

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

DEFORMAČNÍ, NAPJATOSTNÍ A PEVNOSTNÍ ANALÝZA RÁMOVÉ KONSTRUKCE

STRAIN, STRESS AND STRENGTH ANALYSIS OF THE FRAME CONSTRUCTION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

JAROSLAV HRUBÝ

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

prof. RNDr. Ing. JAN VRBKA, DrSc.

BRNO 2008

ABSTRAKT

Tato bakalářská práce se zabývá výpočtovým stanovením deformace, napjatosti a určením bezpečnosti obecného rovinného rámu zatíženého vektorovou veličinou tzn. silou F , jež v něm tuto deformaci a napjatost způsobuje. Cílem této práce není osvojení si používání nejmodernějších výpočetních programů ke stanovení této napjatosti a deformace, nýbrž naučit se prakticky využívat základních výpočtových metod obecné pružnosti a pevnosti a získání praktických zkušeností osvojením si těchto výpočtových metod.

KLÍČOVÁ SLOVA

Deformace, Napjatost, Energie, Moment, Pevnostní kontrola, Statická rovnováha, Řez, Rovinný rám, Síla

ABSTRACT

This work deals with the stress and strain calculation as well as with the safety evaluation at the plane (2-D) frame loaded by the individual force F . The aim of this work is not acquiring the use of cutting-edge computer programs to determine the stress and deformation, but to learn how to use practically the basic calculation methods being taught at the subject Strength of materials to get practical experience with the application of these calculation methods.

KEYWORDS

Strain, Stress, Energy, Moment, Strength analysis, Static balance, Profile, Plane frame, Force

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

HRUBÝ, J. Deformační, napjatostní a pevnostní analýza rámové konstrukce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 80s. Vedoucí bakalářské práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c.

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci Deformační, napjatostní a pevnostní analýza a pevnostní analýza rámové konstrukce vypracoval samostatně pod vedením prof. RNDr. Ing. Jana Vrbky, DrSc. dr. h. c. a uvedl v seznamu literatury všechny použité literární a odborné zdroje.

V Brně dne 20. Května 2008

vlastnoruční podpis autora

PODĚKOVÁNÍ

V tomto odstavci bych chtěl především poděkovat vedoucímu mé bakalářské práce panu prof. RNDr. Ing. Janu Vrbkovi, DrSc. dr. h. c. za velmi cenné rady a připomínky, které mi udělil a také za jeho ochotu a obětavost. Dále bych poděkoval za cenné rady panu Doc. Ing. Miroslavu Suchánkovi, CSC a také soudnímu znalci Ing. Dušanu Hasoňovi.

OBSAH

ÚVOD.....	11
1. ŘEŠENÝ PROBLÉM.....	12
NÁSTIN PROBLÉMU.....	13
2. VÝPOČET PŮSOBÍCÍCH SIL A URČENÍ PODMÍNEK SPOJITOSTI DEFORMACÍ.....	14
VÝPOČET NÁRAZOVÉ SÍLY F.....	14
PRŮŘEZOVÉ CHARAKTERISTIKY RÁMU.....	14
VOLBA SOUŘADNÉHO SYSTÉMU, STANOVENÍ STYKOVÝCH SIL A SESTAVENÍ DEFORMAČNÍCH PODMÍNEK.....	15
VOLBA SOUŘADNÉHO SYSTÉMU.....	16
SESTAVENÍ ROVNIC PRO VÝPOČET STYKOVÝCH SIL.....	17
ÚPLNÉ UVOLNĚNÍ RÁMU.....	18
ČÁSTEČNÉ UVOLNĚNÍ RÁMU NA ÚROVEŇ ÚLOHY STATICKY URČITÉ.....	19
3. STANOVENÍ VÝSLEDNÝCH SILOVÝCH ÚČINKŮ V ÚSECÍCH RÁMU NA ZÁKLADĚ ROVNIC ROVNOVÁHY UVOLNĚNÝCH PRVKŮ.....	20
ÚSEK PRVNÍ (x1).....	20
ÚSEK DRUHÝ (x2).....	21
ÚSEK TŘETÍ (x3).....	22
ÚSEK ČTVRTÝ (x4).....	23
ÚSEK PÁTÝ (x5).....	24
ÚSEK ŠESTÝ (x6).....	25
ÚSEK SEDMÝ (x7).....	26
ÚSEK OSMÝ (x8).....	27
ÚSEK DEVÁTÝ (x9).....	28
ÚSEK DESÁTÝ (x10).....	29
ÚSEK JEDENÁCTÝ (x11).....	30
ÚSEK DVANÁCTÝ (x12).....	31
ÚSEK TŘINÁCTÝ (x13).....	32
ÚSEK ČTRNÁCTÝ (x14).....	33
4. DOSAZENÍ VZTAHŮ PRO OHYBOVÉ MOMENTY DO PODMÍNEK SPOJITOSTI DEFORMACÍ.....	34
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO VODOROVNÝ POSUV V BODĚ C.....	34
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO SVISLÝ POSUV V BODĚ C.....	35
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO NATOČENÍ V BODĚ C.....	36
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO VODOROVNÝ POSUV V BODĚ B.....	37
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO SVISLÝ POSUV V BODĚ B.....	38
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO NATOČENÍ V BODĚ B.....	39
5. INTEGRACE JEDNOTLIVÝCH PODMÍNEK SPOJITOSTI DEFORMACÍ.....	40
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO VODOROVNÝ POSUV V BODĚ C.....	40
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO SVISLÝ POSUV V BODĚ C.....	41
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO NATOČENÍ V BODĚ C.....	42
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO VODOROVNÝ POSUV V BODĚ B.....	43
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO SVISLÝ POSUV V BODĚ B.....	44
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO NATOČENÍ V BODĚ B.....	45
6. DOSAZENÍ MEZÍ DO PODMÍNEK SPOJITOSTI DEFORMACÍ PO INTEGRACI.....	46
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO VODOROVNÝ POSUV V BODĚ C.....	46
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE SVISLÝ POSUV V BODĚ C.....	47
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO NATOČENÍ V BODĚ C.....	48
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO VODOROVNÝ POSUV V BODĚ B.....	49
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO NATOČENÍ V BODĚ B.....	51
7. KONEČNÁ VERZE PODMÍNEK SPOJITOSTI DEFORMACÍ PO ALGEBRAICKÝCH ÚPRAVÁCH.....	52

PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO VODOROVNÝ POSUV V BODĚ C.....	52
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO SVISLÝ POSUV V BODĚ C.....	52
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO NATOČENÍ V BODĚ C.....	52
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO VODOROVNÝ POSUV V BODĚ B.....	52
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO SVISLÝ POSUV V BODĚ B.....	53
PODMÍNKA SPOJITOSTI DEFORMACE PRO NATOČENÍ V BODĚ B.....	53
8. ŘEŠENÍ SOUSTAVY ROVNIC POMOCÍ PROGRAMU MAPLE	54
9. PRŮBĚHY VNITŘNÍCH VÝSLEDNÝCH ÚČINKŮ (VVÚ).....	55
PRŮBĚHY MOMENTŮ.....	55
PRŮBĚHY TEČNÝCH POSOUVAJÍCÍCH SIL.....	62
PRŮBĚHY NORMÁLOVÝCH SIL.....	69
10. PEVNOSTNÍ KONTROLA RÁMOVÉ KONSTRUKCE.....	76
ZÁVĚR.....	77
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ.....	78
SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ.....	79
SEZNAM PŘÍLOH.....	80

ÚVOD

Současnou dobu je možno charakterizovat jako dobu technického rozvoje ve všech oblastech nevyjímaje strojírenství, jehož nedílnou součástí je výroba silničních motorových vozidel a jejich příslušenství.

Vysoké nároky, které jsou kladeny na výrobu, konstrukci, estetiku ale i ekonomiku silničních motorových vozidel jsou často v rozporu a je nutno hledat optimální řešení. Ve snaze o co nejekonomičtější výrobu a provoz je nutno volit materiály lehké a rozměrově nenáročné.

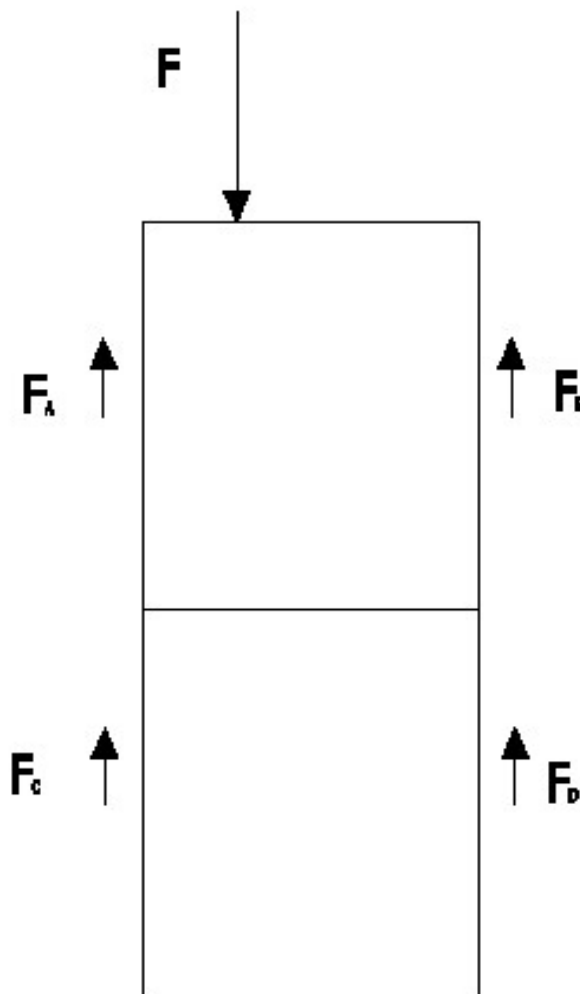
Tyto skutečnosti jsou však v rozporu s požadavky na zabezpečení pasivní bezpečnosti vozidel, jejich životnosti a odolnosti proti mechanickému poškození a hlavně proti působení vnějších nežádoucích sil a dynamických namáhání.

Pro hledání optimálního řešení je nezbytné mimo jiné znát průběhy namáhání, napjatosti a deformací, které vznikají při působení sil na danou soustavu. Ne vždy je možno pro dané řešení vzhledem k časovým podmínkám či materiálnímu vybavení využít pro řešení dané problematiky složitých výpočetních programů a ne vždy je to účelné. Proto jsem se ve své práci zaměřil na možnost aplikace a využití metod prosté pružnosti a pevnosti. Navíc tyto složité výpočetní programy v sobě skrývají použité teoretické principy a předpoklady, bez jejichž znalostí je potom používáme jako „černou skříňku“ bez možnosti jednoduchého ověření. Klasické přístupy prosté Pružnosti a pevnosti neztratily i v této moderní době svůj význam a používají se zejména při prvních přibližných pevnostních návrzích konstrukcí, nebo pro ověření správnosti výpočtů prováděných pomocí sofistikovaných numerických výpočtových metod, zejména Metody konečných prvků.

Vzhledem k výše uvedeným skutečnostem považuji aplikaci metod prosté Pružnosti a pevnosti pro výpočtové stanovení deformace, napjatosti a pevnostní kontroly u jednoduché rámové konstrukce, jako první přibližný krok, k řešení dané problematiky. Podrobnější posouzení, zahrnující zejména dynamické efekty je možné provést následně pomocí Metody konečných prvků.

1. Řešený problém

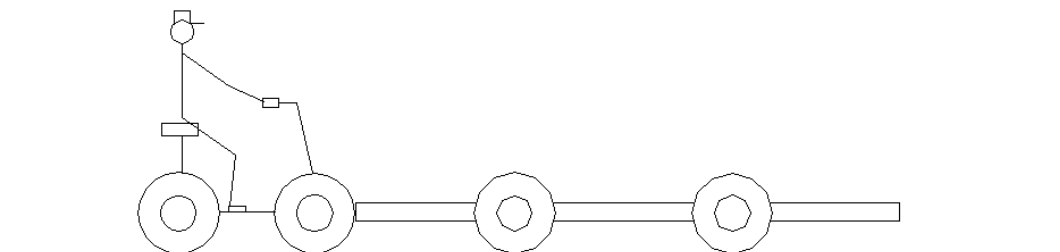
Předložená práce se zabývá napjatostní a pevnostní analýzou dvakrát uzavřeného rovinného rámu, zatíženého silou F způsobenou nárazem tělesa do čelní části rámu, viz. obrázek. Úlohu budeme řešit výpočetně na základě poznatků prosté Pružnosti a pevnosti.



Uzavřený rovinný rám zatížený silou F

Nástin problému

Vycházíme z následující modelové situace: Do zabrzděného vozíku narazí těleso, které zastaví nárazem o čelní stranu rámu. Těleso (např. motocykl) jede rychlostí $v=50$ km/hod a má hmotnost $m=190$ kg. Rychlost tělesa po rázu je 0 m/s. Situace je schematicky znázorněna na následujícím obrázku.



Zadané hodnoty (vstupní):

- rychlost motocyklu $v = 50$ km/h
- hmotnost motocyklu $m = 190$ kg
- doba nárazu $t = 0,1$ s

2. Výpočet působících sil a určení podmínek spojitosti deformací

Výpočet nárazové síly F

Při stanovení velikosti působící síly vyjdeme z Newtonova zákona o změně hybnosti v čase:

$$F = \frac{d(m \cdot v)}{dt} = \frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{m \cdot v - m \cdot 0}{\Delta t} = \frac{m \cdot v}{\Delta t}$$

Kde Δt je doba trvání rázu. Podle ústního sdělení soudního znalce bývá tato doba 0,05-0,1 s. Pro náš výpočet budeme uvažovat hodnotu 0,1s

Po dosazení zadaných hodnot dostáváme

$$F = \frac{190 \cdot 50 \cdot \frac{1000}{3600}}{0,1} = 26,4 \text{ kN}$$

Průřezové charakteristiky rámu

Je nutné si určit z jakého profilu je tento vozík vyroben a určit materiálové a statické charakteristiky tohoto profilu, jež jsou nutné k vlastnímu výpočtu.

tyč průřezu U třídy 11 válcovaná za tepla

materiál tyče 11 523

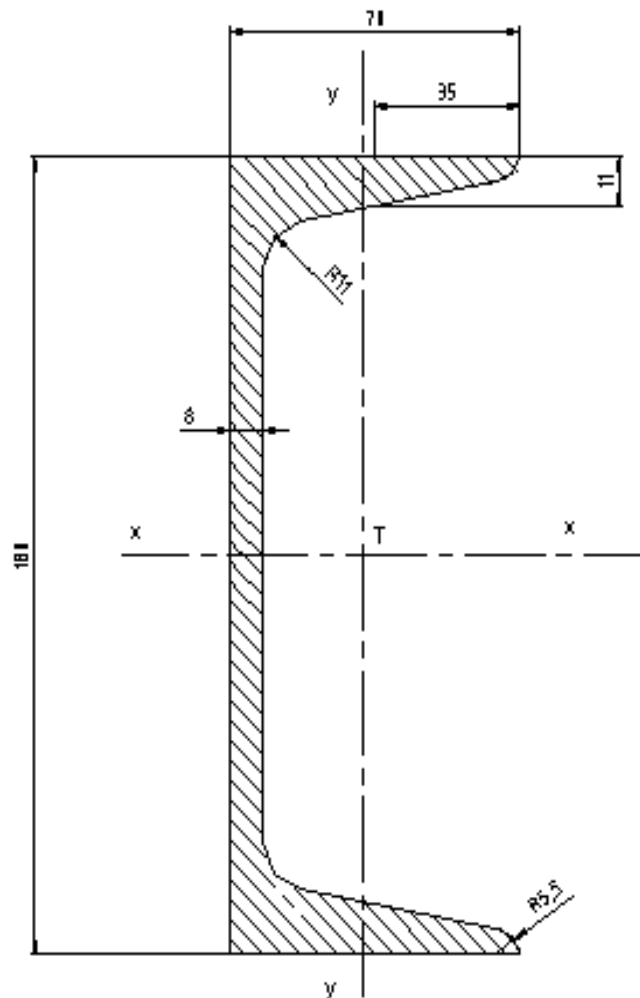
označení U180 s rozměry a statickými vlastnostmi (viz strojnické tabulky):

$$\begin{aligned} b &= 70 \text{ mm} \\ h &= 180 \text{ mm} \\ t_1 &= 8 \text{ mm} \\ t_2 &= 11 \text{ mm} \\ R &= 11 \text{ mm} \\ R_1 &= 5,5 \text{ mm} \end{aligned}$$

- $Re_{\min} = 490 \text{ MPa}$ minimální mez kluzu
- $J_Y = J_O = 114 \text{ cm}^4$ kvadratický moment
- $W_Y = W_O = 22,4 \text{ cm}^3$ průřezový modul v ohybu

- $S = 28 \text{ cm}^4$ plocha průřezu

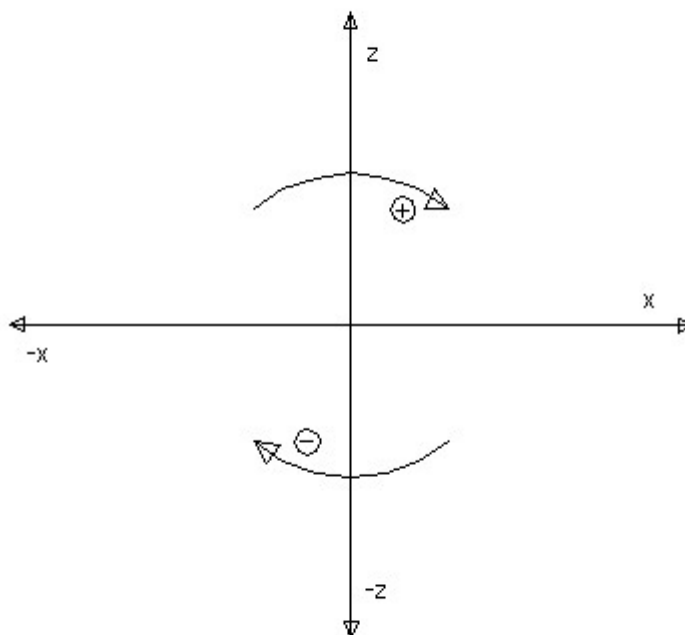
Náčrt:



Volba souřadného systému, stanovení stykových sil a sestavení deformačních podmínek

Nejprve si musíme určit stykové síly F_A , F_B , F_C a F_D od zabrzděných kol. Úlohu přitom zjednodušíme na únosnou míru, jmenovitě na úlohu vnějškově staticky určitou. Tyto síly nám působí ve vazbách, v nichž jsou umístěna kola. Při určování těchto sil budeme vycházet z podmínek statické rovnováhy. V tomto případě využijeme pro výpočet reakcí podmínku momentovou a silovou. Po vypočtení stykových, musíme provést úplné uvolnění rámu a provést statický rozbor, který nám odpoví na otázku, zda a kolikrát je daná úloha vnitřně staticky neurčitá. Poté provedeme částečné uvolnění a sestavíme deformační podmínky, ze kterých poté určíme silové působení, které probíhá uvnitř rámu. Důležité je, abychom si vhodným způsobem zvolili souřadný systém, z něhož po celou dobu výpočtu budeme vycházet. Volba tohoto souřadného systému je zcela libovolná.

Volba souřadného systému

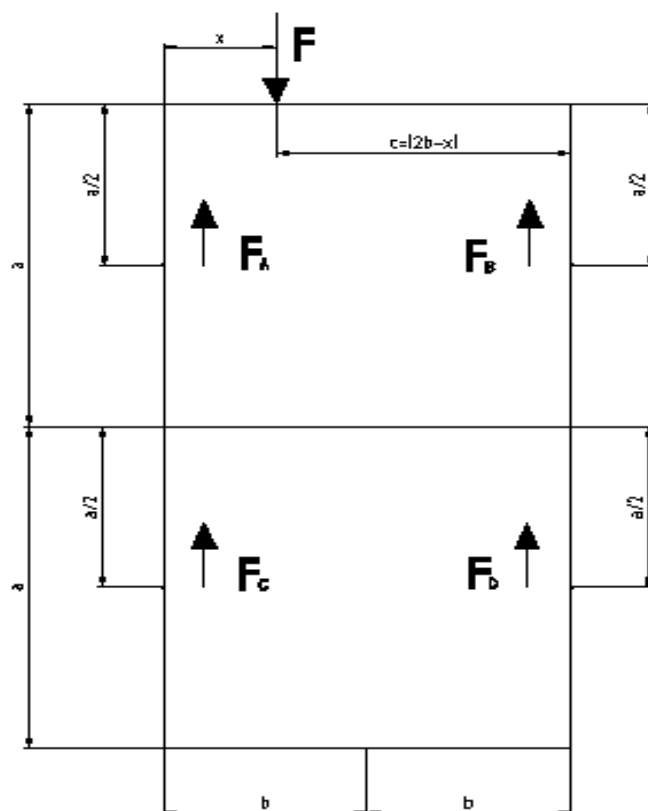


Souřadný systém je volen následujícím způsobem:

- Síly směřující směrem vpravo mají kladný charakter, síly směřující směrem vlevo mají charakter záporný.
- Síly směřující směrem nahoru mají kladný charakter, síly směřující směrem dolů mají charakter záporný.
- Moment směřující ve směru otáčení hodinových ručiček má kladný charakter.
- Moment směřující proti směru otáčení hodinových ručiček má záporný charakter.

Sestavení rovnic pro výpočet stykových sil:

U výpočtu stykových sil vycházíme z předpokladu, že kola na přední a zadní nápravě brzdí stejně tj. $F_A = F_B$ a $F_C = F_D$. Dále také předpokládáme, že stykové síly v kolech působí pouze ve směru vnější síly. Tím byla úloha zjednodušena na úroveň úlohy vnějškově staticky určité a stykové síly v kolech můžeme stanovit z podmínek statické rovnováhy. Jelikož jde o rovinnou soustavu rovnoběžných sil, máme k dispozici dvě podmínky statické rovnováhy.



Z momentové podmínky k bodu A (tj. součet všech momentů ke vztažnému bodu je roven nule) a silové podmínky ve svislém směru plyne:

$$F_B = \frac{1}{2} F \cdot \frac{x}{2b} \quad \text{síla ve vazbě}$$

$$F_A = \frac{1}{2} F \cdot \frac{2b - x}{2b} \quad \text{síla ve vazbě}$$

$$F_D = \frac{1}{2} F \cdot \frac{x}{2b} \quad \text{síla ve vazbě}$$

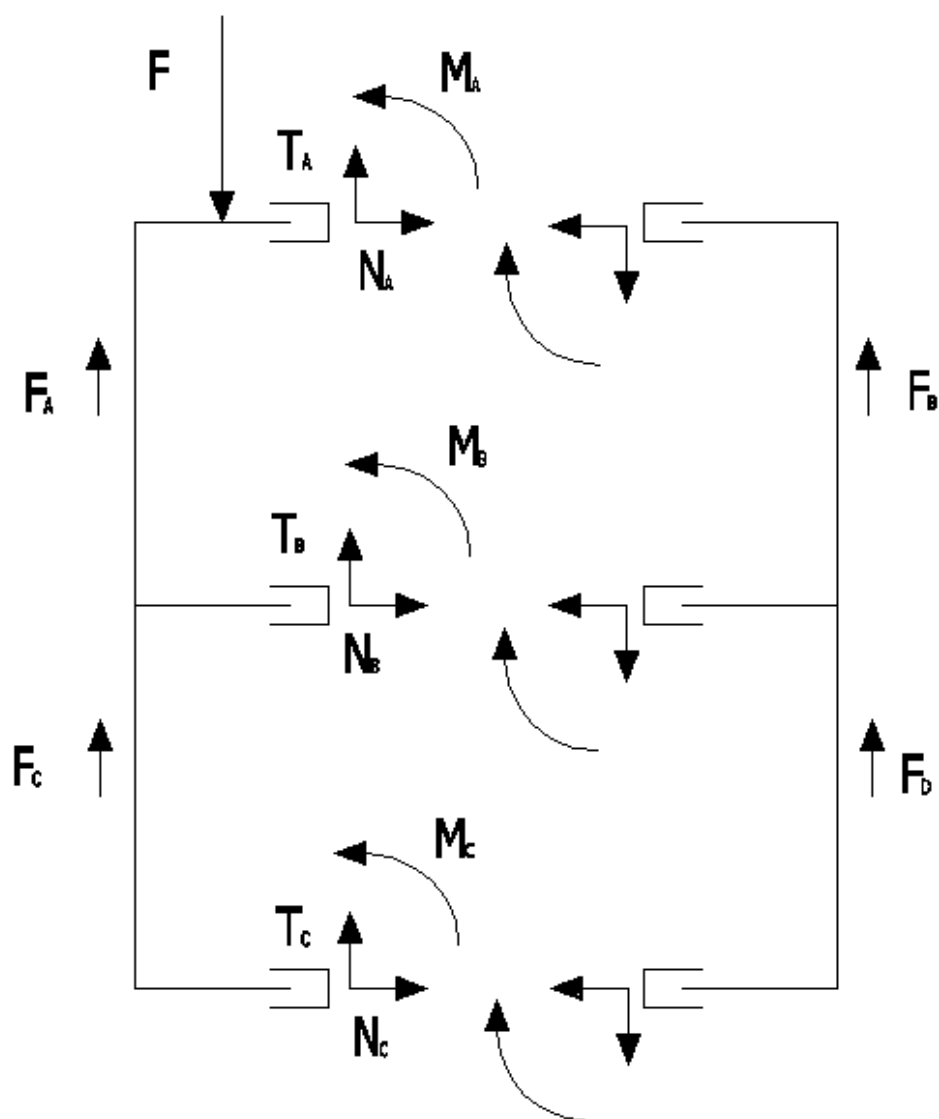
$$F_C = \frac{1}{2} F \cdot \frac{2b - x}{2b} \quad \text{síla ve vazbě}$$

Zkouška platnosti tohoto předpokladu:

$$\frac{1}{2}F \frac{x}{2b} + \frac{1}{2}F \cdot \frac{2b-x}{2b} = \frac{F \cdot x}{4b} + \frac{F \cdot (2b-x)}{4b}$$

$$\frac{F \cdot x + 2Fb - F \cdot x}{4b} = \frac{2b \cdot F}{4b} = \frac{F}{2} \longrightarrow \text{předpoklad je platný}$$

Úplné uvolnění rámu



Statický rozbor:

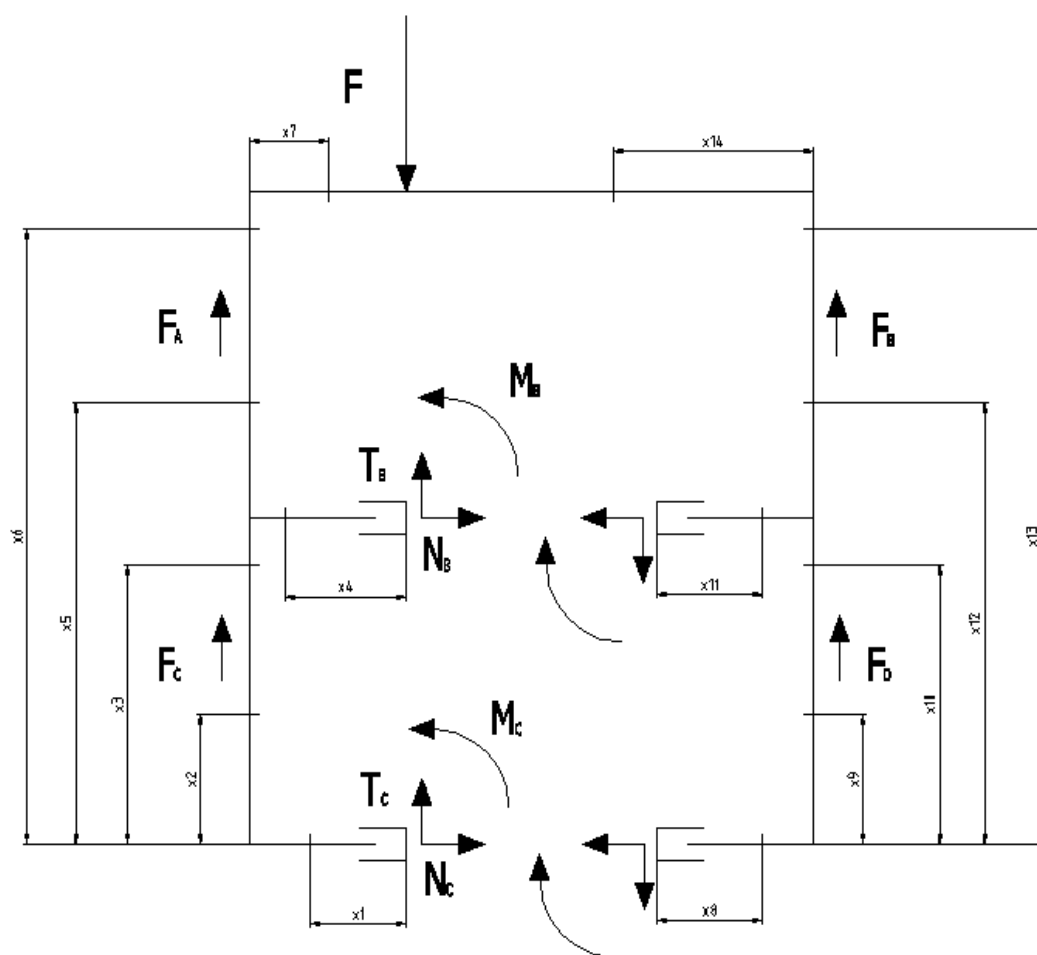
$$\mu = 9$$

$\nu = 3 \dots$ v našem případě se jedná o rovinnou úlohu

$$s = \mu - \nu = 9 - 3 = 6$$

Ze statického rozboru plyne, že tato úloha je 6x staticky neurčitá.

