



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV AUTOMOBILOVÉHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

**TORZNÍ KMITÁNÍ TŘÍVÁLCOVÉHO MOTORU S
VYVAŽOVACÍ HŘÍDELÍ**

TORSIONAL VIBRATION OF THREE CYLINDER ENGINE WITH BALANCING SHAFT

DIPLOMOVÁ PRÁCA

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Juraj Jurík

VEDÚCI PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Radim Dundálek, Ph.D.

BRNO 2017

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Student: **Bc. Juraj Jurík**
Studijní program: Strojní inženýrství
Studijní obor: Automobilní a dopravní inženýrství
Vedoucí práce: **Ing. Radim Dundálek, Ph.D.**
Akademický rok: 2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Torzní kmitání tříválcového motoru s vyvažovací hřídelí

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Analýza torzního kmitání mechanismu tříválcového motoru s vyvažovací hřídelí aplikací multibody systému.

Cíle diplomové práce:

Popis možných variant vyvážování tříválcových spalovacích motorů.

3D model klikového mechanismu převedený do multibody systému.

Analýza torzního kmitání mechanismu.

Návrh tlumiče torzních kmitů.

Vyhodnocení a prezentace výsledků.

Seznam doporučené literatury:

STONE, Richard. Introduction to internal combustion engines. 3rd edition. Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineers, 1999. 641 s. ISBN 0768004950.

HEISLER, Heinz. Advanced engine technology. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1995. 794 s. ISBN 1-56091-734-2.

HAFNER, Karl Ernst a MAASS, Harald. Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschinen. Wien, New York: Springer Verlag, 1995. 424 s. ISBN 978-3-7091-7-68-5.

KÖEHLER, Eduard. Verbrennungsmotoren: Motormechnik, Berechnung und Auslegung des Hubkolbenmotors. 3. verb. Aufl. Braunschweig [u.a.]: Vieweg, 2002. 548 s. ISBN 3-528-23108-4.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Obsahom tejto diplomovej práce je analýza torzného kmitania trojvalcového motora s vyvažovacím hriadelom. V rešeržnej časti práce je spracovaný kinematický a dynamický rozbor klukového mechanizmu. Rovnako je v rešeržnej časti popísaný vznik nevyváženosti motora a spôsoby vyvažovania. V praktickej časti je analytickým výpočtom spracované torzné kmitanie klukového hriadela. Analýza torzného kmitania prebehla v multibody programe Adams/Engine. V závere boli zhodnotené výsledky oboch prístupov a analytickým výpočtom boli navrhnuté rozmery tlmiča torzných kmitov.

Summary

Content of this master thesis is analysis of torsional vibration of the three cylinder engine with balancing shaft. In theoretical part of the thesis the kinematic and dynamic description of the cranktrain mechanism is included. The formation of unbalancing of the engine and methods of balancing are described in the theoretical part as well. In practical part of the thesis the analytical calculation of torsional vibration is provided. Simulation of the engine model in multibody software Adams/Engine was used as the other way of torsional vibration analysis. In the result part of the thesis the comparison of the both way of analysis were discussed. Last step of the thesis was design proposal of the torsional vibration damper done by the analytical calculation.

Kľúčové slová

trojvalcový motor, klukový hriadel, vyvažovanie spalovacieho motora, torzné kmitanie, Adams/Engine, tlmič torzných kmitov

Keywords

three cylinder engine, crankshaft, engine balancing, torsional vibration, Adams/Engine, torsional vibration damper

JURÍK, Juraj. *Torzní kmitání třívalcového motoru s vyvažovací hřídelí*. Brno, 2017. 91 s. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Vedúci práce Ing. Radim DUNDÁLEK, PhD.

Prehlasujem, že diplomovú prácu *Torzní kmitání tříválcového motoru s vyvažovací hřídelí* som vypracoval samostatne pod vedením Ing. Radima Dundálka, Ph.D., s použitím informačných zdrojov uvedených v zozname literatúry.

Bc. Juraj Jurík

Ďakujem vedúcemu mojej diplomovej práce Ing. Radimu Dundálkovi, Ph.D., za rady pri písaní mojej diplomovej práce a tiež za jej vedenie. Obrovská vďaka patrí моjím rodičom a bratovi za pomoc a podporu počas celého štúdia. Rovnako by som rád poďakoval mojej priateľke, priateľom a kolegom za podporu nielen pri písaní diplomovej práce.

Bc. Juraj Jurík

Obsah

1. Úvod	1
2. Analýza kľukového mechanizmu	2
2.1. Kinematika kľukového mechanizmu	2
2.1.1. Poloha piesta	4
2.1.2. Rýchlosť piesta	5
2.1.3. Zrýchlenie piesta	6
2.1.4. Pohyb ojnice	7
2.2. Dynamický a silový rozbor kľukového mechanizmu	11
2.2.1. Sila od tlaku plynov F_p	12
2.2.2. Výsledná sila F_V	12
2.2.3. Ojničná sila F_{oj}	13
2.2.4. Sila F_N	13
2.2.5. Zotrvačné sily	14
2.3. Redukcia hmotnosti ojnice	18
3. Vyvažovanie spaľovacích motorov	21
3.1. Vyvažovanie jednovalcového motora	22
3.2. Vyvažovanie radového trojvalcového motora	27
3.2.1. Zjednodušujúce predpoklady a prístup	27
3.2.2. Vyvažovanie zotrvačných síl a momentov rotujúcich častí	28
3.2.3. Vyvažovanie zotrvačných síl a momentov posuvných častí	31
3.2.4. Zhodnotenie vyvažovania trojvalcového radového motora	38
4. Výpočet torzného kmitania kľukového hriadeľa	39
4.1. Náhradná sústava	41
4.1.1. Redukcia hmôt	42
Rotačná hmota	42
Posuvná hmota	42
Výsledný moment zotrvačnosti	43
Redukcia hmôt na strane zotrvačníka	43
Redukcia hmôt na strane remenice	43
Výsledné hodnoty zotrvačných momentov	43
4.1.2. Redukcia dĺžok	44
Redukovaná dĺžka zalomenia podľa Ker-Wilsona	44
Redukovaná dĺžka na strane zotrvačníka	44
Redukovaná dĺžka na strane remenice	45
4.2. Vlastné torzné kmitanie	45
4.3. Vynútené kmitanie	48

4.3.1.	Harmonická analýza budiaceho momentu	48
4.3.2.	Kritické otáčky	50
4.3.3.	Relatívna výdatnosť rezonančných kmitov	52
4.3.4.	Torzne výchylky v rezonancii	52
5.	Virtuálny model v MBS software MSC.Adams	57
5.1.	Postup tvorby modelu v MBS Adams	60
5.1.1.	Vytvorenie základných parametrov	60
5.1.2.	Sila od tlaku spalín - Gas force	62
5.1.3.	Pohon vyvažovania a vývažky	62
5.1.4.	Remenica	64
5.1.5.	Meranie uhlovej rýchlosti	65
5.1.6.	Vytvorenie pružného telesa	66
5.1.7.	Nahradenie tuhého telesa KH pružným	71
5.2.	Simulácia pracovných cyklov motora	73
6.	Návrh tlmiča torzných kmitov	76
7.	Spracovanie a zhodnotenie výsledkov	78
8.	Záver	84
	Literatúra	85
	Zoznam príloh	91

1. Úvod

Táto diplomová práca sa bude zaoberať analýzou torzného kmitania trojvalcového motora s vyvažovacím hriadelom. Výhodou tejto diplomovej práce je fakt, že bude spracovaná na základe reálnych dát z praxe a jej výsledky môžu byť ďalej použité napríklad ako základ ďalších štúdií torzného kmitania v rámci uvažovaného motora. Bude v nej využitý moderný výpočtový a simulačný program Adams, ktorého znalosť v rámci dynamiky nielen spaľovacích motorov je veľmi výhodná. Je možné povedať, že osvojenie si práce s MBS program Adams je jedným z dielčích cieľov tejto diplomovej práce.

V spaľovacích motoroch dochádza k premene chemickej energie paliva na mechanickú prácu vo forme točivého momentu na výstupnom hriadeli klukového mechanizmu motora. Premena nastáva spaľovaním zmesi paliva so vzduchom, čím dochádza k vytváraniu sily od tlaku plynov pôsobiacej na plochu piesta. Táto sila spôsobuje posuvný pohyb piesta prenášaný na rotačný pohyb klukového hriadeľa pomocou ojnice. V dôsledku vzniku síl od horenia zmesi a pohybu jednotlivých hmotných častí klukového mechanizmu, dochádza k vzniku zotrvačných síl a torzného kmitania. Tieto sily a premenlivosť krútiaceho momentu motora spôsobujú vibrácie motora, čo má za následok nerovnomerný chod motora, hluk motora, zvýšené opotrebovanie mechanických častí klukového mechanizmu a tiež zhoršenie jazdného komfortu posádky. V snahe eliminovať tieto neduhy v čo najväčšej miere, stále prebieha vývoj účinných eliminátorov týchto neduhov a tiež spôsobu ako čo najefektívnejšie využiť vyvažovanie a tlmiče torzných kmitov pre dosiahnutie spoločného cieľa, ktorým je čo najplynulejší chod spaľovacích motorov.

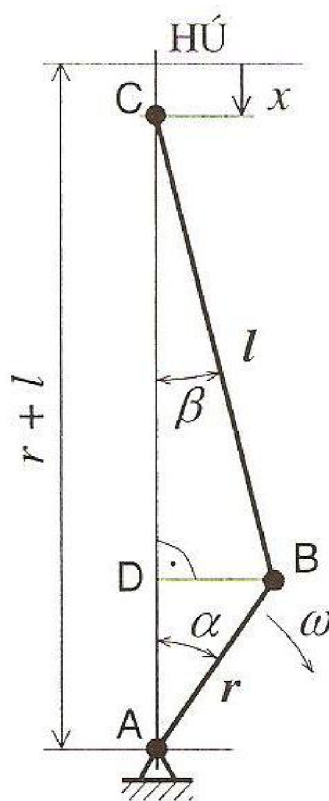
Výsledkom tejto diplomovej práce bude závislosť uhlovej výchylky na ráde harmonickej zložky a otáčkach motora. Ďalším výsledkom bude porovnanie vlastných frekvencií z analytického výpočtu a simulácie z Adams-u. Zistovanie vlastných frekvencií je dôležité z hľadiska rezonancie, aby sa motor pracovným rozsahom svojich otáčok do rezonancie vôbec nedostal.

2. Analýza kľukového mechanizmu

Nasledujúca kapitola bude popisovať základy vyvažovania spaľovacích motorov, resp. fakty, ktoré je potrebné vedieť ešte pred zamyslením sa nad vyvažovaním. Bude tu zahrnutý dynamický a kinematický rozbor kľukového mechanizmu, vznik, výpočet a popis zotrvačných síl z teoretického hľadiska.

2.1. Kinematika kľukového mechanizmu

V nasledujúcej kapitole bude popísaná kinematika kľukového mechanizmu spaľovacieho motora. Dôvodom popisu kinematiky je využitie vzťahov vyjadrujúcich priebeh polohy (dráhy), rýchlosti a zrýchlenia piestu v neskoršom popise dynamiky a vyvažovania síl pôsobiacich v kľukovom mechanizme.



Obrázok 2.1: Kinematické veličiny v kľukovom mechanizme motora [1]

2.1. KINEMATIKA KLUKOVÉHO MECHANIZMU

Popis veličín na obrázku:

$\alpha[^\circ]$ - uhol natočenie klukového hriadeľa

$\beta[^\circ]$ - uhol výkyvu ojnice

$x[m]$ - aktuálna poloha piestu

$l[m]$ - dĺžka ojnice

$r[m]$ - dĺžka ramena klukového hriadeľa

$r + l[m]$ - vzdialenosť osy piestneho čapu a osy rotácie KH (klukový hriadeľ)

2.1.1. Poloha piesta

Pri výpočte kinematiky klukového mechanizmu sa pomer $\frac{r}{l}$ vyskytuje pomerne často. Z tohto dôvodu sa zaviedol ojniový pomer daný vzťahom:

$$\lambda = \frac{r}{l} \quad [-] \quad (2.1)$$

Jeho hodnota sa pohybuje v rozsahu 0,25 až 0,35. Je to bezrozmerná veličina. Vzďialenosť piestu od HÚ (horná úvrat) je daná rozdielom maximálnej vzdialenosti osy piestneho čapu, teda v prípade ak je uhol α nulový a aktuálnou vzdialenosťou osy piestneho čapu od osy KH, ktorá je závislá na uhle α .

$$x = (r + l) - (r \cdot \cos \alpha + l \cdot \cos \beta) \quad [m] \quad (2.2)$$

Z podobnosti trojuholníkov ABD a DBC, kde strana DB v oboch trojuholníkoch je rovnaká, môžeme vyjadriť závislosť uhla β na uhle α pomocou vzťahu:

$$r \cdot \sin \alpha = l \cdot \sin \beta \quad [m] \quad (2.3)$$

Po kombinácii vzťahu **2.3** a vzťahu $\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta = 1$ dostaneme vzťah:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha} \quad (2.4)$$

Po tejto úprave môžeme rovnicu **2.4** dosadiť do rovnice aktuálnej polohy piestu **2.2** a po úprave dostaneme tvar:

$$x = r(1 - \cos \alpha) + l[1 - (\lambda^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{1}{2}}] \quad [m] \quad (2.5)$$

Tento vzťah je však pre ďalšie výpočty nevhodný. Jedná sa o periodický dej. Z toho vyplýva, že tento vzťah je možné rozložiť na harmonické zložky. Inými slovami, nekonečný rad sínusových funkcií, ktorých súčet dáva skutočnú hodnotu tohto vzťahu. V tomto prípade je možné pomocou binomického rozvoja tento vzťah upraviť na Newtonov rozklad do nekonečného radu. Po zápise v tvare binomického rozvoja sa z tohto tvaru budú uvažovať iba prvé dva členy a jedná sa o rýchlu konvergenciu. Zvyšné členy rozvoja majú iba veľmi malý, resp. zanedbateľný vplyv na výpočet polohy piestu, z tohto dôvodu je možné ich zanedbať. Napriek tomu však rovnice na výpočet polohy piestu strácajú na presnosti. Rovnosť s aktuálnou polohou piestu bude teda približná. Po uvažovaní iba prvých dvoch členov binomického rozvoja vznikne rovnica:

$$x \doteq r(1 - \cos \alpha) + l \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \sin^2 \alpha \right) \right] \quad [m] \quad (2.6)$$

Pre ďalšiu úpravu použijeme vzorec pre goniometrické funkcie:

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \quad (2.7)$$

Po dosadení goniometrického vzorca **2.7** do rovnice z binomického rozvoja s dvoma členmi **2.6** vznikne vzťah:

$$x \doteq r(1 - \cos \alpha) + l \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2} \lambda^2 \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \right) \right] \quad [m] \quad (2.8)$$

Tento vzťah je možné upraviť do podoby:

$$x \doteq r(1 - \cos \alpha) + \frac{r}{\lambda} \left(\frac{1}{2} \lambda^2 \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \right) \quad [m] \quad (2.9)$$

Po tejto dielčej úprave je potrebná ďalšia úprava do výslednej podoby vzťahu, ktorý je vhodný pre ďalšie použitie pri výpočtoch. Približný výsledný vzťah pre aktuálnu polohu piestu je:

$$x \doteq r \left[(1 - \cos \alpha) + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha) \right] \quad [m] \quad (2.10)$$

Z uvedeného vyplýva že vzťah **2.10** je súčtom prvých dvoch harmonických zložiek rozkladu podľa binomickej vety. Prvá a druhá harmonická zložka majú tvar:

$$x_1 = r(1 - \cos \alpha) \quad [m] \quad (2.11)$$

$$x_2 = r \frac{\lambda}{4} (1 - \cos 2\alpha) \quad [m] \quad (2.12)$$

Na obrázku **2.2** je zobrazený tvar krivky zodpovedajúci celkovej dráhe piestu, 1. harmonickej zložke a 2. harmonickej zložke. [1][2][3][4][5][6][8]



Obrázok 2.2: Dráha piesta v závislosti na uhle natočenia KH

2.1.2. Rýchlosť piesta

Na rýchlosť piesta je možné uplatniť dva prístupy. Prvý je z hľadiska okamžitej hodnoty rýchlosti piesta a druhý je z hľadiska strednej rýchlosti piesta. Stredná piestová rýchlosť c je daná vzťahom:

$$c = 2 \cdot Z \cdot n \quad [m \cdot s^{-1}] \quad (2.13)$$

kde Z je zdvih piesta a n sú otáčky klukového hriadeľa.

Rovnicu pre výpočet okamžitej rýchlosti piesta je možné získať deriváciou rovnice polohy (dráhy) piesta podľa času. To znamená, že rovnica pre výpočet dráhy sa bude riadiť úpravou podľa vzťahu:

2.1. KINEMATIKA KLUKOVÉHO MECHANIZMU

$$v = \frac{ds}{dt} [m \cdot s^{-1}] \quad (2.14)$$

Rovnako budeme postupovať aj pri derivácii uhlu α :

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} [rad \cdot s^{-1}] \quad (2.15)$$

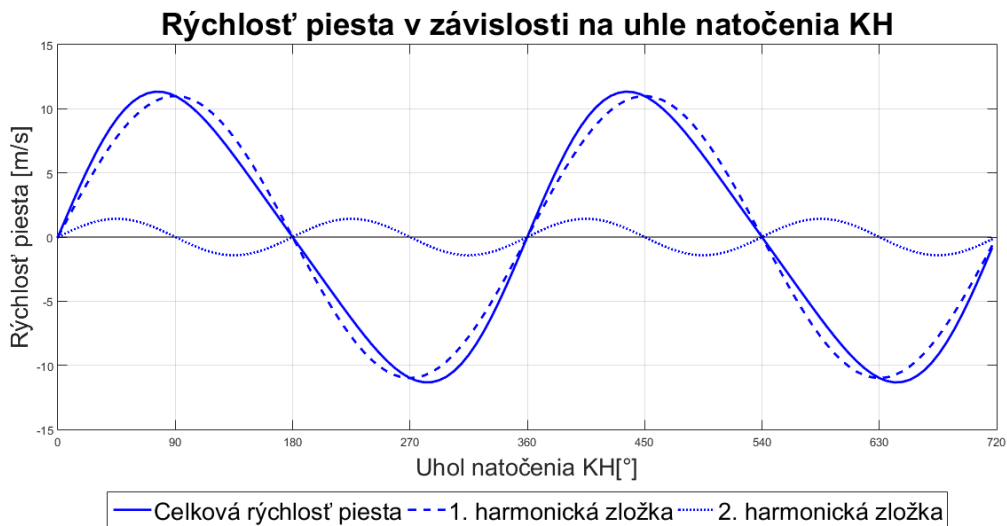
Deriváciou rovnice dráhy piestu vznikne rovnica rýchlosti v tvare:

$$v \doteq r\omega(\sin \alpha + \frac{\lambda}{2}\sin 2\alpha) [m \cdot s^{-1}] \quad (2.16)$$

Rovnica rýchlosti piesta sa rovnako ako pri dráhe skladá z prvej a druhej harmonickej zložky, ktoré majú tvar:

$$v_1 = r\omega(\sin \alpha) [m \cdot s^{-1}] \quad (2.17)$$

$$v_2 = r\omega\frac{\lambda}{2}(\sin 2\alpha) [m \cdot s^{-1}] \quad (2.18)$$



Obrázok 2.3: Rýchlosť piesta v závislosti na uhle natočenia KH

Na obrázku **2.3** je zobrazený priebeh rýchlosti piesta v závislosti na uhle natočenia KH vrátane 1. a 2. harmonickej zložky rýchlosti pre motor s rovnakými parametrami ako pri zobrazení priebehu dráhy piesta. [1][2][3][4][5][6][8]

2.1.3. Zrýchlenie piesta

Ďalšou kinematickou veličinou využívanou pri výpočte klukového mechanizmu je zrýchlenie piesta. Rovnica pre zrýchlenie piesta je daná deriváciou rovnice rýchlosti piesta podľa času, resp. druhou deriváciou rovnice polohy piesta podľa času. Matematicky vyjadrené:

$$a = \frac{da}{dt} [m \cdot s^{-2}] \quad (2.19)$$

alebo

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} \quad [m \cdot s^{-2}] \quad (2.20)$$

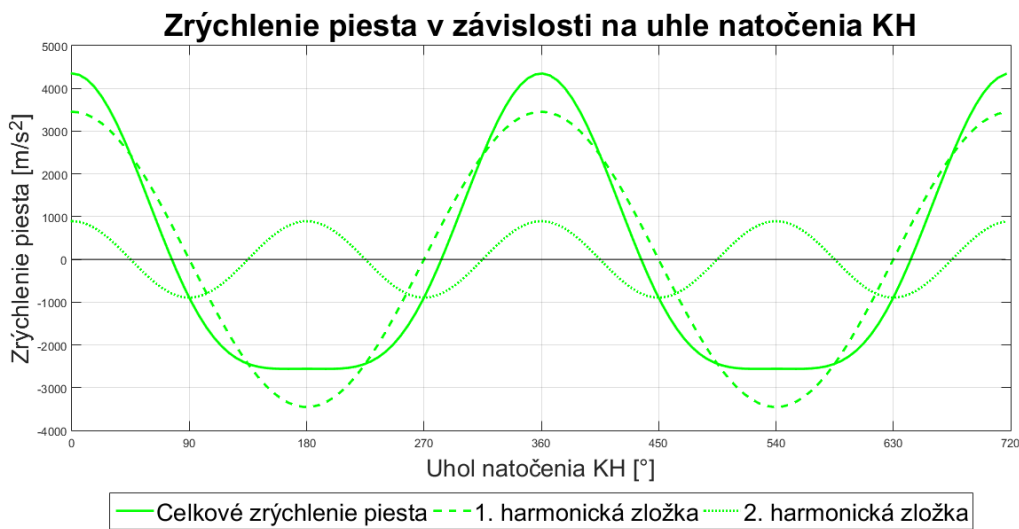
Deriváciou rovnice rýchlosti podľa času dostaneme rovnicu zrýchlenia piesta v tvare:

$$a \doteq r\omega^2(\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha) \quad [m \cdot s^{-2}] \quad (2.21)$$

Rovnako ako pri polohe a rýchlosti piesta sa táto rovnica skladá z 1. a 2. harmonickej zložky:

$$a_1 = r\omega^2 \cos \alpha \quad [m \cdot s^{-2}] \quad (2.22)$$

$$a_2 = r\omega^2 \lambda \cos 2\alpha \quad [m \cdot s^{-2}] \quad (2.23)$$



Obrázok 2.4: Zrýchlenie piesta v závislosti na uhle natočenia KH

Na obrázku **2.4** je zobrazený priebeh zrýchlenia piesta v závislosti na uhle natočenia KH. Zobrazené sú tiež 1. a 2. harmonická zložka, ktorých súčet vytvára celkové zrýchlenie piesta. [1][2][3][4][5][6][8]

2.1.4. Pohyb ojnice

Pri práci spalovacieho motora ojnice vykonáva všeobecný rovinný pohyb, čo znamená že časť ojnice vykonáva priamočiary vratný pohyb s celou piestnou skupinou a súčasne časť ojnice vykonáva rotačný pohyb s čapom na kľukovom hriadeli. Pohyb ojnice je charakterizovaný uhlom odklonu ojnice. Tento uhol je priamo závislý na uhle natočenia KH. Rovnako ako pri pieste aj pri ojnici je možné odvodiť kinematické rovnice určujúce pohyb ojnice v závislosti na uhle natočenia KH. Závislosť je daná vzťahom odvodeného z rovnice **2.3**:

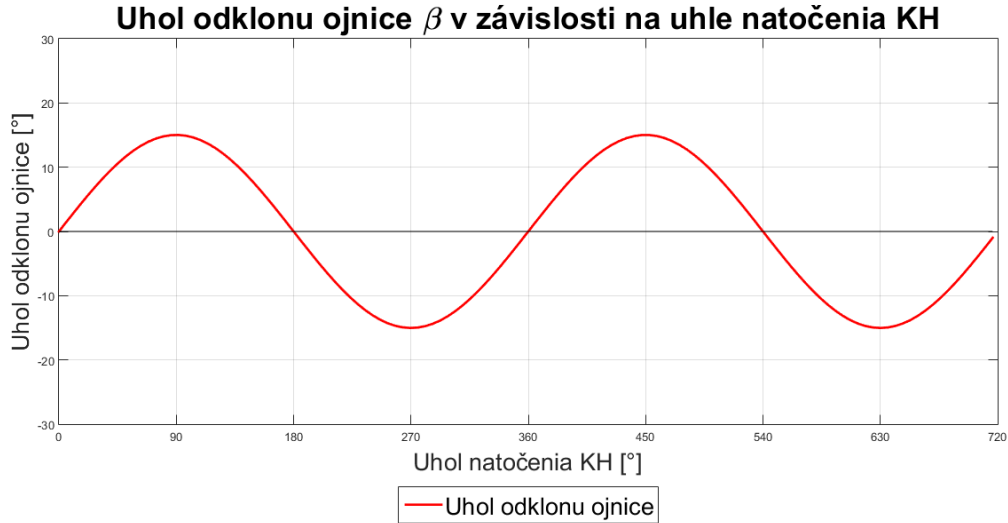
$$\sin \beta = \lambda \sin \alpha \quad (2.24)$$

Z rovnice **2.24** je možné vyjadriť závislosť uhla β na uhle natočenia KH, a to v tvare:

2.1. KINEMATIKA KLUKOVÉHO MECHANIZMU

$$\beta = \arcsin(\lambda \sin \alpha) \quad [^\circ] \quad (2.25)$$

Týmto vzťahom je teda vyjadrená závislosť uhla odklonu ojnice na uhle natočenia KH, čo je zobrazené na obrázku 2.5.



Obrázok 2.5: Uhol odklonu ojnice v závislosti na uhle natočenia KH

Z rovnice polohy ojnice dostaneme vzťah pre výpočet uhlovej rýchlosti ojnice použitím časovej derivácie. Z toho vyplýva:

$$\omega_o = \frac{d\beta}{dt} \quad [rad \cdot s^{-1}] \quad (2.26)$$

Tento vzťah je možné rozšíriť zlomkom $\frac{d\alpha}{d\alpha} = 1$ a jeho hodnota sa nebude meniť, keďže sa vynásobí hodnotou 1. Potom rovnica pre výpočet uhlovej rýchlosti ojnice nadobudne tvar:

$$\omega_o = \frac{d\beta}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = \omega \frac{d\beta}{d\alpha} \quad [rad \cdot s^{-1}] \quad (2.27)$$

Po derivácii vzťahu 2.24 dostaneme rovnicu:

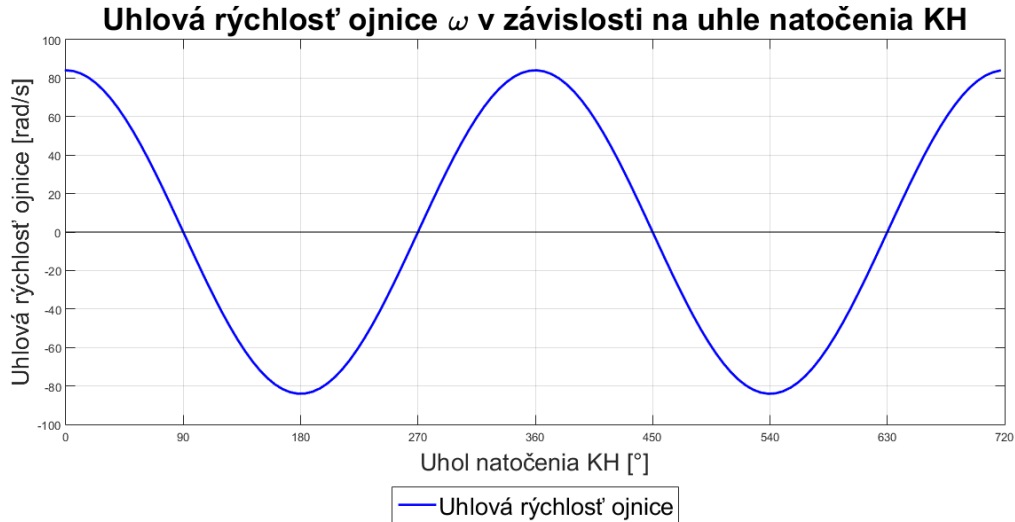
$$\cos \beta \, d\beta = \lambda \cos \alpha \, d\alpha \quad (2.28)$$

Z tejto rovnice je možné vyjadriť podiel $\frac{d\beta}{d\alpha}$ a dosadiť do rovnice 2.27, z čoho vyplýva rovnica:

$$\omega_o = \omega \frac{\lambda \cos \alpha}{\cos \beta} \quad [rad \cdot s^{-1}] \quad (2.29)$$

Konečný vzťah pre výpočet uhlovej rýchlosti ojnice dostaneme po dosadení rovnice z kinematiky polohy piesta 2.4 do rovnice 2.29 a to v tvare:

$$\omega_o = \omega \lambda \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}} \quad [rad \cdot s^{-1}] \quad (2.30)$$



Obrázok 2.6: Uhlová rýchlosť ojnice v závislosti na uhle natočenia KH

Na obrázku **2.6** je zobrazený priebeh uhlovej rýchlosti ojnice v závislosti na uhle natočenia KH.

Časovou deriváciou vzťahu pre výpočet uhlovej rýchlosti ojnice dostaneme rovnicu pre výpočet uhlového zrýchlenia ojnice, teda:

$$\epsilon_o = \frac{d\omega_o}{dt} \quad [rad \cdot s^{-2}] \quad (2.31)$$

Tento vzťah rovnako ako pri uhlovej rýchlosti rozšírime zlomkom $\frac{d\alpha}{d\alpha}$, ktorý nadobúda hodnota 1. Z toho vyplýva že hodnota že jeho hodnota sa meniť nebude.

$$\epsilon_o = \frac{d\omega_o}{d\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = \omega \frac{d\omega_o}{d\alpha} \quad [rad \cdot s^{-2}] \quad (2.32)$$

Po dosadení do tohto vzťahu a následnej derivácii dostávame vzťah pre výpočet uhlového zrýchlenia ojnice:

$$\epsilon_o = -\omega^2 \lambda \frac{(1 - \lambda^2) \sin \alpha}{(1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} \quad [rad \cdot s^{-2}] \quad (2.33)$$

Tento vzťah vyjadruje presný výpočet uhlového zrýchlenia ojnice. V praxi je ale možné tento vzťah rozvinúť, rovnako ako pri výpočte polohy piesta, do binomického rozkladu a uvažovať iba prvé členy, teda prvé dve harmonické zložky rozvoja.

$$\epsilon_o \doteq -\omega^2 \lambda \left[\left(1 + \frac{1}{8} \lambda^2\right) \sin \alpha - \frac{3}{8} \lambda^2 \sin 3\alpha \right] \quad [rad \cdot s^{-2}] \quad (2.34)$$

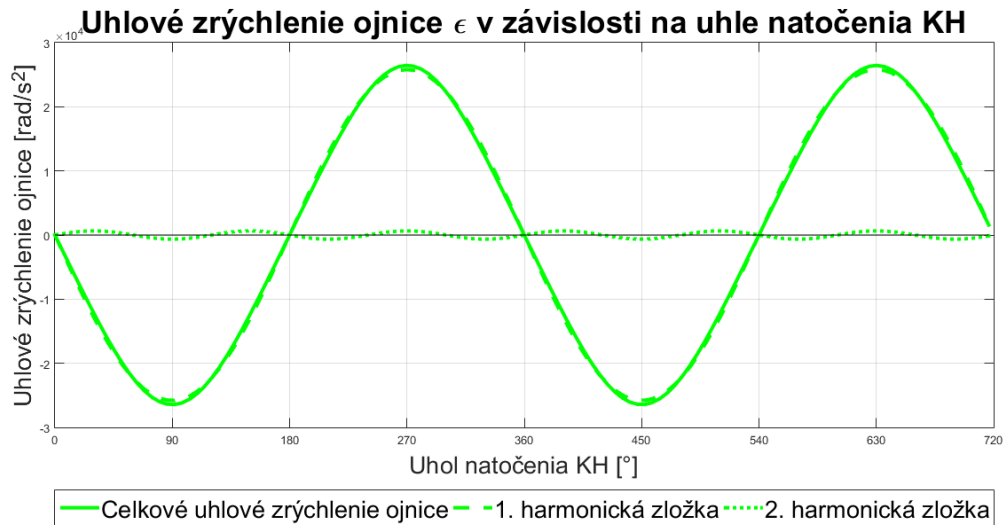
Z rovnice **2.34** je možné vyjadriť 1. a 2. harmonickú zložku uhlového zrýchlenia ojnice:

$$\epsilon_{oI} = -\omega^2 \lambda \left(1 + \frac{1}{8} \lambda^2\right) \sin \alpha \quad [rad \cdot s^{-2}] \quad (2.35)$$

$$\epsilon_{oII} = \omega^2 \lambda^3 \frac{3}{8} \sin 3\alpha \quad [rad \cdot s^{-2}] \quad (2.36)$$

2.1. KINEMATIKA KLUKOVÉHO MECHANIZMU

Priebeh uhlového zrýchlenia ojnice spolu s priebehom 1. a 2. harmonickej zložky je zobrazený na obrázku 2.7.

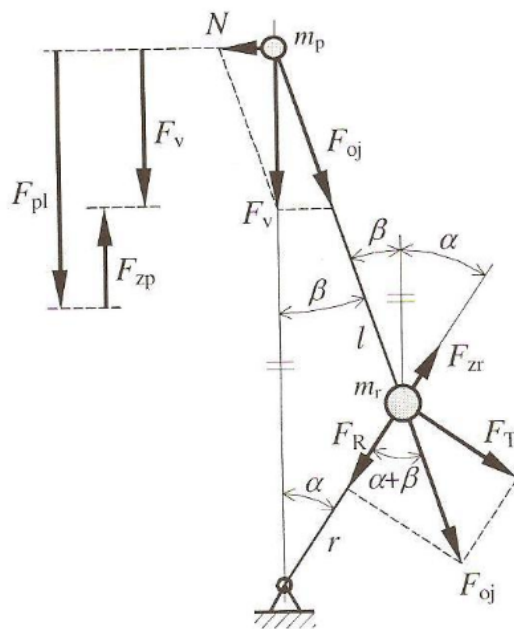


Obrázok 2.7: Uhlové zrýchlenie ojnice v závislosti na uhle natočenia KH

V tejto kapitole bol popísaný kinematický rozbor klukového mechanizmu. Hlavným dôvodom je využitie odvodených vzťahov v dynamickom rozbere klukového mechanizmu a tiež pri analýze vyvažovania hnacieho ústrojenstva motora. Uvedené priebehy slúžia iba na všeobecnú ilustráciu priebehov kinematických veličín a neplatia pre motor klukový mechanizmus uvažovaný v tejto práci. V nasledujúcej kapitole je klukový mechanizmus zobrazený z dynamického a silového hľadiska. [1][2][3][4][5][6][8]

2.2. Dynamický a silový rozbor klukového mechanizmu

V nasledujúcej podkapitole budú popísané sily pôsobiace v klukovom mechanizme motora.



Obrázok 2.8: Sily pôsobiace v klukovom mechanizme motora [1]

Popis veličín na obrázku:

α - uhol natočenie klukového hriadeľa

β - uhol výkyvu ojnice

m_p - hmotnosť posuvných častí

m_r - hmotnosť rotujúcich častí

l - dĺžka ojnice

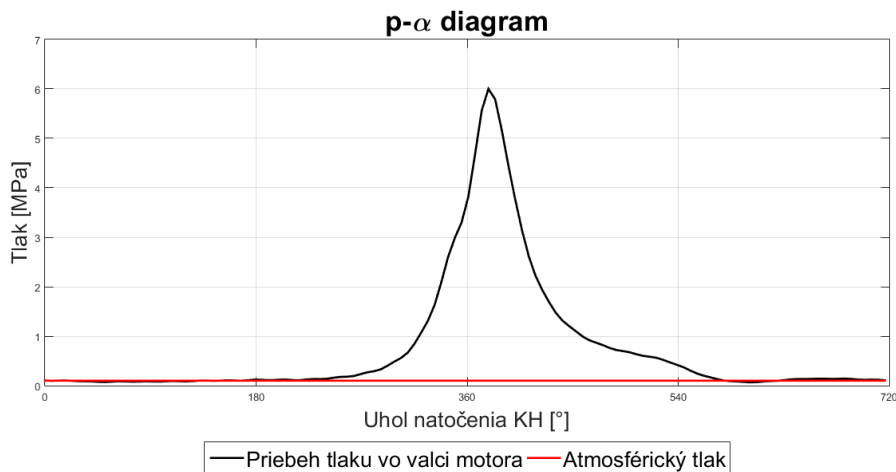
r - dĺžka ramena klukového hriadeľa

Sily pôsobiace v mechanizme motora podľa 2.8 :

- a) **Sila od tlaku plynov** F_p
- b) **Výsledná sila** F_V
- c) **Ojničná sila** F_{oj}
- d) **Sila** F_N
- e) **Zotrvačné sily** F_z

2.2.1. Sila od tlaku plynov F_p

Sila od tlaku plynov vzniká vnútri spaľovacieho priestoru počas horenia zmesi paliva so vzduchom. Jej veľkosť sa mení v závislosti na veľkosti tlaku v spaľovacom priestore, ktorý pôsobí na steny valca, plochu hlavy valca a plochu piesta. Tento tlak je závislý na uhle natočenia kľukového hriadeľa z čoho vyplýva, že pri práci motora sa tlak, resp. sila od tlaku plynov mení. Závislosť tlaku od natočenia kľukového hriadeľa v jednom valci spaľovacieho motora je znázornená na obrázku 2.9.



