



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## ANALÝZA KINEMATIKY KULIČKOVÉHO ŠROUBU

ANALYSIS OF KINEMATICS OF A BALL SCREW MECHANISM

### DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

**Bc. Adam Sladký**

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

**Ing. Dominik Hermanský, Ph.D.**

**BRNO 2023**

## Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Bc. Adam Sladký</b>
Studijní program:	Mechatronika
Studijní obor:	bez specializace
Vedoucí práce:	<b>Ing. Dominik Hermanský, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2022/23

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### **Analýza kinematiky kuličkového šroubu**

#### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Analytický rozbor kinematiky kuličkového šroubu patří mezi náročné úlohy mechaniky. Je ale nezbytný pro stanovení dalších důležitých parametrů kuličkových šroubů (životnost, únosnost, tuhost...). Úkolem studenta bude popsat kinematiku šroubu ve volném i zatíženém stavu. Realizace bude probíhat na konkrétním šroubu s pevně danými parametry a okrajovými podmínkami.

#### **Cíle diplomové práce:**

Rešerše v oblasti kuličkových šroubů.

Na základě zadaných parametrů sestavení kinematického modelu šroubu.

Realizace modelu šroubu v prostředí Matlab.

Možnost parametrické optimalizace modelu.

Závěry a doporučení pro praxi.

#### **Seznam doporučené literatury:**

MAREK, Jiří, 2018. Konstrukce CNC obráběcích strojů IV.0. Praha: MM publishing. MM speciál. ISBN 978-80-906310-8-3.

JANÍČEK, Přemysl, 2004. Mechanika těles: pružnost a pevnost I. Brno: Akademické nakladatelství CERM. ISBN 80-214-2592-X.

JANÍČEK, Přemysl a Emanuel ONDRÁČEK, 1998. Řešení problémů modelováním: téměř nic o téměř všem. Brno: PC-DIR. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-1233-X.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2022/23

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Abstrakt**

Tato práce se zabývá postupem vytvoření matematického modelu kinematiky kuličkového šroubu, na základě kterého byl v prostředí Matlab vytvořen výpočetní model. Společně s ním bylo vytvořeno také interaktivní uživatelské rozhraní umožňující rychlou analýzu nejdůležitějších vlastností mechanismu. Funkčnost vytvořeného modelu byla ověřena na parametrech konkrétního kuličkového šroubu. Získané výstupy byly prezentovány, analyzovány a na jejich základě byl posouzen vliv provozních podmínek na mechanismus kuličkového šroubu. Matematický i výpočetní model mohou sloužit výrobcům při návrhu a výrobě kuličkových šroubů, a to nejen v jejich současném stavu. Mohou také tvořit základ pro navazující práce nebo jako výchozí bod pro úpravu dle konkrétních požadavků výrobců.

## **Abstract**

This thesis describes the process of creating a mathematical model of the kinematics of a ball screw, based upon which a computational model was made, along with an interactive Matlab user interface that serves to provide fast analysis of some of the most important parameters of the mechanism. Functionality of the presented model was verified using specific ball screw parameters. The output of this analysis was presented, analysed, and results describing the influence of operating conditions on the mechanism were derived from it. These results are one of the outputs of this thesis. Both the mathematical and computational models can serve as a tool for ball screw designers and manufacturers, and not only in their current state. They can also provide a starting point for anyone that requires a kinematic analysis for a specific configuration or problem.

## **Klíčová slova**

Kuličkový šroub, kinematika, Matlab, obráběcí stroj, lineární osa

## **Keywords**

Ball screw, kinematics, Matlab, machine-tool, linear axis

## **Bibliografická citace**

SLADKÝ, Adam. *Analýza kinematiky kuličkového šroubu*. Brno, 2023. Dostupné také z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/149977>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Ing. Dominik Hermanský, Ph.D.

## **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma „Analýza kinematiky kuličkového šroubu“ vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

26. května 2023

.....  
Bc. Adam Sladký

## **Poděkování**

Tímto děkuji Ing. Dominikovi Hermanskému, Ph.D. za cenné připomínky a rady při vypracování této diplomové práce.

# **Obsah:**

1	Úvod.....	10
2	Obráběcí stroje.....	12
2.1	Požadavky kladené na obráběcí stroje .....	13
2.2	Rámy obráběcích strojů.....	13
2.2.1	Klasická výroba rámu .....	14
2.2.2	Alternativní výroba rámu.....	15
2.3	Řezný pohyb.....	15
3	Lineární osa.....	16
3.1	Vedení .....	16
3.1.1	Valivé vedení .....	17
3.1.2	Kluzná vedení .....	17
3.2	Pohybové mechanismy lineárních os .....	19
3.2.1	Kluzný pohybový šroub a matice .....	20
3.2.2	Pastorek s hřebenem .....	20
3.2.3	Šnek a šnekový hřeben .....	21
3.2.4	Lineární motor .....	22
4	Kuličkový šroub a matice .....	23
4.1	Profily valivých drah.....	24
4.2	Vymezení vůle a předeprnutí.....	24
4.3	Recirkulace kuliček.....	26
4.4	Uložení šroubu .....	27
4.5	Trendy v oblasti kuličkových šroubů.....	27
5	Matematický model .....	29
5.1	Hertzova teorie kontaktních napětí .....	29
5.2	Axiální tuhost.....	30
5.3	Deformace v místech kontaktu.....	33
5.4	Výchozí kontaktní úhly .....	34
5.5	Souřadnicový systém .....	36
5.6	Úhlové rychlosti .....	37
5.7	Kluzné úhly .....	38
5.8	Rovnice rovnováhy .....	39
5.9	Účinnost .....	41
5.10	Poměr smýkání a valení.....	42

6	Výpočetní model.....	43
7	Výsledky analýzy.....	46
7.1	Výsledky analýzy bez zatížení .....	46
7.2	Analýza zatíženého šroubu .....	47
7.3	Analýza zatíženého šroubu s uvážením $\beta'$ .....	53
7.4	Shrnutí výsledků.....	59
8	Závěr .....	61
9	Zdroje.....	63
10	Seznam obrázků.....	66
11	Seznam značek.....	68
12	Seznam příloh .....	69

# 1 Úvod

Požadavky na rychlost a přesnost průmyslové výroby byly v posledních několika desetkách let hnacím motorem vývoje nových a lepších výrobních postupů a obráběcích strojů, které dokáží tyto požadavky splnit. Frézky, soustruhy a další CNC stroje jsou dnes stěžejní ve výrobě všech možných výrobků v široké řadě průmyslových odvětví.

Jejich výkon, přesnost a celková užitečnost z velké části závisí na systémech lineárních os. Ty k převodu pohybů často používají kuličkových šroubů a matic, které poskytují výhodu vysoké přesnosti a nízkého tření. Tento mechanismus je tedy důležitou součástí obráběcích strojů a je nutné věnovat jeho návrhu zvýšenou pozornost, jelikož každá chyba může mít za následek kritické snížení přesnosti, výkonosti, ale také bezpečnosti celého zařízení.

Analýza kinematiky je důležitým základem pro výpočty tuhosti, únosnosti, životnosti a dalších parametrů důležitých při návrhu mechanismu. Jedná se však o složitou mechanickou úlohu. Dostupný výpočetní model doplněný o uživatelsky jednoduché rozhraní by výrobcům mohl usnadnit provádění analýz dostatečně brzy ve vývojovém cyklu. To by mohlo následně vést ke snížení nákladů na vývoj nových kuličkových šroubů.

Cílem této práce je představit roli kuličkových šroubů v průmyslové výrobě a popsat základní koncept jejich analýzy z hlediska kinematiky. Je rozdělena na několik částí.

Na začátku práce budou nejdříve popsány obráběcí stroje, požadavky na ně kladené, jejich konstrukce a krátce také způsoby jejich výroby. Následovat bude představení mechanismu lineární osy. Zde budou popsány různé konstrukce využívající valivých a kluzných vedení, po kterých bude následovat představení několika mechanismů sloužících pro převod rotačního pohybu na lineární. Jedním z těchto mechanismů je právě kuličkový šroub a matice, kterému se bude věnovat poslední oddíl této části.

V něm bude rozebráno několik způsobů výroby kuličkových drah a jejich profily. Následovat bude část popisující možnosti předepnutí kuličkových matic, budou uvedeny příklady několika mechanismů umožňujících recirkulaci kuliček a různé způsoby uložení šroubu. Na závěr úvodní části práce bude na příkladech představeno několik aktuálních směrů vývoje v oblasti kuličkových šroubů, jejich výroby a použití v průmyslu.

Hlavní část práce se bude na začátku věnovat představení samotného matematického modelu popisujícího kinematiku mechanismu, především kontaktu kuliček a zbytku mechanismu. Ten bude z části založený na Hertzově teorii kontaktních napětí, která bude proto na začátku kapitoly krátce vysvětlena. Představený model bude umožňovat optimalizaci pomocí různých geometrických a materiálových parametrů kuličkového šroubu, mezi které patří například stoupání, průměr roztečné kružnice, Youngův modul nebo Poissonovo číslo.

Pomocí matematického popisu bude moct být vytvořen výpočetní model v prostředí programu Matlab, kterému se bude věnovat navazující část práce. V rámci ní bude vytvořeno grafické uživatelské rozhraní, které bude sloužit pro jednodušší, uživatelsky přívětivou analýzu kuličkového šroubu. Na základě předchozí části bude představen program, který pro parametry zadané do rozhraní provede analýzu a zobrazí její výstupy, mezi které budou patřit například kontaktní úhly či účinnost.

V poslední části práce bude ověřena funkčnost modelů využitím výpočetního modelu k provedení analýzy s konkrétními parametry kuličkového šroubu. Výsledné závislosti budou prezentovány v grafech a poznatky z nich získané budou popsány na závěr kapitoly.

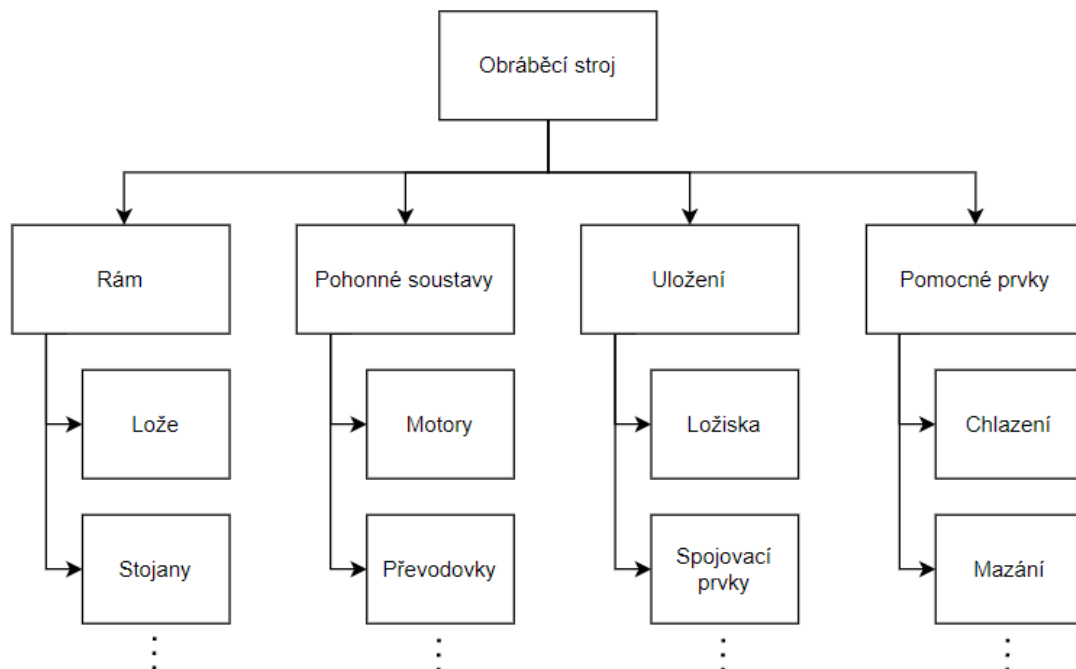
## 2 Obráběcí stroje

Obecně jako výrobní stroj označujeme zařízení, pomocí kterého lze přetvořit materiál či polotovar v požadovaný výrobek. Toho můžeme dosáhnout například svařováním, kdy je materiál přidáván, tvářením, kdy zůstává objem zachován, nebo pomocí obráběcích strojů, které přetvářejí obrobek odebráním přebytečného materiálu ve formě třísky. Příkladem takové operace je vrtání nebo frézování.

Ačkoliv se velikosti obráběcích strojů pohybují od stolních vrtaček až po zařízení o rozměrech větších než místnosti, jsou na ně kladeny podobné základní požadavky, kterými jsou přesnost a produktivita práce. Aby tyto požadavky splnily, musejí mít dostupný výkon, díky kterému dosáhnou vysokých rychlostí při odebrání třísky, a konstrukční prvky, které umožní působení velkých sil a zaručí přesný relativní pohyb mezi nástrojem a obrobkem.

Hlavním konstrukčním prvkem každého obráběcího stroje je rám, který tvoří základ stroje a jeho nosnou konstrukci. Představuje většinou největší část celého zařízení a je na něj kladeno mnoho požadavků, které jsou často protichůdné, například velká tuhost a malý objem, tedy nízká cena. Návrh rámu je tedy často otázkou optimalizace, která si klade za cíl najít ideální rovnováhu mezi jednotlivými požadovanými vlastnostmi, z nichž několik základních bude velmi krátce popsáno v následující části.

Přestože dostatečně kvalitní rám má zásadní vliv na návrh kompletního zařízení a na výslednou kvalitu výrobku, je pouze jednou z důležitých částí. Příklad základního rozdělení obráběcího stroje je na následujícím obrázku.



Obr. 2.1 Základní rozdělení částí obráběcího stroje

## 2.1 Požadavky kladené na obráběcí stroje

Pro obráběcí stroje jsou nejdůležitější dvě věci, vysoká produktivita a přesnost. Abychom splnili první požadavek, můžeme investovat do lepší konstrukce a tím umožnit vyšší rychlost řezných a dalších pohybů, potřebných například pro manipulaci s nástroji nebo s obrobkem. Velký důraz je proto dnes kladen na optimalizaci parametrů strojů. Protože přesnost výroby je z velké části ovlivněna kvalitou konstrukčního návrhu, musíme při jeho tvorbě uvažovat mimo jiné nad následujícími vlastnostmi.

Statická tuhost definuje odolnost proti deformaci při působení sil. Jedná se o vektor, který má své místo působení, směr a velikost. V důležitosti při navrhování převažuje torzní tuhost před osovou. Výpočet vychází z nauky o pružnosti a pevnosti a využívá často metod konečných prvků. Nejvíce tuhost ovlivňuje použitý materiál a tvar konstrukce.

Dynamická stabilita charakterizuje schopnost tlumit chvění, které zhoršuje finální kvalitu povrchu obrobků, přesnost jejich tvarů, a může způsobit znehodnocení nástroje. Stabilitu můžeme zvýšit přidáním tlumičů, případně změnit podmínky výroby, například směr řezného pohybu nebo hloubku řezu.

Teplotní stabilita popisuje, k jakým deformacím dochází při změnách teploty. Koeficient teplotní roztažnosti objemu je u většiny používaných materiálů známý. Vliv teploty lze snížit chlazením stroje, omezením přenosu tepla na stroj z motorů, ložisek, odebírané třísky a dalších nežádoucích zdrojů. Alternativně lze volit materiály s co nejmenším koeficientem roztažnosti, které však mohou zhoršit jiné parametry.

Geometrická přesnost se určuje pomocí zkoušek, které zkoumají například přímost vodících ploch, jejich kolmost, rovnoběžnost, rovinnost, přímočarost pohybů, sousost nebo házení. Stejně tak se dělají spolehlivostní zkoušky, které testují práci stroje v celém pracovním rozsahu po dlouhý časový interval a všechny jeho funkce.

## 2.2 Rámy obráběcích strojů

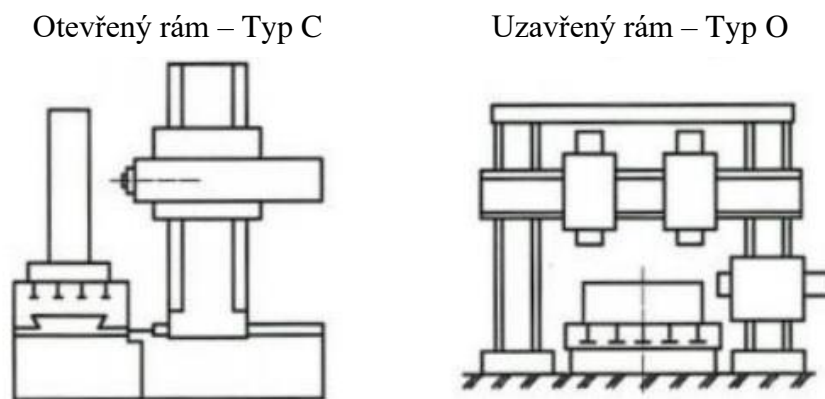
Jak již bylo uvedeno, rám je základem každého obráběcího stroje. Můžeme jej rozdělit na mnoho menších částí, pro názornost uvedeme alespoň několik z nich. První je lože, což je část typicky hranatých tvarů spojující ostatní části v celek. Obsahuje plochy vodící a další, sloužící například k dosednutí uložení. Obecně výrazně převládá délka nebo šířka nad výškou.

Další částí je stojan, kde naopak převládá výška nad ostatními rozměry. Jinak se konstrukčně podobá loži, často slouží k upnutí dalších dílců a bývá dle potřeby svislý nebo šikmý. Pokud je válcovitého tvaru, bývá také nazýván jako sloup. Ke stojanu bývá upevněn vřeteník, obsahující převodové ústrojí a následně připojené vřeteno. Stejně jako podobná část, kterou je koník, zajišťuje rotační pohyb obrobku nebo nástroje.

Část umožňující nastavení obrobku do požadované polohy se nazývá suport. Ten sestává ze saní vykonávajících přímočarý pohyb po vodících plochách, obecně kratších než základní části, případně smykadel, jejichž vodící plochy jsou naopak delší. K pohybu saněmi slouží posuvový šroub, celý suport je pak rozpořbován vodícím šroubem a vodící hřídelí. [1]

Pro polohování obrobku a jeho upínání slouží také stoly. Ty mívají obdélníkový nebo kruhový tvar s vyfrézovanými drážkami. Mohou být pevné, častěji ale bývají pohyblivé. Například rotační kruhové stoly umožňují obrábění z více úhlů bez nutnosti měnit upnutí obrobku. Kombinací s kolébkou umožňující naklání jsou schopni dosáhnout pětiosého obrábění, které může usnadnit výrobu složitějších dílů.

Rámy bývají u malých strojů nedělené, u velkých je vhodné rám rozdělit a spojit až na místě instalace. Dále je můžeme rozdělit podle tvaru na otevřené, které najdeme například u stolních vrtaček nebo různých brusných strojů, a uzavřené, kam patří například portálové frézky. Uzavřené rámy se obecně vyznačují vyšší tuhostí, mohou být pevné i pohyblivé, ale mají přesně vymezený pracovní prostor. [2]



Obr. 2.2 Typy rámu [1]

### 2.2.1 Klasická výroba rámu

Materiály použité k výrobě rámu musejí mít vysoký modul pružnosti, dobře odvádět teplo, být lehké, dobře tlumit a zároveň být co nejlevnější. Dlouhodobě nejpoužívanější jsou ocel a litina, jelikož jejich vlastnosti jsou dobře zdokumentované a mnohaletými zkušenostmi ověřené.

Litina se častěji volí u levnějších aplikací, její výroba je jednodušší a lépe tlumí, nevýhodou jsou ale vnitřní pnutí, kvůli kterým se musí nechat zestárnout, horší modul pružnosti a nutnost výroby formy, která bývá nákladná. Při návrhu konstrukce je také důležité, aby napětí působila v tlaku. Omezení technologie odlévání znamenají, že nejsme schopni dosáhnout velmi tenkých stěn, tvary mohou být pouze jednoduché a hrany zaoblené. Lité díly mají také obecně vyšší hmotnost. Pokud nám tyto vlastnosti nevyhovují, lepší volbou je ocel.

Ocelové konstrukce se vyrábějí svařováním profilů a plechů. Vnitřní pnutí, která takto vzniknou, se musejí odstranit žiháním. Výhodou je však rychlost výroby, možnost dodatečných úprav, a mechanické vlastnosti oceli umožňují použití menšího množství materiálu, a tedy nižší hmotnost.

## 2.2.2 Alternativní výroba rámu

V nedávné době se začaly prozkoumávat možnosti využití nekonvenčních materiálů, za které se označují obecně všechny mimo výše zmíněných. Ty mívají menší tuhost, ale lepší dynamické vlastnosti. Jedním je takzvaná minerální litina, jinak zvaná polymerbeton. Ta se skládá přibližně z 20 % z polymerů jako spojovacího činidla a z 80 % z kameniva. Vyrábí se odlitím do formy při teplotách kolem 50 °C, setřesením a následným vytvrzením. Z důvodu nižší tuhosti je vyšší minimálně tloušťka stěn, není tedy možné konstrukci odlehčit žebrováním či vnitřními dutinami jako u litiny, nižší hustota však znamená, že odlehčení není často nutné. Díky nízké teplotě při odlévání je také možné do konstrukce při výrobě zapustit spojovací prvky, např. závitová pouzdra, nebo prvky pro vedení médií či kabelů. Vysoká cena je kompenzována násobně lepšími tlumivými vlastnostmi, takže výsledné stroje mohou být tišší a přesnější. Pro určitá odvětví může být výhodou také chemická odolnost. Polymerbetonem lze také vylít dutiny v ocelových konstrukcích a tím dosáhnout lepších vlastností. [3]

U přesných měřících strojů se dnes často používá granitu, žulových bloků slepených či sešroubovaných dohromady. Použití tohoto přírodního materiálu je velmi nákladné z důvodu těžby a složitého opracování, jako je broušení. Vyniká však vysokou tuhostí, odolností proti opotřebení a absencí pnutí, proto je ideální pro odvětví přesného měření a výroby. [4]

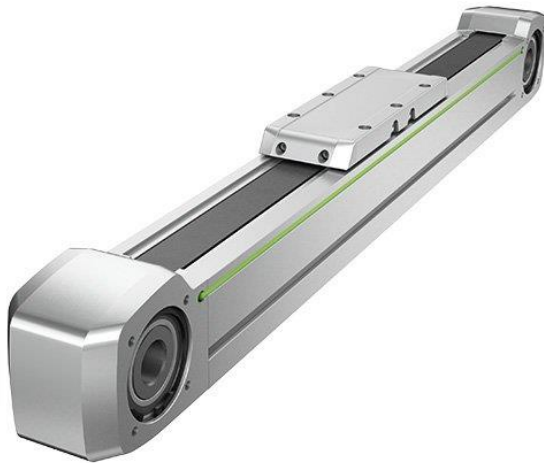
V poslední době také existují rámy vyrobené. Jejich použitím lze teoreticky dosáhnout vysoké tuhosti a velmi malé hmotnosti, vytvoření takového laminátu je však velmi náročné na výpočet a technologie. Vyrábí se z vláken, které lze skládat do vrstev nebo namotávat na trny. Ta jsou napuštěná pryskyřicí, po vytvrnutí může mít laminát různé vlastnosti v závislosti na skladbě vláken. [5]

## 2.3 Řezný pohyb

V základu tyto pohyby rozdělujeme podle toho, zda je vykonává nástroj, nebo obrobek. Dále pak na hlavní, probíhající ve směru řezné rychlosti, a vedlejší, kam patří všechny ostatní pohyby vykonávané v průběhu obrábění. Dále můžeme pohyb rozdělit na rotační a přímočarý. Příkladem hlavního pohybu rotačního vykonávaného nástrojem je vrtání, obrobek tento pohyb koná například při soustružení. Ve velkém množství případů je ale nutné vykonávat pohyb přímočarý, ať už hlavní nebo vedlejší. Toho se často dosáhne pomocí mechanismu zvaného lineární osa. [2]

## 3 Lineární osa

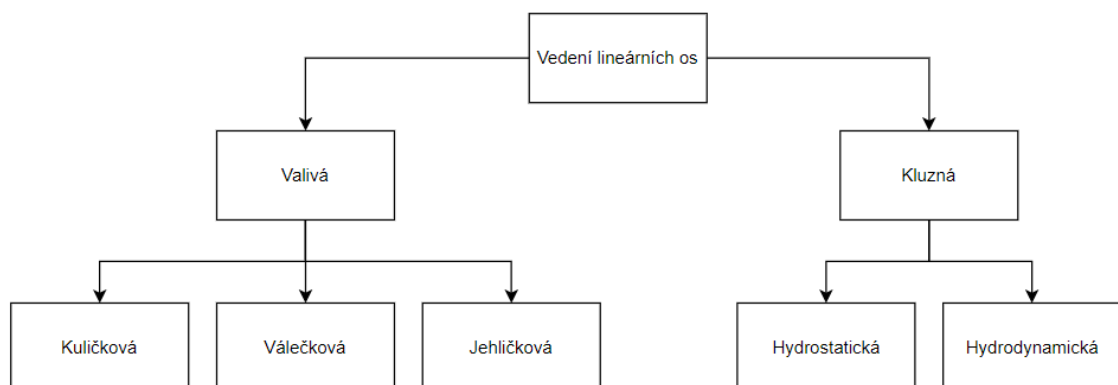
Nejprve je důležité uvést rozdíly mezi lineárním vedením a lineární osou. Zatímco v případě vedení se jedná o čistě pasivní člen složený nejčastěji z vodící kolejnice a vozíku, lineární osa je kompletní modul se zakomponovanými převody a spojovacími členy, ke kterému většinou stačí pouze připojit pohonný člen. Tím vznikne zařízení zvané lineární jednotka, která v obráběcím stroji zprostředkovává přímočarý pohyb. Často však lineární osou bývá nazýván také kompletní pohybový mechanismus.