Částečné uvolnění rámu na úroveň úlohy staticky určité

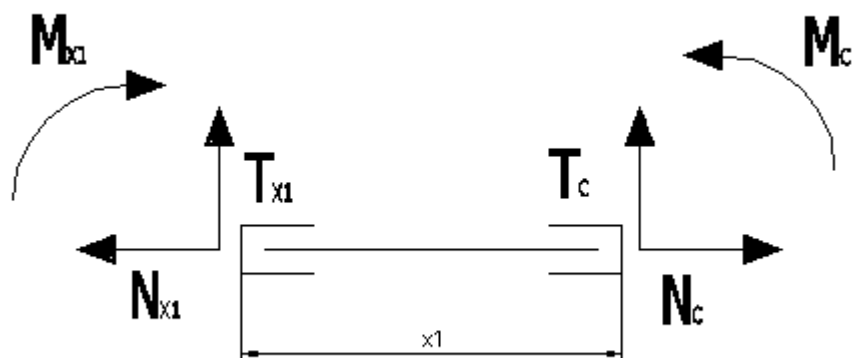


Deformační podmínky, vyjadřující podmínky spojitosti posuvů a natočení v místech řezů vypadají následovně:

$$\frac{\partial W}{\partial N_B} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_B} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_B} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial N_C} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial T_C} = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial M_C} = 0$$

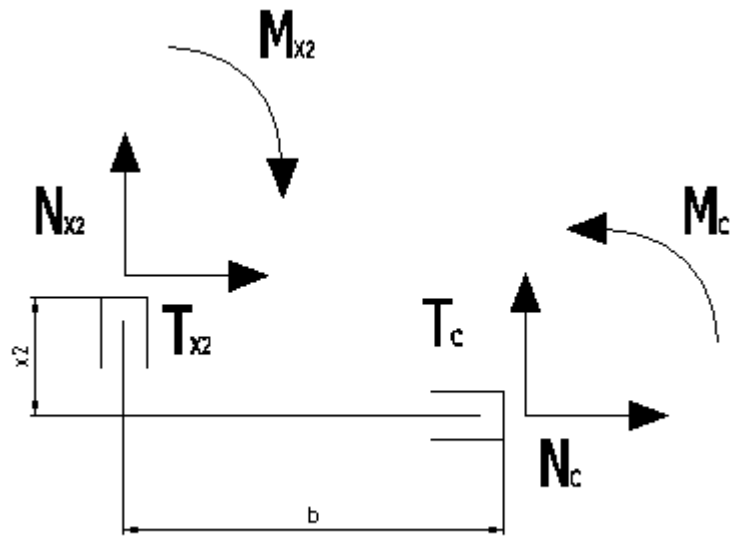
3. Stanovení výsledných silových účinků v úsecích rámu na základě rovnic rovnováhy uvolněných prvků.

Úsek první (x_1)



$$\begin{aligned}\sum M_R &= 0 \\ M_{b1} - M_c - T_c \cdot x_1 &= 0 \\ \sum F_Z &= 0 \\ T_{x1} + T_c &= 0 \\ \sum F_X &= 0 \\ -N_{x1} + N_c &= 0\end{aligned}$$

Úsek druhý (x_2)



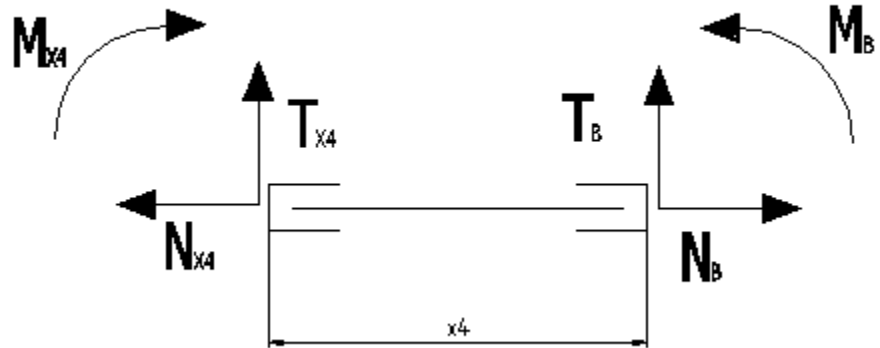
$$\begin{aligned}\sum M_R &= \emptyset \\ M_{x_2} - M_c - T_c \cdot b - N_c \cdot x_2 &= \emptyset \\ \sum F_Z &= \emptyset \\ N_{x_2} + T_c &= \emptyset \\ \sum F_X &= \emptyset \\ N_c + T_{x_2} &= \emptyset\end{aligned}$$

Úsek třetí (x_3)



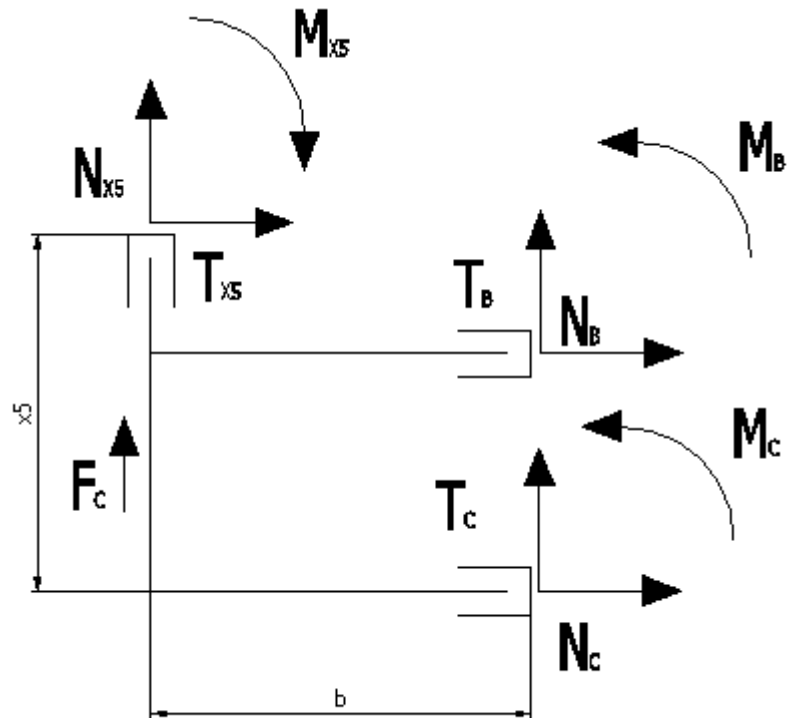
$$\begin{aligned}\sum M_R &= 0 \\ Mx_3 - M_C - T_c \cdot b - N_c \cdot x_3 &= 0 \\ \sum F_Z &= 0 \\ Nx_3 + F_C + T_c &= 0 \\ \sum F_Y &= 0 \\ N_c + Tx_3 &= 0\end{aligned}$$

Úsek čtvrtý (x_4)



$$\begin{aligned}\sum M_R &= 0 \\ Mx_4 - M_B - T_B \cdot x_4 &= 0 \\ \sum F_Y &= 0 \\ T_B + Tx_4 &= 0 \\ \sum F_x &= 0 \\ N_B - Nx_4 &= 0\end{aligned}$$

Úsek pátý (x_5)



$$\sum M_R = 0$$

$$M_{x_5} - M_B - M_C - T_B \cdot b - T_C \cdot b - N_C \cdot x_5 - N_B \cdot (x_5 - a) = 0$$

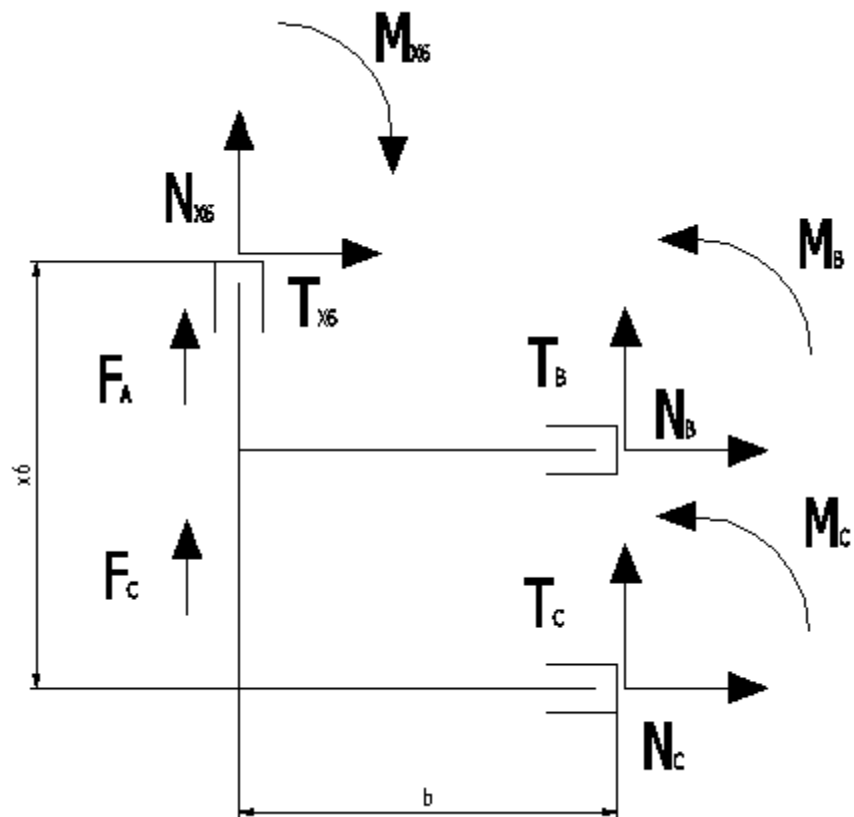
$$\sum F_Z = 0$$

$$F_C + T_C + T_B + N_{x_5} = 0$$

$$\sum F_X = 0$$

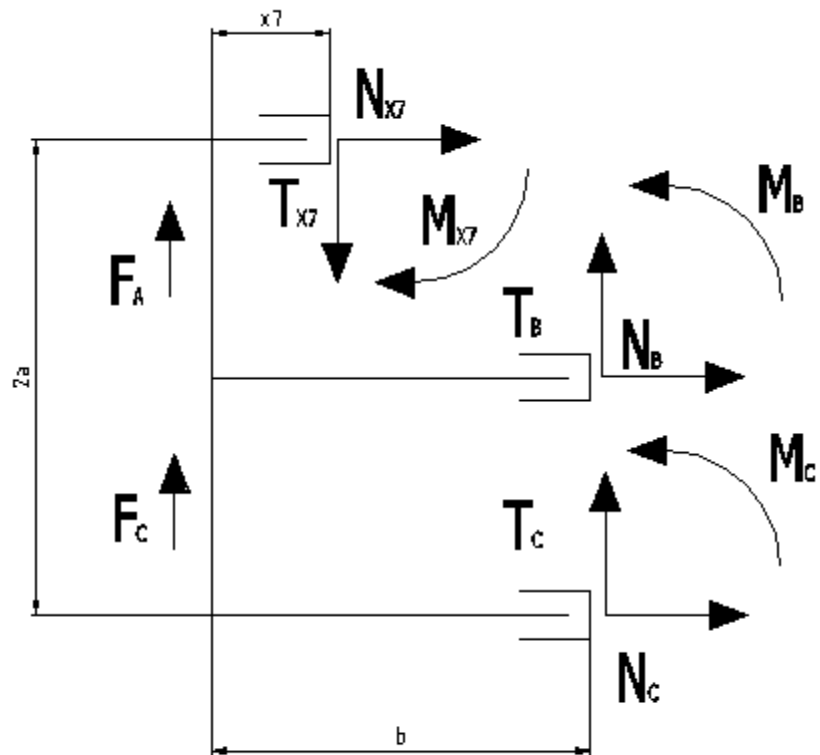
$$N_C + N_B + T_{x_5} = 0$$

Úsek šestý (x_6)



$$\begin{aligned} \sum M_R &= \emptyset \\ Mx_6 - M_B - M_C - T_C \cdot b - T_B \cdot b - N_C \cdot x_6 - N_B \cdot (x_6 - a) &= \emptyset \\ \sum F_Z &= \emptyset \\ Nx_6 + F_A + F_C + T_B + T_C &= \emptyset \\ \sum F_X &= \emptyset \\ Tx_6 + N_B + N_C &= \emptyset \end{aligned}$$

Úsek sedmý (x_7)



$$\sum M_R = 0$$

$$Mx_7 - M_B - M_C + F_A \cdot x_7 + F_C \cdot x_7 - T_B(b - x_7) - T_C(b - x_7) - N_B \cdot a - N_C \cdot 2a = 0$$

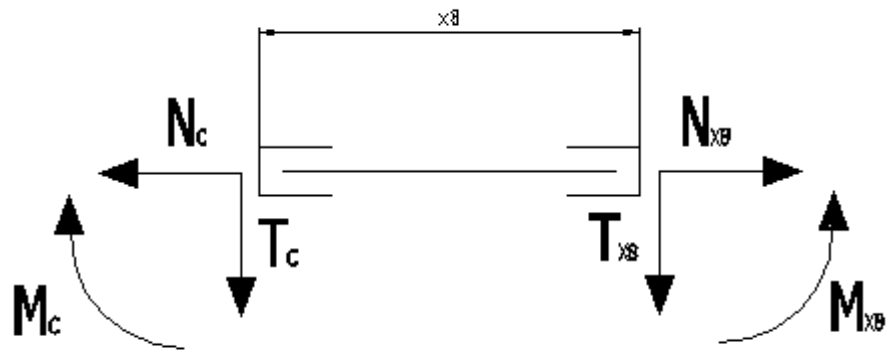
$$\sum F_Z = 0$$

$$-Tx_7 + F_A + F_C + T_B + T_C = 0$$

$$\sum F_X = 0$$

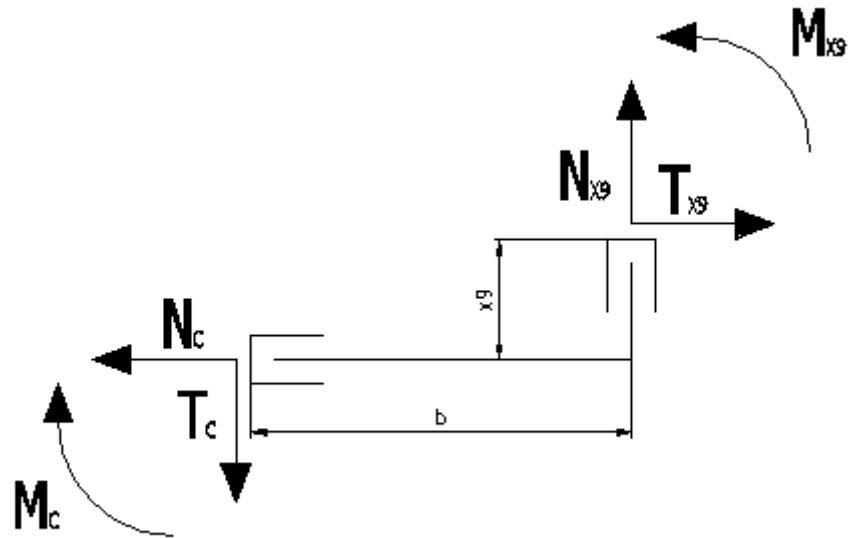
$$Nx_7 + N_B + N_C = 0$$

Úsek osmý (x_8)



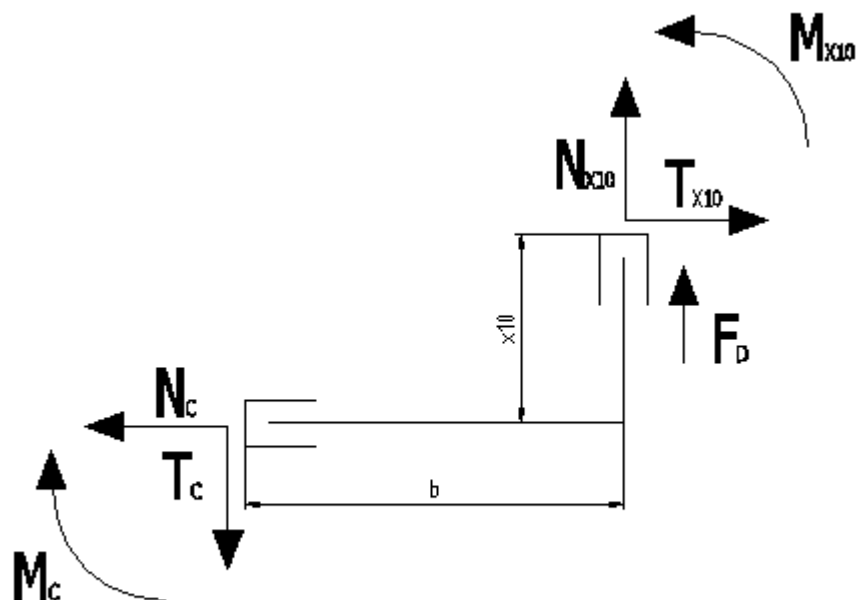
$$\begin{aligned}\sum M_R &= 0 \\ M_C - M_{x_8} - T_C \cdot x_8 &= 0 \\ \sum F_Z &= 0 \\ -T_{x_8} - T_C &= 0 \\ \sum F_X &= 0 \\ N_{x_8} - N_C &= 0\end{aligned}$$

Úsek devátý (x_9)



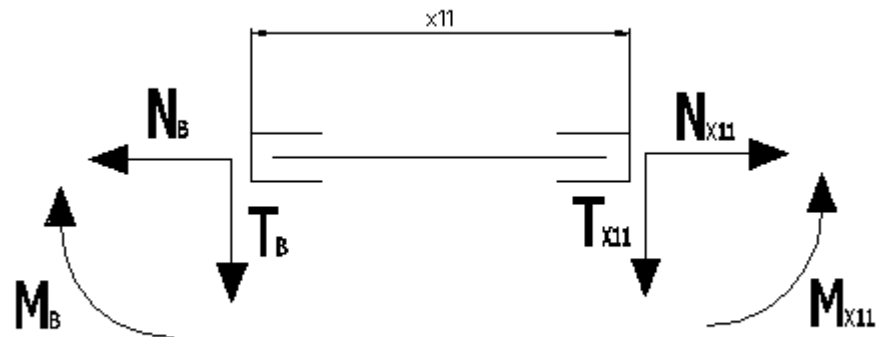
$$\begin{aligned}\sum M_R &= 0 \\ M_C - M_{x_9} - T_C \cdot b + N_C \cdot x_9 &= 0 \\ \sum F_Z &= 0 \\ N_{x_9} - T_C &= 0 \\ \sum F_X &= 0 \\ T_{x_9} - N_C &= 0\end{aligned}$$

Úsek desátý (x_{10})



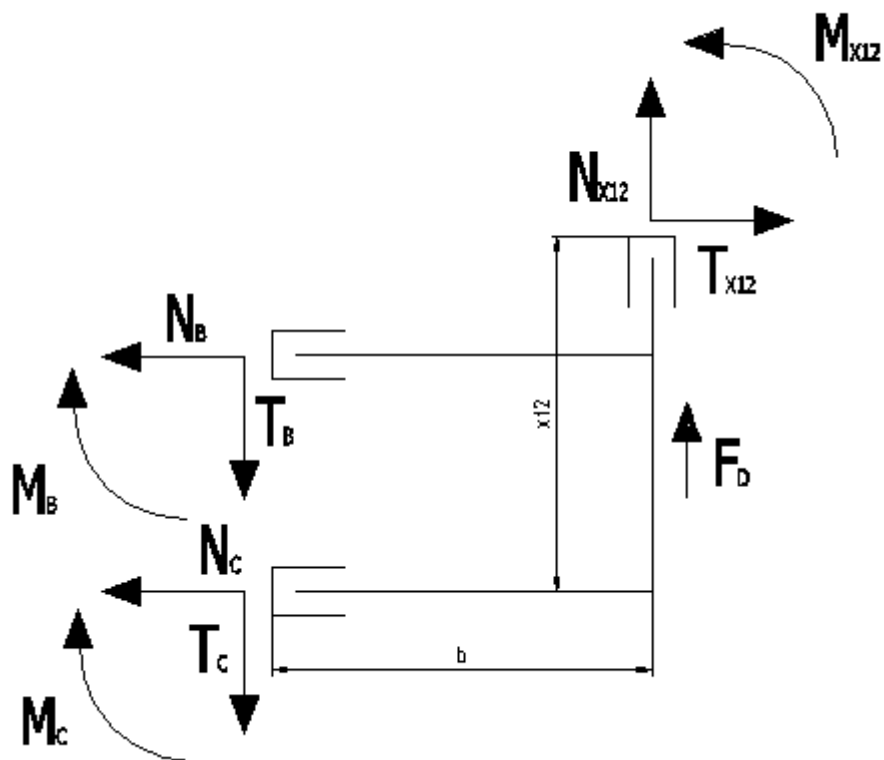
$$\begin{aligned}\sum M_R &= \emptyset \\ M_C - M_{x_{10}} + N_C \cdot x_{10} - T_C \cdot b &= \emptyset \\ \sum F_Z &= \emptyset \\ - T_C + N_{x_{10}} + F_D &= \emptyset \\ \sum F_X &= \emptyset \\ T_{x_{10}} - N_C &= \emptyset\end{aligned}$$

Úsek jedenáctý (x_{11})



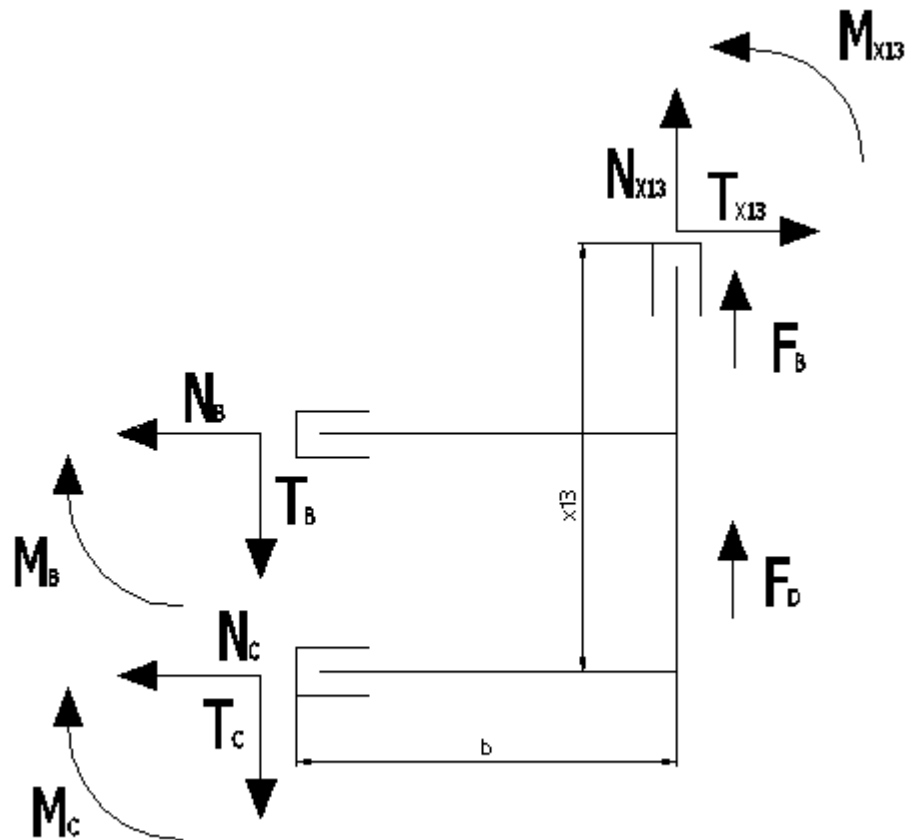
$$\begin{aligned}\sum M_R &= 0 \\ M_B - M_{x_{11}} - T_B \cdot x_{11} &= 0 \\ \sum F_Z &= 0 \\ -T_{x_{11}} - T_B &= 0 \\ \sum F_X &= 0 \\ N_{x_{11}} - N_B &= 0\end{aligned}$$

Úsek dvanáctý (x_{12})



$$\begin{aligned} \sum M_R &= \emptyset \\ M_B + M_C - Mx_{12} + N_B(x_{12} - a) + N_C \cdot x_{12} - T_B \cdot b - T_C \cdot b &= \emptyset \\ \sum F_Z &= \emptyset \\ Nx_{12} + F_D - T_B - T_C &= \emptyset \\ \sum F_X &= \emptyset \\ Tx_{12} - N_B - N_C &= \emptyset \end{aligned}$$

Úsek třináctý (x_{13})



$$\sum M_R = 0$$

$$M_B + M_C - Mx_{13} + N_B(x_{13} - a) + N_C \cdot x_{13} - T_B \cdot b - T_C \cdot b = 0$$

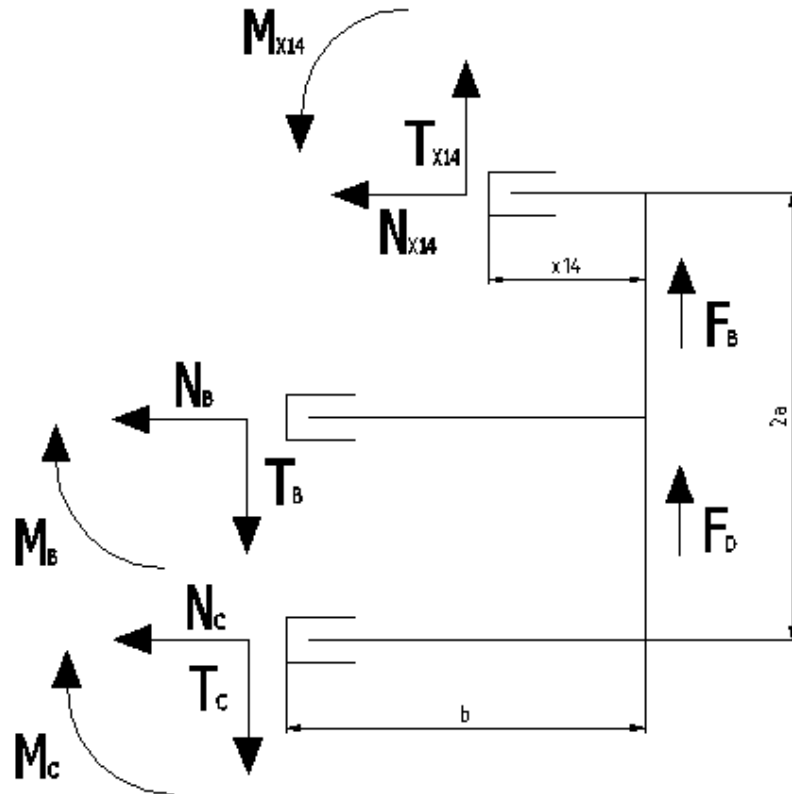
$$\sum F_Z = 0$$

$$Nx_{13} + F_B + F_D - T_B - T_C = 0$$

$$\sum F_X = 0$$

$$Tx_{13} - N_B - N_C = 0$$

Úsek čtrnáctý (x_{14})



$$\begin{aligned} \sum M_R &= \emptyset \\ M_B + M_C - Mx_{14} - T_B(b - x_{14}) - T_C(b - x_{14}) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a - F_B \cdot x_{14} - F_D \cdot x_{14} &= \emptyset \\ \sum F_Z &= \emptyset \\ Tx_{14} - T_B - T_C + F_B + F_D &= \emptyset \\ \sum F_X &= \emptyset \\ -Nx_{14} - N_B - N_C &= \emptyset \end{aligned}$$

Dominantním namáháním v tomto případě je ohyb. Při řešení deformačních podmínek pomocí Castiglianovy věty, budeme proto počítat pouze s ohybovou energií napjatosti W , kterou budeme počítat pomocí ohybových momentů stanovených ve všech čtrnácti uvolněných prvcích postupně, jak jdou za sebou. Tyto rovnice dosazujeme ve tvarech, ve kterých jsou vyjádřeny momenty M_{x1} až M_{x14} . To znamená, že dosazujeme pouze pravou stranu rovnice uvedené níže.

