



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

MECHANICKÁ ANALÝZA STŘEŠNÍHO VÝTAHU

MECHANICAL ANALYSIS OF ROOF LIFT

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

ZOLTÁN SÁRKÁNY

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. VLADIMÍR FUIS, Ph.D.

BRNO 2021

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Zoltán Sárkány**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Mechatronika
Vedoucí práce: **doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.**
Akademický rok: 2020/21

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.1111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Mechanická analýza střešního výtahu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Střešní výtah, který slouží k transportu stavebního materiálu z/na střechu, je pohyblivá soustava těles, kterou je proto nutné modelovat s vazbami s pasivním účinkem. Při řešení se určují stykové výslednice v jednotlivých vazbách pro různé konfigurace soustavy a různé pohybové stavy soustavy, které mohou u soustavy nastat.

Cíle bakalářské práce:

1. Rešerše týkající se střešních výtahů.
2. Pro střešní výtah s uvažováním pasivních účinků provést výpočet hnací síly (silové dvojice) a stykových sil ve vazbách pro různé konfigurace soustavy a různé pohybové stavy.
3. Posoudit funkčnost vazeb.
4. Analyzovat chování soustavy po překonání hranice klidové stability.

Seznam doporučené literatury:

JANÍČEK, P., ONDRÁČEK, E., VRBKA, J. a BURŠA, J. Mechanika těles: Pružnost a pevnost I, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno, 2004, ISBN 80-214-2592-x.

FLORIAN, Z., PŘIKRYL, K. a ONDRÁČEK, E. Mechanika těles - statika. Vyd. 3. Brno: PC-DIR, 1995, ISBN 80-214-0694-1.

KRATOCHVÍL, C. a SLAVÍK, J. Mechanika těles: Dynamika, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno, 2002, ISBN 80-214-2260-2.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2020/21

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Bakalárska práca sa zaoberá mechanickou analýzou strešného výťahu v 2D, ktorý sa skladá z deviatich telies. Prvá časť práce pokrýva základné potrebné teoretické znalosti k riešeniu daného problému z hľadiska statiky a dynamiky. Druhá časť práce je riešenie samotné, kde sú pre rôzne pohybové stavy zostavené rovnice statickej rovnováhy. Pohybové stavy, kedy sa výťah nepohybuje konštantnou rýchlosťou sú riešené z hľadiska dynamiky. V riešení sú uvažované účinky pasívnych odporov. Výstupom práce sú výsledné sily vo väzbách a posúdenie funkčnosti väzieb. Numerické riešenie prebiehalo pomocou programu MATLAB.

Summary

The bachelor's thesis deals with the mechanical analysis of a roof lift in 2D, which consists of nine solid bodies. The first part of the work covers the basic necessary theoretical knowledge to solve the problem in terms of statics and dynamics. The second part of the work is the solution itself, where the equations of static equilibrium are compiled for different states of motion. Movement states where the elevator does not move at a constant speed are solved in terms of dynamics. The solution considers the effects of passive resistances. The output of the work is the resulting forces in the bonds and the assessment of the functionality of the bonds. The numerical solution was performed using the MATLAB program.

Klíčové slová

Sila, moment sily, pasívne účinky, statika, dynamika, translácia, rotácia, valenie

Keywords

Force, moment of force, passive effects, statics, dynamics, translation, rotation, rolling

SÁRKÁNY, Z. *Mechanická analýza strešního výťahu*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2021. 95 s. Vedoucí doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

Prehlasujem, že som túto bakalársku prácu vypracoval samostatne pomocou odbornej literatúry, ktorá je uvedená na konci práce.

Zoltán Sárkány

Ďakujem svojmu vedúcemu pánovi doc. Ing. Vladimírovi Fuisovi, Ph.D. za odborné rady a pripomienky počas spracovávania bakalárskej práce. Ďalej by som sa rád poďakoval pánovi Ing. Petrovi Lošákovi, Ph.D. za odborné konzultácie pri riešení dynamickej analýzy sústavy. Ďakujem svojej rodine a blízkym za podporu počas štúdia.

Zoltán Sárkány

Obsah

1	Úvod	4
2	Výťahy	5
2.1	História výťahov	5
2.2	Rozdelenie výťahov	6
2.3	Strešný výťah	7
2.3.1	Konštrukčné diely	8
2.3.2	Ovládanie	12
2.3.3	Príslušenstvo	14
2.3.4	Rebríková podpera	15
2.3.5	Porovnanie modelov	16
3	Statika	17
3.1	Základné pojmy	17
3.1.1	Axiomy	17
3.1.2	Interakcia a väzba	17
3.1.3	Sila	18
3.1.4	Moment sily	18
3.1.5	Statická ekvivalencia	19
3.1.6	Statická rovnováha	19
3.1.7	Statická určitost	19
3.2	Väzby NNTN	20
3.2.1	Charakteristika väzieb NNTN	20
3.2.2	Uvolnenie väzieb NNTN	20
3.3	Väzby NNTP	22
3.3.1	Charakteristika väzieb NNTP	22
3.3.2	Uvolnenie väzieb NNTP	23
3.3.3	Súčiniteľ šmykového trenia	26
3.3.4	Rameno valivého odporu	26
3.3.5	Ponceletove vzťahy	26
4	Dynamika	27
4.1	Newtonove pohybové zákony	27
4.2	Metóda uvoľňovania	27
4.3	Metóda redukcie	27
4.4	Moment zotrvačnosti	28
5	Matlab	29
5.1	Simulink	29
5.2	Simscape Multibody	29
6	Riešenie	30
6.1	Názorná schéma výťahu	30
6.1.1	Popis telies	31
6.2	Určenie polohy ťažiska	31

6.3	Zadané parametre	33
7	Statická analýza pre smer hore	35
7.1	Statická analýza - spodný rebrík	35
7.1.1	Kinematický rozbor	35
7.1.2	Uvoľnenie telies a rovnice rovnováhy	36
7.1.3	Statický rozbor	41
7.1.4	Výsledky	41
7.1.5	Kontrola funkčnosti väzieb	43
7.2	Statická analýza - vrchný rebrík	44
7.2.1	Kinematický rozbor	44
7.2.2	Uvoľnenie telies a rovnice rovnováhy	45
7.2.3	Statický rozbor	49
7.2.4	Výsledky	49
7.2.5	Kontrola funkčnosti väzieb	51
8	Statická analýza pre smer dole	52
8.1	Statická analýza - vrchný rebrík	52
8.1.1	Kinematický rozbor	52
8.1.2	Uvoľnenie telies a rovnice rovnováhy	53
8.1.3	Statický rozbor	57
8.1.4	Výsledky	57
8.1.5	Kontrola funkčnosti väzieb	59
8.2	Statická analýza - spodný rebrík	60
8.2.1	Kinematický rozbor	60
8.2.2	Uvoľnenie telies a rovnice rovnováhy	61
8.2.3	Statický rozbor	66
8.2.4	Výsledky	66
8.2.5	Kontrola funkčnosti väzieb	68
9	Dynamická analýza - smer hore	69
9.1	Výpočet hnacieho momentu	69
9.2	Kinematický rozbor	69
9.3	Uvoľnenie telies a rovnice rovnováhy	70
9.4	Statický rozbor	76
9.5	Výsledky	76
9.5.1	Kontrola funkčnosti väzieb	78
10	Dynamická analýza - smer dole	79
10.1	Určenie hnacieho momentu	79
10.2	Kinematický rozbor	79
10.3	Uvoľnenie telies a rovnice rovnováhy	80
10.4	Statický rozbor	85
10.5	Výsledky	85
10.5.1	Kontrola funkčnosti väzieb	87
10.6	Hnací moment pre prázdny vozík	88
10.6.1	Výsledky	88

11 Riešenie v Simscape	89
11.1 Model v Simscape	89
11.2 Vizualizácia	91
11.3 Výsledky	92
12 Záver	93
13 Zoznam príloh	95

1. Úvod

Výtahy už dlhé roky uľahčujú ľudstvu vertikálnu dopravu. Pomáhajú nám prepravovať náklad, no najčastejšie osoby vo viacpodlažných budovách. Medzi výtahy ktoré prepravujú náklad patrí aj strešný výtah. Umožňuje bezpečnú prepravu stavebných materiálov na stavbách alebo rekonštrukciách budov. V tejto práci je strešný výtah analyzovaný z hľadiska statiky a dynamiky.

Statika je jedným z prvých predmetov mechaniky telies, ktoré sú vyučované na vysokých školách. Zaoberá sa silovým pôsobením a väzbami medzi rôznymi telesami, kedy spočívajú v klude alebo konajú pohyb konštantnou rýchlosťou. Väzby v statike rozdeľujeme na neutrálne väzby NNTN a väzby NNTP s uvažovaním pasívnych odporov, ktoré je pri analyzovaní reálnych sústav potrebné použiť.

Predmet dynamika nadväzuje na predmety statika a kinematika, čím vytvára komplexnejší pohľad na riešenie sústav telies. Určuje sily na základe pohybu telesa alebo naopak.

Výstupom práce sú výsledné silové účinky vo väzbách pri určitých zadaných parametroch a vlastnostiach strešného výtahu. V časti dynamickej analýzy bude výstupom taktiež veľkosť potrebného hnacieho momentu, pôsobiaceho na navíjacom bubne výtahu pre smer pohybu aj hore, aj dole.

Posledná časť práce názorne ukazuje, akým spôsobom je možné riešiť prechod vozíka medzi dvomi naklonenými rovinami numerickou metódou. Výsledkom je zmena veľkosti normálových síl, ktoré pôsobia na kolieskach vozíka s nákladom.

2. Výťahy

V nasledujúcej kapitole je opísaná stručná história výťahov, základné rozdelenie výťahov podľa rôznych kategórií a detailná charakteristika a popis strešného výťahu.

2.1. História výťahov

Hlavným dôvodom vzniku výťahov bola snaha mechanizácie vertikálnej dopravy nákladu a neskôr osôb. Najstarší výťah skonštruoval grécky matematik a fyzik Archimedes. Z archeologických výskumov vyplýva, že podobné výťahy mal vo svojom paláci aj rímsky cisár Nero. O niečo neskôr bol skonštruovaný výťah vo Vatikáne. Výťahy boli v tej dobe poháňané človekom a ich použitie nebolo bežné, skôr poukazovalo na spoločenské postavenie majiteľa.

Približne do prvej polovice 19. storočia bránili ďalšiemu rozvoju výťahov nielen spoločensko-hospodárske podmienky, ale najmä technické nedostatky. Hlavným problémom bol vhodný motor pre pohon.

Prvý výťah s plošinou vedenou vo vodičkach a bezpečnostným mechanizmom, ako ho poznáme dnes, bol nákladný výťah skonštruovaný v r. 1853. Rýchly rozvoj a rast miest v osemdesiatych rokoch 19. storočia zapríčinil potrebu výťahov na prepravu osôb vo viacpodlažných budovách. Prvý osobný výťah bol nainštalovaný v New Yorku v obchodnom dome E.V. Haughwout Co. v roku 1857. [4]

2.2. Rozdelenie výťahov

Výťahy je možné kategorizovať rozličnými spôsobmi, v nasledujúcej časti sú uvedené niektoré základné kategórie rozdelené podľa: [8]

Pohonu

- Hydraulické
- Elektrické
 - Trakčné lanové
 - Obežné (paternoster)

Typu prepravy

- Osobné
- Nákladné
 - S povolenou prepravou osôb
 - So zakázanou prepravou osôb
 - Stolové výťahy
 - Výsypné výťahy

Použitého ťažného prostriedku

- Lanové
- Retazové

2.3. Strešný výťah

Šikmý strešný výťah sa najčastejšie používa pri stavbách a renováciách striech, interiérov a exteriérov budov. Primárne sa pomocou neho prepravujú škridly a kusový materiál, ako sú napríklad rôzne dosky, vrecia cementu, polystyrénová izolácia, okná, fotovoltaické panely a pod. Výnimkou však nie je ani sypký a kvapalný materiál, prepravu ktorých umožňuje špeciálne príslušenstvo.

Výhodou strešných šikmých výťahov je jednoduchá montáž, manipulácia a bezproblémová preprava. Vďaka stavebnicovému systému sú rozoberateľné na jednotlivé komponenty. Konštrukcia, ktorá zároveň slúži aj ako koľajnica pre vozík sa skladá z hliníkových rebríkov o dĺžke 1 m a 2 m, poprípade 0,5 m a 0,75 m. Celková hmotnosť výťahu dosahuje približne 180 kg, vďaka čomu je možná preprava osobným automobilom alebo prívesným vozíkom.

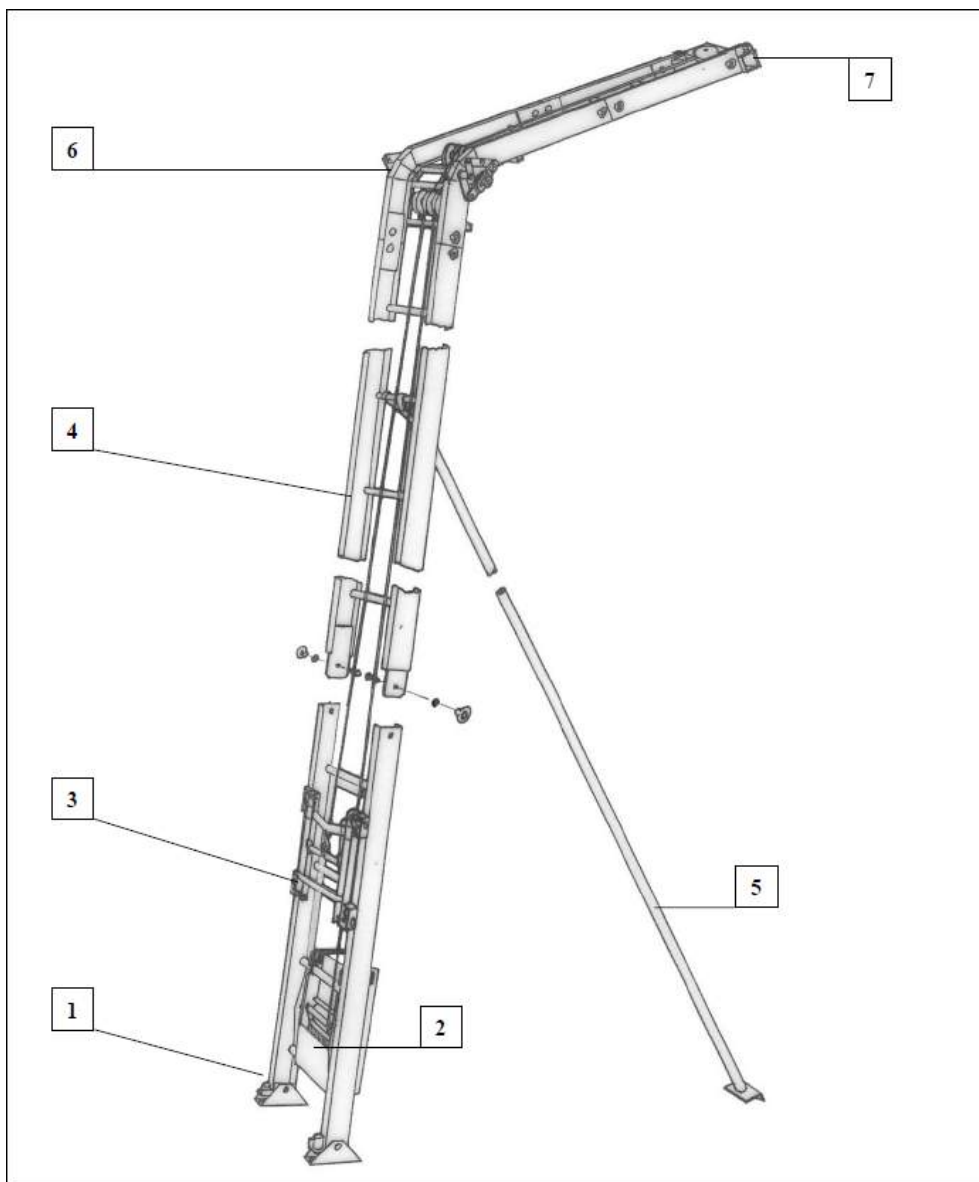
Montáž je odporúčaná aspoň pre dve osoby, ktorá trvá približne 20-30 minút a nevyžaduje si žiadne špeciálne náradie. Práve jednoduchým konštrukčným riešením je zabezpečená spoľahlivosť výťahu a nenáročná údržba.

Materiál je možné dopraviť na ploché a sedlové strechy, poprípade oknami budovy. Výhodou je taktiež široké spektrum pracovných výšok a možnosť napájanie zo siete 230V.

2.3. STREŠNÝ VÝŤAH

2.3.1. Konštrukčné diely

Hlavné konštrukčné časti výťahu sú znázornené nižšie na obr. 2.1.



Obr. 2.1: Hlavné časti strešného výťahu [7]

1. Päta rebríka
2. Pohonná jednotka
3. Vozík
4. Rebrík
5. Vzpera
6. Kĺb
7. Držiak kladky

Vozík

Vozík na obr. 2.2 je jednou z najdôležitejších súčastí strešného výťahu. Skladá sa z rámu, štyroch koliesok, oka pre uchytenie lana a bezpečnostnej brzdy, ktorá slúži na zastavenie vozíka v prípade pretrhnutia lana. Na spodku vozíka sa nachádzajú ďalšie štyri kolieska, ktoré počas pohybu nemusia byť v styku s rebríkom. Ich funkciou je zabrániť preklopeniu vozíka. K vozíku je možné pripevniť rôzne typy plošín podľa potreby a prepravovaného materiálu.



Obr. 2.2: Vozík

Rebrík

Rebrík slúži ako vodiaca koľajnica pre vozík. Je možné ho skladať z rôznych segmentov o rôznych dĺžkach, ktoré závisia od výrobcu alebo od modelu výťahu. Na obr. 2.3 je vidieť rebríky o dĺžke 1 m a 2 m.



Obr. 2.3: Rebrík

2.3. STREŠNÝ VÝŤAH

Kĺb profilu

Kĺb profilu slúži na prepojenie rebríka, ktorý umožňuje pohyb vozíka od zeme po odkvap a rebríka, ktorý spočíva na streche. Výrobcovia poskytujú dva typy kĺbov. Prvý typ je možné nastaviť v napevno zadaných uhloch. Druhý typ na obr. 2.4 má konštrukčnú výhodu v plynulom nastavení zalomenia a je možné ho otáčať podľa potreby, pretože jedna strana kĺbu je dlhšia a druhá kratšia.



Obr. 2.4: Kĺb profilu

Päta

Päta rebríka je najspodnejšou časťou konštrukcie. Spája rebrík s podložkou, resp. podlahou ako na obr. 2.5. Jej účelom je stabilné umiestnenie a prichytenie konštrukcie k podložke z bezpečnostných dôvodov, aby sa v prípade rozkmitania konštrukcie výtah nevyšmykol z pôvodnej polohy.



Obr. 2.5: Päta

Hlava výťahu s kladkou

Hlava výťahu s kladkou na obr. 2.6 je umiestnená na konci posledného segmentu rebríka, ktorý spočíva na streche. Cez kladku je vedené lano spájajúce ťahaný vozík s pohonnou jednotkou. Kladka hlavy je opatrená plechovým krytom, ktorý zabraňuje prípadnému vyšmyknutiu lana z kladky.



Obr. 2.6: Hlavová kladka

Pohonná jednotka

K pohonnej jednotke je pripojené ručné ovládanie, horný koncový spínač a sieťový kábel ako na obr. 2.7. Podľa modelu výťahu majú rozličné pohonné jednotky rozličné vlastnosti, ktoré sú nižšie uvedené v tab. 2.1.



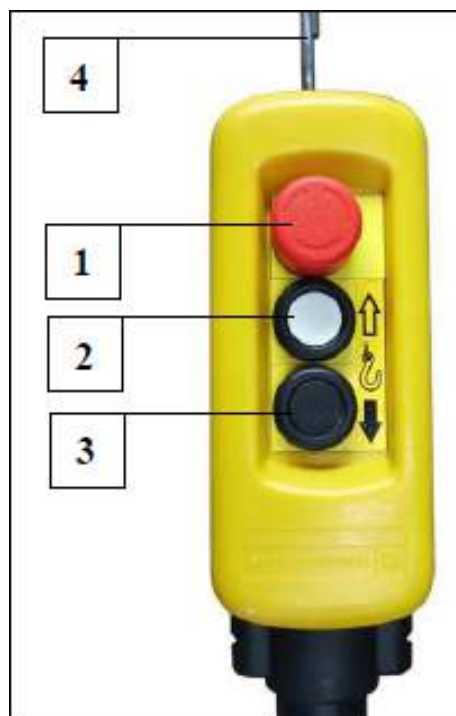
Obr. 2.7: Pohonná jednotka [7]

2.3. STREŠNÝ VÝŤAH

2.3.2. Ovládanie

Hlavnými ovládacími prvkami výťahu sú ručné ovládanie pre naviják (obr. 2.8), pomocou ktorého je ovládaný chod smerom hore a chod smerom dole. Taktiež je tu umiestnený núdzový vypínač. Koncový spínač vrchný (obr. 2.9) a koncový spínač spodný (obr. 2.10) slúžia na automatické vypnutie pohonu v prípade, že sa vozík priblíži k spodnému alebo vrchnému koncu dráhy.

Ručné ovládanie

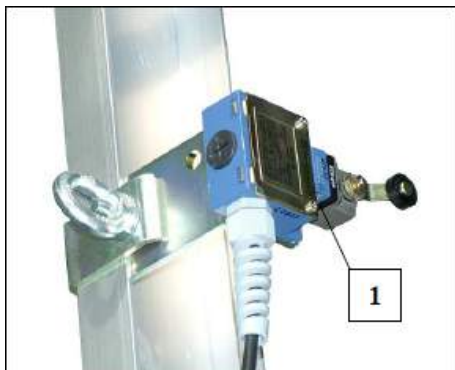


1. Tlačidlo núdzového vypnutia
2. Tlačidlo HORE
3. Tlačidlo DOLE
4. Hák pre zavesenie

Obr. 2.8: Ručné ovládanie [7]

Koncový spínač vrchný

Vrchný koncový spínač slúži na vypnutie pohonu, ak sa vozík priblíži k vrchnému koncu dráhy. Spínač je prichytený ku konštrukcii rebríka a aktivuje sa pri dotyku spínacej kladky a vozíka.



1. Koncový spínač

Obr. 2.9: Koncový spínač vrchný [7]

Koncový spínač spodný

Spodný koncový vypínač slúži na vypnutie pohonu, ak sa vozík priblíži k spodnému koncu dráhy. Lano je vedené cez koncový spínač a je napnuté váhou vozíka, ako sa však vozík približuje k spínaču, lano sa uvoľní a spínač vypne pohon.



1. Koncový spínač

Obr. 2.10: Koncový spínač spodný [7]

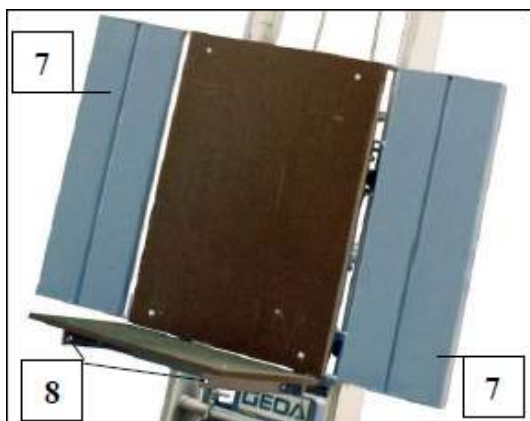
2.3. STREŠNÝ VÝŤAH

2.3.3. Príslušenstvo

Okrem hlavných komponentov výťahu výrobca disponuje veľkým množstvom príslušenstva, ktoré používateľovi umožňuje vysokú variabilitu použitia. Z dôvodu veľkého množstva príslušenstva je nižšie popísané len to najpoužívanejšie.

Univerzálna plošina

Univerzálna plošina umožňuje prepravu vriec, kusového materiálu ako sú škridly, okná a pod. V prípade rozmernejšieho nákladu je možné sklopiť bočnú ochranu ako na obr. 2.11.

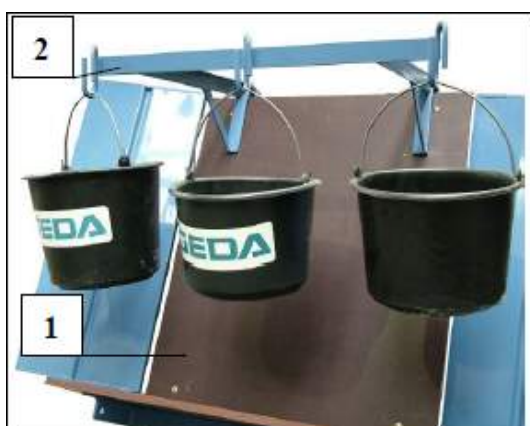


- 7. Bočná ochrana
- 8. Otvory pre lano

Obr. 2.11: Univerzálna plošina [7]

Záves pre vedrá

Záves pre vedrá je rozšírenie pre univerzálnu plošinu (obr. 2.12). Vďaka tomuto príslušenstvu je umožnená preprava napríklad sypkého alebo kvapalného materiálu.



- 1. Univerzálna plošina
- 2. Záves pre vedrá

Obr. 2.12: Záves pre vedrá [7]

2.3.4. Rebríková podpera

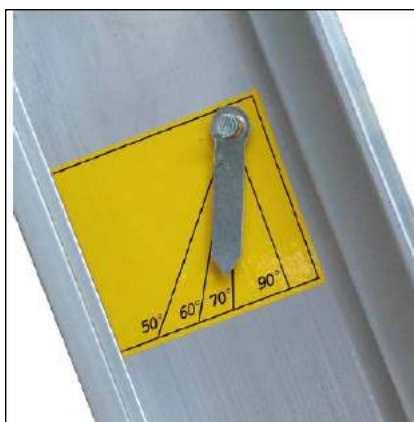
Každý výťah je možné zatažiť len do určitej miery. Pre všetky modely sú od výrobcu uvedené parametre, pri ktorých je možné zatažiť výťah danou maximálnou hmotnosťou nákladu. Rozhodujúcimi parametrami sú dĺžka rebríka od zeme po okraj strechy a uhol sklonu. Uhol sklonu je možné jednoducho odčítať zo stupnice (obr. 2.15), ktorá je umiestnená na boku rebríka. Potrebné parametre sú uvedené v prehľadných tabuľkách ako pre model Geda 200 (obr. 2.13), tak aj pre model Geda 250 (obr. 2.14). Pri konfigurácii s dlhšou dráhou môže byť vyžadované použitie podpery.

GEDA-LIFT 200				Max.200 kg			
	50°	60°	70°		50°	60°	70°
7m	120kg	150kg	200kg	11m	135kg	150kg	180kg
9m	90kg	120kg	150kg	13m	105kg	130kg	150kg
11m	75kg	100kg	130kg	15m	80kg	100kg	135kg
				17m	70kg	90kg	120kg
				19m	60kg	75kg	100kg

Obr. 2.13: Tabuľka pre model GEDA-LIFT 200 [7]

GEDA-LIFT 250				Max.250 kg			
	50°	60°	70°		50°	60°	70°
7m	160kg	200kg	250kg	11m	200kg	200kg	230kg
9m	120kg	150kg	180kg	13m	200kg	200kg	200kg
11m	80kg	120kg	150kg	15m	150kg	160kg	175kg
				17m	120kg	130kg	150kg
				19m	80kg	100kg	125kg

Obr. 2.14: Tabuľka pre model GEDA-LIFT 250 [7]



Obr. 2.15: Stupnica uhlu sklonu [7]

2.3. STREŠNÝ VÝŤAH

2.3.5. Porovnanie modelov

Pri výbere, ktorý model výtahu zvoliť rozhoduje niekoľko základných parametrov. Sú to napríklad nosnosť, dĺžka, výkon, napätie, rýchlosť zdvihu a v neposlednom rade cena. Tieto vlastnosti sú zapísané nižšie v tabuľke 2.1. Z tabuľky je jasne vidieť, aké sú základné rozdiely medzi modelmi Geda 200 Standard, Geda 250 Comfort a Geda 250 Fixlift. U modelu Geda 250 Fixlift je výhodou možnosť pohonu v dvoch rýchlostiach. Uvedené ceny sú orientačné a môžu sa líšiť v závislosti od predajcu.

