



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**NAPJATOSTNĚ DEFORMAČNÍ ANALÝZA MOSTU V
TŘINECKÝCH ŽELEZÁRNÁCH**

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bořek Ščerba

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

BRNO 2018

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Bořek Ščerba
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.
Akademický rok:	2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Napjatostně deformační analýza mostu v Třineckých železárnách

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Prutové soustavy se běžně používají k modelování chování mostů, jeřábů, stožárů a ostatních technických objektů, které jsou vyrobeny z prutových těles a splňují předpoklady kladené na prutové soustavy. Most v areálu Třineckých železáren je typickým reprezentantem staticky neurčité prutové soustavy.

Cíle bakalářské práce:

1. Rešerše a získání vstupních údajů o mostě v areálu Třineckých železáren.
2. Vytvoření 2D výpočtového modelu prutové soustavy mostu a provedení napjatostně deformační analýzy při statické zatěžení.
3. Verifikace vybraného analytického výpočtu numerickým řešením.

Seznam doporučené literatury:

FLORIAN, Z., PŘÍKRYL, K., ONDRÁČEK, E. Mechanika těles - statika. Vyd. 3. Brno: PC-DIR, 1995, ISBN 80-214-0694-1.

JANÍČEK, P., ONDRÁČEK, E., VRBKA, J. a BURŠA, J. Mechanika těles: Pružnost a pevnost I, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno, 2004, ISBN 80-214-2592-x.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18.

V Brně, dne 26. 10. 2017



prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

V této práci je rozpracována napjatostně deformační analýza vybrané prutové konstrukce. Prvním bodem práce je rešerše, která obnáší získání co největšího množství informací o konstrukci, například její rozměry, zatížení, využití, historii apod. Následuje sestavení výpočtových modelů, které jsou vytvořeny s různým stupněm zjednodušujících předpokladů. Základem jsou dva výpočtové modely pro analytický výpočet – staticky určitý a staticky neurčitý. Na těchto modelech jsou analyzovány pomocí metod obecné pružnosti a pevnosti dva zátěžné stavy, kdy je konstrukce nejdříve zatížena pouze vlastní tíhou a následně po ní projíždí vozidlo. Staticky neurčitý model je následně verifikován numerickým výpočtem metodou konečných prvků (MKP).

Abstract

The bachelor thesis analyses stress and deformation of the truss construction. The first point of the thesis is a research, which includes obtaining information about the construction, for example dimensions, loads, purpose, history etc. Then, calculation models are created considering a different level of simplification. Two analytical models are crucial for the thesis – one statically determinate and the other statically indeterminate. They are used for analysing two different loads applied to the construction using methods of solid mechanics – its own weight and its own weight in combination with a weight of a vehicle that is driving through. Afterwards, the statically indeterminate model is verified using finite element method (FEM).

Klíčová slova

Prutová soustava, prutová konstrukce, prut, pružnost a pevnost, tah, tlak, statická určitost, statická neurčitost, mezní stav, metoda konečných prvků, MKP, Ansys Workbench

Key words

Thrus, thruss construction, beam, two-force member, solid mechanics, tension, copression, statically determinate, statically indeterminate, limit state, finite element method, Ansys Workbench

Bibliografická citace

ŠČERBA, B. *Napjatostně deformační analýza mostu v Třineckých železárnách*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 92 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

Čestné prohlášení o původnosti práce

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma „Napjatostně deformační analýza mostu v Třineckých železárnách“ vypracoval samostatně s použitím pramenů a odborné literatury uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

25. května 2018

.....

Bořek Ščerba

Poděkování

Děkuji tímto doc. Ing. Vladimíru Fuisovi, Ph.D. za odborné vedení mé práce, cenné rady a vstřícnost při konzultacích. Rovněž bych rád poděkoval Ing. Miroslavu Vondráčkovi, díky němuž mi byl povolen přístup k mostu a Ing. Liboru Filínovi, který mi poskytl technickou dokumentaci k mostu.

Obsah

1 Formulace problému	17
2 Cíle práce	18
3 Rešerše	19
3.1 Historie mostu	19
3.2 Poloha	19
3.3 Využití	19
3.4 Dokumentace	21
3.5 Vzhled, model a popis konstrukce	22
3.6 Vstupní údaje	23
4 Použitá teorie	26
4.1 Předpoklady lineární pružnosti a pevnosti	26
4.2 Saint-Venantův princip	26
4.3 Castiglianova věta	27
4.4 Výsledné vnitřní účinky	28
4.5 Prutová teorie	28
4.5.1 Prut	28
4.5.2 Prutové předpoklady	29
4.5.3 Prutová napjatost	30
4.5.4 Prutová soustava	30
4.6 Prostý tah a tlak	32
4.7 Mezní stavy	33
4.7.1 Bezpečnost vzhledem k meznímu stavu	33
4.7.2 Mezní stav pružnosti	33
4.7.3 Mezní stav vzpěrné stability	34
5 Analytický výpočet	37
5.1 Výpočtové modely	37

5.2	Statically určitá varianta	38
5.2.1	Schéma	38
5.2.2	Statically rozbor	38
5.2.3	Prutové předpoklady	39
5.2.4	Kinematický rozbor	39
5.2.5	Uvolnění a sestavení rovnic statické rovnováhy.....	40
5.2.6	Zatížení mostu.....	42
5.2.7	Výpočet.....	42
5.2.8	Výsledky mostu zatíženého vlastní tíhou	43
5.2.9	Diskuse výsledků	44
5.2.10	Zatížení mostu projíždějícím vozidlem	45
5.2.11	Hodnocení staticky určitého výpočtového modelu.....	50
5.3	Statically neurčitá varianta.....	51
5.3.1	Schéma	51
5.3.2	Statically rozbor	51
5.3.3	Prutové předpoklady	52
5.3.4	Kinematický rozbor	52
5.3.5	Úplné uvolnění a sestavení rovnic statické rovnováhy.....	52
5.3.6	Zatížení mostu.....	53
5.3.7	Deformační podmínky, částečné uvolnění, odstranění statické neurčitosti.....	53
5.3.8	Výpočet napětí a průhybů	54
5.3.9	Výsledky při zatížení vlastní tíhou	55
5.3.10	Diskuse výsledků	56
5.3.11	Zatížení mostu vozidlem.....	57
5.3.11	Hodnocení staticky neurčitého výpočtového modelu.....	58
6	Numerický výpočet – Metoda konečných prvků	60
6.1	Teoretický základ.....	60

6.1.1	Přístup k řešení.....	60
6.1.2	MKP jako variační metoda	60
6.1.3	Diskretizace a příklad aproximace posuvu	61
6.1.4	Základní rovnice MKP.....	62
6.1.5	ANSYS Workbench.....	63
6.1.6	Základní prvky v Ansys Workbench	63
6.2	Verifikace 2D výpočtového modelu	64
6.2.1	Model geometrie, vazeb a zatížení	64
6.2.2	Komplikace při řešení	65
6.2.3	Výsledky a porovnání s analytickým výpočtem	66
6.2.4	Zhodnocení	68
6.3	2D výpočtový model s použitím vetknutí.....	69
6.3.1	Model geometrie, vazeb a zatížení	69
6.3.2	Vykreslování výsledků	69
6.3.3	Výsledky a srovnání.....	70
6.3.4	Zhodnocení	74
6.4	2D výpočtový model s použitím vetknutí v tíhovém poli	75
6.4.1	Model geometrie, vazeb a zatížení	75
6.4.2	Výsledky a srovnání.....	75
6.4.3	Zhodnocení	76
6.5	Model 3D symetrický	77
6.5.1	Model geometrie, vazeb a zatížení	77
6.5.2	Výsledky a srovnání.....	78
6.5.3	Srovnání s analytickým modelem.....	80
6.5.4	Zhodnocení	81
6.6	Model 3D nesymetrický.....	82
6.6.1	Model geometrie, vazeb a zatížení	82

6.6.2 Vykreslování výsledků	82
6.6.3 Výsledky a srovnání.....	82
6.6.4 Zhodnocení	85
7 Závěr	86
Literatura.....	90
Přílohy.....	92

1 Formulace problému

Prutová soustava je jedním ze základních modelů staveb, zařízení a technických objektů všude kolem nás. Používá se běžně k modelování kupříkladu mostů, jeřábů, stožárů, stropních konstrukcí a stěnových bloků hal. Díky využití dlouhých a tenkých těles – prutů, které se vhodně nakombinují, vznikají konstrukce, které jsou velmi lehké a zároveň mají vysokou tuhost a velmi dobrou únosnost. Velmi snadno a rychle se montují a jsou snadno přepravitelné. Ze všech těchto zmíněných výhod plyne i výhoda další, a to nízká cena. Na druhou stranu s minimalizací hmotnosti jde ruku v ruce i minimalizace množství použitého materiálu. Zde vyvstává nutnost, či povinnost, umět predikovat chování konstrukce natolik, aby se zabránilo ztrátě její funkce nebo jejímu kolapsu. A to například při zatížení vlastní hmotností, okolními vlivy (povětrnostní podmínky) apod. U mostní konstrukce je vhodné kontrolovat zatížení při průjezdu dopravního prostředku.

Příkladem, který vyzdvihává důležitost kontroly konstrukce vůči zatížení vlastní hmotností, je most Pont du Québec (obr. 1), který roku 1907 zkolaboval před dokončením právě z tohoto důvodu (obr. 2). Jako příčina kolapsu, mimo různých zanedbání stavební společnosti, se uvádí chybné výpočty provedené při návrhu mostu [2].

Právě predikci chování prutové soustavy za některých výše zmíněných podmínek se bude zabývat tato práce.



Obr. 1: Pont du Québec dnes [3]



Obr. 2: Kolaps Pont du Québec z roku 1907 [4]

2 Cíle práce

Cílem této práce je provést analýzu deformačních a napjatostních poměrů reálného objektu, který je možné modelovat právě za použití prutové teorie. První fáze, takzvaná rešeršní, se zaměřuje na získání co největšího množství dat o vybraném objektu. Ať už se jedná o získání již zpracovaných plánů či dokumentů, nebo o vlastní měření. Údaje, které nepůjdou získat nebo změřit a budou nutné k výpočtům, bude potřeba odhadnout tak, aby se co nejvíce blížily skutečným podmínkám. Následuje vytvoření analytických 2D modelů na základě znalostí z oblastí statiky a pružnosti, pevnosti s následným provedením deformačně napjatostní analýzy při statickém zatěžování včetně kontroly soustavy vůči možným mezním stavům. Na závěr budou tyto modely ověřeny numerickým řešením pomocí MKP systému – softwaru pracujícího na základě metody konečných prvků.

Dílčím cílem je hodnocení vlivu míry zjednodušení výpočtového modelu na výsledky analýzy.

3 Rešerše

Objektem této práce byl zvolen most na území Třineckých železáren, který je typickým představitelem staticky neurčité prutové soustavy.

3.1 Historie mostu

Most se dostal na území Třince v roce 1947, kde sloužil pro přemostění řeky Olše u Jižní brány areálu Třineckých železáren (dále jen TŽ). Podle slov pamětníků byl most součástí poválečné pomoci mezinárodní organizace UNRRA (*United Nations Relief and Rehabilitation Administration*), což v překladu znamená: Správa Spojených národů pro hospodářskou pomoc a obnovu. [5]

V sedmdesátých letech dvacátého století byl most přemístěn tam, kde stojí dnes (viz kapitola 3.2 Poloha).

Spekuluje se o tom, že dnešní „Vojenský most“ nebo „Starý vojenský most“ (jak je znám pracovníkům TŽ), je pouze část původní konstrukce, kterou si TŽ upravily a přizpůsobily vlastním potřebám.