Názorná ukázka:

$$Mx_1 = M_C + T_C \cdot x_1$$

·
·
·
Atd.

4. Dosazení vztahů pro ohybové momenty do podmínek spojitosti deformací

Podmínka spojitosti deformace pro vodorovný posuv v bodě C

$$\frac{\partial W}{\partial N_C} = \emptyset$$

$$\emptyset = \int_{\chi} \frac{M_{(s)}}{E \cdot J_y} \cdot \frac{\partial M_{(s)}}{\partial N_C} d_s$$

$$\begin{aligned} \emptyset = & \frac{1}{E \cdot J_y} \int_0^b (M_C + T_C \cdot x_1) \cdot (\emptyset) dx_1 + \int_0^{\frac{a}{2}} (M_C + T_C \cdot b + N_C \cdot x_2) \cdot (x_2) dx_2 + \int_{\frac{a}{2}}^a (M_C + T_C \cdot b + N_C \cdot x_3) \cdot (x_3) dx_3 + \\ & + \int_0^b (M_B + T_B \cdot x_4) \cdot (\emptyset) dx_4 + \int_a^{\frac{3}{2}a} (M_B + M_C + T_B \cdot b + T_C \cdot b + N_C \cdot x_5 + N_B \cdot (x_5 - a)) \cdot (x_5) dx_5 + \\ & + \int_{\frac{3}{2}a}^{2a} (M_B + M_C + T_C \cdot b + T_B \cdot b + N_C \cdot x_6 + N_B \cdot (x_6 - a)) \cdot (x_6) dx_6 + \\ & + \int_0^x (M_B + M_C - F_A \cdot x_7 - F_C \cdot x_7 + T_B \cdot (b - x_7) + T_C \cdot (b - x_7) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a) \cdot (2a) dx_7 + \\ & + \int_0^b (M_C - T_C \cdot x_8) \cdot (\emptyset) dx_8 + \int_0^{\frac{a}{2}} (M_C - T_C \cdot b + N_C \cdot x_9) \cdot (x_9) dx_9 + \int_{\frac{a}{2}}^a (M_C + N_C \cdot x_{10} - T_C \cdot b) \cdot (x_{10}) dx_{10} + \\ & + \int_0^b (M_B - T_B \cdot x_{11}) \cdot (\emptyset) dx_{11} + \int_a^{\frac{3}{2}a} (M_B + M_C + N_B \cdot (x_{12} - a) + N_C \cdot x_{12} - T_B \cdot b - T_C \cdot b) \cdot (x_{12}) dx_{12} + \\ & + \int_{\frac{3}{2}a}^{2a} (M_B + M_C + N_B \cdot (x_{13} - a) + N_C \cdot x_{13} - T_B \cdot b - T_C \cdot b) \cdot (x_{13}) dx_{13} + \\ & + \int_0^c (M_B + M_C - T_B \cdot (b - x_{14}) - T_C \cdot (b - x_{14}) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a - F_B \cdot x_{14} - F_D \cdot x_{14}) \cdot (2a) dx_{14} \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro svislý posuv v bodě C

$$\frac{\partial W}{\partial T_C} = \emptyset$$

$$\emptyset = \int \frac{M_{(S)}}{EJ_y} \cdot \frac{\partial M_{(S)}}{\partial T_C} dS$$

$$\begin{aligned} \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left[\int_0^b (M_C + T_C \cdot x_1) \cdot (x_1) dx_1 + \int_0^{\frac{a}{2}} (M_C + T_C \cdot b + N_C \cdot x_2) \cdot (b) dx_2 + \int_{\frac{a}{2}}^a (M_C + T_C \cdot b + N_C \cdot x_3) \cdot (b) dx_3 + \right. \\ & + \int_0^b (M_B + T_B \cdot x_4) \cdot (\emptyset) dx_4 + \int_a^{\frac{3}{2}a} (M_B + M_C + T_B \cdot b + T_C \cdot b + N_C \cdot x_5 + N_B \cdot (x_5 - a)) \cdot (b) dx_5 + \\ & + \int_{\frac{3}{2}a}^{2a} (M_B + M_C + T_B \cdot b + T_C \cdot b + N_C \cdot x_6 + N_B \cdot (x_6 - a)) \cdot (b) dx_6 + \\ & + \int_0^x (M_B + M_C - F_A \cdot x_7 - F_C \cdot x_7 + T_B \cdot (b - x_7) + T_C \cdot (b - x_7) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a) \cdot (b - x_7) dx_7 + \int_0^b (M_C - T_C \cdot x_8) \cdot (-x_8) dx_8 + \\ & + \int_0^{\frac{a}{2}} (M_C - T_C \cdot b + N_C \cdot x_9) \cdot (-b) dx_9 + \int_{\frac{a}{2}}^a (M_C + N_C \cdot x_{10} - T_C \cdot b) \cdot (-b) dx_{10} + \int_0^b (M_B - T_B \cdot x_{11}) \cdot (\emptyset) dx_{11} + \\ & + \int_a^{\frac{3}{2}a} (M_B + M_C + N_B \cdot (x_{12} - a) + N_C \cdot x_{12} - T_B \cdot b - T_C \cdot b) \cdot (-b) dx_{12} + \\ & + \int_{\frac{3}{2}a}^{2a} (M_B + M_C + N_B \cdot (x_{13} - a) + N_C \cdot x_{13} - T_B \cdot b - T_C \cdot b) \cdot (-b) dx_{13} + \\ & + \left. \int_0^c (M_B + M_C - T_B \cdot (b - x_{14}) - T_C \cdot (b - x_{14}) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a - F_B \cdot x_{14} - F_D \cdot x_{14}) \cdot (-b + x_{14}) dx_{14} \right] \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro natočení v bodě C

$$\frac{\partial W}{\partial M_C} = \emptyset$$

$$\emptyset = \int_{\chi} \frac{M_{(s)}}{EJ_y} \cdot \frac{\partial M_{(s)}}{\partial M_C} ds$$

$$\begin{aligned} \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left[\int_0^b (M_C + T_C \cdot x_1) \cdot (1) dx_1 + \int_0^{\frac{a}{2}} (M_C + T_C \cdot b + N_C \cdot x_2) \cdot (1) dx_2 + \int_{\frac{a}{2}}^a (M_C + T_C \cdot b + N_C \cdot x_3) \cdot (1) dx_3 + \right. \\ & + \int_0^b (M_B + T_B \cdot x_4) \cdot (\emptyset) dx_4 + \int_a^{\frac{3}{2}a} (M_B + M_C + T_B \cdot b + T_C \cdot b + N_C \cdot x_5 + N_B \cdot (x_5 - a)) \cdot (1) dx_5 + \\ & + \int_{\frac{3}{2}a}^{2a} (M_B + M_C + T_C \cdot b + T_B \cdot b + N_C \cdot x_6 + N_B \cdot (x_6 - a)) \cdot (1) dx_6 + \\ & + \int_0^x (M_B + M_C - F_A \cdot x_7 - F_C \cdot x_7 + T_B \cdot (b - x_7) + T_C \cdot (b - x_7) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a) \cdot (1) dx_7 + \int_0^b (M_C - T_C \cdot x_8) \cdot (1) dx_8 + \\ & + \int_0^{\frac{a}{2}} (M_C - T_C \cdot b + N_C \cdot x_9) \cdot (1) dx_9 + \int_{\frac{a}{2}}^a (M_C + N_C \cdot x_{10} - T_C \cdot b) \cdot (1) dx_{10} + \int_0^b (M_B - T_B \cdot x_{11}) \cdot (\emptyset) dx_{11} + \\ & + \int_a^{\frac{3}{2}a} (M_B + M_C + N_B \cdot (x_{12} - a) + N_C \cdot x_{12} - T_B \cdot b - T_C \cdot b) \cdot (1) dx_{12} + \\ & + \int_{\frac{3}{2}a}^{2a} (M_B + M_C + N_B \cdot (x_{13} - a) + N_C \cdot x_{13} - T_B \cdot b - T_C \cdot b) \cdot (1) dx_{13} + \\ & \left. + \int_0^c (M_B + M_C - T_B \cdot (b - x_{14}) - T_C \cdot (b - x_{14}) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a - F_B \cdot x_{14} - F_D \cdot x_{14}) \cdot (1) dx_{14} \right] \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro vodorovný posuv v bodě B

$$\frac{\partial W}{\partial N_B} = 0$$

$$0 = \int_{\chi} \frac{M_{(s)}}{EJ_y} \cdot \frac{\partial M_{(s)}}{\partial N_B} ds$$

$$\begin{aligned} 0 = & \frac{1}{EJ_y} \left[\int_0^b (M_C + T_C \cdot x_1) \cdot (\emptyset) dx_1 + \int_0^{\frac{a}{2}} (M_C + T_C \cdot b + N_C \cdot x_2) \cdot (\emptyset) dx_2 + \int_{\frac{a}{2}}^a (M_C + T_C \cdot b + N_C \cdot x_3) \cdot (\emptyset) dx_3 + \right. \\ & + \int_0^b (M_B + T_B \cdot x_4) \cdot (\emptyset) dx_4 + \int_a^{\frac{3}{2}a} (M_B + M_C + T_B \cdot b + T_C \cdot b + N_C \cdot x_5 + N_B \cdot (x_5 - a)) \cdot (x_5 - a) dx_5 + \\ & + \int_{\frac{3}{2}a}^{2a} (M_B + M_C + T_C \cdot b + T_B \cdot b + N_C \cdot x_6 + N_B \cdot (x_6 - a)) \cdot (x_6 - a) dx_6 + \\ & + \int_0^x (M_B + M_C - F_A \cdot x_7 - F_C \cdot x_7 + T_B \cdot (b - x_7) + T_C \cdot (b - x_7) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a) \cdot (a) dx_7 + \int_0^b (M_C - T_C \cdot x_8) \cdot (\emptyset) dx_8 + \\ & + \int_0^{\frac{a}{2}} (M_C - T_C \cdot b + N_C \cdot x_9) \cdot (\emptyset) dx_9 + \int_{\frac{a}{2}}^a (M_C + N_C \cdot x_{10} - T_C \cdot b) \cdot (\emptyset) dx_{10} + \int_0^b (M_B - T_B \cdot x_{11}) \cdot (\emptyset) dx_{11} + \\ & + \int_a^{\frac{3}{2}a} (M_B + M_C + N_B \cdot (x_{12} - a) + N_C \cdot x_{12} - T_B \cdot b - T_C \cdot b) \cdot (x_{12} - a) dx_{12} + \\ & + \int_{\frac{3}{2}a}^{2a} (M_B + M_C + N_B \cdot (x_{13} - a) + N_C \cdot x_{13} - T_B \cdot b - T_C \cdot b) \cdot (x_{13} - a) dx_{13} + \\ & \left. + \int_0^c (M_B + M_C - T_B \cdot (b - x_{14}) - T_C \cdot (b - x_{14}) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a - F_B \cdot x_{14} - F_D \cdot x_{14}) \cdot (a) dx_{14} \right] \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro svislý posuv v bodě B

$$\frac{\partial W}{\partial T_B} = \emptyset$$

$$\emptyset = \int_{\chi} \frac{M_{(S)}}{EJ_y} \cdot \frac{\partial M_{(S)}}{\partial T_B} dS$$

$$\begin{aligned} \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left[\int_0^b (M_C + T_C \cdot x_1) \cdot (\emptyset) dx_1 + \int_0^{\frac{a}{2}} (M_C + T_C \cdot b + N_C \cdot x_2) \cdot (\emptyset) dx_2 + \int_{\frac{a}{2}}^a (M_C + T_C \cdot b + N_C \cdot x_3) \cdot (\emptyset) dx_3 + \right. \\ & + \int_0^b (M_B + T_B \cdot x_4) \cdot (x_4) dx_4 + \int_a^{\frac{3}{2}a} (M_B + M_C + T_B \cdot b + T_C \cdot b + N_C \cdot x_5 + N_B \cdot (x_5 - a)) \cdot (b) dx_5 + \\ & + \int_{\frac{3}{2}a}^{2a} (M_B + M_C + T_C \cdot b + T_B \cdot b + N_C \cdot x_6 + N_B \cdot (x_6 - a)) \cdot (b) dx_6 + \\ & + \int_0^x (M_B + M_C - F_A \cdot x_7 - F_C \cdot x_7 + T_B \cdot (b - x_7) + T_C \cdot (b - x_7) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a) \cdot (b - x_7) dx_7 + \int_0^b (M_C - T_C \cdot x_8) \cdot (\emptyset) dx_8 + \\ & + \int_0^{\frac{a}{2}} (M_C - T_C \cdot b + N_C \cdot x_9) \cdot (\emptyset) dx_9 + \int_{\frac{a}{2}}^a (M_C + N_C \cdot x_{10} - T_C \cdot b) \cdot (\emptyset) dx_{10} + \int_0^b (M_B - T_B \cdot x_{11}) \cdot (-x_{11}) dx_{11} + \\ & + \int_a^{\frac{3}{2}a} (M_B + M_C + N_B \cdot (x_{12} - a) + N_C \cdot x_{12} - T_B \cdot b - T_C \cdot b) \cdot (-b) dx_{12} + \\ & + \int_{\frac{3}{2}a}^{2a} (M_B + M_C + N_B \cdot (x_{13} - a) + N_C \cdot x_{13} - T_B \cdot b - T_C \cdot b) \cdot (-b) dx_{13} + \\ & + \left. \int_0^c (M_B + M_C - T_B \cdot (b - x_{14}) - T_C \cdot (b - x_{14}) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a - F_B \cdot x_{14} - F_D \cdot x_{14}) \cdot (-b + x_{14}) dx_{14} \right] \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro natočení v bodě B

$$\frac{\partial W}{\partial M_B} = \emptyset$$

$$\emptyset = \int_{\chi} \frac{M_{(S)}}{EJ_y} \cdot \frac{\partial M_{(S)}}{\partial N_B} dS$$

$$\begin{aligned} \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left[\int_0^b (M_C + T_C \cdot x_1) \cdot (\emptyset) dx_1 + \int_0^{\frac{a}{2}} (M_C + T_C \cdot b + N_C \cdot x_2) \cdot (\emptyset) dx_2 + \int_{\frac{a}{2}}^a (M_C + T_C \cdot b + N_C \cdot x_3) \cdot (\emptyset) dx_3 + \right. \\ & + \int_0^b (M_B + T_B \cdot x_4) \cdot (1) dx_4 + \int_a^{\frac{3}{2}a} (M_B + M_C + T_B \cdot b + T_C \cdot b + N_C \cdot x_5 + N_B \cdot (x_5 - a)) \cdot (1) dx_5 + \\ & + \int_{\frac{3}{2}a}^{2a} (M_B + M_C + T_C \cdot b + T_B \cdot b + N_C \cdot x_6 + N_B \cdot (x_6 - a)) \cdot (1) dx_6 + \\ & + \int_0^x (M_B + M_C - F_A \cdot x_7 - F_C \cdot x_7 + T_B \cdot (b - x_7) + T_C \cdot (b - x_7) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a) \cdot (1) dx_7 + \int_0^b (M_C - T_C \cdot x_8) \cdot (\emptyset) dx_8 + \\ & + \int_0^{\frac{a}{2}} (M_C - T_C \cdot b + N_C \cdot x_9) \cdot (\emptyset) dx_9 + \int_{\frac{a}{2}}^a (M_C + N_C \cdot x_{10} - T_C \cdot b) \cdot (\emptyset) dx_{10} + \int_0^b (M_B - T_B \cdot x_{11}) \cdot (1) dx_{11} + \\ & + \int_a^{\frac{3}{2}a} (M_B + M_C + N_B \cdot (x_{12} - a) + N_C \cdot x_{12} - T_B \cdot b - T_C \cdot b) \cdot (1) dx_{12} + \\ & + \int_{\frac{3}{2}a}^{2a} (M_B + M_C + N_B \cdot (x_{13} - a) + N_C \cdot x_{13} - T_B \cdot b - T_C \cdot b) \cdot (1) dx_{13} + \\ & \left. + \int_0^c (M_B + M_C - T_B \cdot (b - x_{14}) - T_C \cdot (b - x_{14}) + N_B \cdot a + N_C \cdot 2a - F_B \cdot x_{14} - F_D \cdot x_{14}) \cdot (1) dx_{14} \right] \end{aligned}$$

5. Integrace jednotlivých podmínek spojitosti deformací

Podmínka spojitosti deformace pro vodorovný posuv v bodě C

$$\begin{aligned}
 \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left(\left[\left(M_C \frac{x_2^2}{2} + T_C b \frac{x_2^2}{2} + N_C \frac{x_2^3}{3} \right) \right]_0^{a/2} + \left[\left(M_C \frac{x_3^2}{2} + T_C b \frac{x_3^2}{2} + N_C \frac{x_3^3}{3} - M_C \frac{x_3^2}{2} - T_C b \frac{x_3^2}{2} - N_C \frac{x_3^3}{3} \right) \right]_0^a + \right. \\
 & + \left[\left(M_B \frac{x_5^2}{2} + M_C \frac{x_5^2}{2} + T_B b \frac{x_5^2}{2} + T_C b \frac{x_5^2}{2} + N_C \frac{x_5^3}{3} + N_B \frac{x_5^3}{3} - N_B a \frac{x_5^2}{2} - M_B \frac{x_5^2}{2} - M_C \frac{x_5^2}{2} - T_B b \frac{x_5^2}{2} - \right. \right. \\
 & - \left. \left. T_C b \frac{x_5^2}{2} - N_C \frac{x_5^3}{3} - N_B \frac{x_5^3}{3} + N_B a \frac{x_5^2}{2} \right) \right]_a^{3/2} + \left[\left(M_B \frac{x_6^2}{2} + M_C \frac{x_6^2}{2} + T_C b \frac{x_6^2}{2} + T_B b \frac{x_6^2}{2} + N_C \frac{x_6^3}{3} + N_B \frac{x_6^3}{3} - \right. \right. \\
 & - \left. \left. N_B a \frac{x_6^2}{2} - M_B \frac{x_6^2}{2} - M_C \frac{x_6^2}{2} - T_C b \frac{x_6^2}{2} - T_B b \frac{x_6^2}{2} - N_C \frac{x_6^3}{3} - N_B \frac{x_6^3}{3} + N_B a \frac{x_6^2}{2} \right) \right]_{3/2}^{2a} + \\
 & + \left[\left(M_B 2ax_7 + M_C 2ax_7 - F_a 2ax_7 \frac{x_7^2}{2} - F_C 2a \frac{x_7^2}{2} + T_B bx_7 2a - T_B \frac{x_7^2}{2} 2a + T_C bx_7 2a - T_C \frac{x_7^2}{2} 2a + \right. \right. \\
 & + \left. \left. N_B a 2ax_7 + N_C 2a 2ax_7 \right) \right]_0^x + \left[\left(M_C \frac{x_9^2}{2} - T_C b \frac{x_9^2}{2} + N_C \frac{x_9^3}{3} \right) \right]_0^{a/2} + \left[\left(M_C \frac{x_{10}^2}{2} + N_C \frac{x_{10}^3}{3} - T_C b \frac{x_{10}^2}{2} - M_C \frac{x_{10}^2}{2} - \right. \right. \\
 & - \left. \left. N_C \frac{x_{10}^3}{3} + T_C b \frac{x_{10}^2}{2} \right) \right]_0^a + \left[\left(M_B \frac{x_{12}^2}{2} + M_C \frac{x_{12}^2}{2} + N_B \frac{x_{12}^3}{3} - N_B a \frac{x_{12}^2}{2} + N_C \frac{x_{12}^3}{3} - T_B b \frac{x_{12}^2}{2} - T_C b \frac{x_{12}^2}{2} - M_B \frac{x_{12}^2}{2} - \right. \right. \\
 & - \left. \left. M_C \frac{x_{12}^2}{2} - N_B \frac{x_{12}^3}{3} + N_B a \frac{x_{12}^2}{2} - N_C \frac{x_{12}^3}{3} + T_B b \frac{x_{12}^2}{2} + T_C b \frac{x_{12}^2}{2} \right) \right]_a^{3/2} + \left[\left(M_B \frac{x_{13}^2}{2} + M_C \frac{x_{13}^2}{2} + N_B \frac{x_{13}^3}{3} - \right. \right. \\
 & - \left. \left. N_B a \frac{x_{13}^2}{2} + N_C \frac{x_{13}^3}{3} - T_B b \frac{x_{13}^2}{2} - T_C b \frac{x_{13}^2}{2} - M_B \frac{x_{13}^2}{2} - M_C \frac{x_{13}^2}{2} - N_B \frac{x_{13}^3}{3} + N_B a \frac{x_{13}^2}{2} - N_C \frac{x_{13}^3}{3} + \right. \right. \\
 & + \left. \left. T_B b \frac{x_{13}^2}{2} + T_C b \frac{x_{13}^2}{2} \right) \right]_{3/2}^{2a} + \left[\left(M_B 2ax_{14} + M_C 2ax_{14} - T_B 2abx_{14} + T_B \frac{x_{14}^2}{2} 2a - T_C 2abx_{14} + \right. \right. \\
 & + \left. \left. T_C 2a \frac{x_{14}^2}{2} + N_B 2aax_{14} + N_C 2a 2ax_{14} - F_B 2a \frac{x_{14}^2}{2} - F_D 2a \frac{x_{14}^2}{2} \right) \right]_0^C
 \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro svislý posuv v bodě C