Obrázok 2.9: Priebeh tlaku v jednom valci motora

So silou od tlaku plynov je nutné počítať nielen pri výpočtoch síl v mechanizme motora, ale aj pri výpočtoch kmitania rozvodového mechanizmu. Taktiež je potrebné zobrať túto silu do úvahy pri pevnostných výpočtoch piesta, kľukového hriadeľa, hlavy valcov, bloku motora a iných mechanicky namáhaných častí motora. Na výpočet tejto sily môžeme použiť rovnicu:

$$F_p = \frac{\pi D^2}{4} \cdot (p - p_0) \quad [N] \quad (2.37)$$

kde D je priemer piestu valca, p je absolútny tlak vnútri valca a p_0 je atmosférický tlak, resp. tlak v okolí kľukového hriadeľa. Silu od tlaku plynov je možno rozložiť na normálovú zložku N , ktorú zachytáva stena valca a na ojnicnú silu F_o , ktorá sa prenáša v smere osy ojnice na kľukový hriadeľ.

2.2.2. Výsledná sila F_V

Výsledná sila pôsobiaca na piest, ktorá pôsobí v mieste osy otáčania piestneho čapu v smere osy valca. Je daná vektorovým súčtom sily od tlaku plynov a zotrvačnej sily od posuvných častí:

$$\vec{F}_V = \vec{F}_p + \vec{F}_{zp} \quad (2.38)$$

2.2.3. Ojničná sila F_{oj}

Je to zložka sily od tlaku plynov, ktorá pôsobí v smere osy ojnice. Ojnica túto silu prenáša na čap klukového hriadeľa, kde sa táto sila rozloží na tangenciálnu F_t a radiálnu F_r zložku. Ojničnú silu vypočítame pomocou uhla odklonu ojnice a výslednej sily pôsobiacej na piest:

$$F_{oj} = \frac{F_V}{\cos\beta} \quad [N] \quad (2.39)$$

Pomocou goniometrických funkcií je možné vypočítať tangenciálnu aj radiálnu zložku ojničnej sily:

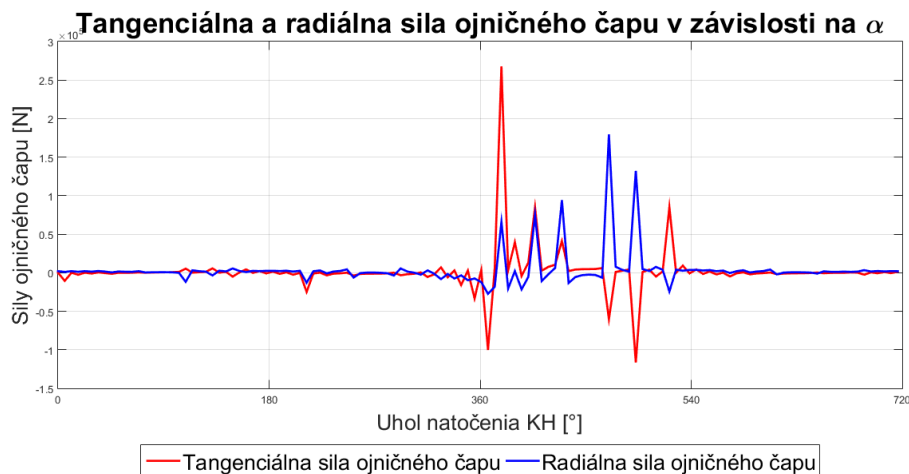
- Tangenciálna zložka:

$$F_t = F_{oj} \cdot \sin(\alpha + \beta) \quad [N] \quad (2.40)$$

Tangenciálna zložka pôsobiaca na ojničný čap klukového hriadeľa vo vzdialenosti r (rameno kľuky) vytvára krútiaci moment, ktorý spolu s krútiacimi momentmi od zvyšných valcov motora (v prípade viacvalcových motorov) vytvárajú výsledný krútiaci moment na výstupnom hriadeľi motora. [1][2][3][4][5][6][8]

- Radiálna zložka:

$$F_r = F_{oj} \cdot \cos(\alpha + \beta) \quad [N] \quad (2.41)$$



Obrázok 2.10: Tangenciálna a radiálna sila na ojničnom čape

2.2.4. Sila F_N

Normálová zložka sily od tlaku plynov zachytená stenou valca. Je daná výslednou silou na piest a uhlom odklonu ojnice:

$$F_N = F_V \cdot \operatorname{tg}\beta \quad [N] \quad (2.42)$$

2.2.5. Zotrvačné sily

Počas práce piestového spaľovacieho motora dochádza k vratnému priamočiaremu pohybu hmôt a k rotačnému pohybu hmôt, z čoho vyplýva vznik zotrvačných síl. Ako bolo spomenuté vyššie, zotrvačné sily majú na motory negatívne účinky, ktoré je potrebné eliminovať. Môžu však pôsobiť aj priaznivo. To sa prejaví v situáciách kedy zotrvačné sily pôsobia proti silám od tlaku plynu. Vykompenzujú ich účinok a tým znižujú mechanické namáhanie klukového mechanizmu. Tieto zotrvačné sily sa podľa zdroja vzniku delia na:

1.) Zotrvačné sily posuvných častí F_{zp}

Na základe nerovnomerného priamočiareho pohybu piestu, resp. celej piestnej skupiny dochádza ku vzniku zotrvačných síl posuvných častí. Za posuvné časti považujeme piestnu skupinu, ktorá sa skladá z piestu, piestnych krúžkov a piestneho čapu. Medzi hmotnosť piestnej skupiny však musíme započítať aj časť hmotnosti ojnice, ktorá vykonáva posuvný pohyb. Hmotnosť ojnice sa redukuje do dvoch bodov (bude vysvetlené neskôr). Výpočet zotrvačných síl posuvných častí je možné dosiahnuť súčinom zrýchlenia a hmotnosti častí, ktoré vykonávajú priamočiary vratný pohyb. Hmotnosť posuvných častí je daná rovnicou:

$$m_p = m_{piest} + m_{piestny\ ap} + m_{piestne\ krky} + m_{pho} \quad [kg] \quad (2.43)$$

kde sú započítané hmotnosti piestu, piestneho čapu, piestnych krúžkov a posuvnej hmoty ojnice. Hmotnosť posuvných hmôt sa v súčine so zrýchlením používa pre výpočet zotrvačných síl posuvných častí v tvare:

$$F_{zp} = m_p \cdot a \quad [N] \quad (2.44)$$

kde m_p je hmotnosť posuvných hmôt a a je zrýchlenie. Do uvedeného vzťahu sa za zrýchlenie dosadí rovnica **2.21** z kinematickej analýzy klukového mechanizmu a tým vznikne vyjadrenie zotrvačnej sily posuvných častí:

$$F_{zp} = m_p \cdot r\omega^2(\cos \alpha + \lambda \cos 2\alpha) \quad [N] \quad (2.45)$$

Po roznásobení jednotlivých členov dostaneme vzťah pre výpočet zotrvačnej sily posuvných častí v tvare súčtu dvoch harmonických zložiek:

$$F_{zp} = m_p \cdot r\omega^2 \cos \alpha + m_p \cdot r\omega^2 \lambda \cos 2\alpha \quad [N] \quad (2.46)$$

kde jednotlivé harmonické zložky sú v tvare:

$$F_{zpI} = m_p \cdot r\omega^2 \cos \alpha \quad [N] \quad (2.47)$$

$$F_{zpII} = m_p \cdot r\omega^2 \lambda \cos 2\alpha \quad [N] \quad (2.48)$$

Tieto sily sú voľné a teda nie sú prirodzene vyvážené. Znamená to, že sa nedajú úplne eliminovať a preto z hľadiska vyvažovania sú tieto zápisy dôležité. Je možné ich dostať rozložením rovnice pre výpočet zotrvačnej sily po dosadení zrýchlenia z

2.2. DYNAMICKÝ A SILOVÝ ROZBOR KLUKOVÉHO MECHANIZMU

kapitoly kinematického rozboru klukového hriadeľa. Alebo, dosadením príslušnej harmonickej zložky do rovnakej rovnice. V prípade zámeru vyvážiť zotrvačné sily, v tomto prípade druhého rádu, je potrebné brať ohľad na dvojnásobnú hodnotu argumentu kosínusu. To znamená že pri použití vyvažovacieho hriadeľa musí mať dvojnásobnú uhlovú rýchlosť v porovnaní s klukovým hriadelom motora. Samozrejme, je potrebné zvážiť ktorý rád je dominantný a bude sa vyvažovať hriadelmi.

Normálová sila F_N pôsobiaca na ramene b , čo je vzdialenosť medzi osou otáčania klukového hriadeľa a osou otáčania piestneho čapu, spôsobuje voľný priečny moment klopný moment M_K :

$$M_K = F_N \cdot b = F_V \cdot tg\beta \quad [Nm] \quad (2.49)$$

Vzdialenosť b je odvodená pomocou goniometrických funkcií z geometrie klukového mechanizmu a nadobúda tvar:

$$b = r \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \quad [m] \quad (2.50)$$

Uvedenú rovnicu vzdialenosti b je možné dosadiť do rovnice pre klopný moment a tým vznikne konečná rovnica klopného momentu vyvolaného zotrvačnou silou posuvných častí:

$$M_{Kp} = F_N \cdot r \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \quad [Nm] \quad (2.51)$$

Tangenciálna zložka zotrvačnej sily pôsobiaca v ose čapu ojníčného ložiska klukového hriadeľa vyvoláva krútiaci moment, ktorého vzťah pre výpočet je možné odvodiť:

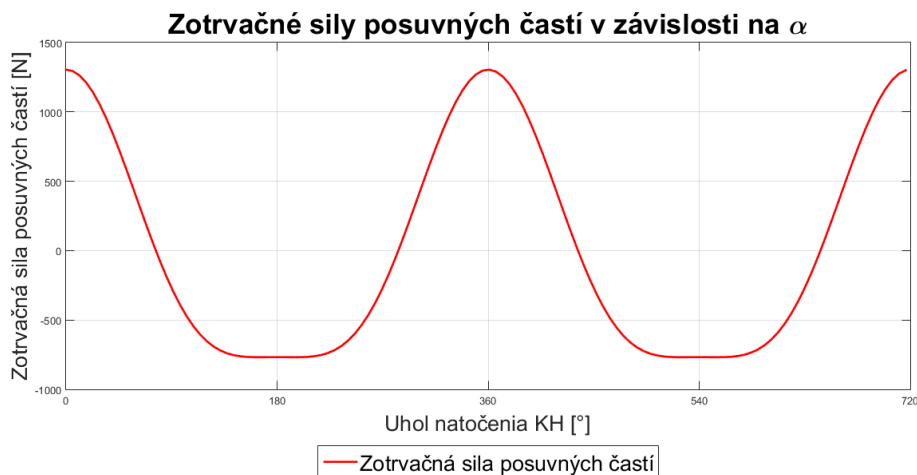
$$M_{Tp} = F_t \cdot r = F_{oj} \cdot \sin(\alpha + \beta) \cdot r = N \cdot r \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \quad [Nm] \quad (2.52)$$

Z uvedeného vyplýva rovnosť klopného a krútiaceho momentu, ktoré sú vyvolané zotrvačnými silami posuvných častí.

$$M_{Kp} = M_{Tp} \quad [Nm] \quad (2.53)$$

Na obrázku **2.11** je zobrazený priebeh zotrvačných síl posuvných častí v závislosti na uhle natočenia KH.

2.2. DYNAMICKÝ A SILOVÝ ROZBOR KLUKOVÉHO MECHANIZMU



Obrázok 2.11: Zotrvačné sily posuvných častí

2.) Zotrvačné sily rotujúcich častí F_{zr}

V súvislosti so zotrvačnými silami rotujúcich častí sa bude uvažovať konštantná uhlová rýchlosť klukového hriadeľa. Zotrvačné sily rotujúcich častí vznikajú na základe rotačného pohybu klukového hriadeľa. Sú to voľné sily, čo znamená že nie sú prirodzene vyvážené. Medzi hmoty vykonávajúce rotačný pohyb, ktoré vyvolávajú zotrvačné sily rotujúcich častí patrí redukovaná hmotnosť zalomenia KH, hmotnosť ojnicového čapu KH a časť hmotnosti ojnice vykonávajúca rotačný pohyb. Hmotnosť zalomenia KH sa redukuje do osy ojnicového čapu a leží na ramene r od osy otáčania KH a pričíta sa k hmotnosti zvyšných rotujúcich častí. Znamená to, že redukovaná hmotnosť na ramene r vyvoláva rovnakú silu, ako hmotnosť zalomenia na ramene r_i . Z toho vyplýva rovnosť odstredivých síl redukovanej hmotnosti a skutočnej hmotnosti zalomenia:

$$\sum m_i r_i \omega^2 = m_R r \omega^2 \quad (2.54)$$

Po zjednodušení:

$$\sum m_i r_i = m_R r \quad (2.55)$$

kde m_R je spomínaná redukovaná hmotnosť rotujúcich hmôt do osy rotácie ojnicového čapu. Túto hmotnosť m_R je možné určiť pomocou vzorca pre jej výpočet:

$$m_R = m_{zal} \frac{r_{zal}}{r} + m_{OR} \quad [kg] \quad (2.56)$$

kde m_{zal} je hmotnosť zalomenia KH, r_{zal} je polomer ťažiska zalomenia KH a m_{OR} je časť hmotnosti ojnice, ktorá vykonáva rotačný pohyb a leží priamo na ramene r .

Otáčaním KH vzniká odstredivá sila, ktorá je silou zotrvačnou. V prípade stálej uhlovej rýchlosti nemení svoju veľkosť, ale mení smer a vždy smeruje od osy otáčania KH.

Odstredivú silu vznikajúcu pri rotačnom pohybe KH je možné vypočítať pomocou vzorca:

2.2. DYNAMICKÝ A SILOVÝ ROZBOR KLUKOVÉHO MECHANIZMU

$$F_{zr} = m_R r \omega^2 \quad [N] \quad (2.57)$$

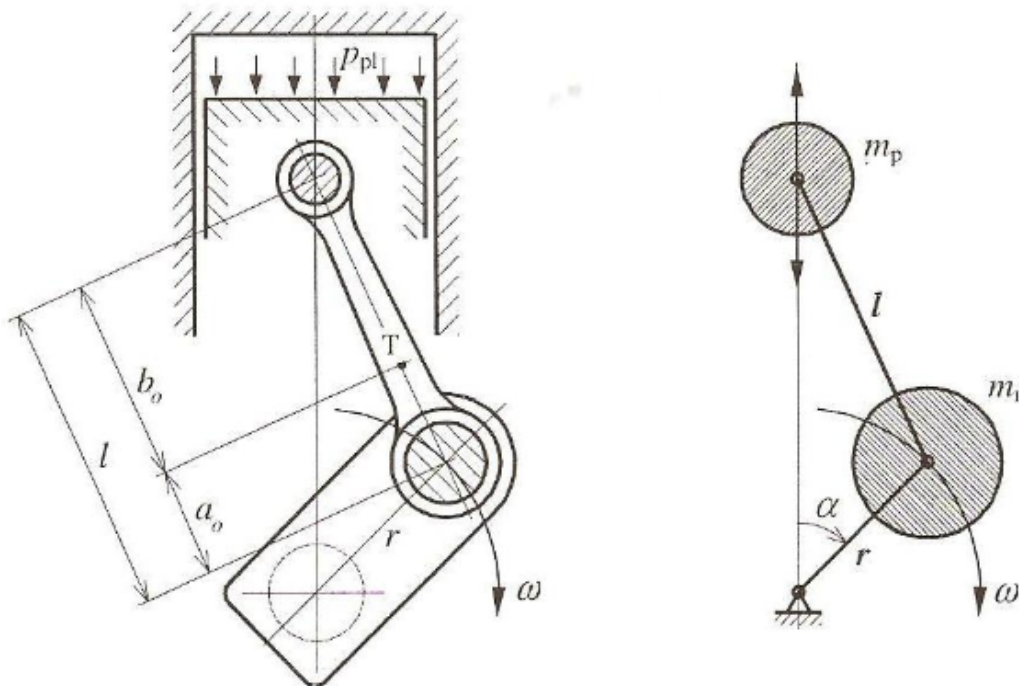
Po dosadení redukovanej hmotnosti nadobudne tento vzťah tvar:

$$F_{zr} = \left(m_{zal} \frac{r_{zal}}{r} + m_{OR} \right) r \omega^2 \quad [N] \quad (2.58)$$

Táto kapitola popisovala klukový mechanizmus z hľadiska dynamického a silového.
[1][2][3][4][5][6][8]

2.3. Redukcia hmotnosti ojnice

Ako bolo spomenuté vyššie, ojnica pri pohybe kľukového mechanizmu vykonáva všeobecný rovinný pohyb. Z tohto dôvodu je potrebné hmotnosť ojnice rozdeliť tak, aby jedna jej časť vykonávala iba rotačný pohyb a zvyšok vykonával iba priamočiary pohyb. Redukcia hmotnosti ojnice sa vykonáva kvôli značnému uľahčeniu výpočtu, keďže rovinný pohyb by výpočet komplikoval. Rozdelenie prebieha formou redukcie hmotnosti ojnice do dvoch hmotných bodov. Jedným z týchto bodov je os otáčania piestneho čapu. Redukovaná hmotnosť ojnice v tomto bode sa sčítava s hmotnosťami posuvných častí. Druhým bodom je os otáčania ojničného čapu kľukového hriadeľa. Redukovaná hmotnosť ojnice v tomto bode sa sčítava s hmotnosťami rotujúcich častí kľukového mechanizmu. Pre vykonanie redukcie hmotnosti ojnice musia byť dodržané 2 statické a 1 dynamická podmienka.



Obrázok 2.12: Parametre ojnice a schéma náhradnej sústavy [1]

Týmito podmienkami sú:

- 1.) Pôvodná hmotnosť ojnice sa rovná súčtu redukovaných hmotností oboch hmotných bodov náhradnej sústavy ojnice. Matematicky môžeme túto podmienku vyjadriť takto:

$$m_o = m_{oP} + m_{oR} \quad [kg] \quad (2.59)$$

- 2.) Poloha ťažiska náhradnej sústavy musí byť zhodná s polohou skutočnej ojnice, čo je matematicky vyjadrené:

$$m_{oR} \cdot a_o = m_{oP} \cdot b_o \quad [kg] \quad (2.60)$$

Kombináciou oboch vyššie uvedených rovníc je možné vypočítať obe hmotnosti ojnice:

$$m_{oP} = m_o \frac{b_o}{a_o + b_o} = m_o \frac{b_o}{l} \quad [kg] \quad (2.61)$$

$$m_{oR} = m_o \frac{a_o}{a_o + b_o} = m_o \frac{a_o}{l} \quad [kg] \quad (2.62)$$

- 3.) Moment zotrvačnosti hmotných bodov náhradnej sústavy k ťažisku musí byť rovný momentu zotrvačnosti skutočnej ojnice k ťažisku.

Momentu zotrvačnosti náhradnej sústavy k ťažisku:

$$I_{on} = m_{oP} \cdot a_o^2 + m_{oR} \cdot b_o^2 \quad [kg \cdot m^2] \quad (2.63)$$

Moment zotrvačnosti skutočnej ojnice k ťažisku sa zistí buď z virtuálneho modelu ojnice, alebo experimentálne zo skutočnej ojnice. Aby platila posledná podmienka redukcie hmotnosti ojnice, musí byť splnená rovnosť momentu zotrvačnosti náhradnej sústavy a skutočnej ojnice, teda:

$$I_{On} = I_o \quad [kg \cdot m^2] \quad (2.64)$$

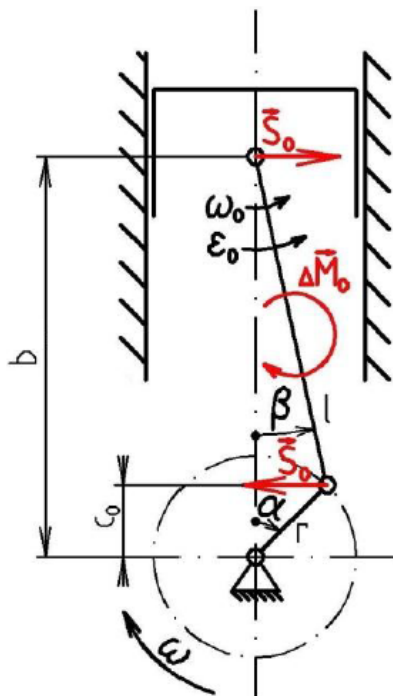
Pri dvojbodovej redukcii však táto rovnosť nemusí platiť, v tom prípade dynamika náhradnej sústavy nie je zhodná s dynamikou skutočnej ojnice. V tomto prípade sa zavádza tzv. kompenzačný moment pre náhradnú sústavu, ktorý kompenzuje rozdiel v momentoch zotrvačnosti. Rozdiel momentov zotrvačnosti je daný rovnicou:

$$\Delta I_o = I_{on} - I_o \quad [kg \cdot m^2] \quad (2.65)$$

Veľkosť kompenzačného momentu je možné spočítať zo vzťahu:

$$\Delta M_o = -\Delta I_o \cdot \varepsilon_o \quad [Nm] \quad (2.66)$$

Z uvedeného vzorca je možné spočítať kompenzačný moment. Jedná sa o zotrvačný moment, čo znamená že jeho kladný smer pôsobí proti pohybu klukového mechanizmu. Keďže sa jedná o moment sily, je možné ho nahradiť dvojicou síl vyvolávajúcich rovnaké účinky ako daný moment. V tomto prípade je kompenzačný moment možné nahradiť silami v piestnom a ojničnom čape. Tým sa kompenzačný moment rozpadne na dva voľné priečne momenty, ktoré vyvolávajú klopný a točivý moment.



Obrázok 2.13: Kompenzačný moment [1]

Obrázok **2.13** popisuje parametre, ktorými je vyjadrený kompenzačný moment. Sily S_O sú silová dvojica, ktorou je kompenzačný moment nahradený. Sila pôsobiaca v ose piestneho čapu na ramene b vyvoláva klopný moment, ktorý je možné spočítať z rovnice:

$$M_{oK} = S_o b = S_o \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \quad [Nm] \quad (2.67)$$

Sila pôsobiaca v ose ojničného čapu na ramene c_o vyvoláva točivý moment. Veľkosť ramena vyjadríme pomocou vzťahu:

$$c_o = r \cos \alpha \quad [m] \quad (2.68)$$

Tento vzťah je možné použiť na výpočet točivého momentu spôsobeného nahradením kompenzačného momentu silovou dvojicou:

$$M_{oT} = S_o c_o = S_o r \cos \alpha \quad [Nm] \quad (2.69)$$

V tejto kapitole bola popísaná redukcia ojnice do dvoch hmotných bodov, čo je potrebné urobiť pre uľahčenie výpočtu kľukového mechanizmu. [1][2][3][4][5][6][8]

3. Vyvažovanie spaľovacích motorov

V nasledujúcej kapitole bude popísané vyvažovanie spaľovacích motorov. Zahrnuté tu budú možnosti vyváženía motora, zjednodušujúce predpoklady, ktoré musia byť dodržané a tiež analytické výpočty na základe ktorých sa vytvárajú konštrukčné riešenia vyvažovacích prvkov. Táto kapitola bude pojednávať o teórii vyvažovania radového trojvalcového motora, ktorý je hlavným predmetom tejto diplomovej práce. Pre lepšie pochopenie celého mechanizmu vyvažovania bude v úvode tejto kapitoly zahrnutá aj teória vyvažovania jednovalcového motora.

Pri práci piestového motora s kľukovým mechanizmom dochádza k vzniku zotrvačných síl. Pri týchto strojoch je dôležité aby tieto sily boli konštrukčne vyvážené. Vznik týchto síl má rôzny pôvod, môžu to byť napríklad funkčné dôvody, teda od pohybu samotného kľukového mechanizmu, keďže v priebehu jeho funkcie dochádza k pohybu hmotných častí. Ďalšími dôvodmi môžu byť výrobné nepresnosti, nerovnomernosť materiálu alebo nerovnomerná deformácia súčastí počas prevádzky.

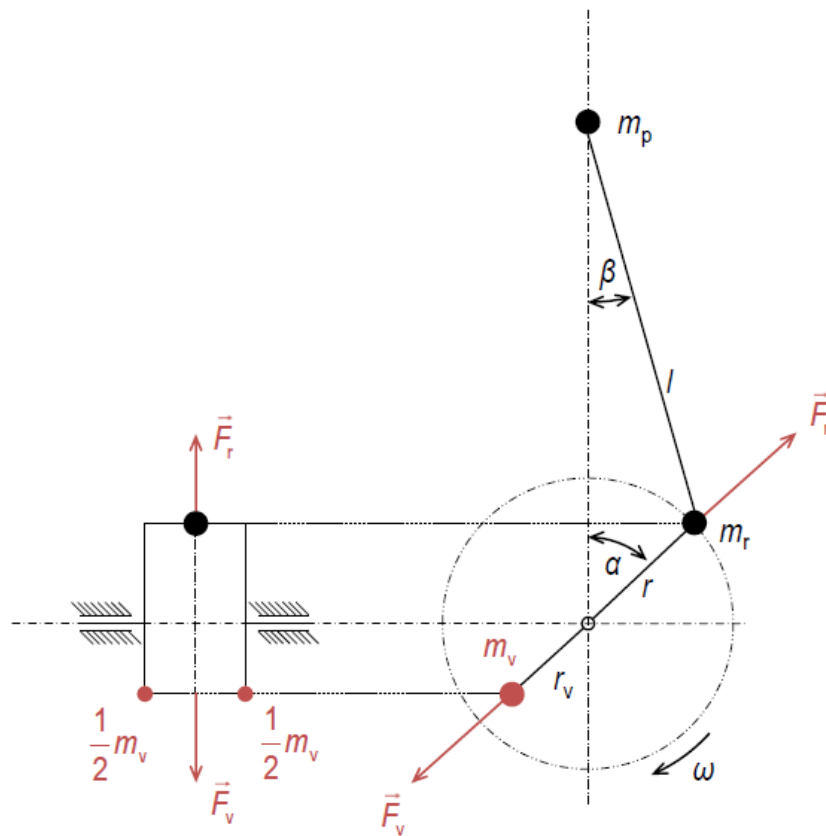
Účinky vzniknutých zotrvačných síl a momentov sa odstraňujú alebo aspoň zmierňujú vyvažovaním. Najjednoduchší spôsob vyváženía prebieha správnou voľbou konštrukcie kľukového hriadeľa, resp. správnou voľbou poradia zapalovania. Jedná sa o prirodzené vyváženie, kedy dvojica súčasne vznikajúcich síl sa svojimi účinkami kompenzuje. V praxi však často prirodzené vyváženie nestačí a z toho dôvodu sa ku kľukovému mechanizmu pridávajú vývažky. Tie sa umiestňujú v takých miestach aby svojimi účinkami vyvážili zotrvačné sily a momenty mechanizmu. Týmto spôsobom sa dosiahne chod motora, ktorý je čo najviac rovnomerný a pokojný. [1][4][5][6][9][19]

3.1. Vyvažovanie jednovalcového motora

V prípade vyvažovania jednovalcového motora je potrebné hovoriť o vyvažovaní zotrvačných síl rotujúcich aj posuvných častí. Ešte pred samotnou analýzou vyvažovania klukového mechanizmu je potrebné určiť zjednodušujúce predpoklady:

- všetky súčasti klukového mechanizmu sa uvažujú ako dokonale tuhé
- stála uhlová rýchlosť otáčania KH
- trenie a gravitačné zrýchlenie sa zanedbáva
- mechanizmu sa uvažuje ako centrický

Ako bolo spomenuté v predchádzajúcej kapitole, v prípade stálej uhlovej rýchlosti zotrvačné sily rotujúcich častí nemenia svoju veľkosť. Menia iba smer, ktorý sa vždy zachováva smerom od stredu otáčania KH. Z tohto dôvodu je možné tieto sily úplne vyvážiť protizávažím, preto sa vyvažujú prednostne pred zotrvačnými silami od posuvných častí. Protizávažie vyvolá rovnaké silové účinky ako odstredivá sila na ramene r , čím dôjde k vyváženiu zotrvačných síl rotujúcich častí. Protizávažie je možné umiestniť v akomkoľvek mieste na KH. Jeho hmotnosť ale musí spĺňať rovnicu **2.54**, ktorá pojednáva o vyváženosti zotrvačných síl rotujúcich častí. Avšak, pri konštruovaní vývažkov na KH sa dbá na celkovú hmotnosť a zástavbu KH v motore.



Obrázok 3.1: Vyváženie zotrvačných síl rotujúcich častí [5]

3.1. VYVAŽOVANIE JEDNOVALCOVÉHO MOTORA

Na obrázku **3.1** je zobrazený spôsob vyvažovania zotrvačných síl od rotujúcich častí pomocou vývažku umiestneného na opačnej strane KH v hmotnosťou m_V na ramene r_V od osy otáčania KH. Na obrázku je tiež vidieť rozmiestnenie vývažkov na zalomeniach klukového hriadeľa. Umiestňujú sa na zalomenia po oboch stranách, kde na každej strane je polovičná hmotnosť vývažku. Toto rozmiestnenie zabraňuje vzniku ďalších pozdĺžnych momentov v klukovom mechanizme. Spoločne tieto polovičné vývažky vyvolávajú silu, ktorá kompenzuje silové účinky zotrvačných síl rotujúcich častí.

Matematicky je možné toto vyváženie vyjadriť vzorcom:

$$F_{zr} = F_{Vr} \quad [N] \quad (3.1)$$

resp.

$$m_V r_V \omega^2 = m_R r \omega^2 \quad (3.2)$$

Z rovnice **3.2** je možné vyjadriť hmotnosť uvažovaných vývažkov v tvare:

$$m_V = m_R \frac{r}{r_V} \quad [kg] \quad (3.3)$$

Použitím vývažku o hmotnosti m_V na ramene r_V sú zotrvačné sily rotujúcich častí pre jednovalcový motor úplne vyvážené. Podobne ako v uvedenej rovnici je možné vyjadriť aj rameno vývažku. Záleží to na voľbe jedného z parametrov pomocou ktorého sa uvedeným vzťahom dopočíta druhý parameter.

Zotrvačné sily posuvných častí by bolo ideálne vyvážiť protizávažím s rovnakou hmotnosťou ale opačným zrýchlením ako je zrýchlenie posuvných častí. Toto riešenie by však bolo konštrukčne náročné a preto sa používa rovnaký spôsob ako pri zotrvačných silách rotačných častí. Avšak, v tomto prípade bude vyváženie posuvných síl iba čiastočné. Ak sa správne zvolí hmotnosť vývažku tak, aby platila rovnosť:

$$m_V r_V \omega^2 = m_P r \omega^2 \quad (3.4)$$

Potom dochádza k vyváženiu zotrvačných síl posuvných častí I. a II. rádu odstredivou silou vývažku v smere osi valca, teda kosínusová zložka sily. Zotrvačná sila pôsobiaca v smere kolmom na os valca ostáva nevyvážená, inými slovami, sínusová zložka sily ostáva voľná. Matematické vyjadrenie nadobúda tvar:

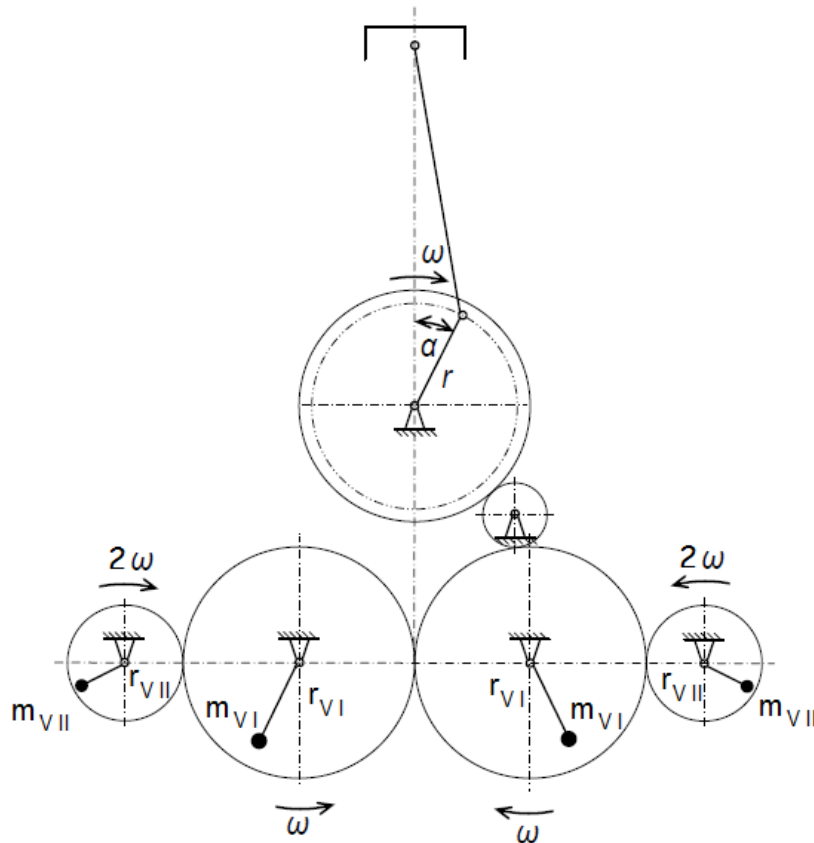
$$m_V r_V \omega^2 \cos \alpha = m_P r \omega^2 \cos \alpha = F_{vI} \quad [N] \quad (3.5)$$

a rovnica pre nevyváženú silu v smere kolmom na os valca má tvar:

$$F_{vII} = m_P r \omega^2 \sin \alpha \quad [N] \quad (3.6)$$

3.1. VYVAŽOVANIE JEDNOVALCOVÉHO MOTORA

Týmto spôsobom dochádza k vyváženiu zotrvačných síl rotujúcich častí a posuvných častí I. rádu vývažkom umiestneným na klukovom hriadeli. Sila v smere kolmom na os valca (sínusová zložka) ostáva nevyvážená spolu s druhou polovicou zotrvačnej sily od posuvných častí I. rádu. Tieto sily by sa dali vyvážiť vývažkom s rovnakou hmotnosťou a ramenom otáčania, avšak s opačným smerom rotácie okolo osy KH. Toto riešenie by však bolo konštrukčne veľmi zložité a preto sa nepoužíva. V praxi sa častejšie používa vyváženie pomocou dvoch proti sebe sa otáčajúcich vyvažovacích hriadelov. Týmto spôsobom sa dajú vyvážiť aj zotrvačné sily posuvných častí II. rádu.



Obrázok 3.3: Vyváženie zotrvačných síl posuvných častí I.a II. rádu [5]

Na obrázku **3.3** je zobrazený spôsob vyváženia zotrvačných síl od posuvných častí I. a II. rádu. Závažia o hmotnosti m_{VI} musia dokopy vyvolať rovnaký účinok ako je účinok zotrvačných síl I. rádu a vývažky o hmotnosti m_{VII} musia vyvolať účinky kompenzujúce zotrvačné sily II. rádu. Pre I. rád platí rovnosť:

$$2m_{VI}r_{VI}\omega^2 \cos \alpha = m_P r \omega^2 \cos \alpha \quad (3.10)$$

Z toho plynie rovnica pre výpočet hmotnosti vývažku:

$$m_{VI} = \frac{1}{2} m_P \frac{r}{r_{VI}} \quad [kg] \quad (3.11)$$

Rovnako tieto rovnice platia aj pre II. rád, kde je však uhlová rýchlosť dvojnásobná, keďže keďže kosínus má dvojnásobný argument ako bolo vysvetlené v predošlých kapitolách. Platí teda rovnosť:

3.1. VYVAŽOVANIE JEDNOVALCOVÉHO MOTORA

$$2m_{VII}r_{VII}(2\omega)^2 \cos 2\alpha = m_P r \omega^2 \lambda \cos 2\alpha \quad (3.12)$$

Z toho vyplýva hmotnosť pre vývažky posuvných síl II. rádu:

$$m_{VII} = \frac{1}{8} \lambda m_P \frac{r}{r_{VII}} \quad [kg] \quad (3.13)$$

Toto úplné vyváženie zotrvačných síl posuvných častí I. a II. rádu je konštrukčne zložité a preto sa používa iba pri jednovalcových skúšobných motoroch.[1][4][5][6][9][19]

3.2. Vyvažovanie radového trojvalcového motora

3.2.1. Zjednodušujúce predpoklady a prístup

Pri vyvažovaní viacvalcových motorov je nutné pripomenúť, že tu platia rovnaké zjednodušujúce predpoklady ako pri motoroch jednovalcových. Sú však doplnené o ďalšie predpoklady, ktoré vznikajú na základe faktu, že pri viacvalcových motoroch sú valce rozmiestnené v priestore. To znamená že dochádza k vzniku pozdĺžnych momentov. Tieto momenty pôsobia v rovinách prechádzajúcich osou rotácie KH. Doplňujúcimi predpokladmi teda sú:

- súčasti (piest, ojnica, zalomenie KH, atď) tvoriace jednotlivé kľukové mechanizmy valcov sú zhodné
- kľukové mechanizmy jednotlivých valcov sa pohybujú v rovnobežných rovinách, ktoré sú kolmé na os otáčania KH
- poloha ťažiska resp. ťažiskovej roviny je známa

Na vyvažovanie viacvalcových motorov je nutné sa pozerať z viacerých uhlov pohľadu. Je pri ňom potrebné brať ohľad na:

- rovnomernosť chodu motora
- vyváženie zotrvačných síl a ich momentov
- poradie zapalovania jednotlivých valcov

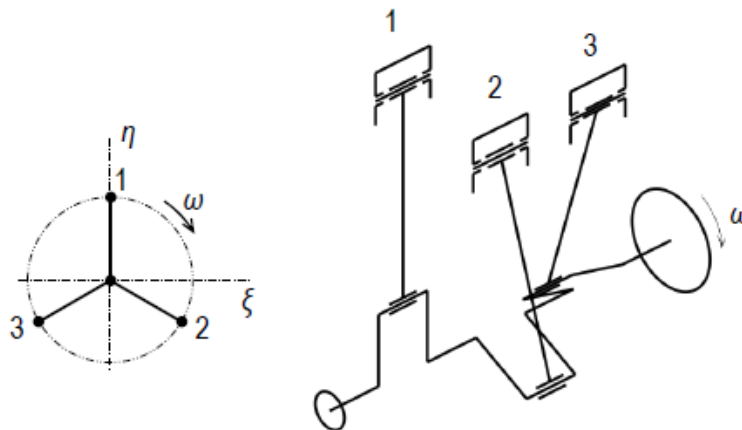
Niektoré zotrvačné sily a momenty môžu byť najjednoduchšie vyvážené vhodným nastavením KH. Ide teda o správne nastavenie poradia zapalovania v jednotlivých valcoch, ktoré je dané poradím a natočením jednotlivých zalomení KH. Ideálne je vytvoriť poradie v ktorom dochádza k zapalovaniu po sebe vo valcoch, ktoré sú čo najďalej od seba. To má za následok rovnomerný chod motora a tiež môže prísť ku prirodzenému vyváženiu zotrvačných síl a momentov. Toto nastane v prípade keď zotrvačné sily a momenty z jedného valca kompenzujú účinky zotrvačných síl a momentov iného valca. Nevznikajú tak voľné momenty. Prirodzene vyvážené sily a momenty sa však neprejavujú iba navonok. Zostávajú pôsobiť ako vnútorné a zvyšujú tak mechanické zaťaženie ložísk KH. Môže však nastať situácia kedy jeden z požiadavkov je protichodný inému. Vtedy je potrebné analyzovať stav a určiť, ktorý z nich má prioritu. V praxi sa stáva, že zotrvačné sily a momenty sa vyvažujú prednostne, čo môže ísť napríklad na úkor rovnomernosti chodu motora.