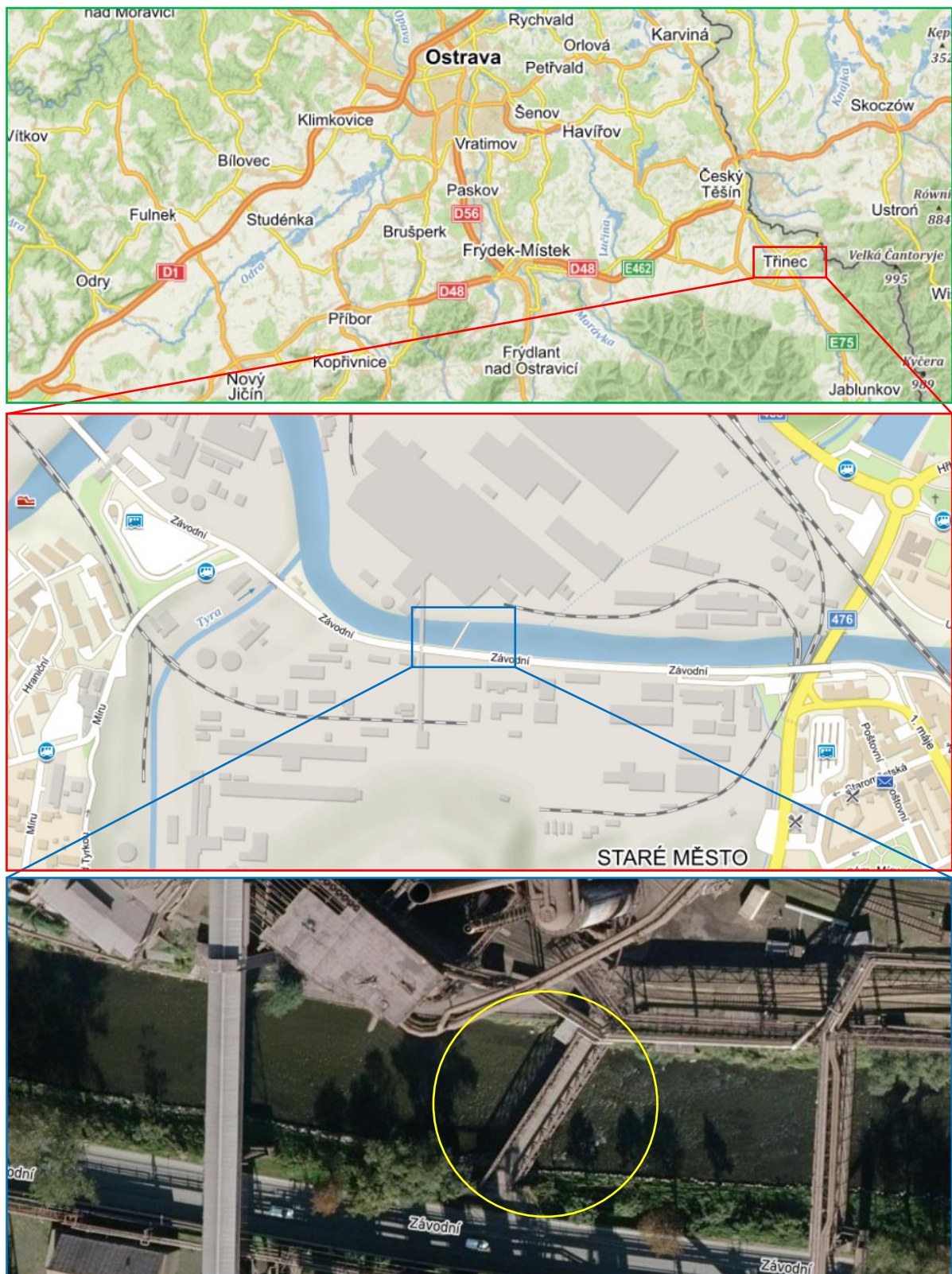
Podle slov Ing. Vondráčka, vedoucího oddělení Správy majetku Třineckých železáren, nebyl most do devadesátých let dvacátého století veden v inventáři majetku TŽ. V této době byl do něj zařazen jako „nalezený“.

3.2 Poloha

Most se nachází ve městě Třinci, kde spojuje veřejnou komunikaci, která vede k Hlavní bráně Třineckých železáren, s oblastí v blízkosti vysokých pecí, nacházejících se v areálu TŽ. Polohu demonstruje obr. 3.

3.3 Využití

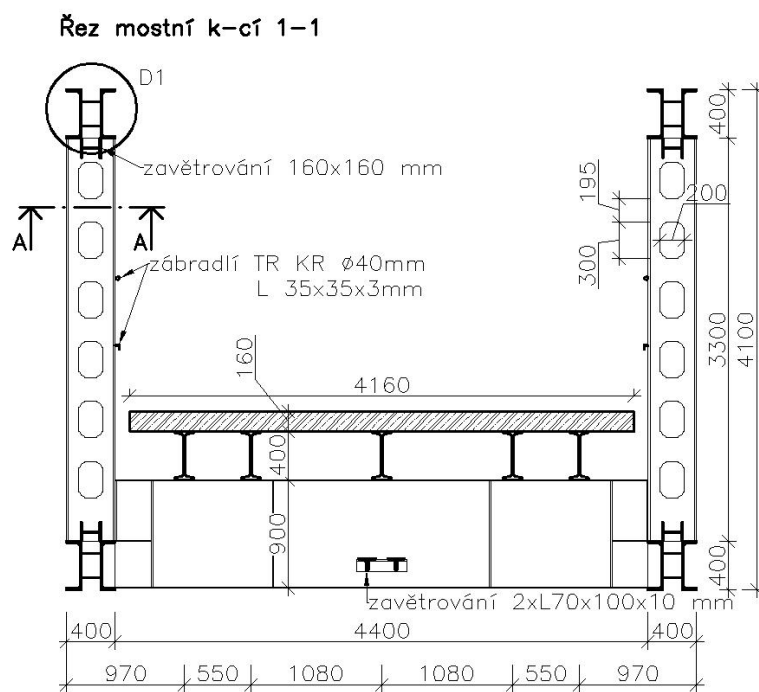
V dnešní době se most používá zejména při opravách některého z úseků ležících v jeho blízkosti. Používají ho tedy nejen osobní automobily, ale i vozidla nákladní. Jako typický zástupce nákladních vozidel byla pro výpočet vybrána Tatra T 158. Více v podkapitole 3.6 Vstupní údaje.



Obr. 3: Poloha mostu na mapách [6]

3.4 Dokumentace

Byly prohledány archivy firmy Strojírny a stavby Třinec, a.s. a oddělení Správy majetku TŽ, kde nebyla nalezena žádná dokumentace týkající se tohoto mostu. Pouze ve firmě Třinecká projekce, a.s. bylo k dispozici několik revizních zpráv a výkres, ve kterém je specifikována poloha mostu, průřez mostem spolu s návrhem na opravu mostu. Se svolením vedoucího divize stavební Ing. Libora Filína je k nalezení v příloze A výkres *vojenský_most_pracovní.dwg*. Na obr. 4 je část tohoto výkresu zobrazena.



Revize	a	b	c	Datum	Podpis	Text	c
							b
							a
TENTO VÝKRES JE DUŠEVNÍM VLASTNICTVÍM FIRMY TŘINECKÁ PROJEKCE, a.s. NESMÍ BÝT KOPIROVÁN A POSKYTNUT TŘETÍM OSOBÁM BEZ SOUHLASU FIRMY TP, a.s.							
Zpracoval		Kontroloval		Schválil		TŘINECKÁ PROJEKCE, a.s. Třinec – Kanada Míru 274, PSČ 73961 tel. 558 384 111 info@tp.trz.cz	
Bc. Bujok Ondřej		Ing. Libor Filín		Ing. Libor Filín			
Objednatel	Třinecké železářny, a. s. – PB			Datum	5/2016		
Místo stavby	areál TŽ, a. s.			Stupeň	Oprava		
Oprava vojenského mostu				Měřítko	1:50		
				Číslo zakázky	66004180		
				Číslo seznamu	TP-S-203-16		
Stávající stav a detaily				Číslo archívní	TP-3-295-16		Poř. č.
							3

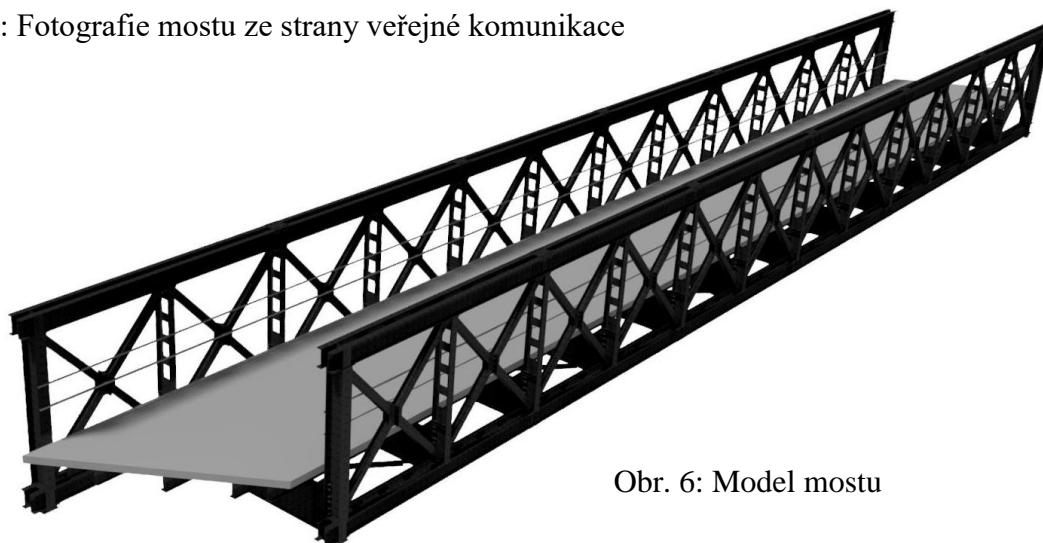
Obr. 4: Část získané dokumentace

3.5 Vzhled, model a popis konstrukce

Z důvodu chybějící dokumentace došlo s povolením majitele objektu k přeměření mostu a následně byl vytvořen 3D model v programu Autodesk Inventor (obr. 6).



Obr. 5: Fotografie mostu ze strany veřejné komunikace



Obr. 6: Model mostu

Pro názornost byla pořízena fotografie (obr. 5), která smí být použita pouze pro účely této práce.

Model mostu byl vytvořen z toho důvodu, že přístup k objektu je do jisté míry komplikován tím, že je nezbytné si vyjednat povolení ke vstupu. Takto bylo následně možné odměřovat a zjišťovat další údaje přímo na modelu bez nutnosti dalších fyzických návštěv.

Most je na obou stranách tvořen dvanácti stejnými čtvercovými segmenty, které jsou vůči sobě na obou koncích přesazeny právě o jeden tento segment. Je to z toho důvodu, že most neleží kolmo ke břehu řeky, nýbrž je přes řeku veden šikmo, odkloněn přibližně o 32° od normály ke břehu řeky. Na modelu je možné si povšimnout např. šikmého zakončení betonové desky. Právě tento fakt je důvodem toho, že most není symetrický. Symetrie lze však dosáhnout jednoduchou úpravou, viz výpočtové modely. Most je přibližně 38 m dlouhý, 5 m široký a 4 m vysoký. Ovšem údaje použité do výpočtů se mohou nepatrně lišit například z toho důvodu, že vzdálenosti pro výpočtové modely jsou odměřovány od střednic jednotlivých nosníků přesně tak, jak nařizuje prutová teorie (viz použitá teorie).