Obr. 3.1 Příklad lineární osy firmy Hiwin [6]

### 3.1 Vedení

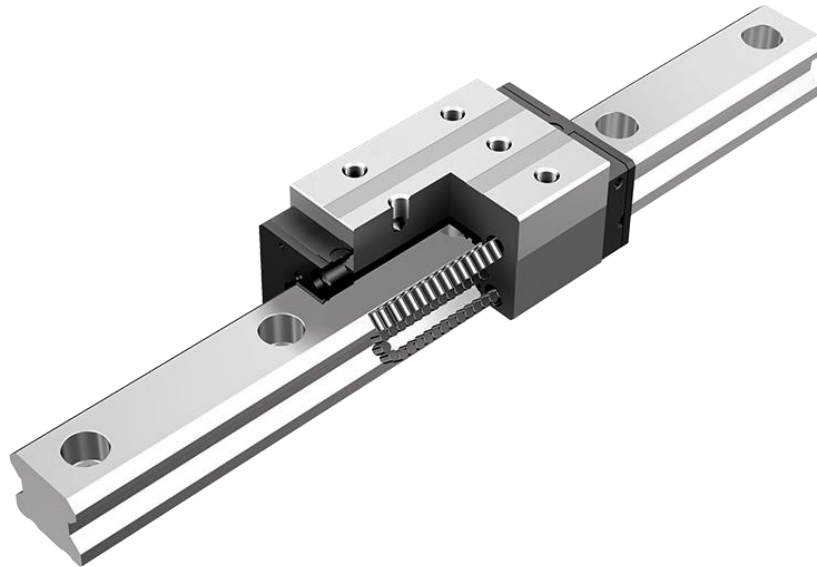
Přesnost polohování a odměřování lineární osy výrazně ovlivňuje výslednou přesnost celého stroje. Proto je u těchto členů kladen velký důraz na plynulost pohybu a schopnost odolávat mechanickým rázům. Abychom tyto požadavky splnili, je důležité zvolit správný mechanismus vedení, které tvoří spoj mezi pohyblivými a nepohyblivými částmi stroje. Těmi nejčastějšími jsou vedení valivá a kluzná.



Obr. 3.2 Rozdělení vedení lineárních os

### 3.1.1 Valivá vedení

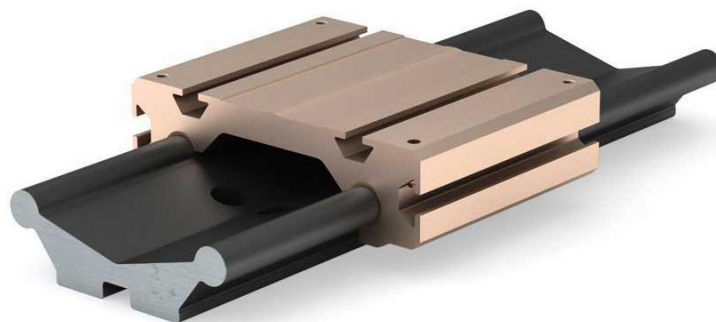
Výhodou tohoto typu je malé tření, jehož velikost je nezávislá na rychlosti, a také vysoká tuhost. Vedení jsou ale velmi náchylná na vnikání nečistot a přenášejí prakticky veškeré chvění na vozík. Při použití valivých hnízd mohou být neomezeně dlouhá. Nejčastěji používanými valivými tělesy jsou válečky nebo kuličky, v některých případech pak jehličky. Vedení s kuličkami nejsou tak citlivá na montážní přesnost, válečky však mají díky větší stykové ploše lepší tuhost a životnost.



Obr. 3.3 Valivé vedení HRX firmy THK [7]

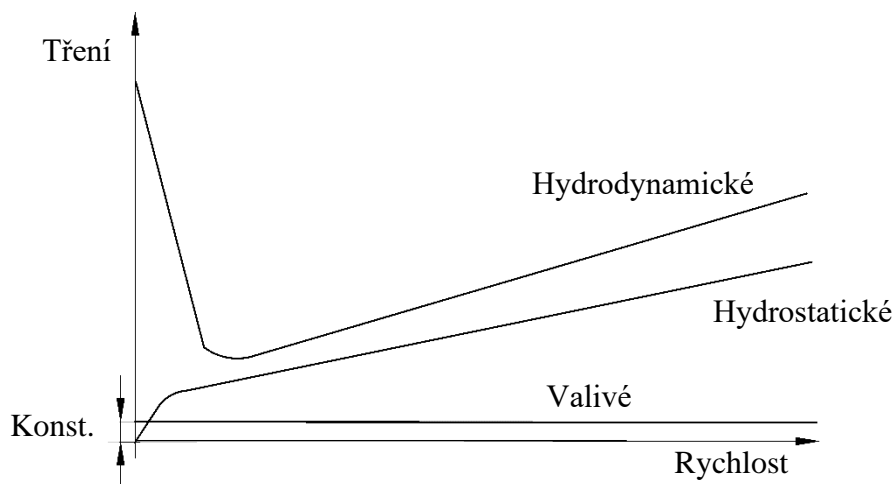
### 3.1.2 Kluzná vedení

Při stavbě těžkých obráběcích strojů s velkým zatížením často dávají výrobci přednost tomuto typu vedení. Nežádoucím účinkem je sice tření, které způsobuje tepelné opotřebování, lépe ale tlumí chvění. Další nevýhodou je také rozdílný součinitel tření při přechodu z klidu a za běhu. Tomu se však dá vyhnout správnou volbou materiálů, které mají podobné statické i dynamické součinitele tření. V závislosti na způsobu mazání se kluzná vedení dělí na hydrodynamická a hydrostatická. [1]



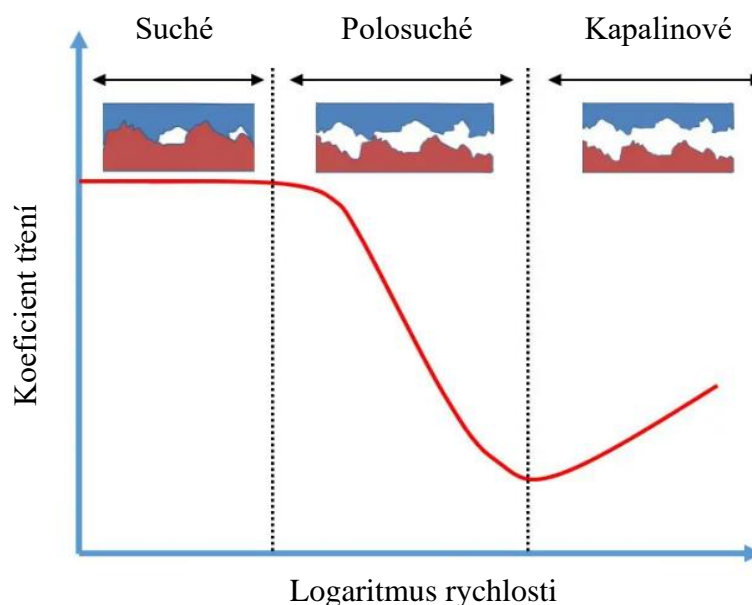
Obr. 3.4 Kluzné vedení firmy Schaeffler [8]

Na následujícím obrázku je porovnání závislostí tření na rychlosti pro jednotlivá vedení. Jsou zřejmé rozdíly mezi jednotlivými typy, které budou podrobněji rozepsány níže.



Obr. 3.5 Závislost tření na rychlosti pro různé typy vedení

Hydrodynamické vedení má mezi vodícími plochami stálou olejovou vrstvu, za klidu na sebe vodící plochy přímo dosedají. K vytvoření mezery mezi nimi dochází až při pohybu. Toto vedení je jednoduché na výrobu a údržbu, nevýhodou je však výše zmíněné zahřívání. K tomu dochází v důsledku velkých pasivních odporů. Při přechodu z klidu do pohybu dochází nejdříve k suchému, následně k polosuchému a nakonec kapalinovému tření podle Stribeckovy křivky.

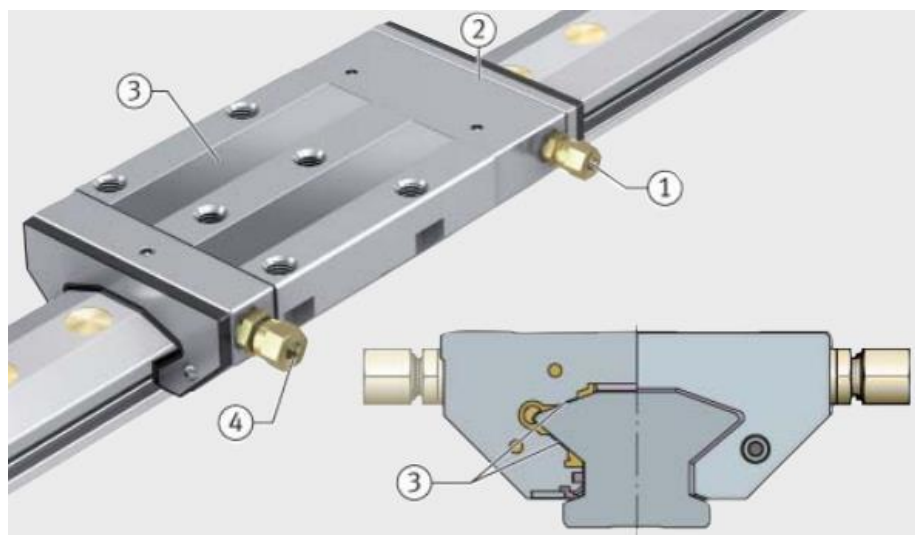


Obr. 3.6 Stribeckova křivka [9]

U hydrostatického vedení je jedna plocha hladká a na druhé se nacházejí olejové kapsy. Těmi je mezi plochy vtlačováno mazivo vytvářející olejový film, takže se samotné plochy nikdy nedotknou. Díky tomu se odstraní nevýhoda vyššího součinitele tření při přechodu z klidu. Důležité je však dodržovat rovnoběžnost těchto ploch. Výhodou je tedy malý součinitel tření a malé mechanické opotřebování, vlivem hydrodynamiky také při vysokých rychlostech dochází k nadlehčování vozíku.

Výroba hydrostatických vedení je však náročná a také jejich provoz je nákladnější než u předchozího typu. Na obrázku vidíme příklad hydrostatického vedení od firmy Schaeffler. Na vedení jsou označeny tyto části:

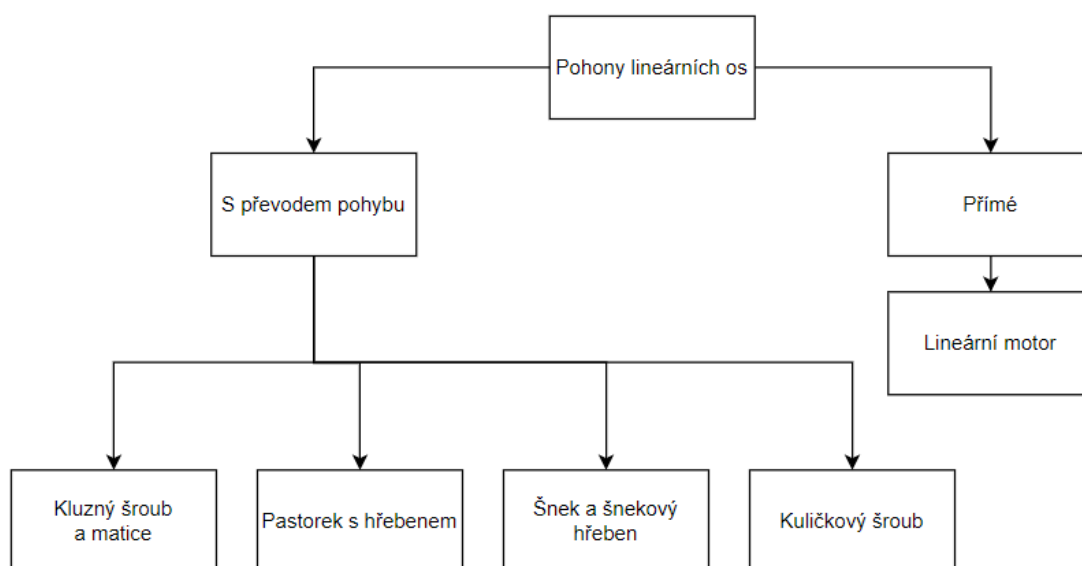
1. Přívod oleje
2. Zabudovaný škrtící ventil
3. Olejové kapsy
4. Vývod oleje



Obr. 3.7 Hydrostatické vedení firmy Schaeffler [10]

### 3.2 Pohybové mechanismy lineárních os

Lineárního pohybu lze dosáhnout dvěma odlišnými přístupy. Prvním je použití lineárních motorů, které tento pohyb přímo umožňují bez dalších mechanismů. Kvůli některým vlastnostem popsaným v následující části se však nehodí pro všechny typy aplikací.

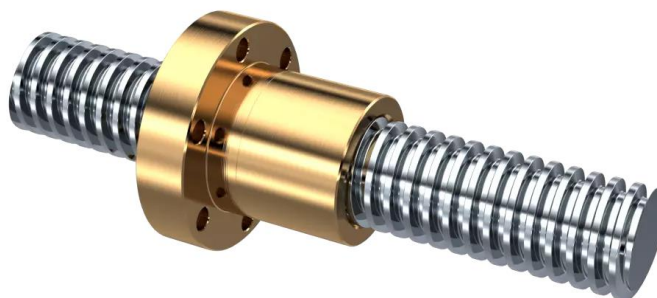


Obr. 3.8 Rozdělení pohonů lineárních os

Druhou možností je přístup více tradiční, a to použití klasických rotačních motorů a některého z mechanismů umožňujících převod pohybu rotačního na lineární. Nejčastěji používané jsou kombinace kluzného pohybového šroubu a matice, kuličkového šroubu a matice, hřebenu a pastorku, a v neposlední řadě také šnekového hřebenu a šneku. Další kapitola práce se bude věnovat kombinaci kuličkového šroubu a matice, často zkracované na KŠM, nejdříve však budou krátce popsány alternativy.

### 3.2.1 Kluzný pohybový šroub a matice

Pokud aplikace vyžaduje pouze malé rychlosti, můžeme využít velkého převodového poměru pohybového šroubu a matice. Existují dvě provedení, buď je matice pevná a šroub se otáčí, nebo naopak. Nejčastěji se vyrábějí se souměrným lichoběžníkovým profilem závitu. Pokud je vyžadována vyšší přesnost odměřování, pak s lichoběžníkovým nesouměrným či plochým profilem v závislosti na tom, jestli měříme pouze v jednom, nebo v obou směrech pohybu. V důsledku tření má mechanismus malou účinnost, pohyb může být trhaný a dochází k velkému opotřebení. Výroba je ale jednoduchá a vůle může být vymezena snadno sevřením rozdělené matice.



Obr. 3.9 Pohybový šroub s trapézovým závitem firmy MN-Systems [11]

### 3.2.2 Pastorek s hřebenem

Tento mechanismus má dobrou účinnost a tuhost, ale výroba je tím složitější, čím vyšší je požadovaná přesnost. Hřebeny jsou nepohyblivé a je možné je neomezeně skládat za sebe, díky tomu je tento mechanismus vhodný pro dlouhé posuvy. Není však samosvorný, proto bývá pastorek doplněn o brzdu, pro vytvoření většího momentu často také o převodovku.[2]



Obr. 3.10 Převod s pastorkem a hřebenem [12]

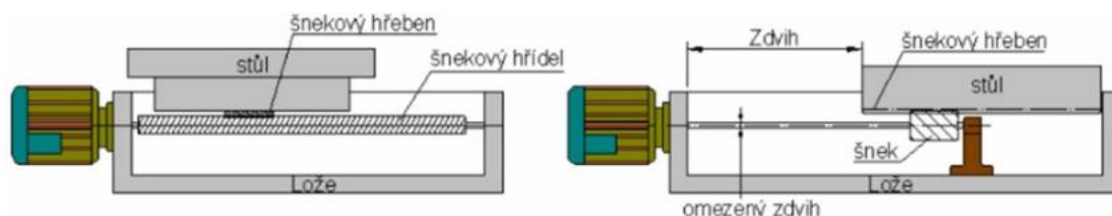
Pro funkci mechanismu je nutné vymežit vůli, k tomu lze použít dvou motorů v konfiguraci Master-Slave. V klidu působí stejným momentem v opačných směrech, v chodu hlavní pastorek vyvolává pohyb a druhý vymezuje vůli. U velkých strojů se využívá duplexního pastorku s hřebenem, kdy hřebeny jsou vůči sobě posunuty o půl rozteče a pastorky mají opačný smysl sklonu zubů. Výhodou této konstrukce je, že mezi obě části je kroutcí moment rozdělen rovnoměrně.



Obr. 3.11 Pastorek s hřebenem v konfiguraci Master-Slave [13]

### 3.2.3 Šnek a šnekový hřeben

Existují dvě varianty tohoto mechanismu. První je hřídel se šnekovými závity v celé délce posuvu. Často se však nepoužívá, kvůli délce hřídele dochází k jeho zkroucení. Více využívaná je varianta šneku se šnekovým hřebenem. Hřeben tvoří částečnou matici, což spolu se šnekem, který se brodí v oleji, snižuje opotřebení mechanismu. Šnek může být poháněn hnací hřídelí, nevýhodou je však malá torzní tuhost. Proto se často využívá pastorku, jehož průměr však nesmí být větší než průměr šneku. U velkých strojů se využívá šneku s kapsami, do kterých je vtláčován olej podobně jako u hydrostatického vedení. Tím je dosaženo velké tuhosti a malého tření.



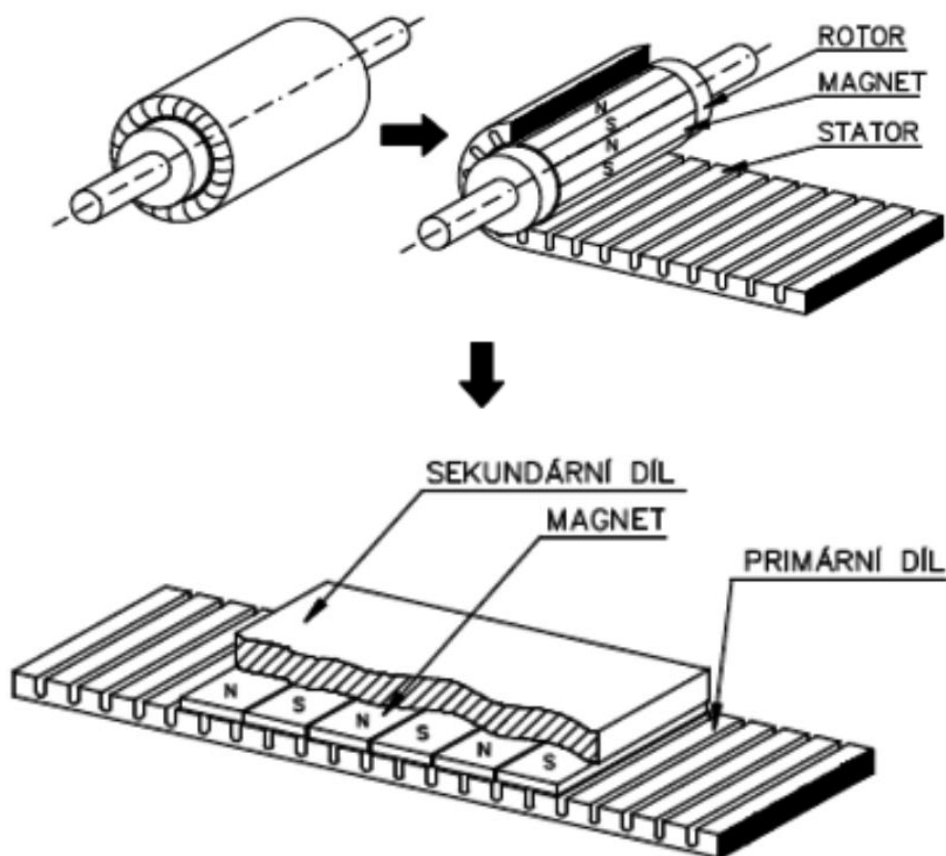
Obr. 3.12 Varianty mechanismu se šnekem a šnekovým hřebenem [14]

### 3.2.4 Lineární motor

Princip funkce těchto motorů je stejný jako u klasických rotačních elektromotorů, permanentní magnety jsou pouze rozmístěny po délce posouvající se plochy namísto do tvaru kružnice. Díky přímému působení na posouvající se desku nejsou potřeba převody pro transformaci pohybu, což eliminuje vliv jejich kinematických chyb a nepřesností.

Vyrábějí se nejčastěji jako synchronní, asynchronní nebo krokové. Jelikož části motoru nejsou v přímém styku, mohou být zaizolovány a použity i ve vlhkém nebo prašném prostředí. Také prakticky nedochází k opotřebování, díky čemuž mají vysokou životnost.

Mezi nevýhody patří vliv magnetických sil, způsobující například problémy s odvodem třísky, dále zahřívání okolních částí stroje a malé posuvové síly. Vyváženo je to však schopností lineárních motorů pracovat ve vysokých rychlostech a s velkou přesností. Také lze pohybovat více sekundárními díly po jednom primárním a po teoreticky neomezené délce dráhy. Díky tomu jsou často používány při obrábění výrobků komplikovaných tvarů. [15]



Obr. 3.13 Schéma lineárního motoru

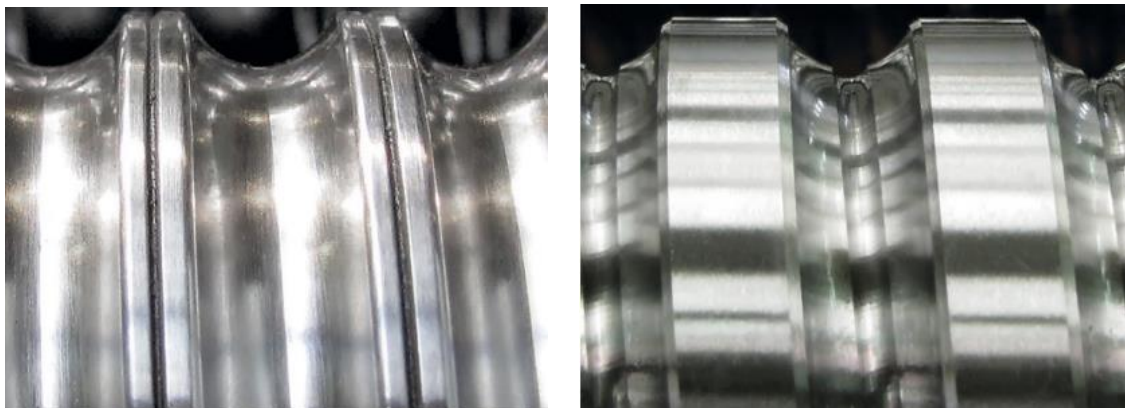
## 4 Kuličkový šroub a matice

Jak bylo zmíněno dříve, největší nevýhodou kluzného šroubu je velké tření a s ním související malá účinnost a životnost. Podobně jako u lineárních vedení lze tyto vlastnosti výrazně zlepšit použitím valivých elementů. Z tohoto důvodu je dnes pro získání lineárního pohybu velmi často využíváno kuličkových šroubů. Jejich účinnost se často pohybuje okolo 90 %, ve zvláštních případech se může blížit až k 98 %. Vyrábějí se s vysokou přesností, proto lze používat kromě pohánění také k odměřování. Nevýhodou je nutnost doplnit kuličkový šroub o brzdu, protože není samosvorný. Výhody však tento nedostatek vysoce převyšují, odstraněna je většina nedostatků kluzných šroubů. Použitím kuliček můžeme dosáhnout podstatně menšího tření, takže dochází k velmi malému opotřebování a oteplování během provozu. Díky malému rozdílu mezi statickým a dynamickým součinitelem tření také prakticky nedochází k trhaným pohybům.



Obr. 4.1 Kuličkový šroub firmy KSK Precise Motion [16]

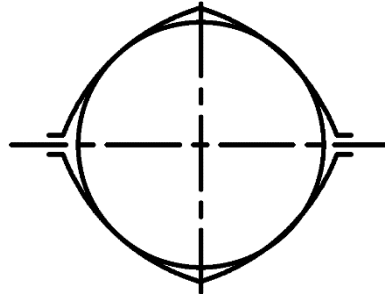
Šrouby jsou nejčastěji vyráběny jednou ze tří metod, z nichž každá dosahuje jiné přesnosti. Válcované šrouby jsou nejjednodušší na výrobu a tedy nejlevnější, což je vyváženo horší životností a přesností. Druhou metodou je okružování. Takto vyrobené šrouby bývají nejčastěji použity u běžných obráběcích strojů. Nejvyšší přesnosti dosahujeme u šroubů broušených. Ve všech případech musí být zabráněno úniku maziva a vniku nečistot do mechanismu, který by v důsledku těchto vlivů ztrácel své vlastnosti.



Obr. 4.2 Závit válcovaný (vlevo) a broušený [16]

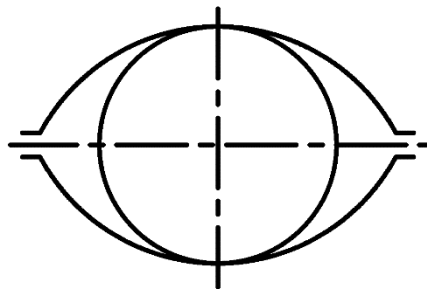
## 4.1 Profily valivých drah

Prvním typem je profil gotický. Ten je využíván pro svou vysokou přesnost, také umožňuje snadné vymezení vůle a předepnutí. Dochází ke čtyřbodovému styku, drážky viditelné v dolní a horní části umožňují snadné rozvádění maziva.



