	-0,200	-0,200	0,000
		4	-3,100	3,130	-3,500	-9,370	-3,500	-9,370	-3,500	-3,200	-3,200	0,000
		5	-3,500	5,410	-3,900	-5,410	-4,000	-8,110	-4,000	-3,700	-3,700	0,000

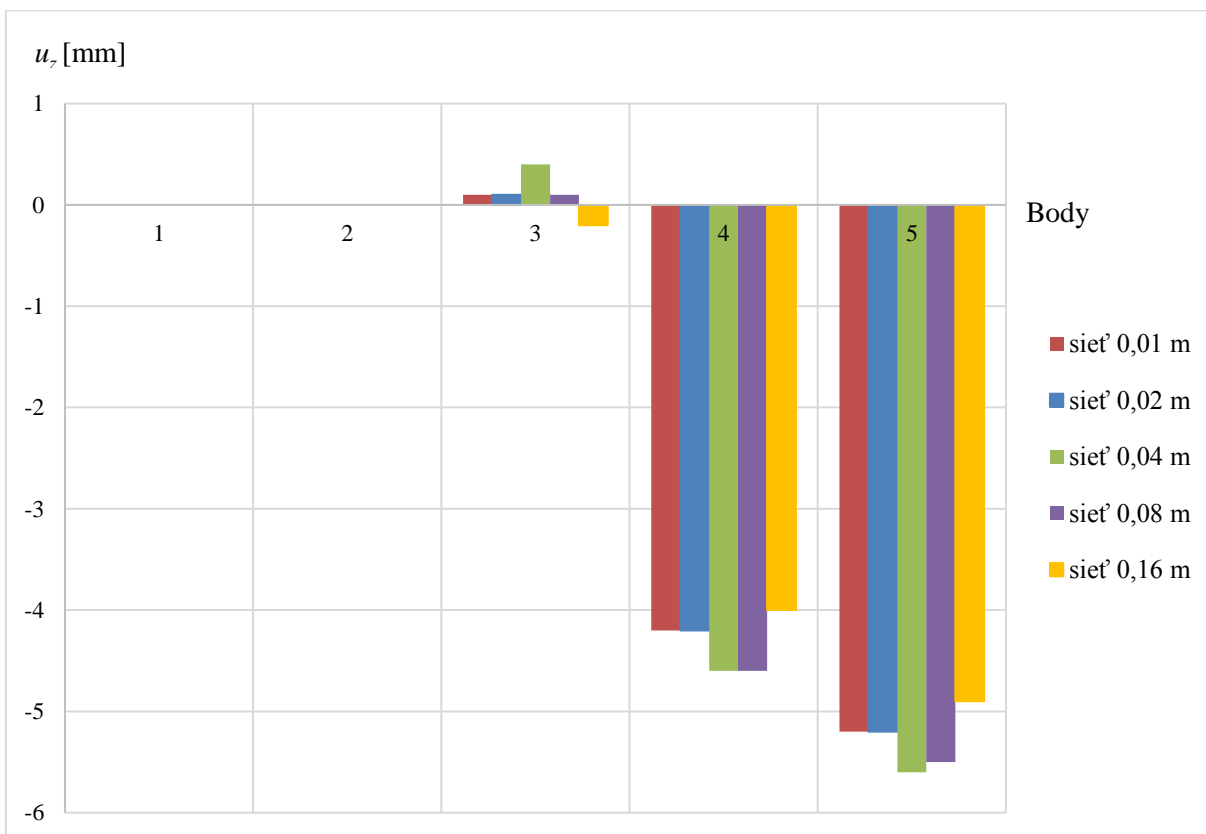
Tab. 5.2 Hodnoty napätí a posunutí a ich porovnanie s porovnávacou sieťou pre kombinácie K6 a K12

Kombinácie	Výsledky	Bod	Sieť 0,16 m		Sieť 0,08 m		Sieť 0,04 m		Sieť 0,02 m		Sieť 0,01 m	
			Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]	Hodnota	Rozdiel [%]
K6	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	2,555	-0,200	2,596	-1,800	2,586	-1,410	2,544	0,240	2,550	0,000
		2	3,186	1,270	3,221	0,190	3,238	-0,340	3,228	-0,030	3,227	0,000
		3	5,242	2,260	5,324	0,730	5,303	1,120	5,369	-0,110	5,363	0,000
		4	3,584	3,240	3,764	-1,620	3,780	-2,050	3,708	-0,110	3,704	0,000
		5	2,362	2,680	2,531	-4,290	2,552	5,150	2,435	-0,330	2,427	0,000
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	1,519	-14,560	1,154	12,970	1,240	6,490	1,388	-4,680	1,326	0,000
		2	2,622	-18,970	1,970	10,620	2,110	4,260	2,305	-4,580	2,204	0,000
		3	0,243	9,330	0,184	31,340	0,202	24,630	0,261	2,610	0,268	0,000
		4	2,672	-0,750	2,445	7,810	2,424	8,600	2,641	0,410	2,652	0,000
		5	1,954	-2,790	1,702	10,470	1,673	11,990	1,887	0,740	1,901	0,000
Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	2,226	-0,770	2,253	-1,990	2,240	-1,400	2,206	0,140	2,209	0,000	
	2	2,945	-3,120	2,813	1,510	2,847	0,320	2,880	-0,840	2,856	0,000	
	3	5,124	2,100	5,234	0,000	5,205	0,550	5,243	-0,170	5,234	0,000	
	4	3,226	2,420	3,308	-0,060	3,317	-0,330	3,306	0,000	3,306	0,000	
	5	2,192	0,860	2,239	-1,270	2,246	-1,580	2,212	-0,050	2,211	0,000	
Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	118,402	-0,080	113,111	4,390	113,267	4,260	117,867	0,370	118,302	0,000	
	Min.	71,432	0,070	65,496	8,370	65,763	8,000	70,996	0,680	71,481	0,000	
K12	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
		3	-0,200	300,000	0,100	0,000	0,300	-200,000	0,100	0,000	0,100	0,000
		4	-3,500	5,410	-4,000	-8,110	-4,000	-8,110	-3,700	0,000	-3,700	0,000
		5	-4,500	4,260	-5,000	-6,380	-5,100	-8,510	-4,700	0,000	-4,700	0,000

Obr. 5.14 Graf závislosti prvého hlavného napätia  $\sigma_1$  v bodoch 1-5 pre kombináciu K2Obr. 5.15 Graf závislosti druhého hlavného napätia  $\sigma_2$  v bodoch 1-5 pre kombináciu K2

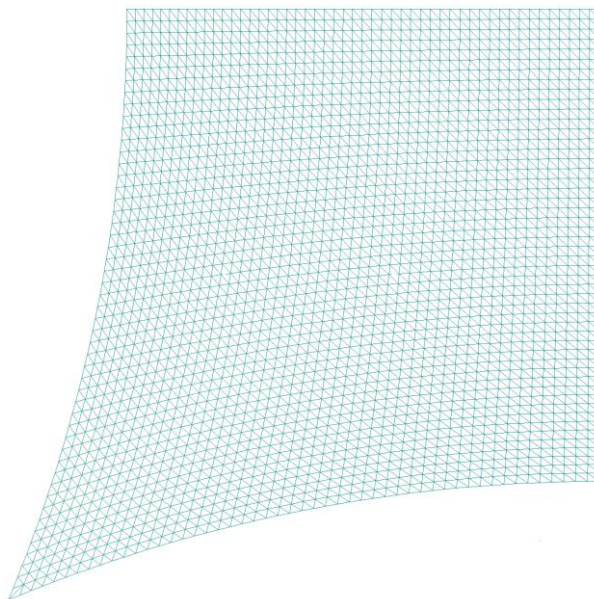


Obr. 5.16 Graf závislosti Misesovho napätia  $\sigma_M$  v bodoch 1-5 pre kombináciu K2



Obr. 5.17 Graf závislosti posunutia  $u_z$  v bodoch 1-5 pri kombinácii K8

Na základe výsledkov, ktoré sú zobrazené vyššie v tabuľkách, grafoch a obrázkoch som zvolila sieť s veľkosťou strán 0,02 m. Túto sieť som si zvolila preto, lebo sa vo väčšine hodnotách líšila o menej ako o 5 %. S touto sieťou potom počítam v ďalších variantách.