Pri vývažkoch je potrebné myslieť aj na to, že majú svoju hmotnosť, ktorou zvyšujú zotrvačnú hmotu kľukového hriadeľa, čím dochádza k poklesu vlastných frekvencií mechanizmu. Tiež sú na vývažky kladené požiadavky dobrého vyváženia a čo najmenšej mechanickej záťaže ložísk kľukového hriadeľa.

Ako bolo spomenuté v doplňujúcich zjednodušujúcich predpokladoch, je nutné poznať poloha ťažiska. Dôvodom je snaha vznikajúcich zotrvačných síl a momentov natáčať motor okolo ťažiska. Zotrvačné sily a momenty sa preto budú vyvažovať na základe

3.2. VYVAŽOVANIE RADOVÉHO TROJVALCOVÉHO MOTORA

pohybových rovníc vzhľadom ku ťažisku. Ťažisko, resp. ťažisková rovina sa nachádza s polovicou vzdialenosti dvoch krajných ložisiek KH za predpokladu, že sa jedná o motor s rovnakými rozstupmi medzi dvoma susednými valcami. V prípade ak táto vzdialenosť nie je rovnomerná, poloha ťažiska, resp. ťažiskovej roviny sa musí dopočítať z momentových rovníc. V tomto bode, teda ťažisku bude mať počiatok aj pravotočivý súradný systém s osami η , ζ a ξ . Pri všetkých grafických riešeniach sa na motor bude pozerieť spredu, teda zo z voľného konca, kde je umiestnená remenica pre pohon príslušenstva motora. Opačná strana bude zadná časť motora. Toto zobrazenie a spôsob číslovania valcov je zobrazený na obrázku **3.4**. Pohľad spredu bude vždy pre pozíciu s uhlom natočenia KH $\alpha = 0^\circ$. Prvý valec bude vždy valec najbližší k voľnému koncu KH a od tohto valca sa budú číslovať ostatné valce.



Obrázok 3.4: Pohľad na motor spredu a spôsob číslovania valcov [5]

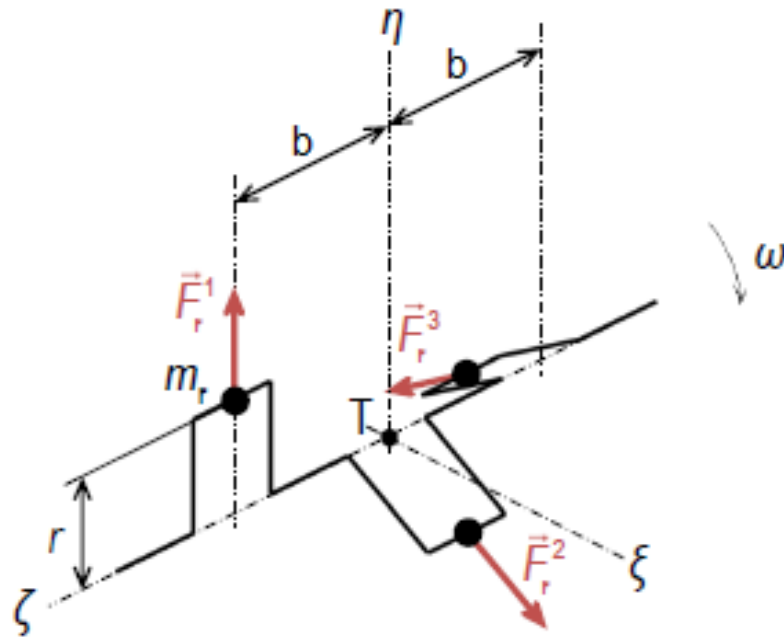
3.2.2. Vyvažovanie zotrvačných síl a momentov rotujúcich častí

Ako bolo spomenuté v predošlých kapitolách, veľkosť a orientácia zotrvačných síl rotujúcich častí sa v prípade stálej uhlovej rýchlosti KH nemení. Mení sa iba ich smer pôsobenia vzhľadom na os KH. Tento smer je vždy v smere zalomenia KH a orientácia je od osy otáčania KH. Veľkosť zotrvačných síl je daná vzťahom **2.57**, teda:

$$F_{zr1} = F_{zr2} = F_{zr3} = m_R r \omega^2 \quad [N] \quad (3.14)$$

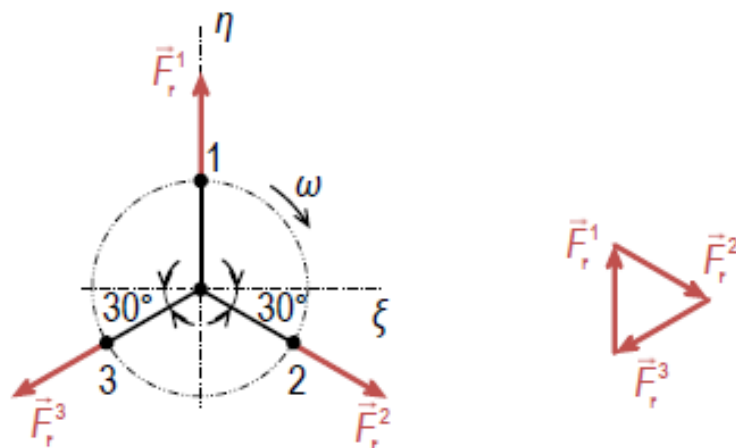
Na obrázku **3.5** je zobrazený kľukový hriadeľ so zalomeniami, ktoré sú voči sebe pootočené o uhly zodpovedajúce rozstupom zážihov trojvalcového radového motora, teda 240° .

3.2. VYVAŽOVANIE RADOVÉHO TROJVALCOVÉHO MOTORA



Obrázok 3.5: Smer a orientácia pôsobenia zotrvačných síl rotujúcich častí [5]

Vyváženie zotrvačných síl rotujúcich častí trojvalcového motora je veľmi jednoduché pomocou grafického znázornenia. Toto grafické riešenie je uvedené na obrázku 3.6.



Obrázok 3.6: Grafické riešenie vyváženia zotrvačných síl rotujúcich častí [5]

Jednotlivé sily sa zakreslia v rovnakom smere aký majú pri pohľade spredu a vždy tak, že koncový predchádzajúceho vektora je začiatočným bodom nasledujúceho vektora. Poradie je príslušné k poradiu valcov. Začína sa teda vektor s indexom 1 až po vektor s indexom n , resp. v tomto prípade 3. V prípade, ak výsledný tvar je pravidelný n -uholník, v tomto prípade trojuholník, znamená to, že vektorový súčet zotrvačných síl rotujúcich

3.2. VYVAŽOVANIE RADOVÉHO TROJVALCOVÉHO MOTORA

častí je nulový a sily sú prirodzene vyvážené. Matematicky je prirodzené vyváženie možné vyjadriť ako rozklad síl do smeru osí η a ξ v tvare:

$$F_{zr\eta} = F_{zr1} - F_{zr2}\sin30^\circ - F_{zr3}\sin30^\circ = F_{zr1} - 0,5F_{zr2} - 0,5F_{zr3} = 0 \quad [N] \quad (3.15)$$

$$F_{zr\xi} = F_{zr2}\cos30^\circ - F_{zr3}\cos30^\circ = 0 \quad [N] \quad (3.16)$$

Zotrvačné sily rotujúcich častí sú uvedeným spôsobom prirodzene vyvážené, avšak pri viacvalcových motoroch, čo v prípade trojvalcového motora platí, tieto sily spôsobujú pozdĺžne momenty, ktoré je potrebné vyvážiť tiež. Momenty pôsobia v rovnobežných rovinách, ktoré sú kolmé na os KH a súčasne prechádzajú osou príslušného valca. Rozostupy medzi valcami definuje vzdialenosť b , uvažovaný motor má rovnomerné rozostupy medzi valcami. Vyváženosť pozdĺžnych momentov je možné rovnako zrealizovať grafickým znázornením. Aj v tomto prípade sa momenty budú premietat do ťažiskovej roviny z pohľadu osy ζ v smere od remenice, teda voľného konca KH.

Pozdĺžne momenty vyvolané zotrvačnými silami rotujúcich častí sa budú vzťahovať k ťažisku, teda k bodu T. Pre veľkosť týchto momentov, uvedených na obrázku **3.5** teda bude platiť:

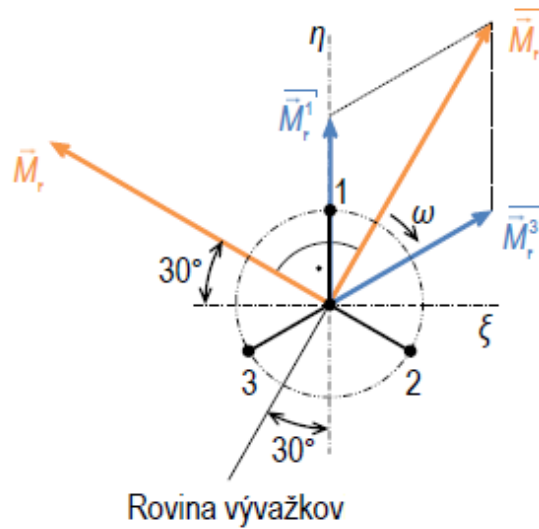
$$M_{zr1} = F_{zr1} \cdot b \quad [Nm] \quad (3.17)$$

$$M_{zr2} = F_{zr2} \cdot 0 \quad [Nm] \quad (3.18)$$

$$M_{zr3} = F_{zr3} \cdot b \quad [Nm] \quad (3.19)$$

Kde b je vzdialenosť dvoch susedných valcov motora. Pred grafickým sčítaním vektorov pozdĺžnych momentov je výhodné smery vektorov zotrvačných momentov rotujúcich častí sklopiť o 90° jedným smerom tak, aby sa smery stotožnili so smermi jednotlivých zalomení KH. Pri grafickom riešení týchto síl je potrebné dať pozor na smer jednotlivých momentov. Smery momentov, ktoré pôsobia pri pohľade od voľného konca vo valcoch pred ťažiskovou rovinou sa zakresľujú v rovnakom smere ako je smer príslušného zalomenia KH. Naopak, smery momentov ktoré pôsobia vo valcoch za ťažiskovou rovinou sa zakresľujú v proti smere príslušného zalomenia KH. Po grafickom sčítaní vektorov je potrebné výslednicu otočiť v rovnakom smere ako vektory pred sčítaním o 90° . To spôsobí, že vektor výsledného momentu bude pôsobiť priamo v rovine vývažkov. Grafický súčet sklopených momentov, výslednicu a rovinu vývažkov je možné vidieť na obrázku **3.7**.

3.2. VYVAŽOVANIE RADOVÉHO TROJVALCOVÉHO MOTORA



Obrázok 3.7: Grafické riešenie sklopených momentov a otočenie do roviny vývažkov [5]

Matematicky je možné momenty zotrvačných síl rotujúcich častí vyjadriť vzhľadom k osiam η a ζ v tvare:

$$M_{zr\eta} = 0 + 0 - F_{zr3} b \cos 30^\circ = -F_{zr3} b \cos 30^\circ \quad [Nm] \quad (3.20)$$

$$M_{zr\zeta} = -F_{zr1} b + 0 - F_{zr3} b \sin 30^\circ = -F_{zr1} b - 0,5F_{zr3} b \quad [Nm] \quad (3.21)$$

Pre výsledný vektor momentu platí:

$$M_{zr} = \sqrt{M_{zr\eta}^2 + M_{zr\zeta}^2} = \sqrt{3}m_r\omega^2b \quad [Nm] \quad (3.22)$$

Uhol odklonu roviny vývažkov od roviny prechádzajúcej osami valcov sa dá spočítať pomocou goniometrických funkcií. V tomto prípade platí odklon 30° ako je uvedené na obrázku. Vzťah pre výpočet tohto odklonu má tvar:

$$\gamma = \arctg \frac{-\cos 30^\circ}{-1,5} = 30^\circ \quad [^\circ] \quad (3.23)$$

Pre zložky výsledného momentu v osiach η a ξ platia vzťahy:

$$M_{zr\eta} = M_r \sin (\alpha + 240) \quad [Nm] \quad (3.24)$$

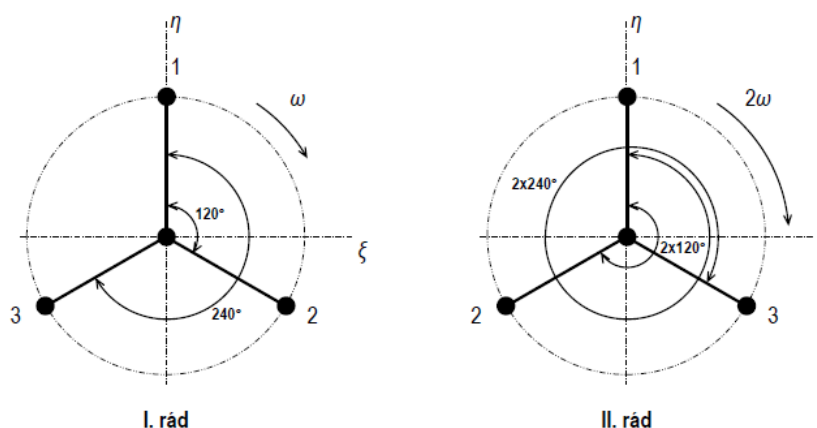
$$M_{zr\xi} = M_r \cos (\alpha + 240) \quad [Nm] \quad (3.25)$$

3.2.3. Vyvažovanie zotrvačných síl a momentov posuvných častí

V prípade ak je snaha o vyváženie zotrvačných síl posuvných častí pracuje sa s ich harmonickými zložkami. Rovnako ako pri zotrvačných silách rotujúcich častí, aj pri posuvných sa vyváženie dá riešiť graficky. Uvažujú sa však myslené klukové hriadele, ktoré majú

3.2. VYVAŽOVANIE RADOVÉHO TROJVALCOVÉHO MOTORA

rozostupy medzi jednotlivými zalomeniami k -násobne väčšie ako sú rozostupy skutočného kľukového hriadeľa, teda kľukového hriadeľa síl I. rádu. Do hviezdice grafického riešenia sa v smere jednotlivých zalomení zakreslia vektory zotrvačných síl a ich veľkosť je daná veľkosťou vektora. Aktuálna veľkosť je daná priemetom do osy η . Sily sa graficky sčítajú pomocou kľukovej hviezdice príslušného rádu. Pre každý rád sa používa myšliená hviezdica daného rádu. Ak má grafická hviezdica daného rádu pravidelný tvar, tak zotrvačné sily posuvných častí daného rádu sú v tomto prípade prirodzene vyvážené. Na obrázku 3.8 je zobrazená skutočná klika zotrvačných síl posuvných častí I. rádu a klika zotrvačných síl posuvných častí II. rádu.



Obrázok 3.8: Kľukové hriadele I. a II. rádu zotrvačných síl posuvných častí [5]

Pre radové motory s nepárnym počtom valcov a pravidelným rozostupom medzi valcami platí, že všetky rády zotrvačných síl posuvných častí sú prirodzene vyvážené okrem rádiv, ktoré sú celočíselným násobkom dvojnásobku počtu valcov (6,12,18...). Hviezdice týchto rádiv sú rovnaké ako hviezdica 6. rádu, ktorej výsledná zotrvačná sila je súčtom zotrvačných síl všetkých troch valcov. Dôvodom je pôsobenie týchto síl v smere osy valca od osy otáčania KH. Nevyvažujú sa prirodzene ale sčítajú sa. Pri analytických výpočtoch sa však uvažujú iba prvé dva rády.

Matematicky je možné vzťahy pre výpočet zotrvačných síl posuvných častí I. rádu vyjadriť v tvare:

$$F_{zpI} = F_{zpI1} + F_{zpI2} + F_{zpI3} \quad [N] \quad (3.26)$$

$$F_{zpI} = m_p r \omega^2 \cos \alpha + m_p r \omega^2 \cos (\alpha + 120^\circ) + m_p r \omega^2 \cos (\alpha + 240^\circ) \quad [N] \quad (3.27)$$

$$F_{zpI} = m_p r \omega^2 [\cos \alpha + \cos (\alpha + 120^\circ) + \cos (\alpha + 240^\circ)] \quad [N] \quad (3.28)$$

Pre hranatú zátvorku platí:

$$[\cos \alpha + \cos (\alpha + 120^\circ) + \cos (\alpha + 240^\circ)] = 0 \quad (3.29)$$

Rovnakým spôsobom je možné vyjadriť aj vzťahy pre II. rád:

3.2. VYVAŽOVANIE RADOVÉHO TROJVALCOVÉHO MOTORA

$$F_{zpII} = F_{zpII1} + F_{zpII2} + F_{zpII3} \quad [N] \quad (3.30)$$

$$F_{zpII} = m_p r \lambda \omega^2 \cos 2\alpha + m_p r \lambda \omega^2 \cos 2(\alpha + 120^\circ) + m_p r \lambda \omega^2 \cos 2(\alpha + 240^\circ) \quad [N] \quad (3.31)$$

$$F_{zpII} = m_p r \lambda \omega^2 [\cos 2\alpha + \cos 2(\alpha + 120^\circ) + \cos 2(\alpha + 240^\circ)] \quad [N] \quad (3.32)$$

Aj pre hranatú zátvorku II. vzorca pre sily II. rádu platí:

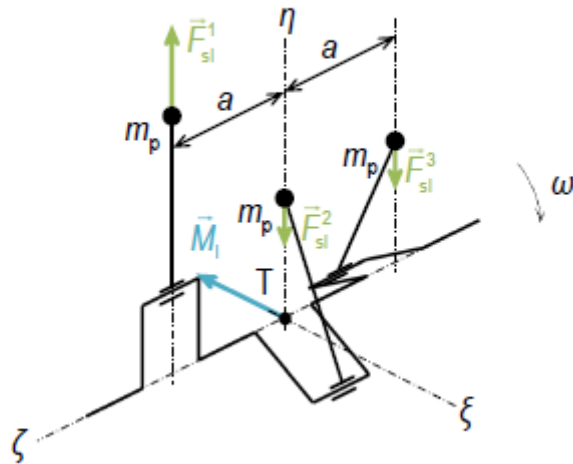
$$[\cos 2\alpha + \cos 2(\alpha + 120^\circ) + \cos 2(\alpha + 240^\circ)] = 0 \quad (3.33)$$

Zo vzťahov oboch rádov po úpravách je možné vidieť, že zotrvačné sily posuvných častí sa rovnajú nule. Pri grafickom riešení to znamená, že vektory sily oboch rádov vytvoria pravidelný trojuholník. V praxi sú tieto sily prirodzene vyvážené. Väčší problém však nastáva pri analýze zotrvačných momentov posuvných častí. Keďže tieto sily pôsobia v troch za sebou idúcich valcoch, na klukovom hriadelí vytvárajú pozdĺžne momenty.

Podobne ako pri zotrvačných momentoch rotujúcich častí aj pri zotrvačných momentoch posuvných častí sa budú riešiť graficky. Rovnako aj princíp riešenia je rovnaký. Rozdiel medzi rotačnými a posuvnými zotrvačnými momentmi je ten, že posuvné momenty pôsobia stále v jednej rodine, resp. v ose valca. Menia svoju veľkosť aj zmysel pôsobenia. Postup grafického riešenia je podobný ako pri rotačných zotrvačných momentoch. Pri pohľade na KH spredu, teda z opačného smeru osy ζ sa do príslušných zalomení zakreslia vektory zotrvačných momentov posuvných častí daného rádu. Vektor ukazuje maximálnu veľkosť sily, ktorá je daná súčinom sily a vzdialenosti pôsobiska sily od ťažiska (vzdialenosť osí valcov). Aktuálna veľkosť sily je daná priemetom do osy η . Rovnako ako pri zotrvačných momentoch rotujúcich častí aj v tomto prípade sa vektory momentov pôsobiacich pred ťažiskovou rovinou zakresľujú v smere zalomenia a vektor momentov pôsobiacich za ťažiskovou rovinou sa zakresľujú v proti smere príslušného zalomenia KH. Veľkosť výsledného momentu daného rádu je daná vektorovým súčtom vektorov zotrvačných momentov valcov. Po grafickom sčítaní je potrebné výsledný vektor otočiť o 90° v protismere hodinových ručičiek pri pohľade proti smeru osy ζ pre otočenie do skutočného smeru pôsobenia výsledného vektora.

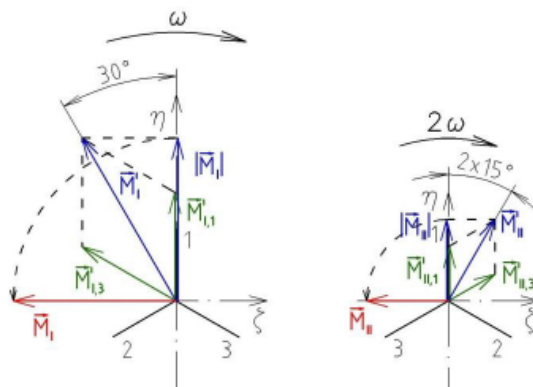
Na obrázku **3.9** je zobrazený klukový hriadeľ uvažovaného motora so zakreslenými zotrvačnými silami posuvných častí I. rádu, ktoré vyvolávajú zotrvačné momenty pozdĺžne. Na obrázku je tiež zobrazený vektor výsledného momentu v skutočnom smere.

3.2. VYVAŽOVANIE RADOVÉHO TROJVALCOVÉHO MOTORA



Obrázok 3.9: Zotrvačné momenty posuvných častí I. rádu [5]

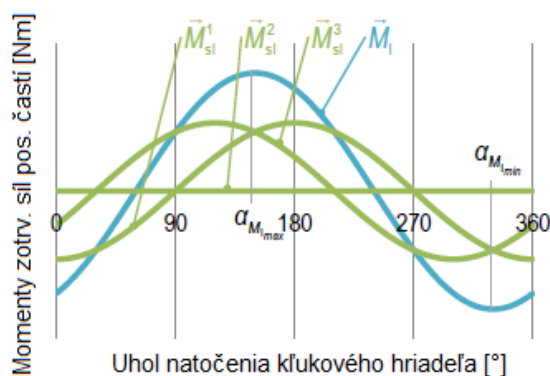
Obrázok **3.10** ukazuje grafické riešenie zotrvačných momentov posuvných častí, kde zelené vektory naznačujú smer vektorov momentov jednotlivých valcov, modrý vektor s čiarkou je výsledný moment, modrý vektor v zátvorke symbolizuje veľkosť priemetu výsledného vektora do osy η a červený vektor je skutočný výsledný vektor.



Obrázok 3.10: Grafické riešenie zotrvačných momentov posuvných častí I. a II. rádu [5]

Na obrázku **3.11** je zobrazený priebeh veľkosti zotrvačných momentov posuvných častí I. rádu v závislosti na uhle natočenia KH. Z priebehov momentov je možné vidieť, že maximum dosahuje výsledný moment pri natočení kľukového hriadeľa o uhol 150° a minimum pri natočení o uhol 330° .

3.2. VYVAŽOVANIE RADOVÉHO TROJVALCOVÉHO MOTORA



Obrázok 3.11: Priebehy zotrvačných momentov posuvných častí I. rádu [5]

Matematicky je možné analýzu nevyváženosti zotrvačných momentov posuvných častí I. rádu vyjadriť v tvare:

$$\vec{M}_{zpI} = \vec{M}_{zpI1} + \vec{M}_{zpI2} + \vec{M}_{zpI3} \quad [Nm] \quad (3.34)$$

$$\vec{M}_{zpI} = -m_p r \omega^2 b \cos \alpha + 0 + m_p r \omega^2 b \cos(\alpha + 240^\circ) \quad [Nm] \quad (3.35)$$

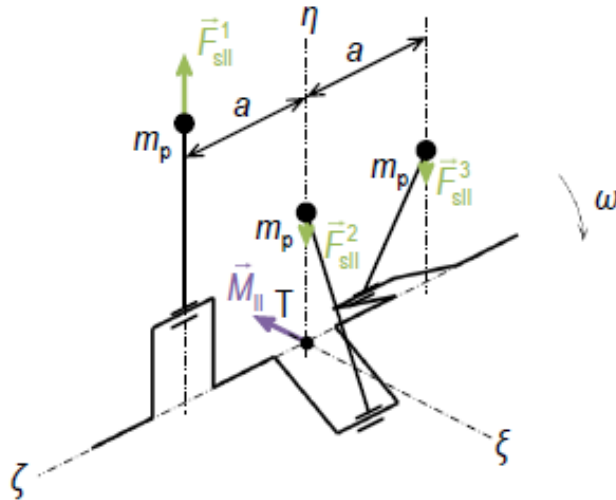
$$\vec{M}_{zpI} = m_p r \omega^2 b [\cos(\alpha + 240^\circ) - \cos \alpha] \quad [Nm] \quad (3.36)$$

$$\vec{M}_{zpI} = \sqrt{3} m_p r \omega^2 b \sin(\alpha + 300^\circ) \quad [Nm] \quad (3.37)$$

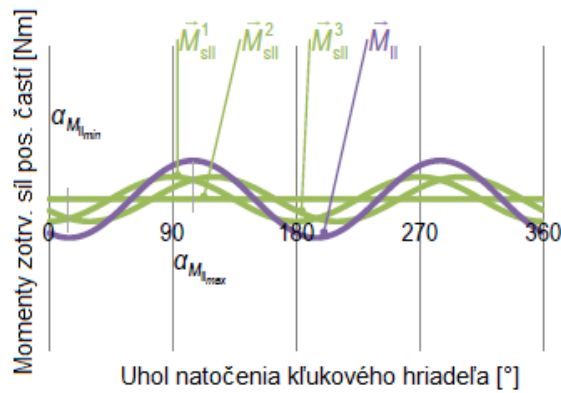
Rovnica **3.37** zobrazuje výsledný vzťah pre výpočet zotrvačného momentu posuvných častí I. rádu po úprave.

Rovnako ako pre I. rád tak aj pre II. rád je možné uviesť obrázok, ktorý ilustruje vektory momentov pôsobiacich v jednotlivých valcoch a vektor výsledného momentu. Tiež je možné uviesť obrázok zobrazujúci priebeh jednotlivých momentov v závislosti na uhle natočenia klukového hriadeľa. Toto je uvedené na obrázku **3.12** a **3.13**.

3.2. VYVAŽOVANIE RADOVÉHO TROJVALCOVÉHO MOTORA



Obrázok 3.12: Zotrvačné momenty posuvných častí II. rádu [5]



Obrázok 3.13: Priebehy zotrvačných momentov posuvných častí II. rádu [5]

Z priebehu zotrvačných momentov je patrné, že najvyššia hodnota zotrvačného momentu posuvných síl II. rádu nastáva pri natočení kľukového hriadeľa o uhol 105° a 285° a minimum pri natočení o uhol 15° a 195° .

Zotrvačné momenty posuvných častí II. rádu je tiež možné vyjadriť matematicky v tvare:

$$\vec{M}_{zpII} = \vec{M}_{zpII1} + \vec{M}_{zpII2} + \vec{M}_{zpII3} \quad [Nm] \quad (3.38)$$

$$\vec{M}_{zpII} = -\lambda m_p r \omega^2 b \cos 2\alpha + 0 + \lambda m_p r \omega^2 b \cos 2(\alpha + 240^\circ) \quad [Nm] \quad (3.39)$$

3.2. VYVAŽOVANIE RADOVÉHO TROJVALCOVÉHO MOTORA

$$M_{zpII}^{\rightarrow} = \lambda m_p r \omega^2 b [\cos 2(\alpha + 240^\circ) - \cos 2\alpha] \quad [Nm] \quad (3.40)$$

$$M_{zpII}^{\rightarrow} = \sqrt{3} \lambda m_p r \omega^2 b \sin 2(\alpha + 30^\circ) \quad [Nm] \quad (3.41)$$

Rovnica **3.41** vyjadruje výsledný vzťah pre výpočet zotrvačného momentu posuvných častí II. rádu. Rovnice pre M_{zpII1}^{\rightarrow} , M_{zpII2}^{\rightarrow} a M_{zpII3}^{\rightarrow} vyjadrujú zotrvačné momenty jednotlivých valcov motora.

Pri analýze nevyváženosti štvortaktného trojvalcového radového motora je potrebné tiež brať do úvahy aj kompenzačné momenty jednotlivých ojníc valcov. Rovnako ako pri zotrvačných silách a momentoch, aj kompenzačné momenty je možné riešiť graficky. Znamená to, že maximálne veľkosti kompenzačných momentov daného rádu sa zakreslia v smere jednotlivých zalomení KH. Ak vytvoria pravidelnú hviezdicu, znamená to, že kompenzačné momenty daného rádu sú prirodzene vyvážené. Pre radové motory s nepárnym počtom valcov a pravidelným rozostupom zážihov platí, že všetky harmonické zložky rádov $2(k-1) \cdot \text{poet valcov motora}$, kde k je celé číslo sú nevyvážené. Kompenzačné momenty zvyšných rádov sú prirodzene vyvážené.

Kompenzačné momenty je možné matematicky vyjadriť v tvare:

$$\Delta M_{oI} = \Delta M_{oI1} + \Delta M_{oI2} + \Delta M_{oI3} \quad [Nm] \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} \Delta M_{oI} = & \Delta I_o \omega^2 \lambda \left(1 + \frac{1}{8} \lambda^2\right) \\ & + \Delta I_o \omega^2 \lambda \left(1 + \frac{1}{8} \lambda^2\right) \sin(\alpha + 240^\circ) \\ & + \Delta I_o \omega^2 \lambda \left(1 + \frac{1}{8} \lambda^2\right) \sin(\alpha + 120^\circ) \quad [Nm] \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\Delta M_{zpI} = \Delta I_o \omega^2 \lambda \left(1 + \frac{1}{8} \lambda^2\right) \cdot [\sin \alpha + \sin(\alpha + 240^\circ) + \sin(\alpha + 120^\circ)] \quad [Nm] \quad (3.44)$$

ΔM_{oI1} , ΔM_{oI2} a ΔM_{oI3} sú kompenzačné momenty ojníc jednotlivých valcov. Zotrvačné momenty od kývania ojníc sú prirodzene vyvážené, pretože platí:

$$\sin \alpha + \sin(\alpha + 240^\circ) + \sin(\alpha + 120^\circ) = 0 \quad (3.45)$$

$$\Delta M_{oI} = 0 \quad [Nm] \quad (3.46)$$

Príkladom nevyváženého rádu zotrvačných momentov od kývania ojníc je po splnení podmienky napríklad III. rád. Jeho kompenzačné momenty je možné vyjadriť matematicky v tvare:

$$\Delta M_{oIII} = \Delta M_{oIII1} + \Delta M_{oIII2} + \Delta M_{oI3} \quad [Nm] \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \Delta M_{oIII} = & - \Delta I_o \omega^2 \lambda^3 \frac{3}{8} \sin 3\alpha \\ & - \Delta I_o \omega^2 \lambda^3 \frac{3}{8} \sin 3(\alpha + 240^\circ) \\ & - \Delta I_o \omega^2 \lambda^3 \frac{3}{8} \sin 3(\alpha + 120^\circ) \quad [Nm] \end{aligned} \quad (3.48)$$

3.2. VYVAŽOVANIE RADOVÉHO TROJVALCOVÉHO MOTORA

$$\Delta M_{zpIII} = \Delta I_o \omega^2 \lambda^3 \frac{3}{8} [\sin 3\alpha + \sin 3(\alpha + 240^\circ) + \sin 3(\alpha + 120^\circ)] \quad [Nm] \quad (3.49)$$

Keďže platí:

$$\sin 3\alpha + \sin 3(\alpha + 240^\circ) + \sin 3(\alpha + 120^\circ) = 3 \sin 3\alpha \quad (3.50)$$

Výsledný kompenzačný moment III. rádu je možné vyjadriť v tvare:

$$\Delta M_{zpIII} = 1,125 \Delta I_o \omega^2 \lambda^3 \sin 3\alpha \quad [Nm] \quad (3.51)$$

3.2.4. Zhodnotenie vyvažovania trojvalcového radového motora

Ako bolo uvedené, zotrvačné sily posuvných hmôt sú vyvážené prirodzene, keďže vektory ich maximálnej hodnoty vytvárajú pravidelnú hviezdicu. Zotrvačný momenty od rotujúcich častí má stálu veľkosť závislú na uhlovej rýchlosti KH. Na vyváženie tohto momentu je možné uplatniť dva spôsoby. Prvým je silové vyváženie, kedy sa vyvažujú priamo sily, ktoré spôsobujú zotrvačný moment. V tomto prípade sa na každé zalomenie KH umiestňujú vývažky, ktoré eliminujú zotrvačné sily. Nevýhodou je zvyšovanie hmotnosti a zotrvačného momentu kľukového hriadeľa. Druhým spôsobom je momentové vyváženie, kedy dochádza k vytvoreniu momentu, ktorý tento zotrvačný moment vyruší svojimi účinkami. Vyvažovací moment sa vytvorí pomocou vývažkov, ktoré sú umiestnené čo najďalej od roviny pôsobenia zotrvačného momentu. Čím ďalej od tejto roviny sa vývažky nachádzajú, tým ľahšie môžu byť. Umiesťujú sa na konce kľukového hriadeľa, prípadne na zotrvačník alebo remenicu pohonu motorového príslušenstva. Dôležité je, aby ťažisko celého mechanizmu vrátane vývažkov ležalo na osy otáčania KH, inak by došlo k vytvoreniu voľnej nevyváženej sily, resp. momentu.

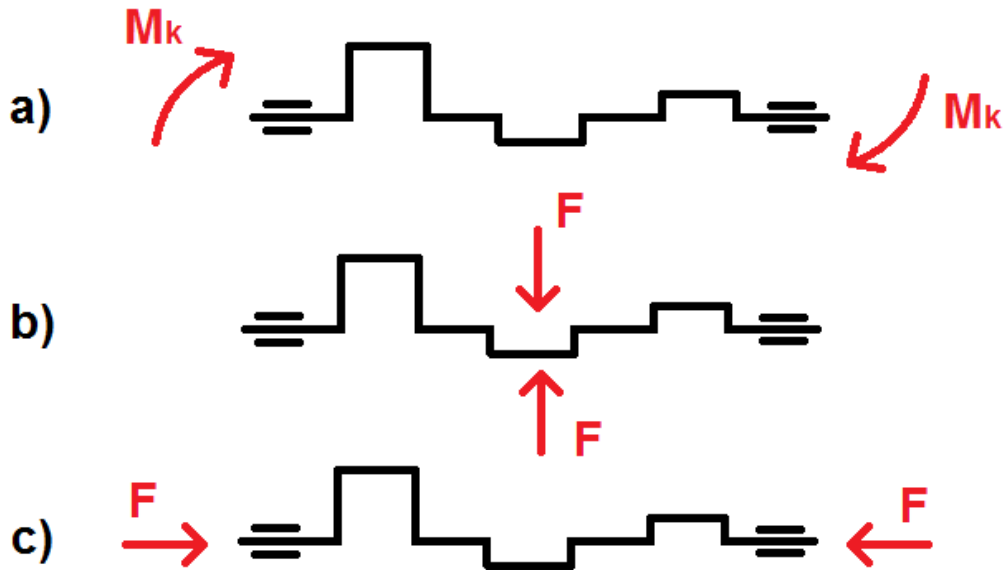
Pri zotrvačných silách posuvných častí I. a II. rádu platí, že jednotlivé rády sa vyvažujú samostatne. Znamená to, že pre vyváženie danej harmonickej zložky je potrebné vytvoriť silu s rovnakým sínusovým priebehom s opačným smerom. Frekvencia rotácia musí byť tiež prispôbená danej harmonickej zložke. V praxi sa uvažujú iba prvé dve harmonické zložky zotrvačnej sily posuvnej. Vyváženie síl prvého rádu je možné pomocou dvoch proti sebe rotujúcich vyvažovacích hriadelov. Princíp je rovnaký ako pri jednovalcovom motore. Jednotlivé vyvažovacie sily musia byť vzájomne fázovo posunuté tak, aby výsledný moment pôsobil proti vyvažovanému zotrvačnému momentu. Pre zjednodušenie konštrukcie sa jeden z protibežných vyvažovacích hriadelov stotožňuje s kľukovým hriadeľom ako bolo popísané pri jednovalcovom motore. Rovnako sa tiež môže použiť presunutie častí zotrvačného momentu z jedného smeru do iného smeru za cieľom zníženia nevyváženosti iba pomocou vývažku na KH.