$$\begin{aligned}
 \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left(\left[\left(M_C \frac{x_1^2}{2} + T_C \frac{x_1^3}{3} \right) \right]_0^b + \left[\left(M_C b x_2 + T_C b b x_2 + N_C b \frac{x_2^2}{2} \right) \right]_0^{a/2} + \left[\left(M_C b x_3 + T_C b b x_3 + N_C b \frac{x_3^2}{2} - M_C b x_3 - \right. \right. \\
 & - T_C b b x_3 - N_C b \frac{x_3^2}{2} \left. \left. \right) \right]_0^a + \left[\left(M_B b x_5 + M_C b x_5 + T_B b b x_5 + T_C b b x_5 + N_C b \frac{x_5^2}{2} + N_B b \frac{x_5^2}{2} - N_B b a x_5 - M_B b x_5 - \right. \right. \\
 & - M_C b x_5 - T_B b b x_5 - T_C b b x_5 - N_C b \frac{x_5^2}{2} - N_B b \frac{x_5^2}{2} + N_B b a x_5 \left. \left. \right) \right]_a^{3/2a} + \left[\left(M_B b x_6 + M_C b x_6 + T_B b b x_6 + T_C b b x_6 + N_C b \frac{x_6^2}{2} + \right. \right. \\
 & + N_B b \frac{x_6^2}{2} - N_B a b x_6 - M_B b x_6 - M_C b x_6 - T_B b b x_6 - T_C b b x_6 - N_C b \frac{x_6^2}{2} - N_B b \frac{x_6^2}{2} + N_B a b x_6 \left. \left. \right) \right]_{3/2a}^{2a} + \left[\left(M_B b x_7 - \right. \right. \\
 & - M_B \frac{x_7^2}{2} + M_C b x_7 - M_C \frac{x_7^2}{2} - F_A b \frac{x_7^2}{2} + F_A \frac{x_7^3}{3} - F_C b \frac{x_7^2}{2} + F_C \frac{x_7^3}{3} + T_B b b x_7 - T_B b \frac{x_7^2}{2} - T_B b \frac{x_7^2}{2} + T_B \frac{x_7^3}{3} + \\
 & + T_C b b x_7 - T_C b \frac{x_7^2}{2} - T_C b \frac{x_7^2}{2} + T_C \frac{x_7^3}{3} + N_B a b x_7 - N_B a \frac{x_7^2}{2} + N_C 2 a b x_7 - N_C 2 a \frac{x_7^2}{2} \left. \left. \right) \right]_0^x + \left[\left(- M_C x_8 + T_C \frac{x_8^3}{3} \right) \right]_0^b + \\
 & + \left[\left(- M_C b x_9 + T_C b b x_9 - N_C b \frac{x_9^2}{2} \right) \right]_0^{a/2} + \left[\left(- M_C b x_{10} - N_C b \frac{x_{10}^2}{2} + T_C b b x_{10} + M_C b x_{10} + N_C b \frac{x_{10}^2}{2} - T_C b b x_{10} \right) \right]_0^a + \\
 & + \left[\left(- M_B b x_{12} - M_C b x_{12} - N_B b \frac{x_{12}^2}{2} + N_B b a x_{12} - N_C b \frac{x_{12}^2}{2} + T_B b b x_{12} + T_C b b x_{12} + M_B b x_{12} + M_C b x_{12} + N_B b \frac{x_{12}^2}{2} - \right. \right. \\
 & - N_B b a x_{12} + N_C b \frac{x_{12}^2}{2} - T_B b b x_{12} - T_C b b x_{12} \left. \left. \right) \right]_a^{3/2a} + \left[\left(- M_B b x_{13} - M_C b x_{13} - N_B b \frac{x_{13}^2}{2} + N_B a b x_{13} - N_C b \frac{x_{13}^2}{2} + \right. \right. \\
 & + T_B b b x_{13} + T_C b b x_{13} + M_B b x_{13} + M_C b x_{13} + N_B b \frac{x_{13}^2}{2} - N_B a b x_{13} + N_C b \frac{x_{13}^2}{2} - T_B b b x_{13} - T_C b b x_{13} \left. \left. \right) \right]_{3/2a}^{2a} + \\
 & + \left[\left(- M_B b x_{14} + M_B \frac{x_{14}^2}{2} - M_C b x_{14} + M_C \frac{x_{14}^2}{2} + T_B b b x_{14} - T_B b \frac{x_{14}^2}{2} - T_B b \frac{x_{14}^2}{2} + T_B \frac{x_{14}^3}{3} + T_C b b x_{14} - T_C b \frac{x_{14}^2}{2} - \right. \right. \\
 & - T_C b \frac{x_{14}^2}{2} + T_C \frac{x_{14}^3}{3} - N_B a b x_{14} + N_B a \frac{x_{14}^2}{2} - N_C 2 a b x_{14} + N_C 2 a \frac{x_{14}^2}{2} + F_B b \frac{x_{14}^2}{2} - F_B \frac{x_{14}^3}{3} + F_D b \frac{x_{14}^2}{2} - F_D \frac{x_{14}^3}{3} \left. \left. \right) \right]_0^c
 \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro natočení v bodě C

$$\begin{aligned}
 \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left(\left[\left(M_C x_1 + T_C \frac{x_1^2}{2} \right) \right]_0^b + \left[\left(M_C x_2 + T_C b x_2 + N_C \frac{x_2^2}{2} \right) \right]_0^{a/2} + \left[\left(M_C x_3 + T_C b x_3 + N_C \frac{x_3^2}{2} - M_C x_3 - \right. \right. \\
 & - T_C b x_3 - N_C \frac{x_3^2}{2} \left. \left. \right) \right]_0^{a/2} + \left[\left(M_B x_5 + M_C x_5 + T_B b x_5 + T_C b x_5 + N_C \frac{x_5^2}{2} + N_B \frac{x_5^2}{2} - N_B a x_5 - M_B x_5 - M_C x_5 - T_B b x_5 - \right. \right. \\
 & - T_C b x_5 - N_C \frac{x_5^2}{2} - N_B \frac{x_5^2}{2} + N_B a x_5 \left. \left. \right) \right]_a^{3/2a} + \left[\left(M_B x_6 + M_C x_6 + T_B b x_6 + T_C b x_6 + N_C \frac{x_6^2}{2} + N_B \frac{x_6^2}{2} - N_B a x_6 - M_B x_6 - \right. \right. \\
 & - M_C x_6 - T_B b x_6 - T_C b x_6 - N_C \frac{x_6^2}{2} - N_B \frac{x_6^2}{2} + N_B a x_6 \left. \left. \right) \right]_{3/2a}^{2a} + \left[\left(M_B x_7 + M_C x_7 - F_A \frac{x_7^2}{2} - F_C \frac{x_7^2}{2} + T_B b x_7 - T_B \frac{x_7^2}{2} + \right. \right. \\
 & + T_C b x_7 - T_C \frac{x_7^2}{2} + N_B a x_7 + N_C 2 a x_7 \left. \left. \right) \right]_0^x + \left[\left(M_C x_8 - T_C \frac{x_8^2}{2} \right) \right]_0^b + \left[\left(M_C x_9 - T_C b x_9 + N_C \frac{x_9^2}{2} \right) \right]_0^{a/2} + \left[\left(M_C x_{10} + N_C \frac{x_{10}^2}{2} - \right. \right. \\
 & - T_C b x_{10} - M_C x_{10} - N_C \frac{x_{10}^2}{2} + T_C b x_{10} \left. \left. \right) \right]_0^{a/2} + \left[\left(M_B x_{12} + M_C x_{12} + N_B \frac{x_{12}^2}{2} - N_B a x_{12} + N_C \frac{x_{12}^2}{2} - T_B b x_{12} - T_C b x_{12} - \right. \right. \\
 & - M_B x_{12} - M_C x_{12} - N_B \frac{x_{12}^2}{2} + N_B a x_{12} - N_C \frac{x_{12}^2}{2} + T_B b x_{12} + T_C b x_{12} \left. \left. \right) \right]_a^{3/2a} + \left[\left(M_B x_{13} + M_C x_{13} + N_B \frac{x_{13}^2}{2} - N_B a x_{13} + \right. \right. \\
 & + N_C \frac{x_{13}^2}{2} - T_B b x_{13} - T_C b x_{13} - M_B x_{13} - M_C x_{13} - N_B \frac{x_{13}^2}{2} + N_B a x_{13} - N_C \frac{x_{13}^2}{2} + T_B b x_{13} + T_C b x_{13} \left. \left. \right) \right]_{3/2a}^{2a} + \\
 & + \left[\left(M_B x_{14} + M_C x_{14} - T_B b x_{14} + T_B \frac{x_{14}^2}{2} - T_C b x_{14} + T_C \frac{x_{14}^2}{2} + N_B a x_{14} + N_C 2 a x_{14} - F_B \frac{x_{14}^2}{2} - F_D \frac{x_{14}^2}{2} \right) \right]_0^C
 \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro vodorovný posuv v bodě B

$$\begin{aligned}
 \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left(\left[\left(M_B \frac{x_5^2}{2} - M_B a x_5 + M_C \frac{x_5^2}{2} - M_C a x_5 + T_B b \frac{x_5^2}{2} - T_B a b x_5 + T_C b \frac{x_5^2}{2} - T_C b a x_5 + N_C \frac{x_5^3}{3} - \right. \right. \\
 & - N_C a \frac{x_5^2}{2} + N_B \frac{x_5^3}{3} - N_B a \frac{x_5^2}{2} - N_B a \frac{x_5^2}{2} + N_B a a x_5 - M_B \frac{x_5^2}{2} + M_B a x_5 - M_C \frac{x_5^2}{2} + M_C a x_5 - T_B b \frac{x_5^2}{2} + \\
 & + T_B a b x_5 - T_C b \frac{x_5^2}{2} + T_C b a x_5 - N_C \frac{x_5^3}{3} + N_C a \frac{x_5^2}{2} - N_B \frac{x_5^3}{3} + N_B a \frac{x_5^2}{2} + N_B a \frac{x_5^2}{2} - N_B a a x_5 \left. \right] \Big]_a^{3/2a} + \\
 & + \left[\left(M_B \frac{x_6^2}{2} - M_B a x_6 + M_C \frac{x_6^2}{2} - M_C a x_6 + T_B b \frac{x_6^2}{2} - T_B a b x_6 + T_C b \frac{x_6^2}{2} - T_C b a x_6 + N_C \frac{x_6^3}{3} - N_C a \frac{x_6^2}{2} + \right. \right. \\
 & + N_B \frac{x_6^3}{3} - N_B a \frac{x_6^2}{2} - N_B a \frac{x_6^2}{2} + N_B a a x_6 - M_B \frac{x_6^2}{2} + M_B a x_6 - M_C \frac{x_6^2}{2} + M_C a x_6 - T_B b \frac{x_6^2}{2} + T_B a b x_6 - \\
 & - T_C b \frac{x_6^2}{2} + T_C b a x_6 - N_C \frac{x_6^3}{3} + N_C a \frac{x_6^2}{2} - N_B \frac{x_6^3}{3} + N_B a \frac{x_6^2}{2} + N_B a \frac{x_6^2}{2} - N_B a a x_6 \left. \right) \Big]_a^{2a} + [(M_B a x_7 + \\
 & + M_C a x_7 - F_A a \frac{x_7^2}{2} - F_C a \frac{x_7^2}{2} + T_B b a x_7 - T_B a \frac{x_7^2}{2} + T_C a b x_7 - T_C a \frac{x_7^2}{2} + N_B a a x_7 + N_C 2 a a x_7)]_0^x + \\
 & + \left[\left(M_B \frac{x_{12}^2}{2} - M_B a x_{12} + M_C \frac{x_{12}^2}{2} - M_C a x_{12} + N_B \frac{x_{12}^3}{3} - N_B a \frac{x_{12}^2}{2} - N_B a \frac{x_{12}^2}{2} + N_B a a x_{12} + N_C \frac{x_{12}^3}{3} - \right. \right. \\
 & - N_C a \frac{x_{12}^2}{2} - T_B b \frac{x_{12}^2}{2} + T_B b a x_{12} - T_C b \frac{x_{12}^2}{2} + T_C b a x_{12} - M_B \frac{x_{12}^2}{2} + M_B a x_{12} - M_C \frac{x_{12}^2}{2} + M_C a x_{12} - \\
 & - N_B \frac{x_{12}^3}{3} + N_B a \frac{x_{12}^2}{2} + N_B a \frac{x_{12}^2}{2} - N_B a a x_{12} - N_C \frac{x_{12}^3}{3} + N_C a \frac{x_{12}^2}{2} + T_B b \frac{x_{12}^2}{2} - T_B b a x_{12} + T_C b \frac{x_{12}^2}{2} - \\
 & - T_C b a x_{12} \left. \right]_a^{3/2a} + [(M_B \frac{x_{13}^2}{2} - M_B a x_{13} + M_C \frac{x_{13}^2}{2} - M_C a x_{13} + N_B \frac{x_{13}^3}{3} - N_B a \frac{x_{13}^2}{2} - N_B a \frac{x_{13}^2}{2} + \\
 & + N_B a a x_{13} + N_C \frac{x_{13}^3}{3} - N_C a \frac{x_{13}^2}{2} - T_B b \frac{x_{13}^2}{2} + T_B b a x_{13} - T_C b \frac{x_{13}^2}{2} + T_C b a x_{13} - M_B \frac{x_{13}^2}{2} + M_B a x_{13} - \\
 & - M_C \frac{x_{13}^2}{2} + M_C a x_{13} - N_B \frac{x_{13}^3}{3} + N_B a \frac{x_{13}^2}{2} + N_B a \frac{x_{13}^2}{2} - N_B a a x_{13} - N_C \frac{x_{13}^3}{3} + N_C a \frac{x_{13}^2}{2} + T_B b \frac{x_{13}^2}{2} - \\
 & - T_B b a x_{13} + T_C b \frac{x_{13}^2}{2} - T_C b a x_{13} \left. \right]_a^{2a} + [(M_B a x_{14} + M_C a x_{14} - T_B b a x_{14} + T_B a \frac{x_{14}^2}{2} - T_C b a x_{14} \\
 & + T_C a \frac{x_{14}^2}{2} + N_B a a x_{14} + N_C 2 a a x_{14} - F_B b \frac{x_{14}^2}{2} - F_D \frac{x_{14}^2}{2} \left. \right]_0^C \Big)
 \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro svislý posuv v bodě B

$$\begin{aligned}
 \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left(\left[\left(M_B \frac{x_4^2}{2} - T_B \frac{x_4^3}{3} \right) \right]_0^b + \left[(M_B b x_5 + M_C b x_5 + T_B b b x_5 + T_C b b x_5 + N_C b \frac{x_5^2}{2} + N_B b \frac{x_5^2}{2} - \right. \right. \\
 & - N_B b a x_5 - M_B b x_5 - M_C b x_5 - T_B b b x_5 - T_C b b x_5 - N_C b \frac{x_5^2}{2} - N_B b \frac{x_5^2}{2} + N_B b a x_5 \left. \left. \right]_a^{\frac{3}{2}a} + \left[(M_B b x_6 + \right. \right. \\
 & + M_C b x_6 + T_B b b x_6 + T_C b b x_6 + N_C b \frac{x_6^2}{2} + N_B b \frac{x_6^2}{2} - N_B b a x_6 - M_B b x_6 - M_C b x_6 - T_B b b x_6 - T_C b b x_6 - \\
 & - N_C b \frac{x_6^2}{2} - N_B b \frac{x_6^2}{2} + N_B b a x_6 \left. \left. \right]_{\frac{3}{2}a}^{2a} + \left[(M_B b x_7 - M_B \frac{x_7^2}{2} + M_C b x_7 - M_C \frac{x_7^2}{2} - F_A b \frac{x_7^2}{2} + F_A \frac{x_7^3}{3} - \right. \right. \\
 & - F_C b \frac{x_7^2}{2} + F_C \frac{x_7^3}{3} + T_B b b x_7 - T_B b \frac{x_7^2}{2} - T_B b \frac{x_7^2}{2} + T_B \frac{x_7^3}{3} + T_C b b x_7 - T_C b \frac{x_7^2}{2} - T_C b \frac{x_7^2}{2} + T_C \frac{x_7^3}{3} + \\
 & + N_B b a x_7 - N_B a \frac{x_7^2}{2} + N_C 2 a b x_7 - N_C 2 a \frac{x_7^2}{2} \left. \right]_0^x + \left[\left(- M_B \frac{x_{11}^2}{2} + T_B \frac{x_{11}^3}{3} \right) \right]_0^b + \left[(- M_B b x_{12} - M_C b x_{12} - \right. \\
 & - N_B b \frac{x_{12}^2}{2} + N_B a b x_{12} - N_C b \frac{x_{12}^2}{2} + T_B b b x_{12} + T_C b b x_{12} + M_B b x_{12} + M_C b x_{12} + N_B b \frac{x_{12}^2}{2} - N_B a b x_{12} + \\
 & + N_C b \frac{x_{12}^2}{2} - T_B b b x_{12} - T_C b b x_{12} \left. \right]_a^{\frac{3}{2}a} + \left[(- M_B b x_{13} - M_C b x_{13} - N_B b \frac{x_{13}^2}{2} + N_B a b x_{13} - N_C b \frac{x_{13}^2}{2} + \right. \\
 & + T_B b b x_{13} + T_C b b x_{13} + M_B b x_{13} + M_C b x_{13} + N_B b \frac{x_{13}^2}{2} - N_B a b x_{13} + N_C b \frac{x_{13}^2}{2} - T_B b b x_{13} - T_C b b x_{13} \left. \right]_{\frac{3}{2}a}^{2a} + \\
 & + \left[\left(- M_B b x_{14} + M_B \frac{x_{14}^2}{2} - M_C b x_{14} + M_C \frac{x_{14}^2}{2} + T_B b b x_{14} - T_B b \frac{x_{14}^2}{2} - T_B b \frac{x_{14}^2}{2} + T_B \frac{x_{14}^3}{3} + T_C b b x_{14} - \right. \right. \\
 & - T_C b \frac{x_{14}^2}{2} - T_C b \frac{x_{14}^2}{2} + T_C \frac{x_{14}^3}{3} - N_B a b x_{14} + N_B a \frac{x_{14}^2}{2} - N_C 2 a b x_{14} + N_C 2 a \frac{x_{14}^2}{2} + F_B b \frac{x_{14}^2}{2} - F_B \frac{x_{14}^3}{3} + \\
 & \left. \left. + F_D b \frac{x_{14}^2}{2} - F_D \frac{x_{14}^3}{3} \right) \right]_0^c \Big)
 \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro natočení v bodě B

$$\begin{aligned}
 \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left(\left[\left(M_B x_4 + T_B \frac{x_4^2}{2} \right) \right]_0^b + \left[(M_B x_5 + M_C x_5 + T_B b x_5 + T_C b x_5 + N_C \frac{x_5^2}{2} + N_B \frac{x_5^2}{2} - N_B a x_5 - \right. \right. \\
 & - M_B x_5 - M_C x_5 - T_B b x_5 - T_C b x_5 - N_C \frac{x_5^2}{2} - N_B \frac{x_5^2}{2} + N_B a x_5 \left. \left. \right]_a^{3/2a} + \left[(M_B x_6 + M_C x_6 + T_B b x_6 + \right. \right. \\
 & + T_C b x_6 + N_C \frac{x_6^2}{2} + N_B \frac{x_6^2}{2} - N_B a x_6 - M_B x_6 - M_C x_6 - T_B b x_6 - T_C b x_6 - N_C \frac{x_6^2}{2} - N_B \frac{x_6^2}{2} + \\
 & + N_B a x_6 \left. \left. \right]_{3/2a}^{2a} + \left[(M_B x_7 + M_C x_7 - F_A \frac{x_7^2}{2} - F_C \frac{x_7^2}{2} + T_B b x_7 - T_B \frac{x_7^2}{2} + T_C b x_7 - T_C \frac{x_7^2}{2} + N_B a x_7 + \right. \right. \\
 & + N_C 2 a x_7 \left. \left. \right]_0^x + \left[\left(M_B x_{11} - T_B \frac{x_{11}^2}{2} \right) \right]_0^b + \left[(M_B x_{12} + M_C x_{12} + N_B \frac{x_{12}^2}{2} - N_B a x_{12} + N_C \frac{x_{12}^2}{2} - T_B b x_{12} - \right. \right. \\
 & - T_C b x_{12} - M_B x_{12} - M_C x_{12} - N_B \frac{x_{12}^2}{2} + N_B a x_{12} - N_C \frac{x_{12}^2}{2} + T_B b x_{12} + T_C b x_{12} \left. \left. \right]_a^{3/2a} + \left[(M_B x_{13} + M_C x_{13} + \right. \right. \\
 & + N_B \frac{x_{13}^2}{2} - N_B a x_{13} + N_C \frac{x_{13}^2}{2} - T_B b x_{13} - T_C b x_{13} - M_B x_{13} - M_C x_{13} - N_B \frac{x_{13}^2}{2} + N_B a x_{13} - N_C \frac{x_{13}^2}{2} + \\
 & + T_B b x_{13} + T_C b x_{13} \left. \left. \right]_{3/2a}^{2a} + \left[(M_B x_{14} + M_C x_{14} - T_B b x_{14} + T_B \frac{x_{14}^2}{2} - T_C b x_{14} + T_C \frac{x_{14}^2}{2} + N_B a x_{14} + N_C 2 a x_{14} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - F_B \frac{x_{14}^2}{2} - F_D \frac{x_{14}^2}{2} \right) \right]_0^C \right)
 \end{aligned}$$

6. Dosazení mezí do podmínek spojitosti deformací po integraci

Podmínka spojitosti deformace pro vodorovný posuv v bodě C

$$\begin{aligned}
 \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left[\left(M_C \frac{a^2}{8} + T_C b \frac{a^2}{8} + N_C \frac{a^3}{16} \right) + \left(M_C \frac{a^2}{2} + T_C b \frac{a^2}{2} + N_C \frac{a^3}{3} - M_C \frac{a^2}{8} - T_C b \frac{a^2}{8} - N_C \frac{a^3}{16} \right) + \right. \\
 & + \left(M_B \frac{9a^2}{8} + M_C \frac{9a^2}{8} + T_B b \frac{9a^2}{8} + T_C b \frac{9a^2}{8} + N_C \frac{27a^3}{24} + N_B \frac{27a^3}{24} - N_B a \frac{9a^2}{8} - M_B \frac{a^2}{2} - M_C \frac{a^2}{2} - \right. \\
 & - \left. T_B b \frac{a^2}{2} - T_C b \frac{a^2}{2} - N_C \frac{a^3}{3} - N_B \frac{a^3}{3} + N_B a \frac{a^2}{2} \right) + \left(M_B \frac{4a^2}{2} + M_C \frac{4a^2}{2} + T_C b \frac{4a^2}{2} + T_B b \frac{4a^2}{2} + \right. \\
 & + N_C \frac{8a^3}{3} + N_B \frac{8a^3}{3} - N_B a \frac{4a^2}{2} - M_B \frac{9a^2}{8} - M_C \frac{9a^2}{8} - T_C b \frac{9a^2}{8} - T_B b \frac{9a^2}{8} - N_C \frac{27a^3}{24} - N_B \frac{27a^3}{24} + \\
 & + \left. N_B a \frac{9a^2}{8} \right) + \left(M_B 2ax + M_C 2ax - F_A 2a \frac{x^2}{2} - F_C 2a \frac{x^2}{2} + T_B 2abx - T_B 2a \frac{x^2}{2} + T_C 2abx - T_C 2a \frac{x^2}{2} + \right. \\
 & + N_B a 2ax + N_C 2a 2ax) + \left(M_C \frac{a^2}{8} - T_C b \frac{a^2}{8} + N_C \frac{a^3}{16} \right) + \left(M_C \frac{a^2}{2} + N_C \frac{a^3}{3} - T_C b \frac{a^2}{2} - M_C \frac{a^2}{8} - N_C \frac{a^3}{16} + \right. \\
 & + \left. T_C b \frac{a^2}{8} \right) + \left(M_B \frac{9a^2}{8} + M_C \frac{9a^2}{8} + N_B \frac{27a^3}{24} - N_B a \frac{9a^2}{8} + N_C \frac{27a^3}{24} - T_B b \frac{9a^2}{8} - T_C b \frac{9a^2}{8} - M_B \frac{a^2}{2} - \right. \\
 & - \left. M_C \frac{a^2}{2} - N_B \frac{a^3}{3} + N_B a \frac{a^2}{2} - N_C \frac{a^3}{3} + T_B b \frac{a^2}{2} + T_C b \frac{a^2}{2} \right) + \left(M_B \frac{4a^2}{2} + M_C \frac{4a^2}{2} + N_B \frac{8a^3}{3} - \right. \\
 & - \left. N_B a \frac{4a^2}{2} + N_C \frac{8a^3}{3} - T_B b \frac{4a^2}{2} - T_C b \frac{4a^2}{2} - M_B \frac{9a^2}{8} - M_C \frac{9a^2}{8} - N_B \frac{27a^3}{24} + N_B a \frac{9a^2}{8} - N_C \frac{27a^3}{24} + \right. \\
 & + \left. T_B b \frac{9a^2}{8} + T_C b \frac{9a^2}{8} \right) + \left(M_B 2ac + M_C 2ac - T_B 2abc + T_B \frac{c^2}{2} 2a - T_C 2abc + T_C 2a \frac{c^2}{2} + \right. \\
 & \left. + N_B 2aac + N_C 2a 2ac - F_B 2a \frac{c^2}{2} - F_D 2a \frac{c^2}{2} \right) \Big]
 \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace svislý posuv v bodě C

$$\begin{aligned}
 \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left[\left(M_c \frac{b^2}{2} + T_c \frac{b^3}{3} \right) + \left(M_c b \frac{a}{2} + T_c b b \frac{a}{2} + N_c b \frac{a^2}{8} \right) + \left(M_c b a + T_c b b a + N_c b \frac{a^2}{2} - M_c b \frac{a}{2} - \right. \right. \\
 & - T_c b b \frac{a}{2} - N_c b \frac{a^2}{8} \left. \right) + \left(M_b b \frac{3a}{2} + M_c b \frac{3a}{2} + T_b b b \frac{3a}{2} + T_c b b \frac{3a}{2} + N_c b \frac{9a^2}{8} + N_b b \frac{9a^2}{8} - N_b b a \frac{3a}{2} - M_b b a - \right. \\
 & - M_c b a - T_b b b a - T_c b b a - N_c b \frac{a^2}{2} - N_b b \frac{a^2}{2} + N_b b a a \left. \right) + \left(M_b b 2a + M_c b 2a + T_b b b 2a + T_c b b 2a + N_c b \frac{4a^2}{2} + \right. \\
 & + N_b b \frac{4a^2}{2} - N_b a b 2a - M_b b \frac{3a}{2} - M_c b \frac{3a}{2} - T_b b b \frac{3a}{2} - T_c b b \frac{3a}{2} - N_c b \frac{9a^2}{8} - N_b b \frac{9a^2}{8} + N_b a b \frac{3a}{2} \left. \right) + \left(M_b b x - \right. \\
 & - M_b \frac{x^2}{2} + M_c b x - M_c \frac{x^2}{2} - F_A b \frac{x^2}{2} + F_A \frac{x^3}{3} - F_C b \frac{x^2}{2} + F_C \frac{x^3}{3} + T_b b b x - T_b b \frac{x^2}{2} - T_b b \frac{x^2}{2} + T_b \frac{x^3}{3} + \\
 & + T_c b b x - T_c b \frac{x^2}{2} - T_c b \frac{x^2}{2} + T_c \frac{x^3}{3} + N_b a b x - N_b a \frac{x^2}{2} + N_c 2 a b x - N_c 2 a \frac{x^2}{2} \left. \right) + \left(- M_c \frac{b^2}{2} + T_c \frac{b^3}{3} \right) + \\
 & + \left(- M_c b \frac{a}{2} + T_c b b \frac{a}{2} - N_c b \frac{a^2}{8} \right) + \left(- M_c b a - N_c b \frac{a^2}{2} + T_c b b a + M_c b \frac{a}{2} + N_c b \frac{a^2}{8} - T_c b b \frac{a}{2} \right) + \\
 & + \left(- M_b b \frac{3a}{2} - M_c b \frac{3a}{2} - N_b b \frac{9a^2}{8} + N_b b a \frac{3a}{2} - N_c b \frac{9a^2}{8} + T_b b b \frac{3a}{2} + T_c b b \frac{3a}{2} + M_b b a + M_c b a + N_b b \frac{a^2}{2} - \right. \\
 & - N_b b a a + N_c b \frac{a^2}{2} - T_b b b a - T_c b b a \left. \right) + \left(- M_b b 2a - M_c b 2a - N_b b \frac{4a^2}{2} + N_b a b 2a - N_c b \frac{4a^2}{2} + \right. \\
 & + T_b b b 2a + T_c b b 2a + M_b b \frac{3a}{2} + M_c b \frac{3a}{2} + N_b b \frac{9a^2}{8} - N_b a b \frac{3a}{2} + N_c b \frac{9a^2}{8} - T_b b b \frac{3a}{2} - T_c b b \frac{3a}{2} \left. \right) + \\
 & + \left(- M_b b c + M_b \frac{c^2}{2} - M_c b c + M_c \frac{c^2}{2} + T_b b b c - T_b b \frac{c^2}{2} - T_b b \frac{c^2}{2} + T_b \frac{c^3}{3} + T_c b b c - T_c b \frac{c^2}{2} - \right. \\
 & - T_c b \frac{c^2}{2} + T_c \frac{c^3}{3} - N_b a b c + N_b a \frac{c^2}{2} - N_c 2 a b c + N_c 2 a \frac{c^2}{2} + F_b b \frac{c^2}{2} - F_b \frac{c^3}{3} + F_D b \frac{c^2}{2} - F_D \frac{c^3}{3} \left. \right) \left. \right]
 \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro natočení v bodě C