Obr. 5.18 Zvolená výpočtová sieť s veľkosťou dielikov 0,02 m

POSÚDENIE POSUNUTIA (obr. 5.12, kombinácia K8)

$$u_z = 5,200 \text{ mm} \leq u_{\text{dov}} = \frac{l}{100} = 20 \text{ mm} \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$

POSÚDENIE NAPÄTIA V MEMBRÁNE (obr. 5.7, kombinácia K2)

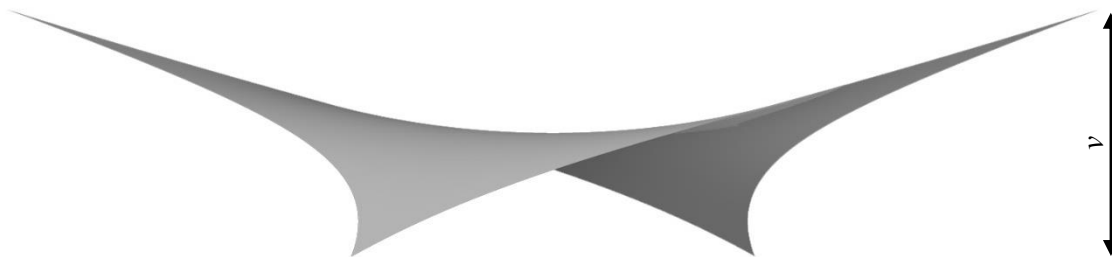
$$\sigma_1 = 5,491 \text{ MPa} \leq \sigma_{\text{dov}} = 8000 \frac{\text{N}}{50 \text{ mm}} = 133,3 \text{ MPa} \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$

POSÚDENIE NAPÄTIA V OCEĽOVOM LANE (obr. 5.13, kombinácia K2)

$$\sigma_M = 119,514 \text{ MPa} \leq f_{y\text{d}} = \frac{f_{y\text{k}}}{1,15} = 1540 \text{ MPa} \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$

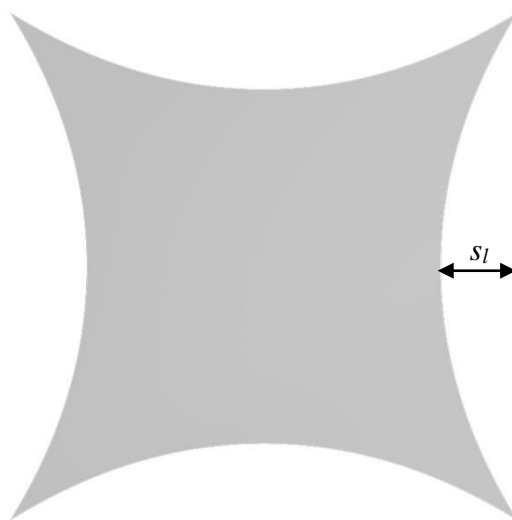
### 5.5.2 Vplyv zmeny geometrie

V druhej variante zisťujem vplyv zmeny geometrie výpočtového modelu na deformácie a napätia. V modeli postupne mením výškový rozdiel  $v$  dvoch protiľahlých bodov (obr. 5.19). Tento výškový rozdiel zadávam pomocou hodnôt 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 a 1,0 m.



Obr. 5.19 Znážornenie výškového rozdielu

Pre každú hodnotu výškového rozdielu mením aj hodnotu prievisu lana  $s_l$  (obr. 5.20). Tento prievis lana zadávam v hodnotách 0,2; 0,3 a 0,4 m.



Obr. 5.20 Znážornenie prievisu lana

Pri membránových konštrukciách treba dávať pozor na vznik tzv. „rybníkového efektu“. Preto volím model, v ktorom sa posunutie  $u_z$  v bode č.3 po aplikovaní zaťažovacej kombinácie K8 pohybuje v okolí hodnoty 0.

Modely s výškovým rozdielom 0,2 m sa javia ako príliš ploché a ich deformácie  $u_z$  v bode č.3 sú príliš veľké, preto som tieto modely vylúčila ako prvé.

Modely s výškovým rozdielom 0,4 m sa javia menej plocho, ale ešte stále sú deformácie  $u_z$  v bode č.3 veľké, vzhľadom na modely s výškovými rozdielmi 0,6; 0,8 a 1,0 m.

Na základe výsledkov z (obr. 5.22), v ktorom sú vynechané modely s výškovými rozdielmi 0,2 m a 0,4 m, volím ako najvýhodnejší model s výškovým rozdielom 0,6 m, prievisom lana 0,3 m, ktorý je predopnutý mernou ťahovou silou 3,0 kN/m. S týmto modelom potom počítam v ďalších dvoch variantách.

V tabuľke 5.8 až 5.21 sú vypísané hodnoty pre modely so všetkými výškovými rozdielmi aj prievismi lán pre kombinácie K2 a K8.

POSÚDENIE POSUNUTIA (tab. 5.15, kombinácia K8)

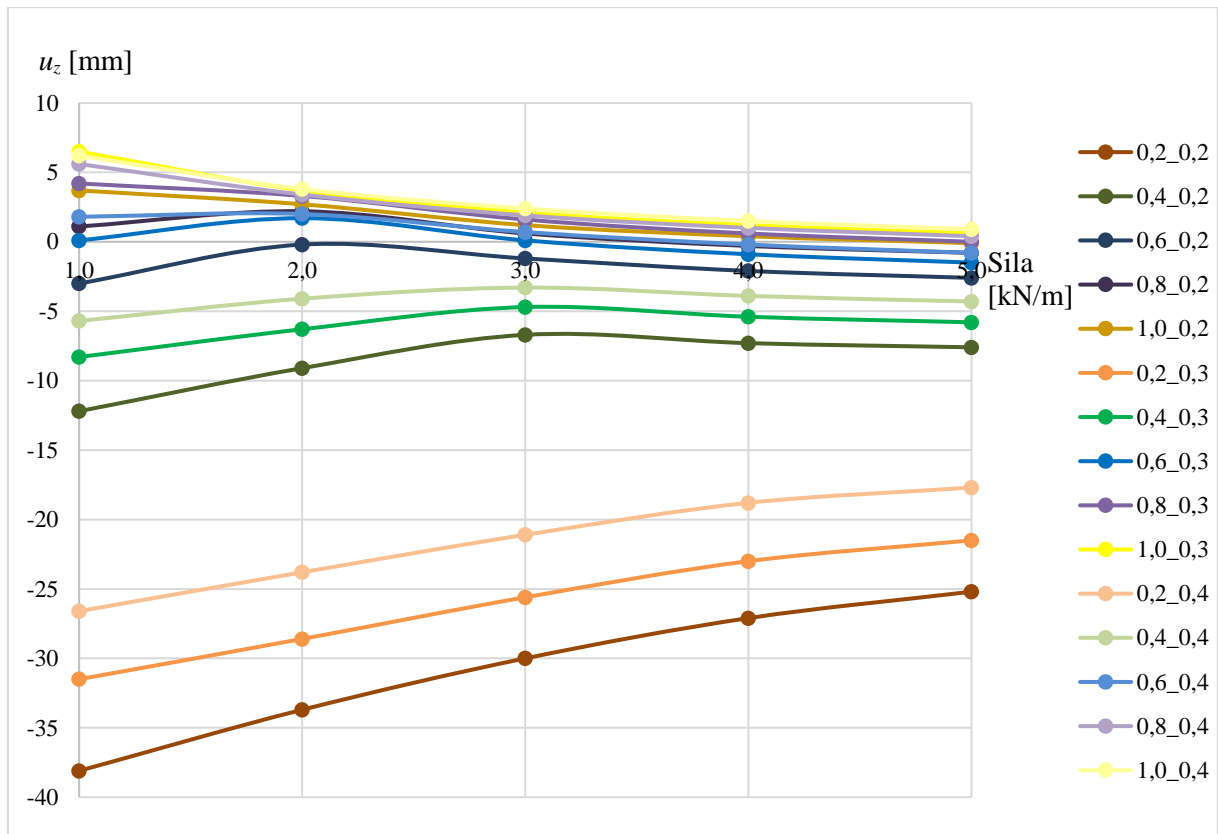
$$u_z = 5,200 \text{ mm} \leq u_{\text{dov}} = \frac{l}{100} = 20 \text{ mm} \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$