Táto kapitola popisovala vyvažovanie štvortaktného trojvalcového radového motora, ktorého kľukový mechanizmus je hlavným predmetom tejto diplomovej práce. Popísané boli silové a momentové zložky, ktoré spôsobujú nevyváženosť a rovnako aj spôsoby, ktorými je možné ich účinky z motora odstrániť. [1][4][5][6][9][19]

4. Výpočet torzného kmitania kľukového hriadeľa

Pri chode spaľovacieho motora dochádza k vzniku síl od tlaku spalín, ktoré zabezpečujú vznik krútiaceho momentu na výstupe z motora, teda na konci kľukového hriadeľa kde je umiestnená spojka. Pri prenose týchto síl dochádza k značnému namáhaniu kľukového hriadeľa. V praxi to znamená, že kľukový hriadeľ sa musí skontrolovať nielen z hľadiska pevnosti, vibrácií, hluku atď, ale aj z hľadiska kmitania. Na kľukový hriadeľ spravidla pôsobia tri druhy kmitania:

- a) *Torzné kmitanie* - je kmitanie okolo osi KH, teda je to namáhanie na krútenie.
- b) *Ohybové kmitanie* - pôsobí v smere kolmom na os KH a jedná sa o namáhanie na ohyb.
- c) *Pozdĺžne namáhanie* - je kmitanie v smere osi KH a prejavuje sa spoločne s torzným a ohybovým kmitaním. Na bezpečnosť KH však nemá prakticky žiadny vplyv. Pri výpočtoch sa toto kmitanie neuvažuje.



Obrázok 4.1: a) Torzné kmitanie b) Ohybové kmitanie c) Pozdĺžne kmitanie

Vo všeobecnosti je známe, že najnebezpečnejšie je kľukový hriadeľ namáhaný torzným kmitaním. Dôvodom je fakt, že funkcia KH spočíva v prenose krútiaceho momentu z ojnice na zotrvačník, resp. spojku. Použitím vývažkov slúžiacich na vyváženie zotrvačných síl sa do torznej sústavy kľukového hriadeľa vnášajú ďalšie hmoty. Týmto dochádza k zníženiu vlastných frekvencií torznej sústavy a tým sa zvyšuje pravdepodobnosť rezonancie. Tá nastane v prípade ak sa vlastná frekvencia budiacej sily, resp. momentu, alebo frekvencia ich harmonickej zložky zhoduje s vlastnou frekvenciou torznej sústavy KH. Budiacim momentom je v tomto prípade sila od tlaku spalín, ktorá vyvoláva krútiaci moment na hriadeľi. Rovnako, aj zotrvačník vnáša ďalšie hmoty do torzného systému a znižuje tým hodnoty vlastných frekvencií. V prípade sa motor dostane do chodu v rezonancii nastane extrémne nepriaznivá situácia, ktorej následkom vzniknú maximálne amplitúdy kmitania KH. Okrem extrémneho únavového a mechanického namáhania dochádza pri chode motora v tomto režime aj k zvýšeniu hluku a môže prísť aj k zvýšenému namáhaniu iných častí motora, prípadne k porušeniu vyváženosti.

Vzhľadom k uvedeným dôvodom je potrebné torzné kmitanie kľukového hriadeľa skontrolovať, resp. vypočítať ešte v konštrukčnej fázy vývoja KH. Torzne kmitajúca sústava je na výpočet veľmi náročná, preto v procese analytických výpočtov dochádza k zjednodušeniu modelu. Najčastejšie sa pri výpočtoch používa metóda diskretizácie kontinua, kedy sa torzne kmitajúce časti nahrádzujú torzne kmitajúcimi kotúčmi. Týmto kotúčmi sa nahrádzujú všetky zalomenia kľukového hriadeľa, zotrvačník a prípadne ďalšie časti ako sú napríklad remenica, alebo pohon vyvažovania. Jednotlivé náhradné kotúče majú adekvátne momenty zotrvačnosti a sú navzájom pružne spojené väzbami, ktoré môžu alebo nemusia brať do úvahy aj tlmenie. Z hľadiska výpočtov sa torzní kmitanie delí na:

a) *Vlastné kmitanie*

Pri vlastnom kmitaní dochádza k vyvolaniu iba vlastných frekvencií torznej sústavy. K tomuto vyvolaniu môže prísť náhlym uvoľnením jednej z častí a postupným tlmením sa systém dostane do oblasti vlastných frekvencií. Výpočet vlastného kmitania slúži hlavne na určenie kritických otáčok, pri ktorých by mal motor pracovať čo najmenej.

b) *Vynútené kmitanie*

Vynútené kmitanie nastáva, ak na jednu alebo viac častí torznej sústavy pôsobí časovo premenná sila. Výsledkom týchto výpočtov by mali byť časové priebehy výchyliek, rýchlostí a zrýchlenia jednotlivých častí sústavy, časové závislosti síl pôsobiacich vo väzbách atď. Do výpočtu vynúteného kmitania je vhodné zakomponovať aj tlmenie sústavy.

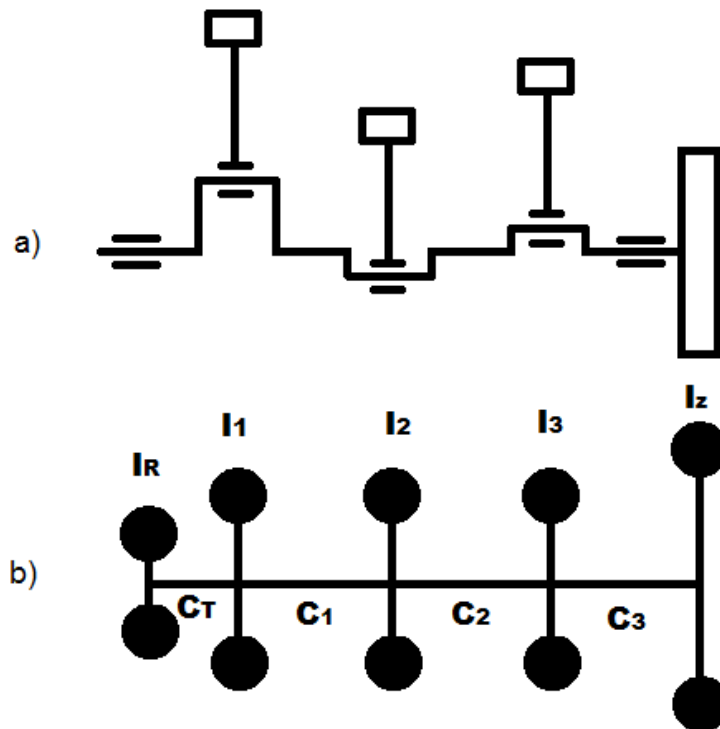
Postup výpočtu je možné zhrnúť do nasledovného poradia:

1. zjednodušenie na náhradný dynamický systém
2. redukcia hmôt
3. redukcia dĺžok
4. zostavenie pohybových rovníc
5. určenie vlastného kmitania
6. určenie amplitúd a frekvencií vynúteného kmitania
7. výpočet veľkostí prídavných napätí spôsobených napätím

[1][11][12][13][14][17]

4.1. Náhradná sústava

Každé zo zalomení a významných častí, ktoré rotujú sa nahradí náhradnou torznou sústavou podľa obrázka **4.2**. Táto sústava sa skladá z hmotných kotúčov s momentom zotrvačnosti I_j , ktorý je ekvivalentný momentu zotrvačnosti hmoty daného zalomenia spolu s hmotou ojnice a piestnej skupiny. Kotúče náhradnej torznej sústavy sú spojené pružnými väzbami o tuhosti C_i . Pri náhradnej sústave je dôležité dodržať dynamickú a energetickú rovnocennosť skutočnej a náhradnej torznej sústavy.



Obrázok 4.2: a)Schéma KH
b)Schéma náhradnej sústavy

4.1.1. Redukcia hmôt

Rotačná hmota

Rotačná hmota i -tého zalomenia bola zistená analýzou v 3D konštrukčnom programe Creo. K tejto hmote je potrebné pripočítať aj rotačnú hmotu od ojnice, ktorá je daná dvojbodovou redukciou ojnice. Moment zotrvačnosti rotačnej časti ojnice je daný výrazom:

$$I_{oj_r} = m_{or}r^2 \quad [kg \cdot m^2] \quad (4.1)$$

kde

m_{or} [kg] - rotačná hmota ojnice

r [m] - polomer otáčania daného zalomenia.

Moment zotrvačnosti zalomenia:

$$I_{zal_i} \quad [kg \cdot m^2] \quad (4.2)$$

Posuvná hmota

Moment zotrvačnosti posuvných častí je daný hmotnosťou piestnej skupiny a hmotnosťou posuvnej časti ojnice získanej z dvojbodovej redukcie.

$$I_{pos} = [m_{psk} + m_{op} \cdot (\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8})]r^2 \quad [kg \cdot m^2] \quad (4.3)$$

kde

m_{psk} [kg] - hmotnosť piestnej skupiny

m_{op} [kg] - hmotnosť posuvnej časti ojnice

λ [-] - ojnícový pomer.

Výsledný moment zotrvačnosti

Moment zotrvačnosti pre jedno zalomenie, resp. moment zotrvačnosti jedného náhradného kotúča je daný vzťahom:

$$I_{celk_zal_i} = I_{zal_i} + I_{pos} + I_{or} \quad [kg \cdot m^2] \quad (4.4)$$

Redukcia hmôt na strane zotrvačníka

Moment zotrvačnosti na strane zotrvačníka je daný rovnicou:

$$I_{celk_zotr} = I_{zotrvaňk} + I_{kuka_zotrvaňk} + I_{or} \quad [kg \cdot m^2] \quad (4.5)$$

kde

$I_{zotrvaňk}$ [kg · m²] - moment zotrvačnosti zotrvačníka zistený z Crea

$I_{kuka_zotrvaňk}$ [kg · m²] - moment zotrvačnosti časti KH na umiestnenie zotrvačníka.

Redukcia hmôt na strane remenice

Moment zotrvačnosti na strane remenice je daný rovnicou:

$$I_{celk_rem} = I_{remenica} + I_{kuka_remenica} + I_{or} \quad [kg \cdot m^2] \quad (4.6)$$

kde

$I_{remenica}$ [kg · m²] - moment zotrvačnosti remenice zistený z Crea

$I_{kuka_zotrvaňk}$ [kg · m²] - moment zotrvačnosti časti KH na umiestnenie remenice.

Výsledné hodnoty zotrvačných momentov

Výsledné zotrvačné momenty [kg · m ²]				
Zalomenie	Rotačná hmota	Posuvná hmota	Creo	Celkový
1.	6012	7628	38460	52100
2.			38440	52080
3.			38460	52140
Zotrvačník		Kľuka - zotrvačník		
841 700		4411,7		846 111,7
Remenica		Kľuka - remenica		
24 030		968,2		24 998

Tabuľka 4.1: Výsledné zotrvačné momenty

4.1.2. Redukcia dĺžok

Redukcia dĺžok kľukového hriadeľa sa vypočíta aby bola potenciálna energia spôsobená krútením skutočného zalomenia bola rovnaká ako je potenciálna energia náhradného kotúča. Túto rovnosť možno vyjadriť rovnicou:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot I_p}{l} \cdot \varphi^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{G \cdot I_{red}}{l_{red}} \cdot \varphi^2 \quad (4.7)$$

kde

G [MPa] - modul pružnosti v šmyku

I_p [m⁴] - polárny kvadratický moment zotrvačnosti prierezu

l [m] - dĺžka krúteného prierezu.

Z rovnice 4.7 je možné vyjadriť vzťah pre výpočet redukovanej dĺžky v tvare:

$$l_{red} = \frac{I_{p_red}}{I_p} \cdot l \quad [m] \quad (4.8)$$

Rovnako ako pri redukcii hmôt sa aj tu počíta s určitými zjednodušenými predpokladmi. Jedným z nich je uvažovanie krútenia 1. druhu. Je možné použiť aj iné modely, ale tie väčšinou vznikli na základe reálne vyrobených a použitých kľukových hriadeľov. Najpresnejšia metóda by bola, ak by sa torzná tuhosť experimentálne merala. Znamenalo by to fyzickú výrobu KH a to by zhoršilo ekonomickosť vývoja KH.

Redukovaná dĺžka zalomenia podľa Ker-Wilsona

Redukovaná dĺžka zalomenia sa vypočíta pomocou rovnice:

$$l_{red} = D_{red}^4 \cdot \left[\frac{b_{hc} + 0.4 \cdot D_{hc}}{D_{hc}^4} + \frac{b_{kc} + 0.4 \cdot D_{kc}}{D_{kc}^4} + \frac{r - 0.4 \cdot (D_{hc} + D_{kc})}{b \cdot h^3} \right] [m] \quad (4.9)$$

kde

D_{red} [m] - redukovaný priemer, väčšinou sa volí zhodne s priemerom hlavného čapu. To platí aj v prípade výpočtu v tejto práci.

D_{hc} [m] - priemer hlavného čapu

D_{kc} [m] - priemer ojnicového čapu

b_{hc} [m] - šírka hlavného čapu

b_{kc} [m] - šírka ojnicového čapu

h [m] - šírka ramena zalomenia

b [m] - hrúbka ramena zalomenia

Redukovaná dĺžka na strane zotrvačníka

Redukovaná dĺžka KH na strane zotrvačníka sa vypočíta pomocou rovnice:

$$l_{red_zotr} = \frac{b_{hc}}{2} + b_p \cdot \frac{D_{red}^4}{d_p^4} + \frac{1}{2} \cdot l_{red} [m] \quad (4.10)$$

kde

b_p [m] - šírka príruby pre umiestnenie zotrvačníka

d_p [m] - rozstupový priemer skrutiek zotrvačníka

Redukovaná dĺžka na strane remenice

Redukovaná dĺžka KH v mieste upevnenia remenica sa vypočíta pomocou rovnice:

$$l_{red_rem} = \frac{b_{hc}}{2} + \frac{1}{2} \cdot l_{red}[m] \quad (4.11)$$

Redukované dĺžky [$kg \cdot m^2$]		
Zalomenie	Miesto remenice	Miesto zotrvačníka
0,222	0,128	0,163

Tabuľka 4.2: Výsledné redukované dĺžky KH

[1][11][12][13][14][17]

4.2. Vlastné torzné kmitanie

Ako bolo spomenuté vyššie vlastné torzne kmitanie sústavy je vyvolané počiatočným impulzom a v sústave ostáva bez pôsobenia ďalších vonkajších síl. Toto kmitanie však neostáva v sústave ale postupne ustáva až je sústava v pokoji. To je spôsobené tlmením sústavy. Najväčší vplyv na tlmenie majú pasívne odpory sústavy, čo sú odpory vznikajúce trením medzi jednotlivými časťami ústavy. V súvislosti so spaľovacím motorom do úvahy väčšinou prichádzajú prvé dve vlastné frekvencie KH. Ostatné sa väčšinou nachádzajú nad rozsahom pracovných otáčok motora. Počet vlastných frekvencií je daný počtom náhradných kotúčov torznej sústavy. Možno ho vypočítať pomocou vzorca:

$$n_{vl} = n_s - 1[-] \quad (4.12)$$

kde

n_s [-] - počet náhradných kotúčov sústavy.

Torzna tuhosť bezhmotých hriadeľov spájajúcich jednotlivé náhradné kotúče sa vypočíta vzťahom:

$$c_{red} = \frac{G \cdot I_{p_red}}{l_{red}} [Nm \cdot rad^{-1}] \quad (4.13)$$

Polárny kvadratický moment zotrvačnosti je možné vypočítať pomocou rovnice: Torzná tuhosť náhradného výpočtového modelu sa vypočíta vzťahom:

$$I_p = \frac{\pi \cdot D_{red}^4}{32} [m^4] \quad (4.14)$$

Výsledné tuhosti [$Nm \cdot rad^{-1}$]			
c_{rem}	c_1	c_2	c_3
2546587	1468470	1468470	1468470

Tabuľka 4.3: Výsledné tuhosti bezhmotých hriadeľov náhradnej sústavy

Pre výpočet vlastných frekvencií náhradnej sústavy je nutné zostaviť pohybové rovnice. Tie sa prepíšu do tvary matíc a pohybové rovnice nadobudnú tvar:

$$M \cdot \ddot{\varphi} + B \cdot \dot{\varphi} + K \cdot \varphi = F \quad (4.15)$$

kde

M - matica hmotností (obsahuje momenty zotrvačnosti)

B - matica tlmení (obsahuje tlmenia)

K - matica tuhostí (obsahuje torzné tuhosti)

F - vektor budenia

$\ddot{\varphi}, \dot{\varphi}, \varphi$ - vektory uhlového zrýchlenia, uhlovej rýchlosti a uhlovej výchylky.

Pre určenie vlastných frekvencií náhradnej sústavy sa predpokladá, že je v pokoji a nepôsobí na ňu žiadna budiaca sila. Znamená to, že tlmenie je možné zanedbať. Pohybová rovnica potom nadobudne tvar:

$$M \cdot \ddot{\varphi} + K \cdot \varphi = 0 \quad (4.16)$$

Matica hmotnosti nadobúda tvar:

$$M = \begin{bmatrix} I_{celk_rem} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{celk_zal_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{celk_zal_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{celk_zal_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{celk_zotr} \end{bmatrix}$$

Matica tuhosti:

$$C = \begin{bmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix}$$

a výchylka q má tvar:

$$q = am \cdot e^{i\omega_f t} \quad (4.17)$$

kde

am [-] - amplitúda

ω_f [$rad \cdot s^{-1}$] - uhlová frekvencia.

Výchylku je možné dosadiť do upravenej pohybovej rovnice 4.16 a tým vznikne rovnica tvaru:

$$(\Omega^2 M + C) \cdot a = 0 \quad (4.18)$$

kde
 Ω [$rad \cdot s^{-1}$] - uhlová frekvencia vlastného kmitania.

Rovnicu 4.18 je možné previesť na výpočet s vlastnými číslami. Týmto vznikne rovnica tvaru:

$$(A - \lambda I_1)x = 0 \quad (4.19)$$

kde
 $A = M^{-1}C$
 $\lambda = \Omega^2$
 I_1 - jednotková matica
 x_v - vlastný vektor.

Uvedenou rovnicou je možné získať uhlovú frekvenciu v rad/s . To je možné previesť na Hz vzťahom:

$$N = \frac{\Omega}{2\pi} [Hz] \quad (4.20)$$

Hodnoty amplitúd jednotlivých zalomení sú závislé na začiatočnom impulze. Z nasledujúceho vzťahu je možné určiť pomerné amplitúdy vzhľadom ku remenici:

$$a_i = \frac{x_i}{x_0} [-] \quad (4.21)$$

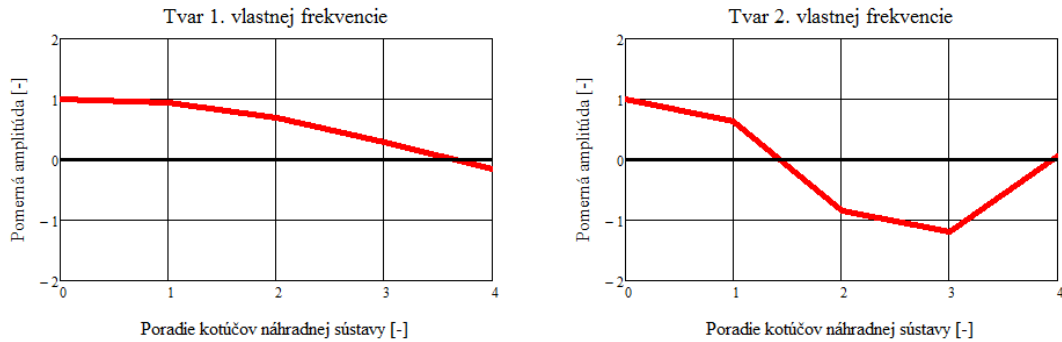
kde
 x_i [-] - veľkosť amplitúdy nasledujúcej hmoty.

Vypočítané hodnoty:

Vypočítané vlastné frekvencie		
	[Hz]	[min ⁻¹]
1. vlastná frekvencia	362,7	21 762
2. vlastná frekvencia	976,5	58 590

Tabulka 4.4: Výsledné tuhosti bezhmotých hriadeľov náhradnej sústavy

Priebeh pomerných amplitúd v závislosti na poradí náhradných kotúčov je možné zobrazit aj graficky obrázkom 4.3.



Obrázok 4.3: 1. a 2. vlastná frekvencia

[1][11][12][13][14][17]

4.3. Vynútené kmitanie

Pri vlastnom kmitaní dochádza vplyvom vlastného tlmenia k upokojeniu kmitania a prakticky v sústave po dokmitaní viac nepôsobí. Narozdiel od vlastného, vynútené kmitanie je budené periodicky premenným budiacim momentom. Budiaci je možné zapísať pomocou určitej frekvencie ω a momentu M . Sústava sa môže dostať do rezonancie s maximálnymi amplitúdami výchyliek. Z hľadiska pevnosti je vynútené kmitanie veľmi nebezpečné.

4.3.1. Harmonická analýza budiaceho momentu

Budiacim momentom pri spalovacom motore je krútiaci moment spôsobený tangenciálnou silou na ojnícovom čape kľukového hriadeľa. Pôvodcom tangenciálnej sily je sila od tlaku spalín pôsobiaca na plochu piesta. Krútiaci moment pôsobí na jednotlivých zalomeniach kľukového hriadeľa. Jeho priebeh je možné vyjadriť v závislosti na čase a uhle natočenia KH. Priebeh budiaceho, resp. krútiaceho momentu je možné popísať periodicky sa opakujúcou funkciou a tú je možné rozložiť pomocou Fourierovej rady.

Fourierova rada je súčtom nekonečného počtu sínusových priebehov s rôznou amplitúdou, frekvenciou a fázou posunutia. Keďže priebeh budiaceho momentu sa periodicky opakuje, je možné ho rozložiť pomocou Fourierovej rady na nekonečný počet sínusových zložiek. Tento rozklad sa nazýva harmonická analýza.

Rozklad budiaceho momentu na jednotlivé harmonické zložky je v prípade budiaceho momentu spalovacieho motora možné vykonať v obore komplexných čísel podľa vzorca:

$$h_k = \frac{2}{n} \cdot \sum_{j=0}^{n-1} M_j \cdot e^{i(k \cdot 2\pi \frac{j}{n})} [Nm] \quad (4.22)$$

kde

i [-] - imaginárna jednotka

n [-] - počet vzorkov

M_j [Nm] - vzorky (hodnoty budiaceho momentu)

j [-] - číslo vzorku.

Podľa počtu periód harmonických zložiek na jednu otáčku KH rozlišujeme jej rád κ . Pre štvortaktné motory je tento rád daný násobkom polovice celého čísla. Dôvodom je

fakt, že na jedna perióda krútiaceho momentu, resp. jeden pracovný cyklus prináleží dvom otáčkam KH:

$$\kappa = \frac{1}{2}k[-] \quad (4.23)$$

kde
 $k = 1, 2, 3 \dots n$

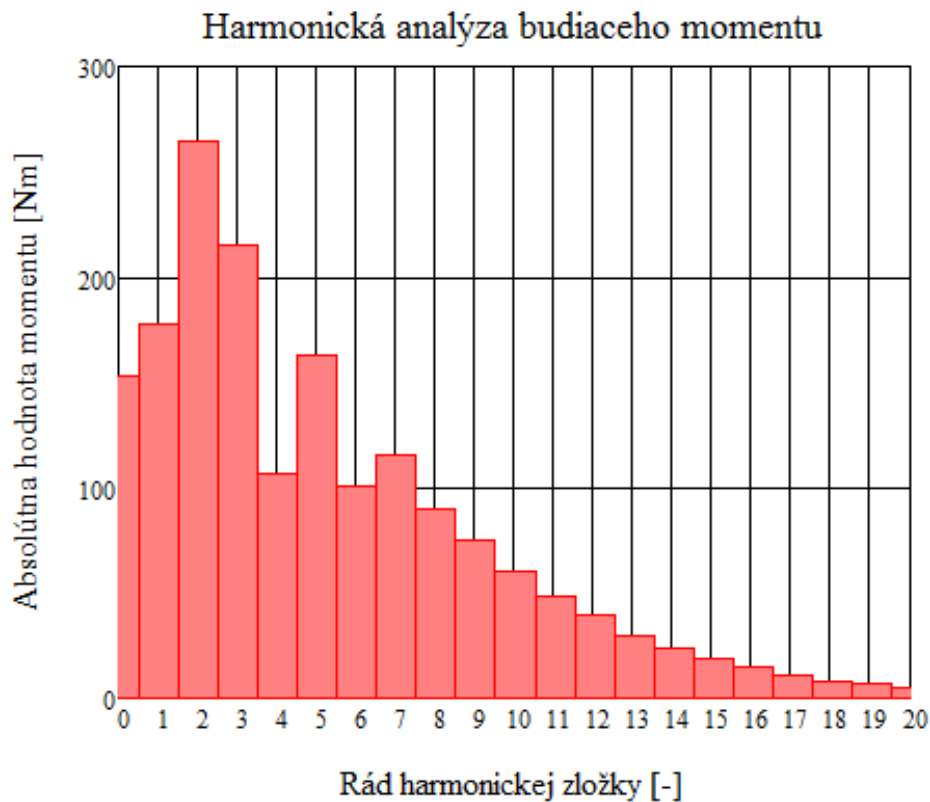
Pre spaľovací motora platí, že niektoré z harmonických zložiek krútiaceho momentu sú dominantné. Pri dominantných harmonických zložkách je výdatnosť rezonancie, resp. amplitúdy výchyliek najväčšie. Tieto harmonické zložky sa určia násobkom celého prirodzeného čísla s polovicou počtu valcov. Pre trojvalcový spaľovací motor, ktorý je uvažovaný v tejto práci budú hlavné harmonické zložky dané vzťahom:

$$\kappa_{hl} = \frac{z}{2}k[-] \quad (4.24)$$

kde
 $z [-]$ - počet valcov.

Pre uvažovaný motor budú dominantné harmonické zložky násobkami 1,5, teda $\kappa = 1,5; 3; 4,5; 6; 7,5; 9; 10,5; 12$.

Grafické znázornenie harmonickej analýzy



Obrázok 4.4: Absolútna hodnota budiaceho momentu po harmonickej analýze priradené k harmonickým zložkám.

4.3.2. Kritické otáčky

Každá harmonická zložka rádu κ budiaceho momentu vyvolá v kľukovom hriadelí vynútené kmitanie s rovnakou frekvenciou nezávislé na ostatných harmonických zložkách. Ak má motor otáčky n tak harmonická zložka rádu κ vyvolá frekvenciou veľkosti $\kappa \cdot n$, rovnako to platí aj uhlovú rýchlosť. Ak sa tieto frekvencie rovnajú, nastane rezonancia. K rezonancii príde vždy, keď bude platiť rovnosť:

$$n_{rez} = \frac{60 \cdot N}{\kappa} \quad [min^{-1}] \quad (4.25)$$

V prípadoch kedy výdatnosť rezonancie ohrozuje pevnosť KH sa z rezonančných otáčok stávajú kritické. V praxi je potrebné nastaviť motor tak, aby pri kritických otáčkach nepracoval vôbec, alebo ich prechádzal čo najrýchlejšie.

Vypočítané hodnoty

Vypočítané hodnoty kritických otáčok		
Rád harmonickej zložky κ	1. vlastná frekvencia	2. vlastná frekvencia
	Otáčky [min^{-1}]	Otáčky [min^{-1}]
0,5	43533	117174
1	21766	58587
1,5	14511	39058
2	10883	29293
2,5	8706	23434
3	7255	19529
3,5	6219	16739
4	5441	14646
4,5	4837	13019
5	4353	11717
5,5	3957	10652
6	3627	9764
6,5	3348	9013
7	3109	8369
7,5	2902	7811
8	2720	7323
8,5	2560	6892
9	2418	6509
9,5	2291	6167
10	2176	5858
10,5	2073	5579
11	1978	5326
11,5	1892	5094
12	1813	4882
12,5	1741	4686
13	1674	4506
13,5	1612	4339
14	1554	4184
14,5	1501	4040
15	1451	3905
15,5	1404	3779
16	1360	3661
16,5	1319	3550
17	1280	3446
17,5	1243	3347
18	1209	3254
18,5	1176	3166
19	1145	3083
19,5	1116	3004
20	1088	2929

Tabuľka 4.5: Vypočítané kritické otáčky

4.3.3. Relatívna výdatnosť rezonančných kmitov

Pri výpočte výdatnosti rezonancie sa zostaví smerová hviezdica vektorov pomerných amplitúd a_i pre jednotlivé rády κ , ktoré majú vyznačený smer bez ohľadu na veľkosť. Uhlový rozstup jednotlivých amplitúd je rovnaký ako uhlový rozstup zážihov motora v rámci otáčania kľukového hriadeľa. Uhol medzi vektormi hviezdice je daný vzťahom:

$$\sigma = \kappa \cdot \delta \quad [^\circ] \quad (4.26)$$

kde

σ [°] - uhol medzi vektormi hviezdice

δ [°] - uhol natočenia KH medzi dvoma po sebe idúcimi zážihmi

Hodnota δ nadobúda hodnoty podľa rovnice:

$$\delta = \frac{720[^\circ]}{z} \quad [^\circ] \quad (4.27)$$

Stanoviť poradie zapalovania motora je dôležité, pretože harmonické momenty pôsobiace na jednotlivé zalomenia KH majú síce rovnakú veľkosť, ale môžu mať inú fázu posunutia podľa poradia zapalovania.

Výdatnosť rezonancií ϵ_k je možné spočítať pre každý rád nasledovne:

$$\epsilon_k = \sqrt{\left[\sum_i (a_i \cdot \cos(\kappa\delta))^2 \right] + \left[\sum_i (a_i \cdot \sin(\kappa\delta))^2 \right]} \quad [-] \quad (4.28)$$

kde

i [-] - počet pomerných amplitúd zhodný s počtom valcov motora

Vypočítané hodnoty

Vypočítané hodnoty relatívnej výdatnosti		
Rád harmonickej zložky κ	1. vlastná frekvencia	2. vlastná frekvencia
0,5; 2; 3,5; 5; 6,5; 8; 9,5	1,805	1,609
1; 2,5; 4; 5,5; 7; 8,5; 10	1,465	1,926
1,5; 3; 4,5; 6; 7,5; 9	1,011	2,030

Tabuľka 4.6: Vypočítané hodnoty relatívnej výdatnosti

4.3.4. Torzné výchylky v rezonancii

Veľkosť torzných výchyliek v rezonancii je ovplyvnená veľkosťou amplitúd budiacich momentov a veľkosťou tlmiacich odporov ξ . Tlmenia kľukového mechanizmu je dané pasívnymi odpormi a tie sú závislé na vzájomnom trení jednotlivých častí mechanizmu. Do pasívnych odporov vstupuje aj hysterézia materiálu, čo je vlastný útlm materiálu. Súčiniteľ tlmenia sa výpočtom presne nedá určiť a preto sa volí s prihliadnutím na motory podobnej konštrukcie, kde bol súčiniteľ tlmenia experimentálne zmeraný.

Pri výpočte torznej výchylky v rezonancii je potrebné predpokladať, že tlmiace odpory sú malé a tvar vynúteného kmitania je rovnaký ako tvar vlastného kmitania. Ďalším predpokladom je, že tlmené je len kmitanie kľukového ústrojenstva a nie prídavných hmôt ako

je zotrvačník alebo iné hmoty. Amplitúdu rezonančných kmitov voľného konca hriadeľa možno vyjadriť rovnicou v tvare:

$$\phi_{0j} = \frac{M_{hj} \cdot \varepsilon_j}{\xi \cdot \omega \sum_{i=1}^z a_i^2} \cdot \frac{180}{\pi} \quad [^\circ] \quad (4.29)$$

kde

M_{hj} [Nm] - absolútna hodnota z rozkladu budiaceho momentu v obore komplexných čísel

ε_j [-] - výdatnosť rezonancie harmonickej zložky rádu κ

Ω [rad · s⁻¹] - uhlová rýchlosť rezonančného kmitania

$\sum_{i=1}^z a_i^2$ [-] - súčet štvorcov relatívnych rezonančných výchýliek valcov

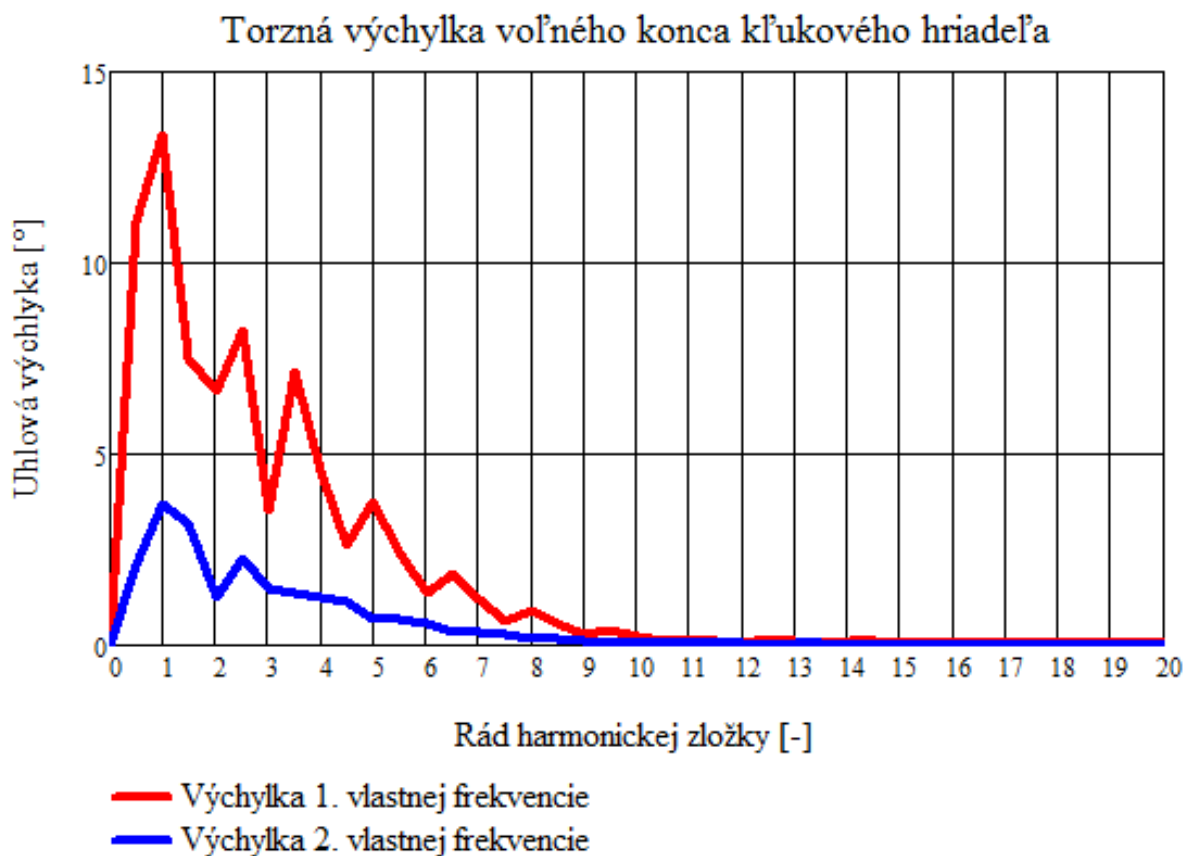
ξ [Nm · s · rad⁻¹] - tlmiace odpory, zvolená hodnota.