$$\begin{aligned}
 \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left[\left(M_C b + T_C \frac{b^2}{2} \right) + \left(M_C \frac{a}{2} + T_C b \frac{a}{2} + N_C \frac{a^2}{8} \right) + \left(M_C a + T_C b a + N_C \frac{a^2}{2} - M_C \frac{a}{2} - \right. \right. \\
 & - T_C b \frac{a}{2} - N_C \frac{a^2}{8} \left. \right) + \left(M_B \frac{3a}{2} + M_C \frac{3a}{2} + T_B b \frac{3a}{2} + T_C b \frac{3a}{2} + N_C \frac{9a^2}{8} + N_B \frac{9a^2}{8} - N_B a \frac{3a}{2} - M_B a - M_C a - T_B b a - \right. \\
 & - T_C b a - N_C \frac{a^2}{2} - N_B \frac{a^2}{2} + N_B a a \left. \right) + \left(M_B 2a + M_C 2a + T_B b 2a + T_C b 2a + N_C \frac{4a^2}{2} + N_B \frac{4a^2}{2} - N_B a 2a - M_B \frac{3a}{2} - \right. \\
 & - M_C \frac{3a}{2} - T_B b \frac{3a}{2} - T_C b \frac{3a}{2} - N_C \frac{9a^2}{8} - N_B \frac{9a^2}{8} + N_B a \frac{3a}{2} \left. \right) + \left(M_B x + M_C x - F_A \frac{x^2}{2} - F_C \frac{x^2}{2} + T_B b x - T_B \frac{x^2}{2} + \right. \\
 & + T_C b x - T_C \frac{x^2}{2} + N_B a x + N_C 2a x \left. \right) + \left(M_C b - T_C \frac{b^2}{2} \right) + \left(M_C \frac{a}{2} - T_C b \frac{a}{2} + N_C \frac{a^2}{8} \right) + \left(M_C a + N_C \frac{a^2}{2} - \right. \\
 & - T_C b a - M_C \frac{a}{2} - N_C \frac{a^2}{8} + T_C b \frac{a}{2} \left. \right) + \left(M_B \frac{3a}{2} + M_C \frac{3a}{2} + N_B \frac{9a^2}{8} - N_B a \frac{3a}{2} + N_C \frac{9a^2}{8} - T_B b \frac{3a}{2} - T_C b \frac{3a}{2} - \right. \\
 & - M_B a - M_C a - N_B \frac{a^2}{2} + N_B a a - N_C \frac{a^2}{2} + T_B b a + T_C b a \left. \right) + \left(M_B 2a + M_C 2a + N_B \frac{4a^2}{2} - N_B a 2a + \right. \\
 & + N_C \frac{4a^2}{2} - T_B b 2a - T_C b 2a - M_B \frac{3a}{2} - M_C \frac{3a}{2} - N_B \frac{9a^2}{8} + N_B a \frac{3a}{2} - N_C \frac{9a^2}{8} + T_B b \frac{3a}{2} + T_C b \frac{3a}{2} \left. \right) + \\
 & + \left(M_B c + M_C c - T_B b c + T_B \frac{c^2}{2} - T_C b c + T_C \frac{c^2}{2} + N_B a c + N_C 2a c - F_B b \frac{c^2}{2} - F_D \frac{c^2}{2} \right) \left. \right]
 \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro vodorovný posuv v bodě B

$$\begin{aligned}
 \emptyset = \frac{1}{EJ_y} & \left[\left(M_B \frac{9a^2}{8} - M_B a \frac{3a}{2} + M_C \frac{9a^2}{8} - M_C a \frac{3a}{2} + T_B b \frac{9a^2}{8} - T_B ab \frac{3a}{2} + T_C b \frac{9a^2}{8} - T_C ba \frac{3a}{2} + \right. \right. \\
 & + N_C \frac{27a^3}{24} - N_C a \frac{9a^2}{8} + N_B \frac{27a^3}{24} - N_B a \frac{9a^2}{8} - N_B a \frac{9a^2}{8} + N_B aa \frac{3a}{2} - M_B \frac{a^2}{2} + M_B aa - M_C \frac{a^2}{2} + \\
 & + M_C aa - T_B b \frac{a^2}{2} + T_B aba - T_C b \frac{a^2}{2} + T_C baa - N_C \frac{a^3}{3} + N_C a \frac{a^2}{2} - N_B \frac{a^3}{3} + N_B a \frac{a^2}{2} + N_B a \frac{a^2}{2} - \\
 & - N_B aaa) + \left(M_B \frac{4a^2}{2} - M_B a 2a + M_C \frac{4a^2}{2} - M_C a 2a + T_B b \frac{4a^2}{2} - T_B ab 2a + T_C b \frac{4a^2}{2} - T_C ba 2a + \right. \\
 & + N_C \frac{8a^3}{3} - N_C a \frac{4a^2}{2} + N_B \frac{8a^3}{3} - N_B a \frac{4a^2}{2} - N_B a \frac{4a^2}{2} + N_B aa 2a - M_B \frac{9a^2}{8} + M_B a \frac{3a}{2} - M_C \frac{9a^2}{8} + \\
 & + M_C a \frac{3a}{2} - T_B b \frac{9a^2}{8} + T_B ab \frac{3a}{2} - T_C b \frac{9a^2}{8} + T_C ba \frac{3a}{2} - N_C \frac{27a^3}{24} + N_C a \frac{9a^2}{8} - N_B \frac{27a^3}{24} + N_B a \frac{9a^2}{8} + \\
 & + N_B a \frac{9a^2}{8} - N_B aa \frac{3a}{2} \left. \right) + (M_B ax + M_C ax - F_A a \frac{x^2}{2} - F_C a \frac{x^2}{2} + T_B b ax - T_B a \frac{x^2}{2} + T_C b ax - T_C a \frac{x^2}{2} + \\
 & + N_B a ax + N_C 2a ax) + \left(M_B \frac{9a^2}{8} - M_B a \frac{3a}{2} + M_C \frac{9a^2}{8} - M_C a \frac{3a}{2} + N_B \frac{27a^3}{24} - N_B a \frac{9a^2}{8} - N_B a \frac{9a^2}{8} + \right. \\
 & + N_B aa \frac{3a}{2} + N_C \frac{27a^3}{24} - N_C a \frac{9a^2}{8} - T_B b \frac{9a^2}{8} + T_B ba \frac{3a}{2} - T_C b \frac{9a^2}{8} + T_C ba \frac{3a}{2} - M_B \frac{a^2}{2} + M_B aa - \\
 & - M_C \frac{a^2}{2} + M_C aa - N_B \frac{a^3}{3} + N_B a \frac{a^2}{2} + N_B a \frac{a^2}{2} - N_B aaa - N_C \frac{a^3}{3} + N_C a \frac{a^2}{2} + T_B b \frac{a^2}{2} - T_B baa + \\
 & + T_C b \frac{a^2}{2} - T_C baa) + \left(M_B \frac{4a^2}{2} - M_B a 2a + M_C \frac{4a^2}{2} - M_C a 2a + N_B \frac{8a^3}{3} - N_B a \frac{4a^2}{2} - N_B a \frac{4a^2}{2} + \right. \\
 & + N_B aa 2a + N_C \frac{8a^3}{3} - N_C a \frac{4a^2}{2} - T_B b \frac{4a^2}{2} + T_B ba 2a - T_C b \frac{4a^2}{2} + T_C ba 2a - M_B \frac{9a^2}{8} + M_B a \frac{3a}{2} - \\
 & - M_C \frac{9a^2}{8} + M_C a \frac{3a}{2} - N_B \frac{27a^3}{24} + N_B a \frac{9a^2}{8} + N_B a \frac{9a^2}{8} - N_B aa \frac{3a}{2} - N_C \frac{27a^3}{24} + N_C a \frac{9a^2}{8} + T_B b \frac{9a^2}{8} - \\
 & - T_B ba \frac{3a}{2} + T_C b \frac{9a^2}{8} - T_C ba \frac{3a}{2} \left. \right) + (M_B ac + M_C ac - T_B bac + T_B a \frac{c^2}{2} - T_C bac + T_C a \frac{c^2}{2} + N_B aac + \\
 & + N_C 2aac - F_B a \frac{c^2}{2} - F_D a \frac{c^2}{2} \left. \right) \left. \right]
 \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro svislý posuv v bodě B

$$\begin{aligned}
 \emptyset = & \frac{1}{EJ_y} \left[\left(M_B \frac{b^2}{2} - T_B \frac{b^3}{3} \right) + \left(M_B b \frac{3a}{2} + M_C b \frac{3a}{2} + T_B bb \frac{3a}{2} + T_C bb \frac{3a}{2} + N_C b \frac{9a^2}{8} + N_B b \frac{9a^2}{8} - \right. \right. \\
 & - N_B ba \frac{3a}{2} - M_B ba - M_C ba - T_B bba - T_C bba - N_C b \frac{a^2}{2} - N_B b \frac{a^2}{2} + N_B baa \left. \right) + \left(M_B b2a + M_C b2a + \right. \\
 & + T_B bb2a + T_C bb2a + N_C b \frac{4a^2}{2} + N_B b \frac{4a^2}{2} - N_B ba2a - M_B b \frac{3a}{2} - M_C b \frac{3a}{2} - T_B bb \frac{3a}{2} - T_C bb \frac{3a}{2} - \\
 & - N_C b \frac{9a^2}{8} - N_B b \frac{9a^2}{8} + N_B ba \frac{3a}{2} \left. \right) + \left(M_B bx - M_B \frac{x^2}{2} + M_C bx - M_C \frac{x^2}{2} - F_A b \frac{x^2}{2} + F_A \frac{x^3}{3} - \right. \\
 & - F_C b \frac{x^2}{2} + F_C \frac{x^3}{3} + T_B bbx - T_B b \frac{x^2}{2} - T_B b \frac{x^2}{2} + T_B \frac{x^3}{3} + T_C bbx - T_C b \frac{x^2}{2} - T_C b \frac{x^2}{2} + T_C \frac{x^3}{3} + \\
 & + N_B bax - N_B a \frac{x^2}{2} + N_C 2abx - N_C 2a \frac{x^2}{2} \left. \right) + \left(- M_B \frac{b^2}{2} + T_B \frac{b^3}{3} \right) + \left(- M_B b \frac{3a}{2} - M_C b \frac{3a}{2} - \right. \\
 & - N_B b \frac{9a^2}{8} + N_B ab \frac{3a}{2} - N_C b \frac{9a^2}{8} + T_B bb \frac{3a}{2} + T_C bb \frac{3a}{2} + M_B ba + M_C ba + N_B b \frac{a^2}{2} - N_B aba + \\
 & + N_C b \frac{a^2}{2} - T_B bba - T_C bba \left. \right) + \left(- M_B b2a - M_C b2a - N_B b \frac{4a^2}{2} + N_B ab2a - N_C b \frac{4a^2}{2} + \right. \\
 & + T_B bb2a + T_C bb2a + M_B b \frac{3a}{2} + M_C b \frac{3a}{2} + N_B b \frac{9a^2}{8} - N_B ab \frac{3a}{2} + N_C b \frac{9a^2}{8} - T_B bb \frac{3a}{2} - T_C bb \frac{3a}{2} \left. \right) + \\
 & + \left(- M_B bc + M_B \frac{c^2}{2} - M_C bc + M_C \frac{c^2}{2} + T_B bbc - T_B b \frac{c^2}{2} - T_B b \frac{c^2}{2} + T_B \frac{c^3}{3} + T_C bbc - \right. \\
 & - T_C b \frac{c^2}{2} - T_C b \frac{c^2}{2} + T_C \frac{c^3}{3} - N_B abc + N_B a \frac{c^2}{2} - N_C 2abc + N_C 2a \frac{c^2}{2} + F_B b \frac{c^2}{2} - F_B \frac{c^3}{3} + \\
 & \left. \left. + F_D b \frac{c^2}{2} - F_D \frac{c^3}{3} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro natočení v bodě B

$$\begin{aligned}
 \emptyset = \frac{1}{EJ_y} & \left[\left(M_B b + T_B \frac{b^2}{2} \right) + \left(M_B \frac{3a}{2} + M_C \frac{3a}{2} + T_B b \frac{3a}{2} + T_C b \frac{3a}{2} + N_C \frac{9a^2}{8} + N_B \frac{9a^2}{8} - N_B a \frac{3a}{2} - \right. \right. \\
 & - M_B a - M_C a - T_B b a - T_C b a - N_C \frac{a^2}{2} - N_B \frac{a^2}{2} + N_B a a) + (M_B 2a + M_C 2a + T_B b 2a + T_C b 2a + \\
 & + N_C \frac{4a^2}{2} + N_B \frac{4a^2}{2} - N_B a 2a - M_B \frac{3a}{2} - M_C \frac{3a}{2} - T_B b \frac{3a}{2} - T_C b \frac{3a}{2} - N_C \frac{9a^2}{8} - N_B \frac{9a^2}{8} + \\
 & + N_B a \frac{3a}{2}) + (M_B x + M_C x - F_A \frac{x^2}{2} - F_C \frac{x^2}{2} + T_B b x - T_B \frac{x^2}{2} + T_C b x - T_C \frac{x^2}{2} + N_B a x + N_C 2a x) + \\
 & + \left(M_B b - T_B \frac{b^2}{2} \right) + \left(M_B \frac{3a}{2} + M_C \frac{3a}{2} + N_B \frac{9a^2}{8} - N_B a \frac{3a}{2} + N_C \frac{9a^2}{8} - T_B b \frac{3a}{2} - T_C b \frac{3a}{2} - \right. \\
 & - M_B a - M_C a - N_B \frac{a^2}{2} + N_B a a - N_C \frac{a^2}{2} + T_B b a + T_C b a) + (M_B 2a + M_C 2a + N_B \frac{4a^2}{2} - \\
 & - N_B a 2a + N_C \frac{4a^2}{2} - T_B b 2a - T_C b 2a - M_B \frac{3a}{2} - M_C \frac{3a}{2} - N_B \frac{9a^2}{8} + N_B a \frac{3a}{2} - N_C \frac{9a^2}{8} + \\
 & + T_B b \frac{3a}{2} + T_C b \frac{3a}{2}) + (M_B c + M_C c - T_B b c + T_B \frac{c^2}{2} - T_C b c + T_C \frac{c^2}{2} + N_B a c + N_C 2a c - \\
 & \left. \left. - F_B \frac{c^2}{2} - F_D \frac{c^2}{2} \right) \right]
 \end{aligned}$$

7. Konečná verze podmínek spojitosti deformací po algebraických úpravách

Podmínka spojitosti deformace pro vodorovný posuv v bodě C

$$\begin{aligned} & \frac{1}{EJ_y} \left(M_C (4a^2 + 2ax + 2ac) + T_C (2abx - ax^2 - 2abc + ac^2) + N_C \left(\frac{16a^3}{3} + 4a^2x + 4a^2c \right) + \right. \\ & + M_B (3a^2 + 2ax + 2ac) + T_C (2abx - ax^2 + c^2a - 2abc) + N_B \left(\frac{5a^2}{3} + 2a^2x + 2a^2c \right) - F_A 2a \frac{x^2}{2} - \\ & \left. - F_C 2a \frac{x^2}{2} - F_B 2a \frac{c^2}{2} - F_D 2a \frac{c^2}{2} \right) = \emptyset \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro svislý posuv v bodě C

$$\begin{aligned} & \frac{1}{EJ_y} \left(M_C \left(bx - \frac{x^2}{2} - bc + \frac{c^2}{2} \right) + T_C \left(\frac{2b^3}{3} + 4b^2a + b^2x - bx^2 + \frac{x^3}{3} + b^2c - bc^2 + \frac{c^3}{3} \right) + \right. \\ & + N_C (2abx - ax^2 - 2abc + ac^2) + M_B \left(bx - \frac{x^2}{2} - bc + \frac{c^2}{2} \right) + T_B \left(2b^2a + b^2x - bx^2 + \frac{x^3}{3} + b^2c - bc^2 + \frac{c^3}{3} \right) + \\ & + N_B \left(abx - \frac{ax^2}{2} - abc + \frac{ac^2}{2} \right) - F_A b \frac{x^2}{2} + F_A \frac{x^3}{3} - F_C b \frac{x^2}{2} + F_C \frac{x^3}{3} + F_B b \frac{c^2}{2} - F_B \frac{c^3}{3} + F_D b \frac{c^2}{2} - \\ & \left. - F_D \frac{c^3}{3} \right) = \emptyset \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro natočení v bodě C

$$\begin{aligned} & \frac{1}{EJ_y} \left(M_C (2b + x + 4a + c) + T_C \left(bx - \frac{x^2}{2} - bc + \frac{c^2}{2} \right) + N_C (4a^2 + 2ax + 2ac) + M_B (2a + x + c) + \right. \\ & \left. + T_B \left(bx - \frac{x^2}{2} - bc + \frac{c^2}{2} \right) + N_B (a^2 + ax + ac) - F_A \frac{x^2}{2} - F_C \frac{x^2}{2} - F_B \frac{c^2}{2} - F_D \frac{c^2}{2} \right) = \emptyset \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro vodorovný posuv v bodě B

$$\begin{aligned} & \frac{1}{EJ_y} \left(M_C (a^2 + ax + ac) + T_C \left(bax - \frac{ax^2}{2} - bac + \frac{ac^2}{2} \right) + N_C \left(\frac{5a^3}{3} + 2a^2x + 2a^2c \right) + M_B (a^2 + ax + ac) + \right. \\ & \left. + T_B \left(bax - \frac{ax^2}{2} - bac + \frac{ac^2}{2} \right) + N_B \left(\frac{2a^3}{3} + a^2x + a^2c \right) - F_A a \frac{x^2}{2} - F_C a \frac{x^2}{2} - F_B a \frac{c^2}{2} - F_D a \frac{c^2}{2} \right) = \emptyset \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro svislý posuv v bodě B

$$\begin{aligned} & \frac{1}{EJ_y} \left(M_C \left(bx - \frac{x^2}{2} - bc + \frac{c^2}{2} \right) + T_C \left(2b^2a + b^2x - bx^2 + \frac{x^3}{3} + b^2c - bc^2 + \frac{c^3}{3} \right) + \right. \\ & + N_c (2abx - ax^2 - 2abc - ac^2) + M_B \left(bx - \frac{x^2}{2} - bc + \frac{c^2}{2} \right) + T_B \left(\frac{2b^3}{3} + 2b^2a + b^2x - bx^2 + \right. \\ & + \left. \frac{x^3}{3} + b^2c - bc^2 + \frac{c^3}{3} \right) + N_B \left(bax - \frac{ax^2}{2} - abc + \frac{ac^2}{2} \right) - F_A b \frac{x^2}{2} - F_C b \frac{x^2}{2} + F_A \frac{x^3}{3} + F_C \frac{x^3}{3} + \\ & \left. + F_B b \frac{c^2}{2} - F_B \frac{c^3}{3} + F_D b \frac{c^2}{2} - F_D \frac{c^3}{3} \right) = 0 \end{aligned}$$

Podmínka spojitosti deformace pro natočení v bodě B

$$\begin{aligned} & \frac{1}{EJ_y} \left(M_B (2b + 2a + x + c) + T_C \left(bx - \frac{x^2}{2} - bc + \frac{c^2}{2} \right) + N_B (a^2 + ax + ac) + M_C (2a + x + c) + \right. \\ & \left. T_C \left(bx - \frac{x^2}{2} - bc + \frac{c^2}{2} \right) + N_C (3a^2 + 2ax + 2ac) - F_A \frac{x^2}{2} - F_C \frac{x^2}{2} - F_B \frac{c^2}{2} - F_D \frac{c^2}{2} \right) = 0 \end{aligned}$$

8. Řešení soustavy rovnic pomocí programu

Maple

V předcházející výpočtové části jsme dospěli k závěrečným rovnicím. Jelikož nám vyšlo šest rovnic o šesti neznámých a v další části budeme zkoumat vliv nárazu na deformaci rámu na rozličných místech čela vozíku, bylo by značně nepraktické jednotlivé případy řešit ručně. Proto bylo pro řešení této problematiky užito výpočetního softwaru Maple 10. Vlastní výpočty v tomto programu jsou uvedeny v příloze. Zde si jen uvedeme aplikaci tohoto programu při řešení více rovnic o více neznámých:

Pro řešení soustavy rovnic je určena třetí syntaxe příkazu solve , a to:

```
solve({rovnice},{neznámé});
```

```
> r:=solve({x-2*y=3,x+y=1},{x,y});  
# řešení soustavy rovnic
```

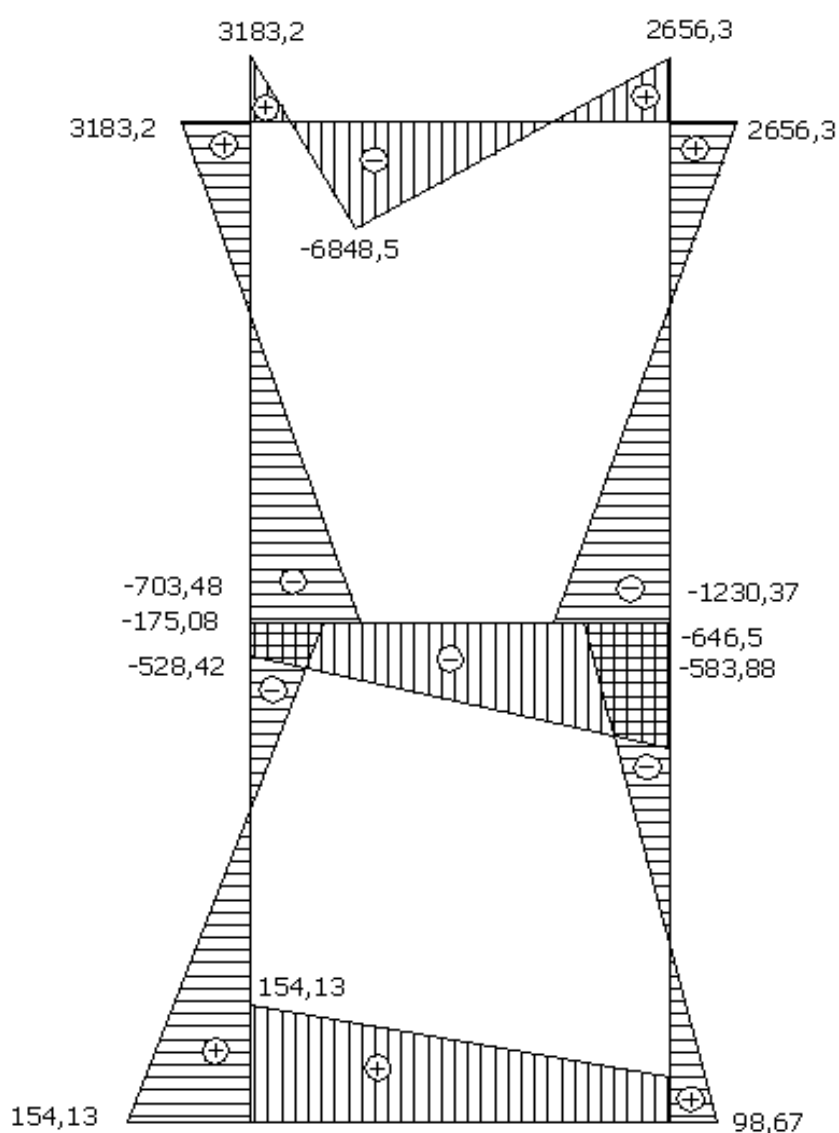
```
> r[1];r[2]; # výpis řešení
```

9. Průběhy vnitřních výsledných účinků (VVÚ)

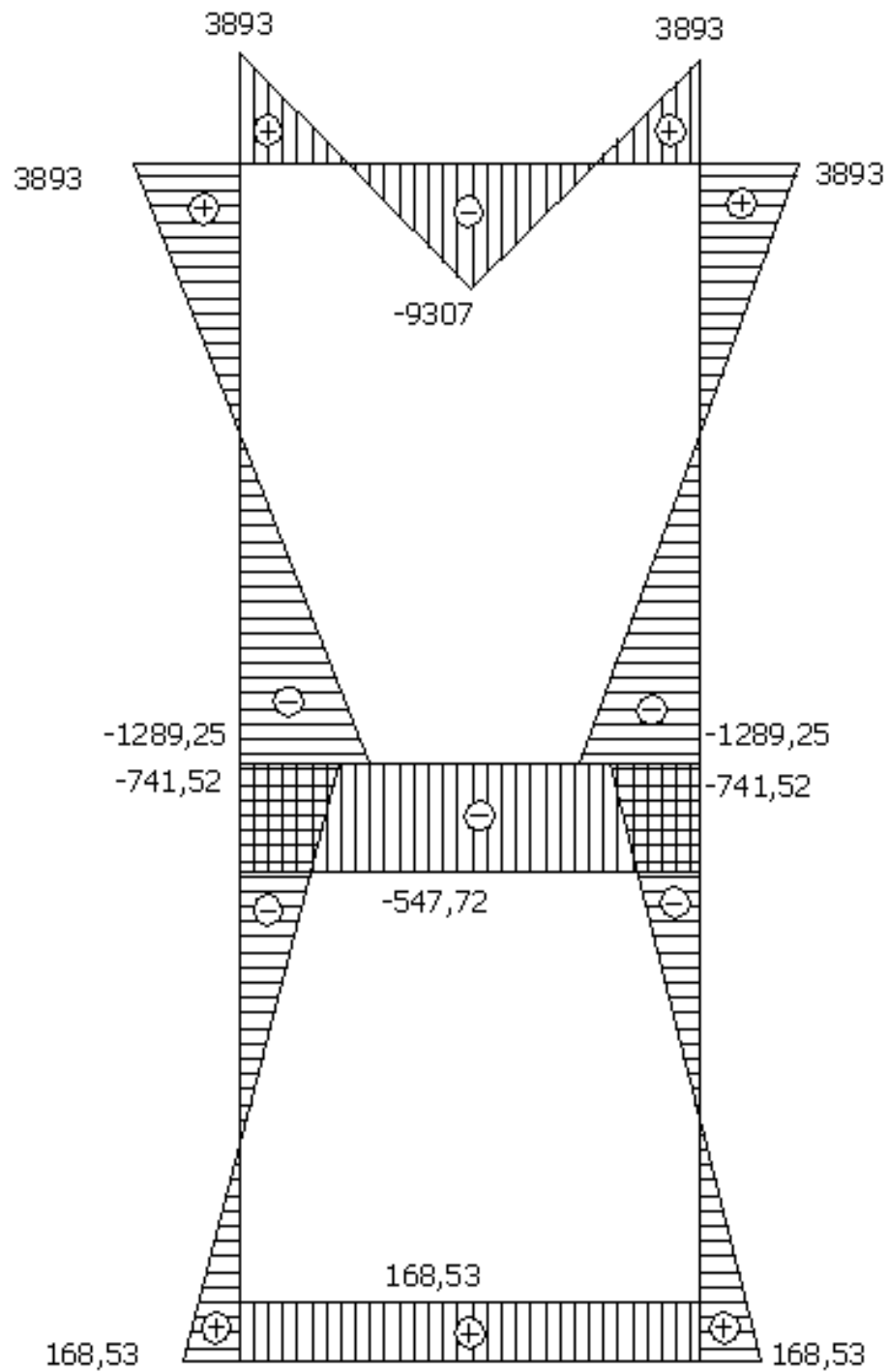
Z výsledků získaných pomocí softwaru Maple 10 (viz. příloha), jsou v následující části této práce zobrazeny průběhy vnitřních výsledných účinků pro různé polohy zatěžující síly.