POSÚDENIE NAPÄTIA V MEMBRÁNE (tab. 5.15, kombinácia K2)

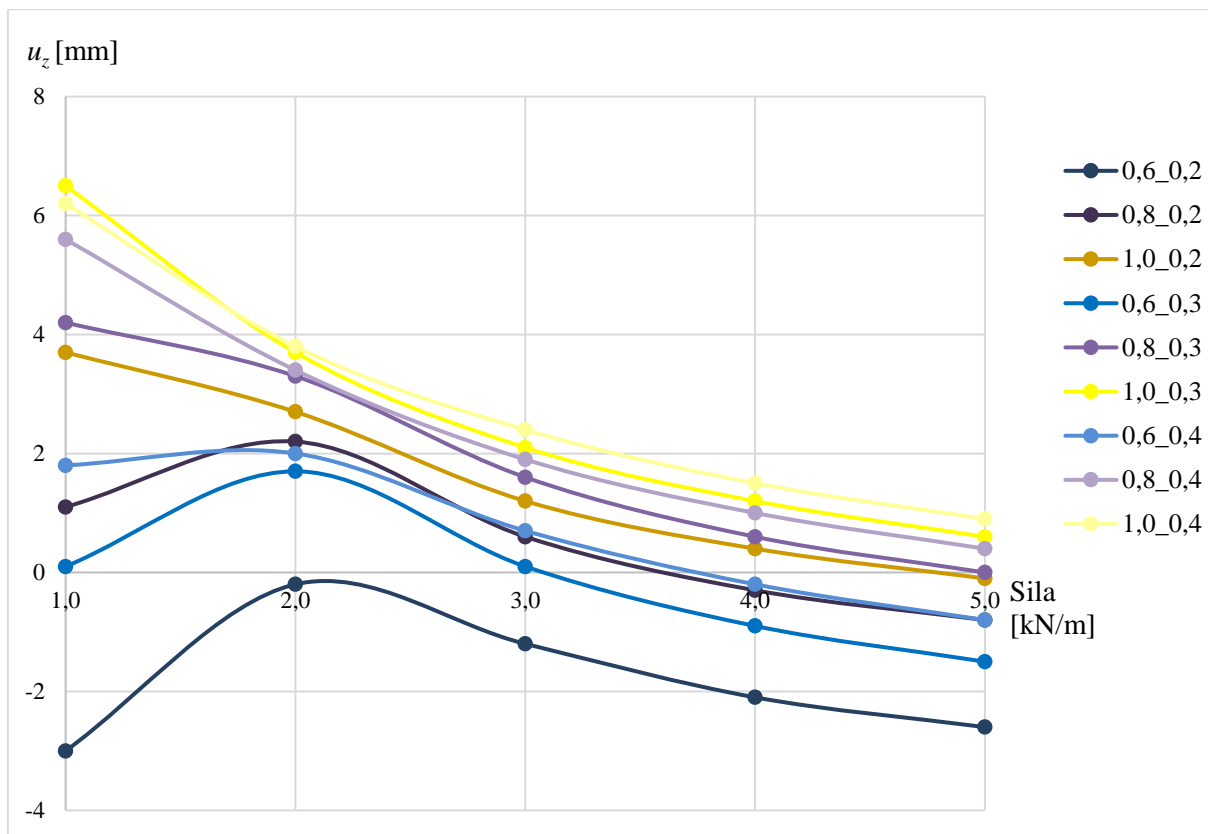
$$\sigma_1 = 5,491 \text{ MPa} \leq \sigma_{\text{dov}} = 8000 \frac{\text{N}}{50 \text{ mm}} = 133,3 \text{ MPa} \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$

POSÚDENIE NAPÄTIA V OCEĽOVOM LANE (tab. 5.15, kombinácia K2)

$$\sigma_M = 119,514 \text{ MPa} \leq f_{y\text{d}} = \frac{f_{y\text{k}}}{1,15} = 1540 \text{ MPa} \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$



Obr. 5.21 Graf závislosti posunutia  $u_z$  pre merné predpínacie sily 1,0 – 5,0 kN/m v bode 3; pre kombináciu K8



Obr. 5.22 Graf závislosti posunutia  $u_z$  pre merné predpínacie sily 1,0 – 5,0 kN/m v bode 3; pre kombináciu K8; s vynechanými modelmi s výškovými rozdielmi 0,2 a 0,4 m

Tab. 5.8 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 0,2 m a prievisom lana 0,2 m

Kombinácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,646	2,103	2,607	3,165	3,888	
		2	2,983	3,470	4,038	4,642	5,335	
		3	10,000	10,189	10,314	10,411	10,440	
		4	7,474	7,295	7,204	7,260	7,604	
		5	2,654	3,163	3,678	4,359	5,114	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	1,506	1,288	2,047	2,527	3,143	
		2	2,970	2,596	3,880	4,554	5,179	
		3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,363	
		4	1,043	1,539	2,124	2,877	3,690	
		5	1,045	1,208	1,463	1,739	2,348	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	1,580	1,837	2,377	2,899	3,574	
		2	2,977	3,126	3,961	4,598	5,259	
		3	10,000	10,189	10,314	10,411	10,263	
		4	7,011	6,661	6,412	6,333	6,586	
		5	2,316	2,764	3,208	3,801	4,434	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	193,268	207,290	224,355	245,339	273,013	
		Min.	98,358	108,807	122,322	140,341	170,050	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	-38,100	-33,700	-30,000	-27,100	-25,200
4			-13,700	-11,400	-9,600	-8,100	-7,200	
5			-14,200	-11,700	-9,200	-7,500	-6,600	

Tab. 5.9 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 0,2 m a prievisom lana 0,3 m

Kombi-nácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,530	2,075	2,645	3,261	3,963	
		2	3,210	3,529	3,940	4,597	5,290	
		3	10,051	10,025	10,126	10,263	10,399	
		4	3,937	4,317	4,751	5,251	5,853	
		5	2,190	2,400	2,671	3,049	3,602	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	1,502	1,693	1,861	2,227	2,614	
		2	2,740	3,333	3,749	4,258	4,629	
		3	0,053	0,033	0,031	0,094	0,245	
		4	3,194	3,553	3,944	4,406	4,988	
		5	1,385	1,851	2,338	2,855	3,490	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	1,516	1,913	2,353	2,887	3,490	
		2	3,003	3,435	3,848	4,437	4,992	
		3	10,025	10,009	10,110	10,216	10,278	
		4	3,627	3,992	4,404	4,884	5,472	
		5	1,919	2,179	2,521	2,957	3,548	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	153,140	161,890	172,437	185,482	202,725	
		Min.	71,655	78,072	86,268	97,194	114,562	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	-31,500	-28,600	-25,600	-23,000	-21,500
4			-10,200	-8,900	-7,800	-6,800	-6,100	
5			-12,500	-10,700	-8,900	-7,300	-6,400	

Tab. 5.10 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 0,2 m a prievisom lana 0,4 m

Kombi-nácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,333	1,956	2,593	3,257	3,979	
		2	2,266	2,926	3,590	4,280	5,008	
		3	9,671	9,762	9,884	10,038	10,211	
		4	3,283	3,407	3,779	4,447	5,163	
		5	1,499	1,993	2,613	3,257	3,970	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	0,768	0,882	0,986	1,157	1,409	
		2	1,694	1,897	2,044	2,281	2,577	
		3	0,049	0,036	0,057	0,128	0,243	
		4	2,522	3,139	3,549	3,821	4,179	
		5	1,397	1,583	1,705	1,926	2,269	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	1,159	1,697	2,267	2,860	3,494	
		2	2,041	2,571	3,119	3,709	4,338	
		3	9,647	9,745	9,856	9,975	10,092	
		4	2,977	3,281	3,670	4,170	4,748	
		5	1,451	1,823	2,298	2,837	3,450	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	122,676	129,236	137,116	146,691	159,285	
		Min.	55,293	59,528	65,192	73,076	85,278	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	-26,600	-23,800	-21,100	-18,800	-17,700
4			-8,200	-7,300	-6,400	-5,600	-5,100	
5			-10,800	-9,300	-7,900	-6,600	-5,700	