Obr. 4.3 Gotický profil

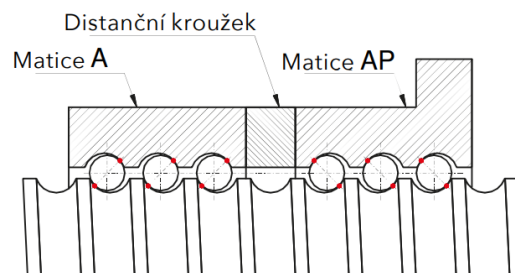
Kruhový profil má pouze dvoubodový styk, kvůli kterému jsou kuličky zatěžovány více než v předchozím případě. Dosahuje nižší účinnosti, je ale jednodušší na výrobu a tedy levnější.



Obr. 4.4 Kruhový profil

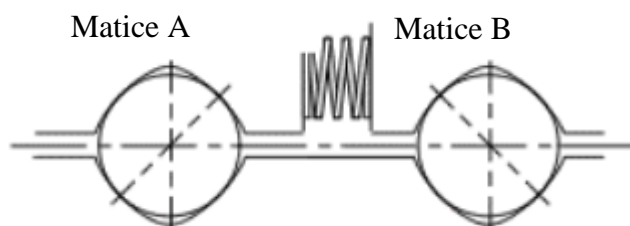
## 4.2 Vymezení vůle a předepnutí

Přesného pohybu můžeme dosáhnout, pouze je-li vymezena vůle mezi šroubem a maticí. Předepnutím zvýšíme tuhost a přesnost, avšak na úkor účinnosti a životnosti. Nejčastěji se používá distanční kroužek vložený mezi dvě matice, a to převážně u dlouhých matic s vysokou tuhostí. Pokud zvolíme kroužek větší než stoupání, bude předepnutí tlakové, pokud menší, pak tahové.



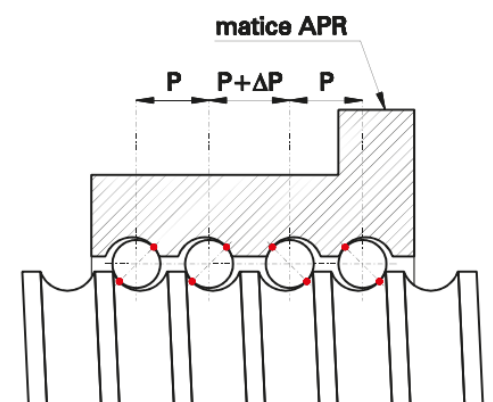
Obr. 4.5 Předepnutí distančním kroužkem

Pro menší zatížení můžeme kroužek nahradit pružinou. Ta dosahuje menší tuhosti, ale lépe pohlcuje rázy a plní svoji funkci i v případě opotřebení valivých elementů.



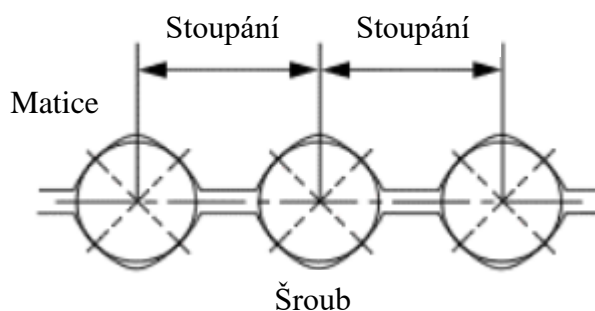
Obr. 4.6 Předepnutí pružinou

Třetí možností je použití matice vyrobené tak, že se v jejím středu změnilo stoupání valivých drah. V tomto případě není možné upravovat velikost předepnutí.



Obr. 4.7 Předepnutí změnou stoupání

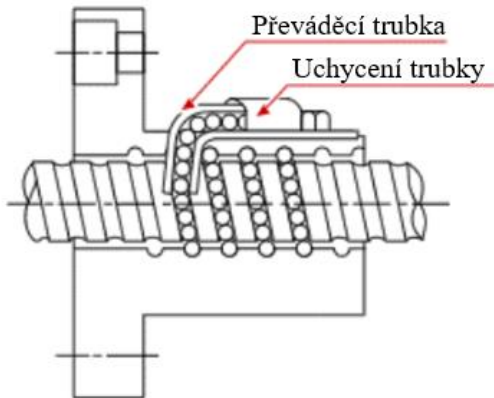
U krátkých matic je předepnutí možné dosáhnout výměnou kuliček za větší, kvůli jejich vlastnostem však tento způsob neumožňuje velká předpětí. [17]



Obr. 4.8 Předepnutí použitím větších kuliček

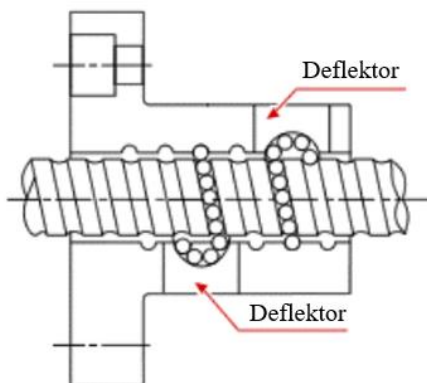
### 4.3 Recirkulace kuliček

Provedení oběhového vedení je důležité z hlediska plynulosti náběhu kuliček ze šroubovice šroubu do vratné drážky a zpět na začátek nosného úseku. Existuje několik způsobů, jak recirkulace dosáhnout. Nejpoužívanější je převáděcí trubka. V té kuličky obíhají vně matice a pouze v rámci několika závitů. Je vhodná pro velká zatížení a běžná stoupání.



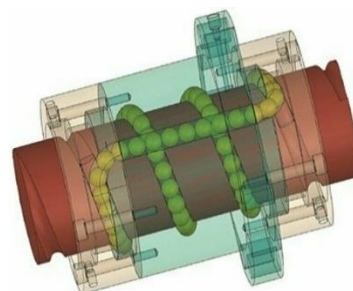
Obr. 4.9 Recirkulace převáděcí trubkou – schéma (vlevo) a produkt firmy Coroll

Další možností, používanou pro malá zatížení, jsou deflektory. Kuličky zde obíhají uvnitř jednoho závitu matice. Toto provedení je vhodné hlavně pro malá stoupání.



Obr. 4.10 Recirkulace pomocí deflektorů – schéma (vlevo) a produkt firmy Coroll

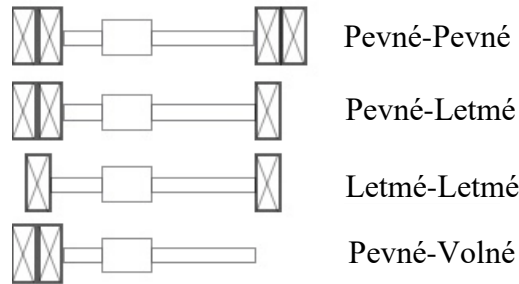
Jako poslední uvedme matice s převáděcím kanálem. Ten převádí kuličky z jejího konce na začátek, je vhodný pro velká stoupání a střední zatížení. [18, 19]



Obr. 4.11 Recirkulace převáděcím kanálem – schéma (vlevo) a 3D model [20]

## 4.4 Uložení šroubu

Uložení má velký vliv na tuhost celého systému. Proto přednostně využíváme válečkových nebo jehlových ložisek. Také je vhodné minimalizovat stykové plochy, u kterých se snažíme dosáhnout co největší jakosti opracování. Uložení hřídele rozlišujeme jako pevné (axiální a radiální), letmé (pouze radiální) a volné (volný konec), přičemž se vždy udává kombinace uložení obou konců, například pevné-volné nebo letmé-letmé. [21]

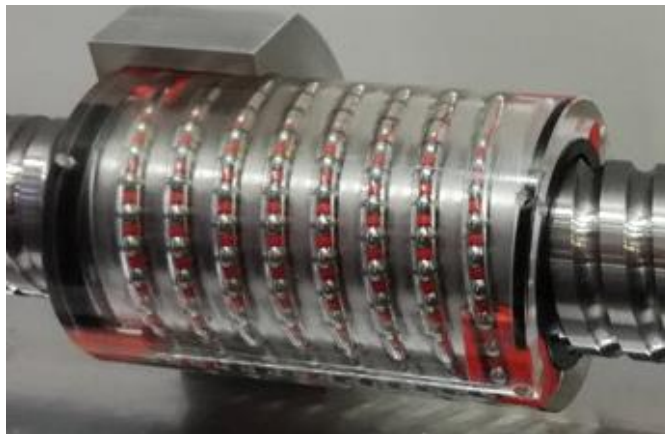


Obr. 4.12 Typy uložení šroubu

## 4.5 Trendy v oblasti kuličkových šroubů

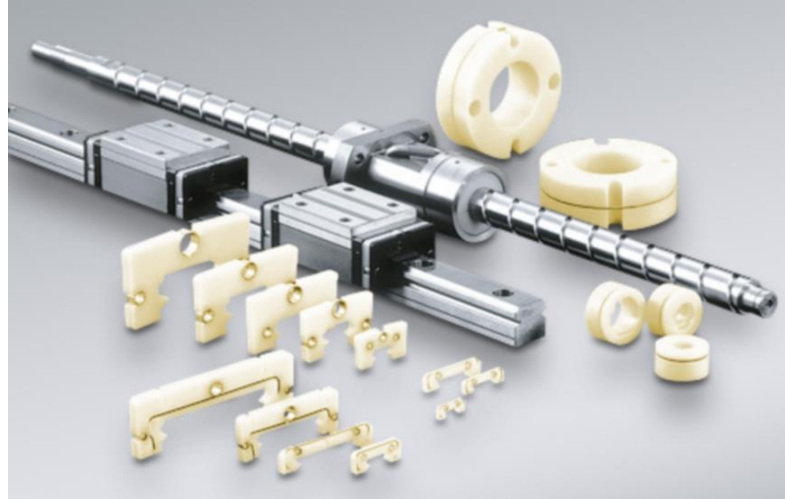
V oblasti obráběcích strojů je nejdůležitější zvyšovat produktivitu práce. Výrobci tak neustále hledají nová řešení, která umožní dosahovat vyšší přesnosti a rychlosti výroby nebo životnosti prvků. Hledají se nové způsoby výroby závitů, firma KSK Precise Motion Kuřim již několik let vyrábí hřídele rotačním frézováním spojeným s dobrušováním, čímž zvýšila rychlost výroby při zachování přesnosti. [22]

Dalším směrem vývoje jsou nová maziva a valivé prvky. Snižováním tření roste účinnost a klesá oteplování stroje, což má kladný vliv na životnost i energetickou náročnost. V tomto ohledu se v posledních letech zkoumají možnosti použití kuliček vyrobených z plastu, který má dobré kluzné vlastnosti. I tady je inovátorem výše zmíněný výrobce, který před několika lety ukázal kuličky vstříkované přímo do matice. Použitím takto vyrobených kuliček se snížila hlučnost, zvýšila maximální rychlost a zlepšila se plynulost chodu. [23]



Obr. 4.13 Kuličkový šroub se vstříkovanými kuličkami

Pokroky v technologiích, a tedy kvalitě závitu, umožnily výrobu šroubů, které jsou schopny pracovat i ve velmi vysokých rychlostech, v důsledku čehož lze dosáhnout minimalizace vibrací. Díky tomu dosahují takové šrouby vyšší přesnosti a jsou méně hlučné. Aby však mohly dosáhnout potřebných otáček, je nutné myslet při výběru mechanismu na kvalitní mazací systém. Ten zabraňuje vniku nečistot, snižuje opotřebování a celkově přispívá k prodloužení doby před nutnou údržbou. Široký sortiment nabízí například firma Coroll. [19]



Obr. 4.14 Šrouby a domazávací jednotky firmy Coroll

Pro aplikace vyžadující zvláštní vlastnosti se dnes vyrábějí speciální varianty kuličkových šroubů, například bezprofilové s hladkou hřídelí, šrouby s vysokou únosností a tuhostí nebo teleskopické šrouby, kde matice zároveň funguje jako ložisko pro uložení následujícího hřídele soustavy. [24]



Obr. 4.15 Teleskopický kuličkový šroub

U obráběcích strojů obecně je snaha odstranit nežádoucí vzájemné vlivy částí zařízení, například tepelné a magnetické vlivy pohonných jednotek na okolní konstrukci. Velmi důležitá je také optimalizace nosných částí, kterou je možné minimalizovat hmotnost při zachování vlastností, s čímž souvisí také hledání nových materiálů a výrobních procesů.

## 5 Matematický model

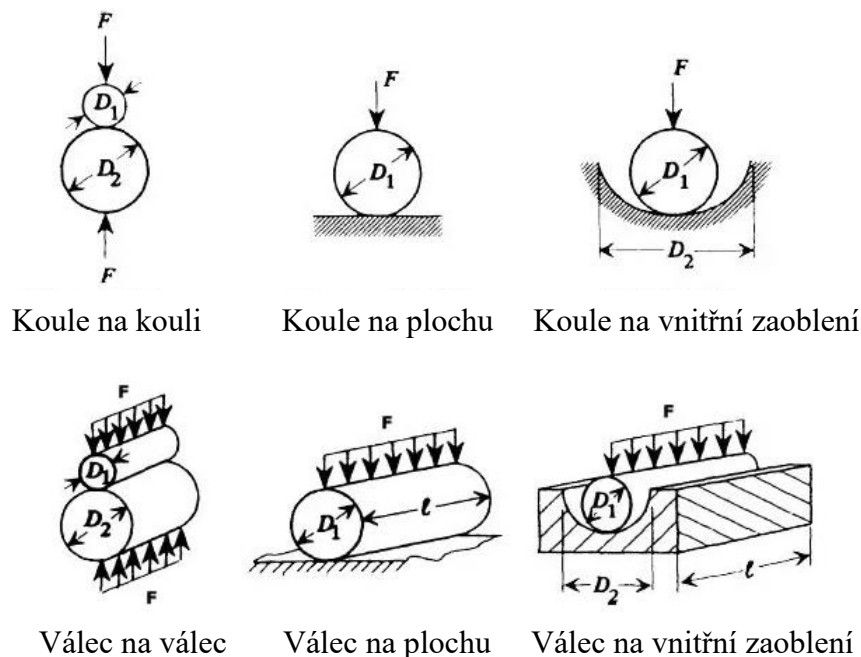
Analýza bude pro účely této práce prováděna pro ustálený stav kuličkového šroubu. Budeme uvažovat mechanismus s předepnutou maticí pevně uložený na obou koncích. Profil kontaktních drah budeme uvažovat kruhový, styk kuliček se šroubem a maticí bude tedy dvoubodový. Vnější zatížení budeme považovat za rovnoměrně rozložené na všechny kuličky, výpočty tedy budou probíhat pouze pro jednu kuličku se zatížením přepočteným. Třecí síly v místech kontaktu budou uvažovány pouze coulombovské s konstantním součinitelem tření.

Abychom mohli analyzovat vlivy působící na kuličku a její stav, musíme nejdříve určit vnější zatížení, které je na ni přeneseno přes zbytek mechanismu. Jako první je tedy nutné vypočítat axiální tuhost mechanismu. Výpočet této tuhosti je popsán v normách kuličkových šroubů a je založený na Hertzově teorii kontaktních napětí. Její základy proto nejdříve krátce vysvětlíme.

### 5.1 Hertzova teorie kontaktních napětí

Tato teorie je jedním z důležitých základů mechanické analýzy. Při výpočtu tlaku působícího na dvě dotýkající se tělesa by při předpokladu bodového kontaktu těchto těles byl tlak nekonečný. Proto Hertz zavedl novou teorii, která předpokládá, že tělesa se při kontaktu budou elasticky deformovat, čímž se vytvoří plochy, ve kterých budou působit kontaktní napětí.

Tato teorie platí pro situace, ve kterých na obě tělesa v kontaktu působí tlakové napětí, příkladem je například styk ozubených kol, kuličková ložiska a námi analyzovaný případ, tedy kuličkové šrouby. V naší analýze bude důležitý kontakt kuličky s kuličkovou dráhou, tedy tělesa tvaru koule s tělesem s vnitřním zaoblením. Existuje však několik dalších typů styku, které teorie popisuje, některé z nich jsou zobrazeny na obrázku níže.



Obr. 5.1 Příklady styků v Hertzově teorii kontaktních napětí [25]

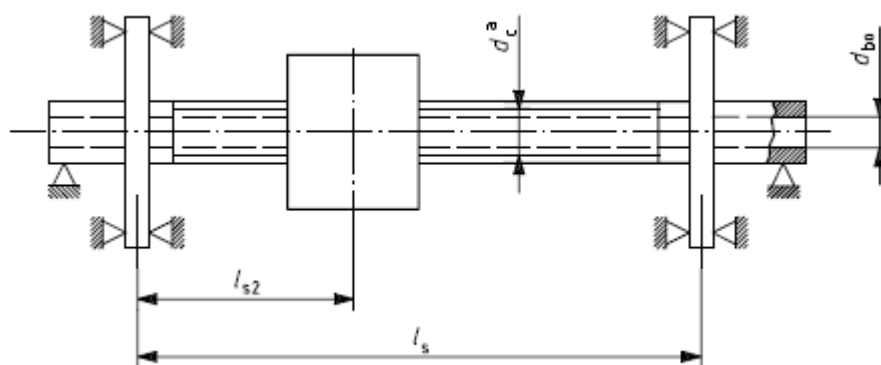
Důležitým zjednodušujícím předpokladem je to, že plocha kontaktu musí být výrazně menší než rozměry obou těles. Dalším předpokladem, jak bylo uvedeno výše, je elasticita materiálů, pokud tedy odebereme zatížení, tělesa se vrátí do původního tvaru. Poslední podmínkou je, že obě tělesa musejí být z materiálu deformujícího se lineárně. Protože tělesa nejsou dokonale plochá, kontaktní plocha má tvar elipsy, jejíž osy jsou kolmé na působící zatížení.

Rovnice pro výpočet kontaktních napětí Hertz předložil ve své teorii, jsou však prezentovány také v normách popisujících výpočty kuličkových šroubů, ze kterých byly převzaty a budou použity v další části. Tyto rovnice popisují kontaktní napětí v závislosti na vnějším zatížení, geometrických parametrech a materiálu těles. Rozložení tohoto napětí je nerovnoměrné, největší je ve středu kontaktní plochy a klesá směrem k okrajům. V naší analýze budeme uvažovat právě hodnotu ve středu kontaktní plochy. Nyní můžeme přejít k samotnému matematickému modelu. Jak bylo uvedeno, prvním krokem je výpočet axiální tuhosti. [26]

## 5.2 Axiální tuhost

Jak bylo dříve uvedeno, tuhost mechanismu má zásadní vliv na přesnost polohování kuličkového šroubu. Je závislá jak na návrhu KŠM, tak i na jeho uložení. Mechanismus si můžeme představit jako kombinaci lineárních a nelineárních pružných členů. Vypočítaná tuhost je však platná vždy pouze pro konkrétní zatížení. Označme tuhost šroubu  $R_S$  a matice  $R_N$ . Celková tuhost mechanismu je pak rovna:

$$\frac{1}{R_{bs}} = \frac{1}{R_S} + \frac{1}{R_N} \quad (1)$$



Obr. 5.2 Schéma pro výpočet axiální tuhosti

Jedním z parametrů důležitých pro analýzu je počet kuliček obíhajících uvnitř mechanismu. V naší analýze nebude tato hodnota zadána, ale vypočtena, a to podle vzorce uvedeného v normě. Zvolíme proto počet zatížených otáček závitu  $i = 5$ . Počet kuliček na jednu otáčku z pak vychází z průměru roztečné kružnice, úhlu stoupání a velikosti kuliček. Výslednou hodnotu zaokrouhlujeme na nejbližší celou kuličku. Vzorec má tvar:

$$z = \frac{\pi d_m}{d_b \cos \alpha} \quad (2)$$

Nyní se můžeme přesunout k výpočtu samotné axiální tuhosti. Pro výpočet tuhosti šroubu  $R_S$ , použijeme následující rovnici, která platí pro uložení na obrázku 5.2:

$$R_S = \frac{\pi \cdot d_c^2 \cdot E}{l_S \cdot 10^3} \quad (3)$$

$$d_c = d_m - D_b \cdot \cos \alpha_0 \quad (4)$$

Tuhost matice je určena jako kombinace tuhosti samotné matice  $R_n$  a tuhosti kuličkových drah  $R_{bt}$ :

$$\frac{1}{R_N} = \frac{1}{R_n} + \frac{1}{R_{bt}} \quad (5)$$

$$R_n = \frac{2 \cdot \pi \cdot i \cdot L \cdot E \cdot \tan^2 \alpha_0}{\left( \frac{D_1^2 + D_c^2}{D_1^2 - D_c^2} + 1 \right) \cdot 10^3} \quad (6)$$

$$D_c = d_m + D_b \cdot \cos \alpha_0 \quad (7)$$

Pro výpočet tuhosti  $R_{bt}$  použijeme dříve uvedenou Hertzovu teorii kontaktních napětí. Uvedené poměry použijeme pro výpočet sum křivostí pro šroub a matici:

$$f_o = \frac{r_o}{2r_b} \quad (8)$$

$$f_i = \frac{r_i}{2r_b} \quad (9)$$

Rovnice potřebné pro výpočet jsou pak následující:

$$\sum \rho_s = \frac{4}{D_b} - \frac{1}{f_i \cdot D_b} + \frac{2 \cdot \cos \alpha}{d_m - D_b \cdot \cos \alpha_0} \quad (10)$$

$$\sum \rho_n = \frac{4}{D_b} - \frac{1}{f_o \cdot D_b} - \frac{2 \cdot \cos \alpha}{d_m + D_b \cdot \cos \alpha_0} \quad (11)$$

$$\cos \tau_s = \left| \frac{-\frac{1}{f_i \cdot D_b} - \frac{2 \cdot \cos \alpha}{d_m - D_b \cdot \cos \alpha_0}}{\sum \rho_s} \right| \quad (12)$$

$$\cos \tau_n = \left| \frac{-\frac{1}{f_o \cdot D_b} + \frac{2 \cdot \cos \alpha}{d_m + D_b \cdot \cos \alpha_0}}{\sum \rho_n} \right| \quad (13)$$

Následně vypočteme pomocné koeficienty  $Y$  a normálovou sílu  $Q$ :

$$Y_{s,n} = 1,282 \cdot \left[ -0,154 \cdot (\sin \tau)^{\frac{1}{4}} + 1,438 \cdot (\sin \tau)^{\frac{1}{2}} - 0,194 \cdot \sin \tau \right] \quad (14)$$

$$Q = \frac{F}{i \cdot z \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha_0} \quad (15)$$

V dalším kroku zjistíme hodnoty pomocných materiálových konstant:

$$k = \frac{z \cdot \sin^{5/2} \alpha_0 \cdot \cos^{5/2} \alpha}{c_E^3 \cdot c_k^{3/2}} \quad (16)$$

$$c_k = Y_s \cdot \sqrt[3]{\sum \rho_s} + Y_n \cdot \sqrt[3]{\sum \rho_n} \quad (17)$$

$$c_E = \sqrt[3]{11550 \cdot \frac{2}{E_0}} \quad (18)$$

$$E_0 = \frac{E}{1 - \frac{1}{m^2}} \quad (19)$$

Nakonec vypočteme tuhost kuličkových drah:

$$R_{bt} = 2^{3/2} \cdot \sqrt[3]{F_{pr} \cdot (k \cdot i)^2} \quad (20)$$

Nyní můžeme zjistit celkovou tuhost mechanismu a pomocí ní určit axiální přetvoření, které bude použito v další části k určení deformací v místech kontaktu kuličky se šroubem a s maticí. Toto axiální přetvoření vypočteme podle rovnice:

$$\delta_a = \frac{F_{ap}}{R_{bs}} \quad (21)$$

$$F_{ap} = \frac{F}{i \cdot z} \quad (22)$$

[27]

### 5.3 Deformace v místech kontaktu

Abychom mohli zjistit kontaktní úhly kuličky se šroubem a maticí, musíme nejdříve vypočítat velikost přetvoření v místech kontaktu. K tomu využijeme podobně jako v první části Hertzovu teorii kontaktních napětí.