	Geda 200 Standard	Geda 250 Comfort	Geda 250 Fixlift
Nosnosť [kg]	200	250	250
Štandardná dĺžka [m]	11,5	11	13
Max. dĺžka [m]	19	19	19
Výkon [kW]	1	1,3	0,6/1,2
Napätie [V]	230	230	230
Frekvencia [Hz]	50	50	50
Rýchlosť zdvihu [m/min]	25	30	19/38
Orientačná cena [CZK]	75 000	88 300	94 500

Tabuľka 2.1: Porovnanie modelov [12]

3. Statika

3.1. Základné pojmy

3.1.1. Axiomy

- Priestor je trojrozmerný, spojitý, izotropný, euklidovský, inerciálny a absolútny
- Čas je skalárna, spojitá, kladná, rovnomerne rastúca a vo všetkých bodoch priestoru zhodná veličina, ktorá charakterizuje súčasnosť a následnosť prvkov v priestore
- Hmotnosť je možné ako skalárnu veličinu charakterizujúcu gravitačné a zotrvačné vlastnosti prvku priradiť každému prvku
- Energia je skalárna veličina vyjadrujúca mieru zmeny deja. V rámci uzavretých systémov je energia konštantná.[1]

3.1.2. Interakcia a väzba

V realite sa dva dané hmotné objekty navzájom ovplyvňujú, kedy hovoríme že sú navzájom viazané. V prípade že sa dva hmotné objekty neovplyvňujú, hovoríme že sú voľné. Vzájomné ovplyvňovanie objektov je možné vyjadriť slovami ako malé-velké, silné-slabé atď. Avšak na úrovni techniky je tento popis nedostatočný a preto sú zavedené pojmy interakcia a väzba.[2]

„Interakcia je vzájomné ovplyvňovanie objektov, ktoré je vymedzené veličinami.“[2]

„Väzba je spojenie hmotných objektov, ktoré umožňuje ich interakciu a je vymedzené veličinami.“[2]

Je nutné brať do úvahy, že napriek existencii väzby medzi medzi objektmi nemusí medzi nimi dochádzať k interakcii. V prípade že interakcia medzi objektmi prebieha hovoríme o väzbe funkčnej. V prípade, kedy interakcia medzi objektmi neprebieha hovoríme o väzbe nefunkčnej.

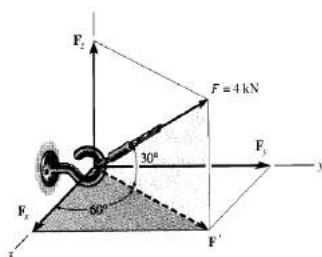
3.1. ZÁKLADNÉ POJMY

3.1.3. Sila

Sila je vektorová veličina, ktorá popisuje vzájomné pôsobenie medzi telesami. Podľa charakteru oblasti pôsobenia rozdeľujeme sily na líniové silové pôsobenie, plošné silové pôsobenie a spojité objemové pôsobenie. Pri dynamických účinkoch sa mení rýchlosť jednotlivých bodov pozorovaného telesa. V prípade posuvného pohybu, kedy majú všetky body telesa rovnakú rýchlosť a pohybujú sa po navzájom posunutých krivkách, je možné silu vyjadriť pomocou 2. Newtonovho zákona, ktorý má tvar:[2]

$$\vec{F} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt}$$

Sila ako vektor je charakterizovaná pôsobiskom, veľkosťou, orientáciou a smerom pôsobenia (obr. 3.1).[1]

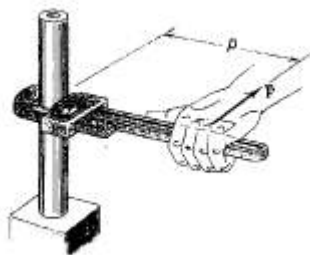


Obr. 3.1: Grafické znázornenie sily [2]

3.1.4. Moment sily

Termín moment sily sa používa pre schopnosť sily, kedy dokáže otáčať telesom okolo vzťažného bodu. Veľkosť točivého účinku závisí ako na veľkosti pôsobiacej sily, tak aj na veľkosti ramena ako je znázornené na obr. 3.2. Moment sily je nulový, ak sa pôsobiaca sila rovná nule alebo nositeľka sily prechádza daným vzťažným bodom. Smer otáčania je možné určiť pomocou pravidla pravej ruky, kedy prsty ukazujú smer otáčania a palec orientáciu vektoru momentu. Jednotkou momentu sily je Newton-meter [Nm].[1]

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$



Obr. 3.2: Moment sily k osi [2]

3.1.5. Statická ekvivalencia

Ekvivalencia silovej sústavy je nahradenie sústavy síl pôsobiacich na hmotný bod pomocou sily-silovej dvojice, ktoré plne charakterizujú silové pôsobenie v pôvodnej sústave. Staticky ekvivalentné sú tie sústavy, ktoré majú v ľubovoľnom bode rovnakú silovú výslednicu a rovnaký moment. Matematicky je možný zápis:[1]

$$\sum \vec{F}_i = \vec{F}_V^1 = \vec{F}_V^2 = \sum \vec{F}_j \cap \sum \vec{M}_{iB} = \vec{M}_V^1 = \vec{M}_{VB}^2 = \sum \vec{M}_{jB}$$

3.1.6. Statická rovnováha

Prípad, kedy je silová a momentová výslednica rovná nule v ľubovoľnom bode O. Platí:

$$\vec{F}_V = \sum \vec{F}_i = \vec{0} \text{ a zároveň } \vec{M}_{VO} = \sum \vec{M}_{iO} = \vec{0}$$

Ak rovnovážna silová sústava pôsobí na teleso, v tom prípade je teleso v statickej rovnováhe a koná pohyb konštantnou rýchlosťou alebo zostáva v klude.[1]

3.1.7. Statická určitosť

V statike sa zaoberáme hlavne úlohami, kedy je sústava v mechanickom klude. Po zostavení rovníc statickej rovnováhy je možné určiť práve toľko neznámych parametrov, koľko je k dispozícii použiteľných podmienok rovnováhy. Pri porovnaní počtu neznámych parametrov μ a počtu použiteľných statických rovníc ν môžeme posúdiť riešiteľnosť úlohy.[1]

- $\nu = \mu$ a zároveň $\nu \leq \mu$ je úloha staticky určitá a riešiteľná
- $\nu < \mu$ je úloha staticky neurčitá a riešenie je potrebné doplniť o ďalšie rovnice, ktoré vyplývajú z fyzikálnych zákonov (napr. rovnice pre deformáciu)
- $\nu > \mu$ je úloha staticky preurčená, kedy je sústava v pohybe a riešenie prebieha pomocou dynamiky.

3.2. Väzby NNTN

V strojárstve sa tieto väzby reálne používajú, v týchto prípadoch su väzby NNTN výpočtovým modelom reálnych väzieb. Počas modelovania väzieb typu NNTN sa neuvažuje prítomnosť pasívnych odporov.

3.2.1. Charakteristika väzieb NNTN

Väzby typu NNTN označujú najjednoduchšiu formu modelovania väzieb, kde styk je charakterizovaný nasledovnými vlastnosťami:[2]

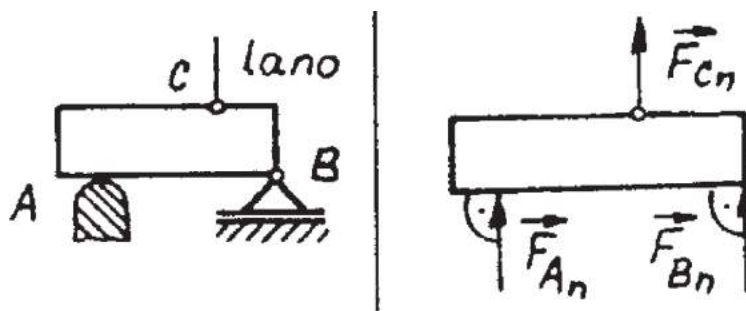
- (N) Nepriepustnosť
- (N) Nepremennosť
- (T) Tlakovosť
- (N) Neutrálnosť

Tento model je vhodné použiť pokiaľ z hľadiska riešeného problému nie sú podstatné a svojou veľkosťou sú zanedbateľné priestupnosť, deformácia, spojenie telies, stratová energia a hranica kludovej stability v styku.

3.2.2. Uvoľnenie väzieb NNTN

Obecná väzba

Obecné kinematické dvojice sú podpora a lano (obr. 3.3). Pri dotyku telies je uvažovaná tak malá plocha, že ju berieme ako bod. Odoberaný je jeden stupeň voľnosti. Obecnú kinematickú dvojicu uvoľňujeme spôsobom, kedy je vždy kolmá k danému povrchu.[2]

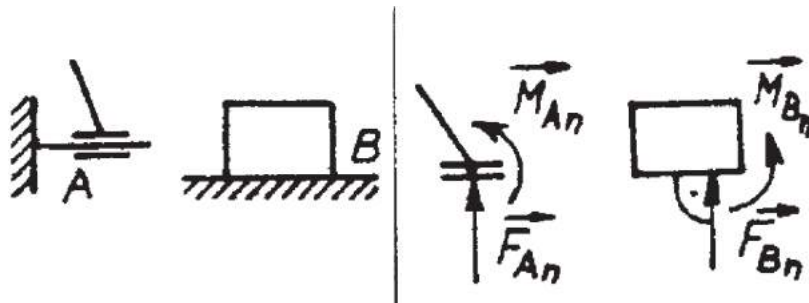


Obr. 3.3: Schéma obcej väzby a spôsob uvoľnenia [2]

- Počet odoberaných stupňov voľnosti $\zeta = 1$
- Neznáme parametre $NP = F_{A_n}$

Posuvná väzba

Posuvná väzba umožňuje pohyb telesa v jednej osi, čo znamená že zabraňuje pohybu osi druhej, a rotácii okolo osi z. Väzbu je možné uvoľniť dvoma spôsobmi ako na obr. 3.4, kedy väzbu uvoľníme buď silou, ktorá musí byť kolmá k povrchu telesa a ramenom, alebo silou kolmou k povrchu telesa a momentom.[2]

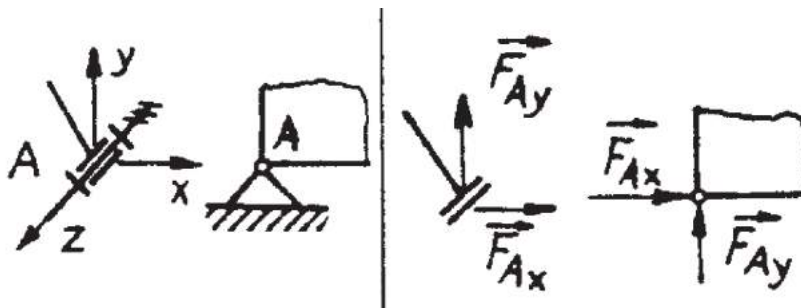


Obr. 3.4: Schéma posuvnej väzby a spôsob uvoľnenia [2]

- Počet odoberaných stupňov voľnosti $\zeta = 2 =$
- Neznáme parametre NP = F_{A_n}, M_{A_n}

Rotačná väzba

Rotačná väzba zamedzuje posuvu telesa v dvoch osiach a umožňuje rotáciu okolo jednej osi. Väzbu uvoľňujeme dvomi na seba kolmými silami ako na obr. 3.5. [2]



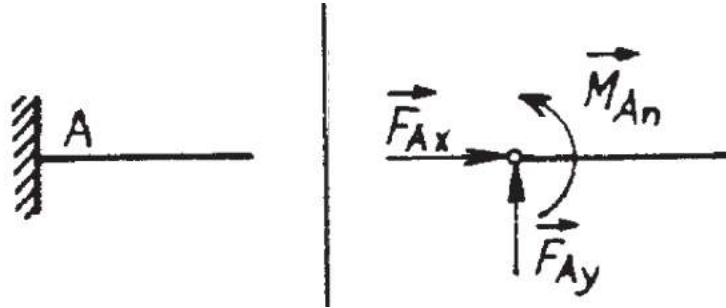
Obr. 3.5: Schéma rotačnej väzby a spôsob uvoľnenia[2]

- Počet odoberaných stupňov voľnosti $\zeta = 2$
- Neznáme parametre NP = F_{A_x}, F_{A_y}

3.3. VÄZBY NNTP

Väzba votknutím

Väzba votknutím zamedzuje telesu pohyb v dvoch osiach a takisto zamedzuje aj rotácii. Ako je možné vidieť na obr. 3.6, väzbu uvoľňujeme dvomi na seba kolmými silami a momentom. [2]



Obr. 3.6: Schéma väzby votknutím a spôsob uvoľnenia [2]

- Počet odoberaných stupňov voľnosti $\zeta = 3$
- Neznáme parametre NP = F_{Ax}, F_{Ay}, M_z

3.3. Väzby NNTP

3.3.1. Charakteristika väzieb NNTP

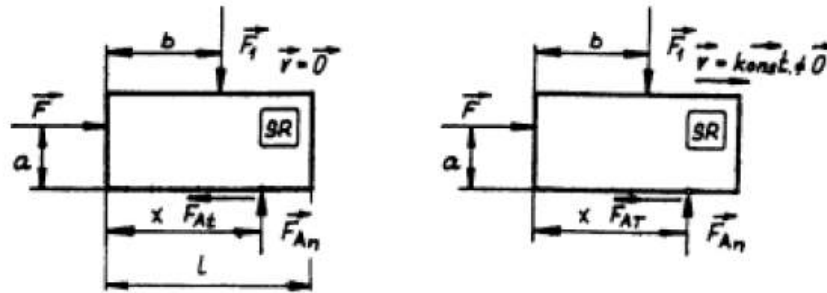
Väzby typu NNTN je možné použiť v prípadoch, kedy sa jedná o dokonale tuhé a dokonale hladké telesá. Touto metódou je možné opísať len obmedzený okruh úloh. V prípade riešenia reálnych sústav nemožno niektoré vlastnosti sústavy zanedbať. Sú to napríklad hranica kludovej stability, stratová energia alebo straty trením. Pre popis a riešenie reálnych sústav je nevyhnutné použiť model styku NNTP, ktorý je charakterizovaný týmito vlastnosťami:[2]

- (N) Nepriepustnosť
- (N) Nepremennosť
- (T) Tlakovosť
- (P) Pasívnosť

3.3.2. Uvoľnenie väzieb NNTP

Posuvná väzba

Z hľadiska pohybového stavu môže u jednostrannej posuvnej väzby nastať klud, šmýkanie, úplné prerušenie kontaktu medzi telesami alebo môže dôjsť k zmene charakteru väzby. Na obr. 3.7 sú zobrazené uvoľnenia telesa, ktoré je viazané posuvnou väzbou pre pohybový stav kedy je teleso v klude a pre pohybový stav, kedy dochádza k šmýkaniu konštantnou rýchlosťou.[2]



Obr. 3.7: Posuvná väzba [2]

Pre pohybový stav, kedy je teleso v klude, platí:

- počet odoberaných stupňov voľnosti $\zeta = 2$
- počet neznámych parametrov $\mu = 3$ ($NP = \{F_{At}, F_{An}, x\}$)
- styková závislosť neexistuje
- podmienky, kedy je možná realizácia pohybového stavu: $F = F_{At} < f \cdot F_{An}$, $x < l$, F_{An} je tlaková

Pre pohybový stav, kedy sa teleso šmýka platí:

- počet odoberaných stupňov voľnosti $\zeta = 2$
- počet neznámych parametrov $\mu = 2$ ($NP = \{F_{An}, x\}$)
- styková závislosť $F_{AT} = f \cdot F_{An}$
- podmienky, kedy je možná realizácia pohybového stavu: $F = F_{AT} = f \cdot F_{An}$, $x < l$, F_{An} je tlaková

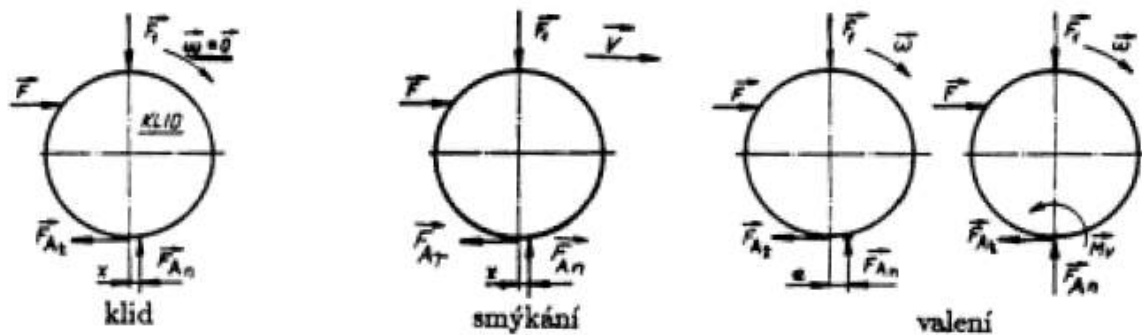
3.3. VÄZBY NNTP

Obecná väzba - podpora

V prípade, kedy sú telesá voči sebe viazané obecnou väzbou, resp. podporou, môže dôjsť k trom pohybovým stavom telesa znázorneným na obr. 3.8. Sú to:

- klud
- šmýkanie (konštantnou rýchlosťou)
- valenie (konštantnou rýchlosťou)

Pohybový stav je závislý od síl, ktoré na teleso pôsobia a od uloženia telesa.



Obr. 3.8: Obecná väzba [2]

Pre pohybový stav, kedy je teleso v klude, platí:

- počet odoberaných stupňov voľnosti $\zeta = 1$
- počet neznámych parametrov $\mu = 3$ ($NP = \{F_{At}, F_{An}, x\}$)
- styková závislosť neexistuje
- podmienky, kedy je možná realizácia pohybového stavu: $F < F_{AT} = f \cdot F_{An}$, $F \cdot a < F_{An} \cdot e = M_{vA}$, F_{An} je tlaková

Pre pohybový stav, kedy sa teleso šmýka platí:

- počet odoberaných stupňov voľnosti $\zeta = 1$
- počet neznámych parametrov $\mu = 2$ ($NP = \{F_{An}, x\}$)
- styková závislosť $F_{AT} = f \cdot F_{An}$
- podmienky, kedy je možná realizácia pohybového stavu: $x < e$, F_{An} je tlaková

Pre pohybový stav, kedy sa teleso valí platí:

- počet odoberaných stupňov voľnosti $\zeta = 2$
- počet neznámych parametrov $\mu = 2$ ($NP = \{F_{An}, F_{At}\}$)
- styková závislosť $M_{vA} = F_{An} \cdot e$
- podmienky, kedy je možná realizácia pohybového stavu: $F_{At} < F_{AT} = F_{An} \cdot f$,
 F_{An} je tlaková

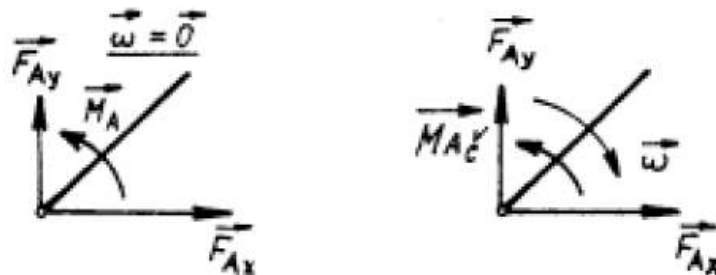
Ak vo väzbe nastáva šmýkanie, tak je počet odoberaných stupňov voľnosti jeden. Ak sa ale teleso valí, počet odoberaných stupňov voľnosti je dva. Príčinou je lineárna závislosť posuvu telesa v smere osi x a otáčania okolo osi z, čo je možné vyjadriť pomocou vzťahu:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Rotačná väzba

Rotačná väzba patrí k najbežnejším, najpoužívanejším väzbám v strojárstve. Medzi dvomi valcovými plochami dochádza k šmýkaniu na úrovni coulombovského šmykového trenia. Výpočtový model je možné použiť v prípade kedy dochádza ku kontaktu telies a čap nepláva na olejovom filme. Väzba je uvoľnená na obr. 3.9. Pasívne účinky v rotačnej väzbe sú vyjadrené pomocou momentu čapového trenia M_{ζ} , ktorý pôsobí proti smeru otáčania. Čapový moment vyjadrujeme pomocou vzťahu:[2]

$$M_{\zeta A} = F_{AT} \cdot r_{\zeta} = r_{\zeta} \cdot F_A \cdot \sin \varphi_{\zeta} = r_{\zeta} \cdot f_{\zeta} \cdot \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2}$$



Obr. 3.9: Uvoľnenie rotačnej väzby [2]

3.3. VÁZBY NNTP

3.3.3. Súčiniteľ šmykového trenia

V tabuľke 3.1 sú uvedené vybrané súčinitele šmykového trenia pre pohyb začínajúci z kľudu (statický) a pre pohyb (dynamický).

Materiály	Statický	Dynamický
Oceľ na oceli	0,15	0,1
Oceľ na dreve	0,55	0,35
Kožený remeň na liatine	0,56	0,28
Kožený remeň na dreve	0,47	0,27
Koža na kove	0,6	0,25

Tabuľka 3.1: Súčiniteľ šmykového trenia [5]

3.3.4. Rameno valivého odporu

Niektoré dostupné hodnoty pre rameno valivého odporu sú uvedené nižšie v tabuľke 3.2.

Materiály	$\xi \cdot 10^{(-3)} m$
Oceľ na oceli	0,5
Oceľové koleso na koľajnici	0,4-0,5
Drevo na oceli	1,2
Liatina na liatine	0,51
Polymér na oceli	2
Pneumatika na asfalte	2,5-4,5
Guma na betóne	15-35

Tabuľka 3.2: Rameno valivého odporu [5]

3.3.5. Ponceletove vzťahy

Po uvoľnení rotačnej väzby resp. čapu, kde sa uvažuje vplyv pasívnych odporov sa do systému rovníc vnáša nelineárnosť. Nelineárnosť je nežiadúca z hľadiska riešenia sústavy lineárnych rovníc. Pozorujeme ju vo vzťahu pre stykovú závislosť (čapový moment):

$$M_{\tilde{c}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \cdot f_{\tilde{c}} \cdot r_{\tilde{c}}$$

Linearizáciu tohto vzťahu umožňujú Ponceletove vzťahy, podľa ktorých je možné silovú výslednicu približne určiť ako:

- $F \doteq 0,96 \cdot F_x + 0,4 \cdot F_y$ (pre $F_x > F_y$)
- $F \doteq 0,96 \cdot F_y + 0,4 \cdot F_x$ (pre $F_y > F_x$)

Pre výsledok tohto spôsobu linearizácie je udávaná odchýlka od skutočnej hodnoty nanajvýš 4%. [2]

4. Dynamika

4.1. Newtonove pohybové zákony

Prvý Newtonov zákon

Teleso sa neurýchľuje a nemení sa jeho rýchlosť, ak výslednica síl pôsobiacich na teleso je nulová.[3]

$$\vec{F} = \vec{0}$$

Druhý Newtonov zákon

Výslednica síl, ktoré pôsobia na teleso je rovná súčinu hmotnosti a zrýchlenia.[3]

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Tretí Newtonov zákon

Interagujúce telesá na seba vzájomne pôsobia silami, ktoré majú opačný smer a rovnakú veľkosť.[3]

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$$F_{12} = F_{21}$$

4.2. Metóda uvoľňovania

Princíp metódy uvoľňovania spočíva v riešení sústavy telies, ako riešenie jednotlivých telies sústavy. Pre každé teleso je potrebné napísať pohybové rovnice. Aby bolo možné sústavu riešiť, je potrebné dopísať doplnkové rovnice na previazanie silovo-kinematického pôsobenia medzi telesami. Počet pohybových rovníc spolu s doplnkovými rovnicami musí byť rovnaký ako počet neznámych parametrov sústavy. Výhodou tejto metódy je, že vo výsledku dostávame všetky veličiny, ktoré sú s pohybom sústavy previazané. Napríklad sú to polohy, rýchlosti, zrýchlenia, pôsobiace sily atď.[6]

4.3. Metóda redukcie

Použitie metódy redukcie je vhodné v prípadoch, kedy potrebujeme získať len výslednú pohybovú rovnicu. Táto metóda v podstate prevedie riešenie sústavy telies na riešenie jedného telesa s rovnakými silovými a kinematickými vlastnosťami ako má pôvodná sústava telies. Pri určovaní redukovaných hodnôt metóda redukcie vychádza z rovnosti kinetickej energie, rovnosti výkonov alebo prác redukovanej a skutočnej sústavy. Za predpokladu, že pôsobiace sily sú konzervatívne, potom je možné vychádzať aj z rovnosti potenciálnych energií redukovanej a skutočnej sústavy.[6]

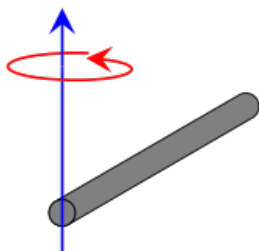
4.4. MOMENT ZOTRVAČNOSTI

4.4. Moment zotrvačnosti

Moment zotrvačnosti je fyzikálna veličina, ktorá vyjadruje rozloženie hmotnosti telesa voči osi otáčania. Jednotkou je $kg \cdot m^2$. Pre výpočet je potrebné zdefinovať os otáčania.

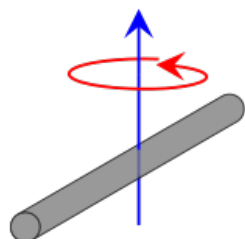
Moment zotrvačnosti telies

Momenty zotrvačnosti pre niektoré najčastejšie používané telesá sú uvedené nižšie na obrázkoch 4.1, 4.2 a 4.3.



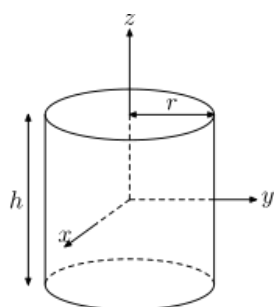
- $I = \frac{1}{3} m L^2$

Obr. 4.1: Tyč rotujúca okolo konca [9]



- $I = \frac{1}{12} m L^2$

Obr. 4.2: Tyč rotujúca okolo stredu [9]



- $I = \frac{1}{2} m r^2$

Obr. 4.3: Valec rotujúci okolo svojej osi [9]

5. Matlab

Matlab je programovacia platforma, ktorá bola vytvorená predovšetkým pre riešenie vedeckých a technických problémov. Špecializuje sa na rôzne numerické výpočty, návrhy algoritmov, analýzu údajov, spracovanie signálov, návrh riadiacich systémov a mnoho ďalších aplikácií.

Názov MATLAB vznikol spojením dvoch slov – MATrix LABoratory v preklade „laboratórium s maticami“. Matlab ponúka rôzne rozšírenia, nazývané toolboxy, ktoré sú prísne otestované a plne zdokumentované, čo značne uľahčuje orientáciu a prácu s nimi.[13]

5.1. Simulink

Simulink je prostredie využívané pre návrh rôznych modelov systémov, simuláciu dynamických systémov pomocou vstavaných riešičov, testovanie rôznych embedded systémov a obsahuje aj automatické generovanie kódu.

Užívateľ tvorí systém intuitívnou metódou pomocou blokových diagramov, ktoré je možné zahrnúť do tzv. subsystémov, čo značne zvyšuje prehľadnosť diagramu pri zložitejších úlohách.

Výhodami Simulinku sú napríklad vstavaný grafický editor alebo možnosť prispôbenia knižníc blokov. Simulink je integrovaný do Matlabu, čo otvára ďalšie možnosti ako je napríklad exportovanie dát do Matlabu, kde sa môžu ďalej analyzovať.

Rovnako ako Matlab, je aj Simulink možné rozšíriť o rôzne toolboxy, ako napríklad Signal Processing Toolbox, Simscape Electrical, Simscape Multibody a množstvo ďalších.[11]

5.2. Simscape Multibody

Simscape Multibody, v minulosti nazývaný SimMechanics umožňuje užívateľovi modelovať rôzne 3D mechanické systémy, ktoré sa skladajú z viacerých telies, ako sú napríklad podvozky automobilov, roboty, stavebné mechanizmy atď. Medzi telesami je možné simulovať rôzne väzby a silové pôsobenia.