Průběhy momentů

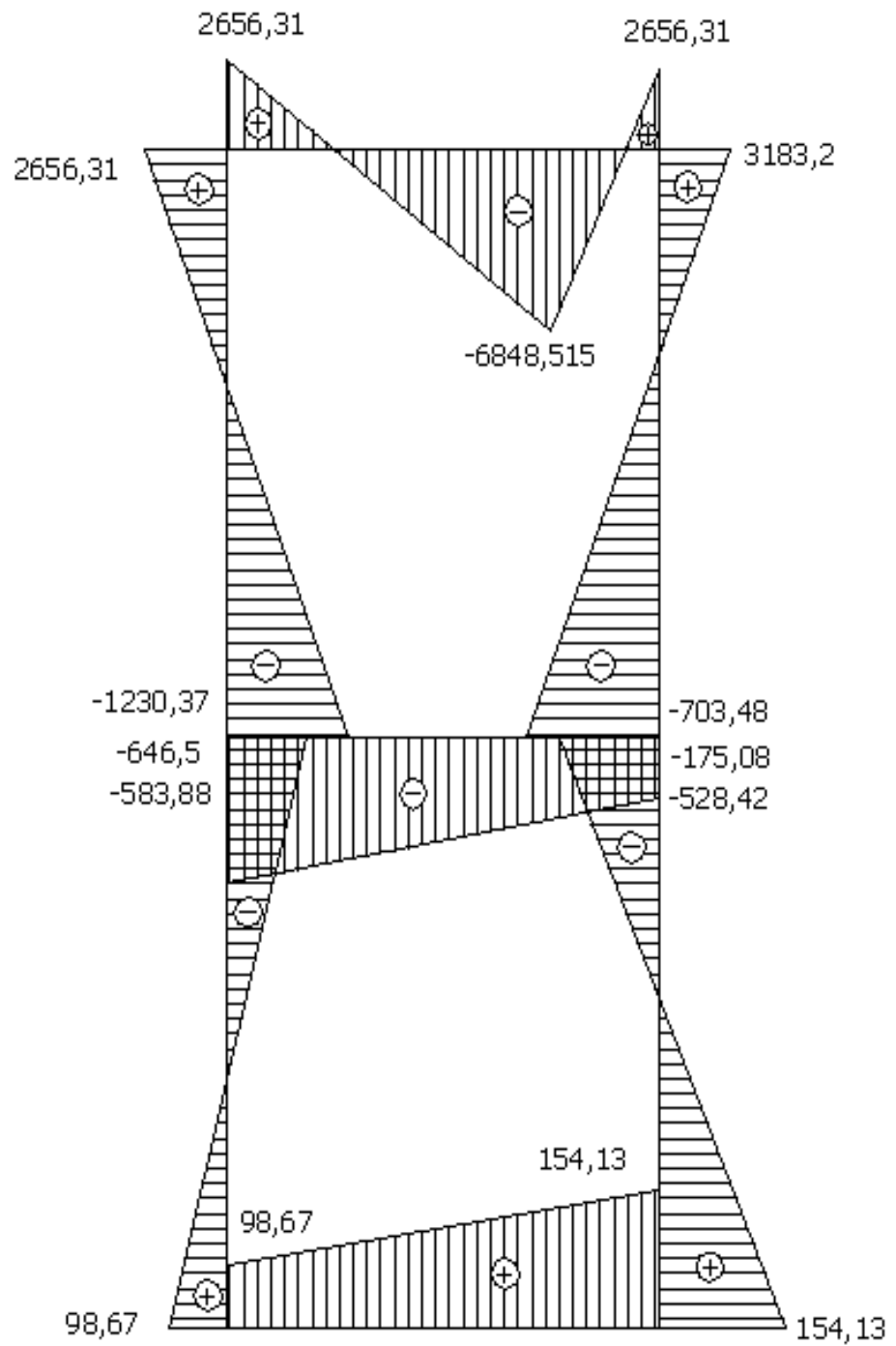
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 0,5\text{m}$, $c = 1,5\text{m}$



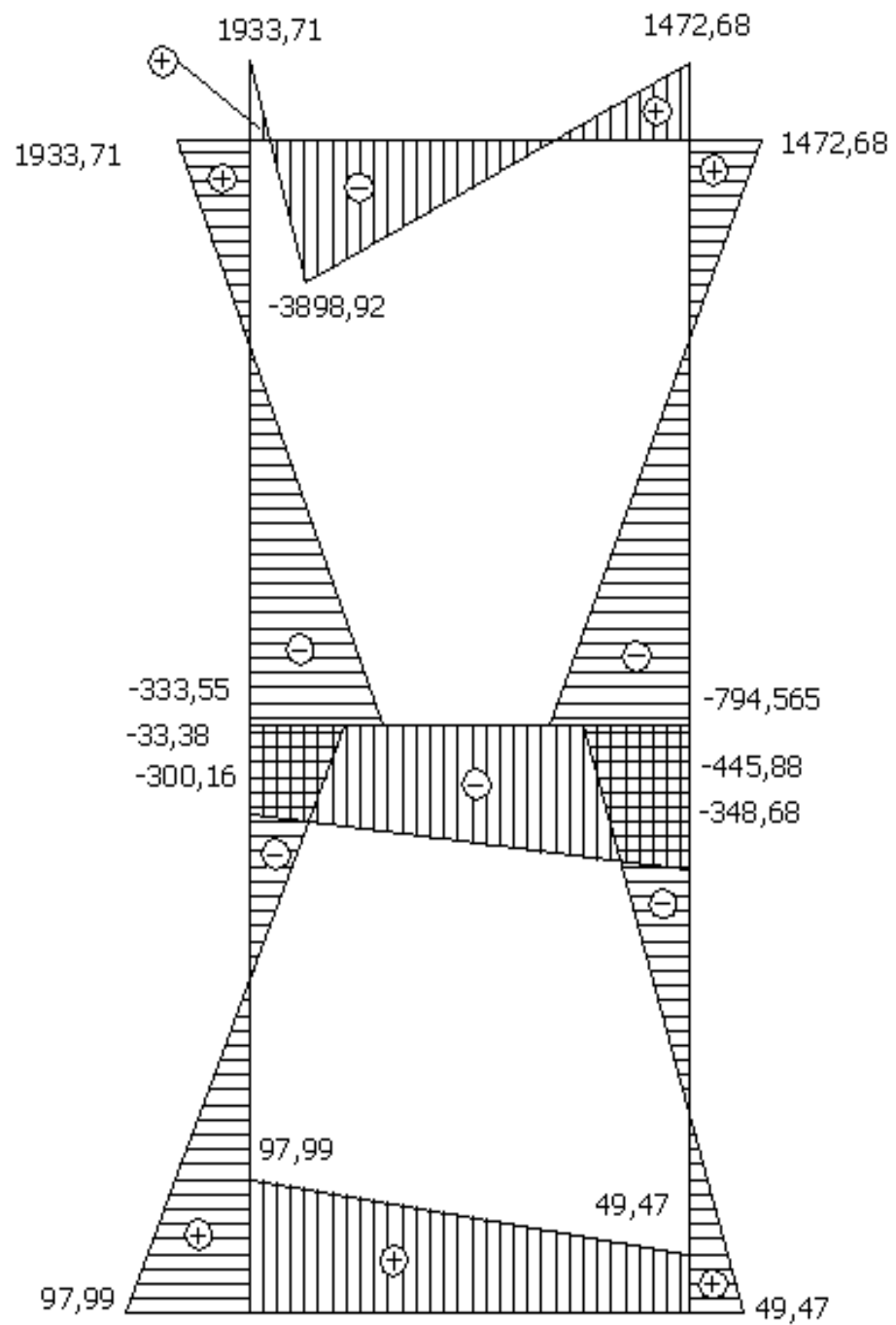
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 1\text{m}$, $c = 1\text{m}$



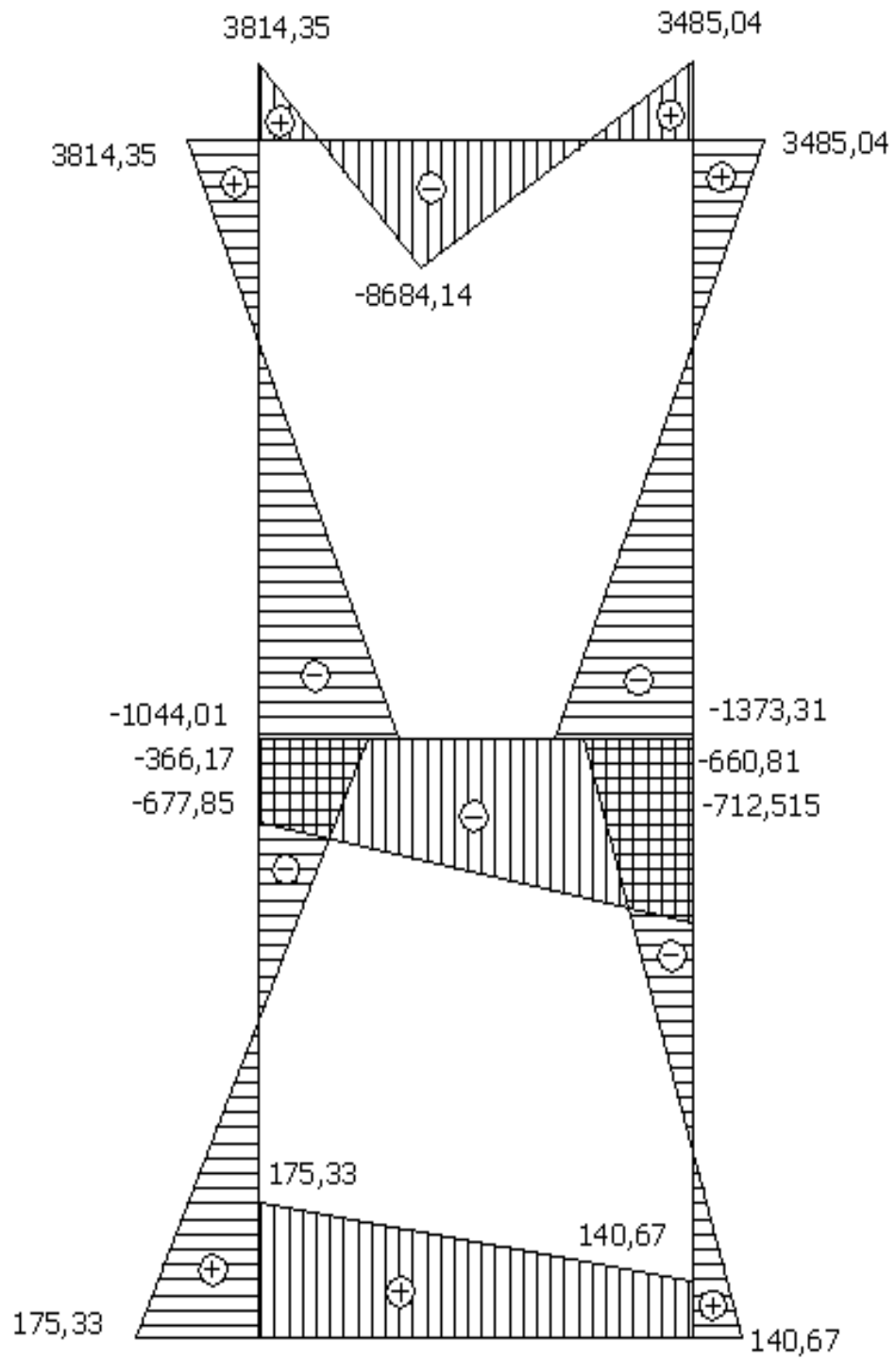
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 1,5\text{m}$, $c = 0,5\text{m}$



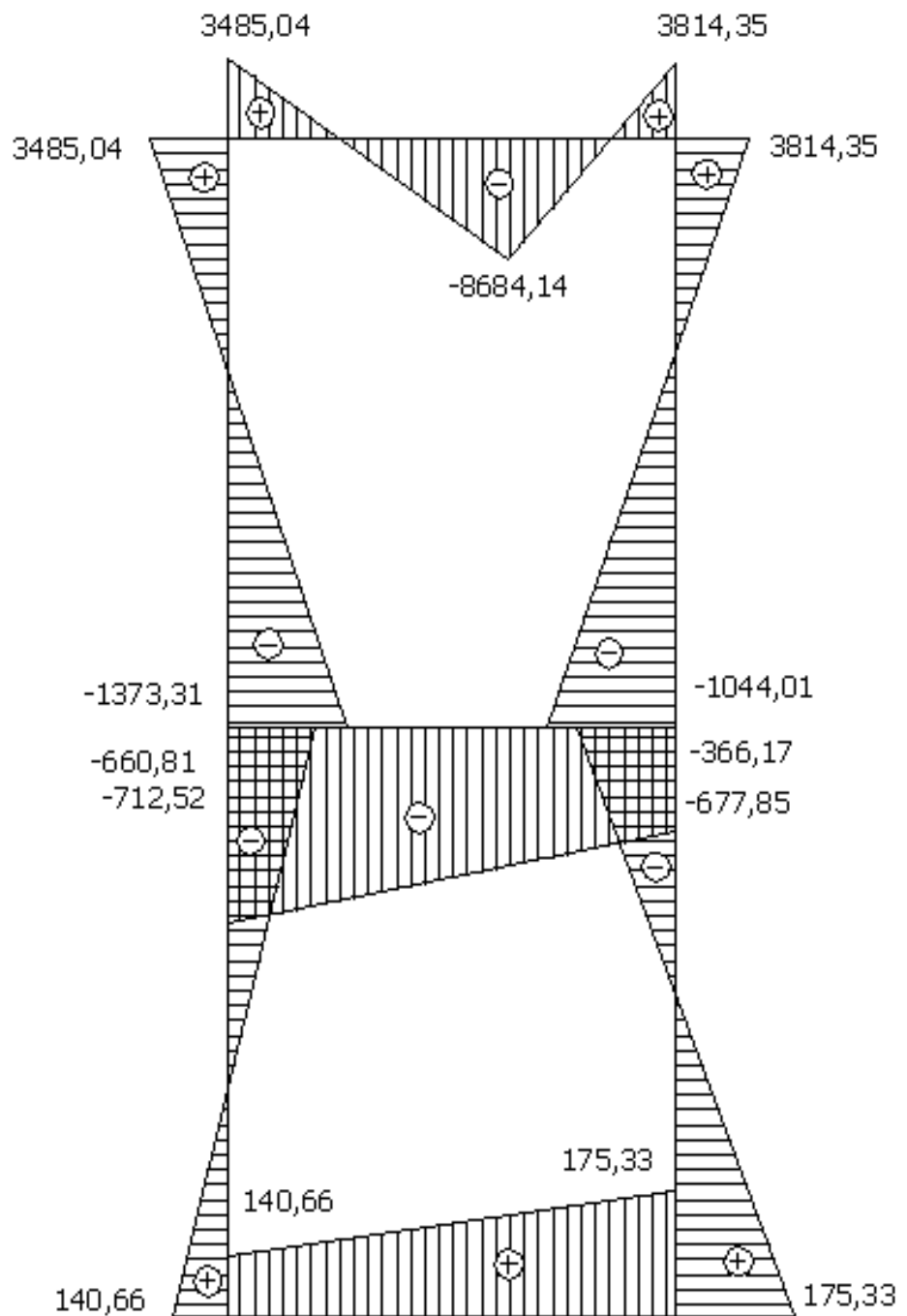
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 0,25\text{m}$, $c = 1,75\text{m}$



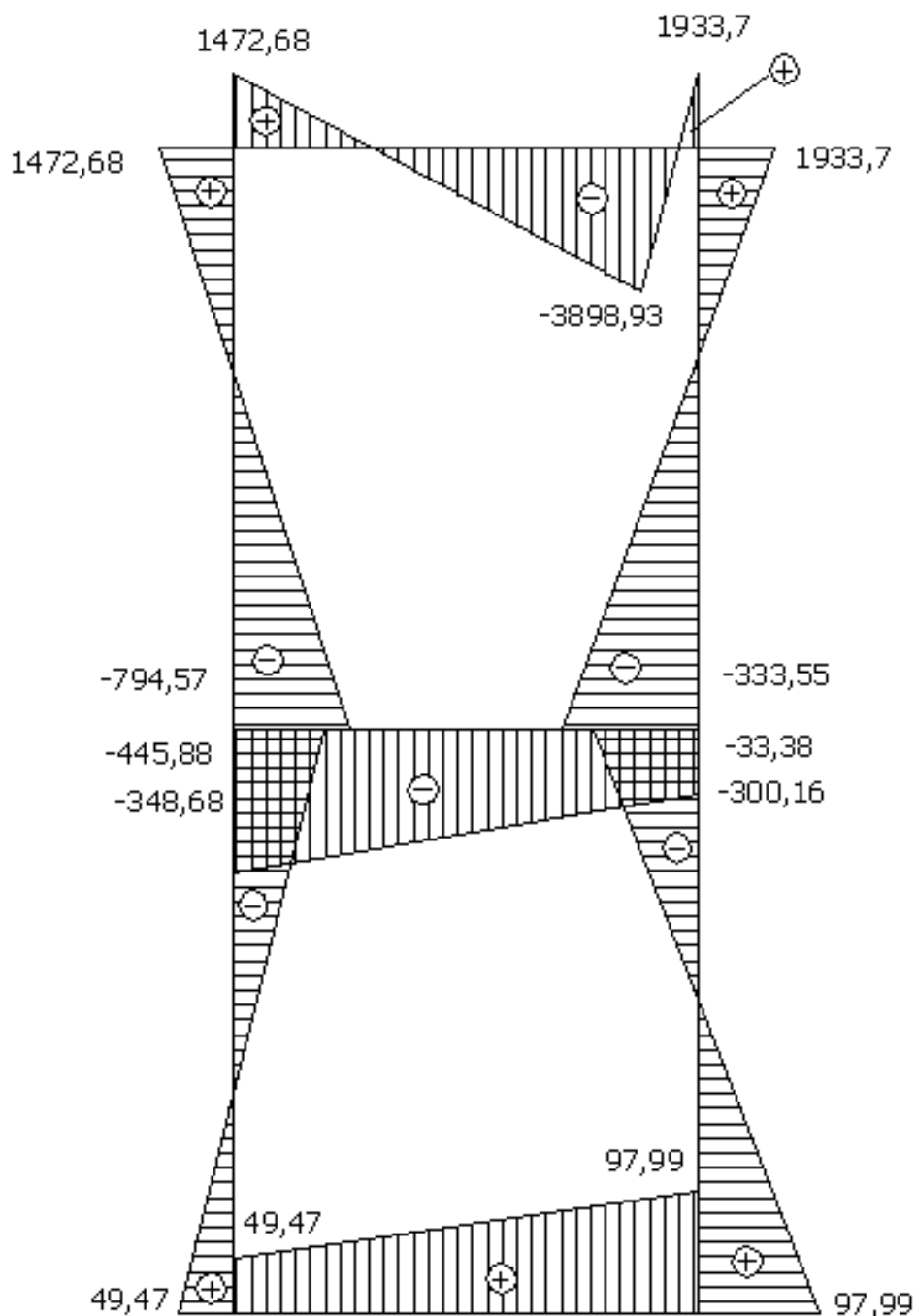
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 0,75\text{m}$, $c = 1,25\text{m}$



Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 1,25\text{m}$, $c = 0,75\text{m}$



Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 1,75\text{m}$, $c = 0,25\text{m}$

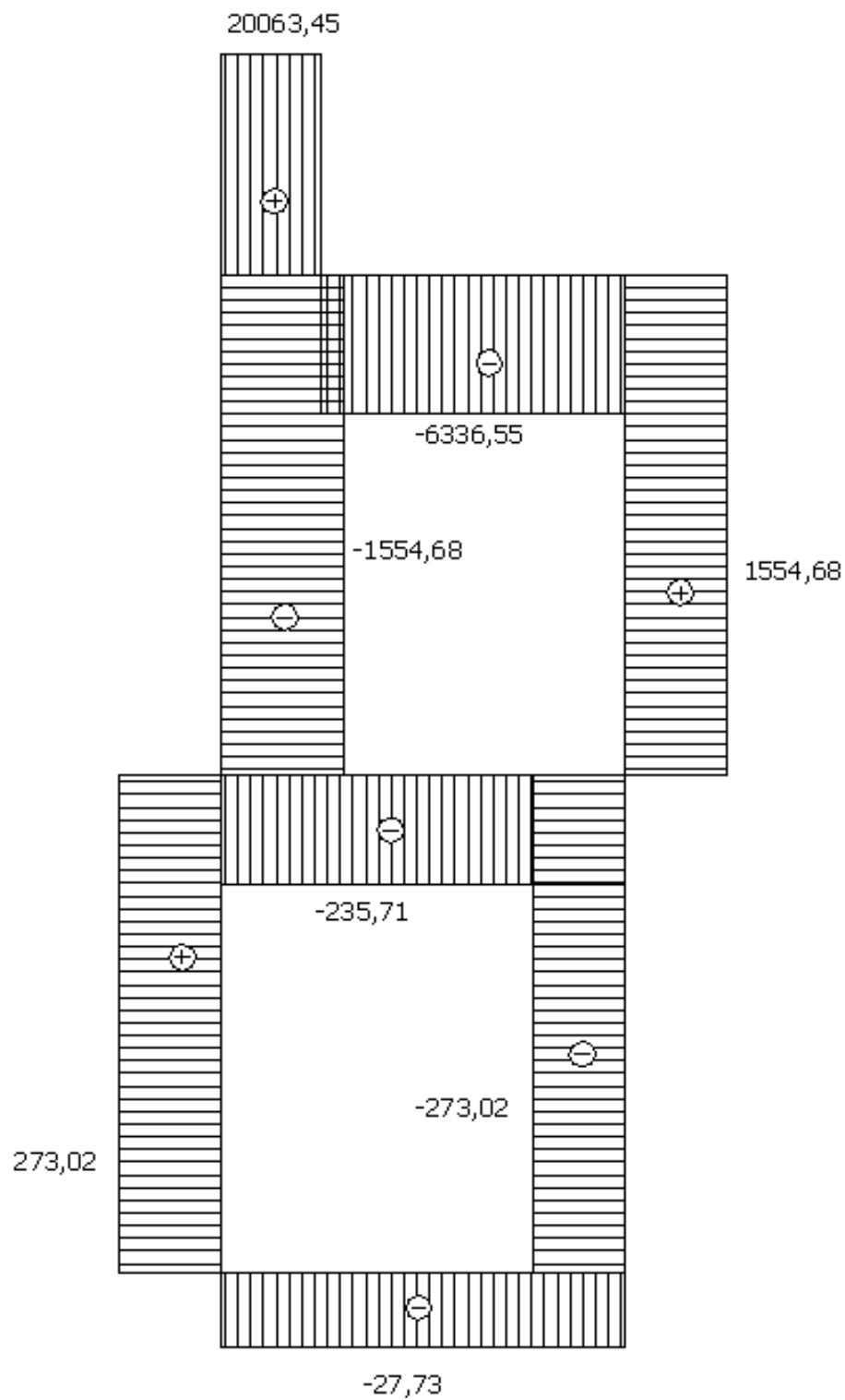


Dílčí závěr k průběhu momentů:

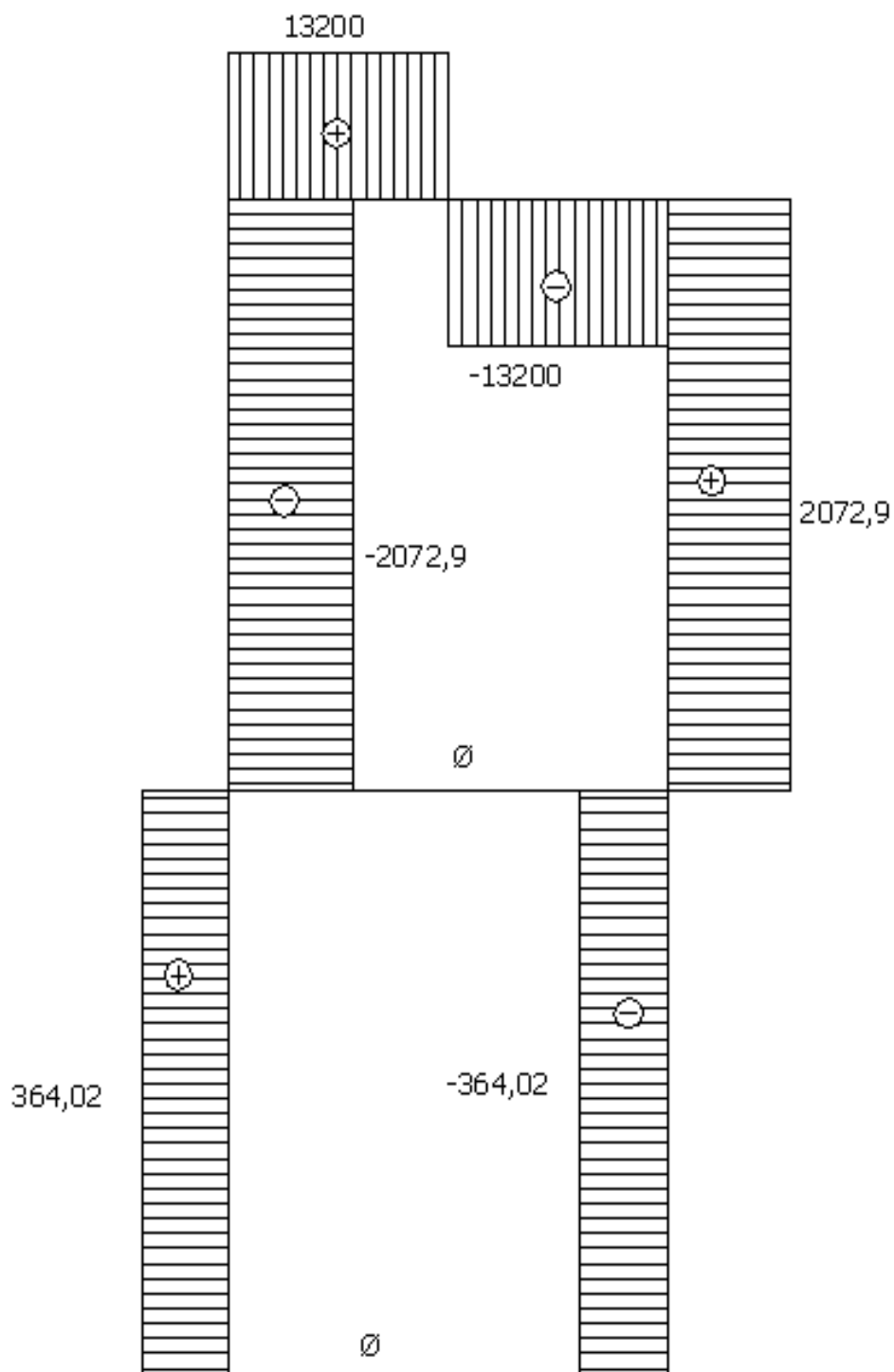
Z průběhu vnitřních výsledných účinků plyne, že velikost momentu M se s posouváním zatěžující síly směrem ke středu rámu zvětšuje. Jeho velikost je maximální, pokud zatěžující síla působí ve středu daného rámu.