Vypočítané hodnoty

Vypočítané hodnoty kritických otáčok		
Rád harmonickej zložky κ	Výchylka 1. vlastnej frekvencie [°]	Výchylka 2. vlastnej frekvencie [°]
0,5	11,054	2,087
1	13,353	3,717
1,5	7,486	3,183
2	6,654	1,256
2,5	8,225	2,290
3	3,519	1,496
3,5	7,158	1,352
4	4,558	1,269
4,5	2,612	1,111
5	3,760	0,710
5,5	2,461	0,685
6	1,360	0,578
6,5	1,873	0,354
7	1,199	0,354
7,5	0,649	0,276
8	0,893	0,169
8,5	0,551	0,153
9	0,292	0,124
9,5	0,404	0,076
10	0,248	0,069
10,5	0,134	0,057
11	0,184	0,035
11,5	0,134	0,037
12	0,083	0,035
12,5	0,144	0,027
13	0,118	0,033
13,5	0,077	0,033
14	0,124	0,023
14,5	0,095	0,027
15	0,055	0,023
15,5	0,092	0,017
16	0,066	0,018
16,5	0,045	0,019
17	0,075	0,014
17,5	0,061	0,017
18	0,039	0,017
18,5	0,069	0,013
19	0,051	0,014
19,5	0,033	0,014
20	0,054	0,010

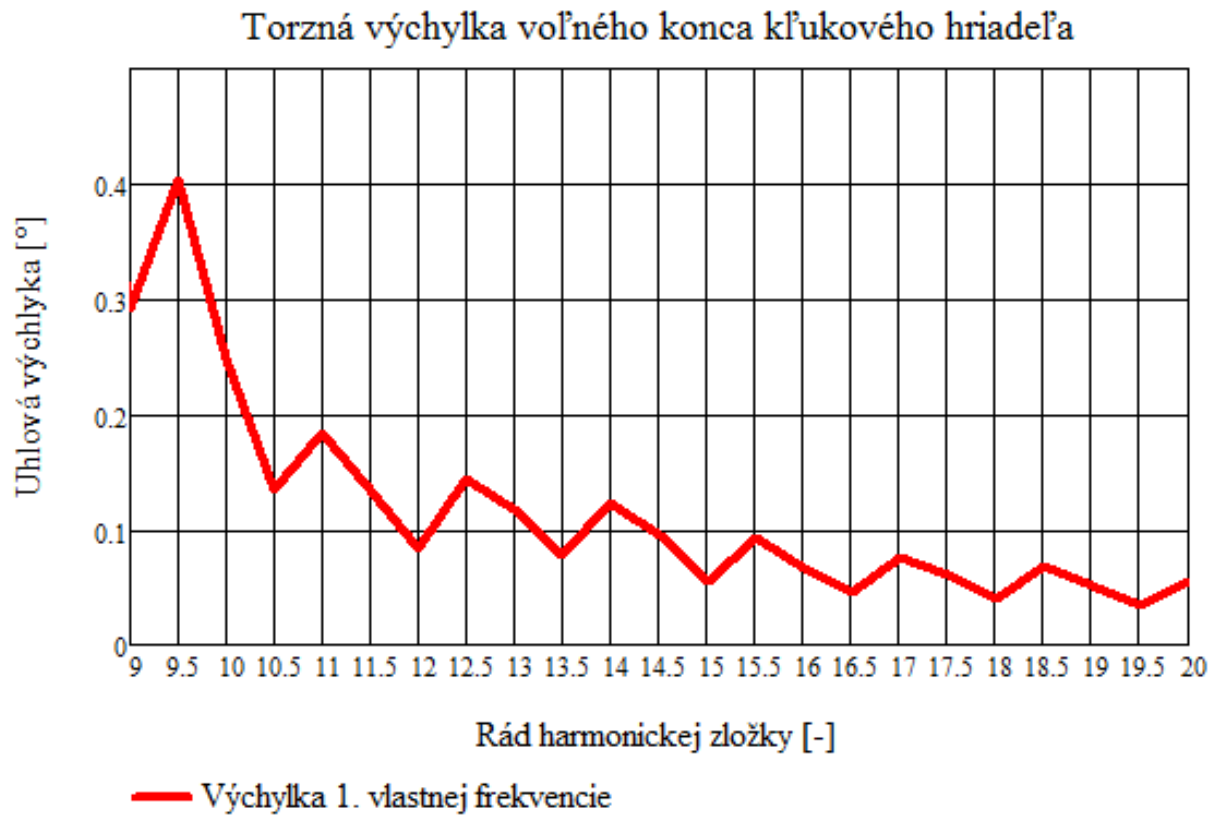
Tabulka 4.7: Vypočítané torzné výchylky

Grafické znázornenie



Obrázok 4.5: Torzné výchylky 1. a 2. vlastnej frekvencie

Z grafu na obrázku 4.5 je pre uvažovaný motor nutné analyzovať harmonické zložky od rádu 9,5 a vyššie, čo zodpovedá rozsahu pracovných otáčok motora. Do kritických otáčok nižších rádov sa motor nedostane. To je dôvodom uvažovanie uvedených rádov. Torzná výchylka v závislosti na ráde harmonickej zložky pre pracovný rozsah otáčok motora je zobrazená na obrázku 4.6. V tom prípade sa uvažuje iba výchylka spôsobená 1. vlastnou frekvenciou, keďže 2. vlastná frekvencia sa do rozsahu pracovných otáčok motora nedostane. [1][11][12][13][14][17]



Obrázok 4.6: Torzné výchylky 1. a 2. vlastnej frekvencie pre rozsah pracovných otáčok

5. Virtuálny model v MBS software MSC.Adams

V nasledujúcej kapitole bude rozobraný a popísaný postup akým bol vytvorený virtuálny model kľukového mechanizmu v multi-body software (MBS) Adams od firmy MSC.Software.

Software Adams slúži na analýzu kinematiky, dynamiky a pohybu mechanických sústav. Analyzované sústavy sú tvorené tuhými (rigid) alebo pružnými (flexible) telesami, ktoré sú vzájomne viazané kinetickými väzbami. Význam tvorby modelov mechanických sústav v multi-body systéme spočíva v možnosti analýzy síl a pohybu jednotlivých častí mechanizmu ešte v konštrukčnej fáze. Tým dochádza k odhaleniu a vyriešeniu možných konštrukčných problémov ešte pred výrobou mechanizmov, čím sa znižuje časová aj ekonomická náročnosť vývoja produktov. Výsledky týchto analýz je však potrebné v súčasnosti validovať s testami reálnych mechanizmov. Okrem kinematických, dynamických a deformačných analýz je Adams nápomocný aj pri vibračných a akustických analýzach strojov a mechanizmov.

Adams je tvorený viacerými modulmi, z ktorých každý sa zameriava na inú problematiku. Základnými modulmi s ich zameraním sú nasledovné:

- *Adams/Car* - modul, ktorý slúži na modelovanie automobilov
- *Adams/Driveline* - slúži na tvorbu hnacej sústavy
- *Adams/Chassis* - modul v ktorom sa vytvárajú podvozky
- *Adams/Flex* - modul pracujúci s pružnými telesami
- *Adams/Vibration* - modul slúžiaci na vibračné analýzy
- *Adams/View* - všeobecné grafické rozhranie Adamsu

Pri tvorbe virtuálneho modelu k tejto práci bol však použitý modul *Adams/Engine*, ktorý je vhodný na tvorbu a analýzu modelov spaľovacích motorov. Pre vytvorenie požadovaného modelu môžu byť použité preddefinované šablóny, ktoré sa upravujú podľa požiadaviek užívateľa. Alternatívny spôsob zahŕňa vytvorenie vlastnej šablóny podľa požadovaných parametrov. Výhodou tvorby vlastnej šablóny je možnosť širokej modifikácie parametrov a jednotlivých častí modelu. Tvorbu vlastnej šablóny umožňuje režim "Template Builder". Jeho nevýhodou je však nutnosť pokročilej znalosti Adamsu a tiež nastavenie konfiguračného súboru z režimu "standard" na režim "expert". Ešte pred samotnou prácou v Adams/Engine je vhodné sa oboznámiť so základnými pojmami v rámci tohto programu. Medzi základné pojmy aj so stručným vysvetlením možno zaradiť:

- *Model* - jedná sa o súbor hmotných telies vzájomne naviazaných kinetickými väzbami.

- *Teleso* - sú definované hmotnosťou, tuhosťou, geometriou a polohou. Môžu byť uvažované ako tuhé alebo pružné.
- *Marker* - pomocný súradnicový systém v mieste ktorého sa môže definovať napríklad sila alebo väzba.
- *Body/Hardpoints* - sú body vytvárané v template builder režime a definujú polohu, nie však orientáciu.
- *Constraints/Väzby* - sú definované medzi jednotlivými telesami a podľa typu odobierajú určitý počet stupňov voľnosti mechanizmu.
- *Konštrukčné rámy/Construction frame* - sú základom pre stavbu modelov. Definujú polohu a orientáciu telies.
- *Komunikátory/Communicators* - slúžia na výmenu informácií medzi šablónou, podsystemom a zostavou. Môžu byť vstupné alebo výstupné.
- *Podklad/Ground* - je teleso, ktoré reprezentuje podložku na ktorej je mechanizmus uložený. Na toto teleso sa naväzujú napríklad uloženia motora, tzv. silentbloky.

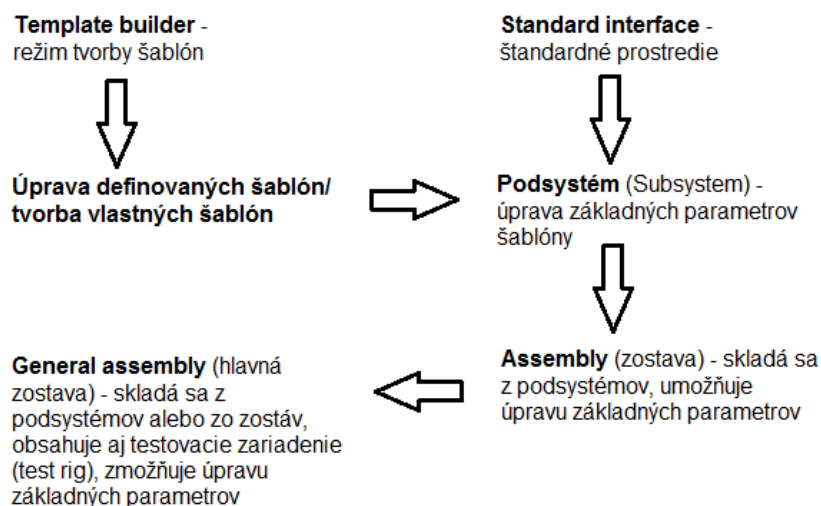
Adams/Engine sa delí na režimy: Template builder a Standard interface. Ako bolo spomenuté vyššie pri práci v režime tvorby šablón je užívateľ oprávnený ľubovoľne meniť všetky parametre mechanizmu podľa vlastných preferencií. Na rozdiel od toho v režime standard interface je úprava parametrov obmedzená iba na niektoré základné. Je možné teda povedať, že ak je zámerom užívateľa prevedenie simulácie už vytvoreného motora s úpravami niektorých základných parametrov (napr. priemer valca) stačí práca v štandardnom režime. V iných prípadoch je nutné prepnúť Adams do režimu tvorby šablón.

Ďalším krokom po vytvorení šablóny je vytvorenie podsystemu (subsystem). Môže byť založený buď sa preddefinovanej šablóny alebo na šablóne vytvorenej užívateľom. Príkladom podsystemu môže byť mechanizmus pohonu ventilov na strane sania pre jeden valec. V modele podsystemu je možné upravovať niektoré parametre. Nasledujúcim stupňom modelu je tvorba zostavy (assembly), ktorá môže obsahovať jeden alebo viac podsystemov. Príkladom môže byť mechanizmus pohonu ventilov pre výfukovú aj saciu stranu pre jeden valec. Z modelu zostavy sa ďalej prechádza do modelu hlavnej zostavy (general assembly). Je to najvyšší stupeň modelu a môže skladať z viacerých zostáv a testovacieho súboru (test rig). Príklad môže byť pohon ventilového mechanizmu pre štyri valce.

Obrázok 5.1 zobrazuje schému rozdelenia pracovného prostredia programu Adams/Engine aj so základným popisom.

Ako bolo spomenuté vyššie, telesá z ktorých sa skladá mechanizmus v Adamse sú definované hmotnosťou, tuhosťou, tlmením a polohou. Každé z týchto telies má 6 stupňov voľnosti (3 posuvné a 3 rotačné), pričom kinematické väzby slúžia práve na to, aby sa určitému počtu stupňov voľnosti zamedzilo. Pre dosiahnutie adekvátneho počtu stupňov voľnosti mechanizmu je nevyhnutné použitie správnych typov väzieb. Napríklad, rozvodový ventil sa teoreticky pohybuje v jednom smere. To znamená, že pri tvorbe mechanizmu v Adamse je potrebné mu kinematickými väzbami odobrať 5 stupňov voľnosti (2 posuvné a 3 rotačné). Na základe týchto stupňov voľnosti program vytvára pohybové rovnice, ktoré sú v priebehu simulácie vyriešené. Pohybová rovnica pre jeden stupeň voľnosti vyzerá nasledovne:

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + kq = F(x) \quad (5.1)$$



Obrázok 5.1: Schéma rozdelenia pracovného prostredia Adamsu

Kde m je hmota, b je tlmenie, k je tuhosť, $F(x)$ je sila závislá na výchylke a q je poloha a jej derivácie (rýchlosť a zrýchlenie). Pohybová rovnica pre n stupňov voľnosti:

$$M\ddot{q} + B\dot{q} + Kq = F(x) \quad (5.2)$$

Kde M , B a K sú matice uvedených veličín.

Pri Adamse je vhodné uviesť aj to, že samotný program obsahuje obsiahlu nápovedu, ktorá dokáže byť vo veľa prípadoch nápomocná. Okrem definície jednotlivých parametrov, obsahuje aj rôzne manuály a návody. Znamená to, že aj začiatočník sa dokáže v štruktúre a spôsobe práce Adamsu postupne zorientovať. [8][10][14][15][16][17]

5.1. Postup tvorby modelu v MBS Adams

5.1.1. Vytvorenie základných parametrov

Pre vytvorenie základných parametrov motora slúži funkcia Engine global dataset. Do tejto tabuľky sa nezapisujú iba základné rozmery piesta, ojnice alebo KH, ale aj informácie ako poradie zapalovania, počet valcov alebo počet radov (v prípade vidlicových motorov). Autor tejto diplomovej práce mal k dispozícii 3D model uvažovaného motora. Na základe tohto modelu boli zistené základné parametre s použitím programu Creo. Základné parametre sú nasledovné:

Názov parametra	Hodnota	Jednotka
Taktnosť	4	-
Smer rotácie	smer hodinových ručičiek	-
Počet radov	1	-
Počet valcov	3	-
Poradie Zapalovania	1-3-2	-
Odsadenie piestneho čapu	0,05	mm
Zdvih	120	mm
Vrtanie	103,5	mm
Axiálna vzdialenosť valcov	136	mm
Efektívna dĺžka ojnice	215	mm
Počet hlavných ložisiek	4	-
Šírka ojničného ložiska	30	mm
Priemer ojničného ložiska	66	mm
Šírka hlavného ložiska	34	mm
Priemer hlavného ložiska	80	mm
Priemer piestneho čapu	40	mm
Šírka piestneho čapu	88	mm
Šírka malého oka ojnice	46	mm

Tabuľka 5.1: Základné parametre

Tabuľka (okno) pre nastavenie základných parametrov je uvedená na obrázku 5.2.

5.1. POSTUP TVORBY MODELU V MBS ADAMS

The dialog box 'Modify Engine Global Dataset' contains the following parameters:

- Engine Global Data Name: _trojvalec_sablona_nonflex_110517.ue
- Reference Frame: _trojvalec_sablona_nonflex_110517.grc
- Cycle: 4-Stroke, Rotation: Clockwise
- Number of Banks: 1, Bank Layout: -->
- Number of Cylinders: 3, Cylinder Layout: -->
- Stroke: 120.0, Bore Diameter: 103.5
- Axial Cylinder Distance: 136.0
- Effective Con Rod Length: 215.0
- Thrust Main Bearing No.: 4, Crank Layout: <--
- Piston Pin Diameter: 40.0, Length: 88.0
- Piston Boss Spacing: 46.0
- Total Displacement: 3.02 liter

The Crank Pin table is as follows:

Crank Pin		Crank Main Pin		
Diameter	Length	No.	No.	Bearing Position
uniform	uniform	No.	No.	User Specified
66.0	30.0	1	1	80.0
66.0	30.0	2	2	80.0
66.0	30.0	3	3	80.0
66.0	30.0	4	4	80.0
				34.0
				-204.0
				-68.0
				68.0
				204.0

Obrázok 5.2: Tabuľka pre zadanie parametrov v Adamse

Po vytvorení tohto súboru bolo možné pokračovať sprievodcom pre tvorbu kľukového mechanizmu motora (Crank Train wizard). V okne sprievodcu je možnosť výberu jednotlivých častí kľukového mechanizmu, ktoré chce užívateľ zahrnúť do modelu mechanizmu. Je tu teda možnosť niektorú časť mechanizmu vynechať ak sa nenachádza v skutočnom motore. Možnosti sprievodcu sú zobrazené na obrázku 5.3

The 'Acar Template Builder Engine Global Template Wizard' dialog box contains the following components:

- Engine Global Data: [Text Field]
- Engine Block
- Crankshaft
- New Property File: [Text Field]
- Flywheel
- Torsional Damper
- Con Rod
- Piston
- Piston Pin Attach to: Con Rod
- Piston Liner Connector
- Main Bearing
- Pin Bearing
- Piston Pin Bearing
- Gas Force
- Engine Mounts Number: [Text Field]
- Balancing Mechanism
- Number of Balancing Shafts: [Text Field]
- Balancing Shaft Bearings
- Balancing Shaft Drive

Obrázok 5.3: Okno sprievodcu tvorbou kľukového mechanizmu

Po zadaní parametrov a požadovaných častí motora Adams vytvorí multi-body model motora. V tomto stave je možné model ďalej upravovať, prípadne je možná aj zmena

základných parametrov. Po potvrdení takejto zmeny Adams okamžite zmenu geometrie prepočíta a model upraví do požadovanej podoby. [8][10][14][15][16][17]

5.1.2. Sila od tlaku spalín - Gas force

Ďalším krokom v procese tvorby modelu bolo zakomponovanie sily od tlaku spalín ako zdroja krútiaceho momentu. V modeli Adams/Engine existuje pre túto silu priamo vytvorená šablóna. Do tabuľky vytvorenia sily (Gas force), obrázok 5.4 sa vyberie piest na ktorý má tvorená sila pôsobiť, fázové posunutie, ktoré sú načítané z tabuľky základných parametrov, plocha na ktorú sila má pôsobiť a súbor vlastností (property file). V prípade sily od tlaku plynov tento súbor obsahuje hodnoty priebehu tlaku plynov v závislosti na uhle natočenia KH. Tento súbor bol upravený pre analyzovaný motor na základe priebehu tlakov vo valci, ktoré mal autor k dispozícii. Tento postup sa musí opakovať pre každý piest.

Modify Gas Force	
Gas Force Name	._trojvalec_sablona_nonflex_130517.ues_gas_force_1
<input type="radio"/> Action-Only <input checked="" type="radio"/> Action-Reaction	
Action Force Applied To	<input type="radio"/> Part <input checked="" type="radio"/> Marker
I Coordinate Reference	._trojvalec_sablona_nonflex_130517.ues_piston_1.p.gas_force_marker
Reaction Force Applied To <input type="radio"/> Part <input checked="" type="radio"/> Marker	
J Coordinate Reference	._trojvalec_sablona_nonflex_130517.ues_engine_block.p.attach_marker_41
Angle Variable	Solver Variable ._trojvalec_sablona_nonflex_130517.ues_crank_angle.angle_solver_variable
Angular Vel. Var.	Solver Variable ._trojvalec_sablona_nonflex_130517.ues_crank_angle.average_angular_veloc
Angle Offset	(._trojvalec_sablona_nonflex_130517.ues_global_motor_data.ignition_angle[1])
Pressure Property File	mdids://private/gas_force.tbl/gas_force_thesis.gaf
Scale Factor	1.0
Area	(PI * ._trojvalec_sablona_nonflex_130517.ues_global_motor_data.bore_diameter**2 / 4)
<input type="button" value="Wizard"/> <input type="button" value="OK"/> <input type="button" value="Apply"/> <input type="button" value="Cancel"/>	

Obrázok 5.4: Tabuľka pre vytvorenie Gas force

5.1.3. Pohon vyvažovania a vývažky

V analyzovanom motore je pohon vyvažovacieho hriadeľa vyriešený pomocou ozubených kolies, ktoré sú poháňané kľukovým hriadeľom. V automatických nastaveniach Adams-u je pohon vyvažovania vyriešený pomocou remeňa. Z tohto dôvodu bolo potrebné v ďalšom kroku pohon cez ozubenia vytvoriť a nastaviť manuálne. Vyvažovací hriadeľ bol spolu s jeho ložiskami vytvorený pomocou "Crank train wizard", ktorý je popísaný v predchádzajúcich riadkoch. V tomto prípade sa však poloha vyvažovacieho hriadeľa definovať nedá a Adams umiestni vyvažovací hriadeľ podľa svojich nastavení. Poloha vyvažovacieho hriadeľa a jednotlivých ozubených kolies bola zistená z 3D modelu kľukového mechanizmu v programe Creo. Pre pohon vyvažovania bolo potrebné vytvoriť 4 ozubené kolesá, z ktorých prvé je upevnené na kľukovom hriadeľi a štvrté je upevnené na vyvažovacom hriadeľi. Okno pre vytvorenie ozubeného kolesa je na obrázku 5.5.

Modify Gear

Gear Name:

Property File Editable

Attachment To: Part Marker

Coordinate Reference:

Geometry	Mass Properties	Torsional Spring
Module	<input type="text" value="2.75"/>	
Number of Teeth	<input type="text" value="26"/>	
Tooth Angle	<input type="text" value="20.0"/>	
Helix Angle	<input type="text" value="21.6"/>	
Gear Width	<input type="text" value="28.0"/>	
Addendum Factor	<input type="text" value="1.0"/>	
Dedendum Factor	<input type="text" value="1.25"/>	
Addendum Mod.Coefficient	<input type="text" value="0.0"/>	
Delta Tooth Thickness	<input type="text" value="-0.1"/>	

Fixed Gear:

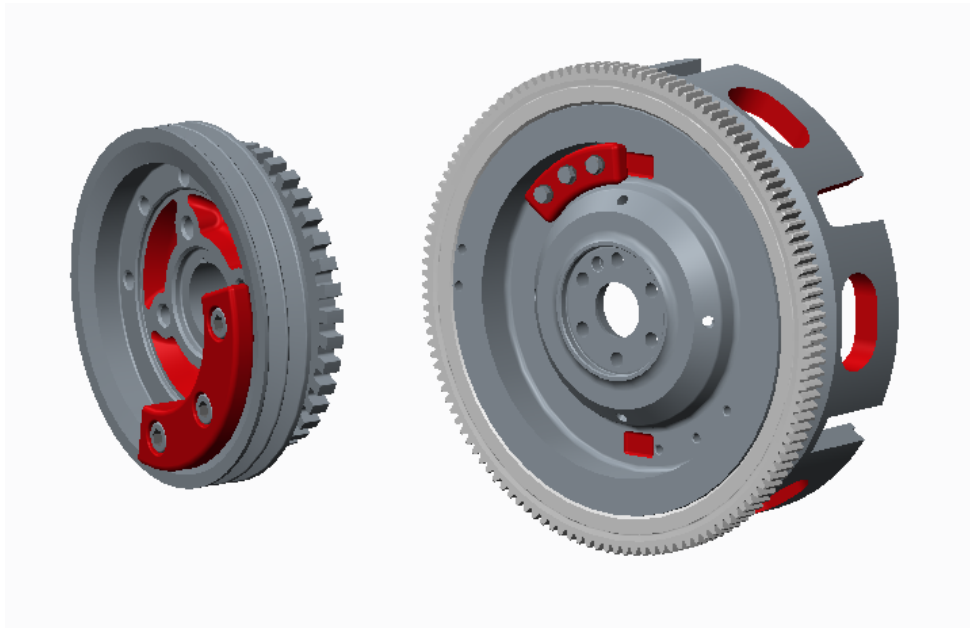
Activate Torsional Spring:

Buttons:

Obrázok 5.5: Tabuľka pre vytvorenie ozubeného kolesa

Geometria a hmotnostné vlastnosti jednotlivých ozubených kolies a vyvažovacieho hriadeľa boli rovnako zistené z programu Creo. Ďalším krokom bolo prispôsobenie pohonu vyvažovania. Adams má pohon nastavený od kľukového hriadeľa a určitým "prevodovým" pomerom. Bolo potrebné však nastaviť pohon tak, aby jeho zdroj bol na 4. ozubenom kolese, teda priamo na vyvažovacom hriadeľi. Tým bol prevodový pomer medzi kľukovým a vyvažovacím hriadeľom daný prevodmi medzi ozubenými kolesami.

Pri vyvažovaní je nutné spomenúť, že uvažovaný motor má dva vyvažovacie hriadele, pri čom vytvorenie jedného z nich bolo popísané. Druhý vyvažovací hriadeľ je v tomto prípade stotožnený s kľukovým hriadeľom. V praxi to vyzerá tak, že na telese remenice a zotrvačníka je v definovanej polohe umiestnený vývažok. Umiestnenie vývažkov je zobrazené na obrázku 5.6. Poloha, hmotnosť a zotrvačné momenty vývažkov boli zistené z programu Creo. [8][10][14][15][16][17]



Obrázok 5.6: Poloha vývažkov na remenici (vľavo) a zotrvačníku (vpravo)

5.1.4. Remenica

Ďalším prvkom, ktorý bol vytvorený a pridaný do kľukového mechanizmu je remenica. Na vytvorenie telesa remenice v Adams/Engine existuje rovnako šablóna. Do tabuľky vytvorenia remenice sa zadáva názov, súbor vlastností a umiestnenie. Súbor vlastností (property file) obsahuje informácie o priemere remenice, o jej hmotnostných a zotrvačných vlastnostiach. Tie sa zadajú do tabuľky buď manuálne a vytvorí sa vlastný súbor vlastností alebo sa načíta existujúci, ktorý uvedené informácie sám do tabuľky doplní. Tabuľka vytvorenia remenice je uvedená na obrázku 5.7.

Pulley Name	_trojvalec_sablona_nonflex_130517.ues_remenica		
Property File	<input type="checkbox"/> Editable	mdids://private/pulleys.tbl/mdi_0001.pyp	
Accessory Belt Properties	_trojvalec_sablona_nonflex_130517.ues_remen_vlastnosti		
Attachment To	<input type="radio"/> Part <input checked="" type="radio"/> Marker		
Coordinate Reference	_trojvalec_sablona_nonflex_130517.ues_crankshaft.shaft_se		
Pitch Diameter	164.6		
Mass	4.855		
lxx	1.984E+004		
lyy	1.116E+004		
lzz	1.113E+004		
CM Location Relative to Part	0.0,0.0,0.0		
Fixed Pulley	Yes		

Obrázok 5.7: Tabuľka vytvorenia remenice

Remenica slúži na pohon príslušenstva motora, ako je napríklad alternátor, ventilácia atp. Znamená to teda, že remeň pohonu tohto príslušenstva odoberá výkon z kľukového hriadela prostredníctvom remenice upevnenej na KH. Tento odoberaný výkon bol v Adamse namodelovaný ako moment na remenici pôsobiaci proti krútiacemu momentu motora. Bol prepočítaný pri voľnobežných otáčkach, aby odoberal výkon približne 5 kW. [8][10][14][15][16][17]

5.1.5. Meranie uhlovej rýchlosti

Predmetom tejto diplomovej práce je meranie torznej výchylky kľukového mechanizmu. Na to aby sme ju dostali potrebujeme počas simulácie zmerať uhlovú rýchlosť remenice. Nejde však o uhlovú rýchlosť vzhľadom k pozorovateľovi v pokoji, ale o uhlovú rýchlosť remenice vzhľadom k ideálnej rýchlosti pri dokonale tuhom kľukovom hriadeli. Meraná uhlová rýchlosť vzniká kvôli pružnosti materiálu KH. O tomto však bude písané v neskorších kapitolách. Keďže na meranie požadovanej uhlovej rýchlosti Adams nemá vstavanú funkciu, bolo potrebné toto meranie (request) vytvoriť manuálne pomocou funkcie. Meranie prebieha medzi dvoma bodmi. Prvý bod sa nachádza v strede umiestnenia remenice na KH na ose rotácie KH. V tomto bode je vytvorený marker (pomocný súradnicový systém). Druhý leží v strede umiestnenia zotrvačníka na ose rotácie KH. V tomto bode je vytvorený tiež marker s rovnakou orientáciou. Oba vektory sú orientované tak, že ich os "z" je totožná s osou rotácie KH. Medzi tieto dva markery sa zadáva request, ktorý definuje meranie medzi nimi. Na meranie uhlovej rýchlosti bola použitá funkcia "wz" pomocou ktorej je možné zistiť uhlovú rýchlosť telesa okolo danej osy. Tabuľka vytvorenia merania je na obrázku

Function	Expression	Units
F1		
F2		
F3		
F4		
F5		
F6	WZ(_trojvalec_sablona_nonflex_190517_2.ues_remenica.pulley_part.mas_rem	
F7		
F8		

Attribute	Value	Units
MAG		no units
X		no units
Y		no units
Z		no units
AMAG		no units
R1	uhlova_rychlost	angular velocity
R2		no units
R3		no units

Obrázok 5.8: Tabuľka vytvorenia merania

Po vykonaní uvedených krokov je možné o modeli povedať, že je pripravený na simuláciu a meranie. V tomto prípade by však nebola nameraná žiadna uhlová rýchlosť. Dôvodom je fakt, že sa jedná iba o model s dokonale tuhými telesami. Znamená to, že kľukový hriadeľ by sa nedeformoval žiadnym spôsobom a tým pádom by nedošlo ani k jeho kmitaniu. V nasledujúcej časti bude popísaná tvorba modelu s kľukovým hriadeľom modelovaným ako pružné teleso, resp. pretvorenie stávajúceho modelu na model s pružným KH.

Predchádzajúce kroky boli prevedené v režime "template builder", teda jednalo sa o prípravu šablóny. Tá je v tomto stave modelu hotová. Zvyšné úpravy sa budú robiť v režime "standard interface". To znamená, že z vytvorenej šablóny je potrebné vytvoriť podsystém (subsystem). Potom sa vytvorí hlavná zostava, ktorá obsahuje vytvorený podsystém a tiež testovací súbor (test rig), ktorý simuluje testovacie zariadenie. Zvyšné úpravy, ktoré sú potrebné je možné vykonať aj v režime hlavnej zostavy. Budú teda vykonané na úrovni tejto zostavy. [8][10][14][15][16][17]

5.1.6. Vytvorenie pružného telesa

Aby bolo možné dostať v Adams-e model s pružnými telesami, je potrebné tuhé telesá nahradiť pružnými. Adams dokáže s pružnými telesami pracovať a dokáže ich z tuhých telies aj vytvoriť, ale iba zjednodušenými metódami. Vhodnejším spôsobom je použitie MKP programu. Na prenos informácií o pružných telesách sa medzi MKP programom a Adams-om používajú súbory MNF (modal neutral file). Na vytvorenie mnf súboru pre analyzovaný kľukový hriadeľ bol použitý MKP výpočtový program Patran 2016 od firmy MSC.Software. Postup tvorby mnf súboru je možné zhrnúť do postupu nasledovne:

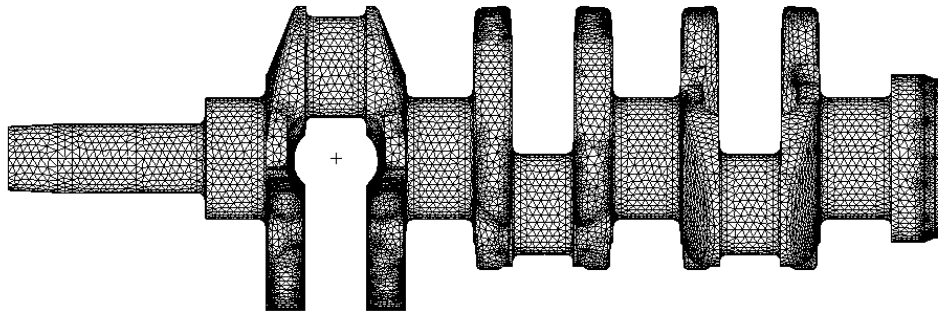
1. import geometrie z 3D modelátora
2. vytvorenie bodov (nodes) v definovaných miestach KH
3. vytvorenie dostatočne hustej siete (mesh)
4. vytvorenie tuhých prvkov (RBE) v miestach väzieb
5. nastavenie výstupu na mnf súbor
6. nastavenie modálnej analýzy
7. výpočet v MKP

Do MKP programu Patran bola vložená geometria kľukového hriadeľa. Na presne určených miestach boli vytvorené body, tzv. nodes. Sú to rovnaké body, ktoré sú neskôr vytvorené pri sieťovaní telesa a stretajú sa v nich jednotlivé prvky (elements) siete. Z presne definovaných bodov sa neskôr vytvoria tzv. "interface nodes", čo sú body na geometrii telesa v ktorých bude neskôr v Adams-e po vložení mnf súboru vytvorená kinematická väzba. V prípade uvažovaného kľukového hriadeľa sú tieto body v miestach, kde sú naviazané hlavné časti kľukového mechanizmu. V poradí od voľného konca KH smerom k zotrvačníku sú to miesta:

- a. upevnenie remenice (ID1000001)
- b. upevnenie ozubeného kola pohon vyvažovania (ID1000002)
- c. 1. hlavný čap KH (ID1000003)
- d. 1. ojnicový čap KH (ID1000004)
- e. 2. hlavný čap KH (ID1000005)
- f. 2. ojnicový čap KH (ID1000006)
- g. 3. hlavný čap KH (ID1000007)
- h. 3. ojnicový čap KH (ID1000008)
- i. 4. hlavný čap KH (ID1000009)
- j. upevnenie zotrvačníka (ID1000010)

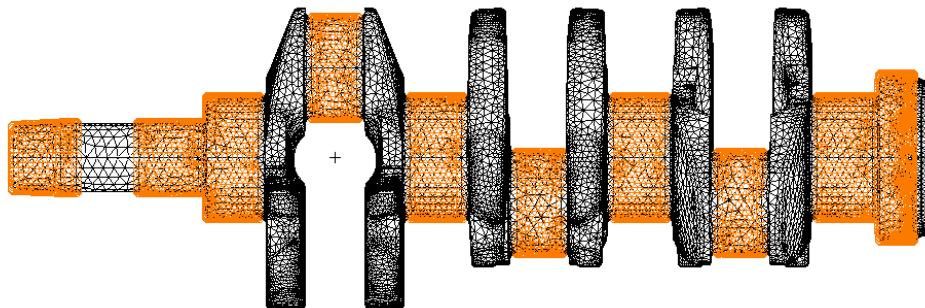
Čísla ID v zátvorkách sú čísla jednotlivých väzobných bodov, ktoré sú ľahko rozpoznateľné. Dôvodom tohto označenia je to, že po vytvorení siete telesa, kde sa nachádza niekoľko tisíc rovnakých bodov by bolo hľadanie správnych bodov bez charakteristického označenia náročné. V tomto prípade to platí do momentu, kým je počet všetkých bodov (nodes) siete menší ako 1 000 000.

Ďalším krokom pri tvorbe mnf súboru je vytvorenie MKP siete tzv. meshing. Pre vytvorenie MKP siete uvažovaného kľukového hriadeľa boli použité Tetra prvky o kvalite Tet10, ktoré vytvárajú objemovú sieť. Sieť KH je zobrazená na obrázku **5.9**.



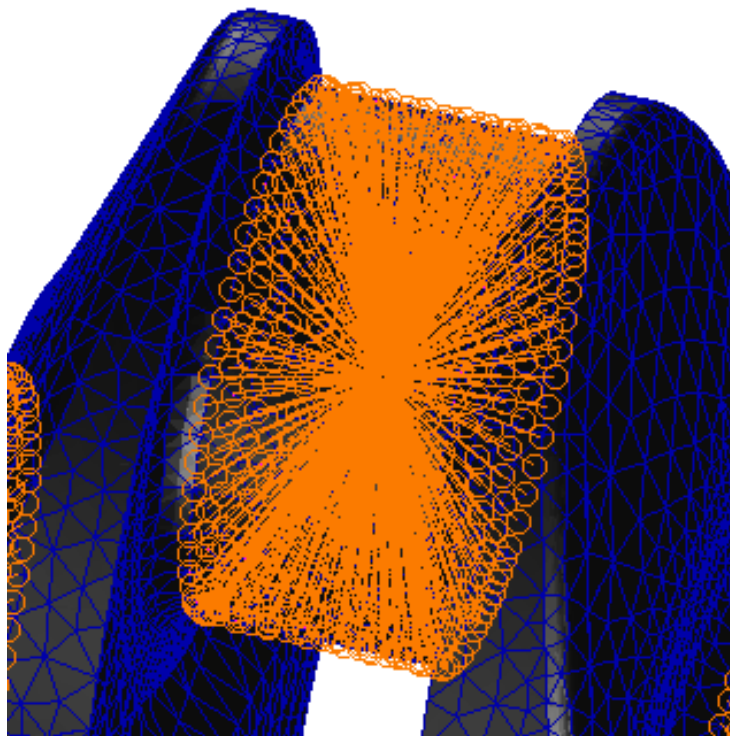
Obrázok 5.9: Sieť telesa

V uvažovanom klukovom mechanizme bude ako pružné teleso pracovať iba klukový hriadeľ. Ostatné súčasti budú ponechané ako tuhé. Aby bolo možné tuhé časti naviazať na poddajné teleso musia sa na pružnom telese v miestach naviazania vytvoriť tuhé prvky. Význam týchto prvkov spočíva v tom, že pružné teleso sa v Adams-e naviaže na jeden bod, čo sú väzobný bod vytvorený pred sieťovaním. Skutočná väzba medzi ojnicou a klukovým hriadelom však zahŕňa kontakt medzi plochami čapu a ojnice. Na zachovanie kontaktu plochy čapu s ojnicou a súčasné vytvorenie väzby v Adams-e slúžia práve tuhé prvky. V Patrane sa nazývajú Mpc spojenia a sú vytvorené pomocou RBE2 (Rigid Body Element) prvkov. Tieto prvky teda spájajú povrch napríklad povrch hlavného čapu s väzobným bodom v jeho strede. RBE2 prvky sú dokonale tuhé. Klukový hriadeľ s vytvorenou sieťou a s Mpc spojeniami možno vidieť na obrázku 5.10. Mpc spojenia sú označené oranžovou farbou.