Tab. 5.11 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 0,4 m a prievisom lana 0,2 m

Kombi-nácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,615	1,843	2,335	2,928	3,744	
		2	3,024	2,916	3,442	4,051	4,842	
		3	7,197	7,299	7,395	7,469	8,029	
		4	5,554	5,461	5,509	5,758	6,386	
		5	2,098	2,481	3,010	3,803	4,647	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	1,418	1,490	1,933	2,359	3,081	
		2	2,469	2,764	3,421	3,906	4,610	
		3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,585	
		4	1,208	1,695	2,278	2,973	3,757	
		5	1,226	1,337	1,537	1,781	2,485	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	1,526	1,695	2,164	2,689	3,460	
		2	2,788	2,843	3,432	3,981	4,730	
		3	7,197	7,299	7,395	7,469	7,752	
		4	5,059	4,842	4,795	4,988	5,559	
		5	1,826	2,151	2,607	3,296	4,028	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	156,051	168,256	184,788	208,447	244,371	
		Min.	80,693	90,204	104,320	125,661	162,941	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	-12,200	-9,100	-6,700	-7,300	-7,600
4			-8,500	-6,800	-5,700	-4,800	-4,200	
5			-12,500	-9,300	-6,200	-4,900	-4,200	

Tab. 5.12 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 0,4 m a prievisom lana 0,3 m

Kombi-nácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,308	1,836	2,405	3,041	3,853	
		2	2,446	2,783	3,370	4,026	4,820	
		3	7,357	7,254	7,318	7,471	8,043	
		4	3,219	3,590	4,020	4,552	5,277	
		5	1,583	1,836	2,263	2,780	3,516	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	1,170	1,318	1,485	1,822	2,349	
		2	2,224	2,656	2,847	3,253	3,750	
		3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,692	
		4	2,553	2,816	3,144	3,584	4,267	
		5	1,394	1,751	2,063	2,501	3,213	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	1,245	1,639	2,102	2,651	3,363	
		2	2,343	2,722	3,141	3,701	4,384	
		3	7,357	7,254	7,318	7,471	7,720	
		4	2,945	3,273	3,662	4,154	4,851	
		5	1,497	1,795	2,170	2,652	3,375	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	120,298	127,799	138,079	152,414	176,460	
		Min.	56,661	62,600	71,014	83,640	108,589	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	-8,300	-6,300	-4,700	-5,400	-5,800
4			-6,900	-5,900	-4,900	-4,200	-3,700	
5			-10,900	-8,600	-6,300	-4,900	-4,100	

Tab. 5.13 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 0,4 m a prievisom lana 0,4 m

Kombinácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,165	1,780	2,418	3,116	3,923	
		2	1,859	2,490	3,148	3,857	4,658	
		3	6,992	7,012	7,129	7,391	7,973	
		4	2,423	2,655	3,282	3,976	4,775	
		5	1,225	1,816	2,424	3,104	3,905	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	0,586	0,648	0,786	0,988	1,323	
		2	1,267	1,348	1,544	1,782	2,136	
		3	0,043	0,013	0,064	0,085	0,930	
		4	2,057	2,431	2,660	2,968	3,455	
		5	1,092	1,152	1,338	1,63	2,133	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	1,009	1,560	2,136	2,759	3,456	
		2	1,645	2,159	2,726	3,344	4,038	
		3	6,971	7,006	7,097	7,349	7,551	
		4	2,263	2,550	3,020	3,580	4,271	
		5	1,164	1,591	2,103	2,689	3,387	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	94,702	100,312	107,940	119,624	137,713	
		Min.	42,893	46,728	52,996	63,626	82,351	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	-5,700	-4,100	-3,300	-3,900	-4,300
4			-5,400	-4,700	-4,000	-3,400	-3,000	
5			-9,000	-7,300	-5,400	-4,300	-3,500	

Tab. 5.14 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 0,6 m a prievisom lana 0,2 m

Kombinácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,326	1,666	2,203	3,005	3,958	
		2	2,319	2,494	3,037	3,830	4,503	
		3	5,186	5,238	5,388	6,084	5,941	
		4	4,305	4,318	4,499	5,103	5,222	
		5	1,714	2,127	2,807	3,624	4,321	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	1,226	1,429	1,816	2,521	3,437	
		2	2,059	2,451	2,905	3,614	4,164	
		3	0,000	0,000	0,000	0,617	2,362	
		4	1,294	1,756	2,335	3,079	3,937	
		5	1,341	1,368	1,503	2,120	3,264	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	1,279	1,561	2,037	2,795	3,725	
		2	2,201	2,473	2,973	3,727	4,343	
		3	5,186	5,238	5,388	5,8	5,181	
		4	3,826	3,761	3,897	4,451	4,713	
		5	1,562	1,867	2,433	3,154	3,901	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	129,395	142,108	162,794	200,367	228,485	
		Min.	68,414	79,287	98,306	136,611	186,579	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	-3,000	-0,200	-1,200	-2,100	-2,600
4			-7,300	-6,100	-4,700	-3,800	-3,200	
5			-11,800	-7,600	-5,200	-4,000	-3,300	

Tab. 5.15 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 0,6 m a prievisom lana 0,3 m

Kombinácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,183	1,706	2,322	3,121	3,944	
		2	1,912	2,410	3,033	3,829	4,649	
		3	5,192	5,213	5,491	6,15	6,896	
		4	2,726	3,101	3,58	4,283	5,031	
		5	1,471	1,808	2,251	2,914	3,666	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	0,963	1,100	1,342	1,845	2,407	
		2	1,867	2,054	2,308	2,811	3,368	
		3	0,000	0,000	0,009	0,760	1,606	
		4	2,046	2,268	2,61	3,258	3,994	
		5	1,223	1,457	1,831	2,503	3,258	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	1,090	1,498	2,019	2,717	3,443	
		2	1,890	2,253	2,744	3,435	4,159	
		3	5,192	5,213	5,486	5,807	6,25	
		4	2,458	2,780	3,207	3,874	4,601	
		5	1,364	1,661	2,074	2,732	3,48	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	98,464	106,318	119,514	143,719	170,827	
		Min.	48,046	54,727	66,557	91,204	118,943	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	0,100	1,700	0,100	-0,900	-1,500
4			-6,400	-5,400	-4,200	-3,500	-2,900	
5			-10,300	-7,300	-5,200	-4,000	-3,200	

Tab. 5.16 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 0,6 m a prievisom lana 0,4 m

Kombinácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,087	1,700	2,395	3,182	3,993	
		2	1,595	2,22	2,923	3,714	4,526	
		3	5,037	5,171	5,551	6,175	6,893	
		4	1,854	2,349	3,031	3,817	4,629	
		5	1,151	1,741	2,394	3,166	3,978	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	0,478	0,548	0,738	1,031	1,363	
		2	0,980	1,048	1,271	1,579	1,924	
		3	0,000	0,038	0,282	1,026	1,840	
		4	1,751	1,883	2,192	2,644	3,152	
		5	0,872	0,967	1,269	1,732	2,242	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	0,944	1,503	2,124	2,812	3,516	
		2	1,393	1,924	2,538	3,228	3,934	
		3	5,037	5,152	5,416	5,731	6,182	
		4	1,805	2,154	2,710	3,386	4,095	
		5	1,040	1,511	2,074	2,746	3,455	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	77,204	83,084	94,738	112,755	132,444	
		Min.	36,610	41,354	52,359	70,476	90,276	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	1,800	2,000	0,700	-0,200	-0,800
4			-5,100	-4,400	-3,400	-2,800	-2,400	
5			-8,400	-6,200	-4,400	-3,400	-2,800	

Tab. 5.17 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 0,8 m a prievisom lana 0,2 m

Kombinácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,155	1,552	2,255	3,077	3,909	
		2	1,862	2,211	2,912	3,733	4,563	
		3	3,955	4,070	4,647	5,432	6,233	
		4	3,675	3,737	4,141	4,790	5,510	
		5	1,497	1,951	2,706	3,503	4,315	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	1,069	1,312	1,896	2,630	3,389	
		2	1,775	2,104	2,71	3,445	4,203	
		3	0,000	0,000	0,392	1,219	2,062	
		4	1,263	1,700	2,36	3,115	3,896	
		5	1,320	1,308	1,642	2,334	3,116	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	1,115	1,447	2,098	2,88	3,677	
		2	1,820	2,159	2,817	3,598	4,394	
		3	3,955	4,07	4,464	4,937	5,500	
		4	3,234	3,241	3,598	4,210	4,906	
		5	1,417	1,723	2,361	3,089	3,858	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	112,606	127,594	161,177	202,826	245,267	
		Min.	60,768	74,633	108,178	150,595	193,759	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	1,100	2,200	0,600	-0,300	-0,800
4			-7,200	-5,700	-4,200	-3,400	-2,800	
5			-11,300	-6,700	-4,600	-3,500	-2,900	

Tab. 5.18 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 0,8 m a prievisom lana 0,3 m

Kombinácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,097	1,628	2,374	3,180	4,004	
		2	1,635	2,180	2,927	3,735	4,561	
		3	3,950	4,123	4,771	5,500	6,280	
		4	2,470	2,838	3,437	4,142	4,899	
		5	1,492	1,767	2,275	2,970	3,747	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	0,811	0,961	1,335	1,855	2,425	
		2	1,533	1,666	2,023	2,551	3,128	
		3	0,000	0,000	0,573	1,352	2,180	
		4	1,647	1,887	2,411	3,100	3,821	
		5	1,021	1,297	1,855	2,56	3,294	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	0,986	1,417	2,061	2,766	3,493	
		2	1,587	1,974	2,596	3,306	4,040	
		3	3,95	4,123	4,512	4,964	5,523	
		4	2,179	2,502	3,056	3,732	4,459	
		5	1,321	1,585	2,097	2,788	3,543	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	85,139	94,762	116,874	143,935	172,655	
		Min.	42,702	51,612	73,658	101,014	130,013	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	4,200	3,300	1,600	0,600	0,000
4			-6,700	-5,100	-3,900	-3,100	-2,600	
5			-10,100	-6,500	-4,600	-3,500	-2,800	

Tab. 5.19 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 0,8 m a prievisom lana 0,4 m

Kombinácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]				
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,039	1,675	2,429	3,224	4,039
		2	1,428	2,078	2,841	3,640	4,457
		3	3,931	4,290	4,850	5,546	6,303
		4	1,562	2,189	2,939	3,735	4,552
		5	1,108	1,704	2,416	3,206	4,025
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	0,398	0,501	0,751	1,044	1,364
		2	0,789	0,876	1,143	1,445	1,774
		3	0,000	0,206	0,836	1,586	2,393
		4	1,471	1,582	1,988	2,448	2,957
		5	0,723	0,902	1,322	1,787	2,294
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	0,908	1,489	2,154	2,85	3,559
		2	1,239	1,807	2,476	3,175	3,886
		3	3,931	4,191	4,491	4,947	5,511
		4	1,518	1,957	2,598	3,286	4,000
		5	0,974	1,476	2,095	2,783	3,497
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	66,686	75,338	92,143	111,751	132,807
		Min.	32,879	40,847	57,659	77,192	98,137
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000
2			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3			5,600	3,400	1,900	1,000	0,400
4			-5,400	-4,200	-3,200	-2,600	-2,100
5			-8,100	-5,500	-3,900	-3,000	-2,400

Tab. 5.20 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 1,0 m a prievisom lana 0,2 m

Kombinácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]				
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,049	1,505	2,300	3,125	3,959
		2	1,579	2,054	2,851	3,678	4,512
		3	3,176	3,472	4,236	5,037	5,851
		4	3,312	3,418	3,936	4,595	5,323
		5	1,356	1,876	2,624	3,415	4,220
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	0,933	1,247	1,934	2,664	3,416
		2	1,544	1,871	2,564	3,293	4,044
		3	0,000	0,004	0,787	1,609	2,445
		4	1,179	1,647	2,352	3,107	3,886
		5	1,220	1,210	1,718	2,452	3,252
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	0,996	1,394	2,141	2,922	3,717
		2	1,561	1,969	2,719	3,501	4,297
		3	3,176	3,470	3,903	4,456	5,090
		4	2,908	2,961	3,430	4,061	4,769
		5	1,294	1,647	2,309	3,050	3,829
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	102,299	122,805	165,580	210,533	256,123
		Min.	56,525	76,438	119,857	165,391	211,492
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000
2			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3			3,700	2,700	1,200	0,400	-0,100
4			-7,500	-5,300	-3,900	-3,100	-2,500
5			-10,800	-6,200	-4,200	-3,200	-2,600

Tab. 5.21 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 1,0 m a prievisom lana 0,3 m

Kombinácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,029	1,624	2,403	3,214	4,041	
		2	1,473	2,080	2,862	3,677	4,505	
		3	3,228	3,657	4,330	5,098	5,895	
		4	2,311	2,705	3,334	4,044	4,809	
		5	1,458	1,696	2,264	2,995	3,794	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	0,697	0,924	1,323	1,841	2,412	
		2	1,262	1,464	1,844	2,368	2,948	
		3	0,000	0,241	0,938	1,731	2,554	
		4	1,353	1,701	2,277	2,976	3,686	
		5	0,893	1,274	1,876	2,588	3,304	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	0,910	1,411	2,084	2,793	3,521	
		2	1,380	1,850	2,513	3,228	3,963	
		3	3,228	3,542	3,946	4,490	5,120	
		4	2,011	2,368	2,951	3,630	4,358	
		5	1,274	1,529	2,097	2,814	3,574	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	77,045	92,277	118,159	147,994	178,694	
		Min.	39,856	54,946	80,930	110,929	141,724	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	6,500	3,700	2,100	1,200	0,600
4			-7,000	-4,900	-3,700	-2,900	-2,400	
5			-9,800	-6,000	-4,200	-3,100	-2,500	

Tab. 5.22 Hodnoty napätí a posunutí pre model s výškovým rozdielom 1,0 m a prievisom lana 0,4 m

Kombinácie	Výsledky	Bod	Merná predpínacia sila [kN/m]					
			1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	1,003	1,684	2,447	3,248	4,066	
		2	1,32	2,017	2,789	3,593	4,413	
		3	3,321	3,787	4,418	5,148	5,928	
		4	1,437	2,117	2,879	3,680	4,501	
		5	1,072	1,685	2,428	3,229	4,053	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	0,346	0,506	0,746	1,036	1,342	
		2	0,658	0,803	1,046	1,343	1,653	
		3	0,041	0,516	1,178	1,939	2,747	
		4	1,216	1,443	1,843	2,305	2,806	
		5	0,637	0,926	1,341	1,804	2,302	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	0,882	1,496	2,173	2,874	3,588	
		2	1,143	1,759	2,440	3,145	3,862	
		3	3,301	3,557	3,962	4,504	5,138	
		4	1,34	1,874	2,526	3,221	3,937	
		5	0,934	1,462	2,107	2,803	3,521	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.	60,709	73,812	92,452	113,693	136,249	
		Min.	31,295	44,226	62,788	83,844	106,170	
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	6,200	3,800	2,400	1,500	0,900
4			-5,500	-4,000	-3,000	-2,400	-2,000	
5			-7,500	-5,000	-3,500	-2,700	-2,200	

### 5.5.3 Vplyv zmeny materiálu

V tretej variante zisťujem vplyv zmeny materiálu výpočtového modelu na deformácie a napätia. Keďže laboratórne skúšky sa nezaobierajú stratou pevnosti membrány v čase, upravujem moduly pružnosti tak aby túto stratu pevnosti znázornili. V modeli postupne mením moduly pružnosti membrány (tab. 5.23).