V konstrukci mostu jsou použity 4 druhy nosníků. Nosníky jsou pro účely této práce označeny velkými písmeny A, B, C, D - jak je patrné spolu s tvarem profilů z obr. 7. Pro názornost je k zobrazení všech profilů použito stejné měřítko. Přesné rozměry profilů jsou k nalezení v příloze B.

3.6 Vstupní údaje

Délky jednotlivých prutů:

$$l_A = 2391,2\text{ mm}; l_B = 3030\text{ mm}; l_C = 3700\text{ mm}; l_D = 3700\text{ mm}$$

Pro výpočet staticky určité varianty bude použita u prutu A dvojnásobná hodnota.

Příčné průřezy prutů:

$$S_A = 4320\text{ mm}^2; S_B = 18300\text{ mm}^2; S_C = 5120\text{ mm}^2; S_D = 17600\text{ mm}^2$$

Minimální kvadratické momenty prutů:

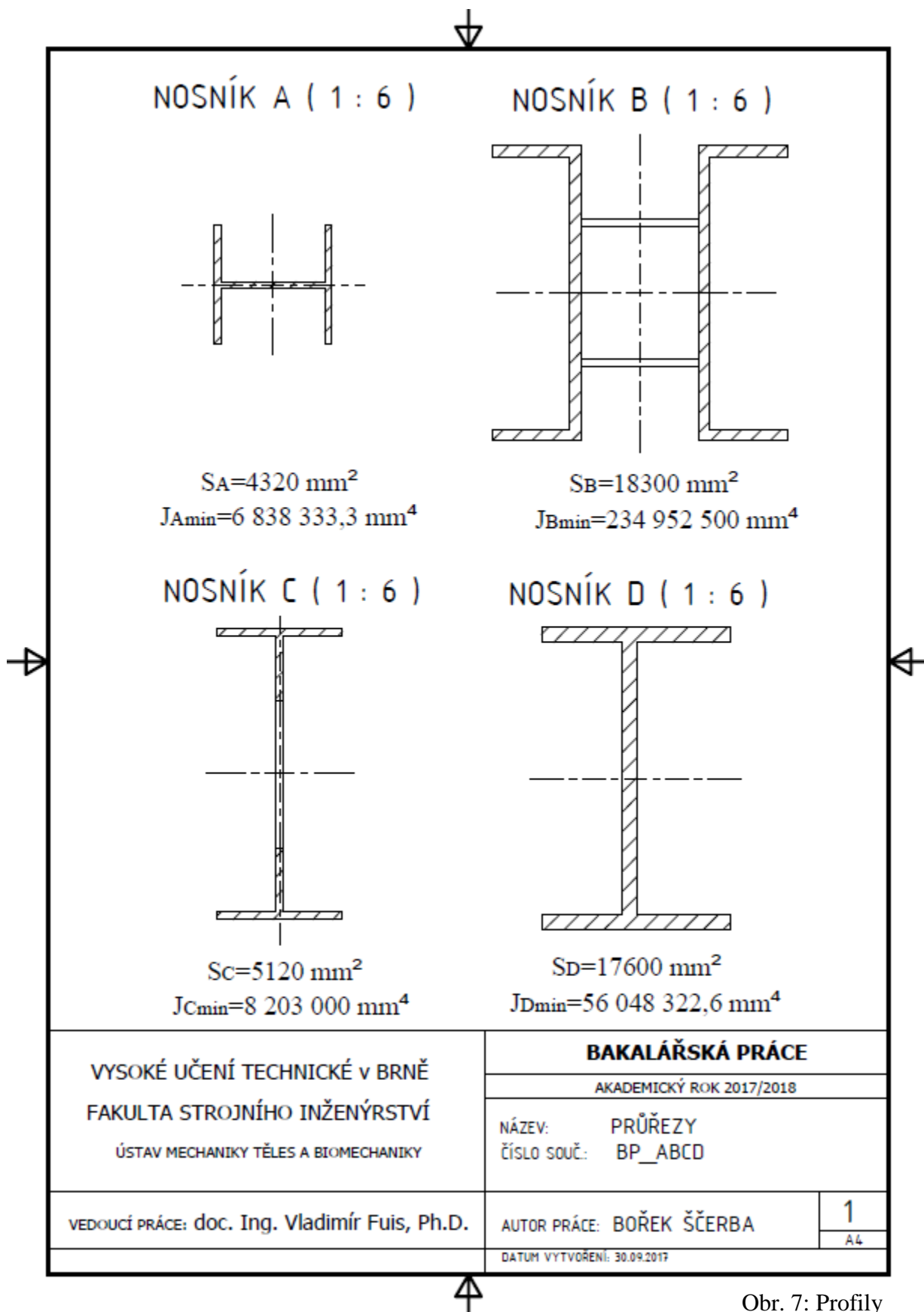
$$J_{Amin} = 6838333,3\text{ mm}^4; J_{Bmin} = 234952500\text{ mm}^4;$$

$$J_{Cmin} = 8203000\text{ mm}^4; J_{Dmin} = 56048522,6\text{ mm}^4$$

Hmotnost mostu a uvažované gravitační zrychlení:

$$m_c = 117000\text{ kg}$$

$$g = 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Obr. 7: Profily

Hmotnost mostu byla zaokrouhlena na nejbližší vyšší tisíc z toho důvodu, že hustoty materiálů mostu, které jsou použity ve výpočtu hmotnosti, byly odhadnuty kvůli absenci jakékoliv původní dokumentace. Zaokrouhlení směrem ke zvýšení hmotnosti je konzervativním prvkem výpočtu, který částečně zahrnuje nejistotu ve vstupních údajích. Hmotnost byla vypočtena z modelu mostu v programu Autodesk Inventor s použitím následujících hustot [7], [8]

$$\rho_{ocel} = 7850 \frac{kg}{m^3}; \rho_{zelezobeton} = 2400 \frac{kg}{m^3}$$

Z důvodu popsaného v odstavci výše byly pro výpočet zvoleny i následující hodnoty: modul pružnosti, kdy se předpokládá tažená ocel [7]

$$E = 210000 \text{ MPa}$$

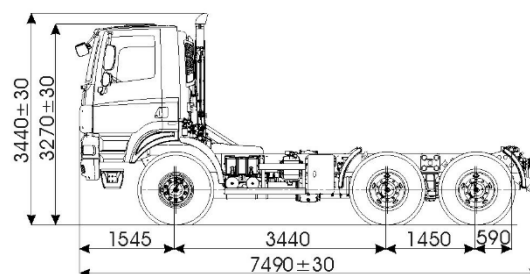
a mez kluzu pro ocel 11 423 [7]

$$R_e = 250 \text{ MPa}$$

Parametry pro Tatra T 158, které budou podstatné z hlediska výpočtu, jsou maximální hmotnost a vzdálenost mezi předním a zadním kolem (obr. 8). [13]

$$m_t = 36600 \text{ kg}$$

$$l_t = 4890 \text{ mm}$$



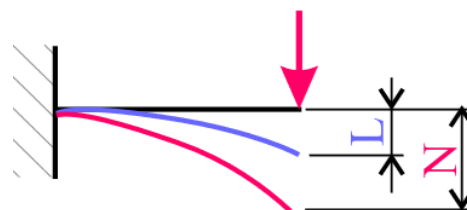
Obr. 8: Tatra T 158 [13]

4 Použitá teorie

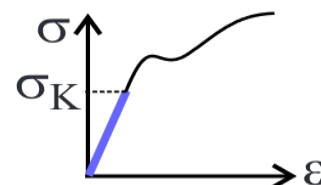
4.1 Předpoklady lineární pružnosti a pevnosti

Aby se úloha dala považovat za lineární, musí splňovat následující předpoklady [9] [11]:

- Okrajové podmínky jsou lineární
 - odchylky zatěžovacích prvků v zatíženém stavu jsou nepodstatné vzhledem ke stavu nezatíženému (obr. 9) – tzn. napětí a deformaci lze řešit odděleně
 - existuje lineární závislost mezi zatěžujícími prvky a deformačními posuvy
 - vazby jsou lineární. Typickým příkladem nelineární vazby je kuželová pružina
- Materiál je lineárně pružný (obr. 10) – platí Hookův zákon
- Napjatost nezávisí na historii zatěžování
- Přetvoření je relativně mnohem menší než rozměry tělesa



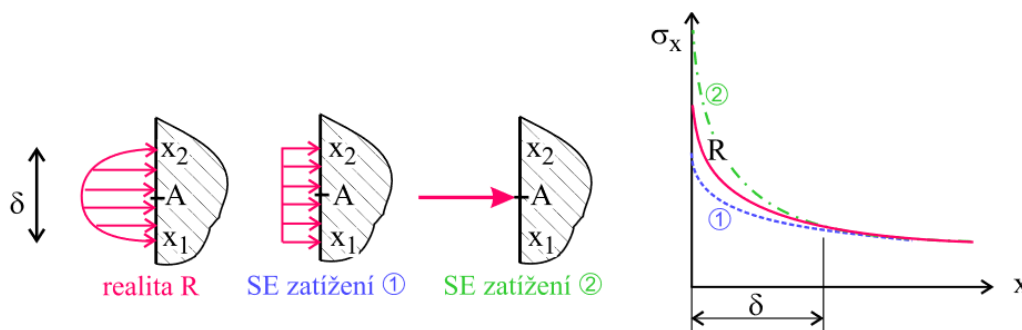
Obr. 9: Odchylky v zatíženém stavu [9]



Obr. 10: Lineárně pružný materiál [9]

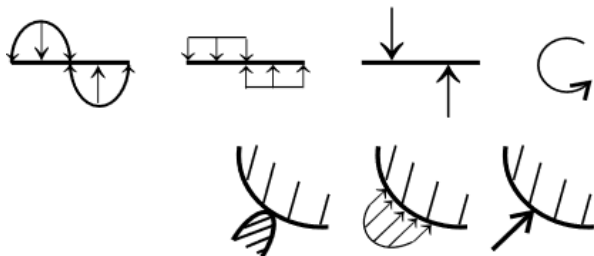
4.2 Saint-Venantův princip

Saint Venantův princip (dále SV) říká, že pokud se nahradí silová soustava působící v okolí bodu A jinou, staticky ekvivalentní silovou soustavou v okolí tohoto bodu, pak napjatost bude pro oba zatěžující stavy prakticky stejná s výjimkou blízkého okolí náhrady. Rozměry nahrazené oblasti δ jsou srovnatelné s rozměry ovlivněné oblasti. [11]



Obr. 11: Saint-Venantův princip [9]

Z obr. 11 je patrné, že pro všechny tři silové soustavy se napětí v místě náhrady – ovlivněné oblasti – nezanedbatelně liší. Z toho vyplývá, že není možné v ovlivněné oblasti analyzovat žádný mezní stav.



Obr. 12: Aplikace SV principu [9]

Význam tohoto principu pro aplikaci teorie pružnosti a pevnosti je značný, protože umožňuje nahrazení složitého silové působení v oblasti styku těles, obecně ve vazbách, působením staticky ekvivalentním, které značně zjednodušuje analytický výpočet. To stejné platí i pro modelování složitých silových působení jako jsou

objemové a plošné síly. [11] Tyto náhrady jsou demonstrovány na obr. 12.

4.3 Castiglianova věta

Castiglianova věta je nejdůležitější větou lineární pružnosti z hlediska praktického použití, protože umožňuje počítat deformační charakteristiky jakéhokoliv lineárně pružného tělesa, pokud je možné matematicky formulovat vztah pro jeho energii napjatosti. Celou soustavu těles je nutné do energie napjatosti zahrnout tehdy, jestliže deformace okolních těles (resp. základního tělesa) nejsou zanedbatelné v porovnání s deformacemi vyšetřovaného tělesa. [9]

Lze vyjádřit následovně: Deformační posuv působíště síly F po její nositelce je dán parciální derivací celkové energie napjatosti tělesa, nebo soustavy těles, podle této síly [11]

$$u = \frac{\partial W}{\partial F}$$

Analogicky se Castiglianova věta definuje i pro úhel natočení.