Modelovanie prebieha na podobnom princípe ako modelovanie systémov v Simulinku pomocou blokových schém, kde jednotlivé bloky reprezentujú telesá, väzby, silové pôsobenia a pod. Simscape Multibody podporuje aj importovanie CAD modelov pri ktorých je taktiež možné zadávať vlastnosti telies ako je napríklad hmotnosť. Popri modelovaní sa automaticky generuje 3D vizualizácia chovania systému.[10]

6. Riešenie

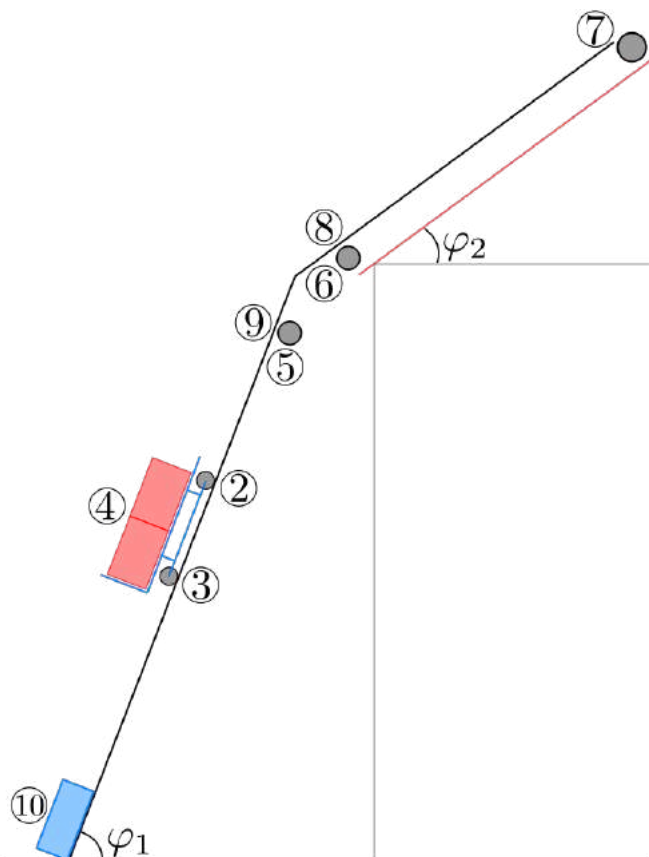
Riešenie úlohy je rozdelené na niekoľko základných častí. Prvou časťou je pohyb vozíka so zvoleným nákladom smerom hore od zeme až po vrchný koniec rebríka spočívajúceho na streche, kde sa nachádza koncový spínač. V statickej analýze pohybu smerom hore je uvažovaná konštantná rýchlosť. Dynamická analýza pohybu smerom hore sa zaoberá rozbehom vozíka spolu so zvoleným nákladom z nulovej rýchlosti na maximálnu konštantnú rýchlosť, ktorá je zadaná výrobcom pre každý model výtahu vid. tab.(2.1).

V druhej časti sa vozík s nákladom pohybuje od vrchného konca rebríka spočívajúceho na streche až po spodnú časť prvého rebríka. V statickej analýze tejto fázy pohybu sa uvažuje konštantná rýchlosť. Dynamická analýza pohybu smerom dole sa zaoberá rozbehom vozíka od vrchného koncového spínača smerom dole. Vozík sa rozbieha z nulovej rýchlosti na maximálnu zadanú rýchlosť.

Uvoľňovanie telies prebehlo v programe Inkscape a všetky výpočty boli vykonané pomocou programu Matlab.

6.1. Názorná schéma výtahu

Pre riešenie úlohy z hľadiska statiky sa pre konštrukciu výtahu uvažuje osem telies, ktoré sú označené číslami od 2 po 9. V riešení z hľadiska dynamiky je však počet telies deväť, označené číslami od 2 po 10. Teleso navyše v dynamickej analýze reprezentuje navíjací bubon pre lano, na ktorom pôsobí daný moment.



Obr. 6.1: Názorná schéma výtahu s označením telies

6.1.1. Popis telies

Telesá s číselným označením reprezentujúce konštrukčné komponenty výtahu sú popísané v tab. 6.1 a znázornené na obrázku obr. 6.1.

Číslo telesa	Typ telesa
2	koleso
3	koleso
4	vozík s nákladom
5	spodná kladka kolena
6	vrchná kladka kolena
7	hlavová kladka
8	vrchná kladka kolena
9	spodná kladka kolena
10	navíjací bubon

Tabuľka 6.1: Popis telies výtahu

6.2. Určenie polohy ťažiska

Typ nákladu pre riešenie úlohy je strešná krytina s rozmermi (0,32 x 0,03 x 0,42) *m* znázornená na obr. 6.2, o hmotnosti jedného kusu 3 *kg*. Pre bezpečnú prepravu nákladu pomocou plošiny je možné na seba položiť desať kusov tejto krytiny, po štyroch balíkoch, resp. dva balíky vedľa seba v dvoch radoch. Rozmery vozíka a nákladu sú zakótované na obr. 6.3.

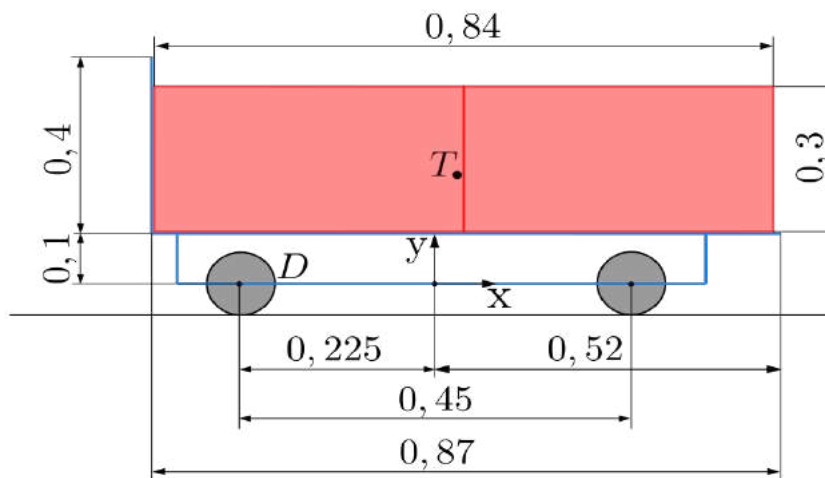


Obr. 6.2: Zvolený typ nákladu

6.2. URČENIE POLOHY ŤAŽISKA

Zistené hmotnosti telies

Hmotnosť vozíka = 12 kg, hmotnosť plošiny = 22 kg, hmotnosť nákladu = 120 kg.



Obr. 6.3: Poloha ťažiska vozíka s nákladom

Hmotnosť univerzálnej plošiny je potrebné prepočítať na hmotnosť vertikálnej časti plošiny (7 kg) a hmotnosť horizontálnej časti plošiny (15 kg).

$$x_T = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot x_i}{m_i}$$

$$y_T = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot y_i}{m_i}$$

$$x_T = \frac{15 \cdot 0,085 - 7 \cdot 0,35 + 120 \cdot 0,07 + 12 \cdot 0}{15 + 7 + 120 + 12 \cdot 0} = 0,05 \text{ m}$$

$$y_T = \frac{15 \cdot 0,1 + 7 \cdot (0,1 + \frac{0,4}{2}) + 120 \cdot (0,1 + \frac{0,3}{2}) + 12 \cdot 0}{15 + 7 + 120 + 12} = 0,22 \text{ m}$$

$$x_{TD} = x_T + 0,225 = 0,275 \text{ m}$$

$$y_{TD} = y_T = 0,22 \text{ m}$$

Kde:

- x_T je vzdialenosť ťažiska T voči počiatku súradnicového systému v osi x
- y_T je vzdialenosť ťažiska T voči počiatku súradnicového systému v osi y
- x_{TD} je vzdialenosť ťažiska T v osi x voči bodu D
- y_{TD} je vzdialenosť ťažiska T v osi y voči bodu D

6.3. Zadané parametre

V nasledujúcich tabulkách sú zoradené potrebné parametre pre výpočet. Polomery kladiek a kolies sú zapísané v tab. 6.2 spolu s polomerami čapov. Hmotnosti telies sú uvedené v tab. 6.3, koeficienty čapového trenia v tab. 6.4. Ramená valivých odporov sú zapísané do tabulky tab. 6.5 a ostatné potrebné parametre sú uvedené v tab. 6.6.

Teleso	Označenie	Polomer kladky [m]	Väzba	Označenie	Polomer čapu [m]
2	R_2	0,047/2	B	$r_{\check{c}B}$	0,015
3	R_3	0,047/2	D	$r_{\check{c}D}$	0,015
5	R_5	0,055	E	$r_{\check{c}E}$	0,015
6	R_6	0,055	H	$r_{\check{c}H}$	0,015
7	R_7	0,065	I	$r_{\check{c}I}$	0,017
8	R_8	0,055	J	$r_{\check{c}J}$	0,015
9	R_9	0,0552	K	$r_{\check{c}K}$	0,015
10	R_{10}	0,1	b	$r_{\check{c}b}$	0,025

Tabuľka 6.2: Polomery kladiek a príslušných čapov

Teleso	Označenie	Hmotnosť [kg]
2	m_2	0,08
3	m_3	0,08
4	m_4	154
5	m_5	0,2
6	m_6	0,2
7	m_7	0,25
8	m_8	0,2
9	m_9	0,2
10	m_{10}	7

Tabuľka 6.3: Hmotnosti telies

Väzba	Označenie	Koeficient trenia [-]
B	$f_{\check{c}B}$	0,1
D	$f_{\check{c}D}$	0,1
E	$f_{\check{c}E}$	0,1
H	$f_{\check{c}H}$	0,1
I	$f_{\check{c}I}$	0,1
J	$f_{\check{c}J}$	0,1
K	$f_{\check{c}K}$	0,1
b	$f_{\check{c}b}$	0,1

Tabuľka 6.4: Koeficienty čapového trenia

Väzba	Označenie	Rameno valivého odporu [mm]
A	e_A	2
C	e_C	2

Tabuľka 6.5: Ramená valivého odporu

6.3. ZADANÉ PARAMETRE

Ostatné parametre

Hodnoty ako dĺžka spodného rebríka a výška od zeme po odkvap sú potrebné pre výpočet uhlu φ_1 , ktorý definuje sklon spodného rebríka voči zemi. Dĺžka spodného rebríka a dĺžka vrchného rebríka sú potrebné pre výpočet dráhy, ktorú vozík s nákladom urazí.

Parameter	Označenie	Veľkosť	Jednotka
Dĺžka spodného rebríka	L_{r1}	7,5	m
Dĺžka vrchného rebríka	L_{r2}	5	m
Výška od zeme po odkvap	hO	6	m
Vzdialenosť kolies	L_{KO}	0,45	m
Sklon strechy	φ_2	40	$^\circ$
Gravitačné zrýchlenie	g	9,81	ms^{-2}

Tabuľka 6.6: Ostatné parametre

Meranie

V dostupnej literatúre sa nenachádzajú niektoré rozmery a hmotnosti telies tvoriace výťah, ktoré sú nevyhnutné pre riešenie danej úlohy. Preto bolo potrebné tieto údaje zistiť meraním, ako je názorne zobrazené na obrázku obr. 6.4. Zmerané hodnoty sú uvedené v tabuľkách tab. 6.2 a tab.6.3.



Obr. 6.4: Meranie priemeru kolies

7. Statická analýza pre smer hore

Statická analýza úlohy, kedy sa vozík s nákladom pohybujú smerom hore sa zaoberá pohybom po dvoch separátnych rebríkoch. Po rebríku, ktorý tvorí dráhu vozíka od zeme po odkvap a po rebríku, ktorý spočíva na streche.

7.1. Statická analýza - spodný rebrík

V nasledujúcej časti práce je riešená statická analýza pre pohyb vozíka s nákladom konštantnou rýchlosťou pre pohyb smerom hore po spodnom rebríku.

7.1.1. Kinematický rozbor

Označenie väzby	Typ väzby	Odoberané stupne voľnosti
A	valenie	2
B	rotácia	2
C	valenie	2
D	rotácia	2
E	rotácia	2
H	rotácia	2
I	rotácia	2
J	rotácia	2
K	rotácia	2
L45	lano	1
L56	lano	1
L67	lano	1
L78	lano	1
L89	lano	1

Tabuľka 7.1: Charakterizácia väzieb

$$i = (n - 1) \cdot i_v - \left(\sum_{i=1}^n \zeta_i - \eta \right) - k \cdot \delta$$

n ... počet telies

k ... počet degenerovaných členov

δ ... počet stupňov voľnosti, ktoré odoberá degenerovaný člen (2D ... 1°v)

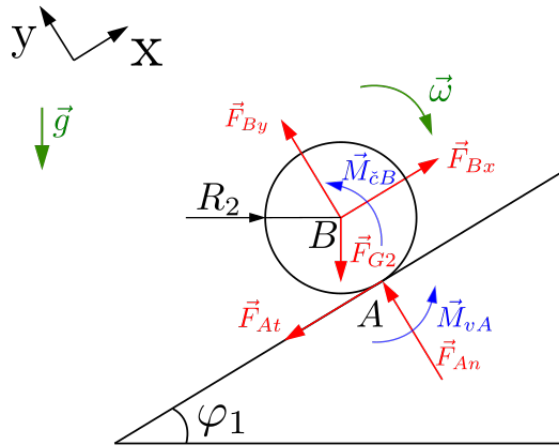
$$i = (9 - 1) \cdot 3 - (9 \cdot 2 + 5 \cdot 1) - 0 = 1^\circ v$$

7.1. STATICKÁ ANALÝZA - SPODNÝ REBRÍK

7.1.2. Uvoľnenie telies a rovnice rovnováhy

Uvoľnené telesá sú zakreslené na obrázkoch obr. 7.1 až obr. 7.8.

Teleso 2 (koleso)



Obr. 7.1: Uvoľnenie telesa 2

Rovnice rovnováhy:

$$\sum F_x = 0 : F_{Bx} - F_{At} - F_{G2} \cdot \sin \varphi_1 = 0$$

$$\sum F_y = 0 : F_{By} + F_{An} - F_{G2} \cdot \cos \varphi_1 = 0$$

$$\sum M_{zA} = 0 : M_{cB} + M_{vA} + F_{G2} \cdot R_2 \cdot \sin \varphi_1 - F_{Bx} \cdot R_2 = 0$$

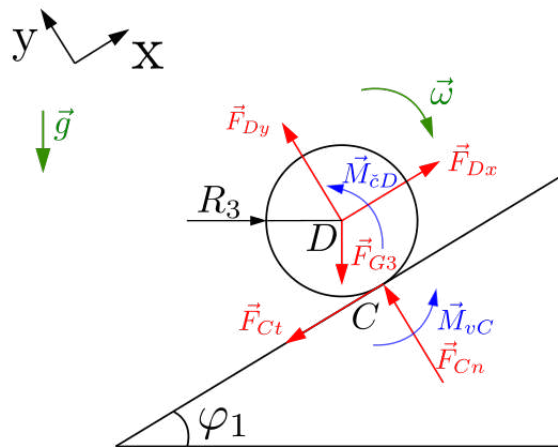
Stykové závislosti:

$$\bullet M_{cB} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \cdot r_{cB} \cdot f_{cB} ; M_{vA} = F_{An} \cdot e_A$$

Kontrola valenia:

$$\bullet F_{At} < F_{AT} = F_{An} \cdot f_A$$

Teleso 3 (koleso)



Obr. 7.2: Uvoľnenie telesa 3

Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &: F_{Dx} - F_{Ct} - F_{G3} \cdot \sin \varphi_1 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{Dy} + F_{Cn} - F_{G3} \cdot \cos \varphi_1 = 0 \\ \sum M_{zC} = 0 &: M_{cD} + M_{vC} + F_{G3} \cdot R_3 \cdot \sin \varphi_1 - F_{Dx} \cdot R_3 = 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

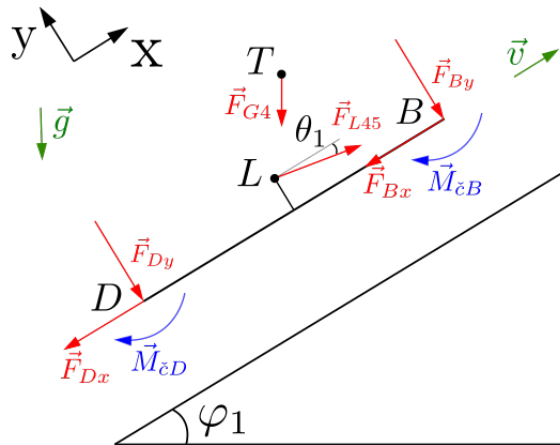
- $M_{cD} = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} \cdot r_{cD} \cdot f_{cD}$; $M_{vC} = F_{Cn} \cdot e_C$

Kontrola valenia:

- $F_{Ct} < F_{CT} = F_{Cn} \cdot f_C$

7.1. STATICKÁ ANALÝZA - SPODNÝ REBRÍK

Teleso 4 (vozík + náklad)



Obr. 7.3: Uvoľnenie telesa 4

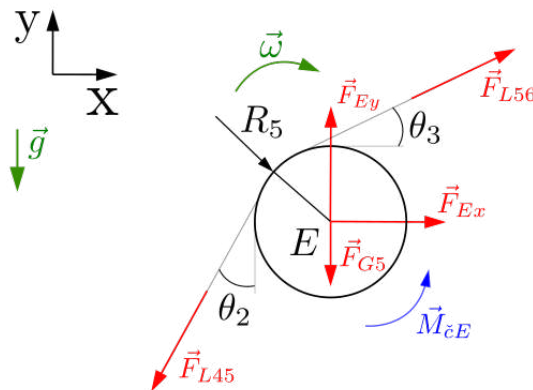
Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &: F_{L45} \cdot \cos \theta_1 - F_{Bx} - F_{Dx} - F_{G4} \cdot \sin \varphi_1 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: -F_{L45} \cdot \sin \theta_1 - F_{By} - F_{Dy} - F_{G4} \cdot \cos \varphi_1 = 0 \\ \sum M_{zD} = 0 &: F_{G4} \cdot \sin \varphi_1 \cdot y_{TD} - F_{G4} \cdot \cos \varphi_1 \cdot x_{TD} - F_{L45} \cdot \cos \theta_1 \cdot (0.05 - \frac{R_2}{2}) - \\ &- F_{L45} \cdot \sin \theta_1 \cdot (\frac{L_{KO}}{2}) - F_{By} \cdot L_{KO} - M_{cB} - M_{cD} = 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cB} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \cdot r_{cB} \cdot f_{cB}$; $M_{cD} = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} \cdot r_{cD} \cdot f_{cD}$

Teleso 5 (spodná kladka kolena)



Obr. 7.4: Uvoľnenie telesa 5

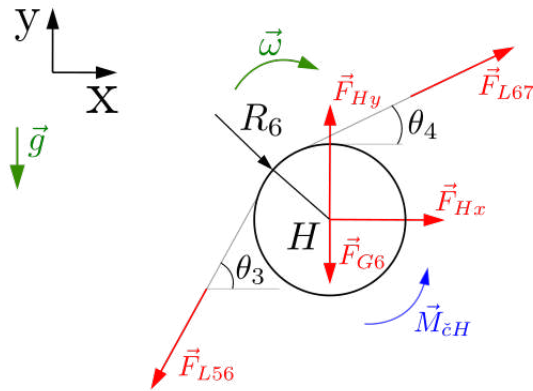
Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &: F_{Ex} + F_{L56} \cdot \cos \theta_3 - F_{L45} \cdot \sin \theta_2 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{Ey} + F_{L56} \cdot \sin \theta_3 - F_{L45} \cdot \cos \theta_2 - F_{G5} = 0 \\ \sum M_{zE} = 0 &: M_{cE} + F_{L45} \cdot R_5 - F_{L56} \cdot R_5 = 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cE} = \sqrt{F_{Ex}^2 + F_{Ey}^2} \cdot r_{cE} \cdot f_{cE}$

Teleso 6 (vrchná kladka kolena)



Obr. 7.5: Uvoľnenie telesa 6

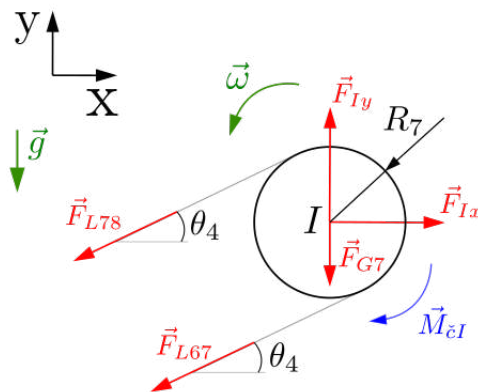
Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &: F_{Hx} + F_{L67} \cdot \cos \theta_4 - F_{L56} \cdot \cos \theta_3 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{Hy} + F_{L67} \cdot \sin \theta_4 - F_{L56} \cdot \sin \theta_3 - F_{G6} = 0 \\ \sum M_{zH} = 0 &: M_{cH} + F_{L56} \cdot R_6 - F_{L67} \cdot R_6 = 0\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cH} = \sqrt{F_{Hx}^2 + F_{Hy}^2} \cdot r_{cH} \cdot f_{cH}$

Teleso 7 (hlavová kladka)



Obr. 7.6: Uvoľnenie telesa 7

Rovnice rovnováhy:

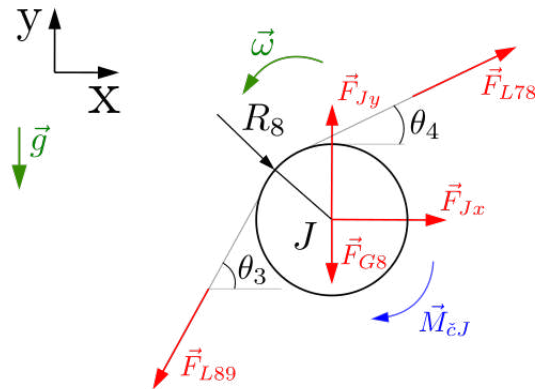
$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &: F_{Ix} - F_{L67} \cdot \cos \theta_4 - F_{L78} \cdot \cos \theta_4 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{Iy} - F_{L67} \cdot \sin \theta_4 - F_{L78} \cdot \sin \theta_4 - F_{G7} = 0 \\ \sum M_{zI} = 0 &: F_{L78} \cdot R_7 - F_{L67} \cdot R_7 - M_{cI} = 0\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cI} = \sqrt{F_{Ix}^2 + F_{Iy}^2} \cdot r_{cI} \cdot f_{cI}$

7.1. STATICKÁ ANALÝZA - SPODNÝ REBRÍK

Teleso 8 (vrchná kladka kolena)



Obr. 7.7: Uvolnenie telesa 8

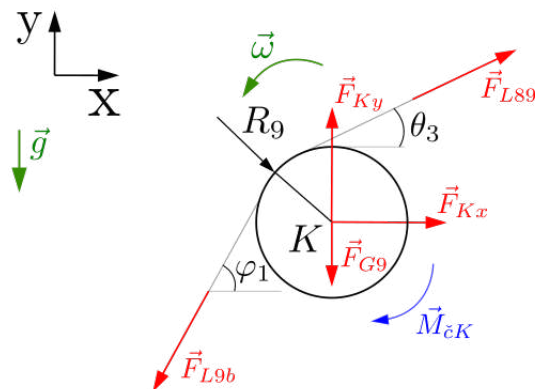
Rovnice rovnováhy

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &: F_{Jx} + F_{L78} \cdot \cos \theta_4 - F_{L89} \cdot \cos \theta_3 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{Jy} + F_{L78} \cdot \sin \theta_4 - F_{L89} \cdot \sin \theta_3 - F_{G8} = 0 \\ \sum M_{zJ} = 0 &: F_{L89} \cdot R_8 - F_{L78} \cdot R_8 - M_{cJ} = 0\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cJ} = \sqrt{F_{Jx}^2 + F_{Jy}^2} \cdot r_{cJ} \cdot f_{cJ}$

Teleso 9 (spodná kladka kolena)



Obr. 7.8: Uvolnenie telesa 9

Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &: F_{Kx} + F_{L89} \cdot \cos \theta_3 - F_{L9M} \cdot \cos \varphi_1 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{Ky} + F_{L89} \cdot \sin \theta_3 - F_{L9M} \cdot \sin \varphi_1 - F_{G9} = 0 \\ \sum M_{zK} = 0 &: F_{L9M} \cdot R_9 - F_{L89} \cdot R_9 - M_{cK} = 0\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cK} = \sqrt{F_{Kx}^2 + F_{Ky}^2} \cdot r_{cK} \cdot f_{cK}$

7.1.3. Statický rozbor

$$NP = \{F_{An}, F_{At}, F_{Bx}, F_{BY}, F_{Cn}, F_{Ct}, F_{Dx}, F_{Dy}, F_{L45}, F_{Ex}, F_{Ey}, F_{L56}, F_{Hx}, F_{Hy}, F_{L67}, F_{Ix}, F_{Iy}, F_{L78}, F_{Jx}, F_{Jy}, F_{L89}, F_{Kx}, F_{Ky}, F_{L9M}\}$$

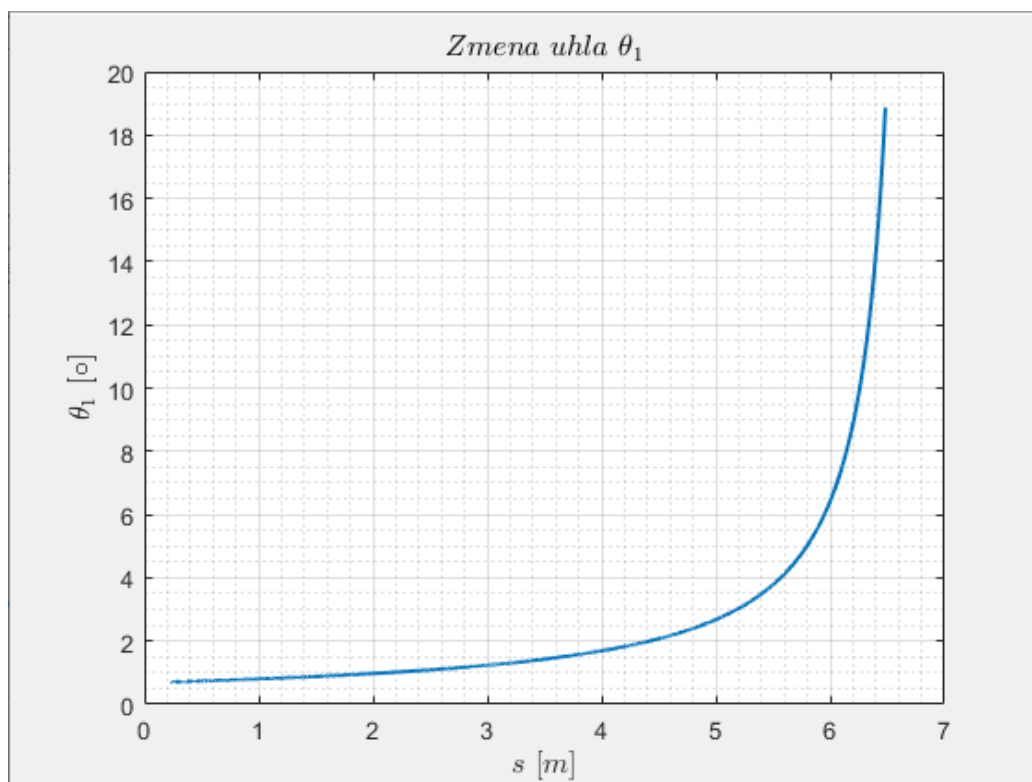
Počet neznámych parametrov: 24

Počet použiteľných rovníc: 24

Z výsledkov statického rozboru vyplýva, že počet neznámych parametrov je rovný počtu použiteľných rovníc. Úloha je tým pádom riešiteľná.