Definujme nyní indexy  $n' = i, o$ , které označují, zda se jedná o kontakt se šroubem, respektive s maticí. Toto označení bude zachováno i v dalších částech práce. Prvním krokem je výpočet sum poloměrů křivosti, každému kontaktu náleží dva, které definují osy kontaktní elipsy. Označme je  $R$ , pro zjednodušení jsou rovnice uvedeny již s dosazenými parametry a mají následující tvar:

$$R_{i1} = \frac{\frac{D_i}{2} \cdot r_b}{\frac{D_i}{2} + r_b} \quad (23)$$

$$R_{i2} = \frac{-r_i \cdot r_b}{-r_i + r_b} \quad (24)$$

$$R_{o1} = \frac{-\frac{D_o}{2} \cdot r_b}{-\frac{D_o}{2} + r_b} \quad (25)$$

$$R_{o2} = \frac{-r_o \cdot r_b}{-r_o + r_b} \quad (26)$$

Hodnoty sum křivosti dosadíme do rovnic pro výpočet parametrů kontaktní elipsy:

$$\bar{K}_{n'} = \left(\frac{R_{n'2}}{R_{n'2}}\right)^{0,6268} \cdot \left\{1 + 0,0632 \cdot \sin \left[0,6315 \cdot \ln \left(\frac{R_{n'2}}{R_{n'2}}\right)\right]\right\} \quad (27)$$

$$\varphi_{n'} = \left\{1 + \left[\frac{\pi}{2} - 1\right] \cdot \left(\frac{R_{n'2}}{R_{n'2}}\right)^{-1,0238}\right\} \cdot \left\{1 + 0,0486 \cdot \left(\frac{R_{n'2}}{R_{n'2}}\right)^{-1,3358} \cdot \left[\ln \left(\frac{R_{n'2}}{R_{n'2}}\right)^{1,0997}\right]\right\} \quad (28)$$

[28]

Předposledním krokem je aproximace tuhosti  $k$ , k tomu použijeme následující rovnice:

$$\zeta_{n'} = \left\{\left(\frac{\pi}{2}\right) + 0,5674 \left[\ln \left(\frac{R_{n'2}}{R_{n'2}}\right)^{1,0277}\right]\right\} \cdot \left\{1 - 0,0036 \cdot \sin \left[1,9 \cdot \left(\ln \left(\frac{R_{n'2}}{R_{n'2}}\right)\right)^{0,8267}\right]\right\} \quad (29)$$

$$\delta_{n'}^* = \frac{2\zeta_{n'}}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{2\bar{K}_{n'}^2 \cdot \varphi_{n'}}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (30)$$

$$k_{n'} = 1,084391 \cdot 10^6 \cdot \left( \sum \rho_{n'} \right)^{-0,5} \cdot (\delta_{n'}^*) \quad (31)$$

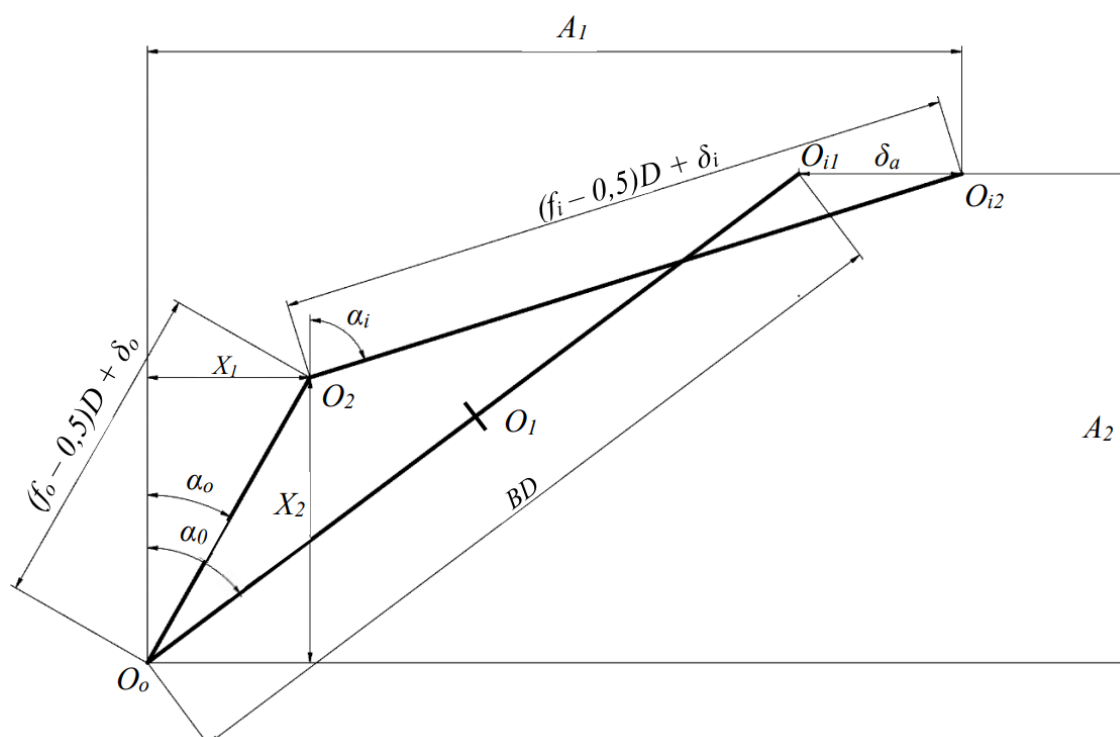
Předpis pro normálovou sílu je dán normou a je uveden v rovnici 16. Pomocí vypočítané tuhosti můžeme nyní určit deformace  $\delta_{i,o}$  potřebné pro zjištění výchozích kontaktních úhlů:

$$Q = k_{n'} \cdot \delta_{n'}^{1,5} \quad (32)$$

[29]

## 5.4 Výchozí kontaktní úhly

Abychom mohli odvodit hodnoty výchozích kontaktních úhlů, musíme nejdříve popsat změny vzniklé deformacemi mechanismu a kontaktů, které byly popsány v předchozích částech. Budeme předpokládat, že se poloha středu kuličkové dráhy matice  $O_o$  zatěžováním vzhledem k rozměrům obou těles změní pouze velmi málo. Změnu tedy zanedbáme a budeme uvažovat zatížení ve středu elipsy, jak bylo uvedeno v předešlé části. Geometrické znázornění změn polohy ostatních bodů je znázorněno na následujícím obrázku.



Obr. 5.3 Schéma pozic středu kuličky a kuličkových drah

Předpokládejme tedy, že střed kuličkové dráhy matice  $O_o$  pevný bod. Body  $O_1'$  a  $O_2'$  jsou polohy středu kuličky před a po zatížení, body  $O_{i1}$  a  $O_{i2}$  jsou polohy středu kuličkové dráhy šroubu, opět před a po zatížení. Vzdálenost mezi body  $O_o$  a  $O_{i1}$  je dána rovnicí:

$$\overline{BD} = d_b \cdot (f_o + f_i - 1) \quad (33)$$

kde  $f_o$  a  $f_i$  jsou poměry definované v předchozí části. Analýzou geometrie na obrázku můžeme odvodit následující rovnice pro výpočet kontaktních úhlů:

$$A_1 = \overline{BD} \cdot \sin \alpha_o + \delta_a \quad (34)$$

$$A_2 = \overline{BD} \cdot \cos \alpha_o \quad (35)$$

$$\cos \alpha_i = \frac{A_2 - X_2}{(f_i - 0,5) \cdot d_b + \delta_i} \quad (36)$$

$$\sin \alpha_i = \frac{A_1 - X_1}{(f_i - 0,5) \cdot d_b + \delta_i} \quad (37)$$

$$\cos \alpha_o = \frac{X_2}{(f_o - 0,5) \cdot D_b + \delta_o} \quad (38)$$

$$\sin \alpha_o = \frac{X_1}{(f_o - 0,5) \cdot D_b + \delta_o} \quad (39)$$

Pomocné hodnoty  $X_1, X_2$  zjistíme snadno s využitím Pythagorovy věty:

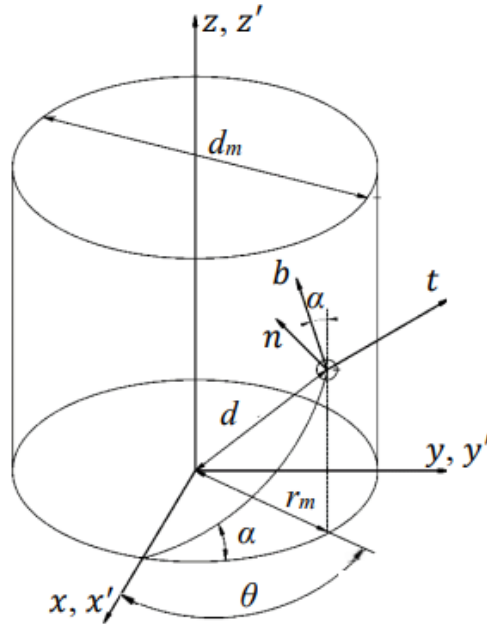
$$(A_1 - X_1)^2 + (A_2 - X_2)^2 = [(f_i - 0,5) \cdot 2r_b + \delta_i]^2 \quad (40)$$

$$X_1^2 + X_2^2 = [(f_o - 0,5) \cdot 2r_b + \delta_o]^2 \quad (41)$$

Kombinací těchto hodnot a deformací kontaktních míst odvozených v předchozí části můžeme nyní dosazením do rovnic 37–40 jednoduše odvodit výchozí kontaktní úhly.[30]

## 5.5 Souřadnicový systém

Abychom mohli popsat chování kuličky, musíme nejdříve zavést několik souřadnicových systémů. První z nich, systém  $(x', y', z')$ , je pevný a umístěný tak, že jeho osa  $z$  je totožná s osou otáčení šroubu. Druhý systém  $(x, y, z)$  je umístěný totožně jako předchozí, ale rotuje stejnou rychlostí, jako je úhlová rychlost šroubu. Posledním systémem, díky kterému můžeme popsat chování kuličky, je systém  $(t, n, b)$ .



Obr. 5.4 Souřadnicové systémy

Systému se říká Frenetův, jeho osy se nazývají tečna, normála a binormála, a jeho počátek je umístěný do středu kuličky. Označíme-li úhel, o který se šroub pootočil, jako  $\Omega$ , pak transformační matice pro první dva souřadnicové systémy má tvar:

$$[x', y', z']^T = \begin{bmatrix} \cos \Omega & -\sin \Omega & 0 \\ \sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [x, y, z]^T \quad (42)$$

Kulička se vůči šroubu pohybuje po dráze, která má tvar spirály se sklonem rovným úhlu stoupání šroubu. Pokud označíme úhel, který kulička po této dráze urazila, jako  $\theta$ , a úhel stoupání šroubu jako  $\alpha$ , pro transformaci do Frenetova souřadnicového systému použijeme následující rovnici:

$$[x, y, z]^T = \begin{bmatrix} -\cos \alpha \sin \theta & -\cos \theta & \sin \alpha \sin \theta \\ \cos \alpha \cos \theta & -\sin \theta & -\sin \alpha \cos \theta \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} [t, n, b]^T \quad (43)$$

[31]

## 5.6 Úhlové rychlosti

Důležitým výsledkem analýzy jsou úhlové rychlosti, zajímat nás budou dvě. První z nich označíme  $\omega_m$  a bude představovat rychlost oběhu kuličky okolo osy šroubu. Její velikost zjistíme z rovnice:

$$\frac{\omega_m}{\omega} = \frac{1}{1 + \frac{\left(1 + \frac{r_b}{r_m} \cdot \cos \alpha_o\right) \cdot (\cos \alpha_i + \cos \beta \sin \alpha_i)}{\left(1 - \frac{r_b}{r_m} \cdot \cos \alpha_i\right) \cdot (\cos \alpha_o + \cos \beta \sin \alpha_o)}} \quad (44)$$

Označíme-li úhel  $\theta$  stejně jako v předchozí části, a jeho časovou derivaci  $\dot{\theta}$ , pak existuje vztah mezi  $\omega_m$  a úhlovou rychlostí otáčení šroubu, který má následující tvar:

$$\omega_m = \dot{\theta} + \omega \quad (45)$$

Druhou úhlovou rychlostí je  $\omega_R$ , jejíž složky představují úhlové rychlosti otáčení kuličky kolem os dříve zavedeného Frenetova souřadnicového systému a je tedy jejich modulem. Vztah pro velikost této rychlosti je vyjádřen jako:

$$\frac{\omega_R}{\omega} = \frac{-\left(1 + \frac{r_b}{r_m} \cdot \cos \alpha_o\right) \cdot \cos \alpha}{\frac{r_b}{r_m} \cdot (\cos \beta \cdot \cos \alpha_o + \sin \beta \cdot \sin \alpha_o)} \quad (46)$$

Pro složky rychlosti v jednotlivých osách pak platí následující rovnice:

$$\vec{\omega}_R = [\omega_{tL}, \omega_{nL}, \omega_{bL}] \quad (47)$$

$$\omega_t = \omega_R \cos \beta \sin \beta' \quad (48)$$

$$\omega_b = -\omega_R \cos \beta \cos \beta' \quad (49)$$

$$\omega_n = -\omega_R \sin \beta \quad (50)$$

[32]

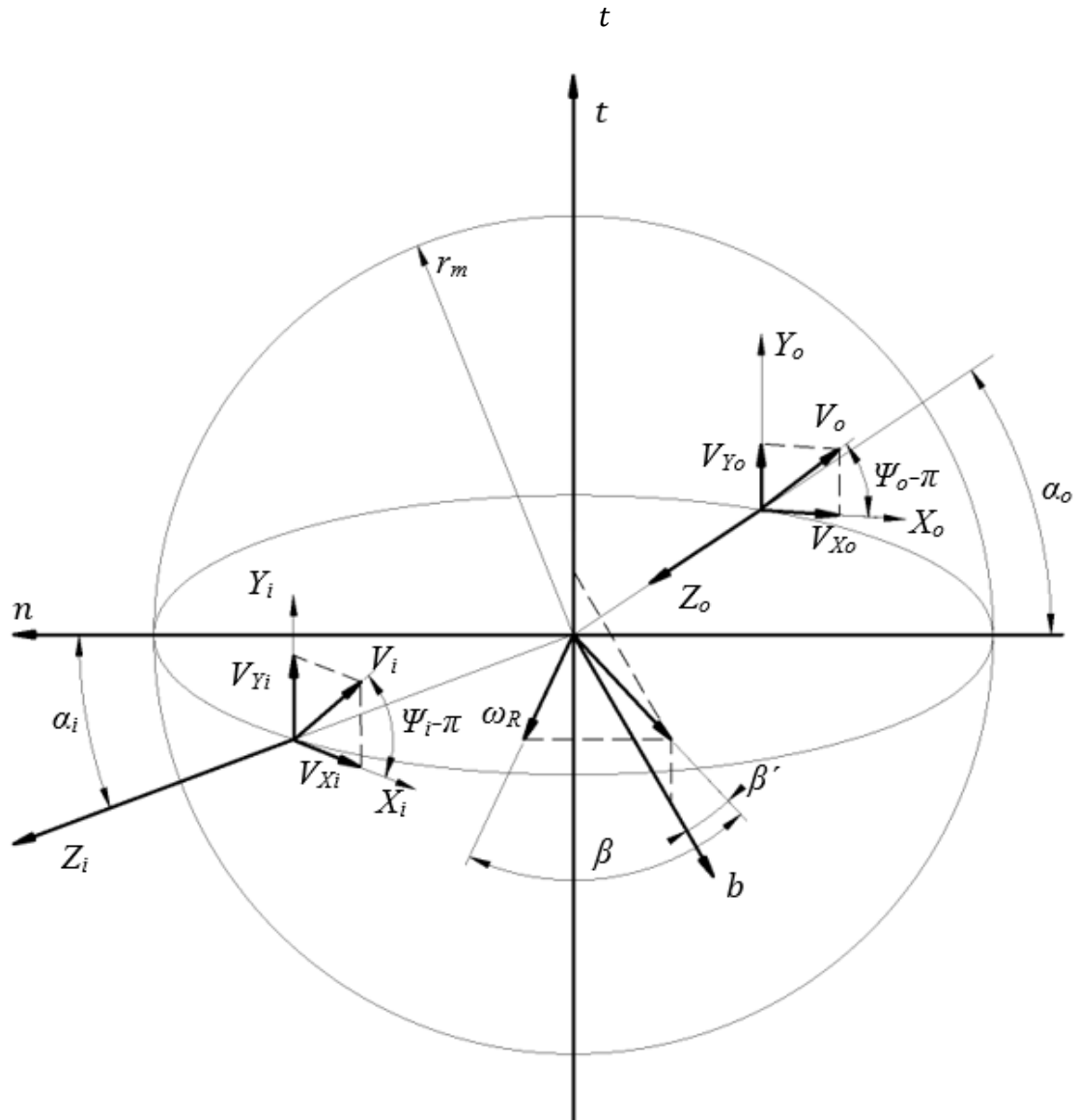
$\beta$  a  $\beta'$  jsou gyroskopické úhly, které určují sklon vektoru  $\vec{\omega}_R$ , přičemž úhel  $\beta$  vůči rovině  $b-t$ , úhel  $\beta'$  pak vůči zobrazení  $\vec{\omega}_R$  do roviny  $b-t$  a osou  $b$ . Úhel  $\beta'$  obecně nabývá velmi malých hodnot. Obrázek 5.5 na následující straně tyto úhly názorně zobrazuje. Pro zjednodušení výpočtu můžeme úhel  $\beta'$  považovat za konstantní. Pro zjištění druhého gyroskopického úhlu můžeme použít předpis, který vychází z úhlu kontaktu kuličky se šroubem a poměru poloměrů kuličky a roztečné kružnice šroubu:

$$\tan \beta = \frac{\sin \alpha_i}{\cos \alpha_i - \frac{r_b}{r_m}} \quad (51)$$

[30]

## 5.7 Kluzné úhly

Jedním z důležitých výsledků analýzy jsou třecí síly působící v místech kontaktu. Abychom je mohli vypočítat, musíme nejdříve zjistit poměr přímočarých rychlostí  $V_x$  a  $V_y$ , kterými se pohybují body kontaktu na straně kuličky relativně k odpovídajícímu bodu na kuličkové dráze šroubu nebo matice. Ve své podstatě tyto úhly vyjadřují, jak moc kulička vůči konkrétnímu bodu klouže v jednotlivých směrech. Anglicky se těmto úhlům říká „slip angles“, což lze volně přeložit jako úhly kluzu nebo kluzné úhly. Aby měly rychlosti pro další části výpočtu správný směr, jsou oba úhly zvětšeny o  $\pi$ .



Obr. 5.5 Rychlosti a kluzné úhly v místech kontaktu

Na obrázku 5.5 na předešlé straně je zobrazen vektor úhlové rychlosti  $\omega_R$ . Můžeme vidět, že zvětšování úhlu  $\beta$  má za následek růst složky rychlosti ve směru osy  $n$  a tedy zmenšování složky ve směru osy  $b$ . Obdobně zvětšováním úhlu  $\beta'$  roste složka rychlosti ve směru osy  $t$  a zmenšuje se složka ve směru  $b$ . Z obrázku a rovnic 49–51 tedy vyplývá, že tyto úhly mají skrze zmíněné úhlové rychlosti zásadní vliv na analyzované kluzné úhly. Význam tohoto vlivu bude jedním z těch, které budou ověřeny v navazující části práce. Rovnice, které budou použity pro výpočet kluzných úhlů, jsou následující:

$$\begin{aligned}\Psi_o &= \text{atan} \left( \frac{V_{Xo}}{V_{Yo}} \right) + \pi \\ &= \text{atan} \left[ \frac{\frac{r_m}{\cos \alpha} \cdot \omega_m + r_b \cdot (\omega_b \cdot \cos \alpha_o + \omega_n \cdot \sin \alpha_o)}{-r_b \cdot \omega_t} \right] + \pi\end{aligned}\quad (52)$$

$$\begin{aligned}\Psi_i &= \text{atan} \left( \frac{V_{Xi}}{V_{Yi}} \right) + \pi \\ &= \text{atan} \left[ \frac{\frac{r_m}{\cos \alpha} \cdot (\omega_m - \omega) - r_b \cdot ((\omega_b - \omega \cdot \cos \alpha) \cdot \cos \alpha_i - \omega_n \cdot \sin \alpha_i)}{r_b \cdot (\omega_t - \omega \cdot \sin \alpha)} \right] + \pi\end{aligned}\quad (53)$$

[33]

## 5.8 Rovnice rovnováhy

V naší analýze budeme předpokládat, že koeficient tření  $\mu$  je shodný pro kontakt se šroubem i s maticí. Tření budeme předpokládat coulombovské. Kluzné úhly odvozené výše dosadíme do následujících rovnic, popisujících třecí síly v jednotlivých osách a místech kontaktu:

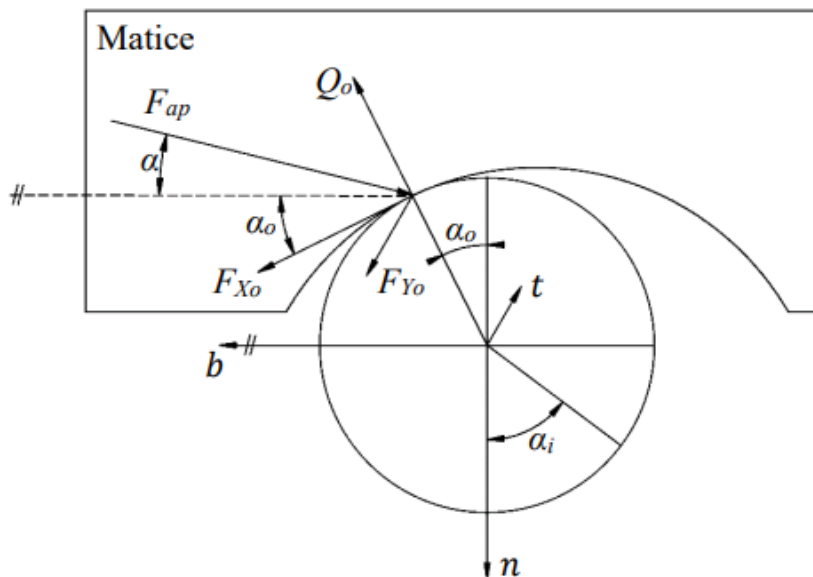
$$F_{Xi} = Q_i \cdot \mu \cdot \cos \Psi_i \quad (54)$$

$$F_{Yi} = Q_i \cdot \mu \cdot \sin \Psi_i \quad (55)$$

$$F_{Xo} = Q_o \cdot \mu \cdot \cos \Psi_o \quad (56)$$

$$F_{Yo} = Q_o \cdot \mu \cdot \sin \Psi_o \quad (57)$$

Abychom mohli provést numerický výpočet, musíme nejdříve sestavit několik rovnic rovnováhy, které budou popisovat statické působení sil na mechanismus. První z těchto rovnic odvodíme pro matici kuličkového šroubu. Na následujícím obrázku je schématické znázornění sil, které na ni působí.

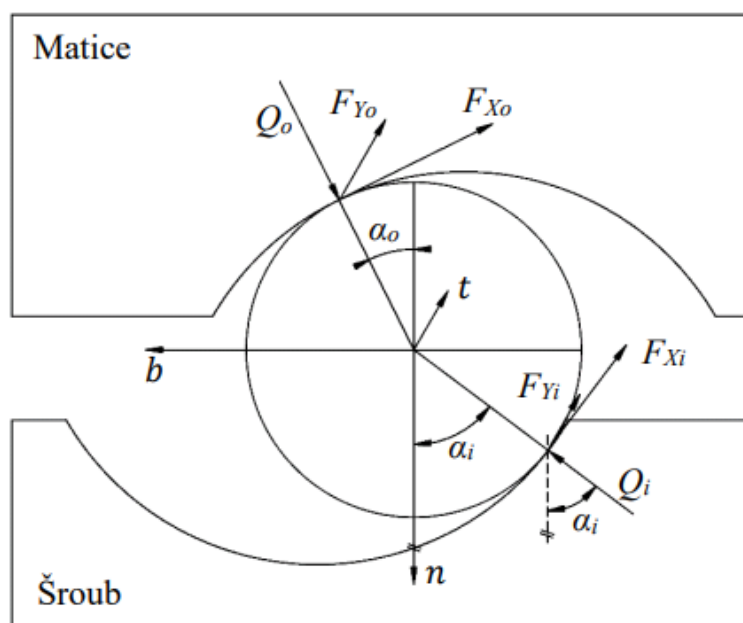


Obr. 5.6 Schéma sil působících na matici

S pomocí schématu můžeme nyní sestavit rovnici matice, která má následující tvar:

$$(F_{Xo} \cdot \cos \alpha_o + Q_o \cdot \sin \alpha_o) \cdot \cos \alpha + F_{Yo} \cdot \sin \alpha = F_{ap} \quad (58)$$

Další rovnice budou sestaveny pro síly působící na kuličku v jednotlivých osách Frenetova souřadnicového systému. Na obrázku je opět jejich schématické znázornění.



Obr. 5.7 Schéma sil působících na kuličku

Zobrazené třecí síly můžeme rozložit s pomocí kontaktních úhlů odvozených v předchozí části. První z rovnic sestavíme pro osu  $n$ :

$$Q_o \cdot \cos \alpha_o - Q_i \cdot \cos \alpha_i - F_{X_o} \cdot \sin \alpha_o - F_{X_i} \cdot \sin \alpha_i = 0 \quad (59)$$

Analogicky pak vypadá rovnice pro síly působící ve směru osy  $b$ :

$$Q_o \cdot \sin \alpha_o - Q_i \cdot \sin \alpha_i + F_{X_o} \cdot \cos \alpha_o - F_{X_i} \cdot \cos \alpha_i = 0 \quad (60)$$

Jelikož síly ve směru osy  $Y$  mají shodný směr s osou  $t$ , nepotřebujeme použít kontaktní úhly a rovnice pro tuto osu je velmi jednoduchá:

$$F_{Y_o} + F_{Y_i} = 0 \quad (61)$$

Spojíme-li všechny výše uvedené rovnice rovnováhy a rovnice 55–58, můžeme z této soustavy následně vyjádřit kluzné úhly. Ty by se měly v ideálním případě shodovat s úhly vypočtenými pomocí rovnic z předchozí části. Porovnávání těchto čtyř hodnot kluzných úhlů bude v numerickém řešení sloužit k iterativnímu numerickému výpočtu výsledných kontaktních úhlů. [34]

## 5.9 Účinnost

Jedním z nejdůležitějších výstupů analýzy je účinnost mechanismu  $\eta$ . Jelikož výkon i příkon je přímo závislý na úhlové rychlosti otáčení šroubu, můžeme její výpočet zjednodušit na poměr vstupního a výstupního momentu. Vstupní moment  $M_1$  je dán mimo konstrukčních parametrů hlavně kontaktními úhly, normálovými a třecími silami, které byly odvozeny v předchozích částech. Rovnice pro jeho výpočet je ve tvaru: [35]

$$M_1 = r_m \left[ Q_i \sin \alpha \sin \alpha_i - F_{X_i} \sin \alpha \left( \frac{r_b}{r_m} - \cos \alpha_i \right) - F_{Y_i} \cos \alpha \left( 1 - \frac{r_b}{r_m} \cos \alpha_o \right) \right] \quad (62)$$

Výstupní moment  $M_2$  je závislý pouze na zatěžující síle a stoupání. Z rovnice vyplývá přímá závislost výstupního momentu na volbě konstrukce šroubu.

$$M_2 = F_{ap} \frac{L}{2\pi} \quad (63)$$

Účinnost mechanismu  $\eta$  je pak dána klasickým poměrem dvou vypočtených momentů

$$\eta = \frac{M_2}{M_1} \quad (64)$$

## 5.10 Poměr smýkání a valení

V kontaktních bodech kuličkového šroubu může docházet ke čtyřem typům relativního pohybu: pouze smýkání, pouze odvalování, kombinace valení a smýkání, nebo k relativnímu pohybu vůbec nedochází. Určení typu pohybu je důležité z hlediska posouzení, jak jsou jednotlivé části mechanismu opotřebovávány, a tedy jejich životnosti.