Pro použití Castiglianovy věty je nezbytné všechny výsledné vnitřní účinky (VVÚ – viz následující kapitola) vyjádřit jako funkci vnějšího zatížení a síly/sil podle které/kterých je derivováno. Posuv je kladný, jestliže nastává ve směru působení této síly/těchto sil.

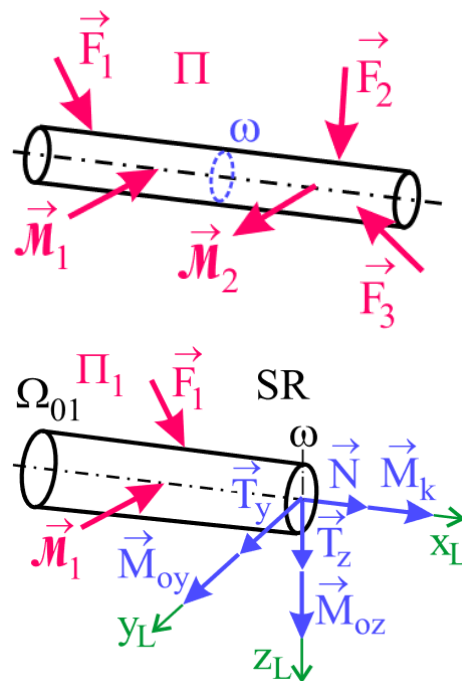
4.4 Výsledné vnitřní účinky

Výsledné vnitřní účinky (dále VVÚ) jsou pomocné veličiny, které popisují namáhání prutu a umožňují nalézt místa s největším namáháním. Vychází se z toho, že pokud je celý prut ve statické rovnováze, musí být ve statické rovnováze i každá jeho oddělená část. [9]

VVÚ jsou tedy složky silové a momentové výslednice vnitřních sil vyjádřené k těžišti příčného průřezu ω , které spolu se soustavou vnějších silových a momentových účinků Π tvoří rovnovážnou silovou soustavu působící na část prutu. Jednotlivé složky VVÚ rozložené do lokálního souřadného systému jsou [9]:

- N – normálová síla (namáhání tahem/tlakem)
- T_y, T_z – posouvající síla (namáhání smykem/střihem)
- M_k – krotící moment (namáhání krutem)
- M_{oy}, M_{oz} – ohybové momenty (namáhání ohybem)

Pro VVÚ platí znaménková konvence. Znění této konvence rozlišuje, zdali je volný konec prutu ve zvoleném pohledu vlevo (obr. 13) či vpravo. Při výpočtu VVÚ „zleva“ se zavádí kladný smysl veličin $N, T_y, T_z, M_k, M_{oy}, M_{oz}$ ve směru souřadnicových os lokálního souřadného systému (dále SS). Při výpočtu „zprava“ se zavádí kladný smysl těchto veličin proti směru os lokálního SS. Pro oba zmíněné případy se zavádí stejný lokální SS.



Obr. 13: Aplikace VVÚ [9]

4.5 Prutová teorie

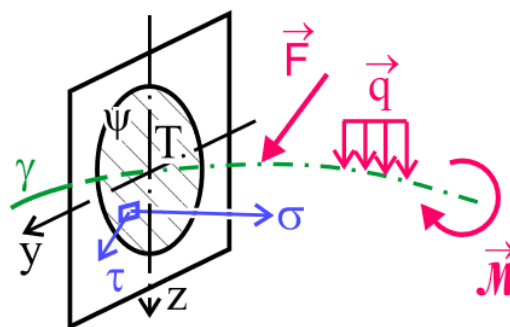
4.5.1 Prut

Prut v PP je nejjednodušším teoretickým modelem reálného tělesa, který se dá použít, pokud těleso splňuje prutové předpoklady.

4.5.2 Prutové předpoklady

a) Geometrické

Prut je definován střednicí γ a v každém jejím bodě příčným průřezem ψ , který je kolmý na střednici. Střednice γ je spojitá hladká křivka konečné délky a prochází těžišti jednotlivých příčných průřezů. Výše zmíněné je patrné z obr. 14. Délka střednice je vždy podstatně větší než největší rozměr příčného průřezu. Příčný průřez je souvislá oblast, kterou popisujeme charakteristikami příčného průřezu. [11]



Obr. 14: Geometrické, zatěžovací a deformační předpoklady [9]

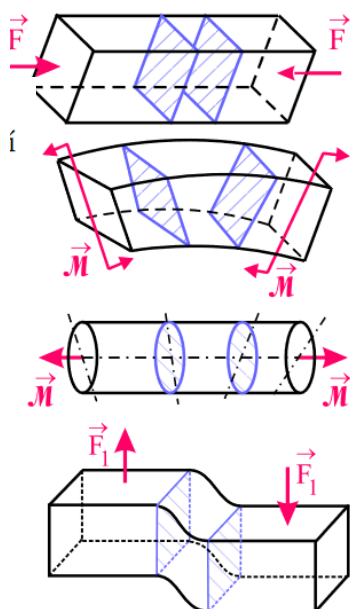
b) Vazbové a zatěžovací

Vazby omezují jen posuvy a úhly natočení střednice. Veškeré vnější a vazbové zatížení působí pouze na střednici prutu. Použije se zatížení od osamělých sil, silových dvojic s působištem na střednici a zatížení liniové (obr.14). [11] Pokud je nutno učinit náhradu, je potřeba při hodnocení možných mezních stavů použít Saint-Venantův princip.

c) Deformační

Střednice γ zůstává během deformace spojitá a hladká, průřezy zůstávají kolmé na zdeformovanou střednici (obr. 14) přičemž se (obr. 15) [11]:

- oddalují/přibližují a deformují – tah/tlak
- natáčí kolem osy ležící v příčném průřezu a deformují – ohyb
- natáčí kolem osy kolmé na příčný průřez a nedeformují – krut
- posouvají bez deformace – smyk



Obr. 15: Chování příčných průřezů při deformaci [9]

d) Napjatostní

Napjatost v bodě prutu je dána normálovou (σ) a smykovou (τ) složkou obecného napětí v příčném průřezu. Tato napjatost se nazývá prutová napjatost. [11]

4.5.3 Prutová napjatost

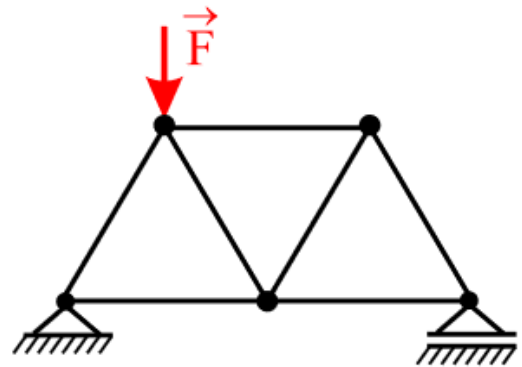
Prutová napjatost je speciální případ rovinné napjatosti, kdy v tenzoru napětí T je jen jedno normálové napětí σ_x a po vhodném natočení souřadného systému jen jedno smykové napětí $\tau_{xy} = \tau_{yx}$.

$$T = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4.5.4 Prutová soustava

Prutová soustava je výpočtový model pro příhradové konstrukce, kde přímá štíhlá tělesa jsou modelována pruty a reálné spojovací prvky (nýty, svary...) jsou nahrazovány tzv. styčnicíky (čepy), které realizují rotační nebo sférické vazby. Tyto úpravy jsou prováděny pro usnadnění analytického výpočtu. Předpoklady pro použití modelu prutové soustavy [12]:

- Pruty jsou přímá a štíhlá tělesa
- Pruty jsou nezatížené, vnější zatížení je realizováno pouze ve styčnicích a to z toho důvodu, aby v prutech vznikaly pouze osové síly, nikoliv ohybový moment
- Každý prut je vázán na každém konci prostřednictvím styčnicíku s nejméně jedním dalším prutem
- Soustava je vnitřně nepohyblivá, tzn. je staticky určitá nebo neurčitá



Obr. 16: Soustava se splněnými prutovými předpoklady [9]

Příklad soustavy, která splňuje prutové předpoklady, je možno vidět na obr. 16.

Další výhodou modelu prutové soustavy je ta, že pokud jsou splněny její předpoklady, není potřeba provádět kinematický rozbor. Co se týče statického rozboru, dělí se na vnitřní a vnější. Vše je zde definováno pro 2D soustavu. Míra vnější statické neurčitosti je definována jako

$$s_{ex} = \mu_{ex} - \nu_{ex}$$

kdy μ je počet neznámých parametrů a ν je počet použitelných podmínek. Pokud $s_{ex} = 0$, pak je soustava vnějškově staticky určitě uložena. Pokud $s_{ex} > 0$, pak je soustava vnějškově staticky neurčitě uložena. Pokud $s_{ex} < 0$, pak je soustava staticky přeúčtená,

a tudíž má nenulový počet stupňů volnosti – je pohyblivá. Stejně principy platí i pro míru vnitřní statické neurčitost:

$$s_{in} = \mu_{in} - v_{in}$$

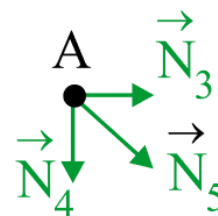
kde

$$\mu_{in} = \text{počet prutů}$$

$$v_{in} = 2 * \text{počet styčníků} - 3$$

Jak již bylo zmíněno, prut přenáší pouze osově zatížení, tedy na každý prut připadá jedna neznámá – osová síla. Každý styčník odebírá 2 stupně volnosti (dále SV), kdy za každý SV je jedna použitelná rovnice. 3 z těchto rovnic se použijí pro vyřešení vnějších vazeb (pro $s_{ex} = 0$).

Při uvolňování prutové soustavy je zvykem uvolňovat pouze styčníky a na nich znázornit síly přenášené pruty, a to tím způsobem, že směřují ze styčníku ven (obr. 17). Podle principu akce a reakce takto uvolněná síla rovněž směřuje ven z prutu, tedy v něm vyvolává tah. Tento způsob uvolňování ve výsledcích jednoznačně rozliší tahové a tlakové zatěžování prutů, což je důležité například při kontrole prutů vůči meznímu stavu vzpěrné stability – při tlaku. Prutům namáhaných tahem je potřeba věnovat zvýšenou pozornost za přítomnosti trhlin.