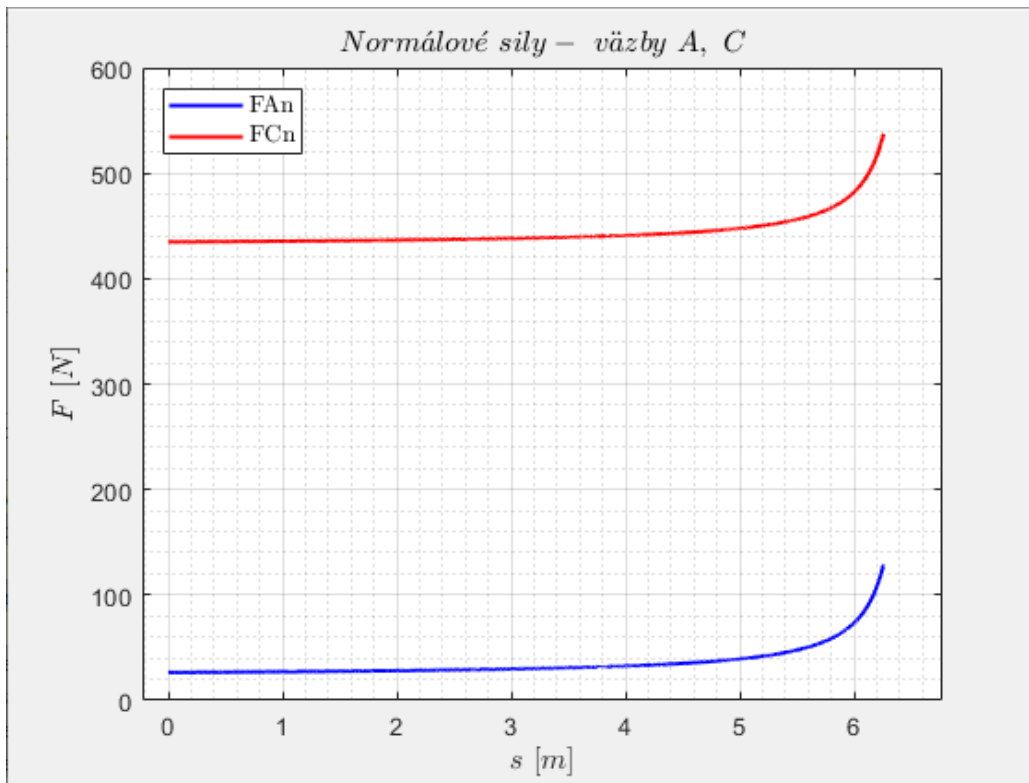
7.1.4. Výsledky

Na grafe (obr. 7.9) je znázornená závislosť zmeny uhla medzi naklonenou rovinou a lanom na dráhe, ktorú urazí vozík. Čím bližšie sa vozík nachádza k spodnej kladke kolenného kĺbu, tým rýchlejšie sa daný uhol mení. Graf na obr. 7.10 znázorňuje normálové sily vo väzbách A a C, ktoré reprezentujú valenie medzi kolesami a rebríkom. Hodnoty normálových síl narastajú v závislosti nárastu uhla medzi lanom a rebríkom. Treba podotknúť, že v riešenej sústave sa nachádzajú dve kolieska, pretože je úloha riešená ako dvojrozmerná avšak v skutočnosti sú na vozíku kolesá štyri a preto sú hodnoty normálových síl vydelené dvomi. Na grafe na obr. 7.11 sú vykreslené sily v lanách. Podobne ako u normálových síl, vidíme nárast v závislosti na uhle medzi lanom a rebríkom. Rozdielne veľkosti síl v lanách sú zapríčinené trením v čapoch.

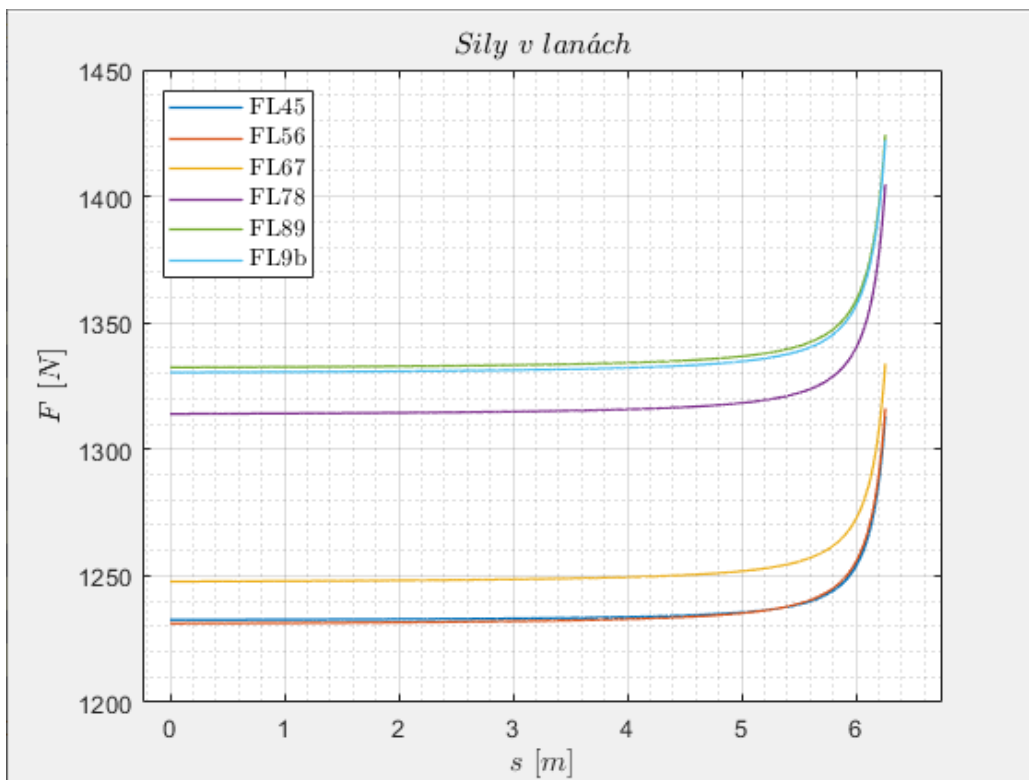


Obr. 7.9: Zmena uhla θ_1 v závislosti na polohe

7.1. STATICKÁ ANALÝZA - SPODNÝ REBRÍK



Obr. 7.10: Normálové sily F_{An} a F_{Cn}



Obr. 7.11: Sily v lanách

7.1.5. Kontrola funkčnosti väzieb

V nasledujúcich kapitolách kde je kontrolovaná funkčnosť väzieb, všetky tabuľky obsahujú dva stĺpce pre hodnoty síl. Dôvodom je značná zmena hodnôt medzi začiatkom a koncom pohybu a je potrebné kontrolovať funkčnosť väzieb po celú dobu. Spomenuté tabuľky sú tab. 7.2, 7.4, 8.2, 8.4.

NP	Min. veľkosť [N]	Max. veľkosť [N]	Podmienka funkčnosti
F_{An}	52,8	257,1	$F_n > 0$
F_{At}	1,3	6,3	<i>vždy funkčná</i>
F_{Bx}	2	6,9	<i>vždy funkčná</i>
F_{By}	-52,4	-256,6	<i>vždy funkčná</i>
F_{Cn}	869,7	1 074,9	$F_n > 0$
F_{Ct}	21,3	26,3	<i>vždy funkčná</i>
F_{Dx}	21,9	27	<i>vždy funkčná</i>
F_{Dy}	-869,3	-1 074,4	<i>vždy funkčná</i>
F_{L45}	1 232,6	1 313	$F_l > 0$
F_{Ex}	-86,6	311,1	<i>vždy funkčná</i>
F_{Ey}	78,4	-458,4	<i>vždy funkčná</i>
F_{L56}	1 231,2	1316,2	$F_l > 0$
F_{Hx}	-397,4	-424,9	<i>vždy funkčná</i>
F_{Hy}	798,1	853,1	<i>vždy funkčná</i>
F_{L67}	1 247,7	1 333,9	$F_l > 0$
F_{Ix}	2 553,8	2 730,1	<i>vždy funkčná</i>
F_{Iy}	203,4	217,3	<i>vždy funkčná</i>
F_{L78}	1 314	1 404,7	$F_l > 0$
F_{Jx}	-393,9	-421,1	<i>vždy funkčná</i>
F_{Jy}	866,4	926,1	<i>vždy funkčná</i>
F_{L89}	1 332,4	1 424,4	$F_l > 0$
F_{Kx}	-117,8	-126	<i>vždy funkčná</i>
F_{Ky}	98,7	105,4	<i>vždy funkčná</i>
F_{L9b}	1 330,4	1 422,2	$F_l > 0$

Tabuľka 7.2: Kontrola funkčnosti väzieb

7.2. Statická analýza - vrchný rebrík

V nasledujúcej časti statickej analýzy sa rieši pohyb vozíka s nákladom konštantnou rýchlosťou smerom hore po vrchnom rebríku. Počet telies v tomto riešení je však menší o dve telesá a to z toho dôvodu, že vozík prešiel cez koleno a tým pádom z riešenia vypadáva teleso 5 a teleso 6.

7.2.1. Kinematický rozbor

Označenie väzby	Typ väzby	Odoberané stupne voľnosti
A	valenie	2
B	rotácia	2
C	valenie	2
D	rotácia	2
I	rotácia	2
J	rotácia	2
K	rotácia	2
L47	lano	1
L78	lano	1
L89	lano	1

Tabuľka 7.3: Charakterizácia väzieb

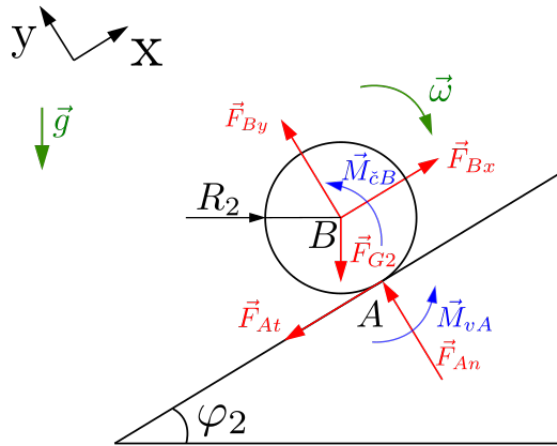
$$i = (n - 1) \cdot i_v - \left(\sum_{i=1}^n \zeta_i - \eta \right) - k \cdot \delta$$

$$i = (7 - 1) \cdot 3 - (7 \cdot 2 + 3 \cdot 1) - 0 = 1^{\circ}v$$

7.2.2. Uvoľnenie telies a rovnice rovnováhy

Uvoľnené telesá sú zakreslené na obrázkoch obr. 7.12 až obr. 7.17.

Teleso 2 (koleso)



Obr. 7.12: Uvoľnenie telesa 2

Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &: F_{Bx} - F_{At} - F_{G2} \cdot \sin \varphi_2 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{By} + F_{An} - F_{G2} \cdot \cos \varphi_2 = 0 \\ \sum M_{zA} = 0 &: M_{\check{c}B} + M_{vA} + F_{G2} \cdot R_2 \cdot \sin \varphi_2 - F_{Bx} \cdot R_2 = 0\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

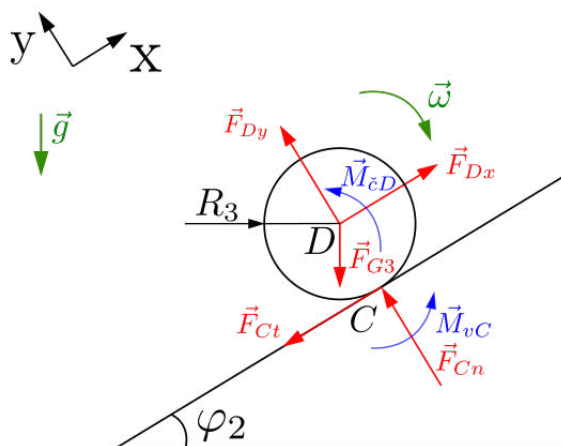
- $M_{\check{c}B} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \cdot r_{\check{c}B} \cdot f_{\check{c}B}$; $M_{vA} = F_{An} \cdot e_A$

Kontrola valenia:

- $F_{At} < F_{AT} = F_{An} \cdot f_A$

7.2. STATICKÁ ANALÝZA - VRCHNÝ REBRÍK

Teleso 3 (koleso)



Obr. 7.13: Uvoľnenie telesa 3

Rovnice rovnováhy:

$$\sum F_x = 0 : F_{Dx} - F_{Ct} - F_{G3} \cdot \sin \varphi_2 = 0$$

$$\sum F_y = 0 : F_{Dy} + F_{Cn} - F_{G3} \cdot \cos \varphi_2 = 0$$

$$\sum M_{zC} = 0 : M_{cD} + M_{vC} + F_{G3} \cdot R_3 \cdot \sin \varphi_2 - F_{Dx} \cdot R_3 = 0$$

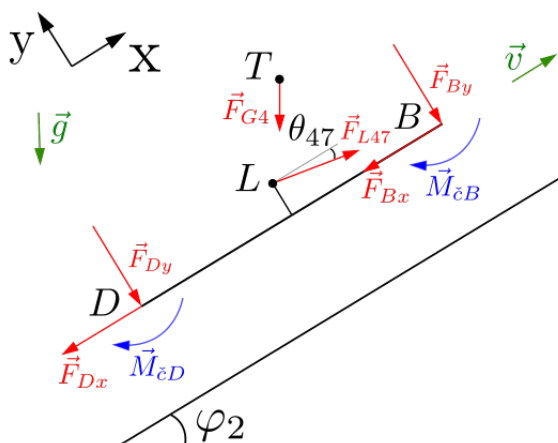
Stykové závislosti:

- $M_{cD} = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} \cdot r_{cD} \cdot f_{cD} ; M_{vC} = F_{Cn} \cdot e_C$

Kontrola valenia:

- $F_{Ct} < F_{CT} = F_{Cn} \cdot f_C$

Teleso 4 (vozík + náklad)



Obr. 7.14: Uvoľnenie telesa 4

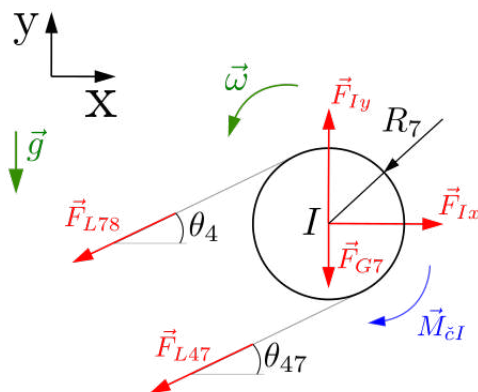
Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &: F_{L47} \cdot \cos \theta_{47} - F_{Bx} - F_{Dx} - F_{G4} \cdot \sin \varphi_2 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: -F_{L47} \cdot \sin \theta_{47} - F_{By} - F_{Dy} - F_{G4} \cdot \cos \varphi_2 = 0 \\ \sum M_{zD} = 0 &: F_{G4} \cdot \sin \varphi_2 \cdot y_{TD} - F_{G4} \cdot \cos \varphi_2 \cdot x_{TD} - F_{L47} \cdot \cos \theta_{47} \cdot (0.05 - \frac{R_2}{2}) - \\ &- F_{L47} \cdot \sin \theta_{47} \cdot (\frac{L_{KO}}{2}) - F_{By} \cdot L_{KO} - M_{cB} - M_{cD} = 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

$$\bullet M_{cB} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \cdot r_{cB} \cdot f_{cB}; M_{cD} = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} \cdot r_{cD} \cdot f_{cD}$$

Teleso 7 (hlavová kladka)



Obr. 7.15: Uvoľnenie telesa 7

Rovnice rovnováhy:

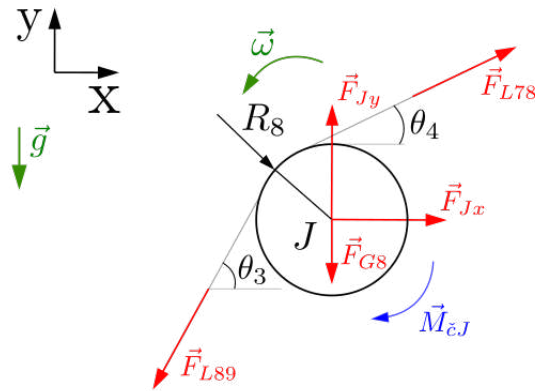
$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &: F_{Ix} - F_{L47} \cdot \cos \theta_{47} - F_{L78} \cdot \cos \theta_4 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{Iy} - F_{L47} \cdot \sin \theta_{47} - F_{L78} \cdot \sin \theta_4 - F_{G7} = 0 \\ \sum M_{zI} = 0 &: F_{L78} \cdot R_7 - F_{L47} \cdot R_7 - M_{cI} = 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

$$\bullet M_{cI} = \sqrt{F_{Ix}^2 + F_{Iy}^2} \cdot r_{cI} \cdot f_{cI}$$

7.2. STATICKÁ ANALÝZA - VRCHNÝ REBRÍK

Teleso 8 (vrchná kladka kolena)



Obr. 7.16: Uvoľnenie telesa 8

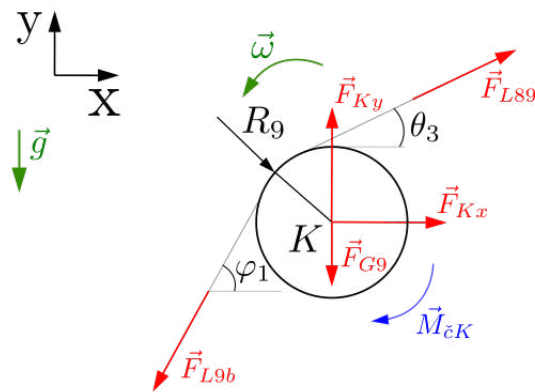
Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 : F_{Jx} + F_{L78} \cdot \cos \theta_4 - F_{L89} \cdot \cos \theta_3 &= 0 \\ \sum F_y = 0 : F_{Jy} + F_{L78} \cdot \sin \theta_4 - F_{L89} \cdot \sin \theta_3 - F_{G8} &= 0 \\ \sum M_{zJ} = 0 : F_{L89} \cdot R_8 - F_{L78} \cdot R_8 - M_{\check{c}J} &= 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{\check{c}J} = \sqrt{F_{Jx}^2 + F_{Jy}^2} \cdot r_{\check{c}J} \cdot f_{\check{c}J}$

Teleso 9 (spodná kladka kolena)



Obr. 7.17: Uvoľnenie telesa 9

Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 : F_{Kx} + F_{L89} \cdot \cos \theta_3 - F_{L9M} \cdot \cos \varphi_1 &= 0 \\ \sum F_y = 0 : F_{Ky} + F_{L89} \cdot \sin \theta_3 - F_{L9M} \cdot \sin \varphi_1 - F_{G9} &= 0 \\ \sum M_{zK} = 0 : F_{L9M} \cdot R_9 - F_{L89} \cdot R_9 - M_{\check{c}K} &= 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{\check{c}K} = \sqrt{F_{Kx}^2 + F_{Ky}^2} \cdot r_{\check{c}K} \cdot f_{\check{c}K}$

7.2.3. Statický rozbor

$$NP = \{F_{An}, F_{At}, F_{Bx}, F_{By}, F_{Cn}, F_{Ct}, F_{Dx}, F_{Dy}, F_{L47}, F_{Ix}, F_{Iy}, F_{L78}, F_{Jx}, F_{Jy}, F_{L89}, F_{Kx}, F_{Ky}, F_{L9M}\}$$

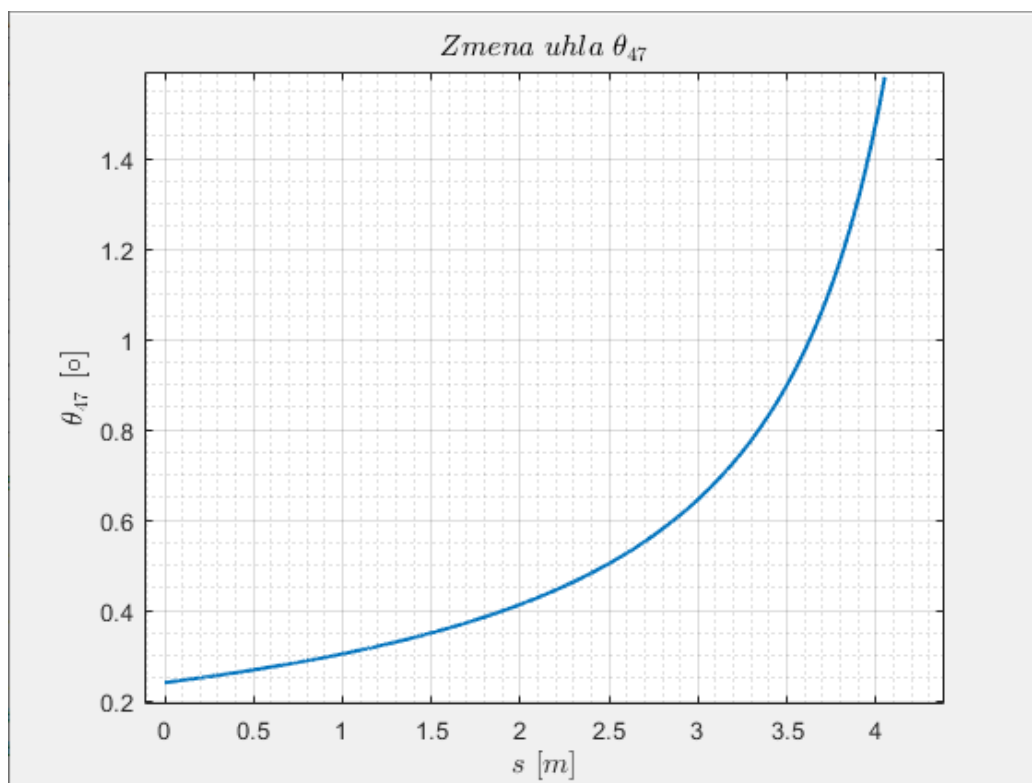
Počet neznámych parametrov: 18

Počet použiteľných rovníc: 18

Výsledky statického rozboru ukazujú, že počet neznámych parametrov je rovnaký ako počet použiteľných rovníc, a preto je úloha riešiteľná.

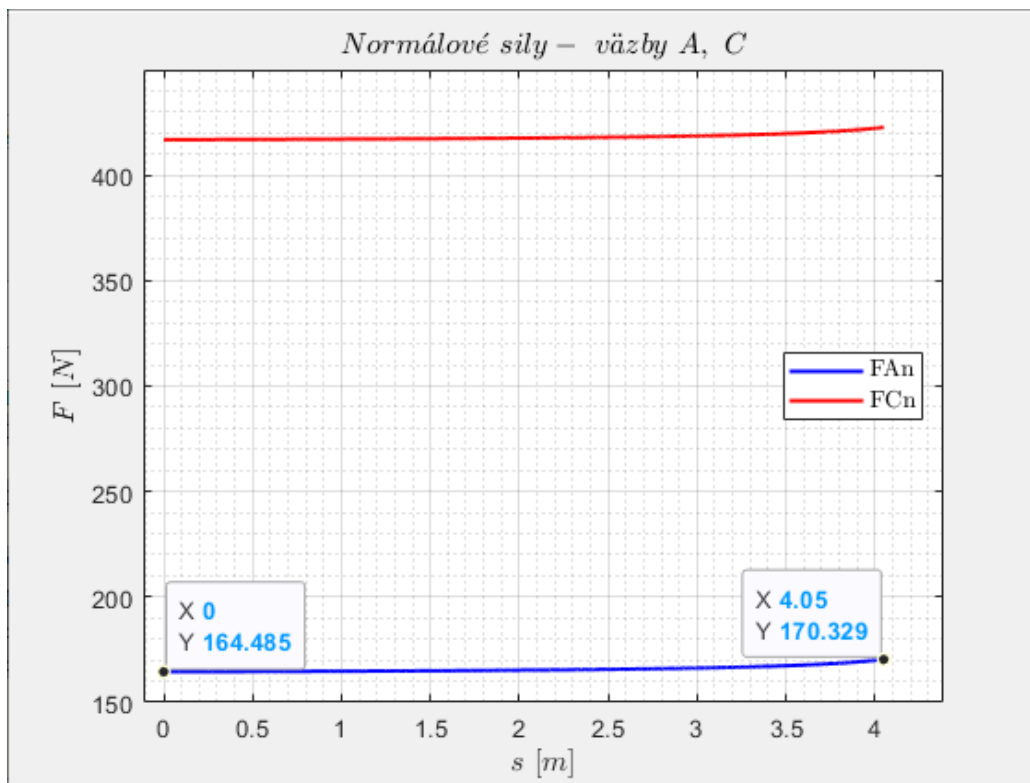
7.2.4. Výsledky

Graf na obr. 7.18 vykresľuje závislosť zmeny veľkosti uhla medzi lanom a rebríkom spočívajúcim na streche. Hlavová kladka nie je zapustená do konštrukcie rebríka tak ako spodná kladka kolenného kĺbu, takže zmena uhlu je výrazne menšia než na rebríku spodnom. Graf na obr. 7.19 znázorňuje veľkosti normálových síl vo valivých väzbách medzi kolesami a rebríkom. Opäť je potrebné podotknúť, že v reálnej trojrozmernej verzii výťahu sa na vozíku nachádzajú štyri kolesá a preto sú hodnoty normálových síl vydelené dvomi. Obr. 7.20 vykresľuje graf, na ktorom vidíme zmenu veľkosti síl v lanách. z číselných hodnôt vidíme, k akej nepatrnej zmene veľkosti dochádza. Rozdiel vo veľkosti sily medzi jednotlivými lanami je opäť zapríčinený trením v čapoch.

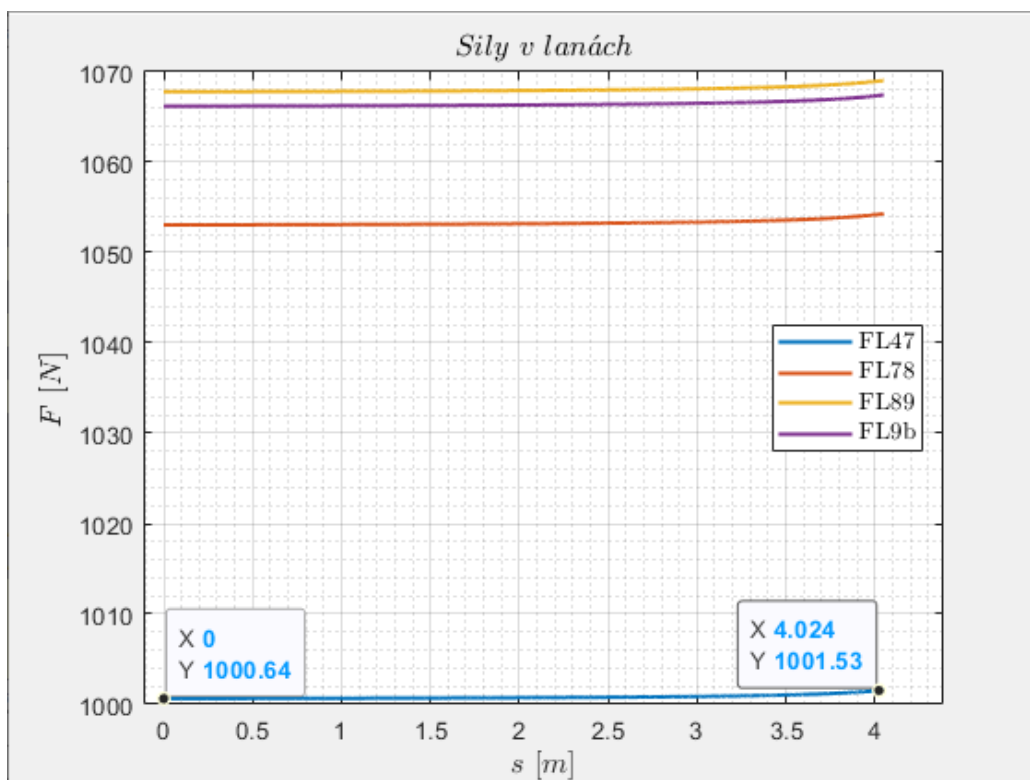


Obr. 7.18: Zmena uhla θ_{47} v závislosti na polohe

7.2. STATICKÁ ANALÝZA - VRCHNÝ REBRÍK



Obr. 7.19: Normálové sily F_{An} a F_{Cn}



Obr. 7.20: Sily v lanách

7.2.5. Kontrola funkčnosti väzieb

NP	Min. veľkosť [N]	Max. veľkosť [N]	Podmienka funkčnosti
F_{An}	329	340,7	$F_n > 0$
F_{At}	8,1	8,4	vždy funkčná
F_{Bx}	8,6	8,9	vždy funkčná
F_{By}	-328,4	-340,1	vždy funkčná
F_{Cn}	833,7	845,5	$F_n > 0$
F_{Ct}	20,4	20,7	vždy funkčná
F_{Dx}	21	21,2	vždy funkčná
F_{Dy}	-833,1	-844,9	vždy funkčná
F_{L47}	1 000,6	1 001,6	$F_l > 0$
F_{Ix}	2 050,4	2 052,2	vždy funkčná
F_{Iy}	89,3	112,8	vždy funkčná
F_{L78}	1 053,1	1 054,3	$F_l > 0$
F_{Jx}	-315,7	-316	vždy funkčná
F_{Jy}	694,7	695,5	vždy funkčná
F_{L89}	1 067,8	1 069,1	$F_l > 0$
F_{Kx}	-94,4	-94,5	vždy funkčná
F_{Ky}	79,5	79,6	vždy funkčná
F_{L9b}	1066,2	1 067,4	$F_l > 0$

Tabuľka 7.4: Kontrola funkčnosti väzieb

8. Statická analýza pre smer dole

V statickej analýze pre smer dole je riešený pohybový stav vozíka s nákladom pre dva separátne rebríky, po ktorých sa vozík spúšťa konštantnou rýchlosťou od vrchu výťahu smerom k zemi.