Označme poměr v kontaktu se šroubem jako  $S_A$  a v kontaktu s maticí jako  $S_B$ . Pokud dochází pouze k valení, pak  $S_{A/B} = 0$ , pokud pouze k posouvání, pak  $S_{A/B} = 2$ . Protože je nemožné, aby v obou místech kontaktu docházelo zároveň ke stejnému ryze valivému nebo smýkavému pohybu, můžeme říci, že existuje pět stavů mechanismu, ve kterých se může nacházet:

1. Pouze valení v kontaktu se šroubem a kombinace pohybů v kontaktu s maticí
2. Kombinace pohybů v kontaktu se šroubem a pouze valení v kontaktu s maticí
3. Pouze smýkání v kontaktu se šroubem a bez relativního pohybu v kontaktu s maticí
4. Bez relativního pohybu v kontaktu se šroubem a pouze smýkání v kontaktu s maticí
5. Kombinace pohybů v obou kontaktech

Pro případ 3 a 4 se funkce mechanismu podobá běžnému šroubu, protože kulička je vždy vůči šroubu nebo matici nepohyblivá a pouze se smýkají v kuličkové dráze protichůdné části.

K výpočtu poměrů  $S_A$  a  $S_B$  použijeme výsledky z předchozích částí, jmenovitě kontaktní úhly a úhlové rychlosti v jednotlivých osách Frenetova souřadnicového systému. Jak je zřejmé z následujících rovnic, to, k jaké kombinaci relativních pohybů dochází, není závislé pouze na konstrukčních parametrech mechanismu, ale z velké části i na úhlové rychlosti samotného šroubu. Tato závislost bude také analyzována v následující části práce. [36]

$$S_A = 2 \cdot \frac{|\omega \cdot v_{2A} + \omega_n \cdot r_b \cdot \sin \alpha_i - \omega_b \cdot r_b \cdot \cos \alpha_i|}{|\omega \cdot v_{2A} + \omega_n \cdot r_b \cdot \sin \alpha_i - \omega_b \cdot r_b \cdot \cos \alpha_i + v_{2A}| + |v_{2A}|} \quad (65)$$

$$v_{1A} = \left( \frac{r_m}{\cos \alpha} + r_b \cdot \cos \alpha_i \cdot \cos \alpha \right) \quad (66)$$

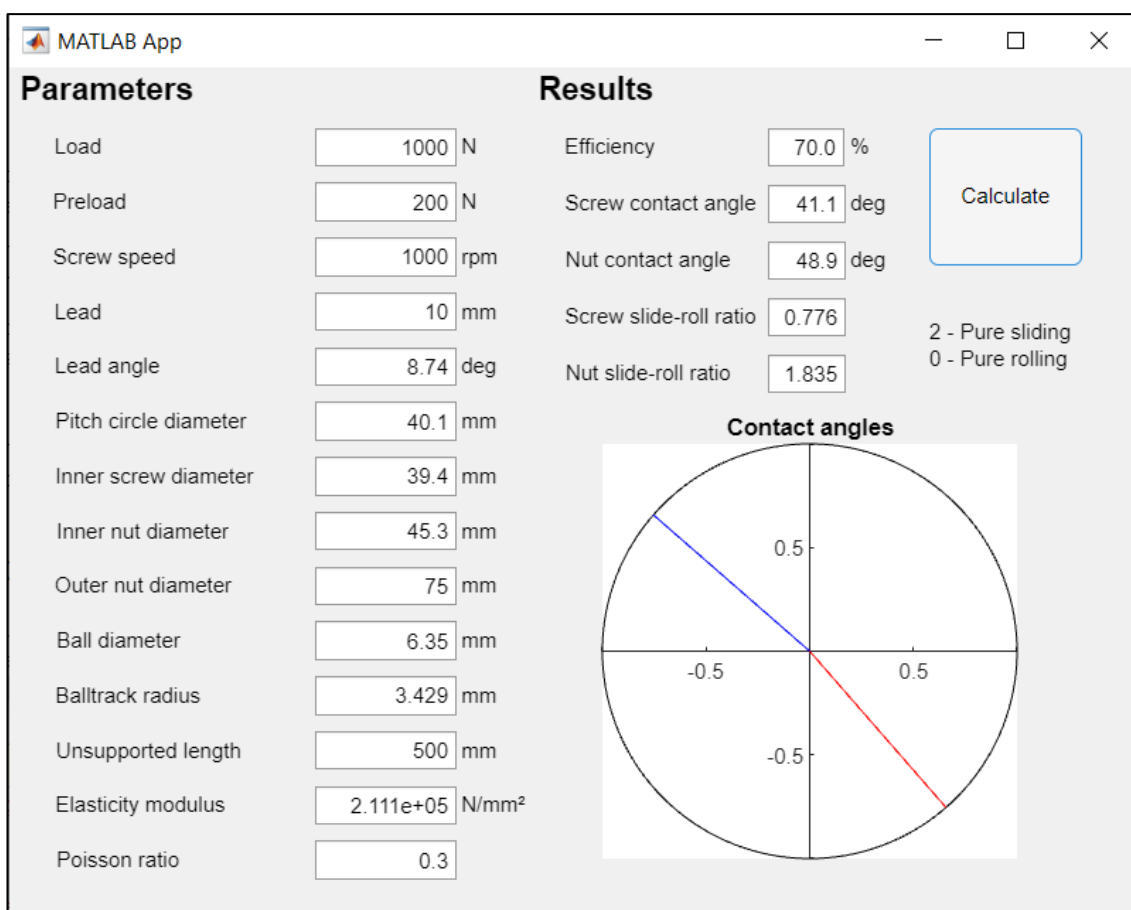
$$v_{2A} = \omega \cdot \cos \alpha \cdot \left( \frac{r_m}{\cos \alpha} - r_b \cdot \cos \alpha_i \cdot \cos \alpha \right) \quad (67)$$

$$S_B = 2 \cdot \frac{|\omega_b \cdot b_r \cdot (\cos \alpha_i + \cos \alpha_o) - \omega_n \cdot r_b \cdot (\sin \alpha_i + \sin \alpha_o) + \omega \cdot v_B|}{|\omega_b \cdot b_r \cdot (\cos \alpha_i + \cos \alpha_o) - \omega_n \cdot r_b \cdot (\sin \alpha_i + \sin \alpha_o)| + |-\omega \cdot v_B|} \quad (68)$$

$$v_B = \left( \frac{r_m}{\cos \alpha} + r_b \cdot \cos \alpha_o \cdot \cos \alpha \right) \quad (69)$$

## 6 Výpočetní model

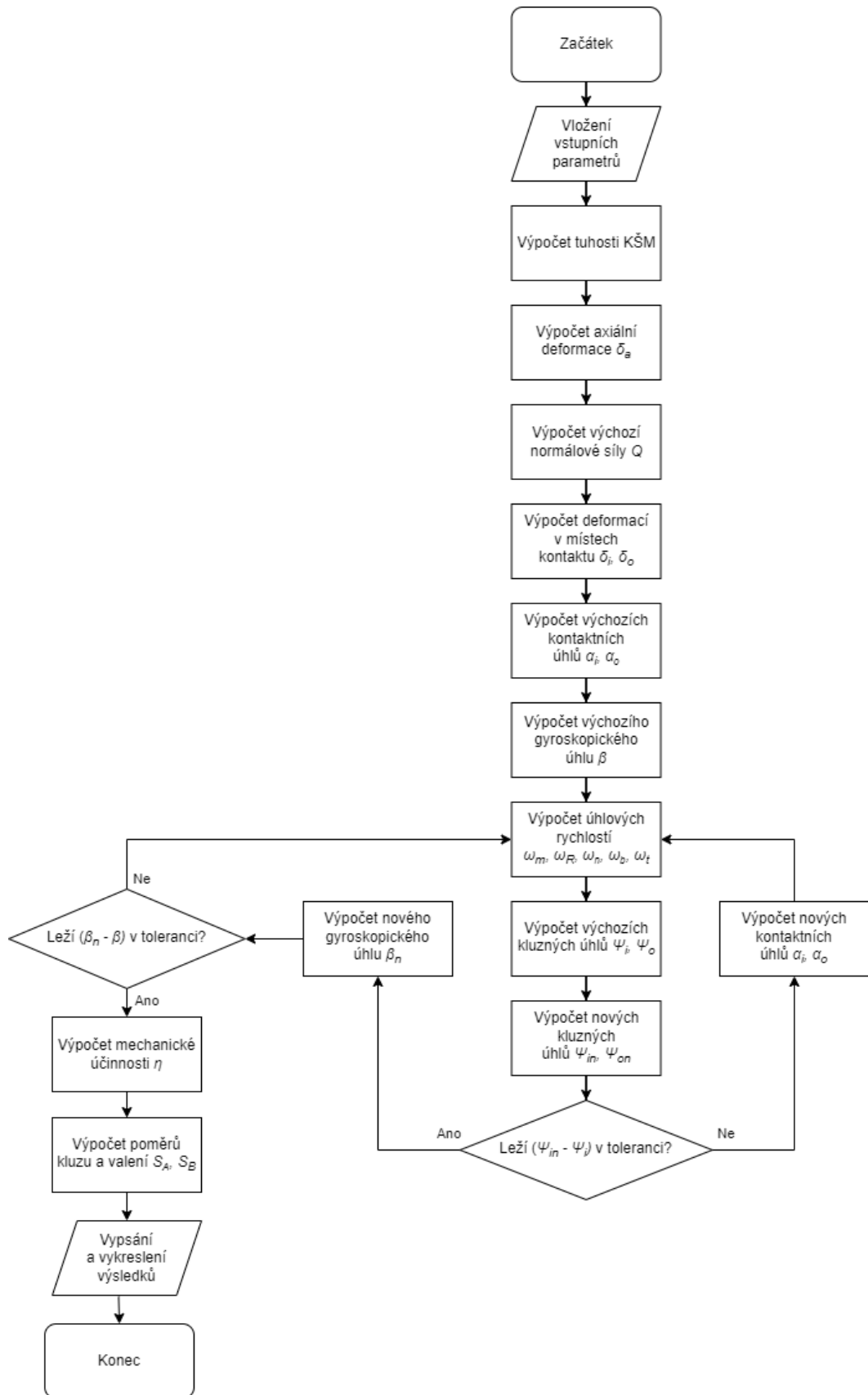
Na základě rovnic představených v předchozí kapitole byl v prostředí Matlab vytvořen výpočetní program. Spolu s ním bylo pro jeho snadné spuštění vytvořeno jednoduché grafické uživatelské rozhraní, viz obrázek 6.1. Část programu vykonávající samotné výpočty je z tohoto prostředí volána jako funkce. Z ní vystupující výsledná data jsou do tohoto prostředí naopak vypsána a kontaktní úhly jsou pro názornost vykresleny.



Obr. 6.1 Uživatelské rozhraní

Menší část programu, především zpracování vstupních a výstupních dat, je prováděna přímo v kódu grafického prostředí, které je vytvořeno nativní aplikací Matlabu pro tvorbu těchto prostředí, tedy v *App Designeru*. Ten umožňuje rychlou tvorbu uživatelského rozhraní „drag and drop“ formou, tedy přetahováním předpřipravených prvků do okna aplikace, například textových vstupů. Pro numerické řešení soustav rovnic je využit *Symbolic Math Toolbox*, jmenovitě funkce *solve* a *vpasolve*, která umožňují zadávat výchozí odhad, díky čemuž algoritmus lépe konverguje.

Jak bylo řečeno v části 5.6, gyroskopický úhel  $\beta'$  používaný pro výpočet úhlových rychlostí kuličky lze považovat za blízký nule, pro účely naší analýzy budeme proto nejdříve předpokládat konstantní úhel  $\beta' = 0^\circ$ . Jelikož koeficient tření použitý v části 5.7 není možné jednoduše určit, byla zvolena hodnota  $\mu = 0,03$ . Na následující straně je obrázek, na kterém je zobrazen vývojový diagram celého programu.



Obr. 6.2 Vývojový diagram

Začátek programu slouží k načtení potřebných parametrů z uživatelského prostředí. Hodnoty jsou vkládány v takových jednotkách, v jakých bývají ve většině případů uváděny v dokumentaci. Některé rovnice uvedené v předchozí kapitole ale pracují se základními jednotkami, musejí být proto nejdříve přepočteny.

Hlavní část výpočtu pak probíhá postupně tak, jak byly jeho jednotlivé části představeny v předchozích kapitolách. V první části je nejdříve podle příslušné normy pro kuličkové šrouby vypočtena axiální tuhost celého mechanismu, pomocí které následně určíme kontaktní deformace kuličky. Ty využijeme k určení výchozích hodnot kontaktních úhlů  $\alpha_o$ ,  $\alpha_i$  a gyroskopického úhlu  $\beta$ .

Druhá část se skládá ze dvou do sebe vnořených *while* cyklů. V každé iteraci se nejdříve vypočítá rychlost oběhu kuličky kolem šroubu a následně její úhlové rychlosti pro jednotlivé osy souřadnicového systému ( $t$ ,  $n$ ,  $b$ ). Pomocí nich v další části můžeme popsat chování kuličky vzhledem ke kuličkové dráze, jmenovitě její kluzné úhly  $\Psi_o$ ,  $\Psi_i$ . V dalším kroku z rovnic rovnováhy numerickou metodou vyjádříme nové kluzné úhly  $\Psi_{on}$ ,  $\Psi_{in}$ .

Ve vnitřním cyklu hodnoty kluzných úhlů vypočtených analyticky a zjištěných numericky porovnáme a podle jejich rozdílu pozměníme hodnoty kontaktních úhlů. Tento výpočet opakujeme tak dlouho, dokud nedojdeme k takovým úhlům, pro které rozdíl hodnot kluzných úhlů z analytického i numerického řešení spadá do zvolené tolerance. Jakmile takové řešení najdeme, výpočet se přesune do vnějšího cyklu.

V něm nejdříve z nových kontaktních úhlů vypočítáme nový gyroskopický úhel  $\beta_n$ . Tuto hodnotu opět porovnáme s výsledkem předchozí iterace, podobně jako v případě kluzných úhlů. Pokud jsou tyto dva gyroskopické úhly odlišné o hodnotu menší, než je tolerance, cyklickou část programu opustíme a přesuneme se do závěrečné části, vyobrazené v diagramu vlevo dole.

S využitím zadaných parametrů a všech zjištěných hodnot úhlů vypočítáme poměry valení a kluzu popisující pohyb kontaktních bodů kuličky a výslednou účinnost mechanismu. Veškeré důležité výsledky jsou nakonec předány zpět do uživatelského prostředí, kde jsou zobrazeny společně s grafem, který pro názornost kontaktní úhly vykreslí.

## 7 Výsledky analýzy

Funkčnost modelu ověříme analýzou konkrétního mechanismu kuličkového šroubu a matice, jehož parametry jsou uvedeny v následující tabulce. V souladu s normou budeme při výpočtu předpokládat stejný poloměr kuličkových drah pro šroub i matici, a také, že materiál kuliček, šroubu i matice je shodný. Hodnoty materiálových konstant zvolíme následující:

- Youngův modul  $E = 2,111 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
- Poissonova konstanta  $m = 0,3$

Analýza bude nejprve provedena se zanedbáním gyroskopického úhlu  $\beta'$  bez zatížení a následně pro tři různá zatížení, jmenovitě 1000, 3000 a 5000 N zátěžné síly působící na matici. Otáčky se budou pohybovat v rozsahu 1000 až 3000 otáček za minutu. V druhé části této kapitoly pak bude analýza provedena pro zatížení 3000 N s uvážením různých úhlů  $\beta'$ . Jelikož hodnoty tohoto úhlu by se měly pohybovat v blízkosti nuly, provedeme analýzu pro hodnoty  $\beta' = 1^\circ$  a  $2^\circ$ . Výsledky budou porovnány, abychom mohli určit, jaké chyby se při předpokladu  $\beta' = 0^\circ$  dopouštíme.

Tabulka 1 Parametry KŠM

Kuličkový šroub 1	
Předeprnutí	200 N
Úhel stoupání $\alpha$	8,74 stupňů
Stoupání $L$	10 mm
Vnitřní průměr šroubu $D_i$	34,9 mm
Průměr roztečné kružnice $d_m$	41,4 mm
Poloměr kuličkové dráhy šroubu $r_i$	3,429 mm
Poloměr kuličkové dráhy matice $r_o$	3,429 mm
Průměr kuličky $d_b$	6,35 mm
Délka mezi nepodepřenými konci šroubu $l_s$	500 mm
Vnější průměr matice $D_I$	75 mm
Vnitřní průměr matice $D_o$	45,3 mm

### 7.1 Výsledky analýzy bez zatížení

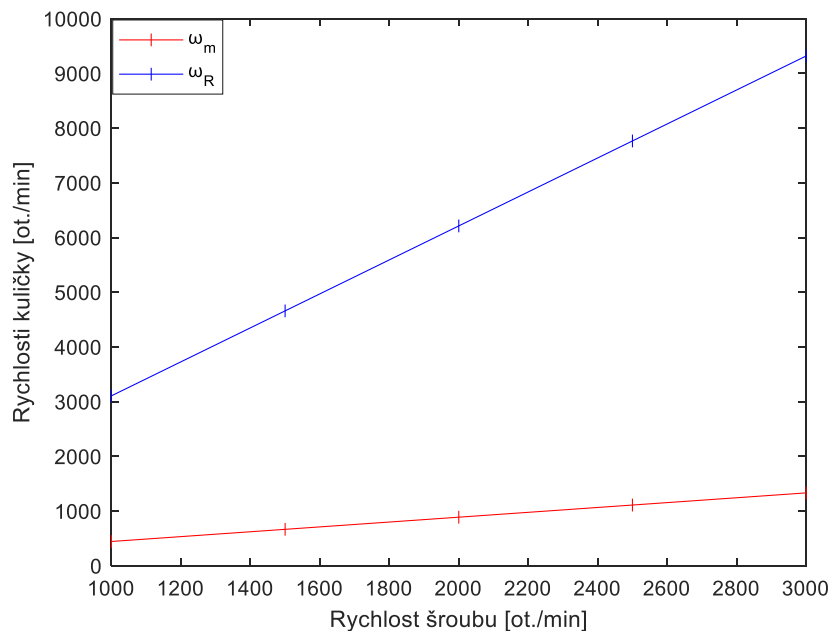
Z analýzy nezatíženého šroubu vyplývá, že hodnoty gyroskopického úhlu  $\beta$  a poměrů valení ku smýkání  $S_A$ ,  $S_B$  jsou nezávislé na rychlosti otáčení a tedy konstantní. Jejich hodnoty budou proto pouze uvedeny v tabulce na další straně. Protože bez vnější síly neposkytuje kuličkový šroub žádný výstupní výkon, je jeho účinnost rovna nule. Taktéž nedochází k deformaci šroubu, matice ani kuliček, kontaktní úhly jsou proto rovny výchozí hodnotě, tedy čtyřiceti pěti stupňům.

Z hodnot vyplývá, že pro nezatížený šroub větší část rychlosti  $\omega_R$  má směr osy  $n$  a menší část směr osy  $b$ . Poměr  $S_A$  ukazuje, že v kontaktu kuličky se šroubem dochází převážně k valení a v kontaktu kuličky s maticí převážně ke smýkání.

Tabulka 2 Výsledky bez zatížení

Gyroskopický úhel $\beta$	52 stupňů
Poměr $S_A$	0.799
Poměr $S_B$	1.605

Úhlové rychlosti kuličky jsou bez zatížení jediné závislé na rychlosti otáčení šroubu, a to lineárně, jak je vidět na následujícím grafu. Pro přehlednost budou všechny analyzované rychlosti v této i dalších částech analýzy přepočteny a zobrazeny v otáčkách za minutu.

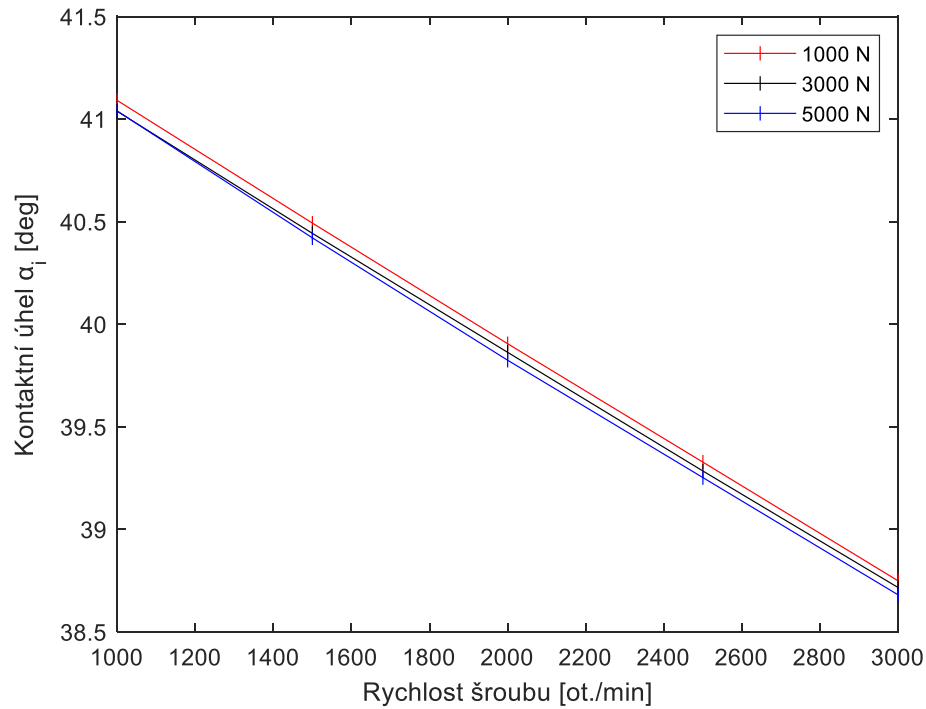


Obr. 7.1 Závislost rychlostí  $\omega_m$  a  $\omega_R$  pro nezatížený šroub

Můžeme si všimnout, že rychlost oběhu kuličky je přibližně poloviční než rychlost otáčení šroubu, kulička se tedy ve směru osy šroubu posune o velikost stoupání přibližně jednou za dvě otáčky šroubu. Naopak velikost modulu rychlostí rotace kuličky kolem svých os je více než trojnásobná oproti otáčkám šroubu.

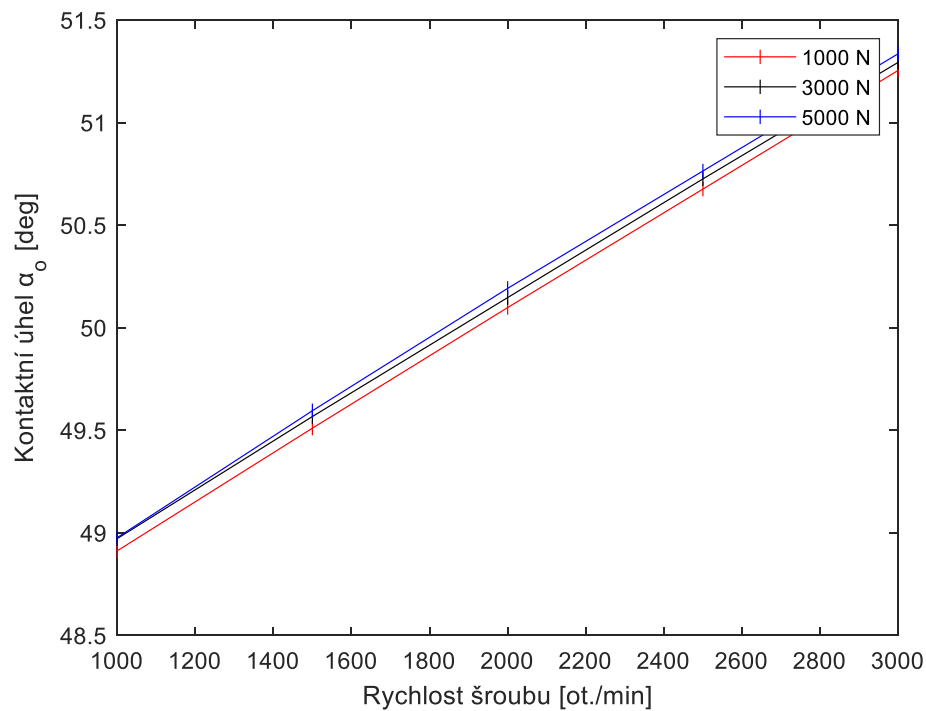
## 7.2 Analýza zatíženého šroubu

Nyní se přesuneme k analýze šroubu zatíženého vnější silou. První graf na následující straně zobrazuje závislost úhlu kontaktu se šroubem. Tento úhel s rostoucími otáčkami téměř lineárně klesá. Ke zmenšení úhlu dochází také zvyšováním vnější síly, v porovnání s vlivem vyšších otáček však pouze velmi málo.