Tab. 5.23 Moduly tečenia membrány

Počiatkový modul pružnosti $E$ [MPa]	2000	
Modul tečenia $E_i$ [MPa]	$\frac{1}{2} E$	1000
	$\frac{2}{5} E$	800
	$\frac{1}{3} E$	666,6
	$\frac{1}{5} E$	400
	$\frac{1}{10} E$	200

Znižujúcim sa modulom pružnosti sa priehyb  $u_z$  vo všetkých sledovaných bodoch zväčšuje. Posudok pre posunutie  $u_z$  nevyhovie až pre modul pružnosti  $\frac{1}{10} E = 200$  MPa.

POSÚDENIE POSUNUTIA (tab. 5.24, kombinácia K8)

$$u_z = 26,700 \text{ mm} \geq u_{\text{dov}} = \frac{l}{100} = 20 \text{ mm} \Rightarrow \text{NEVYHOVUJE}$$

POSÚDENIE NAPÄTIA V MEMBRÁNE (tab. 5.24, kombinácia K2)

$$\sigma_1 = 4,781 \text{ MPa} \leq \sigma_{\text{dov}} = 8000 \frac{\text{N}}{50 \text{ mm}} = 133,3 \text{ MPa} \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$

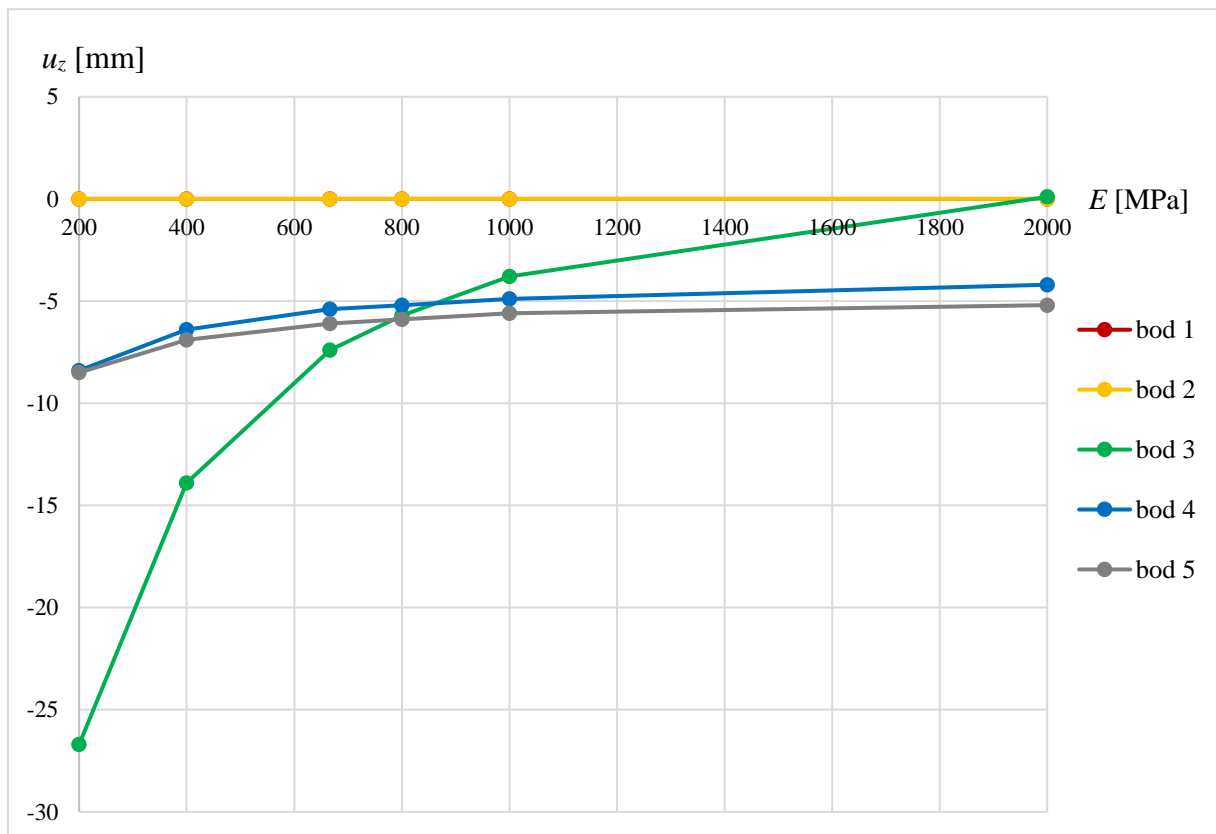
POSÚDENIE NAPÄTIA V OCEĽOVOM LANE (tab. 5.24, kombinácia K2)

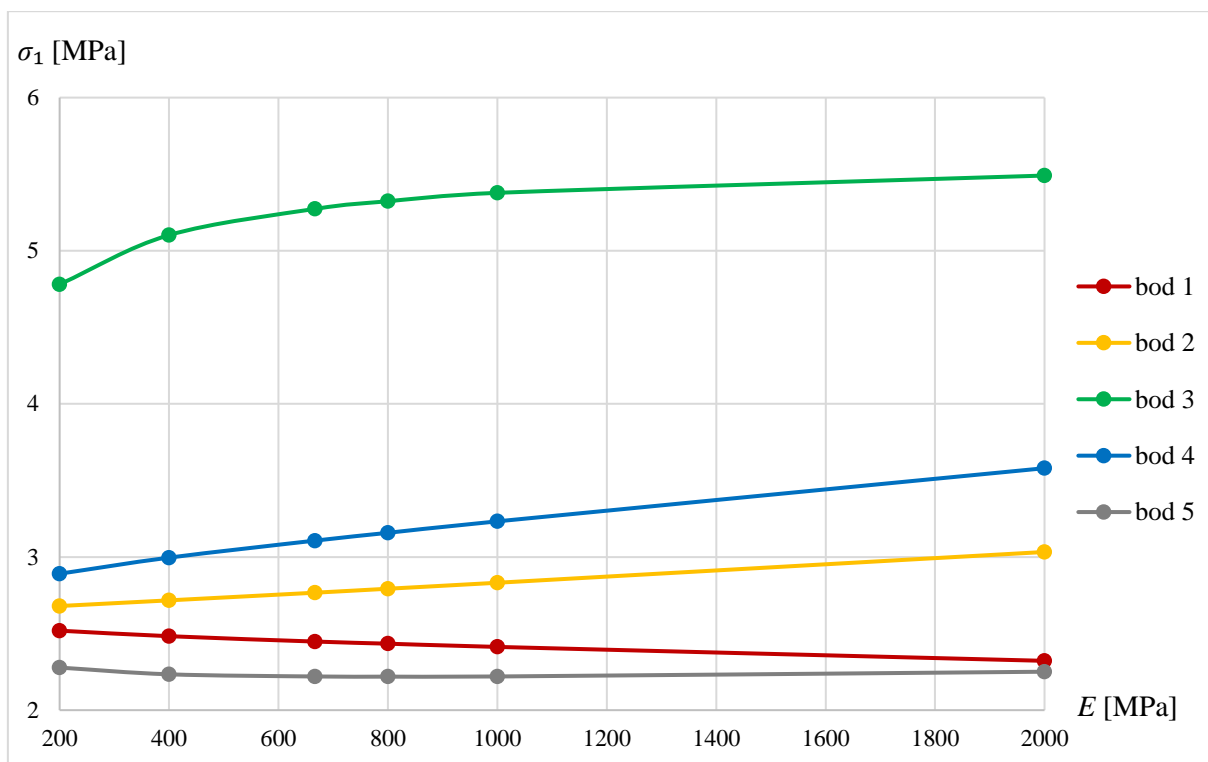
$$\sigma_M = 115,777 \text{ MPa} \leq f_{y,d} = \frac{f_{y,k}}{1,15} = 1540 \text{ MPa} \Rightarrow \text{VYHOVUJE}$$

V (tab. 5.24) sú vypísané hodnoty pre zvolené zmeny modulov pružnosti  $E$  pre kombinácie K2 a K8. V (obr. 5.23) až (obr. 5.26) sú znázornené všetky sledované hodnoty pre rôzne moduly pružnosti.