Průběhy tečných posouvajících sil

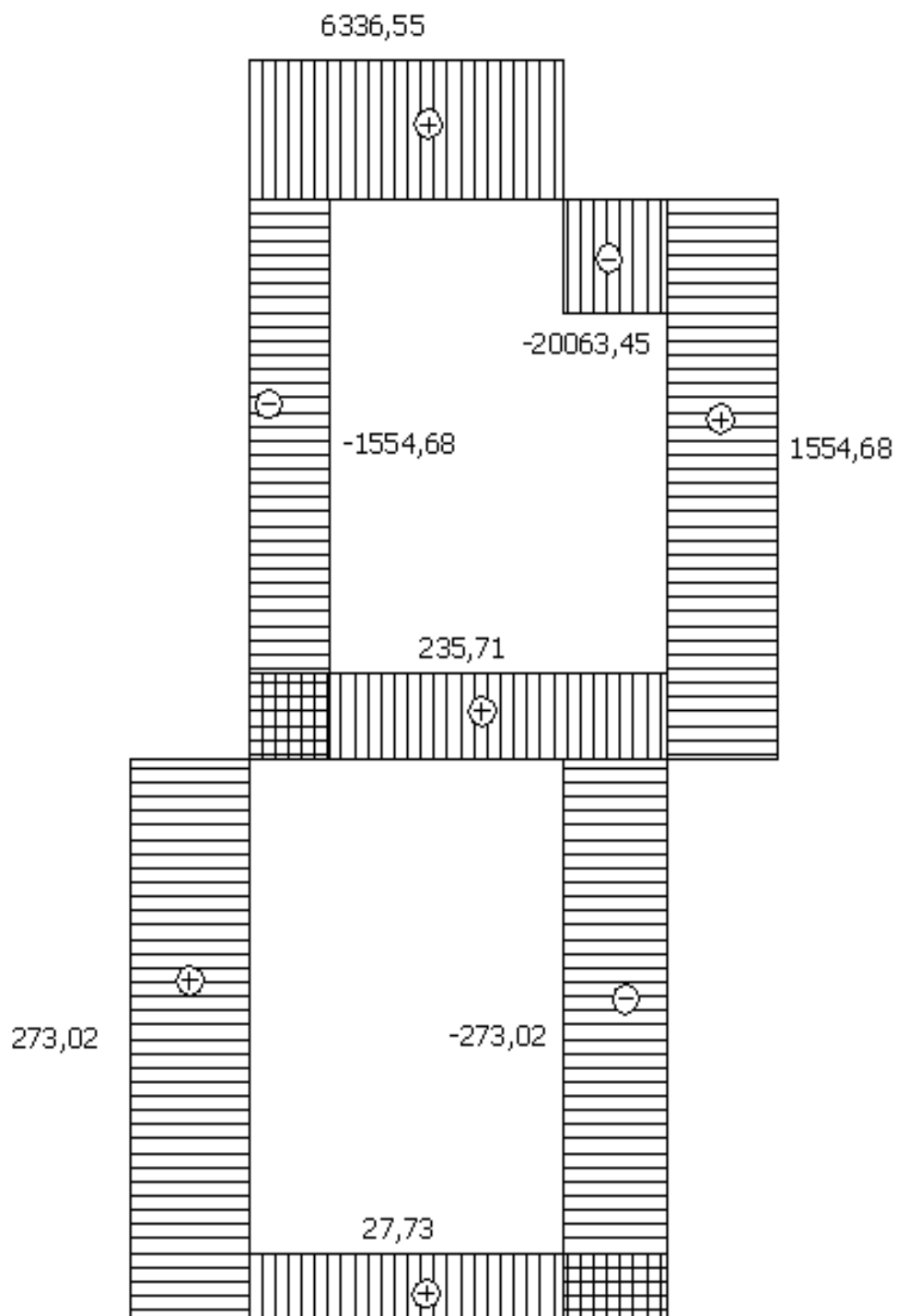
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 0,5\text{m}$, $c = 1,5\text{m}$



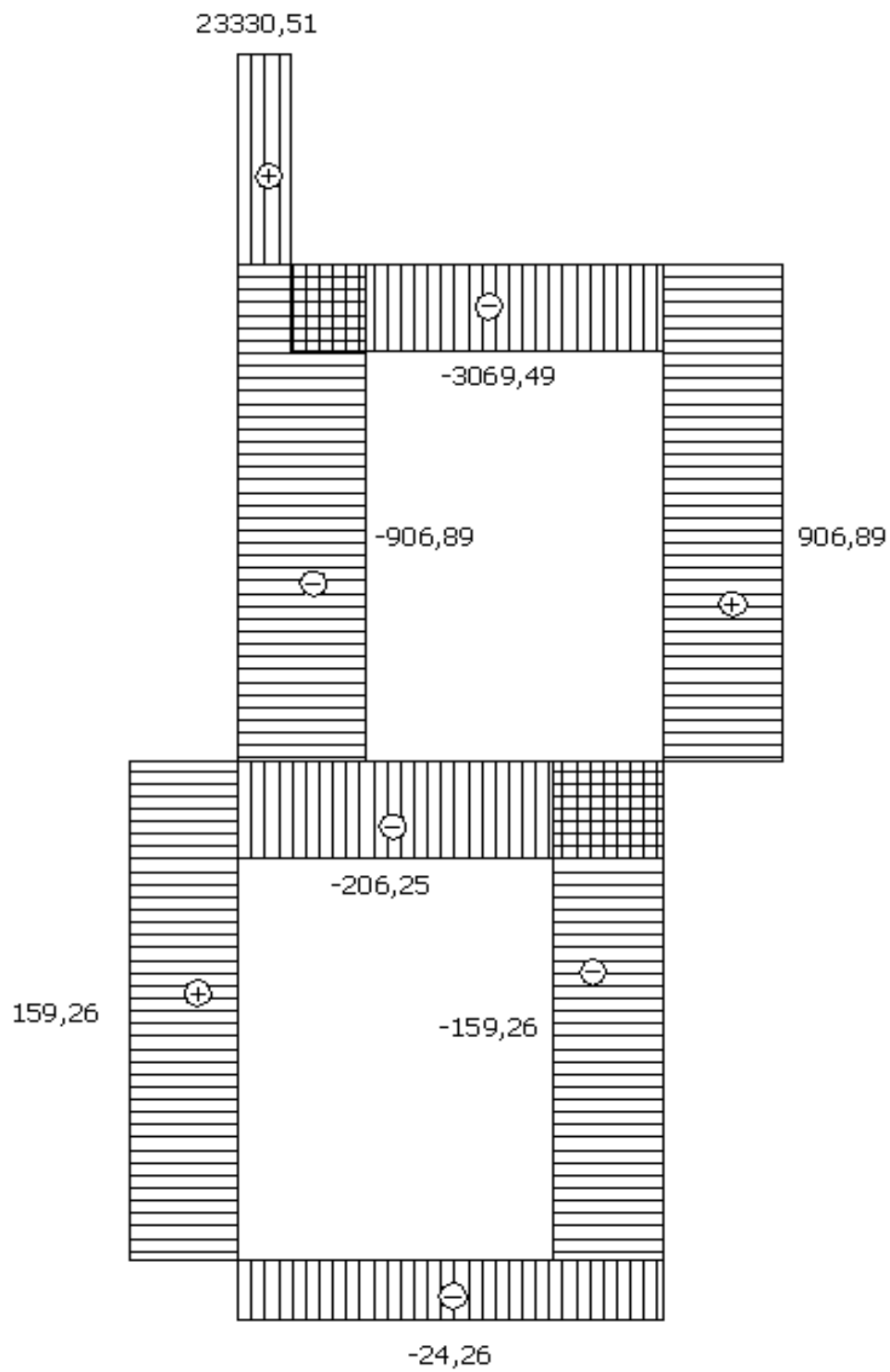
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 1\text{m}$, $c = 1\text{m}$



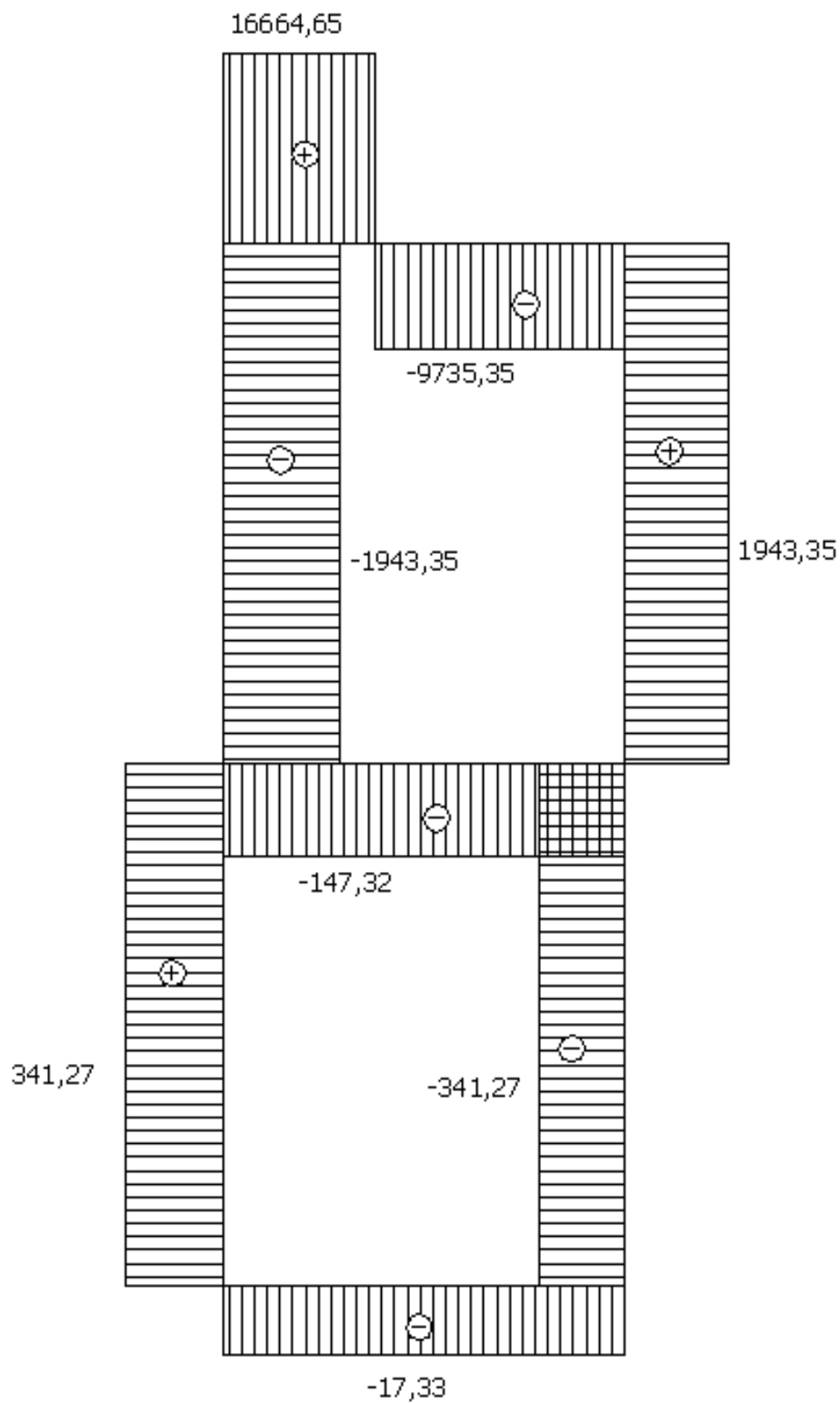
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 1,5\text{m}$, $c = 0,5\text{m}$



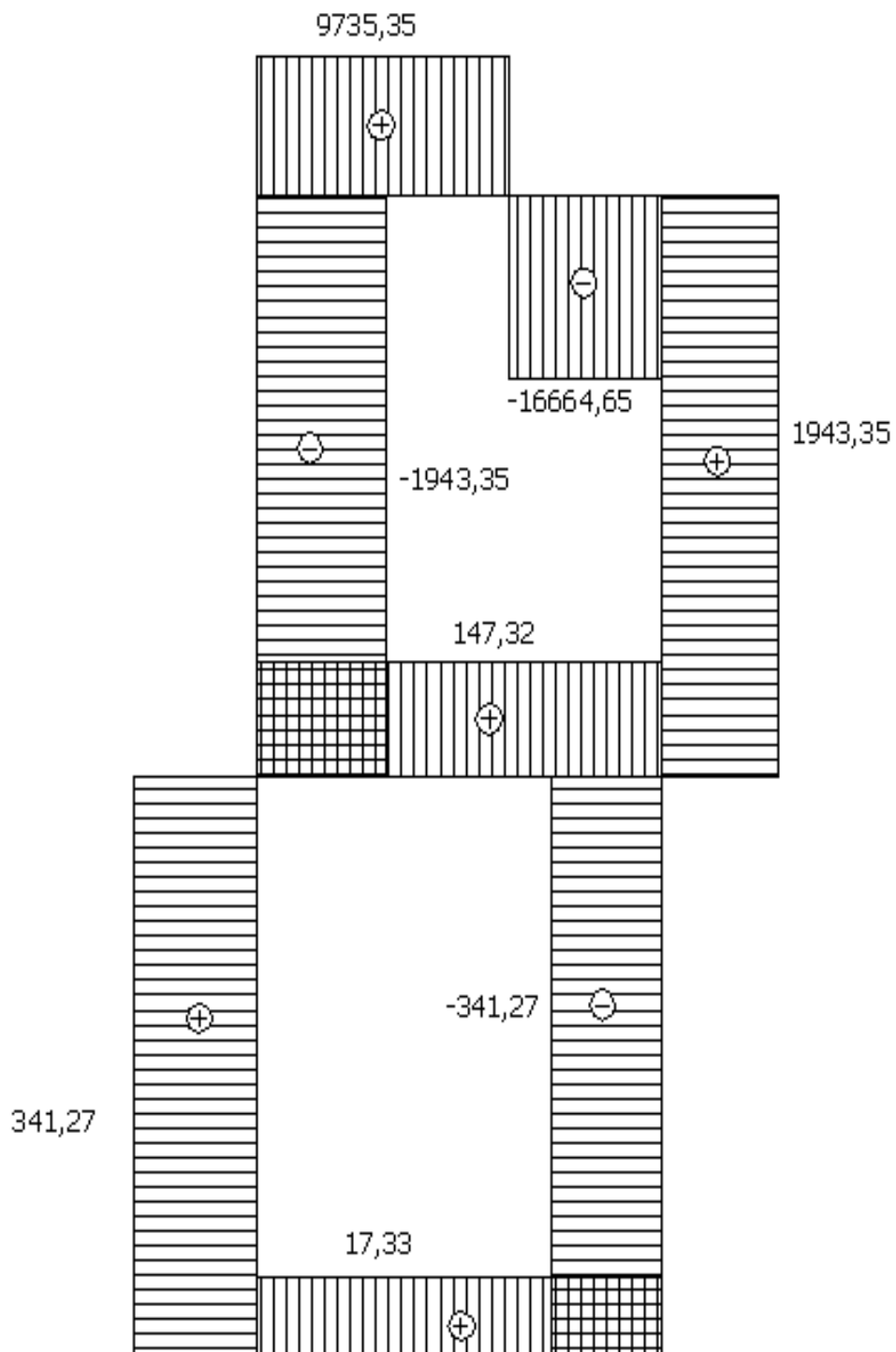
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 0,25\text{m}$, $c = 1,75\text{m}$



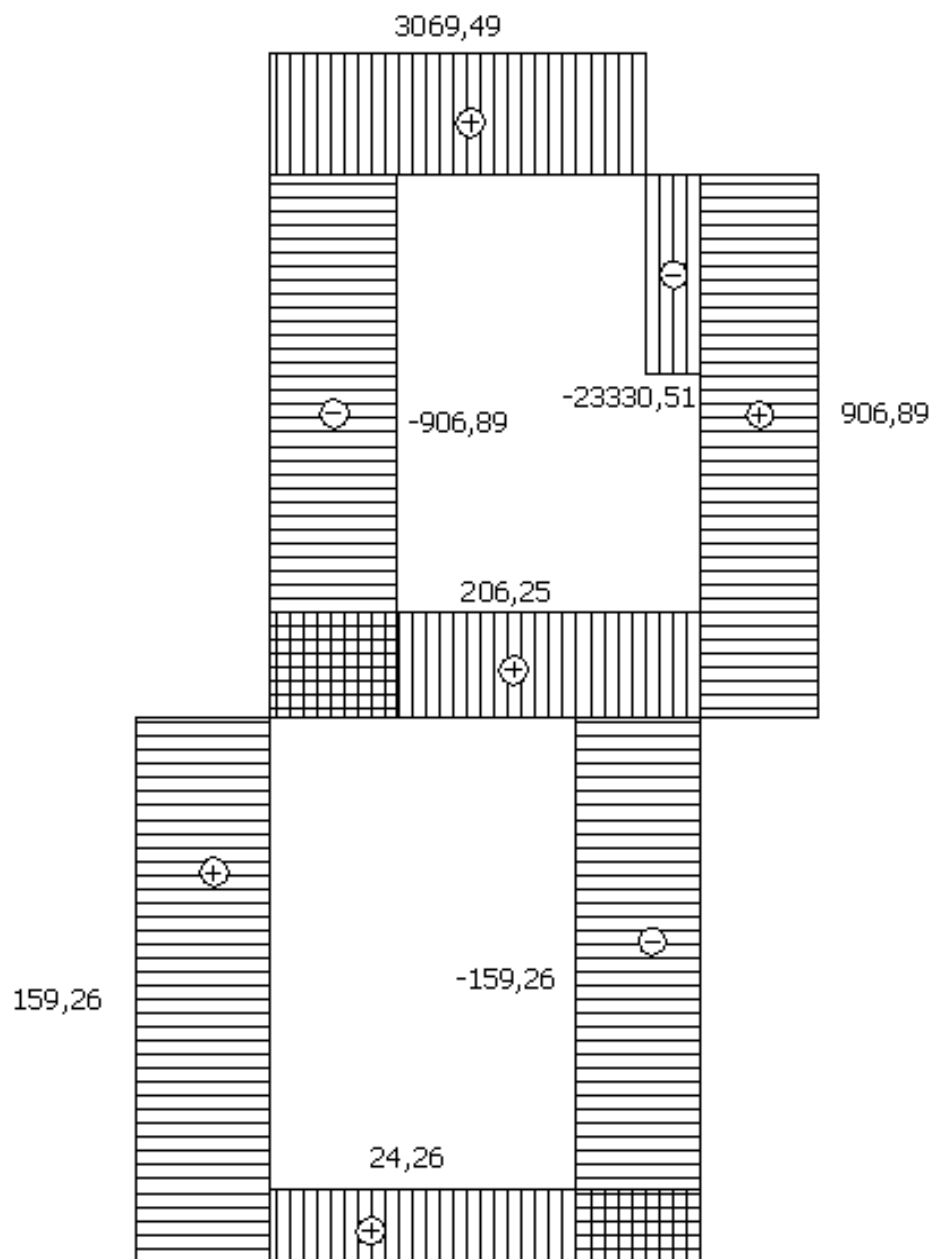
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 0,75\text{m}$, $c = 1,25\text{m}$



Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 1,25\text{m}$, $c = 0,75\text{m}$



Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 1,75\text{m}$, $c = 0,25\text{m}$

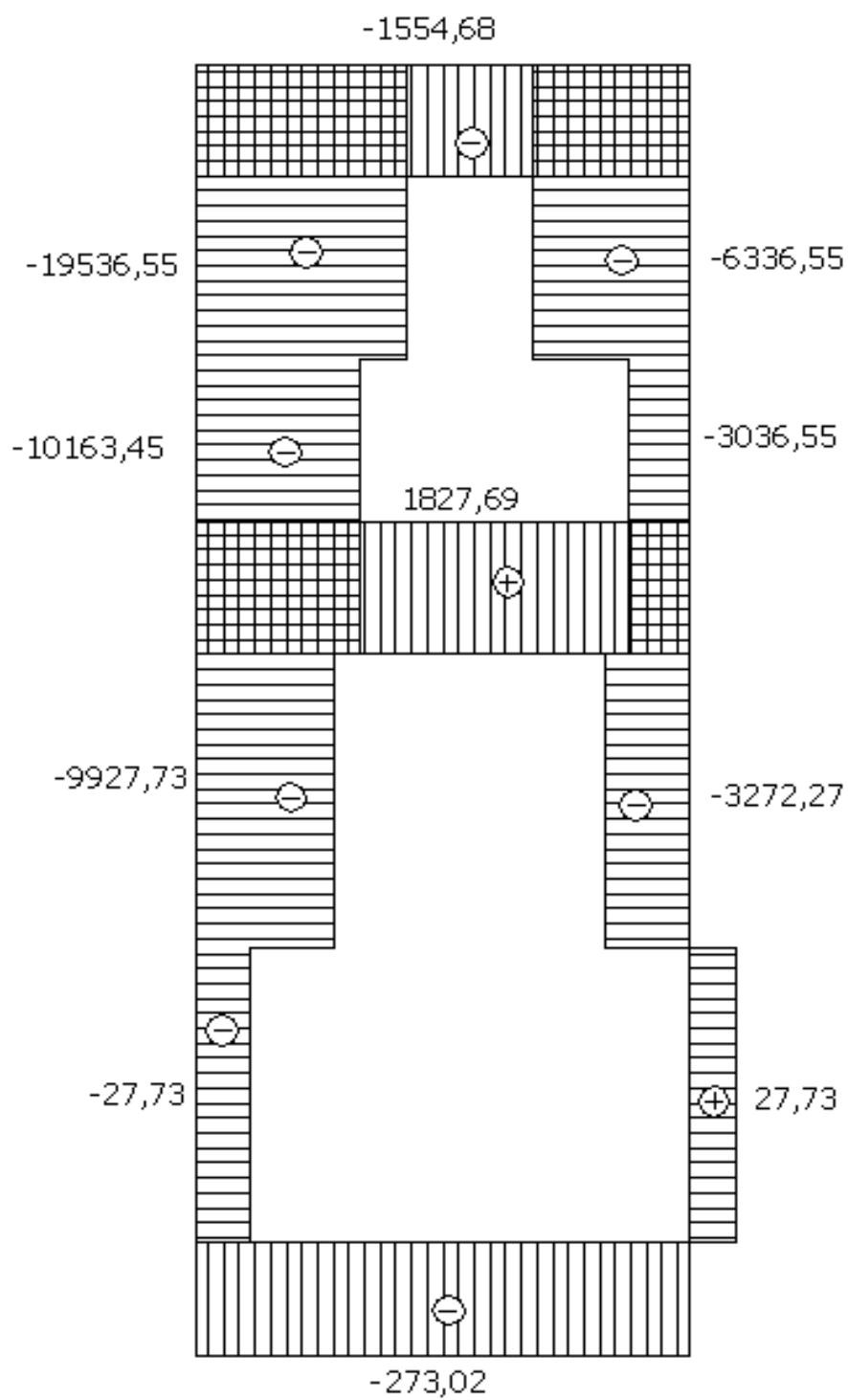


Dílčí závěr k průběhu tečných sil:

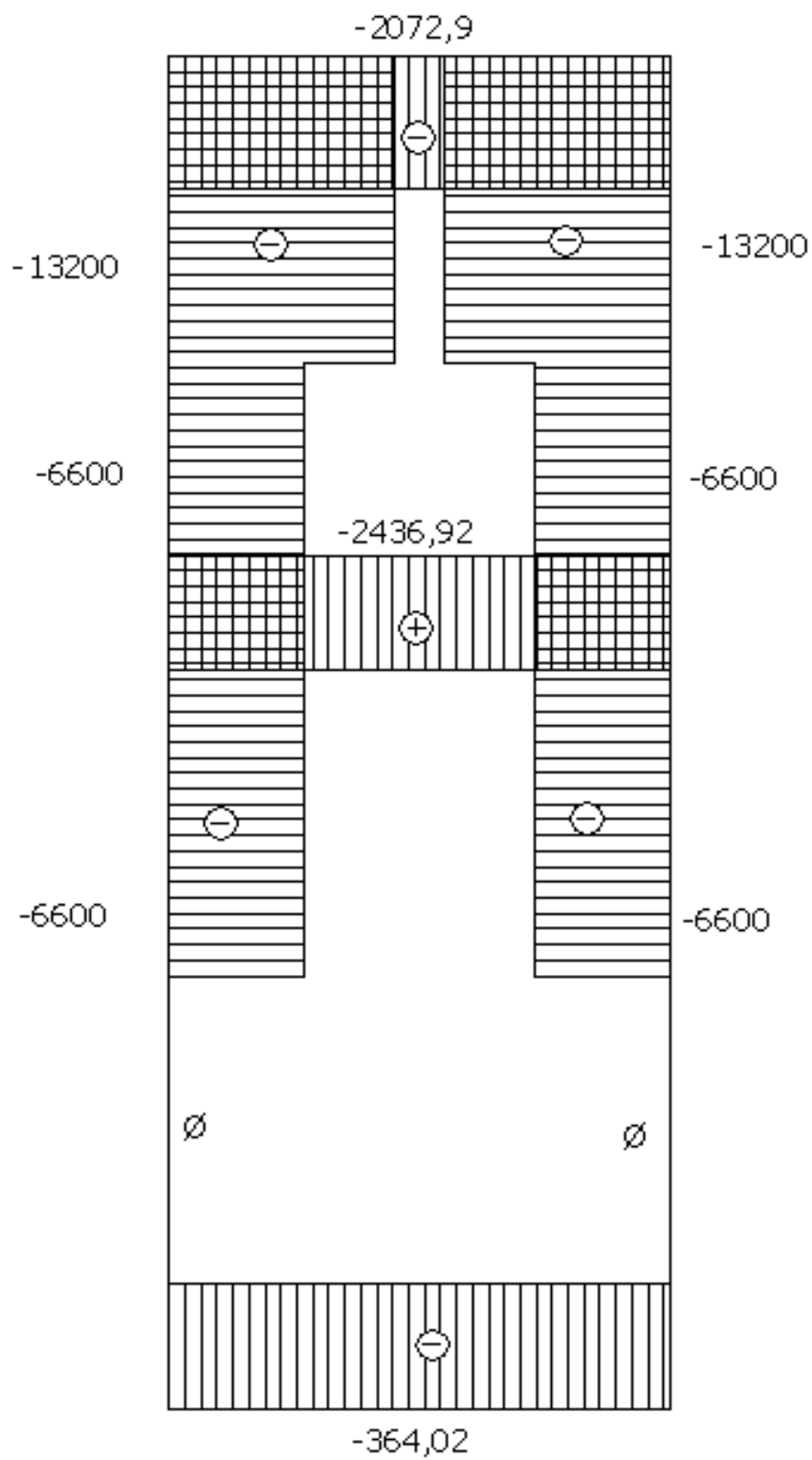
Z průběhu vnitřních výsledných účinků plyne, že velikost tečné síly T se s posouváním zatěžující síly směrem ke středu rámu zvětšuje. Ovšem její velikost je maximální ve vzdálenosti zatěžující síly $x = 0,25\text{m}$, $c = 1,75$ a $x = 1,75\text{m}$, $c = 0,25\text{m}$. Kontrolou správnosti řešení je průběh posouvajících sil (tečných), který je v případě kdy $x = 1\text{m}$ a $c = 1\text{m}$ nulový ve vzpěře a v zadní části rámu (viz obrázek strana 62).