8.1. Statická analýza - vrchný rebrík

Nasledujúca statická analýza pre pohyb vozíka s nákladom konštantnou rýchlosťou pre pohyb smerom dole po vrchnom rebríku. Opäť je v riešení počet zahrnutých telies menší o dve než je celkový počet telies, pretože vozík s nákladom v tejto fáze pohybu ešte neprešiel cez koleno.

8.1.1. Kinematický rozbor

Označenie väzby	Typ väzby	Odoberané stupne voľnosti
A	valenie	2
B	rotácia	2
C	valenie	2
D	rotácia	2
I	rotácia	2
J	rotácia	2
K	rotácia	2
L47	lano	1
L78	lano	1
L89	lano	1

Tabuľka 8.1: Charakterizácia väzieb

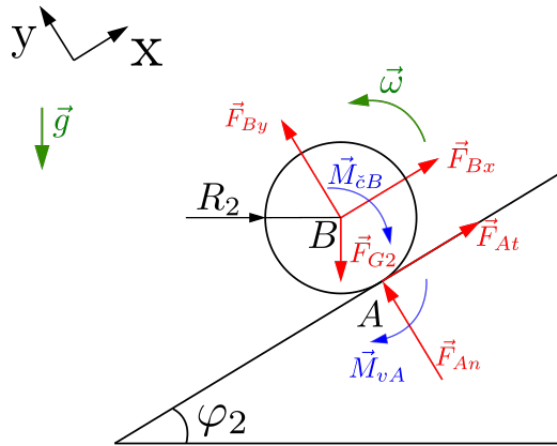
$$i = (n - 1) \cdot i_v - \left(\sum_{i=1}^n \zeta_i - \eta \right) - k \cdot \delta$$

$$i = (7 - 1) \cdot 3 - (7 \cdot 2 + 3 \cdot 1) - 0 = 1^{\circ}v$$

8.1.2. Uvoľnenie telies a rovnice rovnováhy

Uvoľnené telesá sú zakreslené na obrázkoch obr. 8.1 až obr. 8.6.

Teleso 2 (koleso)



Obr. 8.1: Uvoľnenie telesa 2

Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &: F_{Bx} + F_{At} - F_{G2} \cdot \sin \varphi_2 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{By} + F_{An} - F_{G2} \cdot \cos \varphi_2 = 0 \\ \sum M_{zA} = 0 &: F_{G2} \cdot R_2 \cdot \sin \varphi_2 - F_{Bx} \cdot R_2 - M_{\zeta B} - M_{vA} = 0\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

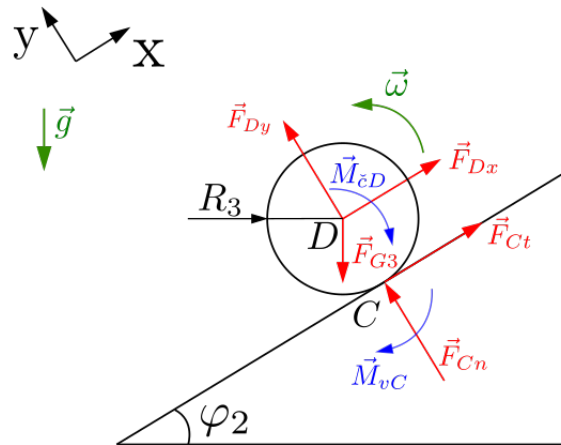
- $M_{\zeta B} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \cdot r_{\zeta B} \cdot f_{\zeta B}$; $M_{vA} = F_{An} \cdot e_A$

Kontrola valenia:

- $F_{At} < F_{AT} = F_{An} \cdot f_A$

8.1. STATICKÁ ANALÝZA - VRCHNÝ REBRÍK

Teleso 3 (koleso)



Obr. 8.2: Uvoľnenie telesa 3

Rovnice rovnováhy:

$$\sum F_x = 0 : F_{Dx} + F_{Ct} - F_{G3} \cdot \sin \varphi_2 = 0$$

$$\sum F_y = 0 : F_{Dy} + F_{Cn} - F_{G3} \cdot \cos \varphi_2 = 0$$

$$\sum M_{zC} = 0 : F_{G3} \cdot R_3 \cdot \sin \varphi_2 - F_{Dx} \cdot R_3 - M_{cD} - M_{vC} = 0$$

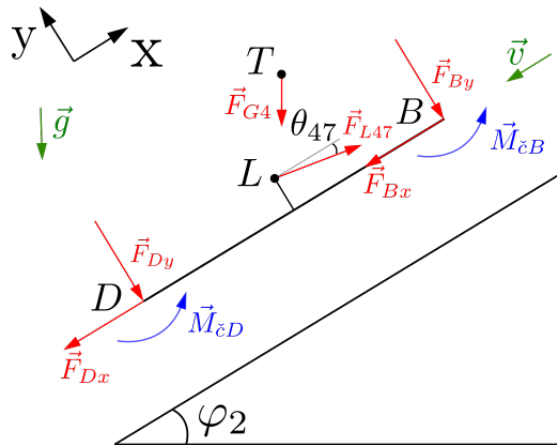
Stykové závislosti:

- $M_{cD} = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} \cdot r_{cD} \cdot f_{cD}$; $M_{vC} = F_{Cn} \cdot e_C$

Kontrola valenia:

- $F_{Ct} < F_{CT} = F_{Cn} \cdot f_C$

Teleso 4 (vozík + náklad)



Obr. 8.3: Uvoľnenie telesa 4

Rovnice rovnováhy:

$$\sum F_x = 0 : F_{L47} \cdot \cos \theta_{47} - F_{Bx} - F_{Dx} - F_{G4} \cdot \sin \varphi_2 = 0$$

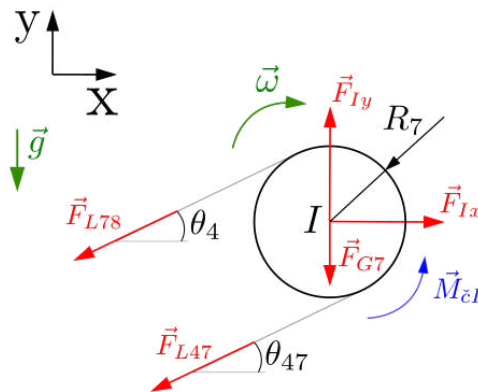
$$\sum F_y = 0 : -F_{L47} \cdot \sin \theta_{47} - F_{By} - F_{Dy} - F_{G4} \cdot \cos \varphi_2 = 0$$

$$\sum M_{zD} = 0 : M_{cB} + M_{cD} + F_{G4} \cdot \sin \varphi_2 \cdot y_{TD} - F_{G4} \cdot \cos \varphi_2 \cdot x_{TD} - F_{L47} \cdot \cos \theta_{47} \cdot \left(0.05 - \frac{R_2}{2}\right) - F_{L47} \cdot \sin \theta_{47} \cdot \left(\frac{L_{KO}}{2}\right) - F_{By} \cdot L_{KO} = 0$$

Stykové závislosti:

$$\bullet M_{cB} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \cdot r_{cB} \cdot f_{cB} ; M_{cD} = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} \cdot r_{cD} \cdot f_{cD}$$

Teleso 7 (hlavová kladka)



Obr. 8.4: Uvoľnenie telesa 7

Rovnice rovnováhy:

$$\sum F_x = 0 : F_{Ix} - F_{L47} \cdot \cos \theta_{47} - F_{L78} \cdot \cos \theta_4 = 0$$

$$\sum F_y = 0 : F_{Iy} - F_{L47} \cdot \sin \theta_{47} - F_{L78} \cdot \sin \theta_4 - F_{G7} = 0$$

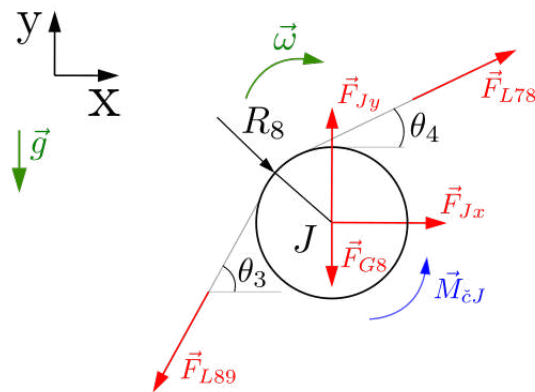
$$\sum M_{zI} = 0 : M_{cI} + F_{L78} \cdot R_7 - F_{L47} \cdot R_7 = 0$$

Stykové závislosti:

$$\bullet M_{cI} = \sqrt{F_{Ix}^2 + F_{Iy}^2} \cdot r_{cI} \cdot f_{cI}$$

8.1. STATICKÁ ANALÝZA - VRCHNÝ REBRÍK

Teleso 8 (vrchná kladka kolena)



Obr. 8.5: Uvolnenie telesa 8

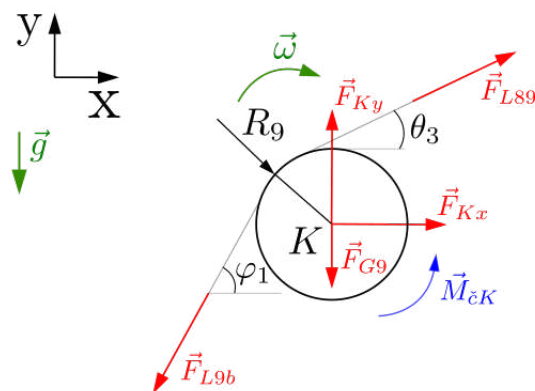
Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 : F_{Jx} + F_{L78} \cdot \cos \theta_4 - F_{L89} \cdot \cos \theta_3 &= 0 \\ \sum F_y = 0 : F_{Jy} + F_{L78} \cdot \sin \theta_4 - F_{L89} \cdot \sin \theta_3 - F_{G8} &= 0 \\ \sum M_{zJ} = 0 : M_{cJ} + F_{L89} \cdot R_8 - F_{L78} \cdot R_8 &= 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cJ} = \sqrt{F_{Jx}^2 + F_{Jy}^2} \cdot r_{cJ} \cdot f_{cJ}$

Teleso 9 (spodná kladka kolena)



Obr. 8.6: Uvolnenie telesa 9

Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 : F_{Kx} + F_{L89} \cdot \cos \theta_3 - F_{L9M} \cdot \cos \varphi_1 &= 0 \\ \sum F_y = 0 : F_{Ky} + F_{L89} \cdot \sin \theta_3 - F_{L9M} \cdot \sin \varphi_1 - F_{G9} &= 0 \\ \sum M_{zK} = 0 : M_{cK} + F_{L9M} \cdot R_9 - F_{L89} \cdot R_9 &= 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cK} = \sqrt{F_{Kx}^2 + F_{Ky}^2} \cdot r_{cK} \cdot f_{cK}$

8.1.3. Statický rozbor

$$NP = \{F_{An}, F_{At}, F_{Bx}, F_{By}, F_{Cn}, F_{Ct}, F_{Dx}, F_{Dy}, F_{L47}, F_{Ix}, F_{Iy}, F_{L78}, F_{Jx}, F_{Jy}, F_{L89}, F_{Kx}, F_{Ky}, F_{L9M}\}$$

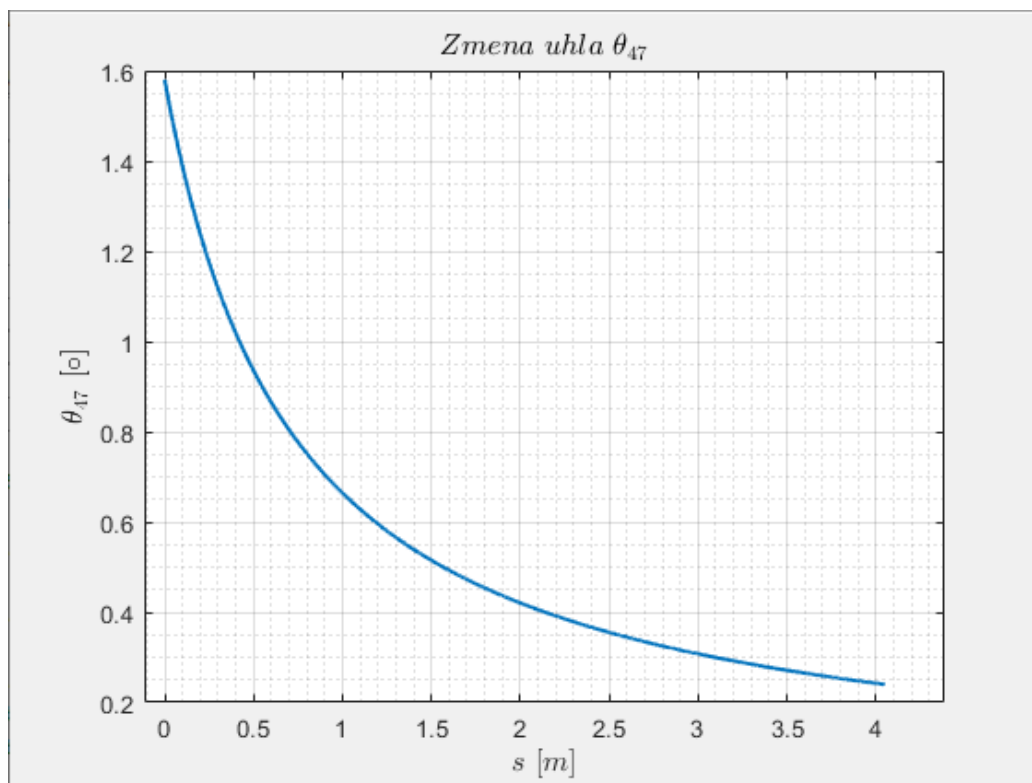
Počet neznámych parametrov: 18

Počet použiteľných rovníc: 18

Z výsledku statického rozboru opäť vyplýva, že riešiteľnosť úlohy je splnená.

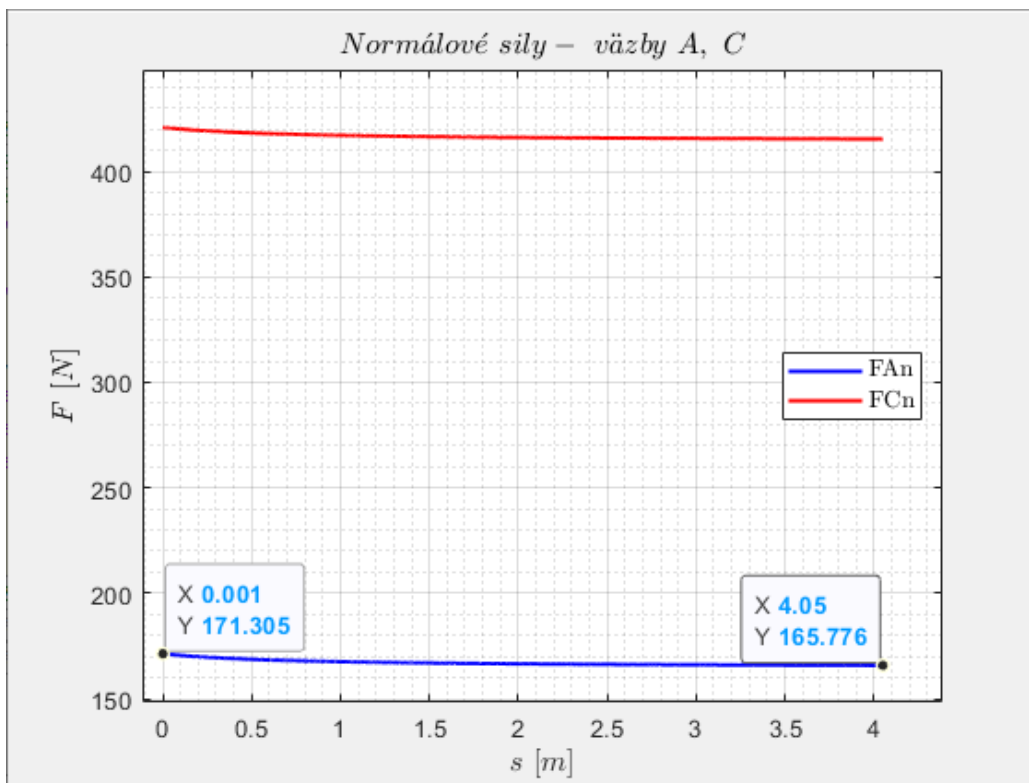
8.1.4. Výsledky

Graf na obr. 8.7 vykresľuje zmenu veľkosti uhla v závislosti na polohe, kde sa vozík nachádza. Keďže sa jedná o pohyb smerom dole, priebeh je zrkadlovo otočený voči priebehu v konfigurácii kedy sa vozík pohybuje smerom hore. Z grafu (obr. 8.8) vieme vyčítať hodnoty normálových trení v jednotlivých kolesách. Opäť sú veľkosti síl delené dvomi. Na grafe na obr. 8.9 opäť vidíme nepatrnú zmenu veľkosti sily v lanách medzi počiatočnou a konečnou polohou vozíka, avšak rozdiel medzi jednotlivými lanami je ráznejší. Rozdiely sú zapríčinené trecími silami v čapoch.

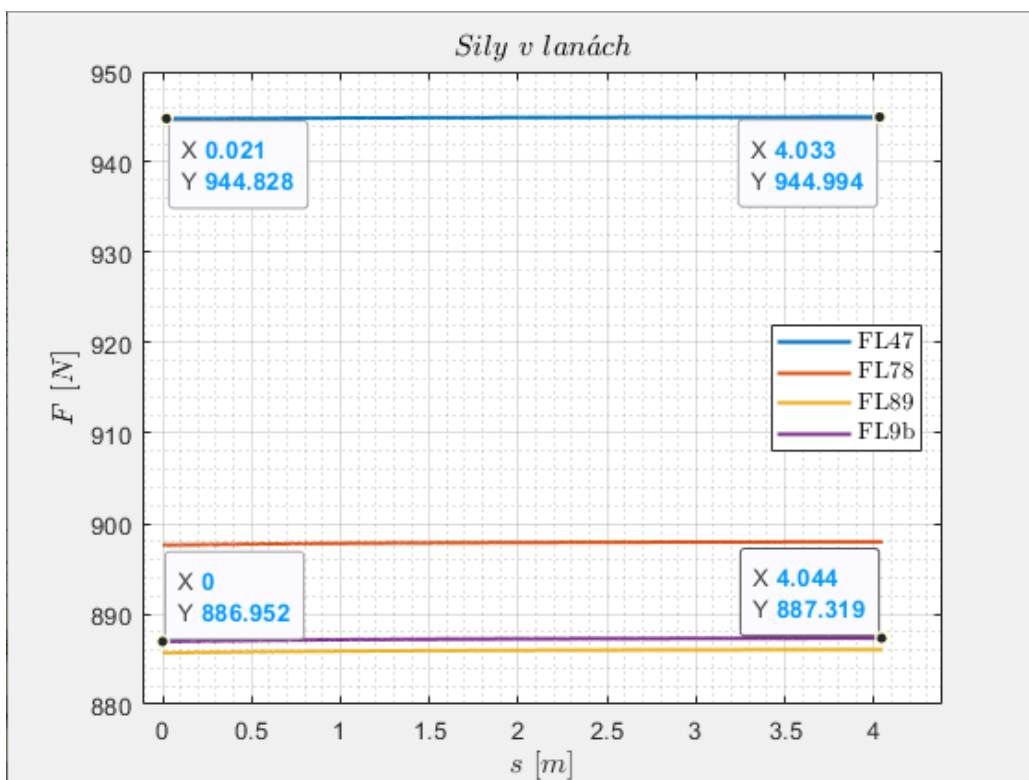


Obr. 8.7: Zmena uhla θ_{47} v závislosti na polohe

8.1. STATICKÁ ANALÝZA - VRCHNÝ REBRÍK



Obr. 8.8: Normálové sily F_{An} a F_{Cn}



Obr. 8.9: Sily v lanách

8.1.5. Kontrola funkčnosti väzieb

NP	Min. veľkosť [N]	Max. veľkosť [N]	Podmienka funkčnosti
F_{An}	331,6	342,6	$F_n > 0$
F_{At}	7,8	8	vždy funkčná
F_{Bx}	-7,2	-7,5	vždy funkčná
F_{By}	-331	-342	vždy funkčná
F_{Cn}	831	841,9	$F_n > 0$
F_{Ct}	19,4	19,6	vždy funkčná
F_{Dx}	-18,9	-19,1	vždy funkčná
F_{Dy}	-830,3	-841,3	vždy funkčná
F_{LA7}	945	944,8	$F_l > 0$
F_{Ix}	1 839,3	1 840,2	vždy funkčná
F_{Iy}	76,9	98,9	vždy funkčná
F_{L78}	897,6	898	$F_l > 0$
F_{Jx}	-258,9	-286	vždy funkčná
F_{Jy}	574,9	575	vždy funkčná
F_{L89}	885,7	886	$F_l > 0$
F_{Kx}	-76,7	-76,8	vždy funkčná
F_{Ky}	68,4	68,4	vždy funkčná
F_{L9b}	887	887,3	$F_l > 0$

Tabuľka 8.2: Kontrola funkčnosti väzieb

8.2. Statická analýza - spodný rebrík

Vozík s nákladom sa v tejto časti statickej analýzy pohybuje konštantnou rýchlosťou smerom dole po spodnom rebríku. Teraz sa už v riešení uvažuje rovnaký počet telies ako je celkový počet telies, pretože vozík s nákladom v tejto fáze pohybu už prešiel cez koleno.

8.2.1. Kinematický rozbor

Označenie väzby	Typ väzby	Odoberané stupne voľnosti
A	valenie	2
B	rotácia	2
C	valenie	2
D	rotácia	2
E	rotácia	2
H	rotácia	2
I	rotácia	2
J	rotácia	2
K	rotácia	2
L45	lano	1
L56	lano	1
L67	lano	1
L78	lano	1
L89	lano	1

Tabuľka 8.3: Charakterizácia väzieb

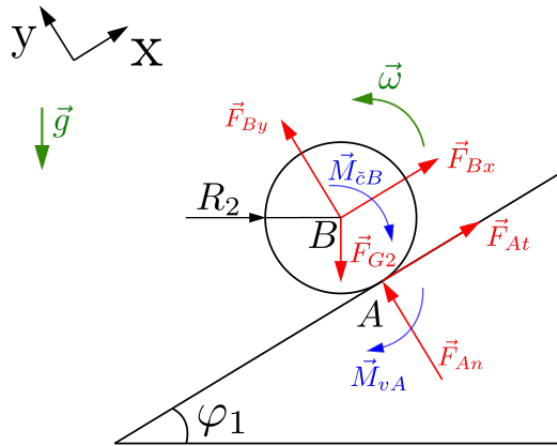
$$i = (n - 1) \cdot i_v - \left(\sum_{i=1}^n \zeta_i - \eta \right) - k \cdot \delta$$

$$i = (9 - 1) \cdot 3 - (9 \cdot 2 + 5 \cdot 1) - 0 = 1^{\circ}v$$

8.2.2. Uvoľnenie telies a rovnice rovnováhy

Uvoľnené telesá sú zakreslené na obrázkoch obr. 8.10 až obr. 8.17.

Teleso 2 (koleso)



Obr. 8.10: Uvoľnenie telesa 2

Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &: F_{Bx} + F_{At} - F_{G2} \cdot \sin \varphi_1 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{By} + F_{An} - F_{G2} \cdot \cos \varphi_1 = 0 \\ \sum M_{zA} = 0 &: F_{G2} \cdot R_2 \cdot \sin \varphi_1 - F_{Bx} \cdot R_2 - M_{zB} - M_{vA} = 0\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

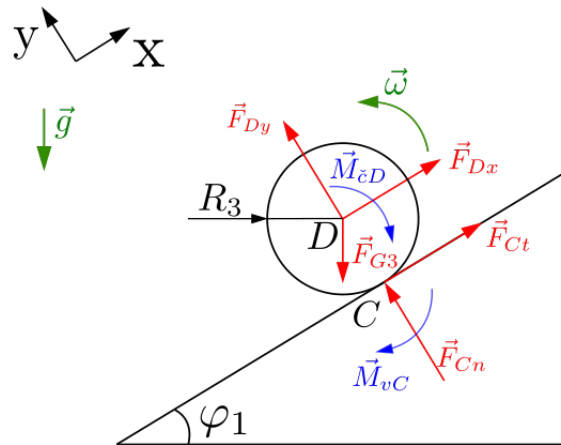
- $M_{zB} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \cdot r_{zB} \cdot f_{zB}$; $M_{vA} = F_{An} \cdot e_A$

Kontrola valenia:

- $F_{At} < F_{AT} = F_{An} \cdot f_A$

8.2. STATICKÁ ANALÝZA - SPODNÝ REBRÍK

Teleso 3 (koleso)



Obr. 8.11: Uvoľnenie telesa 3

Rovnice rovnováhy:

$$\sum F_x = 0 : F_{Dx} - F_{Ct} - F_{G3} \cdot \sin \varphi_1 = 0$$

$$\sum F_y = 0 : F_{Dy} + F_{Cn} - F_{G3} \cdot \cos \varphi_1 = 0$$

$$\sum M_{zC} = 0 : F_{G3} \cdot R_3 \cdot \sin \varphi_1 - F_{Dx} \cdot R_3 - M_{cD} - M_{vC} = 0$$

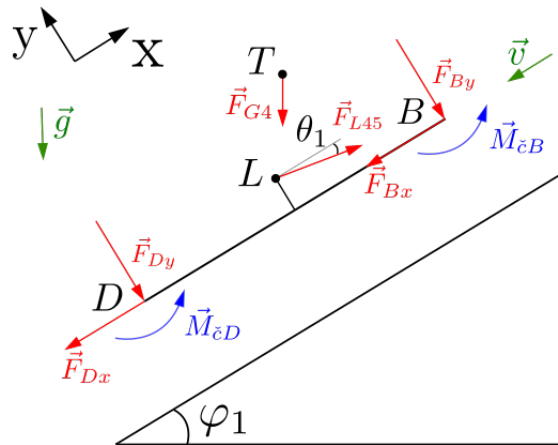
Stykové závislosti:

- $M_{cD} = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} \cdot r_{cD} \cdot f_{cD}$; $M_{vC} = F_{Cn} \cdot e_C$

Kontrola valenia:

- $F_{Ct} < F_{CT} = F_{Cn} \cdot f_C$

Teleso 4 (vozík + náklad)



Obr. 8.12: Uvoľnenie telesa 4

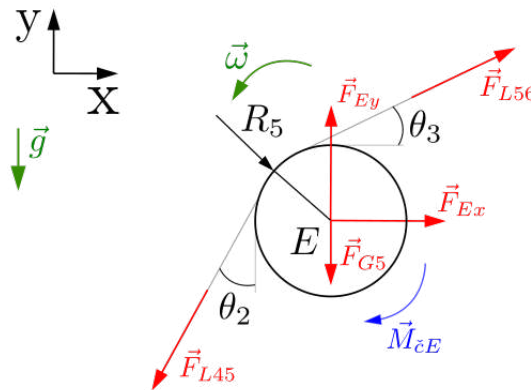
Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &: F_{L45} \cdot \cos \theta_1 - F_{Bx} - F_{Dx} - F_{G4} \cdot \sin \varphi_1 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: -F_{L45} \cdot \sin \theta_1 - F_{By} - F_{Dy} - F_{G4} \cdot \cos \varphi_1 = 0 \\ \sum M_{zD} = 0 &: +M_{cB} + M_{cD} + F_{G4} \cdot \sin \varphi_1 \cdot y_{TD} - F_{G4} \cdot \cos \varphi_1 \cdot x_{TD} - F_{L45} \cdot \sin \theta_1 \cdot \left(\frac{L_{KO}}{2}\right) - \\ &- F_{L45} \cdot \cos \theta_1 \cdot \left(0.05 - \frac{R_2}{2}\right) - F_{By} \cdot L_{KO} = 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

$$\bullet M_{cB} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \cdot r_{cB} \cdot f_{cB}; M_{cD} = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} \cdot r_{cD} \cdot f_{cD}$$

Teleso 5 (spodná kladka kolena)



Obr. 8.13: Uvoľnenie telesa 5

Rovnice rovnováhy:

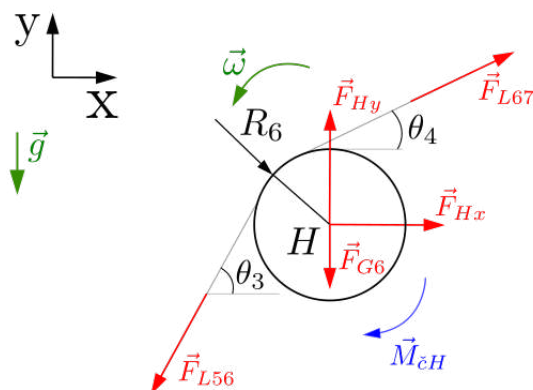
$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &: F_{Ex} + F_{L56} \cdot \cos \theta_3 - F_{L45} \cdot \sin \theta_2 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{Ey} + F_{L56} \cdot \sin \theta_3 - F_{L45} \cdot \cos \theta_2 - F_{G5} = 0 \\ \sum M_{zE} = 0 &: F_{L45} \cdot R_5 - F_{L56} \cdot R_5 - M_{cE} = 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

$$\bullet M_{cE} = \sqrt{F_{Ex}^2 + F_{Ey}^2} \cdot r_{cE} \cdot f_{cE}$$

8.2. STATICKÁ ANALÝZA - SPODNÝ REBRÍK

Teleso 6 (vrchná kladka kolena)



Obr. 8.14: Uvoľnenie telesa 6

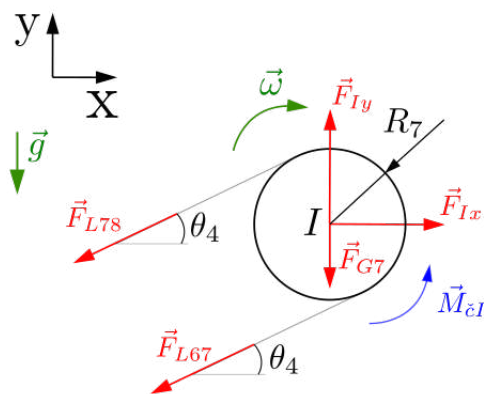
Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 : F_{Hx} + F_{L67} \cdot \cos \theta_4 - F_{L56} \cdot \cos \theta_3 &= 0 \\ \sum F_y = 0 : F_{Hy} + F_{L67} \cdot \sin \theta_4 - F_{L56} \cdot \sin \theta_3 - F_{G6} &= 0 \\ \sum M_{zH} = 0 : F_{L56} \cdot R_6 - F_{L67} \cdot R_6 - M_{cH} &= 0\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cH} = \sqrt{F_{Hx}^2 + F_{Hy}^2} \cdot r_{cH} \cdot f_{cH}$

Teleso 7 (hlavová kladka)



Obr. 8.15: Uvoľnenie telesa 7

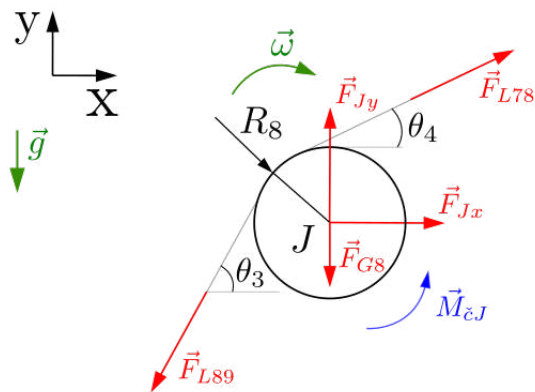
Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 : F_{Ix} - F_{L67} \cdot \cos \theta_4 - F_{L78} \cdot \cos \theta_4 &= 0 \\ \sum F_y = 0 : F_{Iy} - F_{L67} \cdot \sin \theta_4 - F_{L78} \cdot \sin \theta_4 - F_{G7} &= 0 \\ \sum M_{zI} = 0 : M_{cI} + F_{L78} \cdot R_7 - F_{L67} \cdot R_7 &= 0\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cI} = \sqrt{F_{Ix}^2 + F_{Iy}^2} \cdot r_{cI} \cdot f_{cI}$

Teleso 8 (vrchná kladka kolena)



Obr. 8.16: Uvoľnenie telesa 8

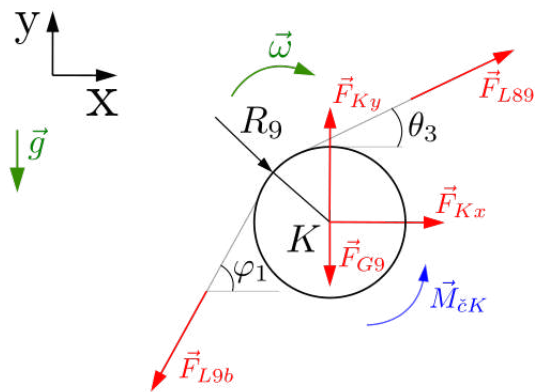
Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &: F_{Jx} + F_{L78} \cdot \cos \theta_4 - F_{L89} \cdot \cos \theta_3 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{Jy} + F_{L78} \cdot \sin \theta_4 - F_{L89} \cdot \sin \theta_3 - F_{G8} = 0 \\ \sum M_{zJ} = 0 &: M_{cJ} + F_{L89} \cdot R_8 - F_{L78} \cdot R_8 = 0\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cJ} = \sqrt{F_{Jx}^2 + F_{Jy}^2} \cdot r_{cJ} \cdot f_{cJ}$

Teleso 9 (spodná kladka kolena)



Obr. 8.17: Uvoľnenie telesa 9

Rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &: F_{Kx} + F_{L89} \cdot \cos \theta_3 - F_{L9M} \cdot \cos \varphi_1 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{Ky} + F_{L89} \cdot \sin \theta_3 - F_{L9M} \cdot \sin \varphi_1 - F_{G9} = 0 \\ \sum M_{zK} = 0 &: M_{cK} + F_{L9M} \cdot R_9 - F_{L89} \cdot R_9 = 0\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cK} = \sqrt{F_{Kx}^2 + F_{Ky}^2} \cdot r_{cK} \cdot f_{cK}$

8.2. STATICKÁ ANALÝZA - SPODNÝ REBRÍK

8.2.3. Statický rozbor

$$NP = \{F_{An}, F_{At}, F_{Bx}, F_{By}, F_{Cn}, F_{Ct}, F_{Dx}, F_{Dy}, F_{L45}, F_{Ex}, F_{Ey}, F_{L56}, F_{Hx}, F_{Hy}, F_{L67}, F_{Ix}, F_{Iy}, F_{L78}, F_{Jx}, F_{Jy}, F_{L89}, F_{Kx}, F_{Ky}, F_{L9M}\}$$

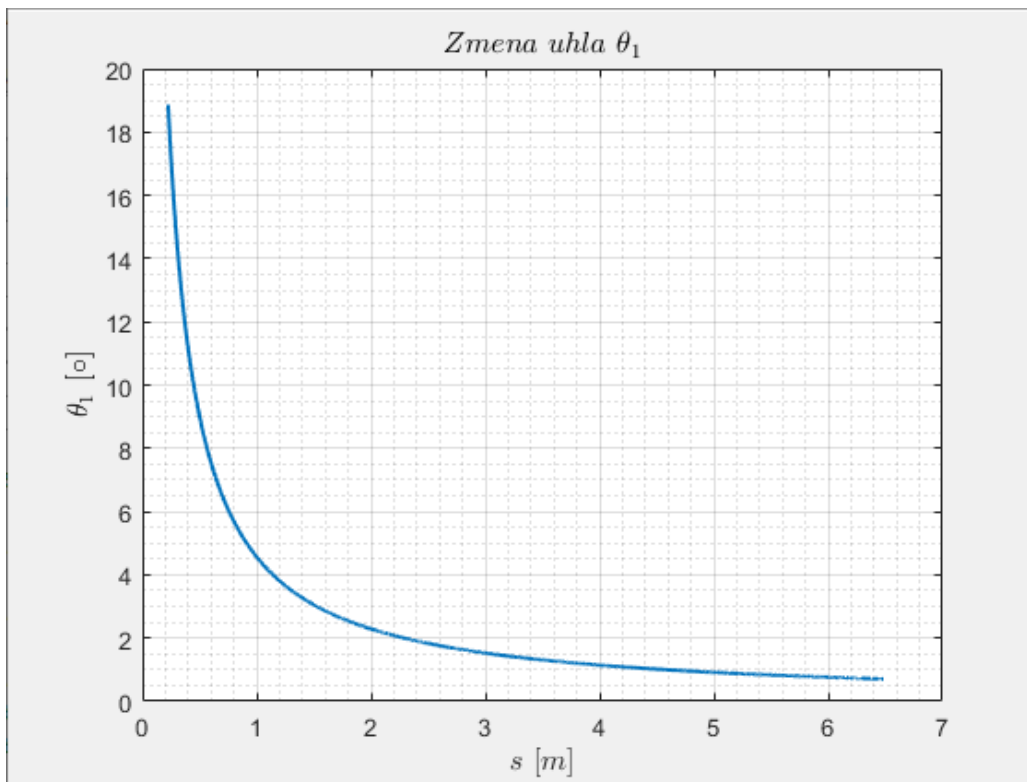
Počet neznámych parametrov: 24

Počet použiteľných rovníc: 24

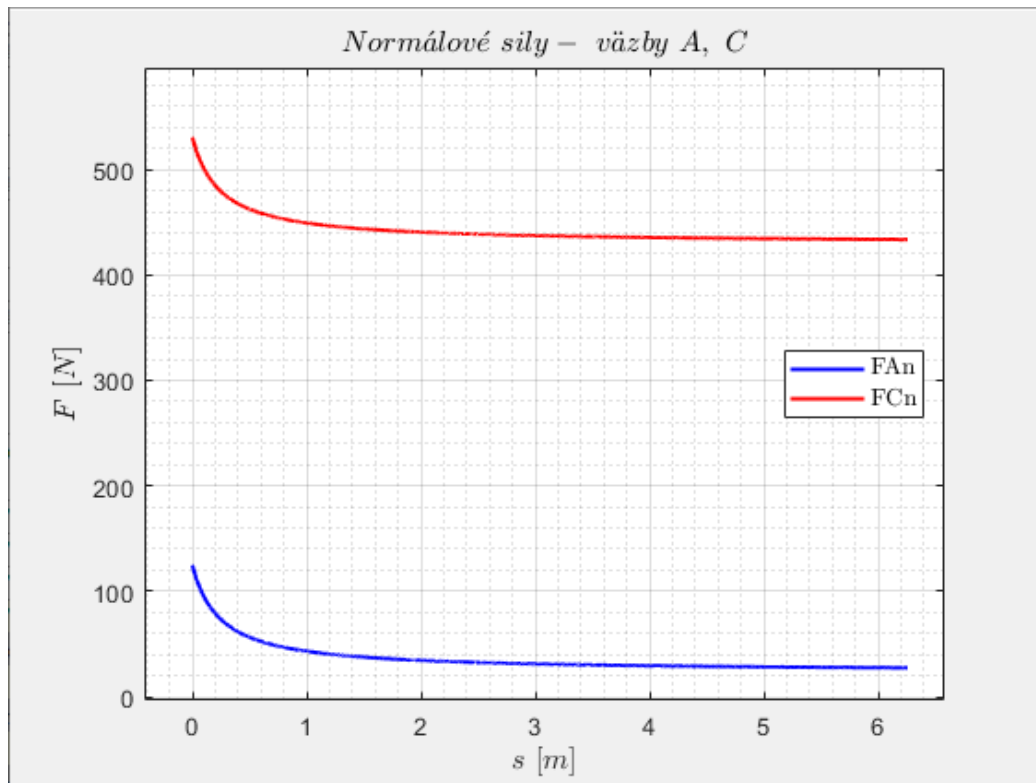
Vďaka statickému rozboru bola opäť zistená riešiteľnosť úlohy.

8.2.4. Výsledky

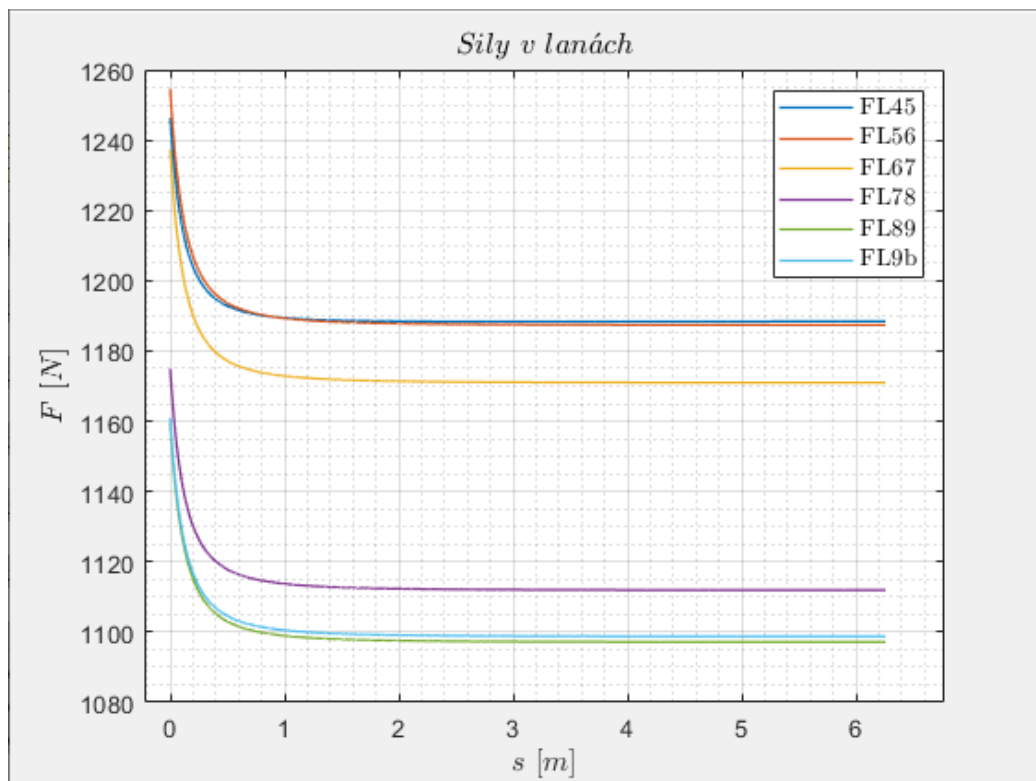
Nasledujúce grafy opäť vypovedajú o zmene uhla medzi lanom a naklonenou rovinou (obr. 8.18), o veľkosti normálových síl pôsobiacich na kolesá (obr. 8.19) a o zmene pôsobiacich síl v lanách (8.20). Priebiehy sú opäť zrkadlovo otočené oproti konfigurácii, kedy sa vozík pohyboval smerom nahor. Veľkosti normálových síl sú delené dvomi a rozdiely medzi silami v lanách sú zapríčinené čapovým trením.



Obr. 8.18: Zmena uhla θ_1 v závislosti na polohe



Obr. 8.19: Normálové sily F_{An} a F_{Cn}



Obr. 8.20: Sily v lanách

8.2. STATICKÁ ANALÝZA - SPODNÝ REBRÍK

8.2.5. Kontrola funkčnosti väzieb

NP	Min. veľkosť [N]	Max. veľkosť [N]	Podmienka funkčnosti
F_{An}	54,7	249,3	$F_n > 0$
F_{At}	1,3	5,8	vždy funkčná
F_{Bx}	-0,7	-5,2	vždy funkčná
F_{By}	-54,2	-248,9	vždy funkčná
F_{Cn}	867,3	1 061	$F_n > 0$
F_{Ct}	20,2	24,7	vždy funkčná
F_{Dx}	-19,6	-24	vždy funkčná
F_{Dy}	-866,9	1 060,5	vždy funkčná
F_{L45}	1 188,4	1 246,3	$F_l > 0$
F_{Ex}	-83,7	291,6	vždy funkčná
F_{Ey}	75,44	-438,8	vždy funkčná
F_{L56}	1 187,4	1 254,6	$F_l > 0$
F_{Hx}	-351	-370,9	vždy funkčná
F_{Hy}	772,3	815,9	vždy funkčná
F_{L67}	1 171	1 237,2	$F_l > 0$
F_{Ix}	2 275,9	2 404,7	vždy funkčná
F_{Iy}	181,6	191,7	vždy funkčná
F_{L78}	1 111,9	1 174,9	$F_l > 0$
F_{Jx}	-354,2	-374,2	vždy funkčná
F_{Jy}	711,4	751,6	vždy funkčná
F_{L89}	1 097,2	1 159,3	$F_l > 0$
F_{Kx}	-95,1	-100,5	vždy funkčná
F_{Ky}	84,2	88,9	vždy funkčná
F_{L9b}	1 098,7	1 160,9	$F_l > 0$

Tabuľka 8.4: Kontrola funkčnosti väzieb

9. Dynamická analýza - smer hore

9.1. Výpočet hnacieho momentu

V sústave telies pre riešenie z hľadiska dynamiky je hnaným telesom navíjací bubon. Výkon motora je zadaný v tab.(.). Medzi motorom a hnacím bubnom sa však nachádza prevodovka, ktorej vlastnosti sú neznáme. Vychádzame z úvahy, že hnací bubon má výkon motoru znížený o straty v prevodovke. Hnací moment na bubne sa vypočíta ako:

$$P = M \cdot \omega; P_b = \eta \cdot P_m; \omega_b = \frac{v}{R_{10}}; M_b = \frac{P_b}{\omega_b}$$

Kde:

- P_m je výkon motora a P_b je výkon navíjacieho bubna
- M_m je moment motora a M_b je moment navíjacieho bubna
- η je účinnosť
- v je maximálna rýchlosť zdvihu
- R_{10} je polomer navíjacieho bubna

9.2. Kinematický rozbor

Označenie väzby	Typ väzby	Odoberané stupne voľnosti
A	valenie	2
B	rotácia	2
C	valenie	2
D	rotácia	2
E	rotácia	2
H	rotácia	2
I	rotácia	2
J	rotácia	2
K	rotácia	2
b	rotácia	2
L45	lano	1
L56	lano	1
L67	lano	1
L78	lano	1
L89	lano	1
L9b	lano	1

Tabuľka 9.1: Charakterizácia väzieb

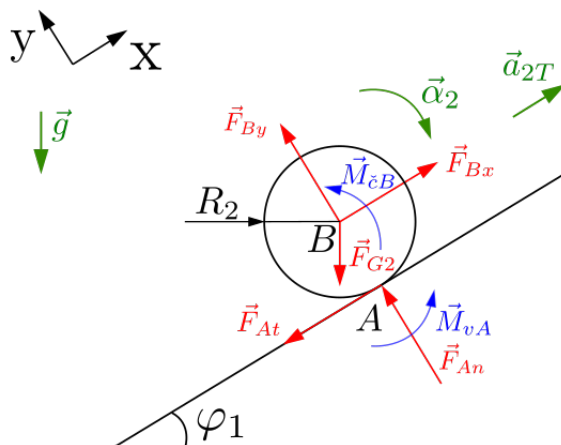
$$i = (n - 1) \cdot i_v - \left(\sum_{i=1}^n \zeta_i - \eta \right) - k \cdot \delta$$

$$i = (10 - 1) \cdot 3 - (10 \cdot 2 + 6 \cdot 1) - 0 = 1^{\circ}v$$

9.3. Uvoľnenie telies a rovnice rovnováhy

Uvoľnené telesá sú zakreslené na obrázkoch obr. 9.1 až obr. 9.9.

Teleso 2 (koleso)



Obr. 9.1: Uvoľnenie telesa 2

Pohybové rovnice:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= m_2 \cdot a_{2T} : F_{Bx} - F_{At} - F_{G2} \cdot \sin \varphi_1 = m_{2T} \cdot a_2 \\ \sum F_y &= 0 : F_{By} + F_{An} - F_{G2} \cdot \cos \varphi_1 = 0 \\ \sum M_{zB} &= I_2 \cdot \alpha_2 : F_{At} \cdot R_2 - M_{cB} - M_{vA} = I_2 \cdot \alpha_2 \end{aligned}$$

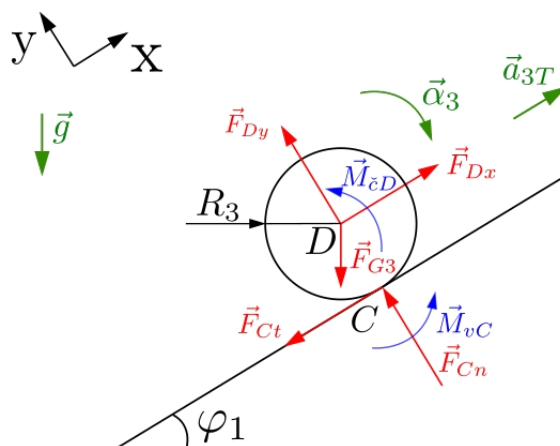
Stykové závislosti:

- $M_{cB} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \cdot r_{cB} \cdot f_{cB} ; M_{vA} = F_{An} \cdot e_A$

Kontrola valenia:

- $F_{At} < F_{AT} = F_{An} \cdot f_A$

Teleso 3 (koleso)



Obr. 9.2: Uvoľnenie telesa 3

Pohybové rovnice:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= m_3 \cdot a_{3T} : F_{Dx} - F_{Ct} - F_{G3} \cdot \sin \varphi_1 = m_3 \cdot a_{3T} \\ \sum F_y &= 0 : F_{Dy} + F_{Cn} - F_{G3} \cdot \cos \varphi_1 = 0 \\ \sum M_{zD} &= I_3 \cdot \alpha_3 : F_{Ct} \cdot R_3 - M_{eD} - M_{vC} = I_3 \cdot \alpha_3 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

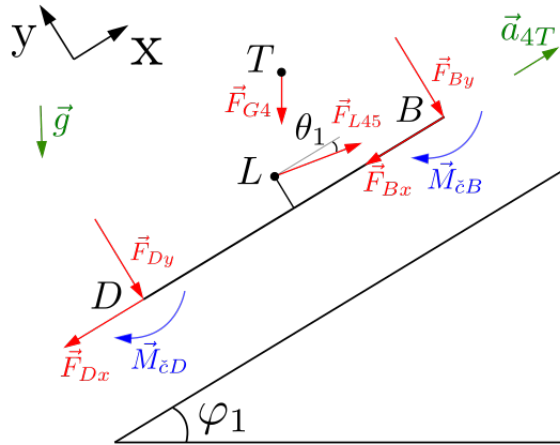
- $M_{eD} = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} \cdot r_{eD} \cdot f_{eD} ; M_{vC} = F_{Cn} \cdot e_C$

Kontrola valenia:

- $F_{Ct} < F_{CT} = F_{Cn} \cdot f_C$

9.3. UVOĽNENIE TELIES A ROVNICE ROVNOVÁHY

Teleso 4 (vozík + náklad)



Obr. 9.3: Uvoľnenie telesa 4

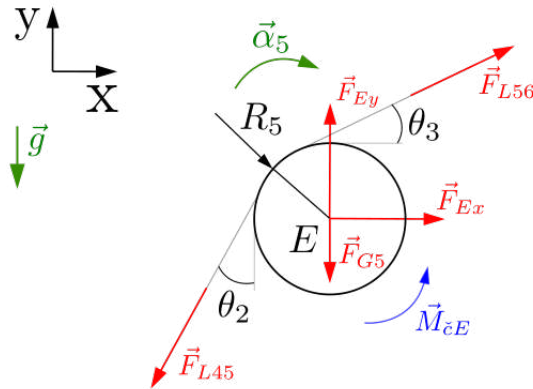
Pohybové rovnice:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= m_4 \cdot a_{4T} : F_{L45} \cdot \cos \theta_1 - F_{Bx} - F_{Dx} - F_{G4} \cdot \sin \varphi_1 = m_4 \cdot a_{4T} \\ \sum F_y &= 0 : -F_{L45} \cdot \sin \theta_1 - F_{By} - F_{Dy} - F_{G4} \cdot \cos \varphi_1 = 0 \\ \sum M_{zD} &= 0 : F_{G4} \cdot \sin \varphi_1 \cdot y_{TD} - F_{G4} \cdot \cos \varphi_1 \cdot x_{TD} - F_{L45} \cdot \cos \theta_1 \cdot (0,05 - \frac{R_2}{2}) - \\ &- F_{L45} \cdot \sin \theta_1 \cdot (\frac{L_{KO}}{2}) - F_{By} \cdot L_{KO} - M_{cB} - M_{cD} = 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cB} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \cdot r_{cB} \cdot f_{cB}$; $M_{cD} = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} \cdot r_{cD} \cdot f_{cD}$

Teleso 5 (spodná kladka kolena)



Obr. 9.4: Uvoľnenie telesa 5

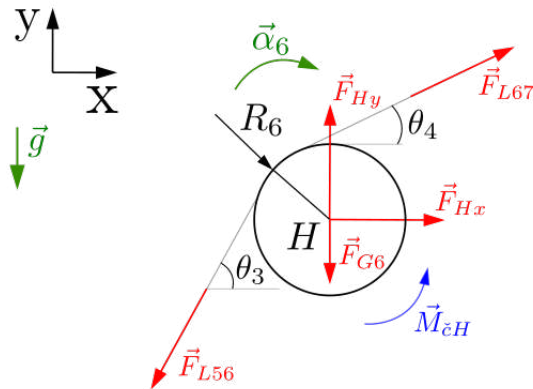
Pohybové rovnice:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 : F_{Ex} + F_{L56} \cdot \cos \theta_3 - F_{L45} \cdot \sin \theta_2 = 0 \\ \sum F_y &= 0 : F_{Ey} + F_{L56} \cdot \sin \theta_3 - F_{L45} \cdot \cos \theta_2 - F_{G5} = 0 \\ \sum M_{zE} &= I_5 \cdot \alpha_5 : F_{L56} \cdot R_5 - F_{L45} \cdot R_5 - M_{cE} = I_5 \cdot \alpha_5 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cE} = \sqrt{F_{Ex}^2 + F_{Ey}^2} \cdot r_{cE} \cdot f_{cE}$

Teleso 6 (vrchná kladka kolena)



Obr. 9.5: Uvoľnenie telesa 6

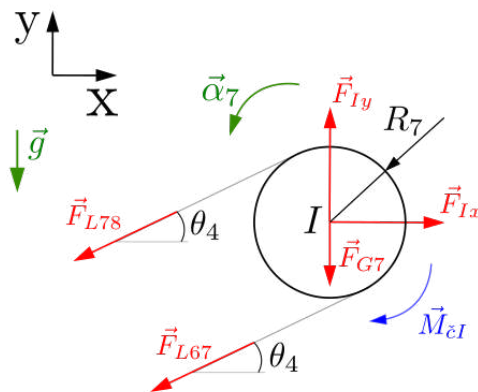
Pohybové rovnice:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 : F_{Hx} + F_{L67} \cdot \cos \theta_4 - F_{L56} \cdot \cos \theta_3 &= 0 \\ \sum F_y = 0 : F_{Hy} + F_{L67} \cdot \sin \theta_4 - F_{L56} \cdot \sin \theta_3 - F_{G6} &= 0 \\ \sum M_{zH} = I_6 \cdot \alpha_6 : F_{L67} \cdot R_6 - F_{L56} \cdot R_6 - M_{cH} &= I_6 \cdot \alpha_6\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cH} = \sqrt{F_{Hx}^2 + F_{Hy}^2} \cdot r_{cH} \cdot f_{cH}$

Teleso 7 (hlavová kladka)



Obr. 9.6: Uvoľnenie telesa 7

Pohybové rovnice:

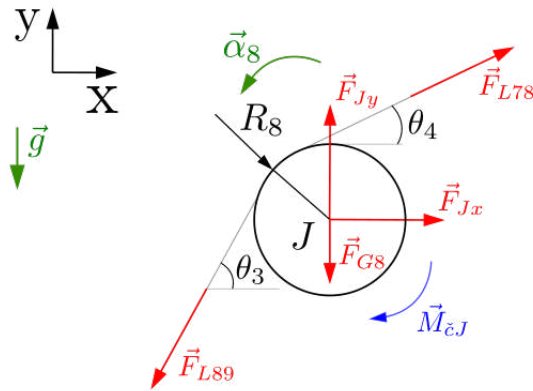
$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 : F_{Ix} - F_{L67} \cdot \cos \theta_4 - F_{L78} \cdot \cos \theta_4 &= 0 \\ \sum F_y = 0 : F_{Iy} - F_{L67} \cdot \sin \theta_4 - F_{L78} \cdot \sin \theta_4 - F_{G7} &= 0 \\ \sum M_{zI} = I_7 \cdot \alpha_7 : F_{L78} \cdot R_7 - F_{L67} \cdot R_7 - M_{cI} &= I_7 \cdot \alpha_7\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cI} = \sqrt{F_{Ix}^2 + F_{Iy}^2} \cdot r_{cI} \cdot f_{cI}$