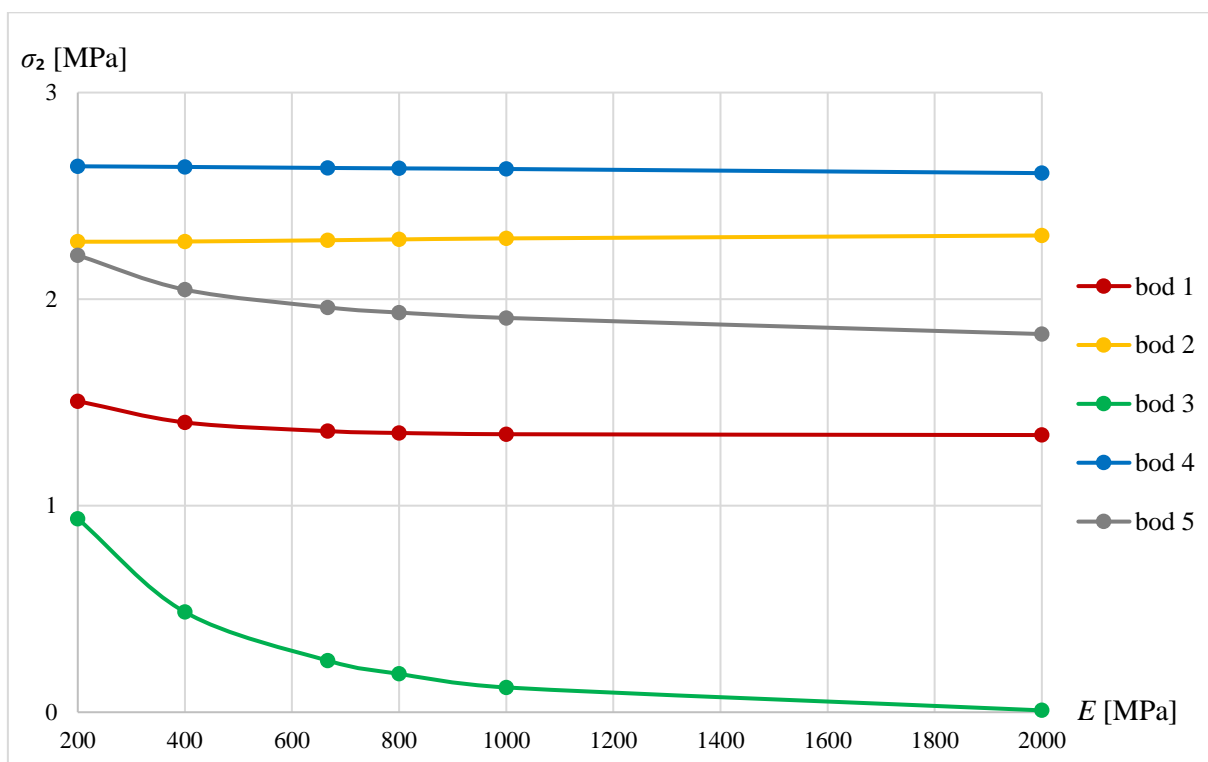
Tab. 5.24 Hodnoty napätí a posunutí pre rôzne moduly tečenia  $E_i$  a ich porovnanie s modulom pružnosti  $E$ 

Kombinácie	Výsledky	Bod	$E$ [MPa]	$E_i$ [MPa]					
			2000	1000	800	666,6	400	200	
K2	Napätie v membráne $\sigma_1$ [MPa]	1	2,322	2,413	2,434	2,448	2,483	2,519	
		2	3,033	2,832	2,793	2,767	2,717	2,680	
		3	5,491	5,378	5,323	5,273	5,102	4,781	
		4	3,580	3,233	3,158	3,107	2,996	2,891	
		5	2,251	2,220	2,219	2,220	2,234	2,278	
	Napätie v membráne $\sigma_2$ [MPa]	1	1,342	1,346	1,352	1,361	1,403	1,506	
		2	2,308	2,294	2,289	2,285	2,279	2,278	
		3	0,009	0,120	0,186	0,250	0,485	0,937	
		4	2,610	2,630	2,633	2,635	2,640	2,643	
		5	1,831	1,909	1,935	1,960	2,046	2,212	
	Napätie v membráne $\sigma_M$ [MPa]	1	2,019	2,094	2,112	2,125	2,156	2,196	
		2	2,744	2,605	2,578	2,560	2,526	2,503	
		3	5,486	5,319	5,233	5,153	4,878	4,388	
		4	3,207	2,977	2,931	2,900	2,835	2,775	
		5	2,074	2,082	2,092	2,102	2,146	2,246	
	Napätie v lane $\sigma_M$ [MPa]	Max.		119,514	118,017	117,572	117,235	116,497	115,777
		Min.		66,557	67,185	67,706	68,299	70,901	76,648
	K8	Posunutie membrány $u_z$ [mm]	1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			2	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
			3	0,100	-3,800	-5,700	-7,400	-13,900	-26,700
4			-4,200	-4,900	-5,200	-5,400	-6,400	-8,400	
5			-5,200	-5,600	-5,900	-6,100	-6,900	-8,500	

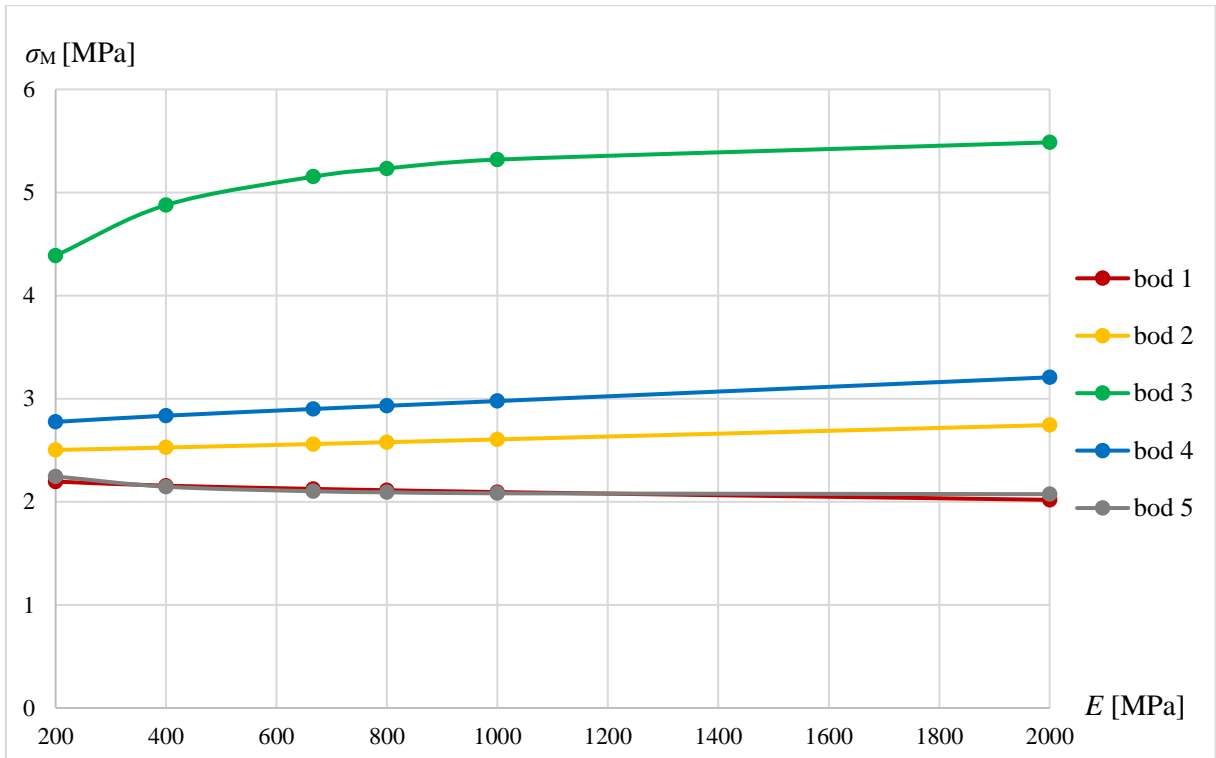
Obr. 5.23 Graf závislosti posunutia  $u_z$  pre rôzne moduly tečenia  $E_i$  a modul pružnosti  $E$



Obr. 5.24 Graf závislosti prvého hlavného napätia  $\sigma_1$  pre rôzne moduly tečenia  $E_i$  a modul pružnosti  $E$



Obr. 5.25 Graf závislosti druhého hlavného napätia  $\sigma_2$  pre rôzne moduly tečenia  $E_i$  a modul pružnosti  $E$



Obr. 5.26 Graf závislosti Misesovho napätia  $\sigma_M$  pre rôzne moduly tečenia  $E_i$  a modul pružnosti  $E$

## 6 Záver

Predmet diplomovej práce spočíval v navrhnutí strešnej textilnej membránovej konštrukcie prístrešku nad zvoleným pôdorysom  $2 \times 2$  m. Vzhľadom na zvolený štvorcový pôdorys som z troch základných typov membránových konštrukcií vybrala hyperbolický paraboloid.