Obrázek 17: uvolněný styčník [9]

4.6 Prostý tah a tlak

a) Vymezení

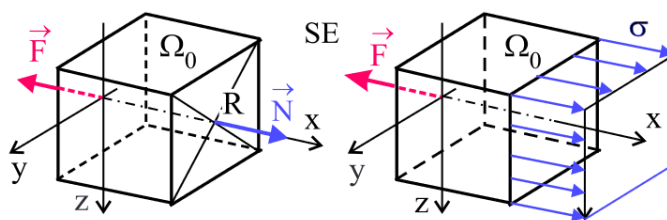
Prostý tah a tlak vzniká při zatěžování přímého prizmatického homogenního prutu, jestliže jedinou nenulovou složkou VVÚ je N (normálová síla) a příčné průřezy se pouze oddalují nebo přibližují. Jako prizmatický se označuje prut, jehož příčný průřez je v každém bodě střednice stejný a není šroubovitý. [11]

b) Vztah mezi VVÚ a napětím

Z obr. 18 je patrné, že síla N působící na ploše S v průřezu R je rovna napětí v tomto průřezu:

$$\sigma = \frac{N}{S} \text{ [Pa; MPa]}$$

Tento vztah ovšem platí pouze pro centrální souřadný systém, tzn. takový, který má svůj počátek v těžišti příčného průřezu. Je to nezbytné proto, aby momentové



Obr. 18: uvolněná část prutu při namáhání tahem [9]

podmínky statické rovnováhy pro příčný průřez vyšly nulové. [11] Při dosazování v základních jednotkách, tedy v N a m^2 vyjde napětí v Pa . Při dosazování v N a mm^2 vychází napětí v MPa . Druhá varianta je vhodnější vzhledem k tomu, že příčné průřezy prutů jsou nejčastěji v řádu mm^2 a pevnostní charakteristiky ocelí v řádu MPa .

c) Energie napjatosti v prutu [11]

$$W = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{N^2(x)}{S(x)E(x)} dx$$

d) Použití Castiglianovy věty [11]

$$u_j = \frac{\partial W}{\partial F_j} = \int_0^l \frac{N(x)}{S(x)E(x)} \frac{\partial N}{\partial F_j} dx$$

Pro případ, kdy jsou všechny veličiny uvnitř integrálu konstantní, se vztah zjednoduší na

$$u_j = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{S_i E_i} * \frac{\partial N_i}{\partial F_j}$$

4.7 Mezní stavy

Mezní stav obecně je stav, kdy těleso nebo soustava těles při zatěžování přestává plnit svou funkci. [11]

4.7.1 Bezpečnost vzhledem k meznímu stavu

Koeficient bezpečnosti (nebo také bezpečnost) udává rezervu součásti v určitém provozním stavu vůči vzniku mezního stavu. Definuje se jako podíl mezní hodnoty charakteristické pro daný mezní stav pro daný materiál a hodnoty provozní či montážní.

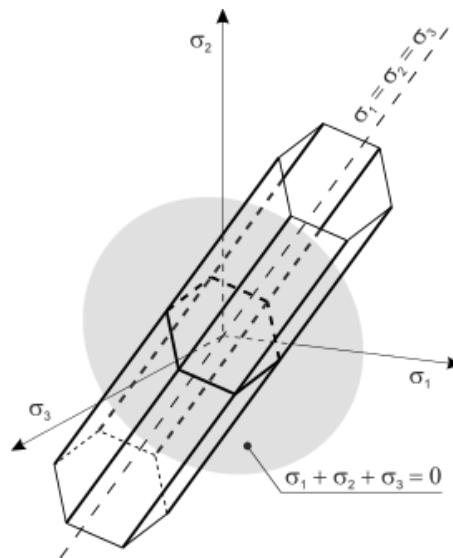
$$k = \frac{A_{mezní}}{A_{provozní}}$$

Pokud $k \leq 1$, mezní stav již nastal. Pro různé mezní stavy se doporučuje volit různé koeficienty bezpečnosti, a to podle závažnosti důsledků vzniku mezního stavu. Pro mezní stav pružnosti (MSP) se obvykle volí bezpečnost 1,4 – 1,7. V případě výskytu MSP totiž součást nemusí nutně přestat plnit svou funkci. Naopak pro mezní stav vzpěrné stability (MSVS) se volí bezpečnost 2 – 3, protože při MSVS, který není způsobený teplotním namáháním, součást okamžitě přestává plnit svou funkci.

4.7.2 Mezní stav pružnosti

Mezní stav pružnosti nastává v okamžiku, kdy dojde v součásti ke vzniku prvních makroplastických deformací.

MSP se popisuje podmínkami plasticity, které jsou interpretovány jako plocha v Haighově prostoru, na jehož souřadnicových osách nalezneme hlavní napětí σ_1 , σ_2 , σ_3 . Tvar plochy plasticity závisí na tom, kterou podmínku plasticity použijeme. Nejznámějšími podmínkami plasticity jsou podmínka podle teorie maximálních smykových napětí *max τ* (Trescova) a Misesova podmínka plasticity (HMH). Pro *max τ* je plocha pravidelným šestihranem (obr. 19), pro HMH je to válec. Vztah mezi těmito dvěma podmínkami je takový, že válec je opsaný šestihranu. Obě tyto plochy mají společnou osu, pro kterou platí



Obr. 19: Podmínka *max τ* v Haighově prostoru [10]

$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. MSP v grafickém znázornění nastává, když zatěžovací dráha protne plochu plasticity. [11]

Tyto podmínky se s výhodou zavádějí pro výpočet tzv. kombinovaného namáhání, tzn. pro případ, kdy je nenulové více než jedno hlavní napětí. Aby bylo možné porovnávat tyto napjatosti s mezí kluzu σ_k , která byla získána tahovou zkouškou při jednoosé napjatosti, zavádí se pro kombinované namáhání tzv. redukované napětí σ_{red} . Definuje se jako fiktivní jednoosá tahová napjatost, která má stejný vliv jako skutečné zatížení. Vypočítá se podle dvou výše zmíněných podmínek plasticity. Konkrétně pro prutovou napjatost [11]:

$$\sigma_{red}^{max\tau} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

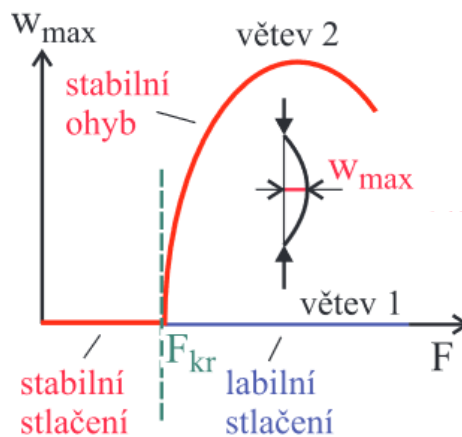
$$\sigma_{red}^{HMH} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

Pro jednoosé zatěžování, které se objevuje v této práci, platí $\tau = 0$. Bezpečnost k MSP se pak vypočte jako:

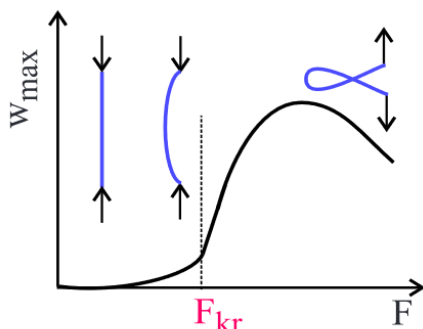
$$k_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_{red}^{max\tau}} = \frac{\sigma_k}{\sigma_{red}^{HMH}} = \frac{\sigma_k}{|\sigma|}$$

4.7.3 Mezní stav vzpěrné stability

Vzpěr je mezní stav, při němž se změní charakter podstatné deformace z tlaku na ohyb. Tento mezní stav je nebezpečný pro dlouhé a štíhlé přímé pruty, které jsou k němu náchylnější než k MSP (viz Eulerova hyperbola). Na obr. 20 je Lagrangeův výsledek řešení vzpěru ideálního prutu. V zásadě říká to, že existuje bod, při kterém dochází k rozdělení zatěžování na dvě větve. V první větvi (první řešení) nenastává ohyb, ale zatěžování tlakem se mění ze stabilního na labilní, kdy při jakékoliv odchylce nastane vzpěr. V druhé větvi (druhé řešení) nastává ihned po překročení daného bodu ohyb. Tento bod se nazývá bod bifurkace (rozdvojení) a je charakterizován kritickou silou F_{kr} . Lagrangeovo řešení je ovšem pro ideální prut. Tělesa v praxi, modelovaná pruty, jsou téměř vždy neideální. Dvě hlavní odchylky od ideálního vzpěru jsou odchylka od přímosti prutu a odchylka zatěžování od osy prutu. U reálného prutu nastává



Obr. 20: Vzpěr ideálního prutu [9]



Obr. 21: Vzpěr
reálného prutu [9]

pouze Lagrangeovo druhé řešení, a to ještě s tím rozdílem, že průhyb se objevuje již před bodem bifurkace. [11] Vzpěr takového prutu je demonstrován na obr. 21.

Kritická síla se definuje jako

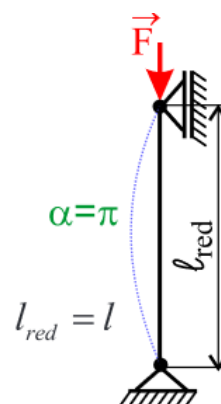
$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{l_{red}^2} = \frac{\alpha^2 EJ_{min}}{l^2}$$

kde l_{red} nebo α zohledňuje způsob, jakým je prut vázán k základnímu tělesu. l_{red} odpovídá vzdálenosti dvou nejbližších bodů na zdeformované střednici s nulovým ohybovým momentem. Na obr. 22 je demonstrován případ, který odpovídá vzpěru vyskytujícímu se v této práci. Jedná se o vzpěr mezi dvěma vazbami, které neomezují natočení. Pomocí kritické síly se určí kritické napětí, které se použije k sestavení Eulerovy hyperboly [11]:

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{S} = \frac{\alpha^2 E}{\lambda^2}$$

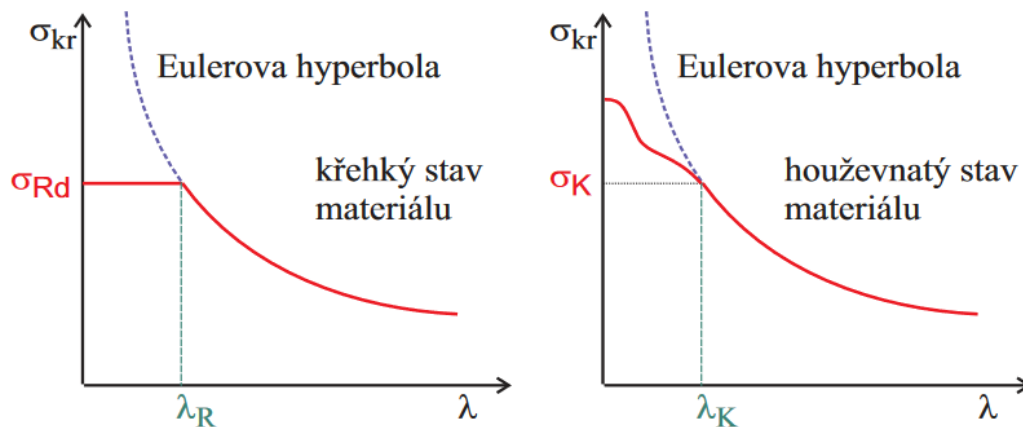
Eulerova hyperbola (obr. 23) je závislost kritického napětí σ_{kr} na štíhlosti prutu λ . Štíhlost dává do relace délku prutu, plochu příčného průřezu a jeho tvar [11]:

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{J_{min}}{S}}}$$



Obr. 22: vliv
vazby na vzpěr [9]

Eulerova hyperbola pro křehký a houževnatý materiál se liší zejména v chování prutů, jenž mají štíhlost menší než štíhlost mezní, která se odvíjí od použité materiálové charakteristiky. Pro křehký materiál to je mez kluzu v tlaku σ_{Rd} . V grafu pro křehký materiál je křivka pod mezní štíhlostí na obr. 23 totožná s touto hodnotou, protože při napětí $\sigma > \sigma_{Rd}$ u křehkého stavu materiálu dojde ke křehkému lomu dříve než ke vzpěru. U houževnatého stavu materiálu při překročení napětí odpovídající mezi kluzu σ_K ke vzpěru dochází, ovšem materiál se již nechová elasticky, ale elasto-plasticky. Z toho důvodu napětí odpovídající bodu bifurkace již nekopíruje Eulerovu hyperbolu. Toto napětí se určuje experimentálně. [11]