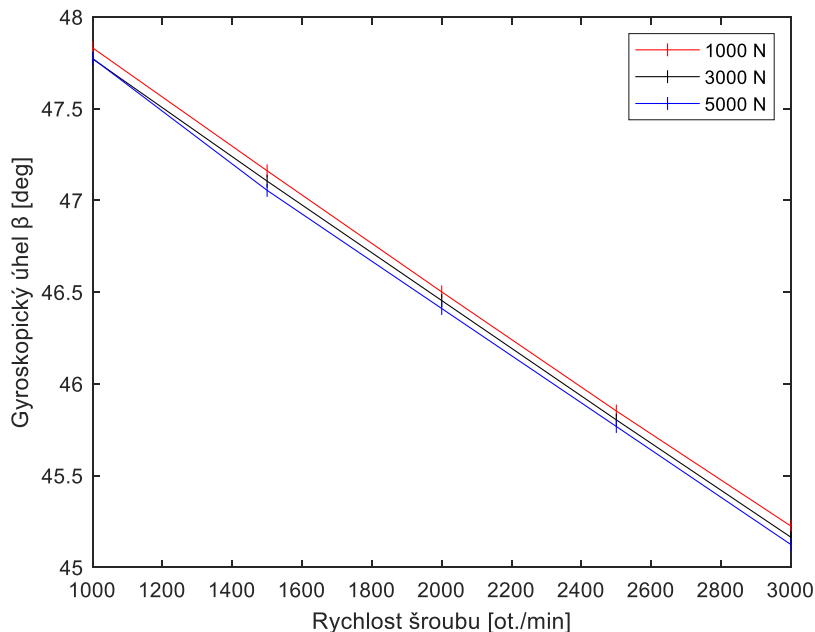
Obr. 7.2 Závislost úhlu  $\alpha_i$  pro zatížený šroub

Druhý graf analogicky zobrazuje stejnou závislost pro úhel kontaktu s maticí. Tato závislost je naopak rostoucí, kontaktní úhel se zvětšuje s vyššími otáčkami a vnější silou. Hodnoty úhlů se pohybují v předpokládaných hodnotách zatíženého kuličkového šroubu, změna je přibližně jeden stupeň na tisíc otáček. Jelikož kontaktní úhly jsou základem dalších výpočtů, ostatní zkoumané parametry budou vykazovat podobné závislosti.



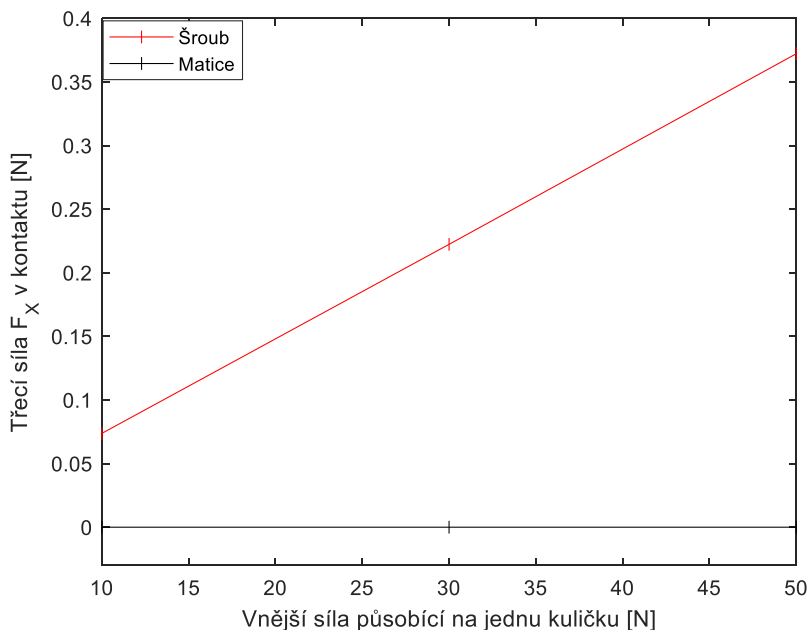
Obr. 7.3 Závislost úhlu  $\alpha_o$  pro zatížený šroub

Gyroskopický úhel  $\beta$  je závislý na úhlu kontaktu kuličky se šroubem, jeho graf proto zobrazuje podobnou závislost, jako na obrázku 7.3. Opět můžeme vidět klesající přímkou, kdy se úhel, který výslednice rychlosti kuličky svírá s rovinou  $t-b$ , blíží se zvyšujícími se otáčkami k úhlu 45 stupňů, kulička tedy s rostoucími otáčkami šroubu rotuje v osách  $n$  a  $b$  více rovnoměrně.

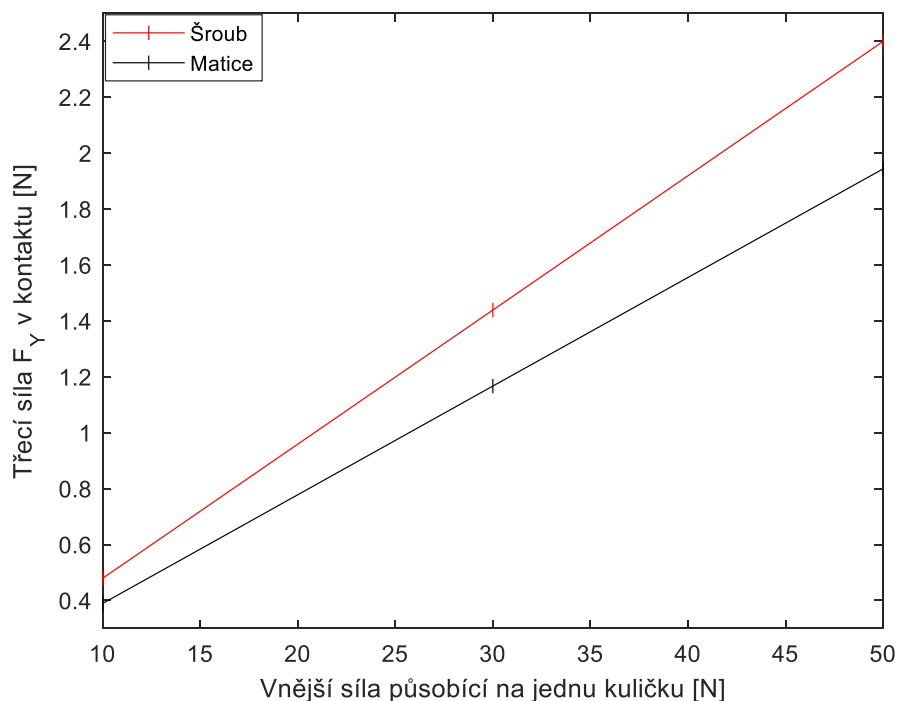


Obr. 7.4 Závislost gyroskopického úhlu  $\beta$  pro zatížený šroub

Na následujících obrázcích jsou znázorněny závislosti třecích sil. Na vodorovné ose je tentokrát vnější zatížení, protože podle výsledků analýzy má rychlost otáčení šroubu vůči zátěžné síle zanedbatelný vliv. Z výsledků analýzy vyplývá, že větší část tření působí v ose  $Y$ , v případě kontaktu s maticí pak třecí síla působí pouze v této ose.



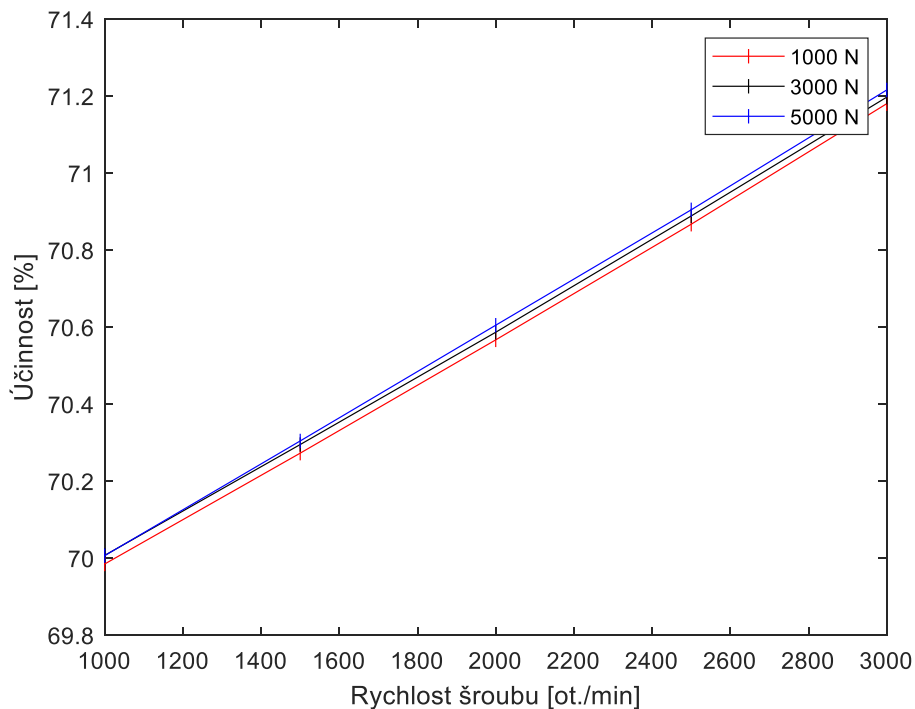
Obr. 7.5 Závislost třecích sil v ose  $X$  pro zatížený šroub



Obr. 7.6 Závislost třecích sil v ose  $Y$  pro zatížený šroub

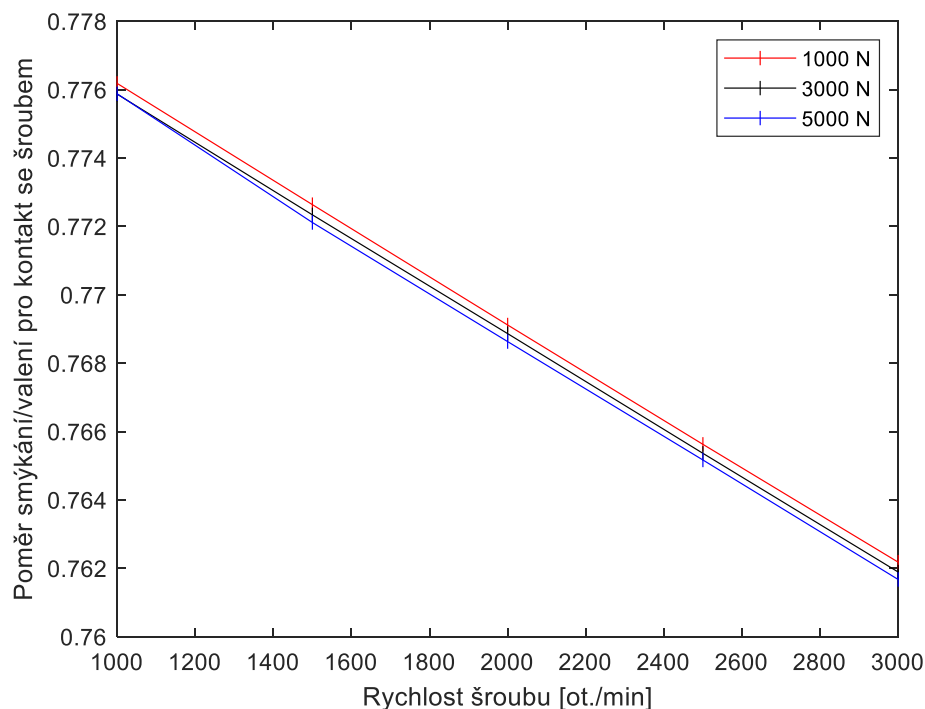
Růst třecích sil je téměř přímo úměrný zvýšení zátěžné síly, což odpovídá předpokladu závislosti coulombovského tření na normálové síle.

Na obrázku 7.7 je zobrazena vliv rychlosti otáčení šroubu na účinnost mechanismu. Z analýzy vyplývá, že tato závislost je lineárně rostoucí, rozdíl se však pohybuje v řádu desetin procenta. Zároveň platí, že účinnost roste také s větší zátěží, ale vzhledem k vlivu otáček pouze zanedbatelně.

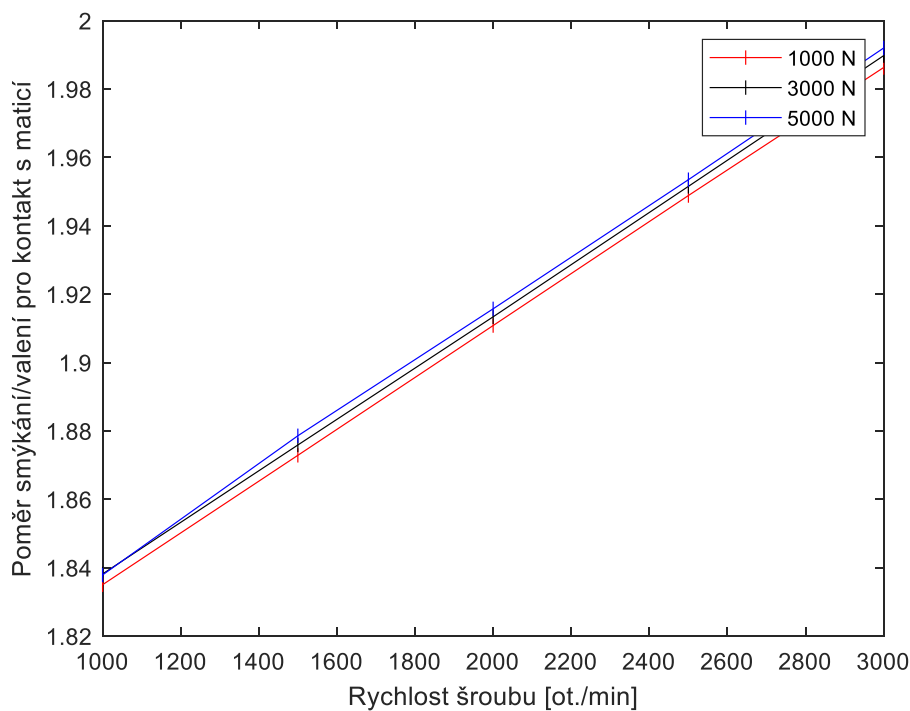


Obr. 7.7 Závislost účinnosti pro zatížený šroub

Z následujících závislostí vyplývá, že zvětšování zatěžující síly posouvá poměr relativních pohybů na straně matice více ke stavu samotného smýkání, ve vysokých otáčkách už dochází prakticky pouze ke smýkání kuličky v kuličkové dráze matice. Na straně šroubu pak naopak graf ukazuje, že ve vyšších rychlostech je pohyb kuličky více valivý. Z výsledků analýzy také vyplývá zajímavý postřeh, a to že změny poměru pro styk s maticí jsou přibližně o řád větší než pro styk se šroubem.

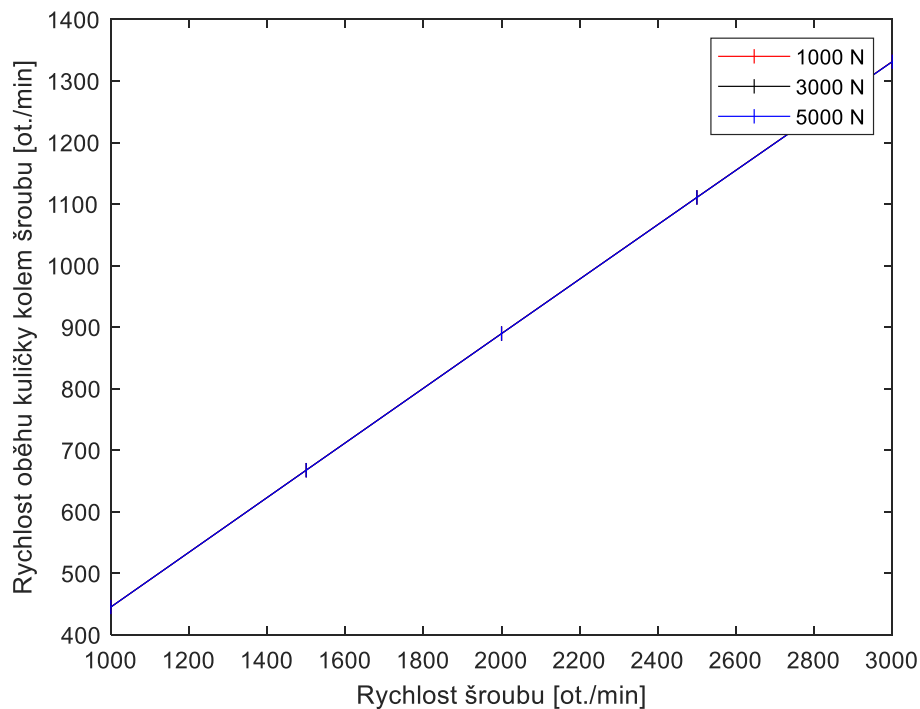


Obr. 7.8 Poměr smýkání/valení v kontaktu se šroubem pro zatížený šroub

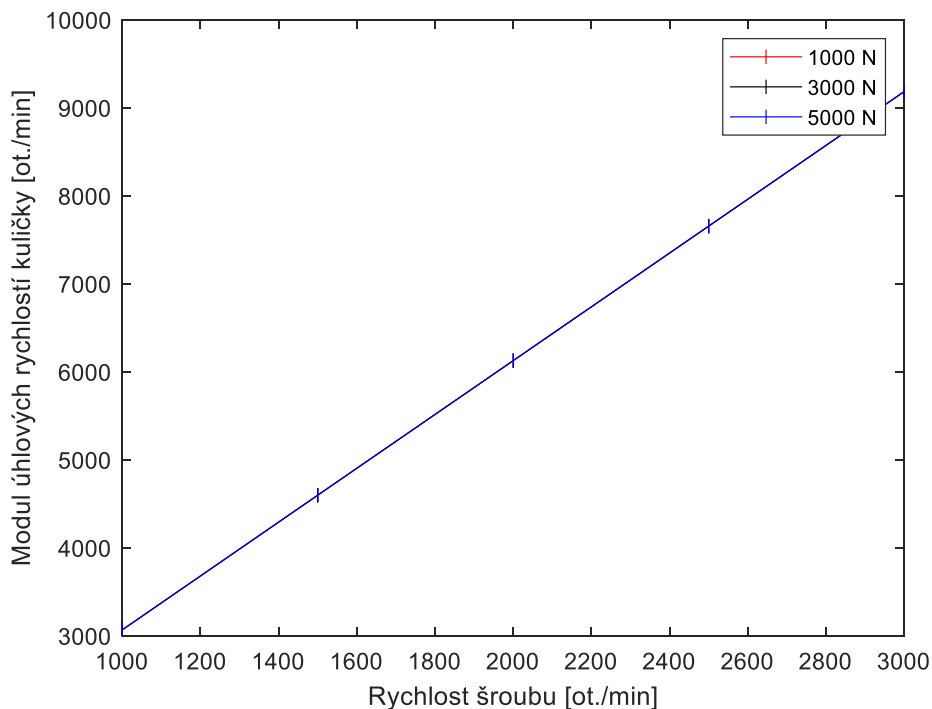


Obr. 7.9 Poměr smýkání/valení v kontaktu s maticí pro zatížený šroub

V návaznosti na analýzu nezatíženého šroubu jsou níže opět zobrazeny závislosti rychlosti oběhu kuličky kolem osy šroubu a modulu úhlových rychlostí kuličky na rychlosti otáčení šroubu. Můžeme si všimnout, že tyto závislosti jsou téměř identické pro všechny velikosti zatížení, odchylka je méně než půl otáčky za minutu, a to také vůči šroubu nezatíženému. Na základě těchto výsledků tedy můžeme říci, že námi analyzované rychlosti můžeme uvažovat jako nezávislé na zatěžující síle.



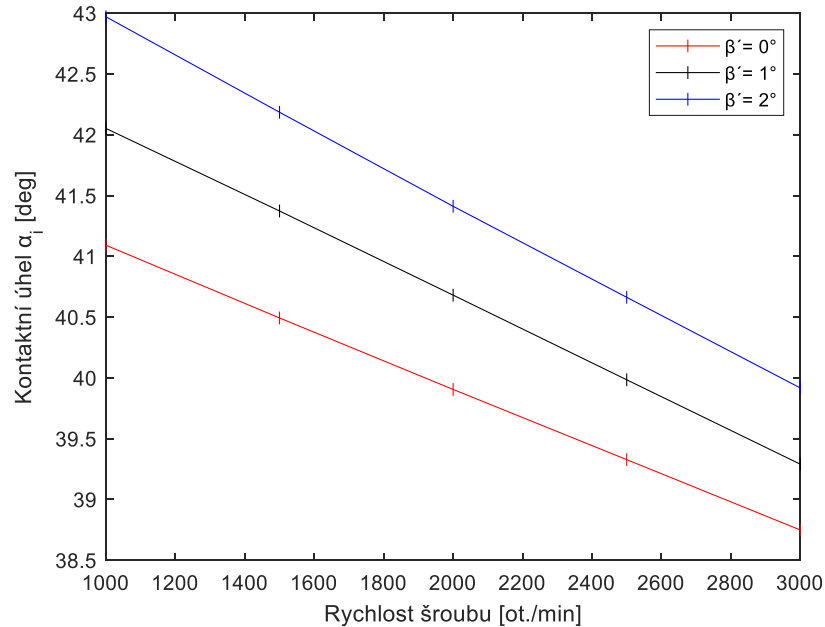
Obr. 7.10 Závislost rychlosti  $\omega_m$  pro zatížený šroub



Obr. 7.11 Závislost rychlosti  $\omega_R$  pro zatížený šroub

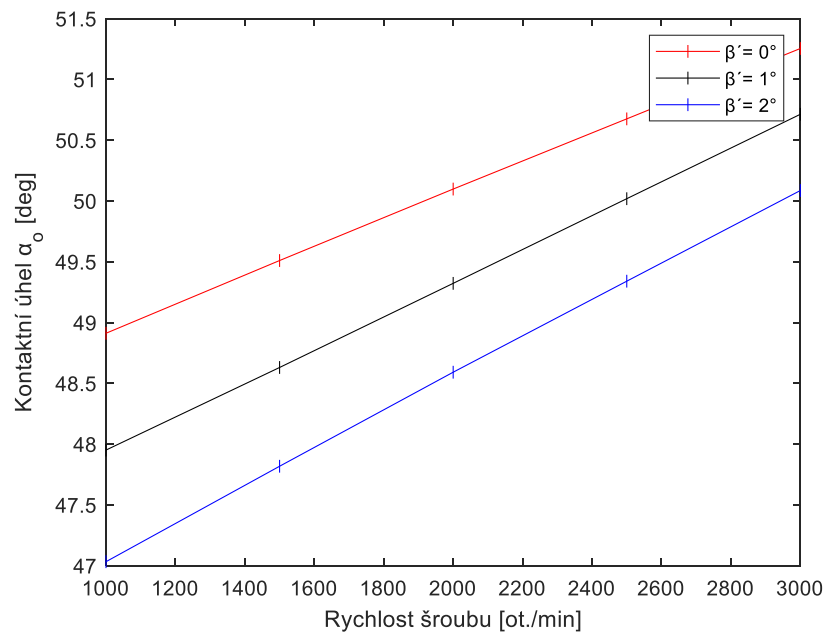
### 7.3 Analýza zatíženého šroubu s uvážením $\beta'$

V této části bude analyzován vliv zanedbání gyroskopického úhlu  $\beta'$ . Nejprve se zaměříme na kontaktní úhly, jejich závislost je zobrazena na obrázcích 7.12 a 7.13.



Obr. 7.12 Závislost úhlu  $\alpha_i$  na gyroskopickém úhlu

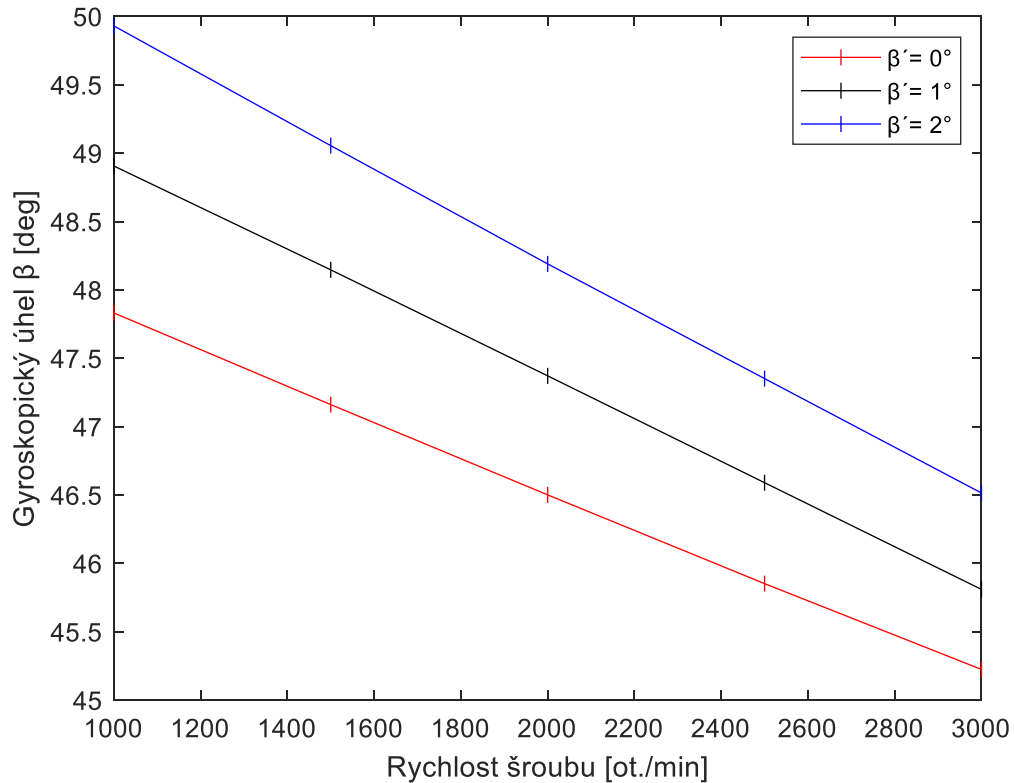
Můžeme si všimnout, že změnou hodnoty gyroskopického úhlu výrazně ovlivníme hodnoty kontaktních úhlů. Při rychlosti otáčení tisíc otáček za minutu je tento vztah téměř rovnocenný, tedy změna gyroskopického úhlu o jeden stupeň způsobí změnu kontaktních úhlů také přibližně o jeden stupeň. V případě kontaktu se šroubem dochází ke zvětšení a v kontaktu s maticí ke zmenšení kontaktního úhlu, přibližují se tedy výchozí hodnotě.