9.3. UVOĽNENIE TELIES A ROVNICE ROVNOVÁHY

Teleso 8 (vrchná kladka kolena)



Obr. 9.7: Uvoľnenie telesa 8

Pohybové rovnice:

$$\sum F_x = 0 : F_{Jx} + F_{L78} \cdot \cos \theta_4 - F_{L89} \cdot \cos \theta_3 = 0$$

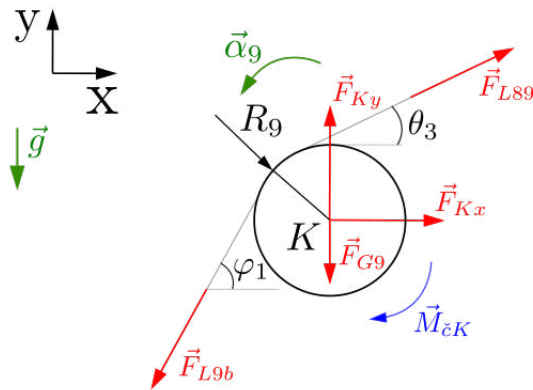
$$\sum F_y = 0 : F_{Jy} + F_{L78} \cdot \sin \theta_4 - F_{L89} \cdot \sin \theta_3 - F_{G8} = 0$$

$$\sum M_{zJ} = I_8 \cdot \alpha_8 : F_{L89} \cdot R_8 - F_{L78} \cdot R_8 - M_{cJ} = I_8 \cdot \alpha_8$$

Stykové závislosti:

- $M_{cJ} = \sqrt{F_{Jx}^2 + F_{Jy}^2} \cdot r_{cJ} \cdot f_{cJ}$

Teleso 9 (spodná kladka kolena)



Obr. 9.8: Uvoľnenie telesa 9

Pohybové rovnice:

$$\sum F_x = 0 : F_{Kx} + F_{L89} \cdot \cos \theta_3 - F_{L9b} \cdot \cos \varphi_1 = 0$$

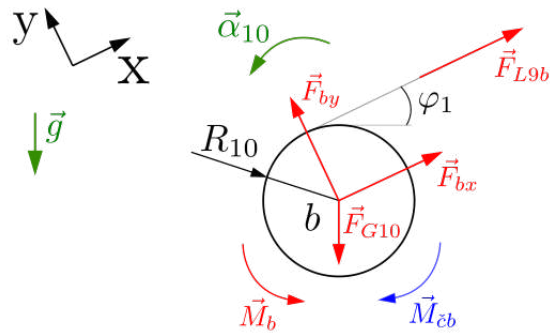
$$\sum F_y = 0 : F_{Ky} + F_{L89} \cdot \sin \theta_3 - F_{L9b} \cdot \sin \varphi_1 - F_{G9} = 0$$

$$\sum M_{zK} = I_9 \cdot \alpha_9 : F_{L9b} \cdot R_9 - F_{L89} \cdot R_9 - M_{cK} = I_9 \cdot \alpha_9$$

Stykové závislosti:

- $M_{cK} = \sqrt{F_{Kx}^2 + F_{Ky}^2} \cdot r_{cK} \cdot f_{cK}$

Teleso 10 (navíjací bubon)



Obr. 9.9: Uvoľnenie telesa 10

Pohybové rovnice:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 : F_{bx} + F_{L9b} - F_{G10} \cdot \sin \varphi_1 &= 0 \\ \sum F_y = 0 : F_{by} - F_{G10} \cdot \cos \varphi_1 &= 0 \\ \sum M_{zb} = I_{10} \cdot \alpha_{10} : Mb - M_{cb} - F_{L9b} \cdot R_b &= I_{10} \cdot \alpha_{10} \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cb} = \sqrt{F_{bx}^2 + F_{by}^2} \cdot r_{cb} \cdot f_{cb}$

9.4. Statický rozbor

$$NP = \{F_{An}, F_{At}, F_{Bx}, F_{By}, F_{Cn}, F_{Ct}, F_{Dx}, F_{Dy}, F_{L45}, F_{Ex}, F_{Ey}, F_{L56}, F_{Hx}, F_{Hy}, F_{L67}, F_{Ix}, F_{Iy}, F_{L78}, F_{Jx}, F_{Jy}, F_{L89}, F_{Kx}, F_{Ky}, F_{L9b}, F_{bx}, F_{by}, a_{2T}, \alpha_2, a_{3T}, \alpha_3, a_{4T}, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}\}$$

Počet neznámých parametrov: 37

Počet použiteľných rovníc: 27

Zo statického rozboru je vidieť, že počet neznámých parametrov je vyšší ako počet použiteľných rovníc. Preto je potrebné k riešeniu pridať doplnkové rovnice, aby bola úloha riešiteľná.

Doplnkové rovnice:

$$a_{2T} = \alpha_2 \cdot R_2$$

$$a_{3T} = \alpha_3 \cdot R_3$$

$$a_{4T} = a_{2T}$$

$$a_{4T} = a_{3T}$$

$$a_{4T} = \alpha_5 \cdot R_5$$

$$\alpha_5 \cdot R_5 = \alpha_6 \cdot R_6$$

$$\alpha_6 \cdot R_6 = \alpha_7 \cdot R_7$$

$$\alpha_7 \cdot R_7 = \alpha_8 \cdot R_8$$

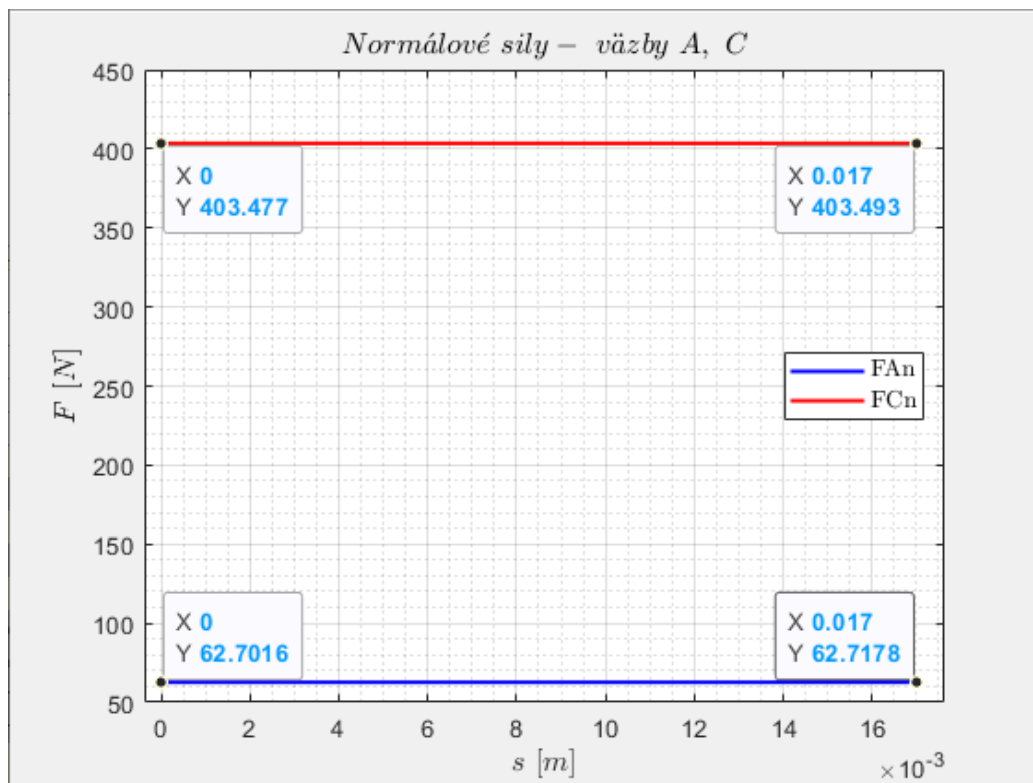
$$\alpha_8 \cdot R_8 = \alpha_9 \cdot R_9$$

$$\alpha_9 \cdot R_9 = \alpha_{10} \cdot R_{10}$$

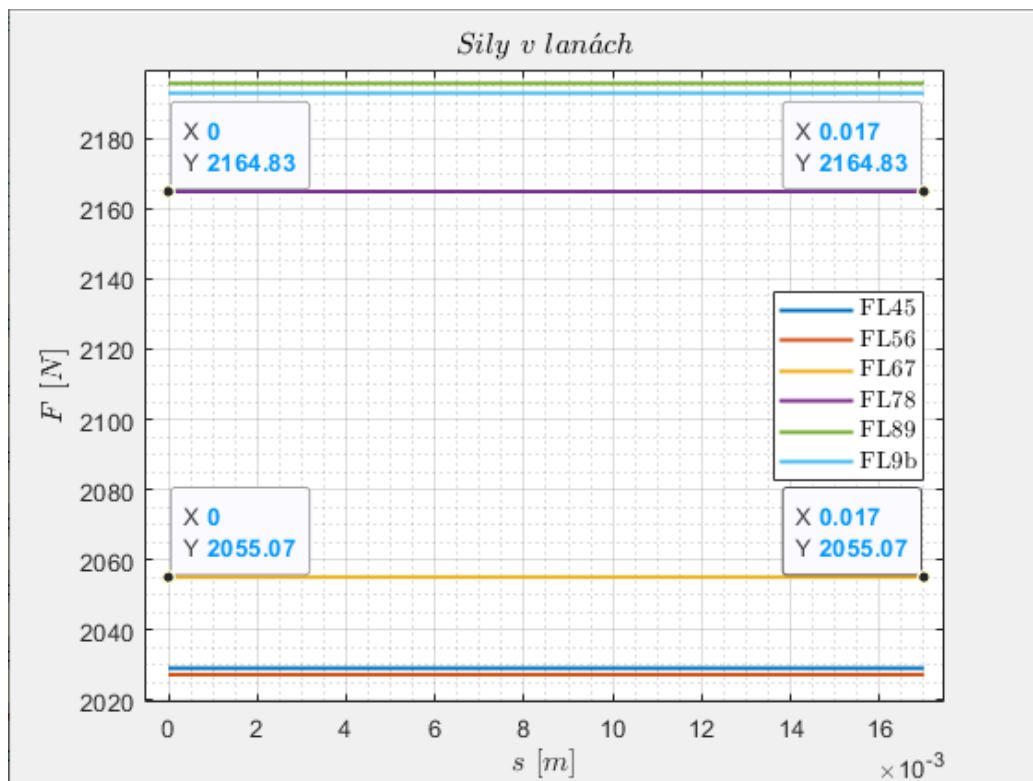
9.5. Výsledky

Označenie	Zrýchlenie [$^{\circ}/s^2$]
a_{2T}	5,16
α_2	219,7
a_{3T}	5,16
α_3	219,7
a_{4T}	5,16
α_5	93,9
α_6	93,9
α_7	79,4
α_8	93,9
α_9	93,9
α_{10}	51,6

Tabuľka 9.2: Výsledky zrýchlení telies



Obr. 9.10: Normálové sily F_{An} a F_{Cn}



Obr. 9.11: Sily v lanách

9.5. VÝSLEDKY

Z výsledkov pre dynamickú analýzu, kedy sa vozík nachádza vo fáze pohybu rozbiehania sa smerom nahor spolu s nákladom vidíme veľkosti zrýchlení jednotlivých telies v tab. 9.2. Veľkosti zrýchlení ťažísk telies, ktoré konajú translačný pohyb sú rovnaké. Je taktiež vidieť, že telesá konajúce rotačný pohyb, ktoré majú rovnaký polomer sa zrýchľujú rovnako. Graf na obr. 9.10 znázorňuje veľkosť normálových síl pôsobiacich na kolesá. Ako aj v predošlých kapitolách, veľkosti sú opäť delené dvomi. Sily v lanách na obr. 9.11 opäť nevykazujú výrazné zmeny veľkosti medzi počiatočnou a koncovou polohou vozíka vo fáze rozbehu. Avšak veľkostné rozdiely síl v lanách sú zapríčinené trením v čapoch.

9.5.1. Kontrola funkčnosti väzieb

NP	Min. veľkosť [N]	Max. veľkosť [N]	Podmienka funkčnosti
F_{An}	206	206	$F_n > 0$
F_{At}	5,3	5,3	<i>vždy funkčná</i>
F_{Bx}	6,3	6,3	<i>vždy funkčná</i>
F_{By}	-205,5	-205,5	<i>vždy funkčná</i>
F_{Cn}	726,4	726,4	$F_n > 0$
F_{Ct}	18	18	<i>vždy funkčná</i>
F_{Dx}	19	19	<i>vždy funkčná</i>
F_{Dy}	-725,9	-725,9	<i>vždy funkčná</i>
F_{L45}	2 029,2	2 029,2	$F_l > 0$
F_{Ex}	-142,8	-142,9	<i>vždy funkčná</i>
F_{Ey}	127	127,4	<i>vždy funkčná</i>
F_{L56}	2 027,3	2 027,3	$F_l > 0$
F_{Hx}	-654,9	-654,9	<i>vždy funkčná</i>
F_{Hy}	1 312,9	1 312,9	<i>vždy funkčná</i>
F_{L67}	2 055,1	2 055,1	$F_l > 0$
F_{Ix}	4 206,9	4 206,9	<i>vždy funkčná</i>
F_{Iy}	333,5	333,5	<i>vždy funkčná</i>
F_{L78}	2 164,8	2 164,8	$F_l > 0$
F_{Jx}	-648,6	-648,6	<i>vždy funkčná</i>
F_{Jy}	1 426,5	1 426,5	<i>vždy funkčná</i>
F_{L89}	2 195,6	2 195,6	$F_l > 0$
F_{Kx}	-193,9	-193,9	<i>vždy funkčná</i>
F_{Ky}	161,9	161,9	<i>vždy funkčná</i>
F_{L9b}	2 192,8	2 192,8	$F_l > 0$
F_{bx}	-2137,9	-2 137,9	<i>vždy funkčná</i>
F_{by}	41,2	41,2	$F_l > 0$

Tabuľka 9.3: Kontrola funkčnosti väzieb

10. Dynamická analýza - smer dole

10.1. Určenie hnacieho momentu

Pre rozbeh vozíka smerom dole bolo uvažované rovnaké zrýchlenie, ako pri rozbehu vozíka smerom nahor. Pre tento stav bol moment určený experimentálne.

10.2. Kinematický rozbor

Označenie väzby	Typ väzby	Odoberané stupne voľnosti
A	valenie	2
B	rotácia	2
C	valenie	2
D	rotácia	2
I	rotácia	2
J	rotácia	2
K	rotácia	2
b	rotácia	2
L47	lano	1
L78	lano	1
L89	lano	1
L9b	lano	1

Tabuľka 10.1: Charakterizácia väzieb

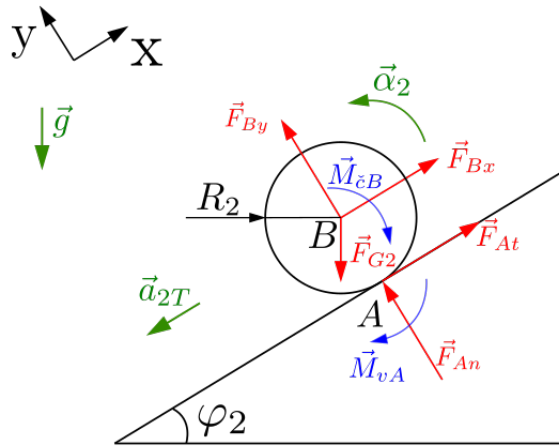
$$i = (n - 1) \cdot i_v - \left(\sum_{i=1}^n \zeta_i - \eta \right) - k \cdot \delta$$

$$i = (8 - 1) \cdot 3 - (8 \cdot 2 + 4 \cdot 1) - 0 = 1^{\circ}v$$

10.3. Uvoľnenie telies a rovnice rovnováhy

Uvoľnené telesá sú zakreslené na obrázkoch obr. 10.1 až obr. 10.7.

Teleso 2 (koleso)



Obr. 10.1: Uvoľnenie telesa 2

Pohybové rovnice:

$$\sum F_x = -m_2 \cdot a_{2T} : F_{Bx} + F_{At} - F_{G2} \cdot \sin \varphi_2 = -m_2 \cdot a_{2T}$$

$$\sum F_y = 0 : F_{By} + F_{An} - F_{G2} \cdot \cos \varphi_2 = 0$$

$$\sum M_{zB} = I_2 \cdot \alpha_2 : F_{At} \cdot R_2 - M_{cB} - M_{vA} = I_2 \cdot \alpha_2$$

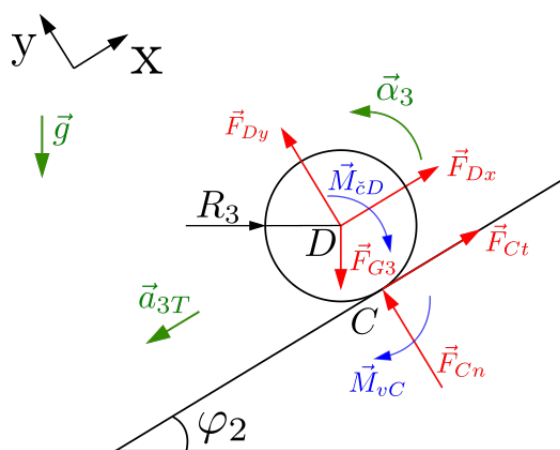
Stykové závislosti:

- $M_{cB} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \cdot r_{cB} \cdot f_{cB} ; M_{vA} = F_{An} \cdot e_A$

Kontrola valenia:

- $F_{At} < F_{AT} = F_{An} \cdot f_A$

Teleso 3 (koleso)



Obr. 10.2: Uvoľnenie telesa 3

Pohybové rovnice:

$$\sum F_x = -m_3 \cdot a_{3T} : F_{Dx} + F_{Ct} - F_{G3} \cdot \sin \varphi_2 = -m_3 \cdot a_{3T}$$

$$\sum F_y = 0 : F_{Dy} + F_{Cn} - F_{G3} \cdot \cos \varphi_2 = 0$$

$$\sum M_{zD} = I_3 \cdot \alpha_3 : F_{Ct} \cdot R_3 - M_{eD} - M_{vC} = I_3 \cdot \alpha_3$$

Stykové závislosti:

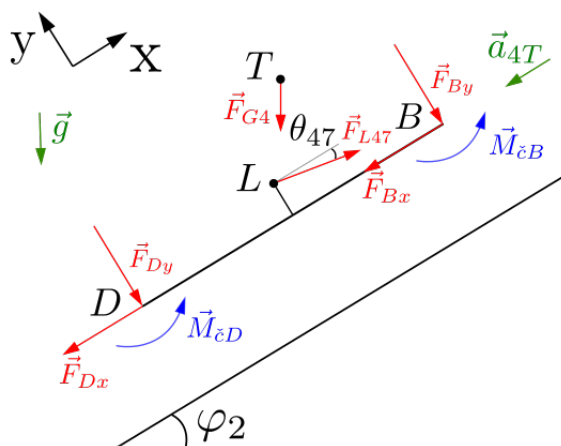
- $M_{eD} = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} \cdot r_{eD} \cdot f_{eD}$; $M_{vC} = F_{Cn} \cdot e_C$

Kontrola valenia:

- $F_{Ct} < F_{CT} = F_{Cn} \cdot f_C$

10.3. UVOĽNENIE TELIES A ROVNICE ROVNOVÁHY

Teleso 4 (vozík + náklad)



Obr. 10.3: Uvoľnenie telesa 4

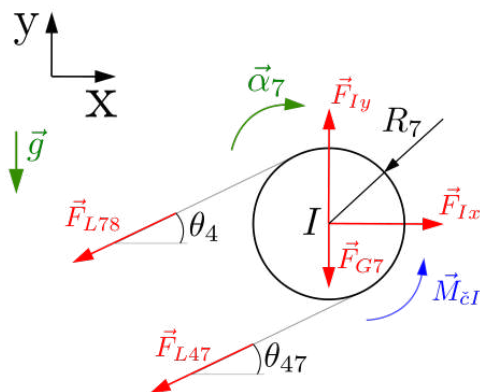
Pohybové rovnice:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= -m_4 \cdot a_{4T} : F_{L47} \cdot \cos \theta_{47} - F_{Bx} - F_{Dx} - F_{G4} \cdot \sin \varphi_2 = -m_4 \cdot a_{4T} \\ \sum F_y &= 0 : -F_{L47} \cdot \sin \theta_{47} - F_{By} - F_{Dy} - F_{G4} \cdot \cos \varphi_2 = 0 \\ \sum M_{zD} &= 0 : M_{cB} + M_{cD} + F_{G4} \cdot \sin \varphi_2 \cdot y_{TD} - F_{G4} \cdot \cos \varphi_2 \cdot x_{TD} - F_{L47} \cdot \cos \theta_{47} \cdot (0.05 - \frac{R_2}{2}) - \\ &- F_{L47} \cdot \sin \theta_{47} \cdot (\frac{L_{KO}}{2}) - F_{By} \cdot L_{KO} = 0 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cB} = \sqrt{F_{Bx}^2 + F_{By}^2} \cdot r_{cB} \cdot f_{cB}$; $M_{cD} = \sqrt{F_{Dx}^2 + F_{Dy}^2} \cdot r_{cD} \cdot f_{cD}$

Teleso 7 (hlavová kladka)



Obr. 10.4: Uvoľnenie telesa 7

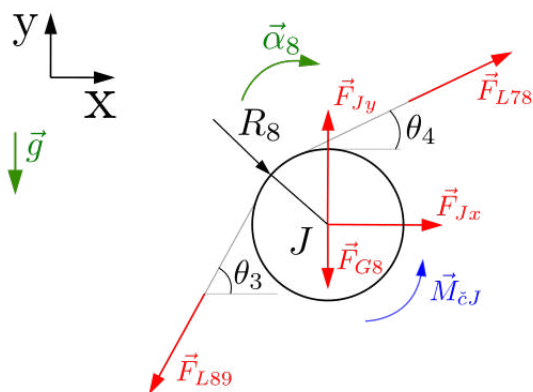
Pohybové rovnice:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 : F_{Ix} - F_{L47} \cdot \cos \theta_{47} - F_{L78} \cdot \cos \theta_4 = 0 \\ \sum F_y &= 0 : F_{Iy} - F_{L47} \cdot \sin \theta_{47} - F_{L78} \cdot \sin \theta_4 - F_{G7} = 0 \\ \sum M_{zI} &= I_7 \cdot \alpha_7 : F_{L47} \cdot R_7 - F_{L78} \cdot R_7 - M_{cI} = I_7 \cdot \alpha_7 \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cI} = \sqrt{F_{Ix}^2 + F_{Iy}^2} \cdot r_{cI} \cdot f_{cI}$

Teleso 8 (vrchná kladka kolena)



Obr. 10.5: Uvoľnenie telesa 8

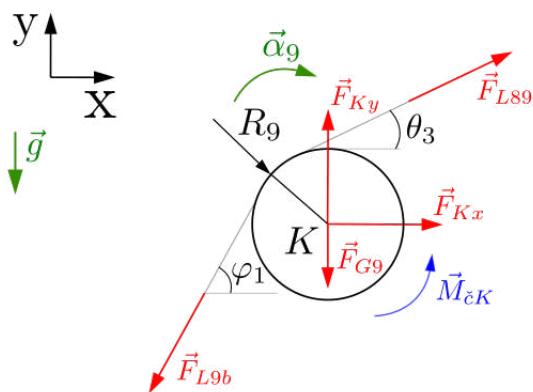
Pohybové rovnice:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &: F_{Jx} + F_{L78} \cdot \cos \theta_4 - F_{L89} \cdot \cos \theta_3 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{Jy} + F_{L78} \cdot \sin \theta_4 - F_{L89} \cdot \sin \theta_3 - F_{G8} = 0 \\ \sum M_{zJ} = I_8 \cdot \alpha_8 &: F_{L78} \cdot R_8 - F_{L89} \cdot R_8 - M_{cJ} = I_8 \cdot \alpha_8\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cJ} = \sqrt{F_{Jx}^2 + F_{Jy}^2} \cdot r_{cJ} \cdot f_{cJ}$

Teleso 9 (spodná kladka kolena)



Obr. 10.6: Uvoľnenie telesa 9

Pohybové rovnice:

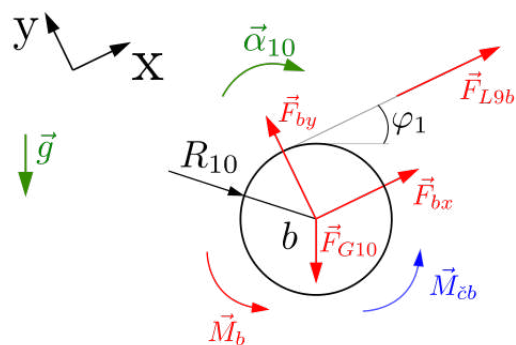
$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &: F_{Kx} + F_{L89} \cdot \cos \theta_3 - F_{L9b} \cdot \cos \varphi_1 = 0 \\ \sum F_y = 0 &: F_{Ky} + F_{L89} \cdot \sin \theta_3 - F_{L9b} \cdot \sin \varphi_1 - F_{G9} = 0 \\ \sum M_{zK} = I_9 \cdot \alpha_9 &: F_{L89} \cdot R_9 - F_{L9b} \cdot R_9 - M_{cK} = I_9 \cdot \alpha_9\end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cK} = \sqrt{F_{Kx}^2 + F_{Ky}^2} \cdot r_{cK} \cdot f_{cK}$

10.3. UVOĽNENIE TELIES A ROVNICE ROVNOVÁHY

Teleso 10 (navíjací bubon)



Obr. 10.7: Uvoľnenie telesa 10

Pohybové rovnice:

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 : F_{bx} + F_{L9b} - F_{G10} \cdot \sin \varphi_1 &= 0 \\ \sum F_y = 0 : F_{by} - F_{G10} \cdot \cos \varphi_1 &= 0 \\ \sum M_{zK} = I_{10} \cdot \alpha_{10} : M + F_{L9b} \cdot R_{10} - M_{cb} &= I_{10} \cdot \alpha_{10} \end{aligned}$$

Stykové závislosti:

- $M_{cb} = \sqrt{F_{bx}^2 + F_{by}^2} \cdot r_{cb} \cdot f_{cb}$

10.4. Statický rozbor

$$NP = \{F_{An}, F_{At}, F_{Bx}, F_{By}, F_{Cn}, F_{Ct}, F_{Dx}, F_{Dy}, F_{L47}, F_{Ix}, F_{Iy}, F_{L78}, F_{Jx}, F_{Jy}, F_{L89}, F_{Kx}, F_{Ky}, F_{L9b}, F_{bx}, F_{by}, a_{2T}, \alpha_2, a_{3T}, \alpha_3, a_{4T}, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}\}$$

Počet neznámých parametrov: 29

Počet použiteľných rovníc: 21

Z výsledkov statického rozboru vieme, že počet neznámých parametrov je vyšší ako počet použiteľných rovníc. Preto je potrebné k riešeniu pridať doplnkové rovnice, aby bola úloha riešiteľná.