Obrázek 23: Eulerova hyperbola pro křehký a houževnatý stav materiálu [9]

Bezpečnost prutů namáhaných tlakem je možné hodnotit následujícím způsobem

$$k_v = \frac{\sigma_{kr}}{|\sigma|}$$

Následně se vybere menší z bezpečností k_{MSP} a k_{MSVS} a prohlásí se za bezpečnost celkovou

$$k_{celková} = \min(k_v, k_k)$$

5 Analytický výpočet

5.1 Výpočtové modely

Pro analytický výpočet budou použity dva výpočtové modely s různou mírou zjednodušení.

a) Výpočtový model „jednoduchý“:

Skutečný most není symetrický, proto bude pro tento výpočtový model upraven tak, aby vznikla symetrie, která umožní analytický výpočet. Dále bude konstrukce modifikována pro dosažení statické určitosti. Toho bude dosaženo odebráním některých nosných elementů. Touto úpravou se stává model výpočtově snadno řešitelným, předpokládá se ovšem, že výsledky budou značně vzdálené od skutečných poměrů. Tento výpočtový model bude v následujícím textu referován jako staticky určitý nebo staticky určitá varianta.

b) Výpočtový model „složitý“:

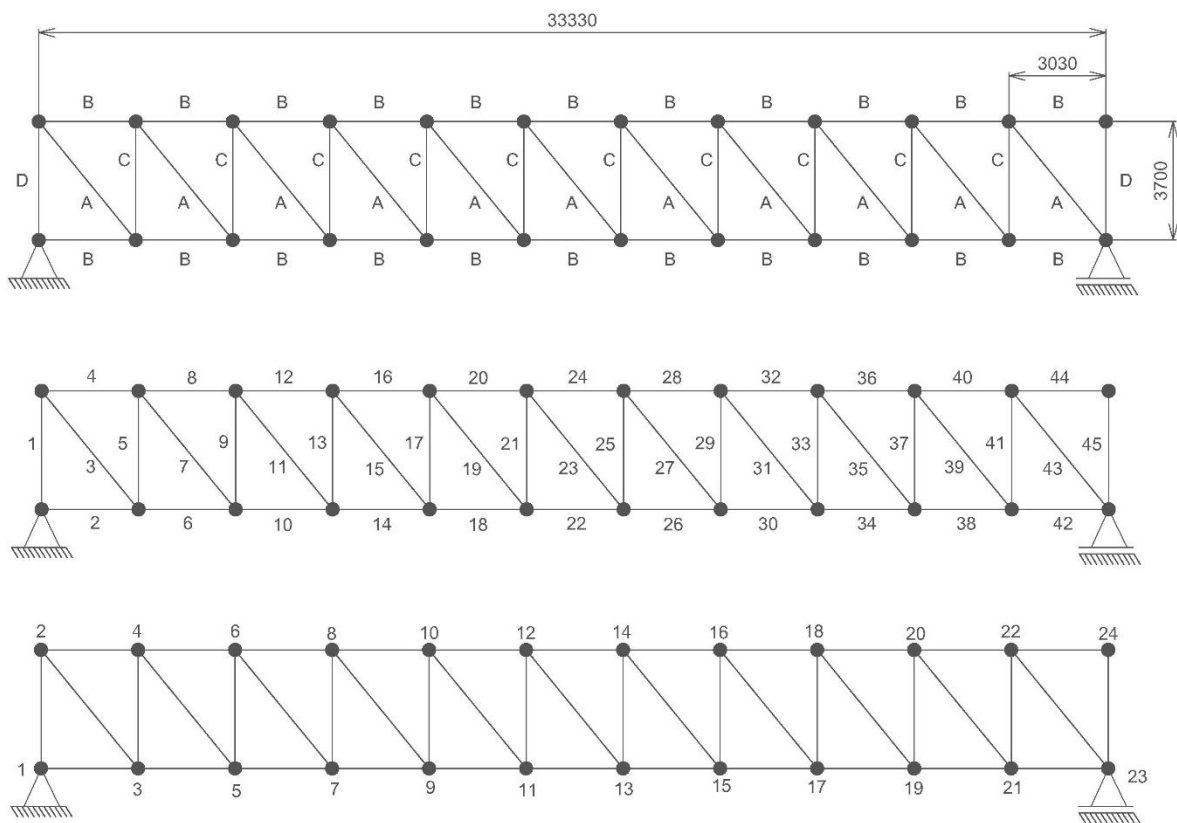
Oproti jednoduchému výpočtovému modelu již není snaha dosáhnout statické určitosti, všechny nosné elementy jsou zachovány a most je vnitřně staticky neurčitý. Předpokládá se, že výsledky tohoto výpočtového modelu se již budou blížit reálným poměrům. Ověření správnosti toho výpočtového modelu a diskuse odchylek bude provedena v kapitolách 6.2 až 6.5.

Nosník C nesplňuje prutové předpoklady v tom, že nemá spojitý průřez, jak je možné vidět na obr. 6. Přesto však bude modelován jako prut. Ovšem k výsledkům týkajících se napjatosti těchto nosníků bude potřeba přihlížet s určitou rezervou.

5.2 Staticky určitá varianta

5.2.1 Schéma

Na obr. 24 jsou schematicky znázorněny informace potřebné pro snadnou orientaci ve výpočtu. Jedná se zejména o číslování prutů a styčníků.



Obr. 24: Schéma výpočtového modelu pro staticky určitou variantu; shora: 1) rozmístění profilů; 2) číslování prutů; 3) číslování styčníků

5.2.2 Statický rozbor

a) Míra vnitřní statické neurčitosti

$$\text{počet prutů} = 45 = \mu_{in}$$

$$\text{počet styčníků} = 24$$

$$v_{in} = 2 * \text{počet styčníků} - 3 = 45$$

$$s_{in} = \mu_{in} - v_{in} = 0$$

Soustava je vnitřně staticky určitá.

b) Míra vnější statické neurčitosti

Rotační vazba realizovaná ve styčnicku č. 1 odebírá 2 stupně volnosti, podpora realizovaná ve styčnicku č. 23 odebírá 1 SV. Z toho plyne, že počet neznámých parametrů je

$$\mu_{ex} = 3$$

Most jako celek, uvažováno pro 2D, má celkem 3 stupně volnosti, a to translaci ve vertikálním směru, translaci v horizontálním směru a rotaci. Pak

$$v_{ex} = 3$$

$$s_{ex} = \mu_{ex} - v_{ex} = 0$$

Most je tedy vnějškově staticky určitě uložen.

5.2.3 Prutové předpoklady

Prutové předpoklady jsou splněny:

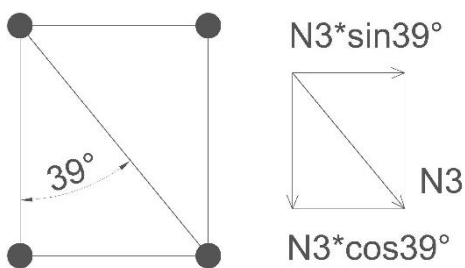
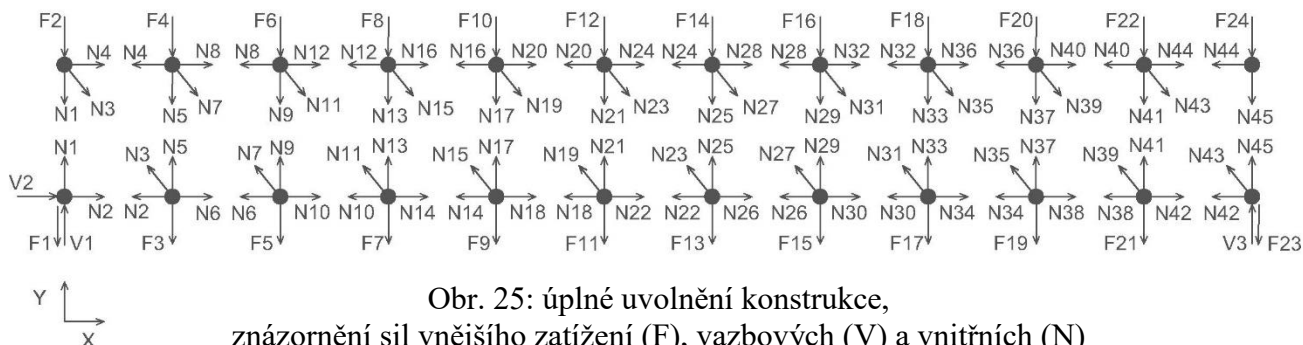
- Pruty jsou přímá a štíhlá tělesa (obr. 24)
- Každý prut je vázán na každém konci prostřednictvím styčnicku s nejméně jedním dalším prutem (obr. 24)
- Pruty jsou nezátížené, vnější zatížení je realizováno pouze ve styčnicích (obr. 25)
- Soustava je vnitřně nepohyblivá, tzn. je staticky určitá nebo neurčitá (kap. 5.2.2)

5.2.4 Kinematický rozbor

Jelikož soustava splňuje prutové předpoklady, je tedy vnitřně nepohyblivá. Z toho důvodu není třeba provádět vnitřní kinematický rozbor.

Vnější kinematický rozbor spočívá v tom, že se stanoví, kolik má daná soustava stupňů volnosti a kolik stupňů volnosti odebírají jednotlivé vazby. Tyto údaje jsou již rozebrány v kapitole 5.2.2, v části b). Pokud vazby odebírají přesně tolik stupňů volnosti (nebo více), kolik jich má daná soustava, pak platí to, že soustava je uložena nepohyblivě.

5.2.5 Uvolnění a sestavení rovnic statické rovnováhy



Rovnice jsou sestaveny podle uvolnění na obr. 25 pro jednotlivé styčníky číslované podle obr. 24. Každý styčník odebírá dva stupně volnosti, horizontální a vertikální posuv, a proto jsou pro každý styčník sestaveny dvě rovnice – silová rovnováha v ose X a v ose Y. Síly působící v příčných prutech budou rozkládány podle obr. 26. Pro přehlednost je hodnota úhlu na obr. 26 a v následujících rovnicích zaokrouhlena na celé číslo.