Obr. 7.13 Závislost úhlu  $\alpha_o$  na gyroskopickém úhlu

Zajímavé je zjištění, že závislosti se sbíhají, vliv gyroskopického úhlu se tedy s rostoucími otáčkami šroubu zmenšuje. Stejně jako v případě proměnlivého zatížení budou všechny následující grafy vykazovat podobnou závislost.

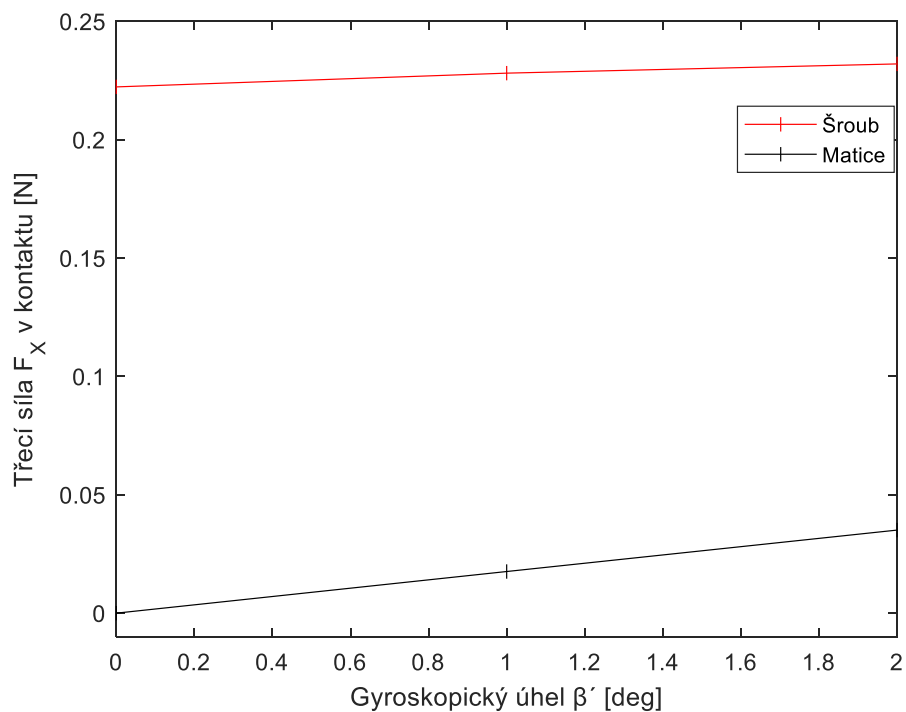
Na následujícím obrázku je vyobrazen graf závislosti úhlu  $\beta$ , druhého z gyroskopických úhlů. Pro připomenutí uvedme, že tento úhel je svírán modulem úhlových rychlostí kuličky  $\omega_R$  a rovinou  $t-b$ , zatímco úhel  $\beta'$  je svírán zobrazením  $\omega_R$  do této roviny a osou  $b$ . Z výsledků analýzy vyplývá, že zvětšováním gyroskopického úhlu  $\beta'$  se zvětšuje také druhý gyroskopický úhel  $\beta$ . Roste tedy velikost složek rychlosti ve směru osy  $n$  a osy  $t$ .



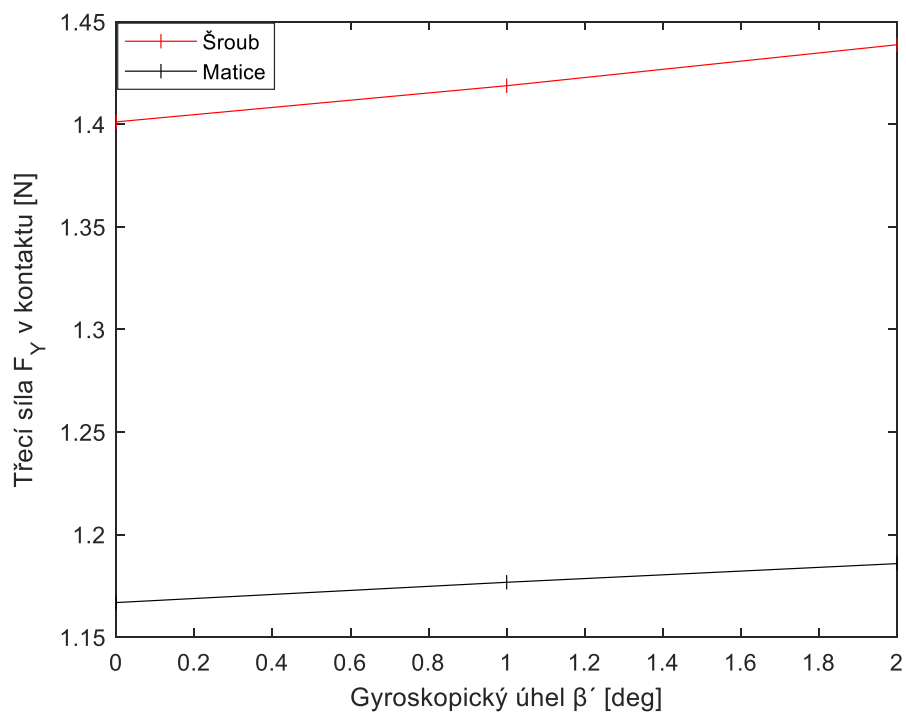
Obr. 7.14 Závislost úhlu  $\beta$  na gyroskopickém úhlu

Protože na všech složkách rychlosti  $\omega_R$  z velké části závisí výpočet kluzných úhlů, změna v jejich velikostech má za následek změny v třecích silách působících na kuličku. Protože z předchozích výsledků analýzy vyplývá, že rychlost otáčení šroubu nemá zásadní vliv na velikosti třecích sil, budeme na následující straně zkoumat pouze jejich závislost na gyroskopickém úhlu  $\beta'$ .

Níže můžeme vidět, že tření působící v ose  $Y$  se roste s větším sklonem v místě kontaktu se šroubem, a naopak tření v ose  $X$  více v kontaktu s maticí. Z výsledků analýzy vyplývá zároveň zajímavý poznatek, a to že zanedbáním gyroskopického úhlu  $\beta'$  zanedbáváme také třecí sílu  $F_X$  působící v kontaktu s maticí.

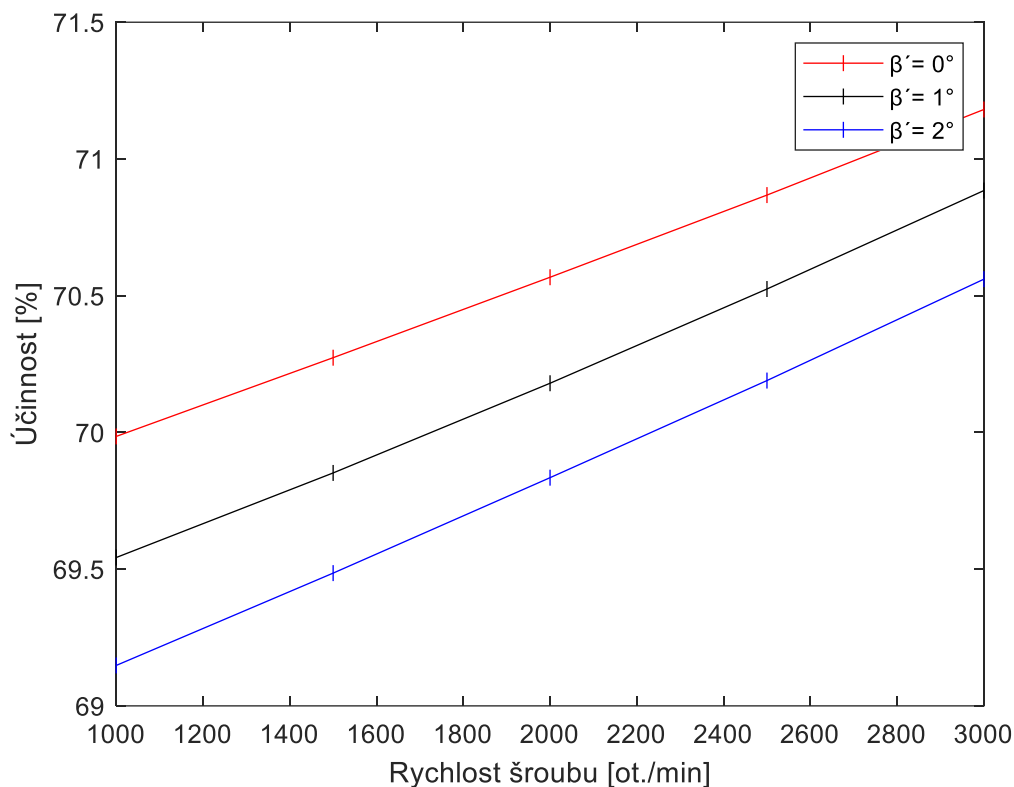


Obr. 7.15 Závislost třecích sil v ose  $X$  na gyroskopickém úhlu



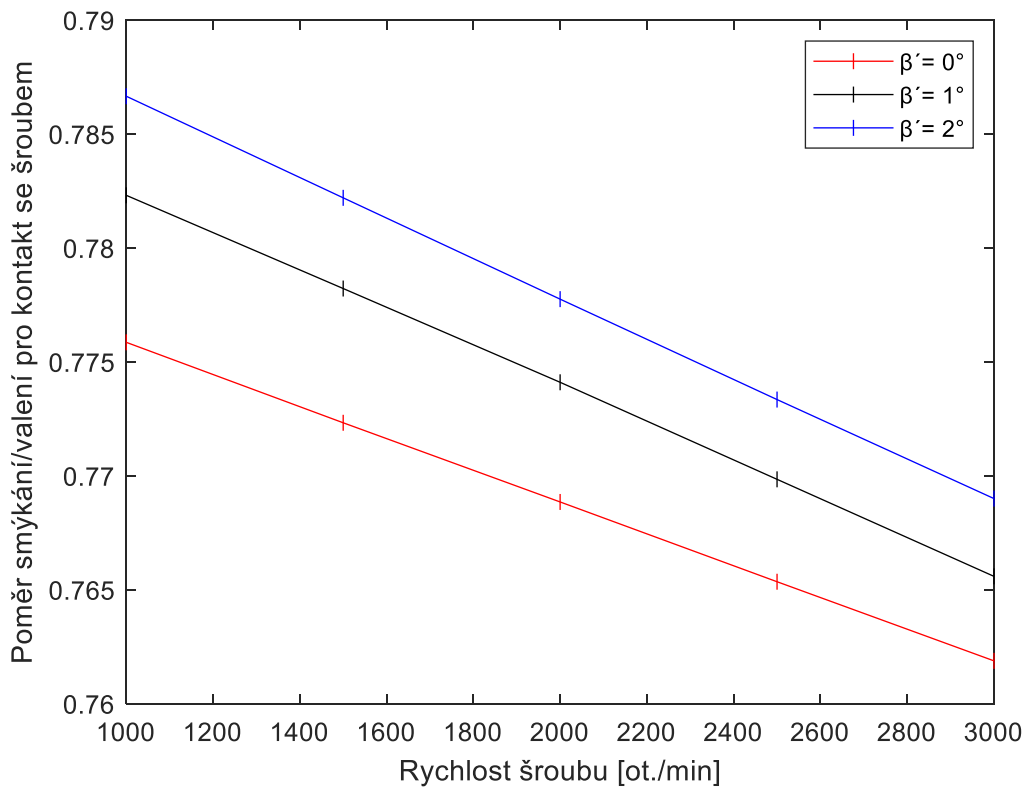
Obr. 7.16 Závislost třecích sil v ose  $Y$  na gyroskopickém úhlu

Vliv rostoucích třecích sil se projevuje také v grafu závislosti účinnosti. Výstupní výkon je daný zatížením, stoupáním a otáčkami šroubu, je tedy nezávislý na gyroskopickém úhlu. Protože výstupní výkon je dán třecími silami, větší moment potřebný k překonání větších třecích sil má za následek pokles účinnosti, a to přibližně o půl procenta na jeden stupeň.

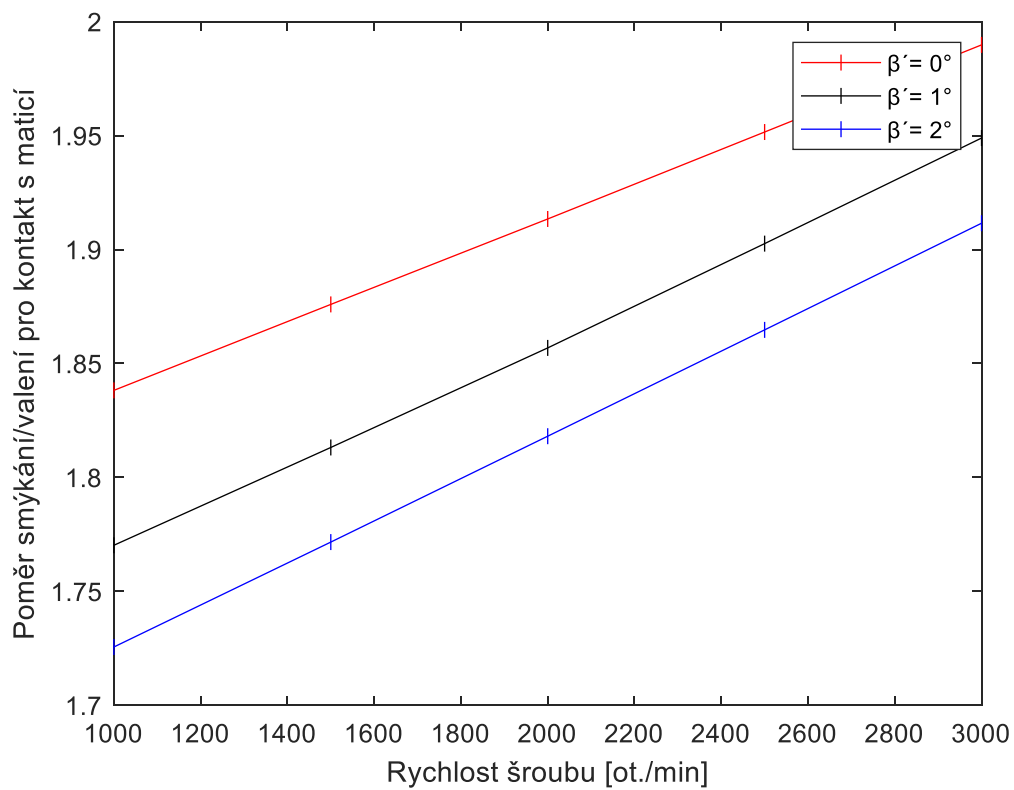


Obr. 7.17 Závislost účinnosti na gyroskopickém úhlu

Obrázky na následující straně zobrazují závislosti poměrů smýkání a valení. Můžeme si všimnout, že zvyšováním gyroskopického úhlu zvětšujeme poměr valení na straně šroubu, a naopak poměr smýkání na straně matice. Z výsledků tedy vyplývá, že zanedbáním úhlu  $\beta'$  posouváme oba analyzované poměry blíže k extrémům relativního pohybu. Tyto změny jsou v obou případech velikostí srovnatelné se závislostmi na vnějším zatížení z předchozí části. Pro kontakt se šroubem dochází ke změně v rámci setin, pro matici pak v rámci desetin. Opět tedy platí, že změny v kontaktu s maticí jsou přibližně o řád větší, než v kontaktu se šroubem.

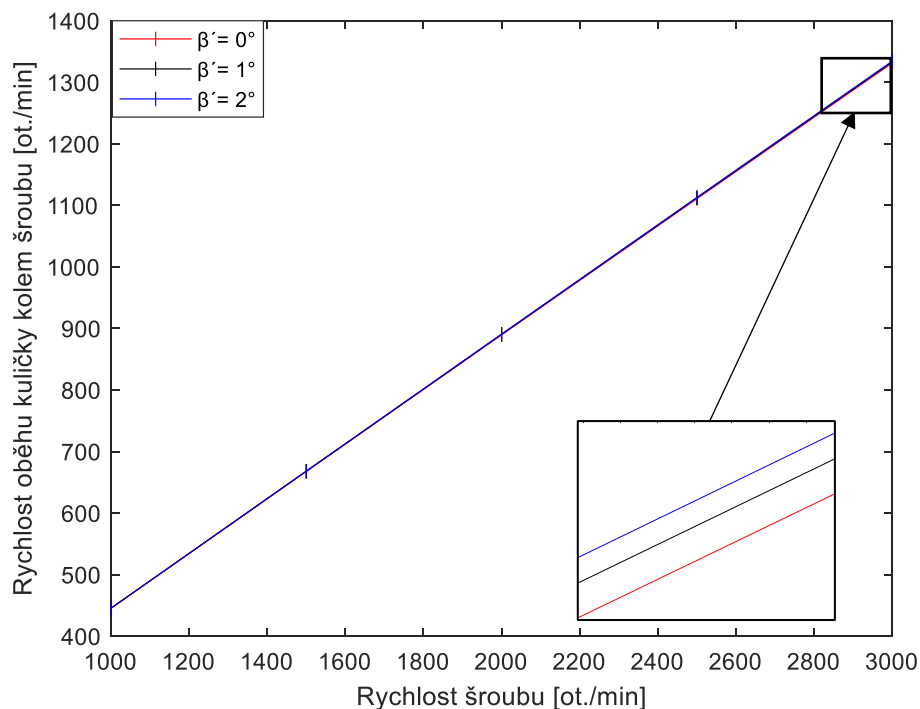


Obr. 7.18 Závislost poměru smýkání/valení v kontaktu se šroubem na úhlu  $\beta'$

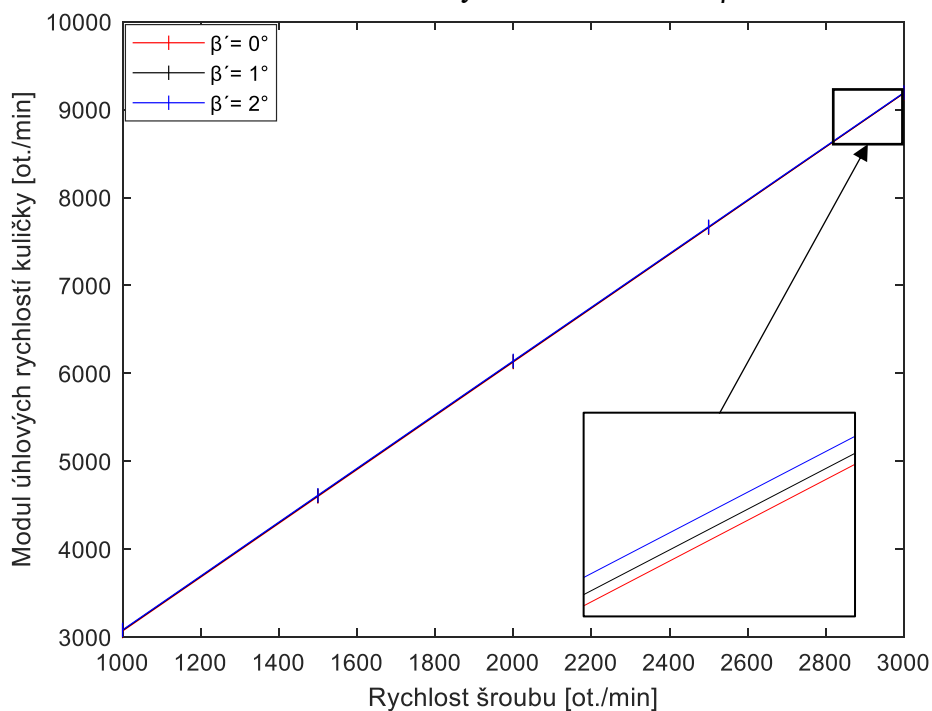


Obr. 7.19 Závislost poměru smýkání/valení v kontaktu s maticí na úhlu  $\beta'$

Na závěr uvedme opět závislosti obou rychlostí kuličky. Podobně jako v případě analýzy zatížení z výsledků vyplývá, že se zvyšujícími se otáčkami se závislosti rozcházejí, vliv gyroskopického úhlu tedy roste. Při rychlosti 1000 otáček za minutu je jejich rozdíl prakticky nulový. Při rychlosti 3000 otáček je pak rozdíl pro rychlost oběhu kolem šroubu přibližně jedna otáčka za minutu a pro modul úhlových rychlostí přibližně pět otáček za minutu, což je v obou případech odchylka menší než jedno promile. Můžeme tedy říct, že gyroskopický úhel nemá zásadní vliv ani na jednu z těchto rychlostí.



Obr. 7.20 Závislost rychlosti  $\omega_m$  na úhlu  $\beta'$



Obr. 7.21 Závislost rychlosti  $\omega_R$  na úhlu  $\beta'$

## 7.4 Shrnutí výsledků

Z analýzy vyplývá několik zajímavých poznatků. Ukazuje se, že vyšší vnější síla ovlivňuje kontaktní úhly se šroubem a maticí, a to tak, že první z nich se zmenšuje a druhý zvětšuje. Větší vliv však mají změny gyroskopického úhlu  $\beta'$ , kde jsou tyto změny opačného charakteru, tedy větší gyroskopický úhel posouvá úhly kontaktní blíže k výchozí hodnotě čtyřicet pět stupňů. V nižších otáčkách šroubu jsou tyto rozdíly větší, jeden stupeň úhlu  $\beta'$  má za následek přibližně stejnou změnu kontaktních úhlů, avšak s rostoucími otáčkami se vliv zmenšuje. Protože kontaktní úhly jsou výchozím bodem výpočtu a jeho zbytek z nich vychází, následující výsledky vykazují podobnou závislost.

V případě druhého gyroskopického úhlu  $\beta$  můžeme pozorovat obdobné vlivy jako pro úhel kontaktu se šroubem. Úhel  $\beta$  se s rostoucím zatížením zmenšuje, ale roste spolu s úhlem  $\beta'$ . Tyto změny mají za následek měnící se velikosti složek úhlové rychlosti kuličky  $\omega_R$ . Větší vnější zatížení stáčí tuto rychlost více do směru roviny  $t-b$ , zatímco úhel  $\beta'$  více do směru osy  $t$ , respektive osy  $n$ . To má za následek změny v třecích silách.

Analýza ukázala, že třecí síly jsou prakticky nezávislé na rychlosti otáčení šroubu. Naopak jejich velikost roste úměrně vnějšímu zatížení, což vychází z přímé závislosti třecích sil na síle normálové dané touto zatěžující silou. Z výsledků vyplývá, že hlavní část tření vzniká ve směru osy  $Y$ , v kontaktu kuličky s maticí dochází při zanedbání úhlu  $\beta'$  ke tření pouze v této ose. Pokud tento úhel uvažujeme, pak jeho zvětšováním velikost třecích sil roste, a to v obou osách i obou kontaktech. Změny se však pohybují v nižších jednotkách procent. Se třením přímo souvisí účinnost mechanismu. Protože k překonání větších třecích musíme dodat mechanismu větší moment, uvažováním úhlu  $\beta'$  dojde ke snížení účinnosti. Rozdíly se však pohybují v hodnotách do půl procenta za každý stupeň úhlu  $\beta'$ .

Výsledky poměrů smýkání a valení ukazují, že se kulička po kuličkové dráze šroubu z větší části odvaluje, zatímco v kuličkové dráze matice dochází z větší části ke smýkání. S vyšší rychlostí otáčení šroubu se tyto poměry ještě více posouvají ke svým extrémům, vliv je větší v kontaktu kuličky s maticí, a to přibližně o jeden řád. Pro šroub otáčející se rychlostí 3000 otáček za minutu se při zanedbání úhlu  $\beta'$  kulička v dráze matice už prakticky pouze smýká, v dráze šroubu dochází stále k přibližně stejné kombinaci valení i smýkání. Vnější zátěžná síla nemá zásadní vliv na žádný z poměrů. Gyroskopický úhel  $\beta'$  ovlivňuje oba poměry obdobně jako rychlost otáčení, změny však mají opačný charakter. Větší úhel  $\beta'$  má tedy za následek zvětšení podílu minoritního pohybu. Z velikosti změn způsobených rychlostí šroubu, zatížením i gyroskopického úhlu můžeme usoudit, že analyzované poměry jsou dány v první řadě konstrukcí mechanismu.

Posledními analyzovanými veličinami byly rychlost oběhu kuličky kolem osy šroubu a modul úhlových rychlostí kuličky samotné. Výsledky analýzy nezatíženého i zatíženého šroubu ukázaly, že ve všech případech byly tyto rychlosti prakticky nezávislé na vnějším zatížení. Odchylky se zvětšovaly s rostoucí rychlostí otáčení šroubu, ani ve vyšších otáčkách však rozdíl nepřesáhl půl otáčky za minutu. Stejně tak změny gyroskopického úhlu neměly významný vliv. Pokud nebyl zanedbán, rychlosti byly větší, rozdíl byl však v obou případech menší než jedno promile. Jediný zásadní vliv tedy měla pouze rychlost otáčení šroubu. Obě rychlosti mají závislost lineárně rostoucí. Z výsledků vyplývá, že kulička obíhá šroub přibližně dvakrát menší rychlostí, než je jeho rychlost otáčení, modul úhlových rychlostí kuličky má naopak přibližně třikrát větší velikost.

Pro téměř všechny zkoumané závislosti platí, že je nejvíce ovlivňuje rychlost otáčení šroubu. Naopak velikost vnějšího zatížení měla jen nevýznamný vliv. Výjimkou jsou pouze třecí síly, které jsou téměř přímo úměrně závislé na normálové síle, a tedy na vnějším zatížení. Naopak změny gyroskopického úhlu  $\beta'$  měly na většinu analyzovaných závislostí vliv poměrně důležitý, téměř srovnatelný s otáčkami šroubu. Jeho zanedbáním dosahujeme lepší výsledné účinnosti a poměrů smýkání a valení v kontaktních místech blíže k extrémům, tedy pouze jednomu druhu pohybu. Rozdíly ve výsledcích s uvažováním úhlu  $\beta'$  nejsou pro základní přehled o kinematice a stavech mechanismu zásadní. V odvětvích, kde je důležité každé procento účinnosti, však můžeme požadovat, aby gyroskopický úhel zanedbán nebyl.