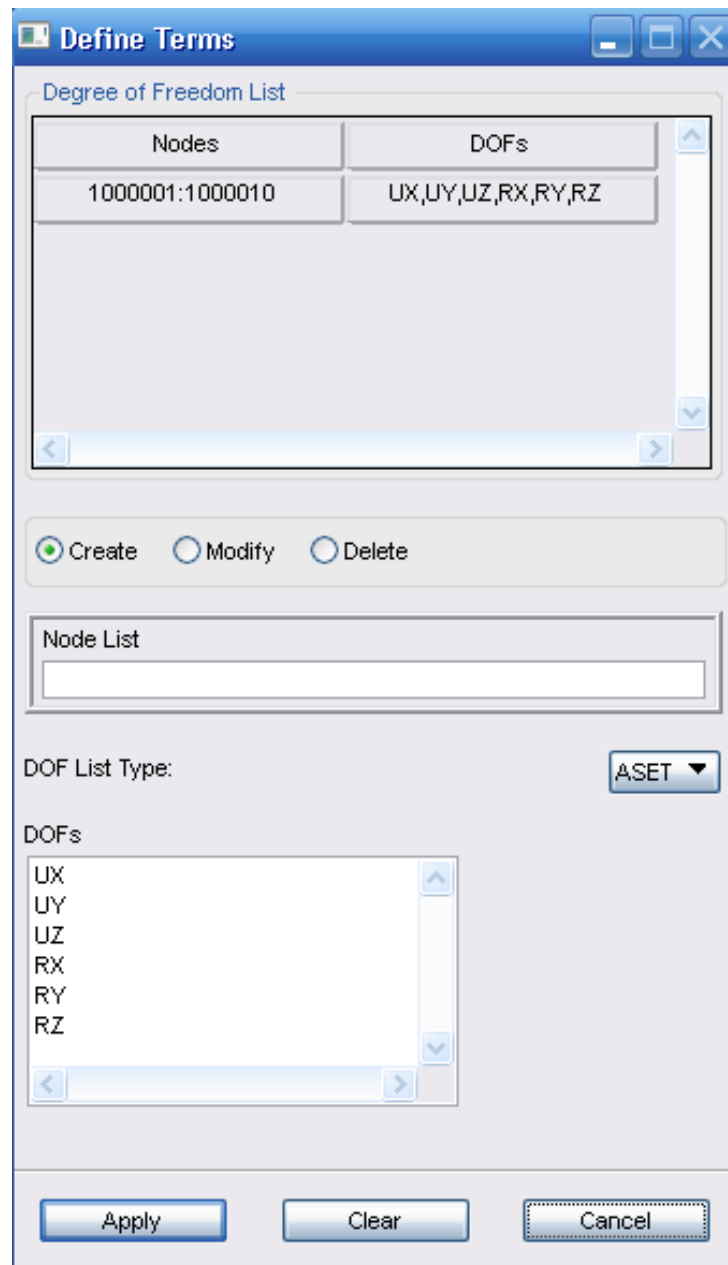
Obrázok 5.10: Teleso so sieťou a Mpc spojeniami

Na obrázku 5.11 je detailný pohľad na Mpc spojenie ojnicového čapu.



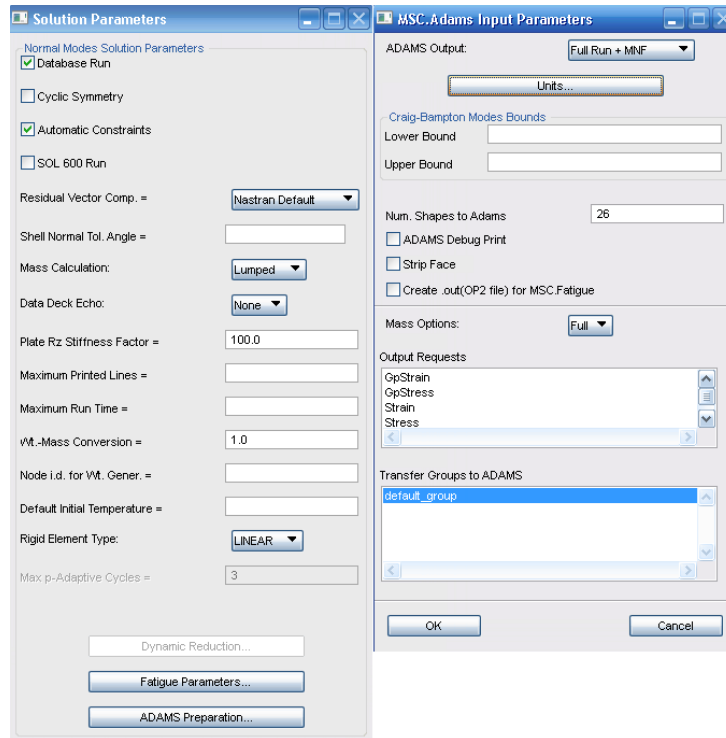
Obrázok 5.11: Mpc spojenie ojnicového čapu

Po vytvorení Mpc spojení je potrebné vytvoriť zoznam stupňov voľnosti pre väzobné body. Väzobné body budú mať uvoľnených všetkých 6 stupňov voľnosti. Okno pre vytvorenie tohto zoznamu je na obrázku **5.12**.



Obrázok 5.12: Stupne voľnosti väzobných bodov

Pred samotným výpočtom je potrebné nastaviť parametre výstupného súboru a modálnej analýzy. Na obrázku 5.13 je zobrazené nastavenie. Ako typ analýzy sa vyberie modálna analýza. Cez nastavenia riešenia je možné dostať sa k nastaveniu súboru výstupu pre Adams. V tomto okne je možná voľba modálnej analýzy s tvorbou mnf súboru, samostatná modálna analýza alebo tvorba mnf súboru. Ďalším dôležitým nastavením je nastavenie správnych jednotiek a počet vypočítaných vlastných tvarov.



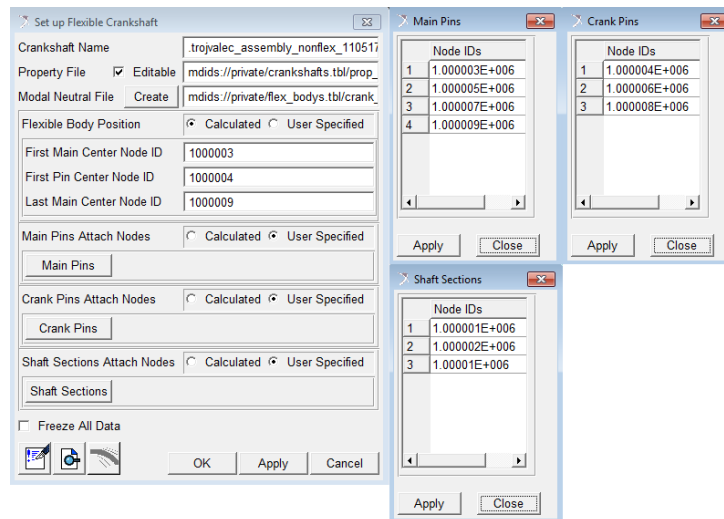
Obrázok 5.13: Nastavenie výstupu z MKP programu Patran

Po potvrdení nastavení nastane výpočet modálnej analýzy a tvorba mnf súboru. Ten je už pripravený na použitie v Adams-e. [8][10][14][15][16][20]

5.1.7. Nahradenie tuhého telesa KH pružným

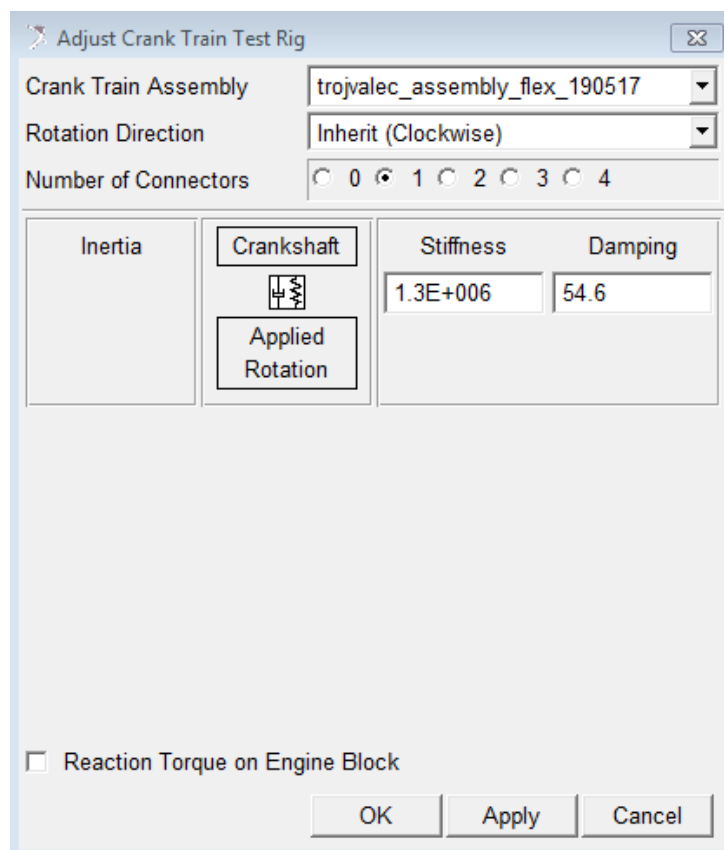
Po vytvorení mnf súboru je ďalším krokom v tvorbe modelu motora v Adams-e nahradenie tuhého telesa kľukového hriadela pružným, inými slovami, vloženie mnf súboru do modelu v Adams-e. Na tento účel má Adams vytvorenú funkciu. V okne nastavenia pružného telesa sa vyberie teleso, ktoré má byť nahradené. V tomto prípade ide o kľukový hriadel. Ďalej je možné vybrať súbor vlastností alebo si ho vytvoriť. Keďže žiadne pružné teleso KH nebolo ešte vytvorené, tak je potrebné súbor vlastností vytvoriť. Ak pri ďalšej práci s modelom bude potrebné zase implementovať mnf súbor, potom už je možné použiť vytvorený súbor vlastností. Do okna vloženia pružného telesa sa ďalej zapisujú údaje o väzobných bodoch. Zapisujú sa sem názvy bodov (ID), ktoré boli vytvorené pred sieťovaním v MKP programe. Do požadovaných políčk sa zapíšu jednotlivé väzobné body, čo je zobrazené na obrázku 5.14.

5.1. POSTUP TVORBY MODELU V MBS ADAMS



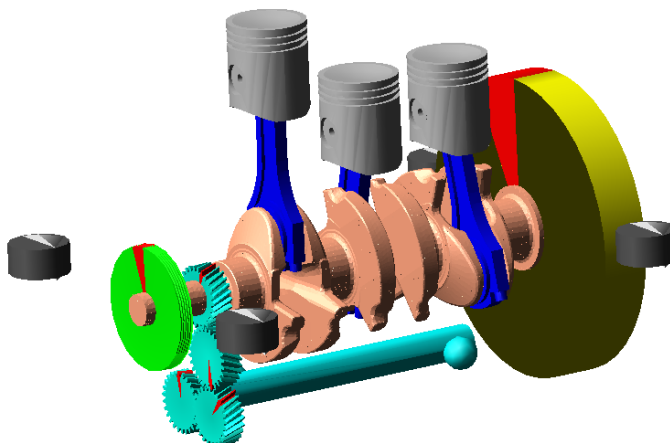
Obrázok 5.14: Nastavenie nahradenia tuhého telesa pružným

Po vložení pružného telesa do modelu je potrebné nastaviť tuhosť a tlmenie medzi roztočeným telesom (dyno - je zahrnuté v test rig-u) na určité otáčky a kľukovým hriadeľom. Toto nastavenie sa robí v nastavení test rig a je zobrazené na obrázku 5.15. Tuhosť bola nastavená na hodnotu $1,3 \cdot 10^6 [N \cdot m^{-1}]$ a tlmenie na hodnotu $54,6 [-]$.



Obrázok 5.15: Nastavenie tuhosti a tlmenia spojenia dyno a pružného KH

Po tomto kroku je model pripravený na simuláciu aj s poddajným telesom kľukového hriadeľa. Tento model je zobrazený na obrázku 5.16. [8][10][14][15][16][20]

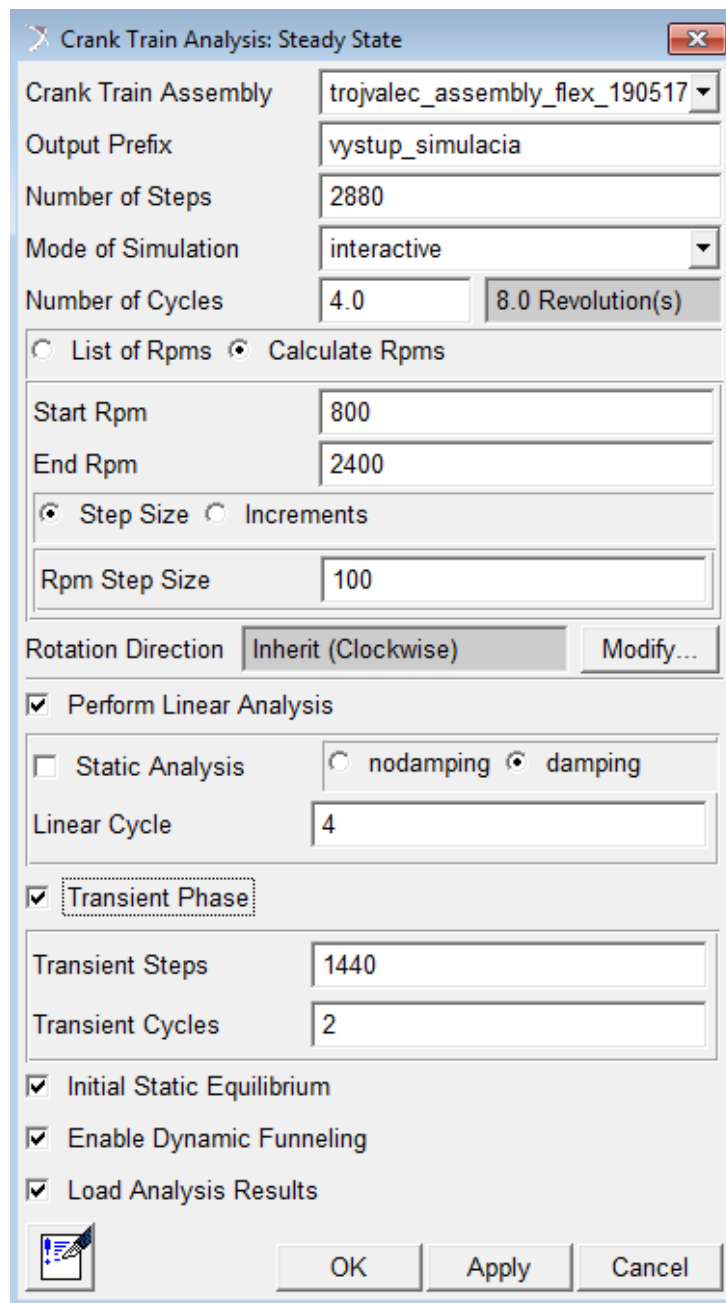


Obrázok 5.16: MBS model s pružným kľukovým hriadelom

5.2. Simulácia pracovných cyklov motora

Na pripravenom modeli s pružným telesom kľukového hriadela je možné previesť simulácie, pri ktorých bude zmeraná uhlová rýchlosť remenice tak, ako to bolo popísané vyššie. Pre účel tejto diplomovej práce je vhodná analýza "steady state". Pri nastavení simulácie sa do okna nastavenia zadáva názov výstupu, počet cyklov z ktorého je dopočítaný počet otočení KH (2x počet cyklov). Ďalším parametrom je hodnota otáčok. Tú je možné zadať buď ako začiatkové a konečné otáčky, kde je zadaný krok medzi jednotlivými otáčkami a tie sa automaticky dopočítajú. Alternatívnym spôsobom je možné zadať otáčky priamo. V tomto prípade boli zadané začiatkové a konečné otáčky s krokom. Okno zadania parametrov simulácie je na obrázku 5.17.

5.2. SIMULÁCIA PRACOVNÝCH CYKLOV MOTORA



Obrázok 5.17: Nastavenie simulácie

Ešte pred samotným nastavením simulácie je vhodné spomenúť, že model motora obsahuje aj blok motora. Pre prehľadnosť modelu je však jeho zobrazenie vypnuté. Adams s ním počítať bude. V modely sú zahrnuté aj uloženia motora (silentbloky), ktoré sú ale uvažované ako tuhé (fixed). Dôvodom je skutočnosť, že aj reálny motor je na podvozku uchytený na pevno.

Adams bude simulovať 4 otočenia KH pri začínajúcich otáčkach $800 \text{ [min}^{-1}]$ a konečných $2400 \text{ [min}^{-1}]$ s krokom $100 \text{ [min}^{-1}]$. Počet krokov simulácie na 4 cykle motora je 2880 čo znamená že na jeden cyklus vychádza 720 krokov, čo je rovnaký počet ako je stupňov otočenia KH počas jedného cyklu skutočného motora. Toto je výhodné z hľadiska spracovanie ďalších výsledkov. K spresneniu výsledkov môže prísť zvýšením počtu krokov na násobky 720, teda napríklad 1440 alebo 2880 atď. Ďalším nastavením je zaškrtnutie možnosti vykonania lineárnej analýzy. V tejto simulácii je vykonaná aj lineárna analýza z

5.2. SIMULÁCIA PRACOVNÝCH CYKLOV MOTORA

ktorej dostaneme vlastné frekvencie celého systému, ktoré budú vo výsledkoch porovnané s výpočtom. V tomto prípade sa nastavuje, či má prebiehať lineárna analýza s tlmením alebo bez. V skutočnom motore tlmenie existuje, preto aj táto analýza bola prevedená s tlmením.

Po spustení simulácie model motora ešte nie je v ustálenom stave, preto je vhodné použiť funkciu prechodnej fázy (transient phase). Táto fáza slúži na ustálenie modelu po štarte simulácie. V tomto prípade boli pre prechodnú fázu vyčlenené 2 pracovné cykly motora s počtom krokov 1440 pre oba, teda 720 pre každý cyklus. Výsledky získané z prechodnej fázy sa nezapočítavajú do výsledkov v Adams-e a slúžia iba na ustálenie modelu. Prechodná fáza teda prebieha pred simuláciou ustáleného stavu. V režime prezerania výsledkov priebehy sledovaných veličín budú začínať až po vykonaní prechodnej fázy.

Kompletný virtuálny model trojvalcového spaľovacieho motora s pružným telesom kľukového hriadeľa je zobrazený na obrázku **5.16**. [8][10][14][15][16]

6. Návrh tlmiča torzných kmitov

Tlmič torzných kmitov slúži hlavne na zníženie torzného kmitania voľného konca kľukového hriadeľa. To znižuje namáhanie remenice, ale napríklad aj ozubenia umiestneného na KH, ktoré slúži na pohon vyvažovania alebo na pohon rozvodového mechanizmu. Torzný tlmič môže byť samostatná súčiastka na kľukovom hriadeľi alebo môže byť implementovaný do remenice. Podstata funkcie spočíva v marení energie, ktorá vzniká torzným kmitaním. V praxi existujú tri základné typy torzného tlmiča a tými sú:

1. *trecí tlmič* - energia, ktorá vznikla torzným kmitaním sa vplyvom trenia premení na teplo
2. *rezonančný tlmič* - funguje na princípe tlmenia kmitov rezonanciou
3. *dynamický tlmič* - pri tomto tlmiči sa vytvára torzné kmitanie opačnej charakteristiky, ktoré pôvodné kmitanie kompenzuje

V tejto kapitole bude popísaný analytickým výpočtom popísaný návrh torzného tlmiča pre uvažovaný motor.

Rozmery gumového krúžku

Tuhosť gumového krúžku možno vypočítať pomocou rovnice:

$$c_{tl} = \frac{\pi \cdot G_p \cdot b_{tl} \cdot d_1^2 \cdot d_2^2}{d_2^2 - d_1^2} \quad [Nm \cdot rad^{-1}] \quad (6.1)$$

kde

G_G [MPa] - dynamický modul pružnosti gummy v šmyku. Hodnota bola zvolená na 1 MPa

b_{tl} [m] - šírka gumového krúžku

d_1^2 [m] - vonkajší priemer krúžku

d_2^2 [m] - vnútorný priemer krúžku.

Z rovnice 6.1 je možné vyjadriť veľkosť vnútorného krúžku d_1 . Ak by bol tlmič uvažovaný ako jedno teleso s remenicou, tak vonkajší priemer krúžku by bol určený práve vnútorným priemerom remenice. V prípade uvažovanej remenice by bol $d_2 = 152mm$. Ďalším zvoleným parametrom je šírka krúžku. Tá má hodnotu $b_{tl} = 14mm$. Po úprave dostaneme rovnice pre d_1 v tvare:

$$d_1 = \sqrt{\left(\frac{\pi \cdot G_p \cdot b_{tl}}{c_{tl}} + \frac{1}{d_2^2}\right)^{-1}} \quad [m] \quad (6.2)$$

Maximálny torzný moment v gumovom krúžku sa vypočíta rovnicou:

$$M_{k_tl} = \phi_{tl_max} \cdot c_{tl} \cdot (a_{rem} - a_{tl}) \quad [Nm] \quad (6.3)$$

kde

ϕ_{tl_max} [rad] - najväčšia uhlová výchylka voľného konca KH

a_0 [-] - pomerná výchylka remenice

a_{tl} [-] - pomerná výchylka tlmiča.

Vonkajší polomer ocelového krúžku je daný vnútorným priemerom gumového krúžku, teda polomer je polovičný. Vnútorný polomer ocelového krúžku sa získa rovnicou:

$$r_1 = \sqrt[4]{r_2^4 - \frac{2 \cdot I_{tl}}{b_{tl} \cdot \rho \cdot \pi}} \quad [mm] \quad (6.4)$$

Vypočítané hodnoty:

Navrhované rozmery tlmiča torzných kmitov	
Vnútorný priemer gumového krúžku d_1 [mm]	139,25
Vnútorný priemer ocelového krúžku r_1 [mm]	129,21

Tabuľka 6.1: Vypočítané navrhované rozmery tlmiča torzných kmitov

[1][11][17][18]

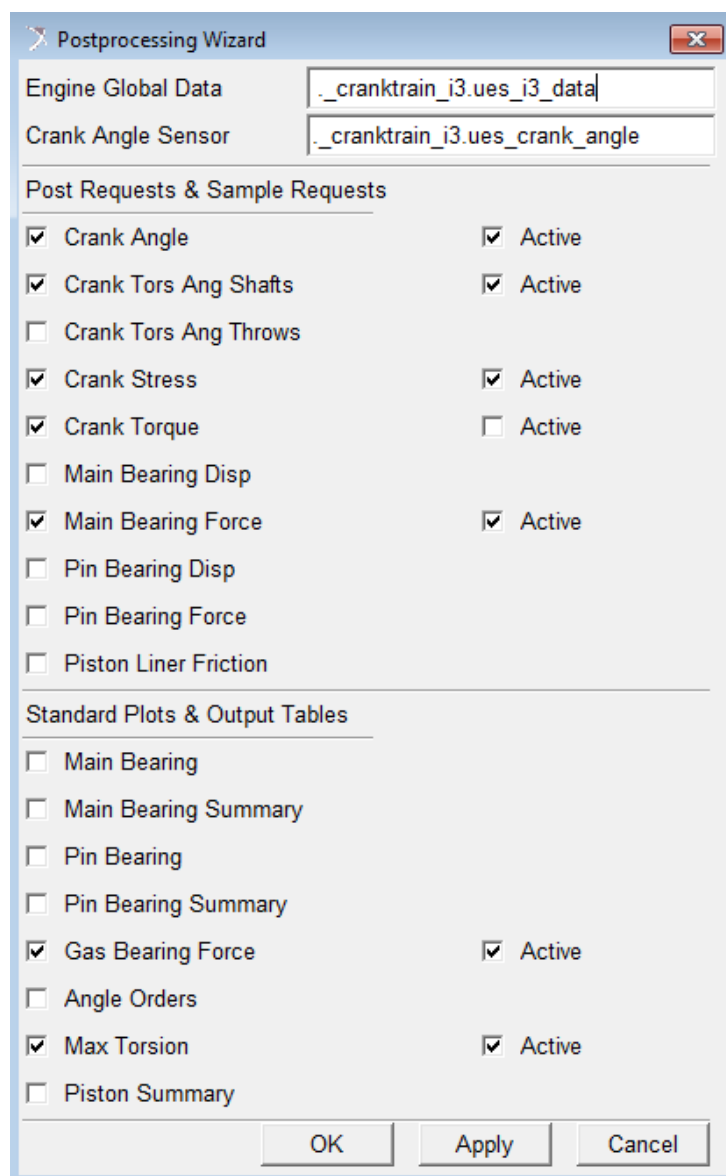
7. Spracovanie a zhodnotenie výsledkov

Po prebehnutí výpočtu je potrebné dosiahnuté výsledky spracovať do požadovanej podoby a vysloviť ich zhodnotenie.

Ako bolo napísané v predchádzajúcich kapitolách, pri simulácii chodu spaľovacieho motora bola meraná uhlová rýchlosť pre všetky simulované otáčky. Otáčkový rozsah bol simulovaný od $800 \text{ [min}^{-1}]$ do $2400 \text{ [min}^{-1}]$ s krokom $100 \text{ [min}^{-1}]$.

Pre zobrazenie priebehov výsledkov má Adams vstavanú funkciu "Postprocessing window". Slúži na zobrazovanie výsledkov, kde je možné vybrať si simulovaný stav modelu a pre každý tento stav si vybrať veličinu ktorú chce užívateľ zobraziť.

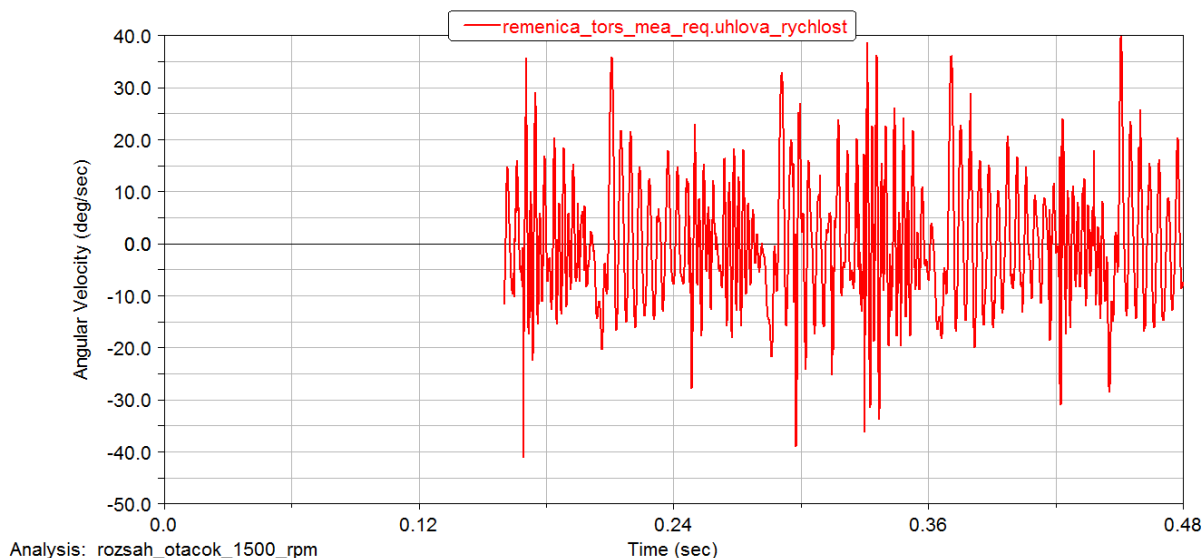
Pre simuláciu kľukového hriadeľa sú Adams-om merania niektorých veličín definované. Ak má užívateľ zámer zobraziť ďalšie veličiny, ktoré majú byť merané, je možné ich nastaviť v režime "Template builder" v sekcii "Postprocessing wizard" čo je obdoba sprievodcu pre tvorbu kľukového mechanizmu s tým rozdielom, že tu sa vyberajú veličiny, ktoré majú byť počas simulácie merané a do výsledkov vykreslené. Tabuľka sprievodcu nastavením výsledkov je zobrazená na obrázku **7.1**.



Obrázok 7.1: Nastavenie simulácie

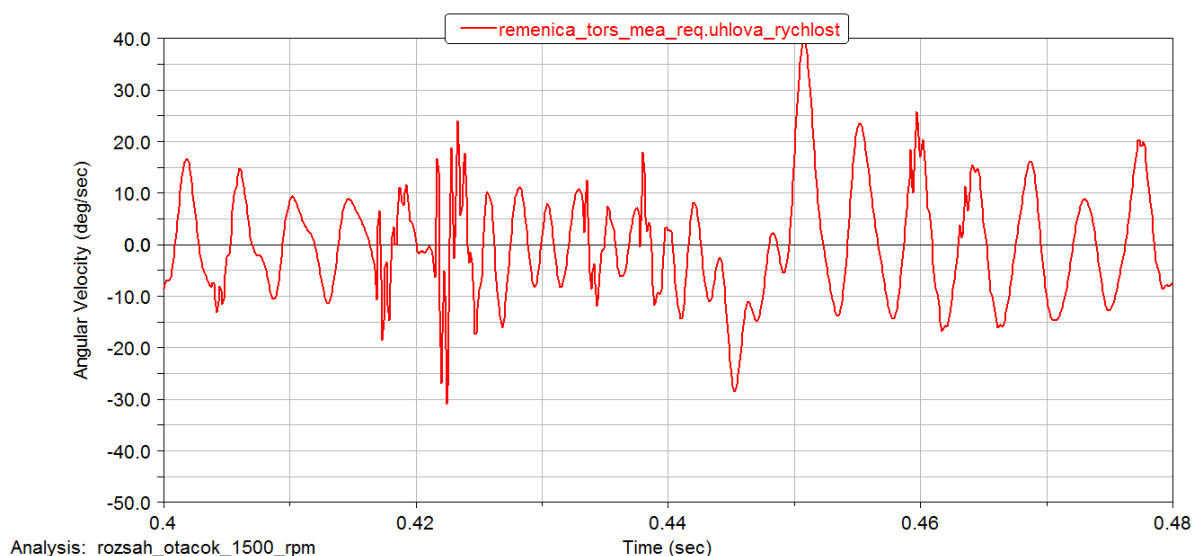
V tejto tabuľke sa vyberú "Engine global data", teda základné parametre motora. Potom sa vyberie "Crank angle senzor", čo je senzor na meranie uhlu natočenia KH. Ten je pri vytvorení kľukového mechanizmu štandardne vytvorený. Potom sa už len zaklikajú požadované veličiny, ktoré chce mať užívateľ zmerané.

Počas simulácie modelu motora uvažovaného v tejto diplomovej práci bolo za hlavný výstup považované meranie uhlovej rýchlosti v mieste remenice pružného kľukového hriadeľa. Nastavenie tohto merania bolo popísané v predchádzajúcich kapitolách. Príklad výsledkov tohto vytvoreného merania je uvedený na obrázku 7.2.



Obrázok 7.2: Príklad výsledkov merania uhlovej rýchlosti pre 1500 $[min^{-1}]$

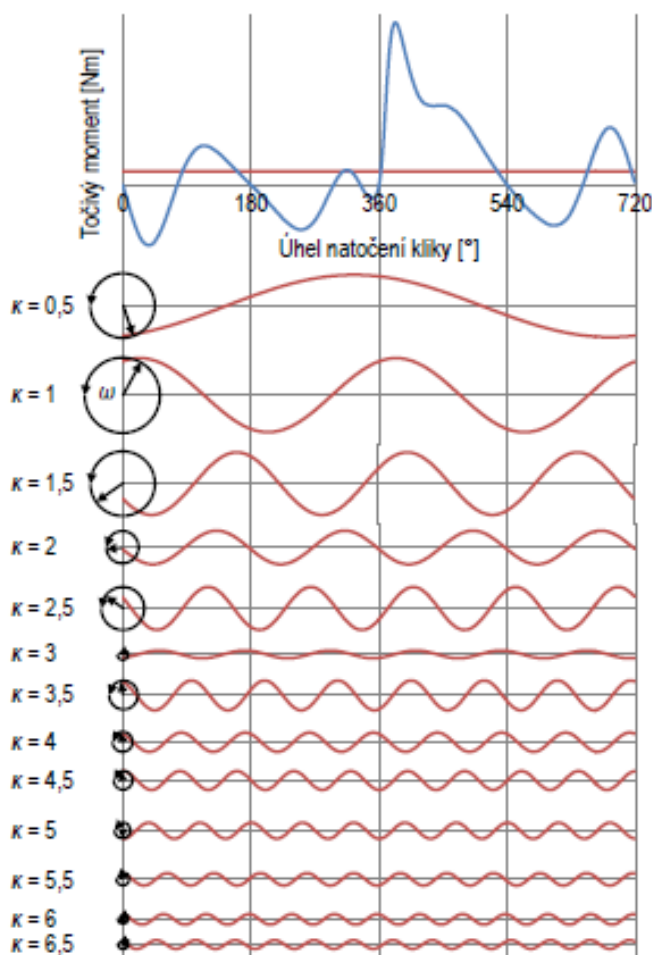
Z obrázka výsledného priebehu uhlovej rýchlosti pre 1500 otáčok za minútu je možné vidieť ako sa signál periodicky opakuje. V tomto prípade 4 krát, keďže boli simulované 4 pracovné cykly ako bolo popísané v skorších kapitolách. Tiež je možné vidieť, že priebeh merania začína až na 0,16s. Dôvodom je nastavenie prechodnej fázy, kedy dochádza k ustáleniu riešiča výpočtu modelu a tieto dva cykly sa do výsledkov nezobrazujú. Meranie uhlovej rýchlosti ω bolo prevedené pre všetky otáčky pracovného rozsahu motora po kroku 100 $[min^{-1}]$. Tieto výsledky boli ďalej spracované nasledovným spôsobom. Po prepočítaní časového rozsahu jedného pracovného cyklu bol rozsah grafu priebehu upravený na jednu periódu. Pre priebeh každých otáčok bol časový rozsah grafu upravený tak, aby bola zobrazená iba posledná, štvrtá, perióda simulovaného cyklu. Toto vytvorilo graf s počtom 720 bodov na vodorovnej osi, teda rovnaký počet ako je počet stupňov otočenia na jeden pracovný cyklus. Príklad pre graf jednej periódy pre 1500 otáčok je na obrázku 7.3.



Obrázok 7.3: Priebeh merania ω pre 1500 $[min^{-1}]$ upravený na jednu periódu

Rovnakým spôsobom sa upravujú priebehy uhlovej rýchlosti pre všetky zmerané otáčky. Takto upravený priebeh pre jednu periódu je pripravený na export. Postprocessing Adams-u umožňuje vykresliť namerané dáta vo forme tabuľky, kde jeden stĺpec bude čas a druhý stĺpec bude hodnota uhlovej rýchlosti. Týmto spôsobom boli vykreslené dáta pre všetky otáčky. Platí, že z jedného grafu dostaneme jeden výstupný súbor dát. Znamená to, že všetky tieto vykreslené súbory boli spojené do jedného, ktorý bol použitý ako vstup do ďalšieho spracovania dát.

Na ďalšie spracovanie bola aplikovaná harmonická analýza. Budiaci moment (krútiaci) má periodický priebeh, čo spôsobuje periodický priebeh aj uhlovej rýchlosti. Harmonickou analýzou je možné rozložiť vstupný periodický signál na súčet nekonečného počtu harmonických zložiek. Príkladom tohto rozkladu je obrázok 7.4 kde je vstupným signálom krútiaci moment a jeho priebeh je rozložený na súčet harmonických zložiek do rádu 6,5. Všeobecne platí, že pri spaľovacích motoroch sa uvažujú harmonické zložky do rádu 12. Avšak v prípade tejto práce, resp. rozkladu uhlovej rýchlosti, bol uplatnený rozklad až do 20. rádu harmonickej zložky.

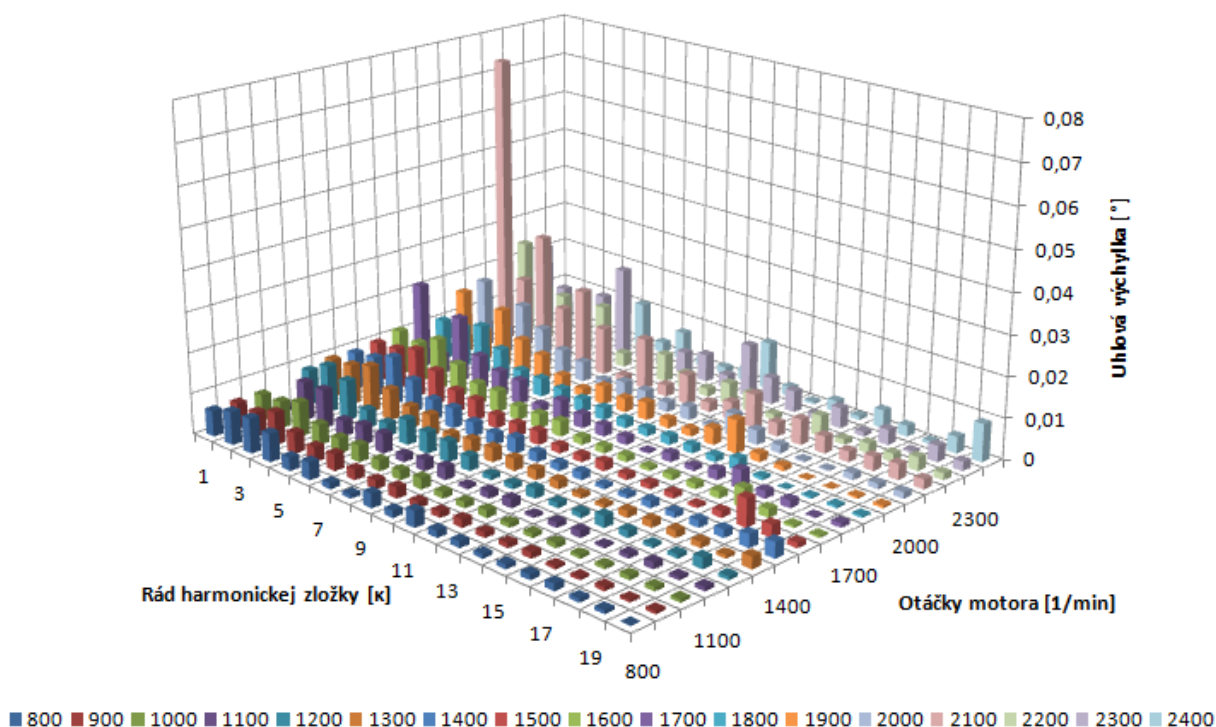


Obrázok 7.4: Rozklad priebehu momentu na harmonické zložky [5]

Tým, že priebeh uhlovej výchylky je periodický, tak rozklad na jednotlivé harmonické zložky prebehol harmonickou analýzou. Harmonická analýza bola prevedená v programe Matlab a pre jeden pracovný cyklus motora. Výsledkom z Matlab-u je amplitúda uhlovej výchylky pre daný rád a dané otáčky motora. Hodnoty amplitúd boli spracované a vy-

kreslené do grafu v závislosti na ráde harmonickej zložky a otáčkach motora. Výsledky harmonickej analýzy sú zobrazené na obrázku 7.5.