Styčník 1

$$X: V_2 + N_2 = 0$$

$$Y: V_1 + N_1 = F_1$$

Styčník 2

$$X: N_4 + N_3 \sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_1 - N_3 \cos 39^\circ = F_2$$

Styčník 3

$$X: -N_2 + N_6 - N_3 \sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_5 + N_3 \cos 39^\circ = F_3$$

Styčník 4

$$X: -N_4 + N_8 + N_7 \sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_5 - N_7 \cos 39^\circ = F_4$$

Styčník 5

$$X: -N_6 + N_{10} - N_7 \sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_9 + N_7 \cos 39^\circ = F_5$$

Styčník 6

$$X: -N_8 + N_{12} + N_{11} \sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_9 - N_{11} \cos 39^\circ = F_6$$

Styčník 7

$$X: -N_{10} + N_{14} - N_{11} \sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_{13} + N_{11} \cos 39^\circ = F_7$$

Styčník 8

$$X: -N_{12} + N_{16} + N_{15} \sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_{13} - N_{15} \cos 39^\circ = F_8$$

Styčnick 9

$$X: -N_{14} + N_{18} - N_{15}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_{17} + N_{15}\cos 39^\circ = F_9$$

Styčnick 10

$$X: -N_{16} + N_{20} + N_{19}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_{17} - N_{19}\cos 39^\circ = F_{10}$$

Styčnick 11

$$X: -N_{18} + N_{22} - N_{19}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_{21} + N_{19}\cos 39^\circ = F_{11}$$

Styčnick 12

$$X: -N_{20} + N_{24} + N_{23}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_{21} - N_{23}\cos 39^\circ = F_{12}$$

Styčnick 13

$$X: -N_{22} + N_{26} - N_{23}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_{25} + N_{23}\cos 39^\circ = F_{13}$$

Styčnick 14

$$X: -N_{24} + N_{28} + N_{27}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_{25} - N_{27}\cos 39^\circ = F_{14}$$

Styčnick 15

$$X: -N_{26} + N_{30} - N_{27}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_{29} + N_{27}\cos 39^\circ = F_{15}$$

Styčnick 16

$$X: -N_{28} + N_{32} + N_{31}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_{29} - N_{31}\cos 39^\circ = F_{16}$$

Styčnick 17

$$X: -N_{30} + N_{34} - N_{31}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_{33} + N_{31}\cos 39^\circ = F_{17}$$

Styčnick 18

$$X: -N_{32} + N_{36} + N_{35}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_{33} - N_{35}\cos 39^\circ = F_{18}$$

Styčnick 19

$$X: -N_{34} + N_{38} - N_{35}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_{37} + N_{35}\cos 39^\circ = F_{19}$$

Styčnick 20

$$X: -N_{36} + N_{40} + N_{39}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_{37} - N_{39}\cos 39^\circ = F_{20}$$

Styčnick 21

$$X: -N_{38} + N_{42} - N_{39}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_{41} + N_{39}\cos 39^\circ = F_{21}$$

Styčnick 22

$$X: -N_{40} + N_{44} + N_{43}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_{41} - N_{43}\cos 39^\circ = F_{22}$$

Styčnick 23

$$X: -N_{42} - N_{43}\sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_{45} + N_{43}\cos 39^\circ + V_3 = F_{23}$$

Styčnick 24

$$X: -N_{44} = 0$$

$$Y: -N_{45} = F_{24}$$

5.2.6 Zatížení mostu

Most je zatížen pouze gravitační silou od vlastní hmotnosti, která je rovnoměrně rozložena do všech styčnicků. Jelikož je problém symetrický, je použita pouze polovina hmotnosti. Platí

$$F_1 = F_2 = \dots = F_{24} = \frac{m_c * g}{2} \frac{1}{\text{počet styčnicků}} \text{ [N]}$$

5.2.7 Výpočet

Pro výpočet byl použit software Matlab. Výpočet je strukturován do 2 skriptů. Nejvyšším je skript *Volani_vypoctu.m*, ve kterém se definuje vnější zatížení a který si volá skript *sturc.m*, jenž je vytvořen jako funkce. Část tohoto skriptu je zobrazena na obr. 27. Vstupem do funkce je vnější zatížení a výstupy jsou síly ve vazbách a v prutech, napětí v prutech, průhyb mostu, bezpečnost k MSP a k MSVS. Oba skripty jsou k nalezení v příloze C.

```
206 - D=zeros(22,1); %vektor deformací v jednotlivých styčnicích
207 - for j=1:22 %výpočet pro každý styčnick
208 -     d=0;
209 -     for i=1:45 %výpočet pro každý prut
210 -         d=d+(((N(i)*L(i))*(PD(i,j)))/(E*S(i)));%kolik do deformace v daném
211 -             %styčnicku přispěje daný prut; PD-parciální derivace normálové síly
212 -             %v prutu i podle síly působící ve styčnicku j
213 -     end
214 -     D(j)=d;
215 - end
216 - T=N./S; %výpočet napětí
217 - t=abs(T);
218 - K=250/max(t); %výpočet bezpečnosti
```

Obrázek 27: Část kódu ze skriptu *sturc.m* věnující se výpočtu deformací

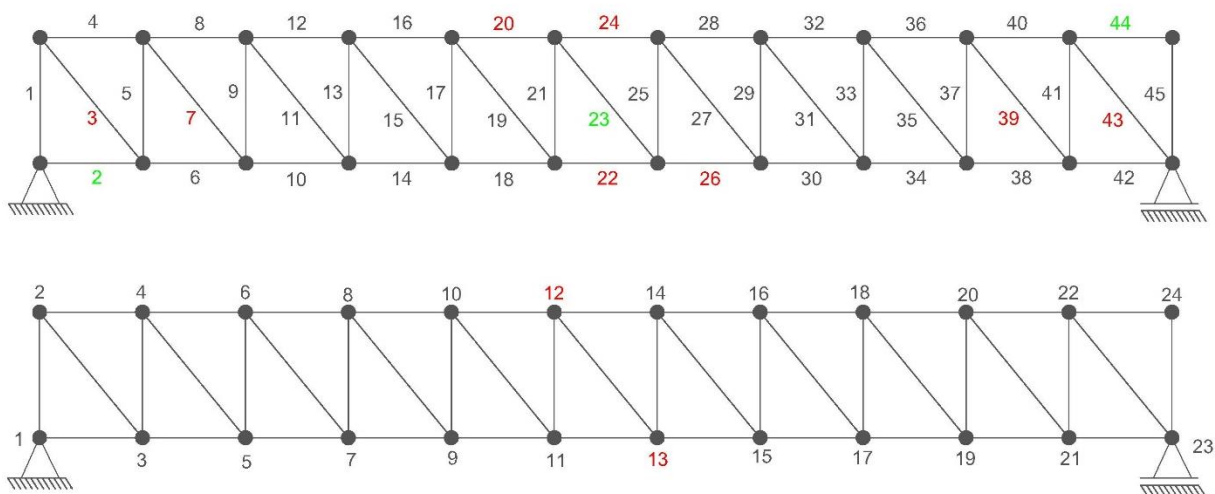
5.2.8 Výsledky mostu zatíženého vlastní tíhou

Prut	Napětí (MPa)	Prut	Síla (kN)	Prut	Napětí (MPa)	Prut	Síla (kN)
1	-14,9	1	-263,0	37	32,7	37	167,4
2	0,0	2	0,0	38	19,3	38	352,5
3	71,5	3	309,1	39	-57,2	39	-247,3
4	-10,7	4	-195,8	40	-10,7	40	-195,8
5	-42,0	5	-215,2	41	42,0	41	215,2
6	10,7	6	195,8	42	10,7	42	195,8
7	57,2	7	247,3	43	-71,5	43	-309,1
8	-19,3	8	-352,5	44	0,0	44	0,0
9	-32,7	9	-167,4	45	-1,4	45	-23,9
10	19,3	10	352,5				
11	42,9	11	185,4				
12	-25,7	12	-470,0				
13	-23,4	13	-119,6				
14	25,7	14	470,0				
15	28,6	15	123,6				
16	-30,0	16	-548,3				
17	-14,0	17	-71,7				
18	30,0	18	548,3				
19	14,3	19	61,8				
20	-32,1	20	-587,5				
21	-4,7	21	-23,9				
22	32,1	22	587,5				
23	0,0	23	0,0				
24	-32,1	24	-587,5				
25	4,7	25	23,9				
26	32,1	26	587,5				
27	-14,3	27	-61,8				
28	-30,0	28	-548,3				
29	14,0	29	71,7				
30	30,0	30	548,3				
31	-28,6	31	-123,6				
32	-25,7	32	-470,0				
33	23,4	33	119,6				
34	25,7	34	470,0				
35	-42,9	35	-185,4				
36	-19,3	36	-352,5				

Styčnick	Deform. (mm)	MS	Bezp.
1	0,00	MSP	3,49
2	0,26	MSVS	2,01
3	5,13		
4	5,87		
5	10,06		
6	10,63		
7	13,95		
8	14,36		
9	16,64		
10	16,89		
11	18,05		
12	18,13		
13	18,10		
14	18,02		
15	16,82		
16	16,57		
17	14,24		
18	13,83		
19	10,47		
20	9,89		
21	5,65		
22	4,91		
23	0,00		
24	0,02		

Tab. 1: Výsledky při zatížení vlastní tíhou

5.2.9 Diskuse výsledků



Obr. 28: Schéma mostu – výsledky při zatížení vlastní tíhou

Pruty č. 20, 22, 24 a 26 (tyto jsou znázorněny na obr. 28 červenou barvou) jsou z hlediska síly nejzatíženějšími pruty celé soustavy, působí v nich síla o velikosti $587,5 \text{ kN}$. Hodnota působící síly v horizontálních prutech se směrem ke krajům klesá. Obecně jsou horizontální pruty ze všech prutů soustavy nejzatíženější. Neplatí to ovšem z hlediska napjatosti, jelikož mají větší příčný průřez než všechny ostatní pruty. Konkrétně 4,2 krát větší než příčný průřez prutů napříč (č. 3, 7, 11...).

Z hlediska přenášeného napětí jsou nejzatíženější pruty č. 3 a 43, ve kterých působí napětí o velikosti $71,5 \text{ MPa}$. Následují pruty č. 7 a 39. Uvažují-li se ještě navíc i pruty č. 11 a 35, utvoří se vzorec, který říká, že nejvíce namáhány jsou právě příčné pruty. Konkrétní hodnoty jsou uvedeny v tab. 1.

Najdou se v soustavě i pruty, které zatížené vůbec nejsou. Jedná se o pruty č. 2, 23 a 44 (zelené pruty na obr. 28). Tento fakt je zřejmý již z rovnic statické rovnováhy.

Pro styčnick č. 24 je v rovnici statické rovnováhy vyjádřeno, že

$$N_{44} = 0$$

Pro styčnick č. 1 platí

$$V_2 + N_2 = 0$$

Jelikož je most nezatížený v horizontálním směru, pak

$$V_2 = 0 \rightarrow N_2 = 0$$

Nezatíženost prutu č. 23 lze vysvětlit pravidelností v rozložení prutů, kdy v soustavě je 11 příčných prutů a tento prut je právě prutem prostředním.

Průhyb mostu dosahuje nejvyšší hodnoty ve styčnicích č. 12 a 13, konkrétně 18,1 mm. Z toho, že zatížení mostu je rovnoměrně rozloženo na všechny styčníky, by se dalo předpokládat, že nejvyšší hodnota průhybu bude ve styčnicích č. 11 a 13. Je možné si tento nesoulad vysvětlit tím, že ačkoliv zatížení je rozloženo rovnoměrně, jeho přenos do základového tělesa (místa vazeb) rovnoměrný už není. Pruty č. 1 a 4 přenášejí zatížení ze sousedních styčniců, naproti tomu pruty č. 44 a 45 zatížení ostatních styčniců nepřenášejí.

Bezpečnost k meznímu stavu vzpěrné stability vyšla 2, což je poněkud nízká hodnota s uvážením nebezpečnosti tohoto stavu. Tuto situaci způsobuje prut č. 43, jenž je jedním z prutů, ve kterých je největší tlakové napětí. Dále jsou tyto pruty nejdelší a hodnota jejich kvadratického momentu je nejmenší. Oba tyto faktory ovlivňují nepříznivě hodnotu kritické síly plynoucí ze vztahu (viz 4.7.3 Mezní stav vzpěrné stability)

$$F_{kr} = \frac{\alpha^2 EJ_{min}}{l^2}$$

Výsledná bezpečnost mostu je minimem ze všech získaných bezpečností a tou je právě bezpečnost k MSVS.

5.2.10 Zatížení mostu projíždějícím vozidlem

Výpočet je proveden pro tři zátěžné stavy, kdy vybrané projíždějící vozidlo je na začátku mostu, uprostřed mostu a na konci mostu. Z hlediska rozložení hmotnosti vozidla na styčníky platí

$$l_B < l_t < 2l_B$$

kdy l_B je délka (horizontálního) prutu B, tudíž i vzdálenost sousedních styčniců a l_t je délka projíždějícího vozidla. Z důvodu rovnoměrnějšího rozdělení zatížení se uvažuje rozložení tíhy vozidla na délce $2l_B$, tzn. do 6 styčniců. Zatížení ve všech těchto styčnicích lze vyjádřit

$$G = \frac{m_t * g}{2} * \frac{1}{6}$$

Hmotnost je ve výpočtu použita poloviční, protože úloha je symetrická a zatížení se rozloží na obě strany mostu.