## 8 Závěr

Tato diplomová práce úspěšně splnila svůj cíl. Představila využití a základní konstrukci obráběcích strojů a lineární osy, která je jejich součástí, a která může být konstruována různými způsoby. Část rešerše byla věnována kuličkovému šroubu, konstrukci jeho kuličkových drah, možnostem uložení, mechanismům recirkulace kuliček a způsobům předeptnutí. Hlavní část práce byla věnována vytvoření samotného modelu pro analýzu kuličkového šroubu. Byl popsán a vytvořen model jak matematický, tak výpočetní, pro jehož tvorbu bylo využito prostředí Matlab. Ověření funkčnosti modelu bylo provedeno analýzou za použití konkrétních parametrů kuličkového šroubu.

Matematický model popsáný v první praktické kapitole práce umožnil důkladné prozkoumání kinematiky kuličkového šroubu pomocí Hertzovy teorie kontaktních napětí s využitím různých geometrických a materiálových parametrů. Model se ukázal být užitečným a účinným nástrojem pro zkoumání chování kuličkového šroubu za různých provozních podmínek.

Vytvoření výpočetního programu a uživatelského rozhraní v programu Matlab v navazující části práce usnadnilo praktické využití matematického modelu. Díky využití prostředí často používaného pro inženýrské výpočty je tento výpočetní model také snadno přístupný jiným uživatelům s různou úrovní odborných a programovacích znalostí. Uživatelsky přívětivé grafické rozhraní pak umožňuje efektivní a interaktivní vizualizaci výsledků.

Ověření funkčnosti modelu proběhlo analýzou kinematiky s využitím konkrétních parametrů kuličkového šroubu. Výsledky uvedené v závěrečné části práce prokázaly možnosti praktického využití sestaveného matematického modelu a implementace ve výpočtovém modelu.

Z výsledků analýzy vyplývá, že vnější zatížení má pouze malý vliv na zkoumané hodnoty. Výjimkou byly pouze třecí síly. Naopak otáčky šroubu měly zásadní vliv na všechny analyzované hodnoty, avšak opět s výjimkou třecích sil.

Analýzou rozdílných výsledků pro model uvažující gyroskopický úhel  $\beta'$  bylo zjištěno, že při zanedbání tohoto úhlu se dopouštíme chyby výsledné účinnosti v jednotkách procent. To může být při praktickém využití rozhodující rozdíl. Stejně tak poměry smýkání ku valení v obou místech kontaktu byly tímto zanedbáním ovlivněny. Tyto rozdíly by mohly být zavádějící při analýzách opotřebování. Pokud by tedy modely vytvořené v rámci této práce měly být použity v aplikacích, kde by tyto rozdíly byly kritické, modely by neměl gyroskopický úhel  $\beta'$  zanedbávat.

Přestože vytvořený výpočetní model je funkční a výsledky pomocí něj získané jsou užitečné i v současném stavu, žádný model nikdy dokonale neodpovídá skutečnosti. Proto nyní v krátkosti uvedme několik směrů, ve kterých by bylo možné na tuto práci navázat a vytvořit přesnější nebo rozsáhlejší popis mechanismu kuličkového šroubu.

Nejdříve navrhneme několik změn, které by bylo možné provést v aktuálním kinematickém modelu. V této práci byl uvažován coulombovský model tření kuličky v kuličkových drahách, existuje však mnoho dalších způsobů výpočtu třecí síly. V návaznosti na tuto práci by proto mohla být provedena analýza za použití různých modelů tření, které by byly porovnány a na základě výsledků by byl vybrán nejlepší z nich, což by vedlo ke zpřesnění modelu.

Jak bylo prezentováno na výsledcích v předchozí kapitole, vliv gyroskopického úhlu  $\beta'$  na kinematiku kuličkového šroubu není naprosto zanedbatelný. Možným rozšířením modelu by tedy byla část umožňující výpočet nahrazující odhad tohoto úhlu, což by opět vedlo k přesnějším výsledkům. Jako poslední zde uvedme možnost navázání další studentskou činností, která by využila poznatky prezentované v této práci pro návrh kuličkového šroubu pro konkrétní aplikaci, případně by tato práce mohla sloužit jako inspirace pro provedení obdobné analýzy pro jinou koncepci kuličkového šroubu.

Protože předmětem této práce byla analýza kinematiky, a tedy ustáleného stavu, nabízí se rozšíření modelu o přechodové děje a dynamické vlivy, jako jsou například setrvačnost nebo tlumení. Pomocí dynamického modelu by bylo možné popsat a předvídat, jak bude mechanismus reagovat v případě změn v provozních podmínkách. Zajímavým dynamickým dějem je také vliv teploty na funkci mechanismu. Nabízí se tedy možná analýza přenosu tepla a změn vlastností materiálů nebo geometrie v důsledku změn teploty.

Z hlediska řízení procesů by tento model mohl sloužit jako základ pro tvorbu modelů umožňujících použití adaptivních a robustních řídicích algoritmů, které by dokázaly reagovat na nepřesnosti a vnější vlivy ve výrobním procesu a tím by zvýšily výkon a spolehlivost obráběcích strojů. Z hlediska dnešní doby by prozkoumání matematického modelu společně s metodami umělé inteligence a strojového učení mohlo být zajímavým tématem pro navazující studentskou činnost, stejně jako užitečným nástrojem pro realizaci kuličkových šroubů.

V oblasti průmyslu by tato práce měla zprostředkovat výrobcům výchozí bod umožňující dělat rychle výpočty související s návrhem kuličkových šroubů. Protože výsledky práce jsou volně dostupné, každý z výrobců může na základě svých specifických požadavků na základech vystavených v rámci této práce vytvořit nástroj usnadňující a urychlující vývoj kuličkových šroubů.

## 9 Zdroje

- [1] MAREK, Jiří. Konstrukce CNC obráběcích strojů. Praha: MM Publishing, 2006, 282 s
- [2] LAŠOVÁ, Václava. Základy stavby obráběcích strojů. 1. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2012. ISBN 978-80-261-0126-0
- [3] KRUŠINA, Luboš. Minerální kompozit. MM Průmyslové spektrum [online]. 2006-12-19 [cit. 2022-11-22]. Dostupné z: [mmspektrum.com/clanek/mineralni-kompozit](https://mmspektrum.com/clanek/mineralni-kompozit)
- [4] Beton a přírodní žula při výrobě loží a rámců obráběcích strojů. MM Průmyslové spektrum [online]. 2003-05-21 [cit. 2022-11-25]. Dostupné z: [mmspektrum.com/clanek/beton-a-prirodni-zula-pri-vyrobe-lozi-a-ramu-obrabcich-stroju](https://mmspektrum.com/clanek/beton-a-prirodni-zula-pri-vyrobe-lozi-a-ramu-obrabcich-stroju)
- [5] KOLÁŘ, Petr. Konstrukční řešení současných obráběcích strojů. MM Průmyslové spektrum [online]. 2007-03-14 [cit. 2022-11-22]. Dostupné z: [mmspektrum.com/clanek/konstrukcni-reseni-soucasnych-obrabcich-stroju](https://mmspektrum.com/clanek/konstrukcni-reseni-soucasnych-obrabcich-stroju)
- [6] Produktová nabídka Hiwin [online] [cit. 2022-11-25]. Dostupné z: [hiwin.cz/cz/produkty/linearni-osy/osy-s-ozubenym-remenem/266\\_linearni-osa-hm-b](https://hiwin.cz/cz/produkty/linearni-osy/osy-s-ozubenym-remenem/266_linearni-osa-hm-b)
- [7] Produktová nabídka THK [online] [cit. 2022-12-04]. Dostupné z: [thk.com/?q=cz/node/21124](https://thk.com/?q=cz/node/21124)
- [8] Produktový katalog PBC Linear [online]. [cit. 2022-11-13]. Dostupné z: [pblinear.com/Products/Gliding-Surface-Technology/D-Uni-Guide-Linear-Slide-System](https://pblinear.com/Products/Gliding-Surface-Technology/D-Uni-Guide-Linear-Slide-System)
- [9] Stribeck Curve [online]. 2021-06-06 [cit. 2023-02-15]. Dostupné z: [tribonet.org/wiki/stribeck-curve/](https://tribonet.org/wiki/stribeck-curve/)
- [10] Produktový katalog Schaeffler [online]. [cit. 2022-11-20]. Dostupné z: [schaeffler.com/remotemedien/media/\\_shared\\_media/08\\_media\\_library/01\\_publications/schaeffler\\_2/tpi/downloads\\_8/tpi\\_149\\_en\\_en.pdf](https://schaeffler.com/remotemedien/media/_shared_media/08_media_library/01_publications/schaeffler_2/tpi/downloads_8/tpi_149_en_en.pdf)
- [11] Produktová nabídka MN-Systems [online] [cit. 2022-11-25]. Dostupné z: [mnsystems.cz/pohybove-srouby/trapezove-srouby](https://mnsystems.cz/pohybove-srouby/trapezove-srouby)
- [12] Produktová nabídka Apex Dynamics [online] [cit. 2022-11-25]. Dostupné z: [apexdynaczech.cz/produkty/](https://apexdynaczech.cz/produkty/)
- [13] KOTROUŠOVÁ, Radka. Pohony pro obráběcí stroje. MM Průmyslové spektrum [online]. 2011-12-19 [cit. 2022-12-10]. Dostupné z: [mmspektrum.com/clanek/pohony-pro-obrabcici-stroje-4841](https://mmspektrum.com/clanek/pohony-pro-obrabcici-stroje-4841)
- [14] STŘEDNÍ ODBORNÁ ŠKOLA TECHNICKÁ UHERSKÉ HRADIŠTĚ. Sbližování teorie s praxí: Moderní konstrukční řešení CNC strojů [online]. [cit. 2022-03-18]. 201. Dostupné z: [uh.cz/szesgsm/files/sblizovani/pdf/mod-konstr-cnc.pdf](https://uh.cz/szesgsm/files/sblizovani/pdf/mod-konstr-cnc.pdf)

- [15] Lineární motory [online]. [cit. 2022-03-18]. Dostupné z: [eluc.ikap.cz/verejne/lekce/806](http://eluc.ikap.cz/verejne/lekce/806)
- [16] Produktový katalog KSK Precise Motion [online]. [cit. 2022-11-20]. Dostupné z: [ksk-pm.cz/getmedia/c833e7f3-b2ac-49fb-a3ce-efbe437f0fa7/Katalog\\_KSK\\_CZ.pdf](http://ksk-pm.cz/getmedia/c833e7f3-b2ac-49fb-a3ce-efbe437f0fa7/Katalog_KSK_CZ.pdf)
- [17] LAYOSA, Carlicia. Mastering Ball Screws Pt. 2: Ball Screw Preloads [online]. [cit. 2023-02-24]. 2016-10-04. Dostupné z: [us.misumi-ec.com/blog/ball-screw-preloads/](http://us.misumi-ec.com/blog/ball-screw-preloads/)
- [18] LAYOSA, Carlicia. Mastering Ball Screws Pt. 1: Steel Ball Recirculation System and Characteristics [online]. [cit. 2023-02-24]. 2016-09-28. Dostupné z: [us.misumi-ec.com/blog/ball-screw-steel-ball-recirculation/](http://us.misumi-ec.com/blog/ball-screw-steel-ball-recirculation/)
- [19] Produktová nabídka Coroll [online]. [cit. 2023-01-20]. Dostupné z: [coroll.cz/kulickove-srouby.html](http://coroll.cz/kulickove-srouby.html)
- [20] MAREK, Jiří. Kuličkové šrouby a matice ve stavbě CNC obráběcích strojů, část 2. MM Průmyslové spektrum [online]. [cit. 2023-01-25]. 2015-04-08. Dostupné z: [mmspektrum.com/clanek/kulickove-srouby-a-matice-ve-stavbe-cnc-obrabecich-stroju-cast-2](http://mmspektrum.com/clanek/kulickove-srouby-a-matice-ve-stavbe-cnc-obrabecich-stroju-cast-2)
- [21] COLLINS, Danielle. How to choose end fixity conditions for screw applications [online]. [cit. 2023-04-25]. 2016-07-12. Dostupné z: [linearmotiontips.com/choose-end-fixity-conditions-screw-applications/](http://linearmotiontips.com/choose-end-fixity-conditions-screw-applications/)
- [22] DOBEŠ, Milan. Efektivní výroba velkých kuličkových šroubů. MM Průmyslové spektrum [online]. 2013-06-04. [cit. 2023-04-08]. Dostupné z: [mmspektrum.com/clanek/efektivni-vyroba-velkych-kulickovych-sroubu](http://mmspektrum.com/clanek/efektivni-vyroba-velkych-kulickovych-sroubu)
- [23] PAGÁČ, Marek. KSK Precise Motion získala ocenění za unikátní kuličkový šroub [online]. 2017-11-28. [cit. 2022-11-20]. Dostupné z: [strojirenstvi.cz/ksk-precise-motion-ziskala-oceneni-za-unikatni-kulickovy-sroub](http://strojirenstvi.cz/ksk-precise-motion-ziskala-oceneni-za-unikatni-kulickovy-sroub)
- [24] Produktová nabídka KSK Precise Motion [online]. [cit. 2022-11-20]. Dostupné z: [ksk-pm.cz/products/special-screw](http://ksk-pm.cz/products/special-screw)
- [25] KUMAR, Sahil. Hertzian Stress (Contact Stress) Online Calculator [online]. 2021-03-10. [cit. 2023-05-02]. Dostupné z: [amesweb.info/HertzianContact/HertzianContact.aspx](http://amesweb.info/HertzianContact/HertzianContact.aspx)
- [26] JOHNSON, K. L. Contact mechanics. Cambridge: Cambridge University Press, 1985. ISBN 0-521-25576-7.
- [27] ČSN ISO 3408-4. Kuličkové šrouby – Část 4: Statická axiální tuhost. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2021, 32 s. Třídící znak 20 5710.
- [28] MARKHO, P. H. Highly Accurate Formulas for Rapid Calculation of the Key Geometrical Parameters of Elliptic Hertzian Contacts. Journal of Tribology [online]. 1987, 109(4), 640-647. [cit. 2023-03-08]. ISSN 0742-4787. DOI:10.1115/1.3261525

- [29] HERTZ, Heinrich. On the Contact of Rigid Elastic Solids and on Hardness [online]. [cit. 2023-03-08]. New York: Macmillan and Co., 1882. Dostupné z: [archive.org/details/cu31924012500306](https://archive.org/details/cu31924012500306)
- [30] JONES, A. B. A General Theory for Elastically Constrained Ball and Radial Roller Bearings Under Arbitrary Load and Speed Conditions. *Journal of Basic Engineering* [online]. 1960, 82(2), 309-320. [cit. 2023-03-08]. ISSN 0021-9223. DOI:10.1115/1.3662587
- [31] LIN, M. C., B. RAVANI a S. A. VELINSKY. Kinematics of the Ball Screw Mechanism. *Journal of Mechanical Design* [online]. 1994, 116(3), 849-855. [cit. 2023-03-08]. ISSN 1050-0472. DOI:10.1115/1.2919459
- [32] YU, Hanwen, Xianying FENG a Qun SUN. Kinematic analysis and simulation of a new type of differential micro-feed mechanism with friction. *Science Progress* [online]. 2020, 103(1), 309-320. [cit. 2023-03-10]. ISSN 0036-8504. DOI:10.1177/0036850419875667
- [33] LIN, M. C., S. A. VELINSKY a B. RAVANI. Design of the Ball Screw Mechanism for Optimal Efficiency. *Journal of Mechanical Design* [online] 1994, 116(3), 856-861. [cit. 2023-03-12]. ISSN 1050-0472. DOI:10.1115/1.2919460
- [34] LIN, Bo, Chinedum E. OKWUDIRE a Jason S. WOU. Low Order Static Load Distribution Model for Ball Screw Mechanisms Including Effects of Lateral Deformation and Geometric Errors. *Journal of Mechanical Design* [online]. 2018, 140(2), 856-861. [cit. 2023-03-12]. ISSN 1050-0472. DOI:10.1115/1.4038071
- [35] WEI, Chin Chung, Jen Fin LIN a Jason S. WOU. Kinematic Analysis of the Ball Screw Mechanism Considering Variable Contact Angles and Elastic Deformations. *Journal of Mechanical Design* [online]. 2003, 125(4), 717-733. [cit. 2023-03-15]. ISSN 1050-0472. DOI:10.1115/1.1623761
- [36] DOONER, D. B., Jen Fin LIN a Jason S. WOU. A Geared 2-dof Mechanical Function Generator. *Journal of Mechanical Design* [online]. 1999, 121(1), 65-70. [cit. 2023-03-17]. ISSN 1050-0472. DOI:10.1115/1.2829431

# **10 Seznam obrázků**

Obr. 2.1 Základní rozdělení částí obráběcího stroje .....	12
Obr. 2.2 Typy rámu.....	14
Obr. 3.1 Příklad lineární osy firmy Hiwin .....	16
Obr. 3.2 Rozdělení vedení lineárních os .....	16
Obr. 3.3 Valivé vedení HRX firmy THK .....	17
Obr. 3.4 Kluzné vedení firmy Schaeffler.....	17
Obr. 3.5 Závislost tření na rychlosti pro různé typy vedení .....	18
Obr. 3.6 Stribeckova křivka .....	18
Obr. 3.7 Hydrostatické vedení firmy Schaeffler.....	19
Obr. 3.8 Rozdělení pohonů lineárních os .....	19
Obr. 3.9 Pohybový šroub s trapézovým závitem firmy MN-Systems .....	20
Obr. 3.10 Převod s pastorkem a hřebenem .....	20
Obr. 3.11 Pastorek s hřebenem v konfiguraci Master-Slave .....	21
Obr. 3.12 Varianty mechanismu se šnekem a šnekovým hřebenem .....	21
Obr. 3.13 Schéma lineárního motoru.....	22
Obr. 4.1 Kuličkový šroub firmy KSK Precise Motion .....	23
Obr. 4.2 Závit válcovaný (vlevo) a broušený .....	23
Obr. 4.3 Gotický profil .....	24
Obr. 4.4 Kruhový profil .....	24
Obr. 4.5 Předepnutí distančním kroužkem .....	24
Obr. 4.6 Předepnutí pružinou.....	25
Obr. 4.7 Předepnutí změnou stoupání.....	25
Obr. 4.8 Předepnutí použitím větších kuliček.....	25
Obr. 4.9 Recirkulace převáděcí trubkou – schéma (vlevo) a produkt firmy Coroll .....	26
Obr. 4.10 Recirkulace pomocí deflektorů – schéma (vlevo) a produkt firmy Coroll.....	26
Obr. 4.11 Recirkulace převáděcím kanálem – schéma (vlevo) a 3D model.....	26
Obr. 4.12 Typy uložení šroubu .....	27
Obr. 4.13 Kuličkový šroub se vstříkovanými kuličkami .....	27
Obr. 4.14 Šrouby a domazávací jednotky firmy Coroll.....	28
Obr. 4.15 Teleskopický kuličkový šroub.....	28
Obr. 5.1 Příklady styků v Hertzově teorii kontaktních napětí .....	29
Obr. 5.2 Schéma pro výpočet axiální tuhosti.....	30
Obr. 5.3 Schéma pozic středu kuličky a kuličkových drah .....	34
Obr. 5.4 Souřadnicové systémy .....	36
Obr. 5.5 Rychlosti a kluzné úhly v místech kontaktu.....	38
Obr. 5.6 Schéma sil působících na matici.....	40
Obr. 5.7 Schéma sil působících na kuličku.....	40
Obr. 6.1 Uživatelské rozhraní .....	43
Obr. 6.2 Vývojový diagram .....	44
Obr. 7.1 Závislost rychlostí $\omega_m$ a $\omega_R$ pro nezatížený šroub .....	47
Obr. 7.2 Závislost úhlu $\alpha_i$ pro zatížený šroub .....	48
Obr. 7.3 Závislost úhlu $\alpha_o$ pro zatížený šroub .....	48
Obr. 7.4 Závislost gyroskopického úhlu $\beta$ pro zatížený šroub .....	49
Obr. 7.5 Závislost třecích sil v ose $X$ pro zatížený šroub.....	49
Obr. 7.6 Závislost třecích sil v ose $Y$ pro zatížený šroub.....	50

Obr. 7.7 Závislost účinnosti pro zatížený šroub .....	50
Obr. 7.8 Poměr smýkání/valení v kontaktu se šroubem pro zatížený šroub.....	51
Obr. 7.9 Poměr smýkání/valení v kontaktu s maticí pro zatížený šroub .....	51
Obr. 7.10 Závislost rychlosti $\omega_m$ pro zatížený šroub .....	52
Obr. 7.11 Závislost rychlosti $\omega_R$ pro zatížený šroub.....	52
Obr. 7.12 Závislost úhlu $\alpha_i$ na gyroskopickém úhlu .....	53
Obr. 7.13 Závislost úhlu $\alpha_o$ na gyroskopickém úhlu .....	53
Obr. 7.14 Závislost úhlu $\beta$ na gyroskopickém úhlu.....	54
Obr. 7.15 Závislost třecích sil v ose $X$ na gyroskopickém úhlu.....	55
Obr. 7.16 Závislost třecích sil v ose $Y$ na gyroskopickém úhlu.....	55
Obr. 7.17 Závislost účinnosti na gyroskopickém úhlu .....	56
Obr. 7.18 Závislost poměru smýkání/valení v kontaktu se šroubem na úhlu $\beta'$ .....	57
Obr. 7.19 Závislost poměru smýkání/valení v kontaktu s maticí na úhlu $\beta'$ .....	57
Obr. 7.20 Závislost rychlosti $\omega_m$ na úhlu $\beta'$ .....	58
Obr. 7.21 Závislost rychlosti $\omega_R$ na úhlu $\beta'$ .....	58

# 11 Seznam značek

- $c_E$  – Materiálová konstanta [-]
- $c_k$  – Faktor geometrie [ $N^{-2/3}\mu\text{m}$ ]
- $D_I$  – Vnější průměr matice [mm]
- $d_b$  – Průměr kuličky [mm]
- $d_c$  – Průměr působení zatížení na hřídeli kuličkového šroubu [mm]
- $D_C$  – Průměr působení zatížení na kuličkovou matici [mm]
- $D_i$  – Vnitřní průměr šroubu [mm]
- $d_m$  – Průměr roztečné kružnice [mm]
- $D_o$  – Vnitřní průměr matice [mm]
- $E$  – Youngův modul [ $N/\text{mm}^2$ ]
- $F$  – Vnější síla [N]
- $F_{ap}$  – Vnější síla působící na jednu kuličku [mm]
- $i$  – Počet zatížených otáček [-]
- $k$  – Charakteristika tuhosti [ $N/\mu\text{m}^{3/2}$ ]
- $L$  – Stoupání [mm]
- $l_s$  – Nepodepřená délka hřídele kuličkového šroubu [mm]
- $m$  – Poissonova konstanta [-]
- $M_1$  – Vstupní moment [Nm]
- $M_2$  – Výstupní moment [Nm]
- $Q_n'$  – Normálová síla působící na jednu kuličku [N]
- $R_{bs}$  – Celková axiální tuhost mechanismu [ $N/\mu\text{m}$ ]
- $R_{bt}$  – Axiální tuhost kuličkových drah [ $N/\mu\text{m}$ ]
- $r_i$  – Poloměr kuličkové dráhy šroubu [mm]
- $r_m$  – Poloměr kuličky [mm]
- $r_m$  – Poloměr roztečné kružnice [mm]
- $R_N$  – Axiální tuhost matice a kuličkových drah [ $N/\mu\text{m}$ ]
- $R_n$  – Axiální tuhost samotné matice [ $N/\mu\text{m}$ ]
- $r_o$  – Poloměr kuličkové dráhy matice [mm]
- $R_S$  – Axiální tuhost šroubu [ $N/\mu\text{m}$ ]

- $S_A$  – Poměr valení a smýkání v místě kontaktu se šroubem [-]  
 $S_B$  – Poměr valení a smýkání v místě kontaktu s maticí [-]  
 $V_{Xn'}$  – Přímočaré rychlosti kontaktních bodů v ose X [m/s]  
 $V_{Yn'}$  – Přímočaré rychlosti kontaktních bodů v ose Y [m/s]  
 $z$  – Počet kuliček na otáčku [-]  
 $\alpha$  – Úhel stoupání [rad]  
 $\alpha_0$  – Výchozí kontaktní úhel [rad]  
 $\alpha_{n'}$  – Kontaktní úhly [rad]  
 $\beta, \beta'$  – Gyroskopické úhly [rad]  
 $\delta_a$  – Axiální deformace [ $\mu\text{m}$ ]  
 $\delta_{n'}$  – Deformace v místech kontaktu [ $\mu\text{m}$ ]  
 $\eta$  – Účinnost [%]  
 $\theta$  – Úhel posunutí kuličky kolem osy šroubu [rad]  
 $\mu$  – Koeficient tření [-]  
 $\rho$  – Poloměr vzájemného zakřivení [mm]  
 $\tau$  – Poměr os kontaktní elipsy [-]  
 $\Psi_{n'}$  – Kluzné úhly [rad]  
 $\omega$  – Rychlost otáčení šroubu [rad/s]  
 $\Omega$  – Úhel pootočení šroubu [rad]  
 $\omega_m$  – Rychlost oběhu kuličky kolem osy šroubu [rad/s]  
 $\omega_R$  – Modul rychlosti rotace kuličky [rad/s]  
 $\omega_{t,n,b}$  – Úhlové rychlosti kuličky kolem os Frenetova souřadnicového systému [rad/s]

## **12 Seznam příloh**

Ball-screw kinematic analysis.mlappinstall – Instalační soubor Matlab aplikace

Ball\_screw\_analysis\_GUI.mlapp – Zdrojový soubor uživatelského rozhraní

ball\_screw\_analysis\_model.m – Zdrojový soubor výpočetního modelu