Vykonal som tri rôzne dielčie štúdie, ktoré som numericky modelovala pomocou programového systému RFEM s využitím modulu Form-finding. Súčasťou prvej štúdie bolo sledovanie vplyvu zmeny hustoty siete konečných prvkov vo výpočtovom modeli na výsledky deformácií a napätí. Veľkosť výpočtovej siete som znižovala kvadraticky v škále 0,16; 0,08; 0,04; 0,02 a 0,01 m. Na základe výsledkov a percentuálneho porovnania s porovnávacou sieťou s veľkosťou strán 0,01 m som zvolila výpočtovú sieť s veľkosťou strán 0,02 m, ktorá sa javila ako dostatočne výstižná. Táto sieť bola použitá v ďalších dvoch štúdiách. V druhej štúdiu som zaznamenávala vplyv zmeny výškových rozmerov a prievisov lán hyperbolického paraboloidu na sledované veličiny. Kombináciou výškových rozdielov v škále 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 a 1,0 m a prievisu lana v škále 0,2; 0,3 a 0,4 m som vyberala najvýhodnejší model z 15 možných variant. Na základe hlavne zvislých posunov v strede plochy membránovej konštrukcie, ktoré som uvažovala čo najbližšie k nule, som si vybrala pre ďalšiu štúdiu výpočtový model s výškovým rozdielom dvoch protiľahlých bodov 0,6 m a prievisom lana 0,3 m. V tretej štúdiu, ktorá sa zaoberala vplyvom dotvarovania membrány, som zistila, že membrána použitá pre tento typ konštrukcie sa začne výrazne deformovať, a má teda značný vplyv najmä na hodnoty posunov.

Je zrejmé, že podobné konštrukcie vykazujú značne geometricky nelineárne správanie. Preto nebolo možné riešiť výpočty v oddelených zaťažovacích stavoch. Analýza prebiehala v podobe fáz, ktoré reprezentovali reálny súbeh možných zaťažení, ktoré sa v danom okamihu na konštrukcii vyskytujú. Konštrukcia bola zaťažená ako pre medzný stav únosnosti, tak pre medzný stav použiteľnosti. Z výsledkov týchto kombinácií je viditeľné, že u podobných konštrukcií je väčšinou rozhodujúcim kritériom miera prijateľných deformácií, teda medzný stav použiteľnosti. Konštrukcia totiž vykazuje značnú únosnosť aj pri takých deformáciách, ktoré by pre značnú väčšinu investorov boli už neprijateľné.

V súvislosti s touto prácou by bolo možné sa ďalej zaoberať aplikovaním týchto dielčích štúdií na iný základný typ membránových konštrukcií alebo by mohla byť použitá membrána, ktorá vykazuje ortotropné vlastnosti.

## 7 Literatúra

- [1] Bittnar, Z., Šejnoha, J. *Numerické metody mechaniky* 1, 2. Vydavatelství ČVUT, Praha: 1992.
- [2] Bletzinger, K.-U., Ramm, E. *A general finite element approach to the form finding of tensile structures by the updated reference strategy*, Int. J. Sprace Struct. Vol. 14 (1999), pp. 131-146, ISSN: 0266-3511.
- [3] Bletzinger, K.-U., Ramm, E. *Structural optimization and form finding of light weight structures*, Comput. Struct. Vol. 79 (2001), pp. 2053-2062, ISSN: 0045-7949.
- [4] Čápková, J. *Modelování membránových konstrukcí*. Disertační práce, ČVUT, Fakulta stavební, Praha, 2010.
- [5] Forster, B., Mollaert, M. *European design guide for tensile surface structures*, TensiNet, 2004, ISBN: 90 8086 871 x.
- [5] Husáriková, N. *Statické řešení částí textilních konstrukcí*, Bakalárska práca, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, Brno, 2014.
- [6] Kalesný, F. *Textilná architektúra*. Príspevok na medzinárodné sympóziom Globalization and us, Dunajská streda, 2001.
- [7] Kmeť, S. *Novodobé lanové a membránové konštrukcie*. Časopis Stavebné materiály, vydavateľstvo JAGA, 2012.
- [8] Lang, R., Němec, I., Ševčík, I. *Form-Finding of Membrane Structures and Necessary Stabilization of this Process*, Applied Mechanics and Materials, Vol. 617 (2014), pp. 130-135, ISSN: 1662-7482, [www.scientific.net/AMM.617.130](http://www.scientific.net/AMM.617.130).
- [9] Němec, I. *Nelineární mechanika*, Brno, 2006.
- [10] Ridoško, T. *Analýza membránových systémov*, Brno, 2014.
- [11] Servít, R. a kol. *Teorie pružnosti a plasticity* I, II. SNTL/ALFA, Praha: 1981, 1984.
- [12] EN 1990 Eurokód. *Zásady navrhovania konštrukcií*.
- [13] EN 1993-1-3 Eurokód 1. *Zaťaženia konštrukcií*. Časť 1-3: Všeobecné zaťaženia. Zaťaženia snehom.
- [14] EN 1993-1-4 Eurokód 1. *Zaťaženia konštrukcií*. Časť 1-4: Všeobecné zaťaženia. Zaťaženie vetrom.
- [15] EN 1993-1-11: 2011 Eurokód 3. *Navrhovanie ocelových konštrukcií*. Časť 1-11: Navrhovanie konštrukcií s ťahanými prvkami.
- [16] Dlubal Software GmbH – RFEM, 5.07.
- [17] <http://www.designbuild-network.com>
- [18] <http://www.generativeart.com>
- [19] <http://www.haly-polak.cz>
- [20] <http://archtex.cz/cs/index-materialy.html>

## 8 Zoznam symbolov

<b>d</b>		vektor neznámych parametrov deformácie
$E$	[Pa]	Youngov modul pružnosti
$F$	[N]	sila
<b>f</b>		vektor pravých strán
$h$	[m]	hrúbka škrupiny
<b>K</b>		počiatočná matica tuhosti konštrukcie
<b>K(d)</b>		matica tuhosti konštrukcie ako funkcia deformácie
$l$	[m]	dĺžka
$M$	[Nm]	ohybový moment
$m_y, m_x$	[Nm/m]	merné ohybové momenty
$m_{yx}, m_{xy}$	[Nm/m]	merné krútiace momenty
$n_x, n_y$	[N/m]	merné normálové sily
<b>n</b>		normála
$q_x, q_y$	[N/m]	merné posúvajúce sily
$r_x, r_y$	[m]	polomery krivosti
<b>r(d)</b>		vektor nevyvážených síl
$t_{xy}, t_{yx}$	[N/m]	merné šmykové sily
$u, v, w$	[m]	posuny
$x, y, z$	[m]	priestorové súradnice
$\gamma$	[-]	skosenie, deformácia spôsobená šmykovým napätím
$\varepsilon$	[-]	deformácia
$\xi$	[m]	vzdialenosť bodu škrupiny od strednicovej plochy škrupiny
$\nu$	[-]	Poissonov súčiniteľ
$\sigma$	[Pa]	normálové napätie
$\sigma_M$	[Pa]	Misesovo napätie
$\sigma_1$	[Pa]	prvé hlavné napätie
$\sigma_2$	[Pa]	druhé hlavné napätie
$\tau$	[Pa]	šmykové napätie
$\varphi$	[°]	pootočenie