Doplnkové rovnice:

$$a_{2T} = \alpha_2 \cdot R_2$$

$$a_{3T} = \alpha_3 \cdot R_3$$

$$a_{4T} = a_{2T}$$

$$a_{4T} = a_{3T}$$

$$a_{4T} = \alpha_7 \cdot R_7$$

$$\alpha_7 \cdot R_7 = \alpha_8 \cdot R_8$$

$$\alpha_8 \cdot R_8 = \alpha_9 \cdot R_9$$

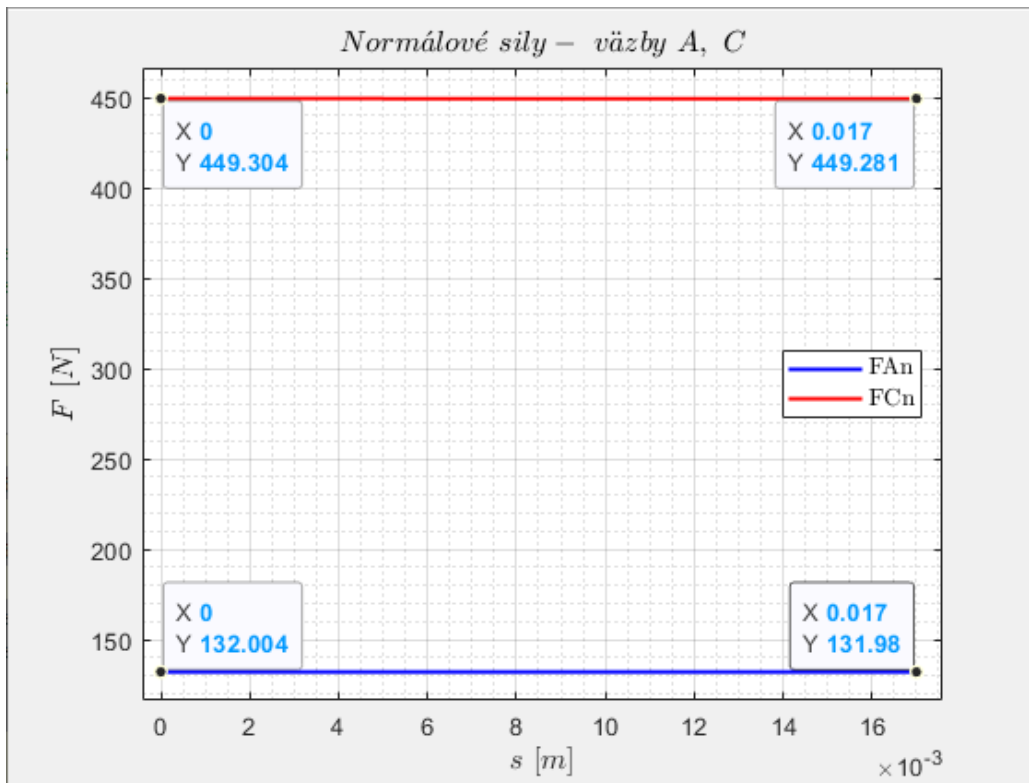
$$\alpha_9 \cdot R_9 = \alpha_{10} \cdot R_{10}$$

10.5. Výsledky

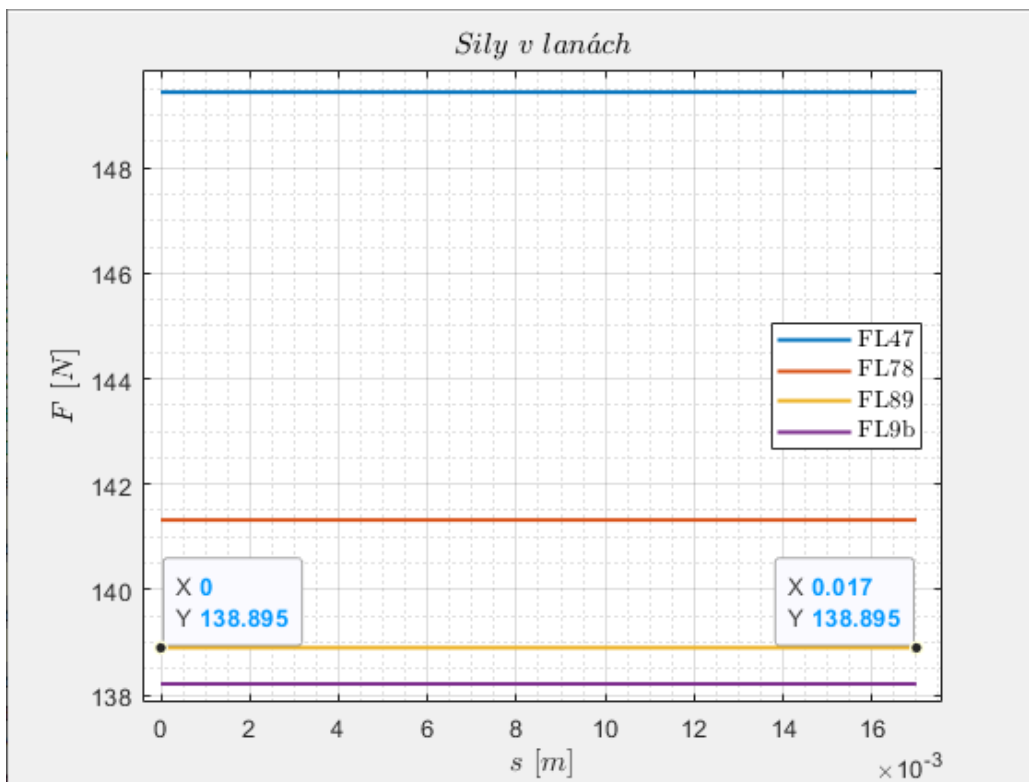
Označenie	Zrýchlenie [$^{\circ}/s^2$]
a_{2T}	5,16
α_2	219,7
a_{3T}	5,16
α_3	219,7
a_{4T}	5,16
α_7	79,4
α_8	93,9
α_9	93,9
α_{10}	51,6

Tabuľka 10.2: Výsledky zrýchlení telies

10.5. VÝSLEDKY



Obr. 10.8: Normálové sily F_{An} a F_{Cn}



Obr. 10.9: Sily v lanách

V tabuľke 10.2 sú uvedené výsledné hodnoty zrýchlení jednotlivých telies. Zrýchlenia sa zhodujú so zrýchleniami pre rozbeh smerom hore, pretože vo fáze rozbehu smerom dole bolo uvažované rovnaké zrýchlenie ťažiska vozíka s nákladom. Podľa tohto zrýchlenia bol zistený moment na navíjacom bubne uvedený v tab. 10.4. Zmeny veľkosti normálových síl (obr. 10.8) a síl v lanách (obr. 10.9) v porovnaní na začiatku pohybu a na konci pohybu sú opäť nepatrné.

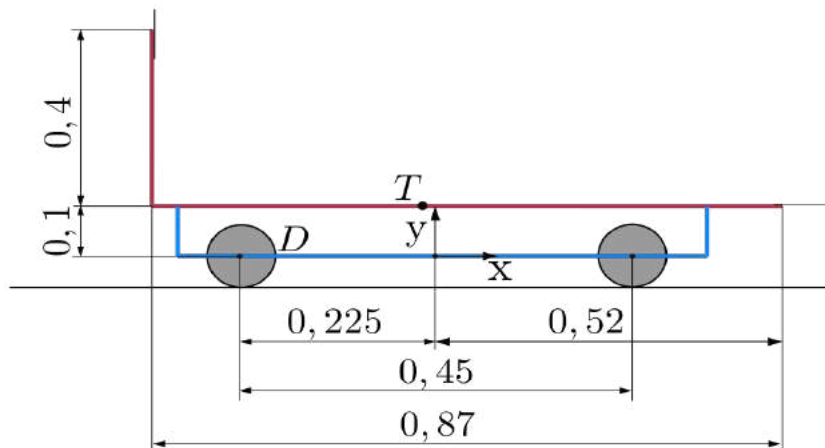
10.5.1. Kontrola funkčnosti väzieb

NP	Min. veľkosť [N]	Max. veľkosť [N]	Podmienka funkčnosti
F_{An}	328,7	328,7	$F_n > 0$
F_{At}	7,9	7,9	vždy funkčná
F_{Bx}	-7,8	-7,8	vždy funkčná
F_{By}	-328,1	-328,1	vždy funkčná
F_{Cn}	833,9	833,9	$F_n > 0$
F_{Ct}	19,6	19,6	vždy funkčná
F_{Dx}	-19,5	-19,5	vždy funkčná
F_{Dy}	-833,3	-833,3	vždy funkčná
F_{L47}	149,4	149,4	$F_l > 0$
F_{Ix}	290,3	290,3	vždy funkčná
F_{Iy}	17,6	17,7	vždy funkčná
F_{L78}	141,3	141,3	$F_l > 0$
F_{Jx}	-45,4	-45,4	vždy funkčná
F_{Jy}	91,7	91,7	vždy funkčná
F_{L89}	138,9	138,9	$F_l > 0$
F_{Kx}	-12,5	-12,6	vždy funkčná
F_{Ky}	11,7	11,7	vždy funkčná
F_{L9b}	138,2	138,2	$F_l > 0$
F_{bx}	-83,3	-83,8	$F_l > 0$
F_{by}	41,2	41,2	$F_l > 0$

Tabuľka 10.3: Kontrola funkčnosti väzieb

10.6. Hnací moment pre prázdny vozík

Pre porovnanie rozdielu veľkosti hnacieho momentu pre rozbeh smerom dole s naloženým vozíkom a prázdny vozíkom sa zaoberá nasledujúca časť úlohy. Ako prvé je potrebné prepočítať polohu ťažiska vozíka bez nákladu (obr. 10.10).



Obr. 10.10: Poloha ťažiska vozíka bez nákladu

$$x_T = \frac{15 \cdot 0,085 - 7 \cdot 0,35 + 12 \cdot 0}{15 + 7 + 12 \cdot 0} = -0,03 \text{ m} ; y_T = \frac{15 \cdot 0,1 + 7 \cdot (0,1 + \frac{0,4}{2}) + 12 \cdot 0}{15 + 7 + 12 \cdot 0} = 0,1 \text{ m}$$

$$x_{TD} = x_T - 0,03 = 0,195 \text{ m} ; y_{TD} = y_T = 0,1 \text{ m}$$

10.6.1. Výsledky

V nasledujúcej tabuľke tab. 10.4 sú zapísané výsledky pre výpočet hnacieho momentu. Z výsledkov vidíme, že najväčší hnací moment je potrebný vo fáze pohybu kedy sa vozík spolu s nákladom rozbieha na spodnej naklonenej rovine smerom hore. Druhý riadok znázorňuje potrebný moment k spúšťaniu naloženého vozíka smerom dole, pričom bolo uvažované rovnaké zrýchlenie ako pri rozbehu smerom hore. Záporné znamienko pri hodnote momentu značí opačný smer pôsobenia ako je kladný smer uvoľnenia pre uhlové zrýchlenia. V poslednom riadku tabuľky sú zapísané hodnoty pre rozbeh vozíka smerom dole ale s rozdielom, že vozík sa pohybuje bez nákladu. Pri uvažovaní rovnakého zrýchlenia ako v predošlých dvoch prípadoch vidíme, že k brzdeniu vozíka je potrebný ešte menší moment. Záporné znamienko opäť značí opačný smer orientácie momentu voči kladnému smeru uhlového zrýchlenia navijacieho bubna.

$M_b [N\ m]$	$a_{4T} [m\ s^{-2}]$	$t [s]$	$s [m]$
216	5,15	0,08	0,017
-12	5,15	0,08	0,017
-1	5,15	0,08	0,017

Tabuľka 10.4: Porovnanie výsledkov rozbehu

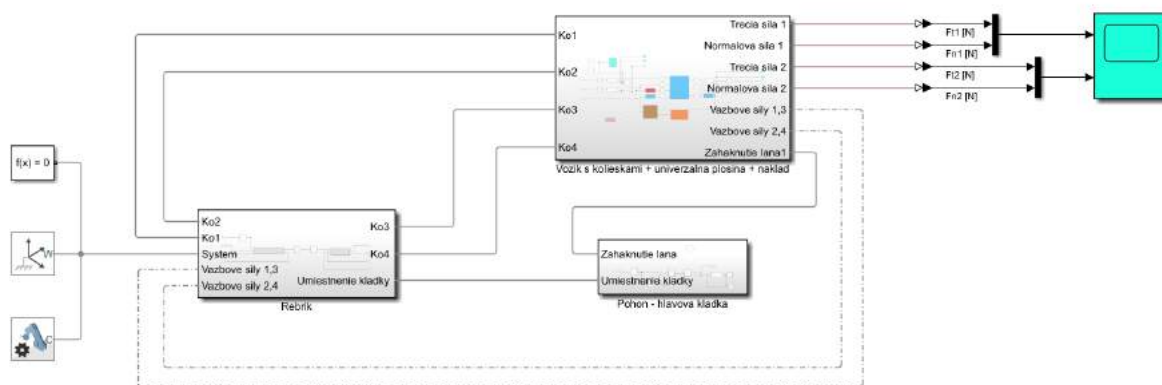
11. Riešenie v Simscape

V predošlých kapitolách boli riešené rôzne pohybové stavy z hľadiska statiky a dynamiky pre pohyb vozíka s nákladom po dvoch naklonených rovinách. Tieto naklonené roviny sú spojené pomocou nastaviteľného kĺbu, ktorý je zobrazený na obrázku obr. 2.4. V riešenej úlohe je tento kĺb nahradený spôsobom, kedy sú naklonené roviny priamo spojené bez uvažovania rádiusu. Pri prechode týmto kĺbom koná vozík spolu s nákladom obecný rovinný pohyb, ktorý je náročný na analytické výpočty a preto je táto situácia názorne modelovaná pomocou softwaru Simscape.

Vozík, univerzálna plošina a náklad sú pevne spojené, akoby tvorili jedno teleso. Kolieska sú spojené s vozíkom pomocou rotačných väzieb. Medzi kolieskami a naklonenými rovinami uvažujeme trenie. Vozík začína v polohe, kedy sa predné kolieska nachádzajú presne v bode, kde sú spojené naklonené roviny. Pohyb pokračuje do doby, kedy sa zadné kolieska nachádzajú v bode spojenia naklonených rovín.

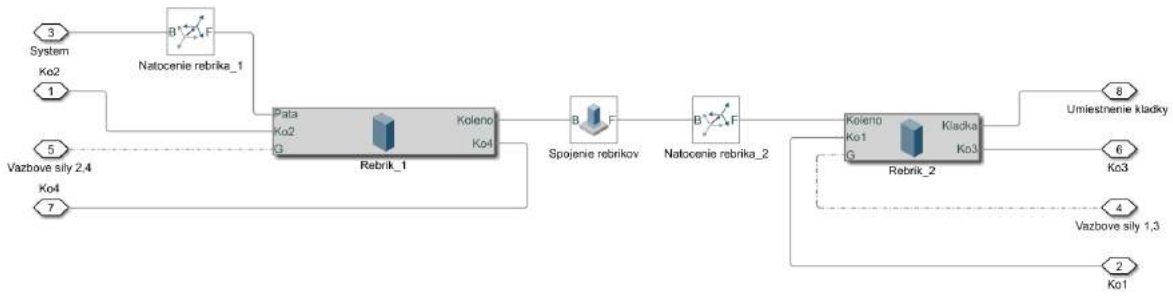
11.1. Model v Simscape

Nasledujúce obrázky zobrazujú konfiguráciu riešenia v Simscape. Systém zobrazený na obrázku obr. 11.1 sa skladá z troch subsystémov, ktoré reprezentujú naklonené roviny po ktorých sa pohybuje vozík a ich natočenie voči globálnemu súradnicovému systému obr. 11.2, kladku cez ktorú je vedené lano ťahajúce vozík s nákladom ako na obr. 11.3 a vozík samotný spolu s univerzálnou plošinou a nákladom a taktiež sú tu zahrnuté všetky potrebné väzby, spájajúce telesá a definujúce pohyb obr. 11.4.

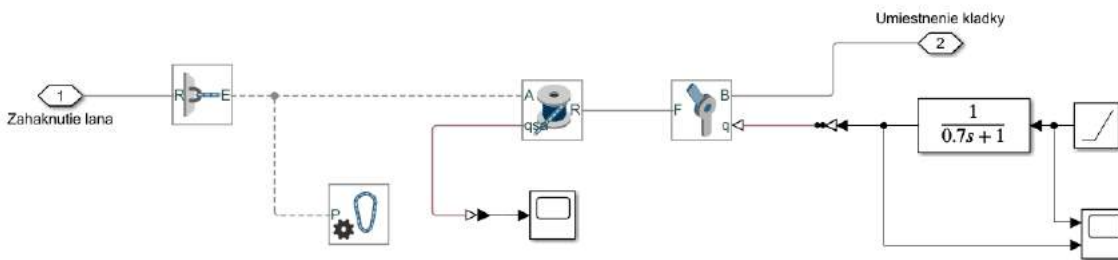


Obr. 11.1: Model celkovej konfigurácie

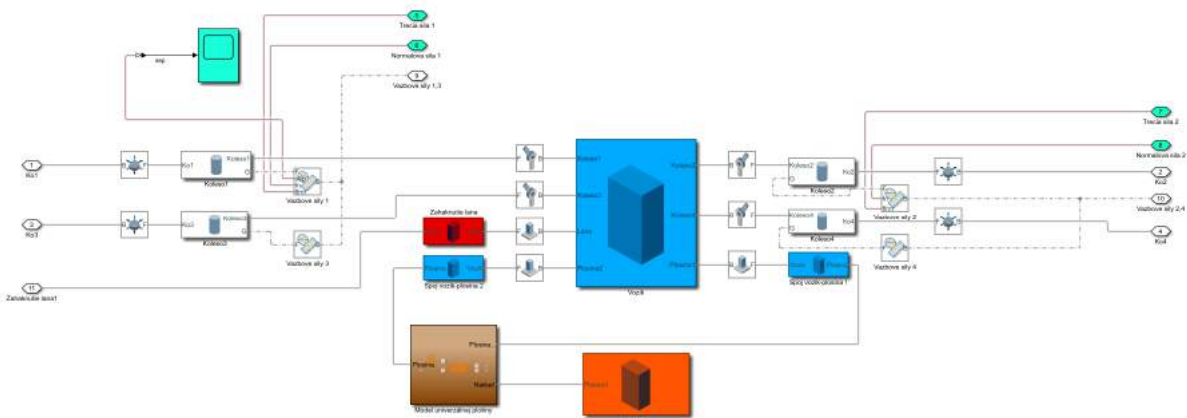
11.1. MODEL V SIMSCAPE



Obr. 11.2: Subsystem naklonených rovín



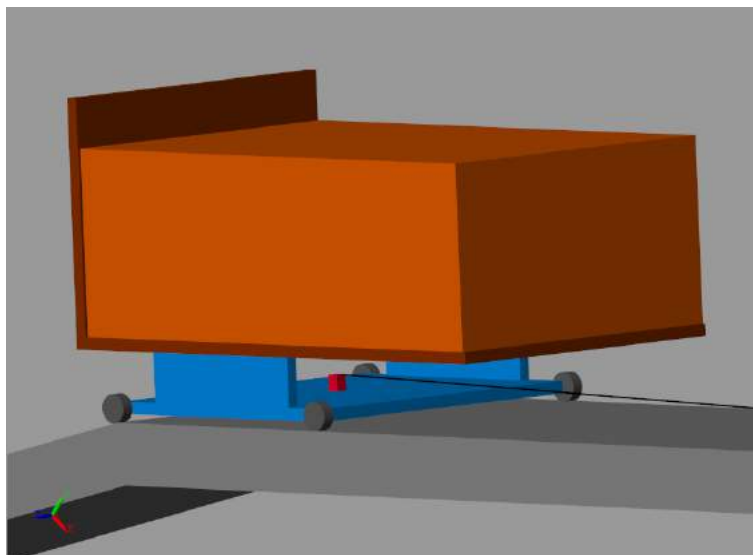
Obr. 11.3: Subsystem hlavovej kladky



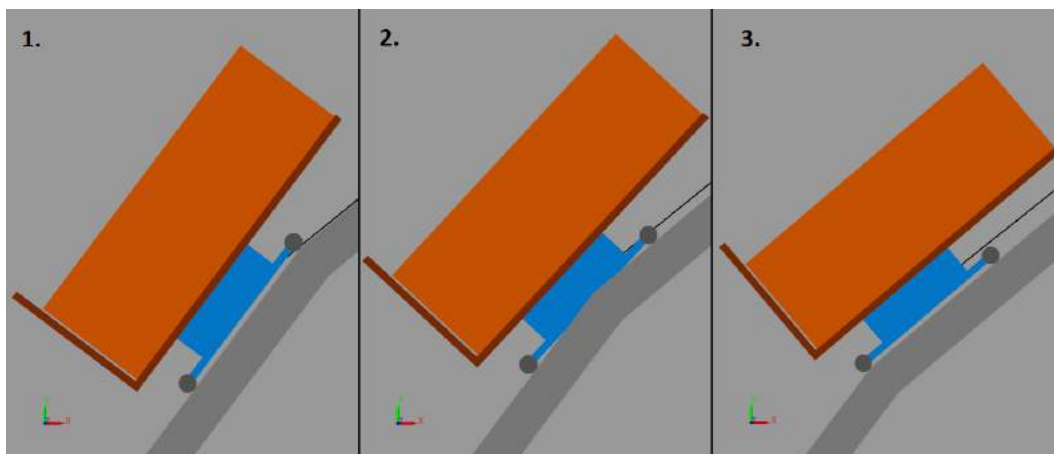
Obr. 11.4: Subsystem vozíka s nákladom

11.2. Vizualizácia

Na obrázku obr. 11.5 je vidieť ako je modelované prichytenie lana o vozík. Obr. 11.6 znázorňuje tri fázy pohybu počas ktorého vozík prechádza úsekom medzi naklonenými rovinami. Pohyb je možné vidieť na videu v prílohe.



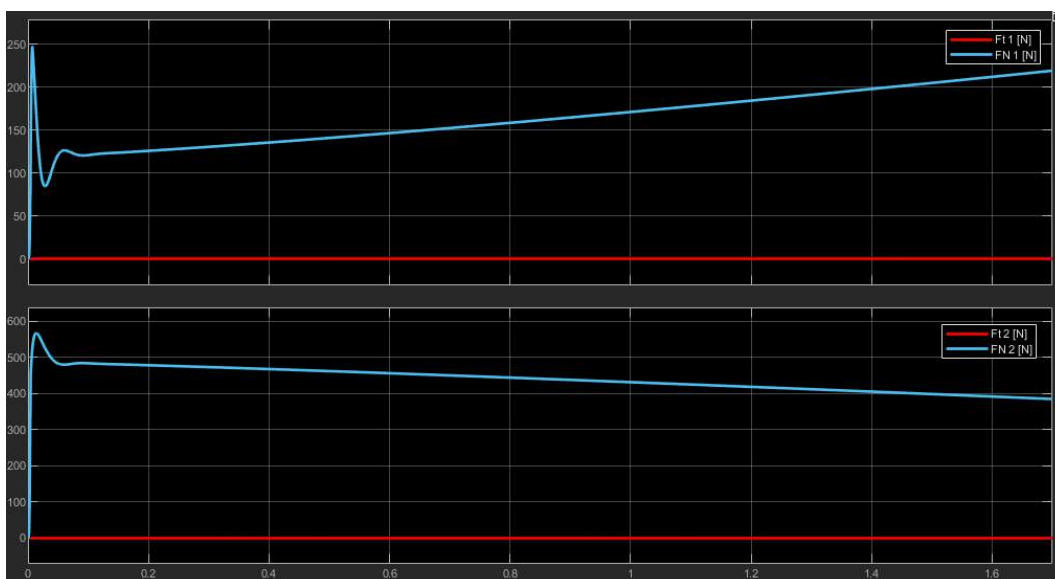
Obr. 11.5: Zaháknutie lana



Obr. 11.6: Znázornenie pohybu

11.3. Výsledky

Výsledkom riešenia pomocou softwaru Simscape sú výstupy znázorňujúce normálové a tečné sily vo valivých väzbách medzi kolesami a naklonenými rovinami. Na obrázku obr. 11.7 sú zobrazené sily s indexom 1, ktoré reprezentujú výsledné silové účinky vo väzbe medzi naklonenou rovinou a predným kolesom a sily s indexom 2, ktoré reprezentujú silové účinky vo väzbe medzi naklonenou rovinou a zadným kolesom. Tečné sily majú veľkosť zanedbateľnú v porovnaní so silami normálovými až sa zdá, že sú nulové avšak v skutočnosti sú nenulové, no blízke nule. Z veľkostí normálových síl je vidno, ako sa váha počas pohybu postupne prenáša zo zadného kolesa na koleso predné, ktoré sa pohybuje po naklonenej rovine s menším uhlom sklonu.



Obr. 11.7: Hodnoty normálových a tečných síl

12. Záver

Úvodná časť bakalárskej práce sa zaoberá výťahmi všeobecne, kde je popísaná stručná história vzniku výťahov a následne základné rozdelenie podľa niektorých kategórií. Ďalšia časť bakalárskej práce je venovaná rešerši strešných rebríkových výťahov, kde sú popísané rôzne konštrukčné diely a ich funkcia. Do tabuľky 2.1 sú zoradené tri rôzne modely výťahov od výrobcu Geda a rozdiely medzi nimi, čo sa týka napríklad výkonu motora, rýchlosti zdvihu, nosnosti, ceny a pod. Na obrázkoch 2.13 a 2.14 sú uvedené maximálne možné hmotnosti bremena pre danú konfiguráciu konštrukcie.

Výpočtová časť práce sa zaoberá mechanickou analýzou strešného rebríkového výťahu, ktorý sa skladá z ôsmich telies pre statickú analýzu a z deviatich telies pre dynamickú analýzu, kde teleso navyše reprezentuje navíjací bubon lana, na ktorom pôsobí hnací moment.

V statickej analýze sú riešené rôzne pohybové stavy sústavy telies. Výťah sa skladá z dvoch spojených naklonených rovín, ktoré sú riešené separátne. Navyše pre obe roviny uvažujeme pohyb vozíka s nákladom konštantnou rýchlosťou smerom hore aj dole. Po uvoľnení väzieb a následnom grafickom znázornení pomocou programu Inkscape boli napísané rovnice rovnováhy. Rovnice boli zapísané do matíc v programe Matlab. Výsledkami sú všetky sily pôsobiace v danej sústave telies. Podstatným zistením je, že pri pohybe vozíka smerom hore konštantnou rýchlosťou po spodnom rebríku leží väčšia váha na zadných kolieskach než na predných. Pri pohybe smerom hore konštantnou rýchlosťou po vrchnej naklonenej rovine sa zväčší normálová sila pôsobiaca na predné kolieska a sily v lanách sú menšie.

Dynamická analýza sa zaoberá pohybovým stavom sústavy telies, kedy na navíjacom bubne pôsobí hnací moment vypočítaný z výrobcom uvedeného výkonu a maximálnej konštantnej rýchlosti zdvihu. V tejto fáze pohybu vozík zrýchľuje. Dynamická analýza bola riešená metódou redukcie, s uvažovaním účinkov pasívnych odporov. Výsledkami sú všetky sily pôsobiace v danej sústave telies a takisto zrýchlenia telies, ktoré konajú translačný pohyb a uhlové zrýchlenia telies, ktoré konajú rotačný pohyb resp. obecný rovinný pohyb. Môžeme si povšimnúť, že sily v lanách počas zrýchľovania smerom hore spolu s nákladom sú podstatne väčšie ako pri pohybe vozíka konštantnou rýchlosťou. To isté platí aj v prípade rozbehu vozíka smerom dole na vrchnej naklonenej rovine.

Počas riešenia boli uvažované parametre a postupy, aby sa výsledok čo najviac priblížil realite.

Literatúra

- [1] FLORIAN, Zdeněk, Emanuel ONDRÁČEK a Karel PŘIKRYL. *Mechanika těles: statika*. Vyd. 7. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3440-0.
- [2] FLORIAN, Zdeněk, Karel PELLANT a Miroslav SUCHÁNEK. *Technická mechanika I-statika*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004.
- [3] HALLIDAY, David, Robert RESNICK a Jearl WALKER. *Fyzika 1*. 2. vydání. Brno: VUTIUM, 2013. ISBN 978-80-214-41231-1.
- [4] JANOVSKEJ, Lubomír a Josef DOLEŽAL. *Výtahy a eskalátory*. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1980.
- [5] MIKULČÁK, Jiří. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro SŠ*. Praha: Prometheus, 2010. ISBN 978-80-7196-345-5.
- [6] SLAVÍK, Jaromír. *Mechanika III - Dynamika*. 2. Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury, 1985.
- [7] Assembly and Operating Manual [online]. Asbach-Bäumenheim, 2010 [cit. 2021-5-21]. Dostupné z: <https://maceindustries.co.uk/downloads/specsheet2-42.pdf>
- [8] KOPAS, Melichar. *Perspektivy prevádzky obežných výtahov v členských krajinách Európskej únie - v ČR a SR* [online]. 2021 [cit. 2021-5-21]. Dostupné z: <https://www.tzb-info.cz/>
- [9] List of moments of inertia. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2021 [cit. 2021-5-21]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_moments_of_inertia
- [10] Simscape Multibody The MathWorks, Inc. [online]. 2021 [cit. 2021-5-21]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/products/simscape-multibody.html>
- [11] Simulink The MathWorks, Inc. [online]. 2021 [cit. 2021-5-21]. Dostupné z: https://www.mathworks.com/help/simulink/index.html?s_tid=srchtitle
- [12] SVP PŮJČOVNA [online]. 2021 [cit. 2021-5-21]. Dostupné z: <http://www.stavebni-vytahy.cz/sikme-vytahy-geda.html>
- [13] What is Matlab The MathWorks, Inc. [online]. 2021 [cit. 2021-5-21]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/discovery/what-is-matlab.html>

13. Zoznam príloh

1. Riesenie.m
2. BPSimscape.slx
3. pohyb1.avi
4. spomalene.avi
5. spomalene2.avi