Uhlová výchylka KH v závislosti na otáčkach motora a κ



Obrázok 7.5: Výsledky harmonickej analýzy

Z výsledkov je možné povedať, že pri nižších rádoch je amplitúda uhlovej výchylky, resp. torzné kmitanie kľukového hriadeľa približne na rovnakej úrovni. Zmena nastáva pri vyšších rádoch a vyšších otáčkach kde sú výchylky, resp. amplitúdy kmitania vyššie ako pri nižších otáčkach. Na odstránenie kmitania sa používa tlmič torzných kmitov. Týmto sa teda znižujú vibrácie kľukového mechanizmu, čomu napomáha aj vyvažovanie popisované v rešeržnej časti tejto práce. Z tohto dôvodu je možné povedať, že tieto témy spolu úzko súvisia.

V priebehu simulácie v Adams-e bola prevedená aj lineárna analýza. Výsledkom tejto analýzy sú vlastné frekvencie celého kľukového mechanizmu. Sú to frekvencie, do ktorých by sa KH ideálne nemal vôbec dostať. Ak by sa do rezonančných frekvencií KH dostal došlo by k amplitúdam uhlovej výchylky, čo by malo za následok zvýšené vibrácie a hluk motora. V najhoršom prípade by mohlo prísť aj k porušeniu celistvosti kľukového hriadeľa. Porovnanie výsledkov vlastných frekvencií z Adams-u a z výpočtu je možné vidieť v tabuľke 7.1.

Výsledné vlastné frekvencie [Hz]				
	Výpočtový model		Adams	
	[Hz]	[min ⁻¹]	[Hz]	[min ⁻¹]
1. vlastná frekvencia	362,7	21 762	325,3	19 518
2. vlastná frekvencia	976,5	58 590	889,4	53 364

Tabuľka 7.1: Porovnanie vlastných frekvencií

Hodnoty vlastných frekvencií pre výpočtový model a Adams by mali byť približne rovnaké. Rozdiel je spôsobený tým, že pri analytickom výpočte dochádza k značnému zjednodušeniu modelu prostredníctvom náhradných kotúčov. Pri analytickom výpočte sa niektoré s použitých hodnôt volia a tým môže prísť k rozdielu v konečných výsledkoch, aj to je jeden z dôvodov rozdielnosti výsledkov. Rovnako aj pri výpočte v Adams-e mohlo prísť k odchýlkam od reálnych hodnôt nakoľko ani vymodelované telesá v Adams-e nie sú úplne identické s reálnymi.

8. Záver

Hlavným cieľom tejto diplomovej práce bola analýza torzného kmitania trojvalcového motora s vyvažovacím hriadelom. Analýza prebiehala v multi-body systéme Adams/Engine. Po vytvorení modelu na základe dostupných informácií, čo bol predovšetkým 3D model kľukového mechanizmu v konštrukčnom programe Creo a indikátorový diagram priebehu tlaku vo valci uvažovaného trojvalcového spaľovacieho motora.

Vytvorenie samotného modelu bolo značne náročné na čas, keďže Adams/Engine je pre začiatočníka, ale aj pokročilého užívateľa užívateľsky nie príliš prívetivý. Na druhej strane je vhodné povedať, že Adams má zabudovanú rozsiahlu pomocnú nápovedu, takže v prípade núdze si užívateľ stlačením klávese F1 privolá pomoc, kde často nájde vysvetlenie danej problematiky. Dôvod používania Adams-u je schopnosť modelovať a analyzovať dynamicky náročné mechanizmy. Veľkou výhodou je možnosť zapojenia poddajných telies do simulácií. Analyticky by bolo veľmi náročné podobné mechanizmy spočítať. Zjednodušené sa dá povedať, že čo sa týka dynamicky Adams dokáže takmer všetko, avšak užívateľ musí byť dostatočne skúsený aby bol schopný Adams používať.

Výpočet torzného kmitania bol prevedený aj analytickým spôsobom. Pri tomto výpočte dochádza k značnému zjednodušeniu celého mechanizmu. Zjednodušenie prebieha diskretizáciou kontinua, teda všetky zalomenia kľukového hriadeľa sa nahradia rotujúcimi kotúčmi, ktoré majú zachovaný moment zotrvačnosti ako celé zalomenie. Zotrvačný moment kotúča náhradnej sústavy zahŕňa aj posuvné hmoty piestnej skupiny a ojnice a rotačnú hmotu ojnice.

Výsledkom analytického výpočtu nebola iba torzná výchylka kľukového hriadeľa v mieste remenice, ale tiež vlastné frekvencie celého mechanizmu. Tie sa vo výsledku porovnali s vlastnými frekvenciami získanými lineárnou analýzou pri simulácii torzného kmitania v Adams-e. Všetky výsledky sú uvedené v kapitole spracovania a zhodnotenia výsledkov.

Posledným z cieľov zadania tejto diplomovej práce bol návrh tlmiča torzných kmitov. Návrh bol prevedený na základe výpočtov vo výpočtovom programe MathCad. Torzný tlmič pre uvažovaný motor bol navrhovaný ako jeden celok spolu s remenicou pohonu príslušenstva motora. Návrh základných rozmerov torzného tlmiča je rovnako uvedený v kapitole výsledkov.

Literatúra

- [1] HLAVŇA, Vladimír. Dopravný prostriedok - jeho motor. Žilina: Žilinská univerzita, 2000. ISBN 80-710-0665-3.
- [2] PŘESLIČKA, J. Vyvážení tříválcového traktorového motoru. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 76 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Radim Dundálek, Ph.D..
- [3] BALASH, I. Tříválcový řadový zážehový motor. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 87 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.
- [4] DENBRATT, Ingemar. PISTON ENGINE MECHANICS - Lecture notes. 1999,43.
- [5] PÍŠTĚK, Václav a Lubomír DRÁPAL. Hnací ústrojí - prednášky. 2012.
- [6] HOAG, Kevin L. Vehicular engine design. New York: Springer, 2006. ISBN 32-112-1130-6.
- [7] KUZNÍK, B. Ojnice čtyřdobého zážehového motoru. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 61 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Lubomír Drápal
- [8] JADRNÝ, J. Výpočtový model vyvažovací jednotky řadového pětiválcového motoru v multi-body systému [online]. Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. 2008.
- [9] SKALSKÝ, Radomír a Josef BUKOVSKÝ. Konstrukce pístových spalovacích motorů: dynamika, vyvažování a torzní kmity. 1. Vyd. Brno: Vojenská akademie Antonína Zápotockého, 1971, 180 s.
- [10] GULÁŠ, T. Dynamický výpočet rozvodu šestiválcového motoru s 24 ventily. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 111 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Radim Dundálek, Ph.D..
- [11] POLÁŠEK, M. Tlumič torzních kmitů pro řadový pětiválcový motor. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 84 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Radim Dundálek, Ph.D.
- [12] KOVÁŘ, P. Hnací ústrojí tříválcového řadového vznětového motoru. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 77 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc..

- [13] SLAVÍK, T. Řízení výkonu spalovacích motorů. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 60 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Lubor Zháňal.
- [14] EHRENBERGER, P. Modální vlastnosti klikového ústrojí čtyřválcového traktorového motoru. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 114 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Radim Dundálek, Ph.D.
- [15] MSC SOFTWARE: ADAMS 2008 R3 User manual. 2008
- [16] MSC SOFTWARE: ADAMS 2008 R3 Help. 2008
- [17] KOŽOUŠEK, Josef. Výpočet a konstrukce spalovacích motorů. 1.díl. Praha: Nakladatelství ČVUT, 1971. 258 s.
- [18] BAUZA, E. Pryžový tlumic torzních kmitů čtyřválcového vznětového motoru. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 64 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.
- [19] RAUSCHER, Jaroslav . Vozidlové motory. Brno : VUT, 2005. 156 s.
- [20] MSC SOFTWARE: PATRAN 2016 User manual. 2016

Zoznam použitých skratiek a symbolov

KH		klukový hriadeľ
H		horná úvrať
α	$[\circ]$	uhol natočenia klukového hriadeľa
β	$[\circ]$	uhol výkyvu ojnice
γ	$[\circ]$	uhol odklonu roviny vývažkov
δ	$[\circ]$	uhol natočenia KH medzi dvoma zážihmi
ϵ_o	$[rad \cdot s^{-2}]$	uhlové zrýchlenie ojnice
ϵ_{o1}	$[rad \cdot s^{-2}]$	1. harmonická zložka uhlového zrýchlenia ojnice
ϵ_{o2}	$[rad \cdot s^{-2}]$	2. harmonická zložka uhlového zrýchlenia ojnice
ϵ_κ	$[-]$	výdatnosť rezonancie
ϵ_j	$[-]$	výdatnosť rezonancie harmonickej zložky rádu κ
κ	$[-]$	řád harmonickej zložky
κ_{hl}	$[-]$	hlavné rády harmonickej zložky
λ	$[-]$	ojnicový pomer
ξ	$[Nm \cdot s \cdot rad^{-1}]$	tlmiace odpory
σ	$[\circ]$	uhol medzi vektormi hviezdice
$\ddot{\varphi}$	$[-]$	vektor uhlového zrýchlenia
$\dot{\varphi}$	$[-]$	vektor uhlovej rýchlosti
φ	$[-]$	vektor uhlovej výchylky
ϕ_{tl_max}	$[rad]$	uhlová výchylka voľného konca KH
ω	$[rad \cdot s^{-1}]$	uhlová rýchlosť KH
ω_f	$[rad \cdot s^{-1}]$	uhlová frekvencia
ω_o	$[rad \cdot s^{-1}]$	uhlová rýchlosť ojnice
Ω	$[rad \cdot s^{-1}]$	uhlová frekvencia vl. kmitania
Ω	$[rad \cdot s^{-1}]$	uhlová rýchlosť rezonančného kmitania
a	$[ms^{-2}]$	aktuálne zrýchlenie piesta
a_0	$[-]$	pomerná výchylka remenice
a_1	$[ms^{-2}]$	1. harmonická zložka aktuálneho zrýchlenia piesta
a_2	$[ms^{-2}]$	2. harmonická zložka aktuálneho zrýchlenia piesta
a_i	$[-]$	i-tá pomerná amplitúda
a_o	$[m]$	vzdialenosť veľkého oka ojnice a ťažiska ojnice
am	$[-]$	amplitúda
a_{tl}	$[-]$	pomerná výchylka tlmiča
b	$[m]$	rameno normálovej sily
b_{hc}	$[m]$	šírka hlavného čapu
b_{kc}	$[m]$	šírka ojniového čapu
b_o	$[m]$	vzdialenosť malého oka ojnice a ťažiska ojnice
b_{tl}	$[m]$	šírka gumového krúžku
b_r	$[m]$	hrúbka ramena zalomenia
B	$[-]$	matica tlmení
c	$[ms^{-1}]$	stredná piestová rýchlosť
c_o	$[m]$	rameno klopného momentu ojnice
c_{red}	$[Nm \cdot rad^{-1}]$	torzná tuhosť bezhmotých hriadeľov
dt	$[-]$	derivácia podľa času

d_1^2	[m]	vonkajší priemer krúžku
d_2^2	[m]	vnútorný priemer krúžku
D	[m]	vrtanie piesta
D_{red}	[m]	redukovaný priemer
D_{kc}	[m]	priemer ojnicového čapu
F	[–]	vektor budenia
F_p	[N]	sila od tlaku plynov
F_V	[N]	výsledná sila pôsobiaca na piest
F_{oj}	[N]	ojnicová sila
F_t	[N]	tangenciálna zložka ojnicovej sily
F_r	[N]	radiálna zložka ojnicovej sily
F_N	[N]	normálová zložka sily od tlaku plynov
F_{zp}	[N]	zotrvačné sily posuvných častí
F_{zp1}	[N]	1. harmonická zložka zotrvačnej sily od pos. častí
F_{zp2}	[N]	2. harmonická zložka zotrvačnej sily od pos. častí
F_{zr}	[N]	zotrvačné sily rotujúcich častí
F_{Vr}	[N]	vyvažovacia sila rotujúcich hmôt
F_{Vp}	[N]	vyvažovacia sila posuvných hmôt
F_{vI}	[N]	vyvažovacia sila v smere osy valca
F_{vII}	[N]	vyvažovacia sila v smere kolmom na os valca
F_{zr1}	[N]	zotrvačná sila rotujúcich 1. zalomenia KH
F_{zr2}	[N]	zotrvačná sila rotujúcich 2. zalomenia KH
F_{zr3}	[N]	zotrvačná sila rotujúcich 3. zalomenia KH
$F_{zr\xi}$	[N]	zotrvačná sila k osi ξ
$F_{zr\psi}$	[N]	zotrvačná sila k osi ψ
F_{zpI}	[N]	zotrvačná sila posuvných častí 1. rádu
F_{zpI1}	[N]	zotrvačná sila posuvných častí 1. rádu 1. zalomenia
F_{zpI2}	[N]	zotrvačná sila posuvných častí 1. rádu 2. zalomenia
F_{zpI3}	[N]	zotrvačná sila posuvných častí 1. rádu 3. zalomenia
F_{zpII}	[N]	zotrvačná sila posuvných častí 2. rádu
F_{zpII1}	[N]	zotrvačná sila posuvných častí 2. rádu 1. zalomenia
F_{zpII2}	[N]	zotrvačná sila posuvných častí 2. rádu 2. zalomenia
F_{zpII3}	[N]	zotrvačná sila posuvných častí 2. rádu 3. zalomenia
G	[MPa]	modul pružnosti v šmyku
G_p	[MPa]	dynamický modul pružnosti gumy v šmyku
h	[m]	šírka ramena zalomenia
i	[–]	imaginárna jednotka
I_1	[–]	jednotková matica
I_{or}	[kg · m ²]	moment zotrvačnosti rotačnej časti ojnice
I_{zal_i}	[kg · m ²]	moment zotrvačnosti i-tého zalomenia KH
$I_{celk_zal_i}$	[kg · m ²]	celkový moment zotrvačnosti i-tého zalomenia KH
I_{pos}	[kg · m ²]	moment zotrvačnosti pos. častí ojnice
$I_{zotr\vank}$	[kg · m ²]	moment zotrvačnosti zotrvačníka
$I_{kuka_zotr\vank}$	[kg · m ²]	moment zotrvačnosti upevnenia zotrvačníka
I_{celk_zotr}	[kg · m ²]	celkový moment zotrvačnosti zotrvačníka
$I_{remenica}$	[kg · m ²]	moment zotrvačnosti remenice
$I_{kuka_remenica}$	[kg · m ²]	moment zotrvačnosti upevnenia remenice

I_{celk_rem}	$[kg \cdot m^2]$	celkový moment zotrvačnosti remenice
I_p	$[m^4]$	polárny kvadratický moment zotrvačnosti prierezu
I_{red}	$[m^4]$	redukovaný moment zotrvačnosti sústavy
I_{on}	$[kg \cdot m^2]$	moment zotrvačnosti náhradnej sústavy
I_o	$[kg \cdot m^2]$	moment zotrvačnosti ojnice
j	$[-]$	číslo vzorku
K	$[-]$	matica tuhostí
l	$[m]$	dĺžka ojnice
l_r	$[m]$	dĺžka krúteného prierezu
l_{red}	$[m]$	redukovaná dĺžka sústavy
l_{red_zotr}	$[m]$	redukovaná dĺžka na strane zotrvačníka
l_{red_rem}	$[m]$	redukovaná dĺžka na strane remenice
m_p	$[kg]$	hmotnosť posuvných častí
m_r	$[kg]$	hmotnosť rotujúcich častí
m_{piest}	$[kg]$	hmotnosť piesta
$m_{piestny\ ap}$	$[kg]$	hmotnosť piestneho čapu
$m_{piestne\ krky}$	$[kg]$	hmotnosť piestných krúžkov
m_{pho}	$[kg]$	hmotnosť posuvnej časti ojnice
m_o	$[kg]$	hmotnosť ojnice
m_{oP}	$[kg]$	hmotnosť posuvnej časti ojnice
m_{oR}	$[kg]$	hmotnosť rotujúcej časti ojnice
m_V	$[kg]$	hmotnosť vývažkov
m_{VI}	$[kg]$	hmotnosť vývažkov 1. rádu
m_{VII}	$[kg]$	hmotnosť vývažkov 2. rádu
m_{zal}	$[kg]$	hmotnosť zalomenia KH
M	$[-]$	matica hmotností
M_{hj}	$[Nm]$	absolútna hodnota z rozkladu budiaceho momentu
M_j	$[-]$	vzorky
M_K	$[Nm]$	voľný klopný moment
M_{Kp}	$[Nm]$	výsledný klopný moment zotrvačných síl od pos. častí
M_o	$[Nm]$	kompensačný moment ojnice
M_{Tp}	$[Nm]$	výsledný krútiaci moment
M_{zr1}	$[Nm]$	zotrvačná sila 1. zalomenia KH
M_{zr2}	$[Nm]$	zotrvačná sila 2. zalomenia KH
M_{zr3}	$[Nm]$	zotrvačná sila 3. zalomenia KH
M_{zpI}	$[Nm]$	zotrvačný moment posuvných častí 1. rádu
M_{zpII}	$[Nm]$	zotrvačný moment posuvných častí 2. rádu
n	$[min^{-1}]$	otáčky motora
n_v	$[-]$	počet vzorkov
n_{vl}	$[-]$	počet vlastných frekvencií
n_s	$[-]$	počet náhradných kotúčov sústavy
n_{rez}	$[min^{-1}]$	rezonančná frekvencia
p	$[Pa]$	tlak plynu vo valci
p_0	$[Pa]$	atmosférický tlak
r	$[m]$	dĺžka ramena klukového hriadeľa
r_{zal}	$[m]$	rameno ťažiska zalomenia
r_V	$[m]$	rameno vývažkov

r_{VI}	$[m]$	rameno vývažkov 1. rádu
r_{VII}	$[m]$	rameno vývažkov 2. rádu
\ddot{q}	$[-]$	zrýchlenie
\dot{q}	$[-]$	rýchlosť
q	$[-]$	poloha
v	$[ms^{-1}]$	aktuálna rýchlosť piesta
v_1	$[ms^{-1}]$	1. harmonická zložka aktuálnej rýchlosti piesta
v_2	$[ms^{-1}]$	2. harmonická zložka aktuálnej rýchlosti piesta
x	$[m]$	aktuálna poloha piesta
x_1	$[m]$	1. harmonická zložka aktuálnej polohy piesta
x_2	$[m]$	2. harmonická zložka aktuálnej polohy piesta
x_v	$[-]$	vlastný vektor
z	$[-]$	počet valcov motora
Z	$[m]$	zdvih motora

Zoznam príloh

Výpočet torzných kmitov v MathCad-e

- Výpočet torzných kmitov

Výpočet torzných kmitov

Vstupné parametre:

$m_{oj} := 2.6238\text{kg}$	Hmotnosť ojnice
$D := 103.5\text{mm}$	Vŕtanie valca
$Z := 120\text{mm}$	Zdvih motora
$r := \frac{Z}{2} = 60\text{mm}$	Rameno rotácie kľukového hriadeľa
$z := 3$	Počet valcov motora
$l_p := 137.291\text{mm}$	Rameno posuvných hmôt
$l_r := 77.708\text{mm}$	Rameno rotačných hmôt
$l_{oj} := l_p + l_r = 0.215\text{m}$	Vzdialenosť veľkého a malého oka ojnice
$m_{oj_r} := m_{oj} \cdot \frac{l_r}{l_{oj}} = 0.948\text{kg}$	Hmotnosť rotujúcich hmôt ojnice
$m_{oj_p} := m_{oj} \cdot \frac{l_p}{l_{oj}} = 1.675\text{kg}$	Hmotnosť posuvných hmôt ojnice
$\lambda := \frac{r}{l_{oj}} = 0.279$	Ojničný pomer
$m_{psk} := 2.4815\text{kg}$	Hmotnosť piestnej skupiny (piest+čap+piestne krúžky)
$n_{rpm} := 1480\text{rpm}$	Otáčky motora pri najvyššom točivom momente
$n_{rpm} = 154.985 \frac{1}{s}$	
počet_vzorkov := 1440	Počet vzorkov
$j := 0 \dots \text{počet_vzorkov}$	Číslo vzorku
krok := 0.5deg	Veľkosť kroku
$\alpha_j := j \cdot \text{krok}$	

Výpočet kinematiky klukového mechanismu:

Dráha piestu:

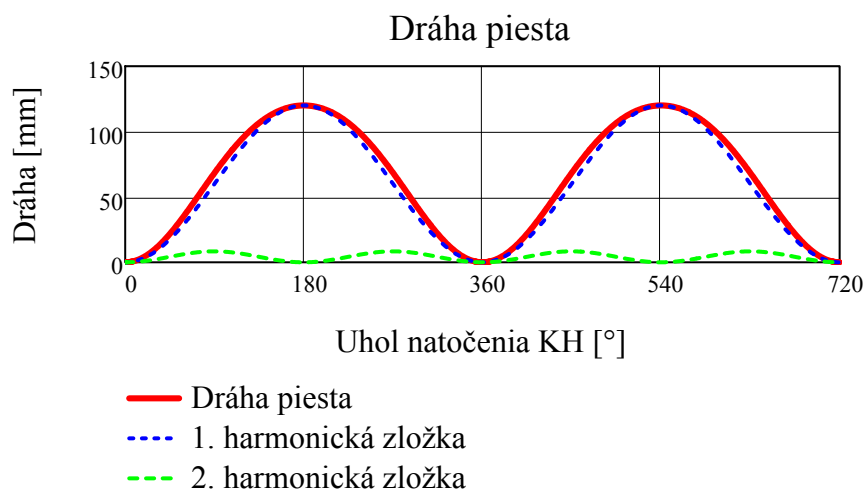
$$s_p := r \cdot \left[(1 - \cos(\alpha)) + \frac{\lambda}{4} (1 - \cos(2\alpha)) \right]$$

1. harmonická zložka:

$$s_{p1} := r \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

2. harmonická zložka:

$$s_{p2} := r \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha))$$



Uhlová rýchlosť otáčania KH:

$$\omega := n_{\text{rpm}}$$

$$\omega = 154.985 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

Rýchlosti piesta:

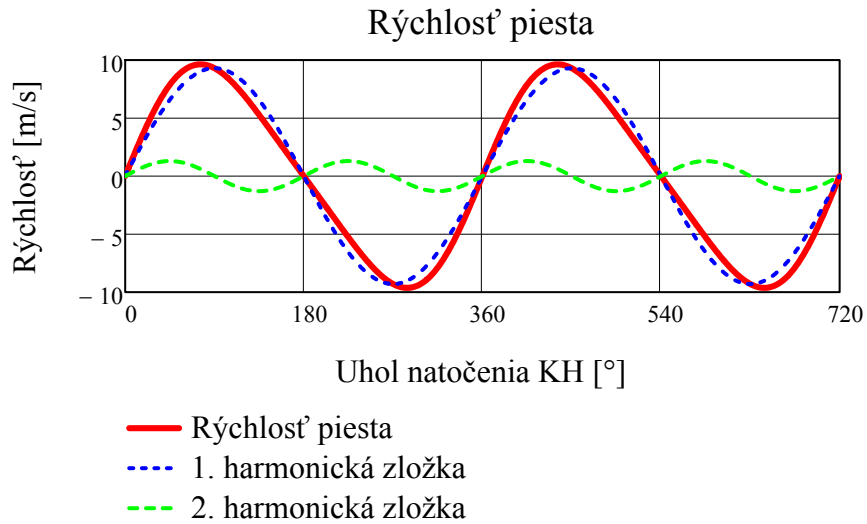
$$v_p := r \cdot \omega \cdot \left(\sin(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha) \right)$$

1. harmonická zložka:

$$v_{p1} := r \cdot \omega \cdot \sin(\alpha)$$

2. harmonická zložka:

$$v_{p2} := r \cdot \omega \cdot \left(\frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha) \right)$$



Zrýchlenie piesta

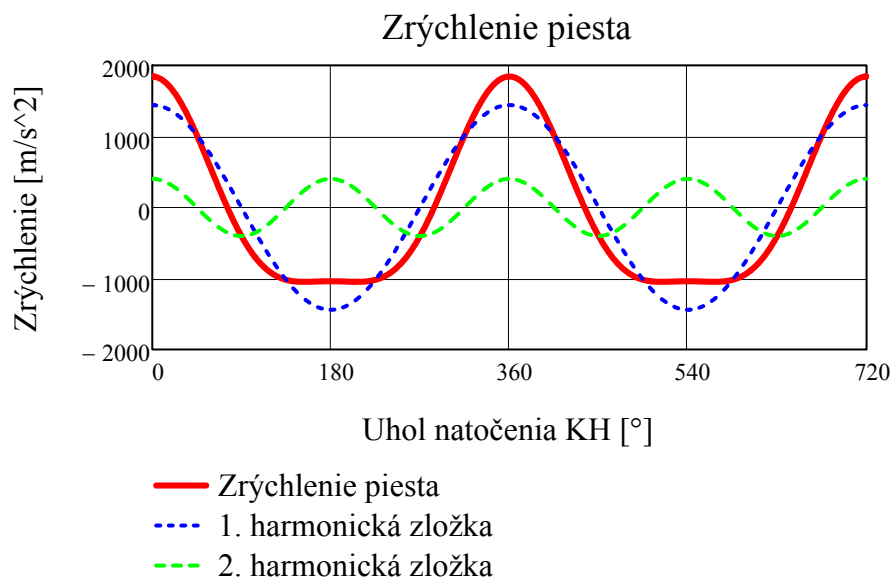
$$a_p := r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha))$$

1. harmonická zložka:

$$a_{p1} := r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

2. harmonická zložka:

$$a_{p2} := r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos(2 \cdot \alpha)$$



Výpočet točivého momentu:

$$p_{\text{atm}} := 1 \cdot \text{bar} \quad \text{Atmosférický tlak}$$

Načítanie priebehu tlaku vo valci:

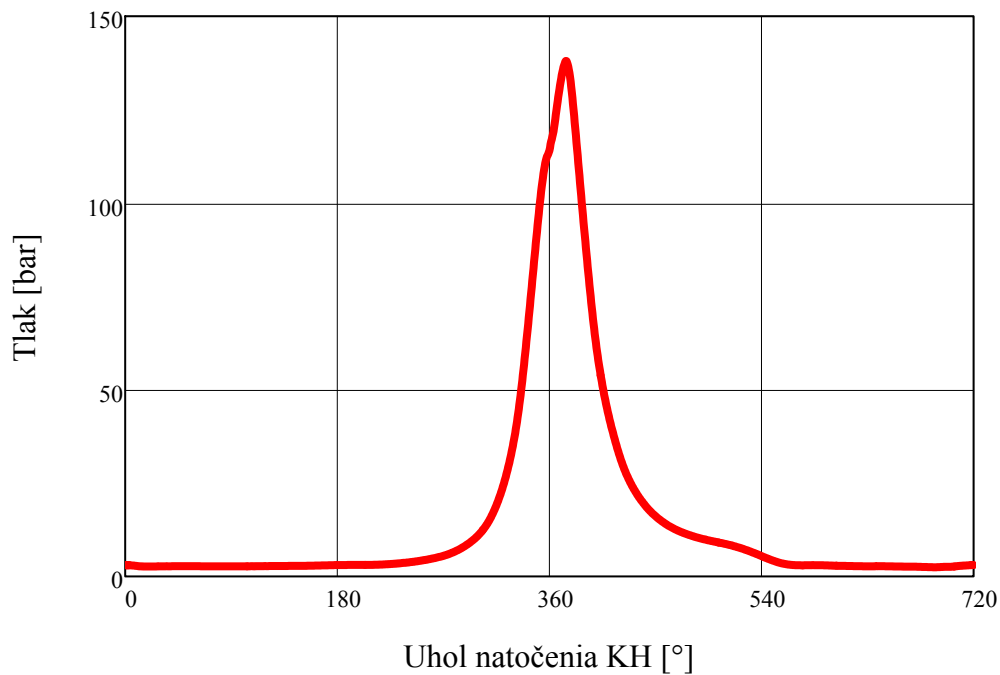
$$p_{\text{priebeh}} := \text{READPRN}(\text{"priebeh_tlaku.txt"})$$

$$p_{\text{valec}_j} := p_{\text{priebeh}_j} \cdot \text{bar}$$

Plocha piestu:

$$S_p := \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad S_p = 8413.381 \cdot \text{mm}^2$$

Priebeh tlaku vo valci v závislosti na uhle natočenia KH



Sily pôsobiace na piestny čap v smere osy valca:

Sila na piest od tlaku spalín:

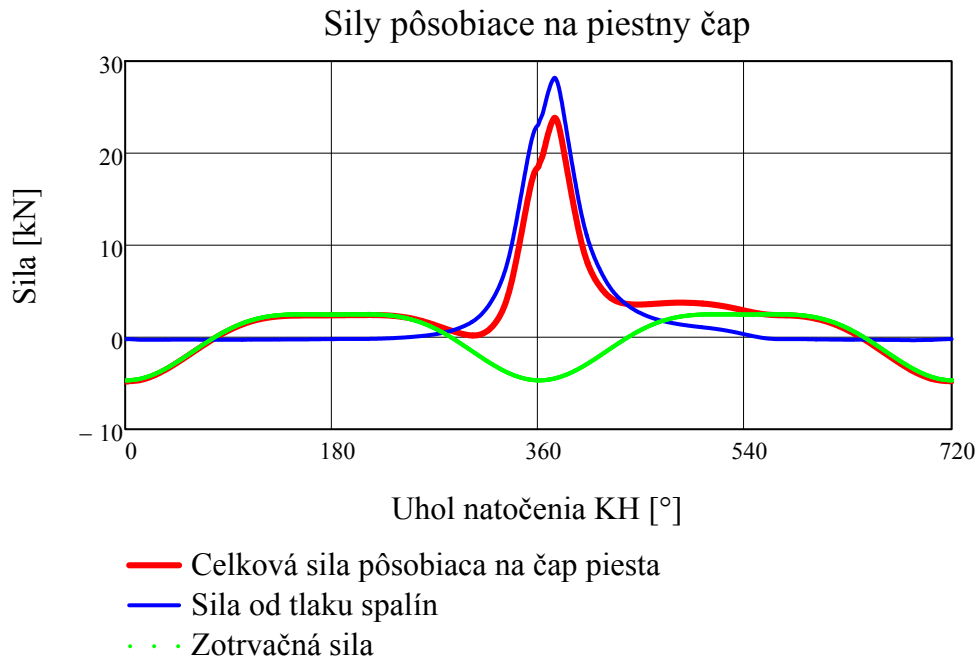
$$F_{pp_j} := S_p \cdot (p_{\text{valec}_j} - p_{\text{atm}})$$

Zotrvačné sily:

$$F_{zp_j} := -(m_{\text{psk}}) \cdot a_{p_j}$$

Celková sila pôsobiaca na piestny čap

$$F_{\text{celk_pj}} := F_{\text{ppj}} + F_{\text{zpj}}$$



**Sily prenášané
ojnicou:**

Uhol odklonu ojnice:

$$\beta_j := \text{asin}[\lambda \cdot (\sin(\alpha_j))]$$

Celková zotrvačná sila posuvných častí:

$$F_{z_j} := -(m_{\text{psk}} + m_{\text{oj_p}}) \cdot a_{p_j}$$

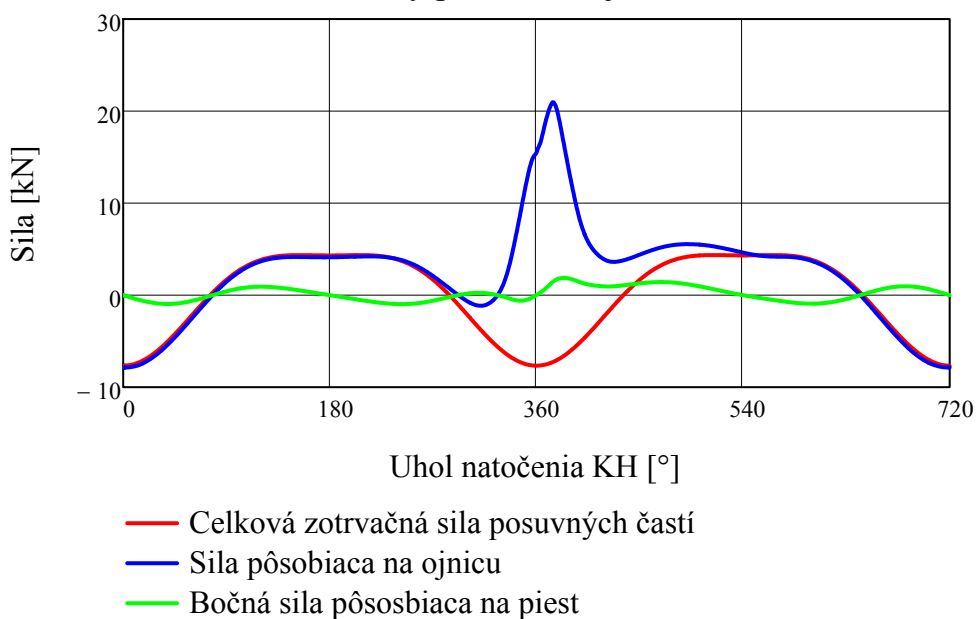
Sila prenášaná ojnicou:

$$F_{\text{oj}_j} := \frac{F_{\text{pp}_j} + F_{z_j}}{\cos(\beta_j)}$$

Bočná sila pôsobiaca na piest:

$$F_{\text{pb}_j} := F_{\text{oj}_j} \cdot \tan(\beta_j)$$

Sily prenášané ojnicou



Sily pôsobiace v ojničom čape:

Radiálna sila:

$$F_{r_j} := F_{oj_j} \cdot \cos(\alpha_j + \beta_j)$$

Odstredivá sila:

$$F_o := -m_{oj_I} \cdot r \cdot \omega^2$$

Celková radiálna sila:

$$F_{c_r_j} := F_{r_j} + F_o$$

Tangenciálne sily:

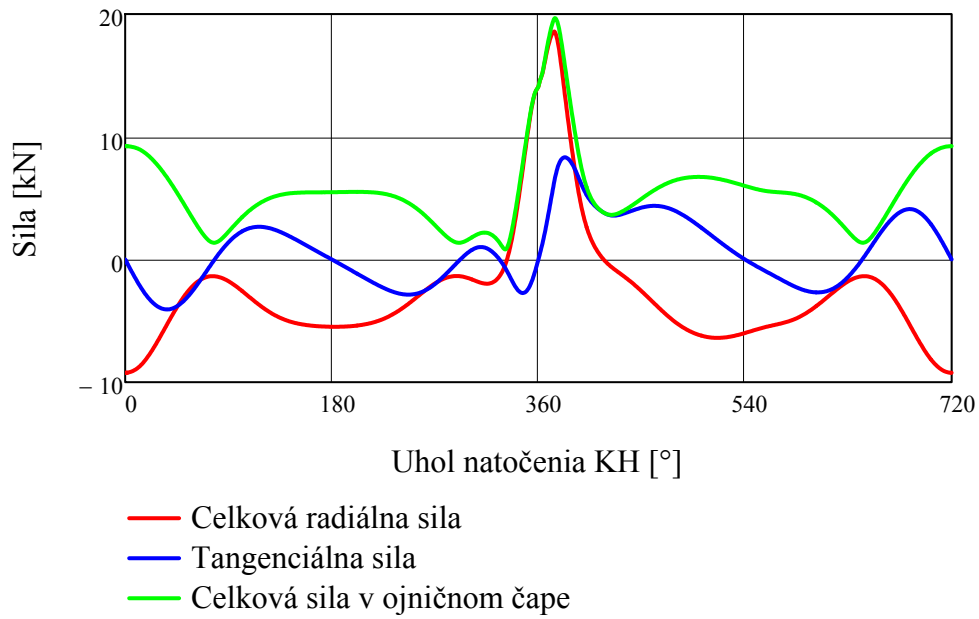
Tangenciálna sila v ojničom čape:

$$F_{t_j} := F_{oj_j} \cdot \sin(\alpha_j + \beta_j)$$

Celková sila pôsobiaca v ojničom čape:

$$F_{c_{oj_j}} := \sqrt{(F_{c_r_j})^2 + (F_{t_j})^2}$$

Sily pôsobiace v ojničnom čape



Momenty pôsobiace zalomenie motora:

$Nm := N \cdot m$

Definícia jednotky Nm

Krútiaci moment jedného valca:

$$M_{k_j} := F_{t_j} \cdot r$$

Fázové posunutie krútiacich momentov jednotlivých valcov:

$$M_{posun_j} := M_{k_j}$$

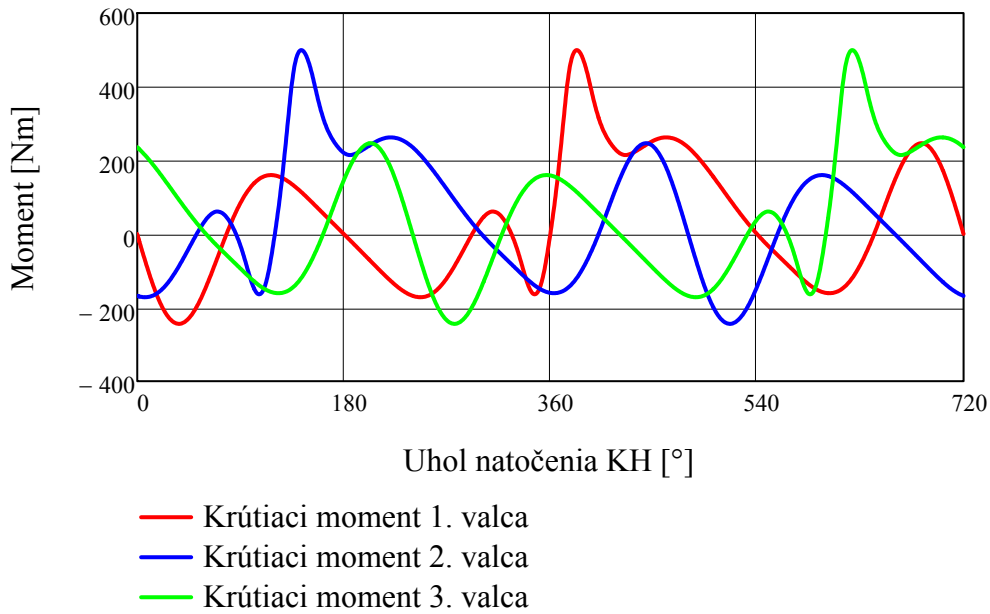
$$M_{posun_{j+1440}} := M_{k_j}$$

$$M_{kv1_j} := M_{posun_j}$$

$$M_{kv2_j} := M_{posun_{j+480}}$$

$$M_{kv3_j} := M_{posun_{j+960}}$$

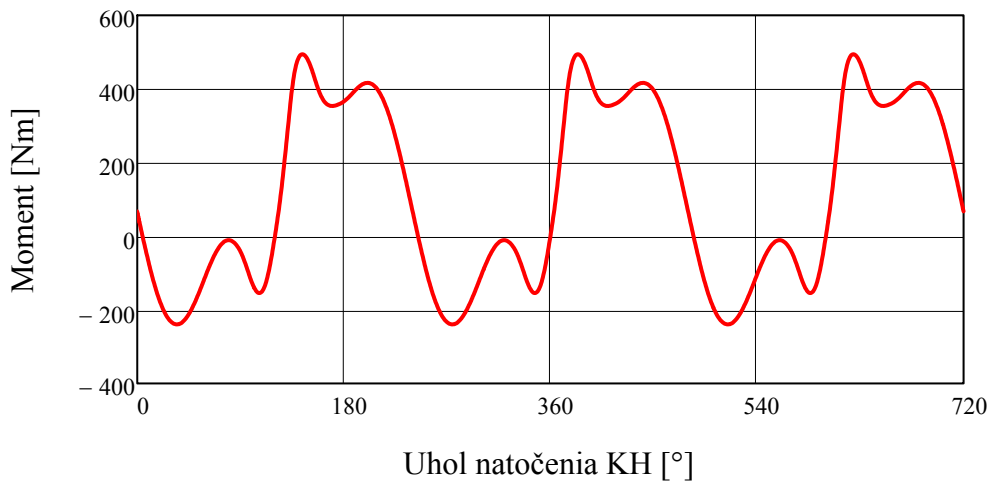
Fázovo posunuté momenty jednotlivých valcov



Celkový krútiaci moment motora:

$$M_{ck_j} := M_{kv1_j} + M_{kv2_j} + M_{kv3_j}$$

Krútiaci moment motora



Výpočet torzného kmitania kľukového mechanizmu:

$$I_{oj_r} := m_{oj_r} \cdot r^2 = 0.003414 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Zotrvačný moment rotujúcej časti ojnice

Náhradný moment zotrvačnosti posuvných hmôt

$$I_{pos} := \left[(m_{psk} + m_{oj_p}) \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \right] \cdot r^2 = 0.007628 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Momenty zotrvačnosti jednotlivých zalomení KH (CAD model):

$$\begin{aligned} I_{z_1} &:= 0.03846 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 & I_{z_1} &= 38460 \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{kg} \\ I_{z_2} &:= 0.03844 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \\ I_{z_3} &:= 0.03850 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \end{aligned}$$

Momenty zotrvačnosti náhradných kotúčov jednotlivých zalomení:

$$\begin{aligned} I_{zk_1} &:= I_{z_1} + I_{oj_r} + I_{pos} = 0.0495 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg} \\ I_{zk_2} &:= I_{z_2} + I_{oj_r} + I_{pos} = 0.04948 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \\ I_{zk_3} &:= I_{z_3} + I_{oj_r} + I_{pos} = 0.04954 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \end{aligned}$$

Moment zotrvačnosti náhradného kotúča zotrvačníka (CAD model):

$$\begin{aligned} I_{zotrvačník} &:= 0.8417 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \\ I_{kľuka_zotr} &:= 0.0044117 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \\ I_{zotr} &:= I_{zotrvačník} + I_{kľuka_zotr} = 846111.7 \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{kg} \end{aligned}$$

Moment zotrvačnosti náhradného kotúča remenice (CAD model):

$$\begin{aligned} I_{remenica} &:= 0.02403 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \\ I_{kľuka_remenica} &:= 0.0009682 \text{ kg}\cdot\text{m}^2 \\ I_{rem} &:= I_{remenica} + I_{kľuka_remenica} = 0.024998 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \end{aligned}$$

Celkové momenty zotrvačnosti:

$$I := \begin{pmatrix} I_{rem} \\ I_{zk_1} \\ I_{zk_2} \\ I_{zk_3} \\ I_{zotr} \end{pmatrix}$$

Redukované dĺžky zalomenia:

$b := 25\text{mm}$	Hrúbka ramena zalomenia
$s := 114\text{mm}$	Šírka ramena zalomenia
$D_{hl} := 80\text{mm}$	Priemer hlavného ložiska KH
$S_{hl} := 34\text{mm}$	Šírka hlavného ložiska KH
$D_{vl} := 66\text{mm}$	Priemer vedľajšieho ložiska KH
$S_{vl} := 30\text{mm}$	Šírka vedľajšieho ložiska KH
$D_{vk_rem} := 45\text{mm}$	Priemer voľného konca KH
$l_{vk_rem} := 144\text{mm}$	Dĺžka voľného konca KH
$D_{red} := 80\text{mm}$	Redukovaný priemer (zvolený)

$$l_{red} := D_{red}^4 \cdot \left[\frac{S_{hl} + 0.4 \cdot D_{hl}}{D_{hl}^4} + \frac{S_{vl} + 0.4 \cdot D_{vl}}{D_{vl}^4} + \frac{r - 0.2 \cdot (D_{hl} + D_{vl})}{b \cdot s^3} \right] = 0.222 \text{ m}$$

Redukovaná dĺžka v mieste zotrvačníka:

$s_{príruba} := 35\text{mm}$	Šírka príruby zotrvačníka
$d_{príruba} := 80\text{mm}$	Rozostup skrutiek zotrvačníka

$$l_{red_zotr} := \frac{S_{hl}}{2} + s_{príruba} \cdot \frac{D_{red}^4}{d_{príruba}^4} + \frac{1}{2} \cdot l_{red} = 0.163 \text{ m}$$

Redukovaná dĺžka v mieste remenice:

$$l_{red_remenica} := \frac{S_{hl}}{2} + \frac{1}{2} \cdot l_{red} = 0.128 \text{ m}$$

Vlastné torzné kmitanie sústavy:

$G_c := 81000\text{MPa}$	Modul pružnosti v šmyku materiálu KH
--------------------------	--------------------------------------

Polárny moment zotrvačnosti náhradného hriadeľa:

$$I_{\text{pol}} := \frac{\pi \cdot D_{\text{red}}^4}{32} = 4021238.597 \cdot \text{mm}^4$$

Torzňá tuhosť v mieste remenice:

$$c_{\text{rem}} := \frac{G_s \cdot I_{\text{pol}}}{l_{\text{red_remenica}}} = 2546587 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_0 := c_{\text{rem}}$$

Torzňá tuhosť za remenicou

Torzňá tuhosť zalomení KH:

$$c_{\text{zal}} := \frac{G_s \cdot I_{\text{pol}}}{l_{\text{red}}} = 1468470 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

$$c_1 := c_{\text{zal}}$$

Torzňá tuhosť za 1. zalomením

$$c_2 := c_{\text{zal}}$$

Torzňá tuhosť za 2. zalomením

$$c_3 := c_{\text{zal}}$$

Torzňá tuhosť za 2. zalomením

Matica hmotnosti:

$$M := \begin{pmatrix} I_{\text{rem}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{\text{zk_1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{\text{zk_2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{\text{zk_3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{\text{zotr}} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 0.024998 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.049502 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.049482 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.049542 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.846112 \end{pmatrix} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Matica tuhosti:

$$C_t := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 \end{pmatrix}$$

$$C_t = \begin{pmatrix} 2546587 & -2546587 & 0 & 0 & 0 \\ -2546587 & 4015057 & -1468470 & 0 & 0 \\ 0 & -1468470 & 2936940 & -1468470 & 0 \\ 0 & 0 & -1468470 & 2936940 & -1468470 \\ 0 & 0 & 0 & -1468470 & 1468470 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}}$$

Štvorcová matica:

$$A_1 := M^{-1} \cdot C_t$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 101870812 & -101870812 & 0 & 0 & 0 \\ -51443891 & 81108620 & -29664729 & 0 & 0 \\ 0 & -29676719 & 59353439 & -29676719 & 0 \\ 0 & 0 & -29640778 & 59281556 & -29640778 \\ 0 & 0 & 0 & -1735551 & 1735551 \end{pmatrix} \frac{1}{\text{s}^2}$$

Vlastné čísla matice:

$$\lambda_{vc} := \text{eigenvals}(A_1)$$

$$\lambda_{vc} = \begin{pmatrix} 168487964 \\ 90233283 \\ 39262065 \\ 5366666 \\ -0 \end{pmatrix} \frac{1}{\text{s}^2}$$

Uhlová frekvencia vlastného kmitania:

$$\Omega_f := \sqrt{\lambda_{vc}}$$

$$\Omega_f = \begin{pmatrix} 12980.29 \\ 9499.12 \\ 6265.94 \\ 2316.61 \\ 0i \end{pmatrix} \text{s}^{-1}$$

Frekvencie vlastného kmitania:

$$\omega_{\text{vIk}} := \frac{\Omega_f}{2 \cdot \pi}$$

$$\omega_{\text{vIk}} = \begin{pmatrix} 2065.88 \\ 1511.83 \\ 997.26 \\ 368.7 \\ 0i \end{pmatrix} \cdot \text{Hz}$$

Výpočet amplitúd:

$$x := \text{eigenvecs}(A_1)$$

$$x = \begin{pmatrix} 0.82556 & 0.374594 & 0.528743 & -0.635618 & 0.447214 \\ -0.539865 & 0.042793 & 0.32496 & -0.602133 & 0.447214 \\ 0.158539 & -0.662775 & -0.45853 & -0.435131 & 0.447214 \\ -0.043152 & 0.646851 & -0.635388 & -0.189442 & 0.447214 \\ 0.000449 & -0.012686 & 0.029386 & 0.090547 & 0.447214 \end{pmatrix}$$

Prvá vlastná frekvencia:

$$i := 0..4$$

Pomerné amplitúdy:

$$a_{1,i} := \frac{x_{i,3}}{x_{0,3}} \quad a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.947 \\ 0.685 \\ 0.298 \\ -0.142 \end{pmatrix}$$

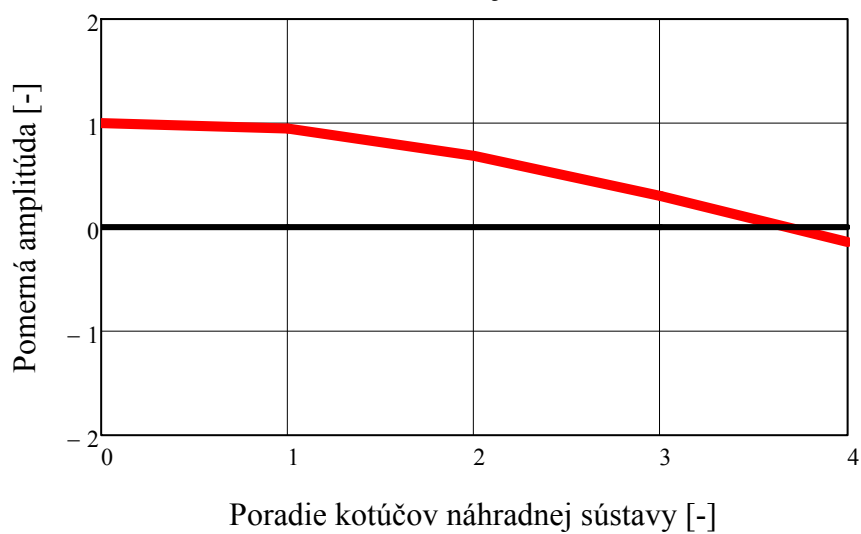
Vlastná uhlová frekvencia:

$$\Omega_{f_3} = 2316.607 \frac{1}{s}$$

Vlastná frekvencia KH:

$$f_1 := \frac{\Omega_{f_3}}{2 \cdot \pi} = 368.699 \cdot \text{Hz}$$

Tvar 1. vlastnej frekvencie



Druhá vlastná frekvencia:

Pomerné amplitúdy:

$$a_{2,i} := \frac{x_{i,2}}{x_{0,2}} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.615 \\ -0.867 \\ -1.202 \\ 0.056 \end{pmatrix}$$

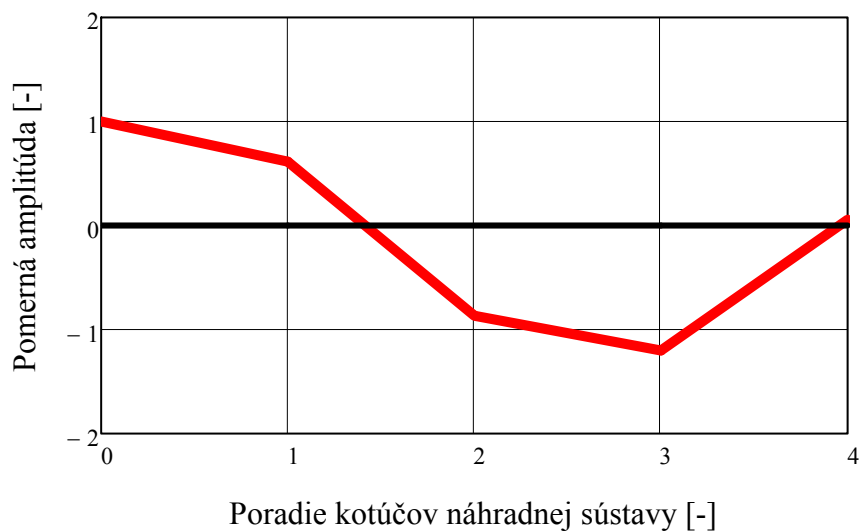
Vlastná uhlová frekvencia:

$$\Omega_{f_2} = 6265.945 \frac{1}{s}$$

Vlastná frekvencia KH:

$$f_2 := \frac{\Omega_{f_2}}{2 \cdot \pi} = 997.256 \cdot \text{Hz}$$

Tvar 2. vlastnej frekvencie



Vynútené torzné kmitanie:

Rád harmonickej zložky:

$$k := 0 .. 40$$

Fourierova analýza budiaceho momentu:

n := počet_vzorkov

$$n = 1440$$

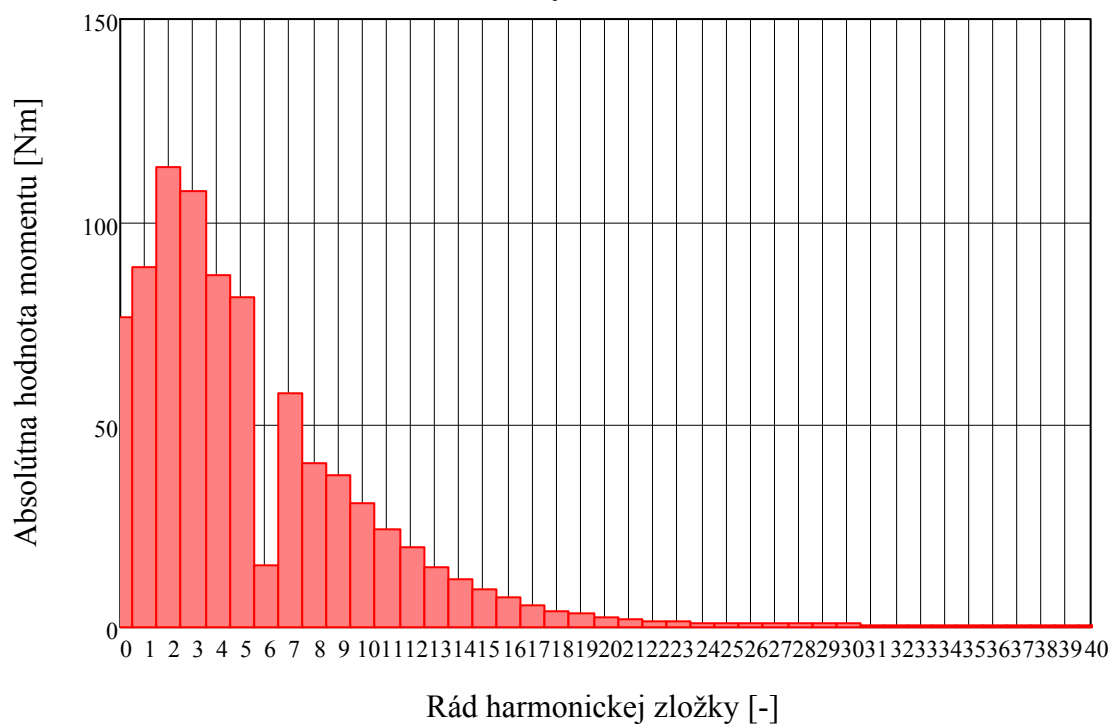
$$h_k := \frac{2}{n} \sum_{j=0}^{n-1} \left[M_{k,j} \cdot e^{i \left(2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{j}{n} \right)} \right]$$

Absolútna hodnota:

$$M_{h_k} := |h_k|$$

$\frac{k}{2} =$	$\text{Im}(h_k) =$	$\text{Re}(h_k) =$	$ h_k =$
0	0	76.406	76.406
0.5	-60.889	-64.632	88.796
1	107.224	37.796	113.691
1.5	-106.789	-10.895	107.343
2	-86.848	-4.18	86.949
2.5	-80.803	9.947	81.413
3	-7.872	-13.069	15.256
3.5	-55.479	15.113	57.501
4	36.804	-16.215	40.218
4.5	-34.349	14.949	37.461
5	27.17	-13.573	30.372
5.5	-21.05	12.265	24.362
6	15.989	-11.247	19.549
6.5	-11.529	9.672	15.049
7	8.667	-8.11	11.87
7.5	-6.098	7.039	9.313
8	4.074	-5.902	7.172
8.5	-2.425	4.882	5.451
9	1.421	-3.934	4.183
9.5	-0.446	3.215	3.246
10	-0.143	-2.452	2.456
10.5	0.663	1.798	1.917
11	-0.885	-1.185	1.479
11.5	1.129	0.697	1.327
12	-1.178	-0.184	1.192
12.5	1.156	-0.069	1.158
13	-1.124	0.304	1.164
13.5	1.027	-0.415	1.108
14	-0.903	0.419	0.996
14.5	0.839	-0.431	0.943
15	-0.702	0.353	0.786
15.5	0.681	-0.286	0.739
16	-0.613	0.226	0.653
16.5	0.613	-0.181	0.639
17	-0.581	0.175	0.606
17.5	0.58	-0.183	0.608
18	-0.513	0.226	0.561
18.5	0.487	-0.264	0.554
19	-0.393	0.314	0.503
19.5	0.337	-0.336	0.476
20	-0.247	0.361	0.437

Harmonická analýza budiaceho momentu



Kritické otáčky:

$$\kappa := 0.5, 1 \dots 20$$

Pre prvú vlastnú frekvenciu:

$$n_{kr1}(\kappa) := \frac{f_1}{\kappa}$$

Pre druhú vlastnú frekvenciu:

$$n_{kr2}(\kappa) := \frac{f_2}{\kappa}$$

$\kappa =$	$n_{kr1}(\kappa) =$	$\frac{1}{\text{min}}$	$n_{kr2}(\kappa) =$	$\frac{1}{\text{min}}$
0.5	44243.926		119670.732	
1	22121.963		59835.366	
1.5	14747.975		39890.244	
2	11060.982		29917.683	
2.5	8848.785		23934.146	
3	7373.988		19945.122	
3.5	6320.561		17095.819	
4	5530.491		14958.842	
4.5	4915.992		13296.748	
5	4424.393		11967.073	
5.5	4022.175		10879.157	
6	3686.994		9972.561	
6.5	3403.379		9205.441	
7	3160.28		8547.909	
7.5	2949.595		7978.049	
8	2765.245		7479.421	
8.5	2602.584		7039.455	
9	2457.996		6648.374	
9.5	2328.628		6298.46	
10	2212.196		5983.537	
10.5	2106.854		5698.606	
11	2011.088		5439.579	
11.5	1923.649		5203.075	
12	1843.497		4986.281	
12.5	1769.757		4786.829	
13	1701.689		4602.72	
13.5	1638.664		4432.249	
14	1580.14		4273.955	
14.5	1525.653		4126.577	
15	1474.798		3989.024	
15.5	1427.223		3860.346	
16	1382.623		3739.71	
16.5	1340.725		3626.386	
17	1301.292		3519.727	
17.5	1264.112		3419.164	
18	1228.998		3324.187	
18.5	1195.782		3234.344	
19	1164.314		3149.23	
19.5	1134.46		3068.48	
20	1106.098		2991.768	

Výdatnosť kmitov:

Uhol rozostupu medzi jednotlivými bodmi zážihu:

$$\delta := \frac{720 \text{deg}}{3}$$

$$\delta = 240 \cdot \text{deg}$$

Prvá vlastná frekvencia:

$$k = 0,5; 2; 3,5; 5; 6,5; 8; 9,5$$

Harmonická zložka:

$$\kappa := 0.5$$

$$p := 1..3$$

$$\sigma_p := p \cdot \kappa$$

Výdatnosť rezonancie:

$$\varepsilon_{1,0.5} := \sqrt{\left[\sum_p (a_{1p} \cdot \cos(\sigma_p)) \right]^2 + \left[\sum_p (a_{1p} \cdot \sin(\sigma_p)) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1,0.5} = 1.805$$

$$k = 1; 2,5; 4; 5,5; 7; 8,5; 10$$

Harmonická zložka:

$$\kappa := 1$$

$$p := 1..3$$

$$\sigma_p := p \cdot \kappa$$

Výdatnosť rezonancie:

$$\varepsilon_{1,1} := \sqrt{\left[\sum_p (a_{1p} \cdot \cos(\sigma_p)) \right]^2 + \left[\sum_p (a_{1p} \cdot \sin(\sigma_p)) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1,1} = 1.463$$

$k = 1,5; 3; 4,5; 6; 7,5; 9$

Harmonická zložka:

$$\kappa := 1.5$$

$$p := 1..3$$

$$\sigma_p := p \cdot \kappa$$

Výdatnosť rezonancie:

$$\varepsilon_{1,1.5} := \sqrt{\left[\sum_p (a_{1,p} \cdot \cos(\sigma_p)) \right]^2 + \left[\sum_p (a_{1,p} \cdot \sin(\sigma_p)) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1,1.5} = 1.008$$

Druhá vlastná frekvencia:

$k = 0,5; 2; 3,5; 5; 6,5; 8; 9,5$

Harmonická zložka:

$$\kappa := 0.5$$

$$p := 1..3$$

$$\sigma_p := p \cdot \kappa$$

Výdatnosť rezonancie:

$$\varepsilon_{2,0.5} := \sqrt{\left[\sum_p (a_{2,p} \cdot \cos(\sigma_p)) \right]^2 + \left[\sum_p (a_{2,p} \cdot \sin(\sigma_p)) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2,0.5} = 1.634$$

$k = 1; 2,5; 4; 5,5; 7; 8,5; 10$

Harmonická zložka:

$$\kappa := 1$$

$$p := 1..3$$

$$\sigma_p := p \cdot \kappa$$

Výdatnosť rezonancie:

$$\varepsilon_{2,1} := \sqrt{\left[\sum_p (a_{2,p} \cdot \cos(\sigma_p)) \right]^2 + \left[\sum_p (a_{2,p} \cdot \sin(\sigma_p)) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_1} = 1.934$$

$$k = 1,5; 3; 4,5; 6; 7,5; 9$$

Harmonická zložka:

$$\kappa := 1.5$$

$$p := 1..3$$

$$\sigma_p := p \cdot \kappa$$

Výdatnosť rezonancie:

$$\varepsilon_{2_1.5} := \sqrt{\left[\sum_p \left(a_{2_p} \cdot \cos(\sigma_p) \right) \right]^2 + \left[\sum_p \left(a_{2_p} \cdot \sin(\sigma_p) \right) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{2_1.5} = 2.027$$

Relatívna výchylka pre 1. vl. frekvenciu:

$$\varepsilon_1 := \begin{pmatrix} \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_1 = \begin{pmatrix} 1.805 \\ 1.463 \\ 1.008 \end{pmatrix}$$

Relatívna výchylka pre 2. vl. frekvenciu:

$$\varepsilon_2 := \begin{pmatrix} \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \end{pmatrix} \quad \varepsilon_2 = \begin{pmatrix} 1.634 \\ 1.934 \\ 2.027 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_0.5} \\ \varepsilon_{1_1} \\ \varepsilon_{1_1.5} \\ \varepsilon_{1_0.5} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_0.5} \\ \varepsilon_{2_1} \\ \varepsilon_{2_1.5} \\ \varepsilon_{2_0.5} \end{pmatrix}$$

$\kappa := 0.5, 1 \dots 20$

Torzná výchylka voľného konca KH pre 1. vl. frekvenciu:

$$\phi_{0_1_k} := \frac{M_{h_k} \cdot \varepsilon_{1_k}}{\Omega_{f_3} \cdot \xi \cdot \left[\sum_p (a_{1_p})^2 \right]}$$

$$\phi_{0_1_deg} := \phi_{0_1} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$\kappa =$

0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8
8.5
9
9.5
10
10.5
11
11.5
12
12.5
13
13.5
14
14.5
15
15.5
16
16.5
17
17.5
18
18.5
19
19.5
20

$\phi_{0_1} =$

	0
0	0
1	0.048
2	0.049
3	0.032
4	0.047
5	0.035
6	0.005
7	0.031
8	0.017
9	0.011
10	0.016
11	0.011
12	0.006
13	0.008
14	0.005
15	0.003
16	0.004
17	0.002
18	0.001
19	0.002
20	0.001
21	0.001
22	0.001
23	0.001
24	0
25	0.001
26	0.001
27	0
28	0.001
29	0
30	0
31	0
32	0
33	0
34	0
35	0
36	0
37	0
38	0
39	0
40	0

$\phi_{0_1_deg} =$

	0
0	0
1	2.724
2	2.828
3	1.84
4	2.667
5	2.025
6	0.261
7	1.764
8	1
9	0.642
10	0.932
11	0.606
12	0.335
13	0.462
14	0.295
15	0.16
16	0.22
17	0.136
18	0.072
19	0.1
20	0.061
21	0.033
22	0.045
23	0.033
24	0.02
25	0.036
26	0.029
27	0.019
28	0.031
29	0.023
30	0.013
31	0.023
32	0.016
33	0.011
34	0.019
35	0.015
36	0.01
37	0.017
38	0.013
39	0.008
40	0.013

Torzná výchylka voľného konca KH pre 2. vl. frekvenciu:

$$\phi_{0_2_k} := \frac{M_{h_k} \cdot \varepsilon_{2_k}}{\Omega_{f_2} \cdot \xi \cdot \left[\sum_p (a_{2_p})^2 \right]}$$

$$\phi_{0_2_deg} := \phi_{0_2} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$\kappa =$

0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8
8.5
9
9.5
10
10.5
11
11.5
12
12.5
13
13.5
14
14.5
15
15.5
16
16.5
17
17.5
18
18.5
19
19.5
20

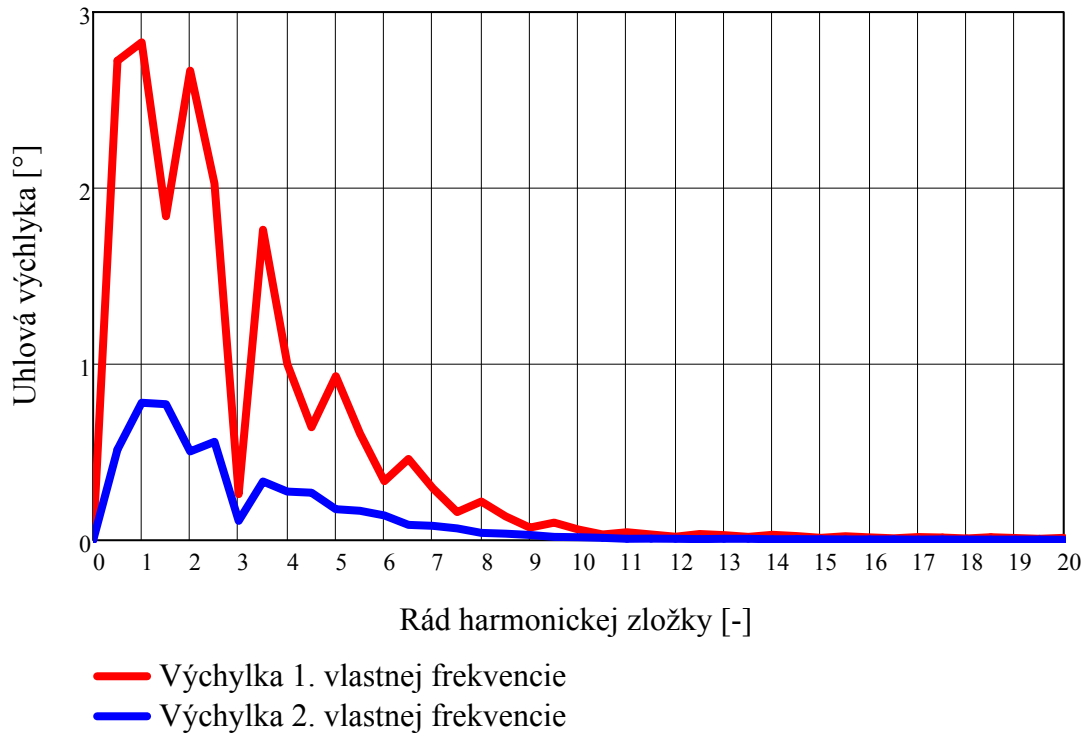
	0
0	0
1	0.009
2	0.014
3	0.013
4	0.009
5	0.01
6	0.002
7	0.006
8	0.005
9	0.005
10	0.003
11	0.003
12	0.002
13	0.002
14	0.001
15	0.001
16	0.001
17	0.001
18	0.001
19	0
20	0
21	0
22	0
23	0
24	0
25	0
26	0
27	0
28	0
29	0
30	0
31	0
32	0
33	0
34	0
35	0
36	0
37	0
38	0
39	0
40	0

$\phi_{0_2} =$

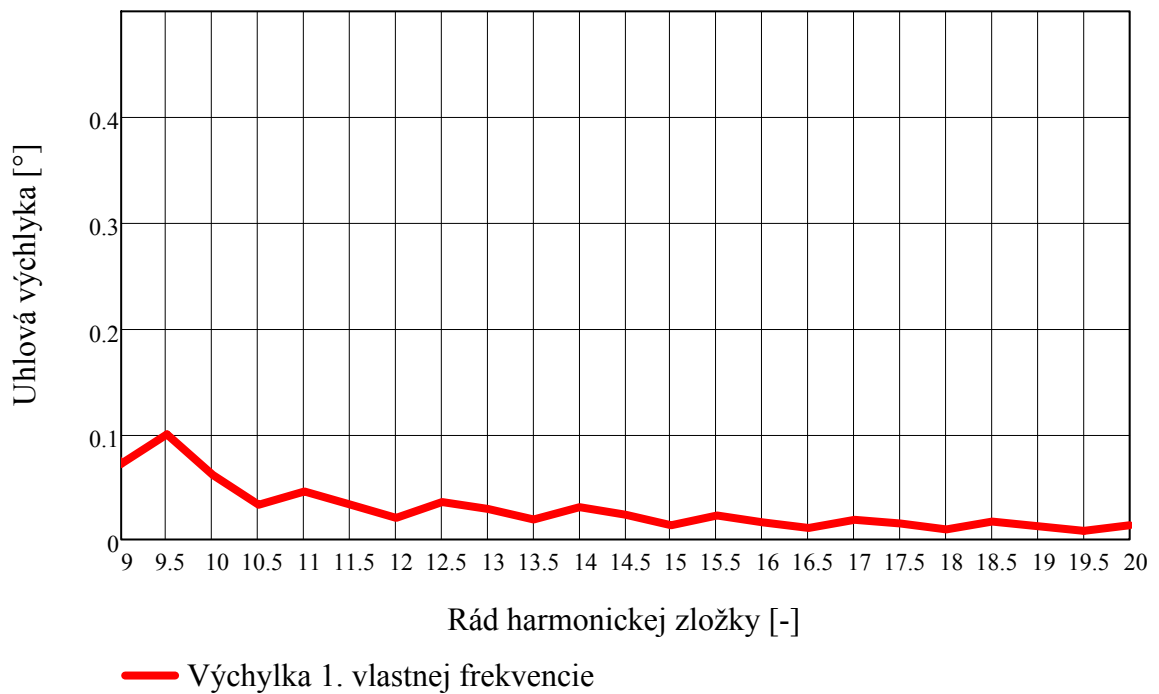
	0
0	0
1	0.515
2	0.781
3	0.773
4	0.505
5	0.559
6	0.11
7	0.334
8	0.276
9	0.27
10	0.176
11	0.167
12	0.141
13	0.087
14	0.082
15	0.067
16	0.042
17	0.037
18	0.03
19	0.019
20	0.017
21	0.014
22	0.009
23	0.009
24	0.009
25	0.007
26	0.008
27	0.008
28	0.006
29	0.006
30	0.006
31	0.004
32	0.004
33	0.005
34	0.004
35	0.004
36	0.004
37	0.003
38	0.003
39	0.003
40	0.003

$\phi_{0_2_deg} =$

Torzna výchylka voľného konca kľukového hriadeľa



Torzna výchylka voľného konca kľukového hriadeľa (časť spektra)



Návrh torzného tlmiča:

Návrh základných parametrov:

$$I_{tl} := 0.00105 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Moment zotrvačnosti tlmiča

Efektívny moment zotrvačnosti sústavy bez tlmiča:

$$I_{ef} := \sum_p \left[I_p \cdot (a_{1p})^2 \right]$$

$$I_{ef} = 0.072 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

Pomeraná veľkosť tlmiča:

$$\mu := \frac{I_{tl}}{I_{ef}}$$

$$\mu = 0.015$$

Optimálne ladenie:

$$w := \frac{1}{1 + \mu}$$

$$w = 0.986$$

Uhlová frekvencia tlmiča:

$$\Omega_{tl} := \Omega_{f_3} \cdot w$$

$$\Omega_{tl} = 2283.315 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

Tuhosť tlmiča:

$$c_{tl} := I_{tl} \cdot \Omega_{tl}^2$$

$$c_{tl} = 5474.204 \cdot \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$$

Návrh gumového tlmiča torzných kmitov:

Modul pružnosti gumy v šmyku

$$G_p := 1 \text{ MPa}$$

Šírka gumového krúžku:

$$b_{tl} := 14 \text{ mm}$$

Vonkajší priemer gumového krúžku:

$$d_2 := 152 \text{ mm}$$

Vnútorý priemer gumového krúžku:

$$d_1 := \sqrt{\left(\frac{\pi \cdot G_p \cdot b_{tl}}{c_{tl}} + \frac{1}{d_2^2} \right)^{-1}}$$

$$d_1 = 139.595 \cdot \text{mm}$$

Rozmery oceľového krúžku:

Vonkajší polomer oceľového krúžku:

$$r_2 := \frac{d_1}{2}$$

$$r_2 = 69.797 \cdot \text{mm}$$

$$\rho_0 := 7850 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

Hustota ocele

Vnútorný polomer oceľového krúžku:

$$r_1 := \sqrt[4]{r_2^4 - \frac{2 \cdot I_{t1}}{\pi \cdot \rho_0 \cdot b_{t1}}}$$

$$r_1 = 64.817 \cdot \text{mm}$$

Vnútorný priemer oceľového krúžku:

$$d_3 := 2 \cdot r_1$$

$$d_3 = 129.635 \cdot \text{mm}$$