Průběhy normálových sil

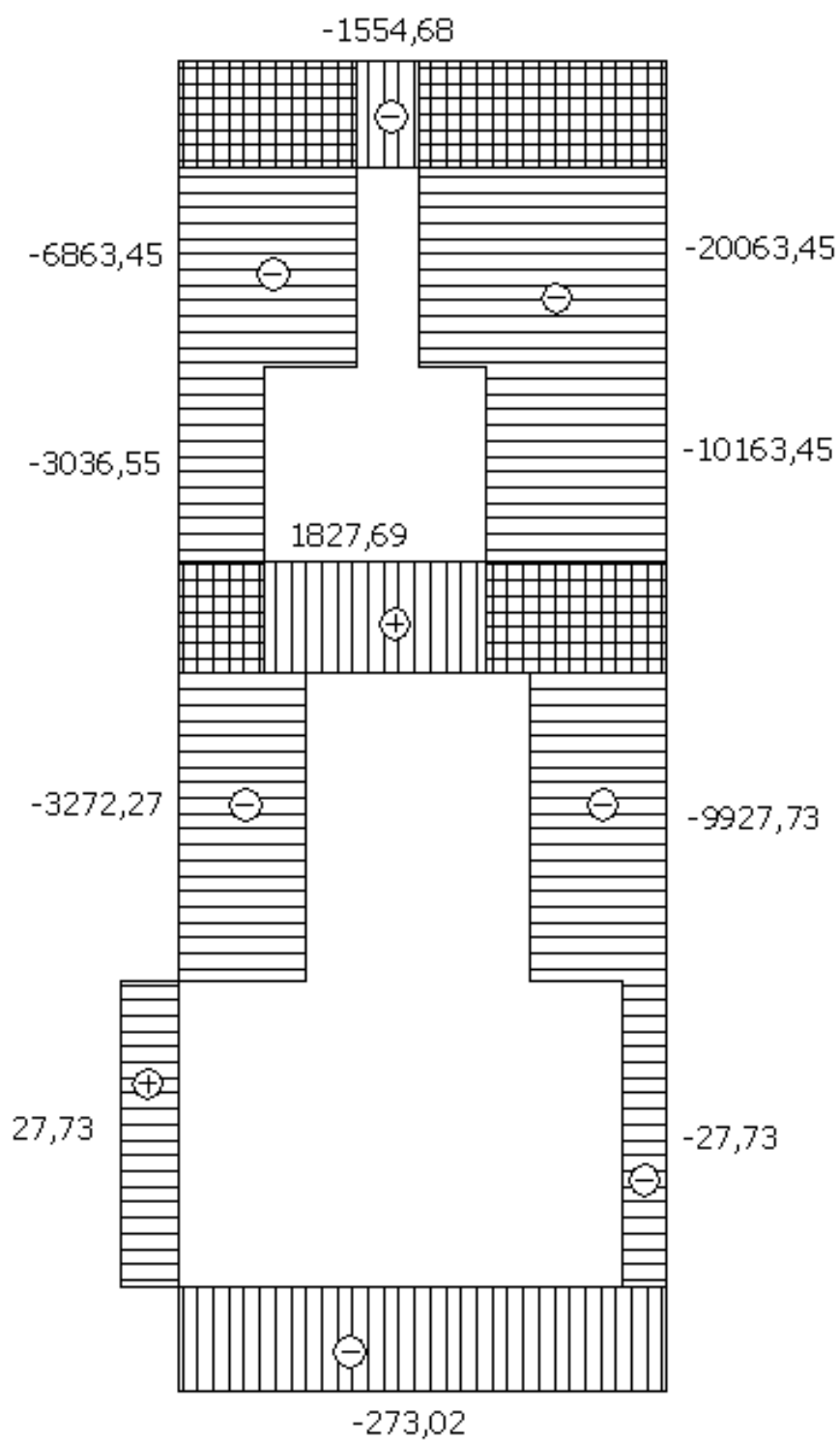
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 0,5\text{m}$, $c = 1,5\text{m}$



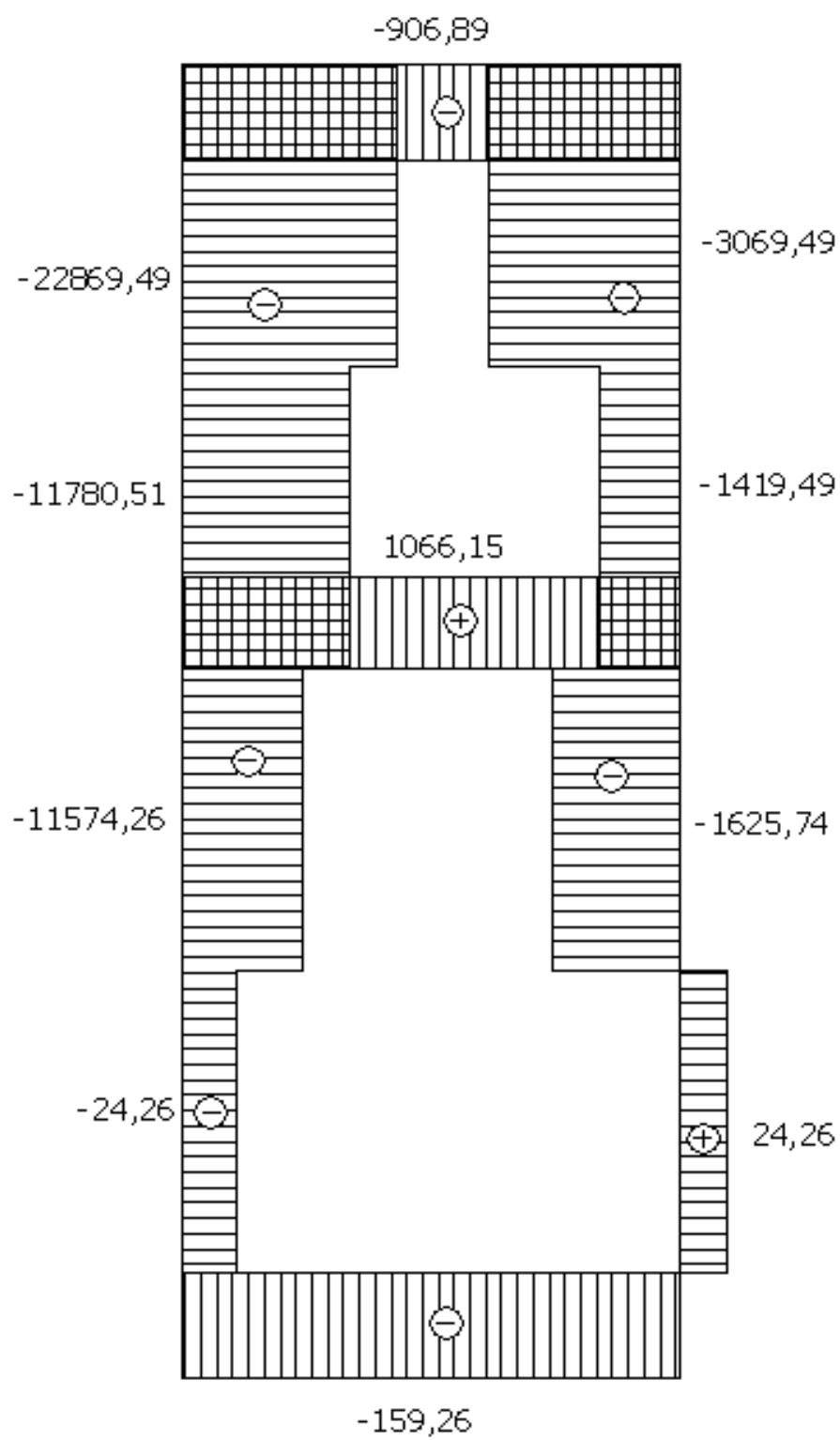
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 1\text{ m}$, $c = 1\text{ m}$



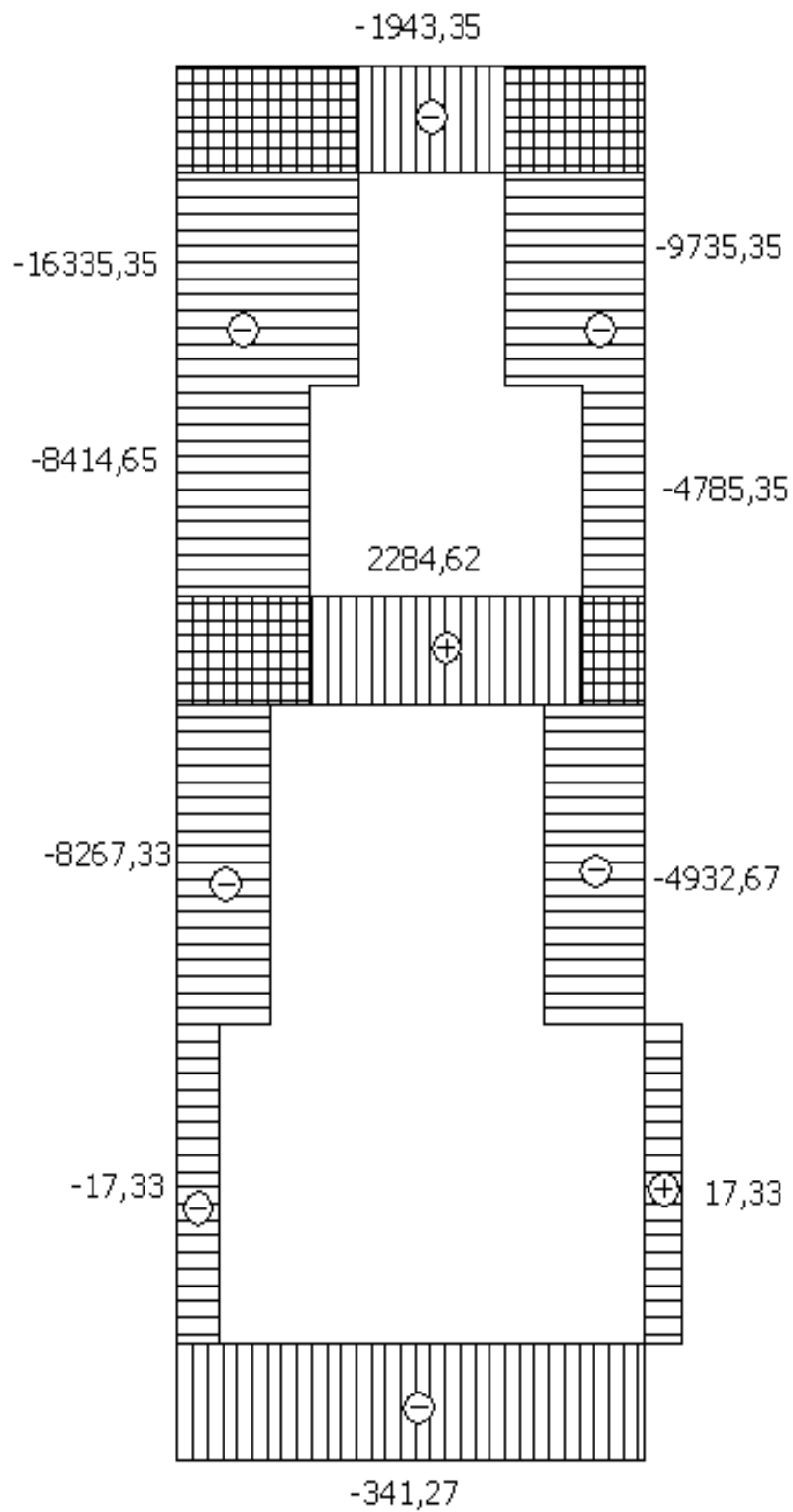
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 1,5\text{m}$, $c = 0,5\text{m}$



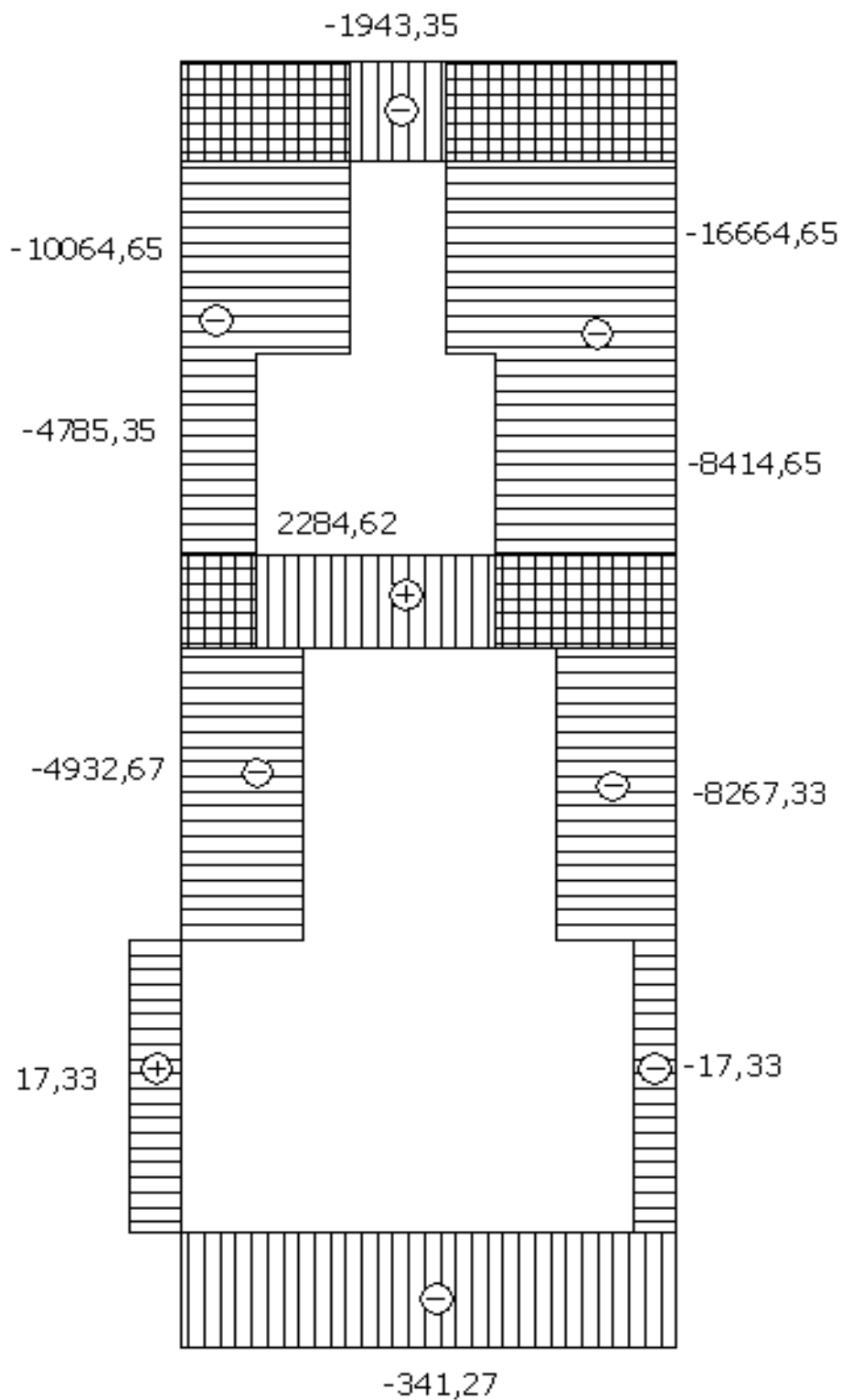
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 0,25\text{m}$, $c = 1,75\text{m}$



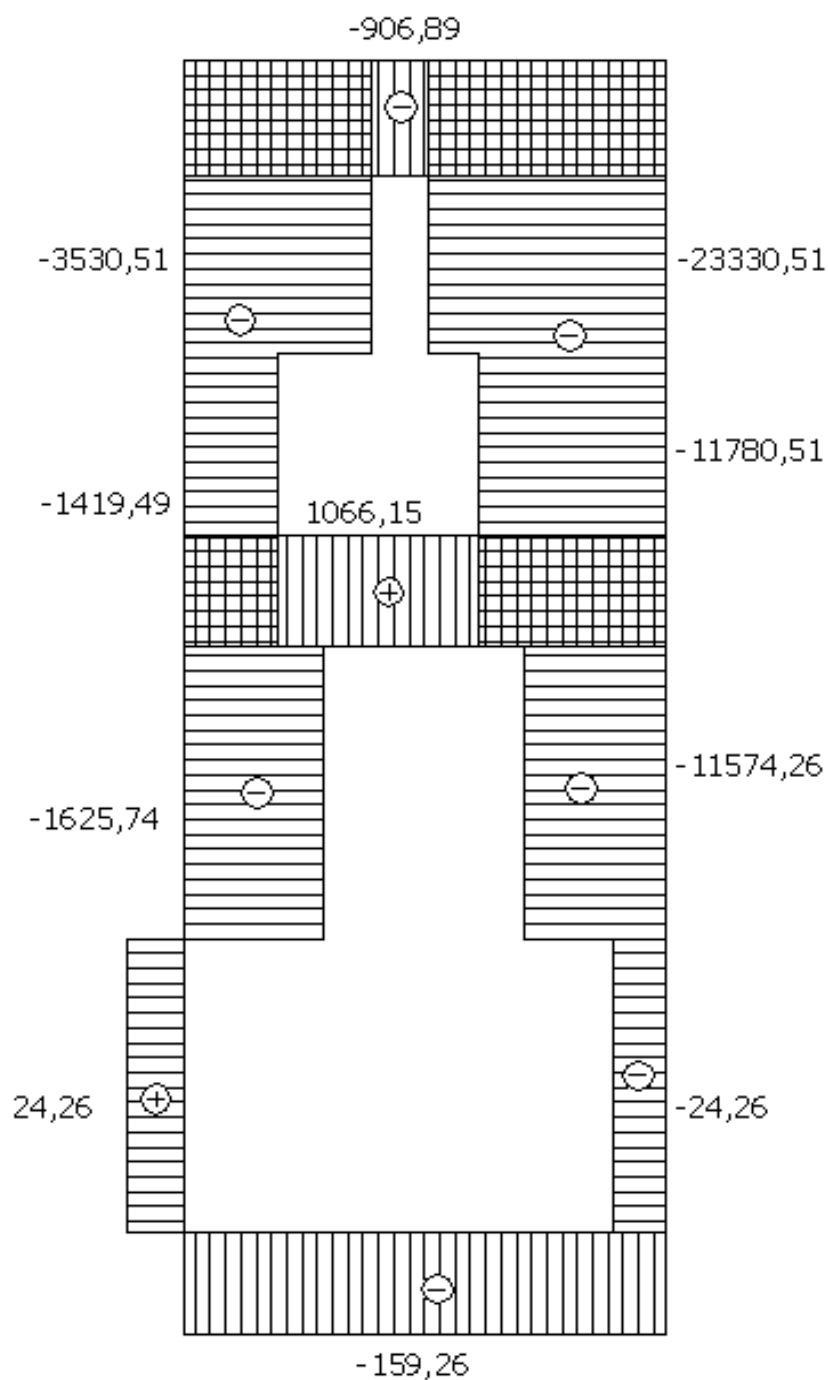
Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 0,75\text{m}$, $c = 1,25\text{m}$



Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 1,25\text{m}$, $c = 0,75\text{m}$



Průběh VVÚ pro vzdálenost zatěžující síly $x = 1,75\text{m}$, $c = 0,25\text{m}$



Dílčí závěr k průběhu normálových sil:

Z průběhu vnitřních výsledných účinků plyne, že velikost normálové síly N se s posouváním zatěžující síly směrem ke středu rámu zvětšuje. Její velikost je maximální ve středu daného rámu ($x = 1\text{m}$, $c = 1\text{m}$).

10. Pevnostní kontrola rámové konstrukce

V této části práce provedeme pevnostní kontrolu na ohyb u všech sedmi případů dle výpočtové syntaxe uvedené níže. Normálové napětí od normálové síly N a smykové napětí od posouvající síly T zanedbáváme vůči ohybovému napětí.

Výsledky jsou uvedeny v tabulce pod výpočtovou syntaxí.

$$\sigma_o = \frac{M_{o\max}}{W_o} \quad \text{stanovení napětí v ohybu}$$

$$k_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_o} \quad \sigma_k = Re_{\min} \quad \text{stanovení bezpečnosti}$$

Tabulka s výslednými hodnotami bezpečnosti pro jednotlivé případy zatížení

Vzdálenost x	Vzdálenost c	$M_{o\max}$	W_o	σ_o	σ_k	k_k
0.25m	1.75m	-3899Nm	22.4cm ³	174.1MPa	490MPa	2.81
0.5m	1.5m	-6848Nm	22.4cm ³	305.8MPa	490MPa	1.60
0.75m	1.25m	-8684Nm	22.4cm ³	387.7MPa	490MPa	1.26
1m	1m	-9307Nm	22.4cm ³	415.5MPa	490MPa	1.18
1.25m	0.75m	-8684Nm	22.4cm ³	387.7MPa	490MPa	1.26
1.5m	0.5m	-6848Nm	22.4cm ³	305.8MPa	490MPa	1.60
1.75m	0.25m	-3899Nm	22.4cm ³	174.1MPa	490MPa	2.81

$M_{o\max}$ maximální ohybový moment [Nm]

W_o kvadratický moment [cm³]

σ_o napětí v ohybu [Mpa]

σ_k minimální mez kluzu [MPa]

k_k bezpečnost v ohybu [-]

$k_k > 1$ vyhovuje dle pevnostní kontroly

$k_k < 1$ nevyhovuje dle pevnostní kontroly

ZÁVĚR

Z provedené napjatostní a pevnostní kontroly vyplývá, že bezpečnost rámu vůči meznímu stavu pružnosti (mezi kluzu σ_k) značně závisí na poloze x působící síly F . V krajní poloze $x=0\text{m}$, $c=2\text{m}$ nevzniká žádné ohybové namáhání a příslušné tlakové napětí v boční části rámu je $\sigma_t = F/S = 26400/2800 = 9,4\text{MPa}$. Tato skutečnost rovněž potvrzuje oprávněnost předpokladu zanedbání tahového resp. tlakového napětí vůči napětí ohybovému. S růstem x směrem k ose symetrie rámu napětí ohybové roste a dosahuje maximální hodnoty na ose symetrie pro $x=1\text{m}$, $c=1\text{m}$. $\sigma_{o,\max} = 415,5\text{MPa}$. Tomu odpovídá bezpečnost vůči mezi kluzu $k_k = 1,18$.

Z provedené pevnostní analýzy vyplývá, že při sledovaných zatěžovacích podmínkách by nikde v rámu nemělo dojít ke vzniku plastické deformace. Samozřejmě jsem si vědom nepřesností použitého výpočtového modelu.

Seznam použitých zdrojů

- [1] Janíček, Ondráček, Vrbka: Mechanika těles. Pružnost a pevnost I. VUT, 1992
- [2] Hoschl: Pružnost a pevnost ve strojnictví. SNTL Praha, 1971
- [3] Leinveber, Řasa, Vávra: Strojnické tabulky. 3 vyd. Scientia, spol s.r.o. 2000. Praha 6, ISBN – 80 – 7183 – 164 – 6.

Seznam použitých zkratk a symbolů

Symbol	Jednotka	Název
H	[kg m s ⁻¹]	hybnost
m	[kg]	hmotnost
v	[m s ⁻¹]	rychlost
t	[s]	čas
S	[m ²]	plocha
F	[N]	síla
E	[MPa]	modul pružnosti v tahu
J _Y	[mm ⁴]	kvadratický moment
x	[m]	vzdálenost
c	[m]	vzdálenost
a	[m]	vzdálenost
b	[m]	vzdálenost
t	[mm]	tloušťka
R	[mm]	poloměr
h	[mm]	výška
μ	[-]	počet neznámých nezávislých parametrů
v	[-]	počet použitelných statických podmínek
s	[-]	statická neurčitost
k _k	[-]	bezpečnost
W	[J]	energie napjatosti
M	[Nm]	moment
M _{omax}	[Nm]	maximální ohybový moment
σ _o	[MPa]	napětí v ohybu
σ _k	[MPa]	mez kluzu
W _o	[mm ³]	průřezový modul v ohybu
R _{emin}	[MPa]	minimální mez kluzu
T	[N]	posouvající tečná síla
N	[N]	normálová síla
σ _t	[MPa]	tlakové napětí
σ _{o max}	[MPa]	maximální napětí v ohybu
Zkratka		Název
VVÚ		Vnitřní výsledné účinky

Seznam příloh

1. Řešení soustavy rovnic pro stanovení $M_C, M_B, N_C, N_B, T_C, T_B$ pro různá působišťe sily na čele vozíku (rámu) pomocí softwaru Maple 10
2. Výpočtové stanovení průběhů výsledných vnitřních silových účinků (VVÚ) M, T, N podél střednice rámu pro různá působišťe sily na čele vozíku (rámu)