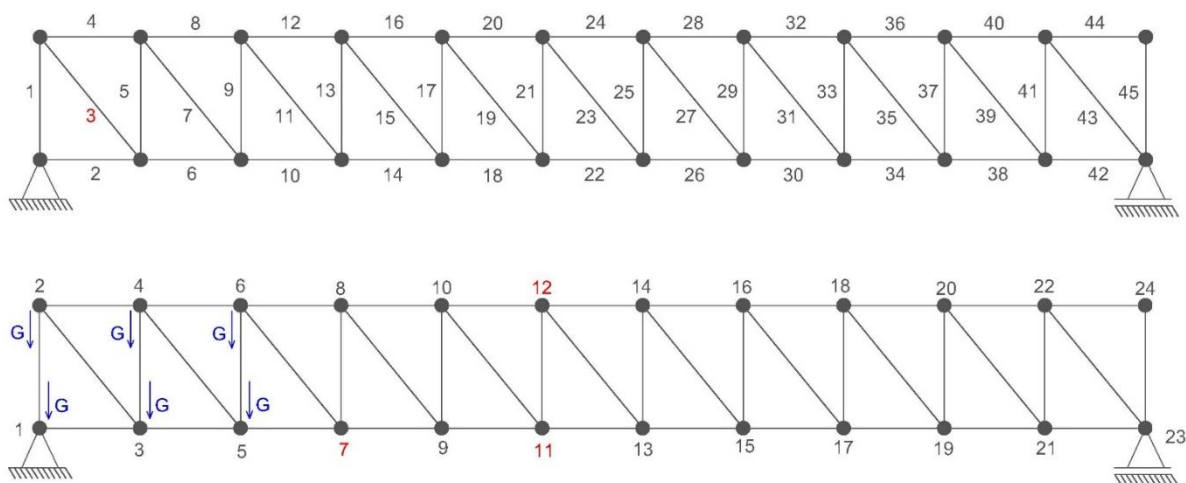
Řešení této úlohy se liší od předchozí varianty jen tím, že u styčníků ovlivněných vozidlem se změny rovnice rovnováhy ve směru Y následujícím způsobem (styčnick č. 3):

$$Y: N_5 + N_3 \cos 39^\circ = F_3 + G$$

Zatěžující stavy jsou hodnoceny jen z hlediska napětí, protože to je následně použito pro hodnocení MSP.

Kompletní výsledky výpočtu všech tří následujících částí lze nalézt v příloze D.

a) Vozidlo na počátku mostu



Obr. 29: Schéma mostu – vozidlo na počátku

	ZVT	ZPV	Δ
Prut.č.	Napětí (MPa)		
1	-14,9	-22,5	-7,6
2	0,0	0,0	0,0
3	71,5	102,5	30,9
4	-10,7	-15,3	-4,6
5	-42,0	-56,4	-14,3
6	10,7	15,3	4,6
7	57,2	70,3	13,0
8	-19,3	-25,8	-6,6
9	-32,7	-35,3	-2,7
10	19,3	25,8	6,6
11	42,9	38,0	-4,9
12	-25,7	-31,5	-5,8

	ZVT	ZPV	Δ
Mezní stav	Bezpečnost		
MSP	3,49	2,44	-1,05
MSVS	2,01	1,88	-0,13
Styčnick	Deformace (mm)		
5	10,06	12,72	2,67
6	10,63	13,35	2,71
7	13,95	16,80	2,85
8	14,36	17,15	2,80
9	16,64	19,44	2,80
11	18,05	20,67	2,62
12	18,13	20,69	2,57
13	18,10	20,45	2,34

Tab. 2: Vybrané výsledky při zatížení vozidlem na začátku mostu; ZVT – zatížení vlastní tíhou; ZPV – zatížení projíždějícím vozidlem

V tomto případě je zatížení vozidlem rozloženo do styčnicků č. 1-6 podle schématu na obr. 29.

Z pohledu absolutních čísel je největší napětí v prutu č. 3 o hodnotě $102,5 \text{ MPa}$. Nejvyšší průhyb, jenž dosahuje hodnoty $20,7 \text{ mm}$, se posunul oproti referenčnímu případu (ZVT) směrem k přidávanému zatížení, a to do styčnicků č. 11 a 12.

Z pohledu relativních čísel je největší změna napětí v prutu č. 3 o $30,9 \text{ MPa}$. To je přímý důsledek aplikace přidavného zatížení právě v okolí tohoto prutu. Rovněž je tento prut hlavním spojovacím článkem při přenosu zatížení mezi základním tělesem a zbytkem mostu (spolu s prutem č. 43), jak bylo zmíněno v podkapitole 5.2.9. Průhyb nejvíce vzrostl ve styčnicku č. 7 o hodnotu $2,85 \text{ mm}$.

Dále stojí za zmínku, že prut č. 23 přenáší oproti ZVT nenulové napětí. To lze vysvětlit porušením symetrie zatížení.

Co se týče bezpečnosti, tak bezpečnost k MSVS, která je rovněž bezpečností celkovou, poklesla o 0,13 na hodnotu

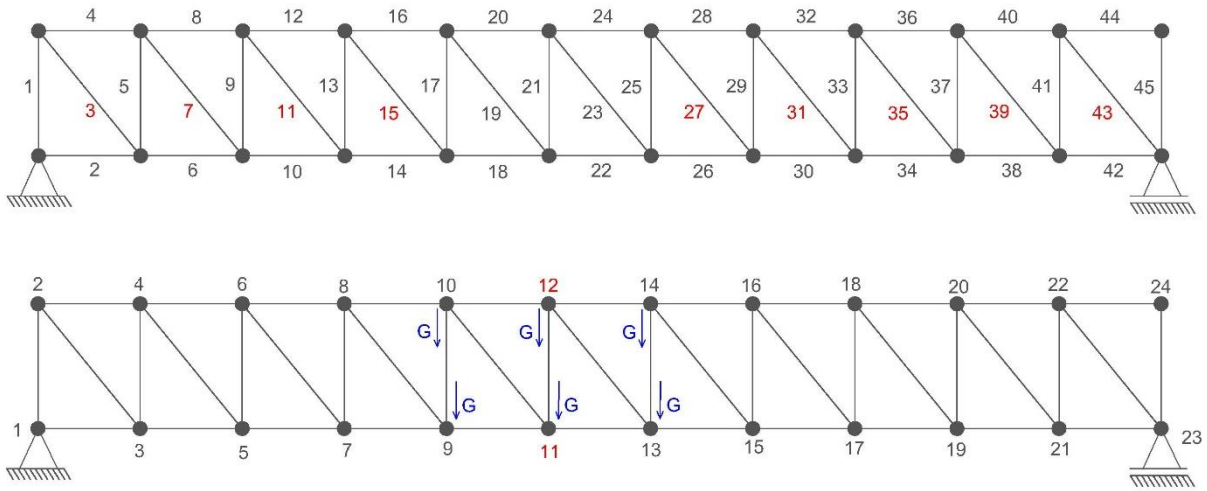
$$k_v = 1,88$$

Zajímavý ovšem je (ve srovnání s poklesem bezpečnosti k MSVS) téměř desetinásobně vyšší pokles bezpečnosti k MSP, která poklesla o 1,05 na hodnotu

$$k_k = 2,44$$

S uvážením této tendence je velice pravděpodobné, že při zvyšování takto rozmístěného zatížení by dříve došlo k MSP než MSVS. Iteračním postupem, kdy se postupně zvyšuje zatěžování, lze odhadnout, že výše zmíněné nastane pro tuto konfiguraci přibližně při hmotnosti vozidla $m_t = 210\,000 \text{ kg}$.

b) Vozidlo uprostřed mostu



Obr. 30: Schéma mostu – vozidlo uprostřed

	ZVT	ZPV	Δ		ZVT	ZPV	Δ
Prut.č.	Napětí (Mpa)			Mezní stav	Bezpečnost		
3	71,5	100,8	29,3	MSP	3,49	2,48	-1,02
7	57,2	86,5	29,3	MSVS	2,01	1,49	-0,51
11	42,9	72,2	29,3				
15	28,6	57,9	29,3	Styčnick	Deformace (mm)		
20	-32,1	-51,3	-19,2	9	16,64	25,87	9,23
22	32,1	51,3	19,2	10	16,89	26,35	9,46
27	-14,3	-38,7	-24,4	11	18,05	28,23	10,19
31	-28,6	-53,0	-24,4	12	18,13	28,34	10,22
35	-42,9	-67,3	-24,4	13	18,10	28,06	9,96
39	-57,2	-81,6	-24,4	14	18,02	27,80	9,78
43	-71,5	-96,0	-24,4				

Tab. 3: Vybrané výsledky při zatížení vozidlem uprostřed mostu

V tomto případě je zatížení posunuto směrem vlevo od geometrického středu mostu, protože pruty č. 44 a 45 se neúčastní přenosu zatížení ze sousedních styčnicků do základového tělesa.

Největší napětí je opět v prutu č. 3 o hodnotě $100,8 \text{ MPa}$. Hodnota napětí v prutu č. 43 je -96 MPa .

Největší nárůst zatížení nastává v příčných prutech v oblasti mimo přídavné zatížení, konkrétně v prutech č. 3, 7, 11, 15, 27, 31, 35, 39 a 43 o hodnotu $29,3 \text{ MPa}$ nebo $24,4 \text{ MPa}$ (jak je možné vidět v tabulce 3). S přihlédnutím k faktu, že vyosením přídavného zatížení

již most není zatěžován symetricky, je možno konstatovat, že se všechny výše zmíněné pruty chovají stejným způsobem. Další v pořadí, z hlediska nárůstu napětí, jsou horizontální pruty č. 20 a 22 v nichž vzrostlo napětí o $19,2 \text{ MPa}$.

Velikost průhybu, potažmo změna velikosti průhybu je největší ve středu zatížení. Konkrétně ve styčnicích č. 11 a 12, kde jsou hodnoty rovny $28,3 \text{ mm}$, potažmo $10,2 \text{ mm}$. Vyšší nárůst průhybu oproti předchozí variantě zatížení je možné zdůvodnit tím, že zatížení působí dále od vazeb.

Bezpečnost k MSVS, která je rovněž bezpečností celkovou, poklesla o 0,51 na hodnotu

$$k_v = 1,49$$

Pokles bezpečnosti k MSP o 1,02 je srovnatelný s předchozím zátěžným stavem

$$k_k = 2,48$$

Při přetěžování by MSVS konstrukce nastal dříve než MSP při hmotnosti vozidla přibližně $m_t = 110\,000 \text{ kg}$. Je možné to vysvětlit tím, že se zatížení posunulo blíže k prutu č. 43, který je nejvíce tlakově zatíženým prutem celé konstrukce (nejnáchylnější k MSVS).

c) Vozidlo na konci mostu

Zatížení je rozloženo analogicky k ZPV na začátku mostu, jak je možné vidět na obr. 31.

Nejvyšší napětí je v prutu č. 43 o velikosti $102,5 \text{ MPa}$. Ve stejném prutu je i největší změna napětí o $30,9 \text{ MPa}$. V tab. 4 jsou dále zobrazeny napětí v prutech okolo přidaného napětí.

Největší průhyb dosahující hodnoty $20,6 \text{ mm}$ se posouvá do styčnic č. 13 a 14, největší změna průhybu $2,76 \text{ mm}$ je ve styčnici č. 18.

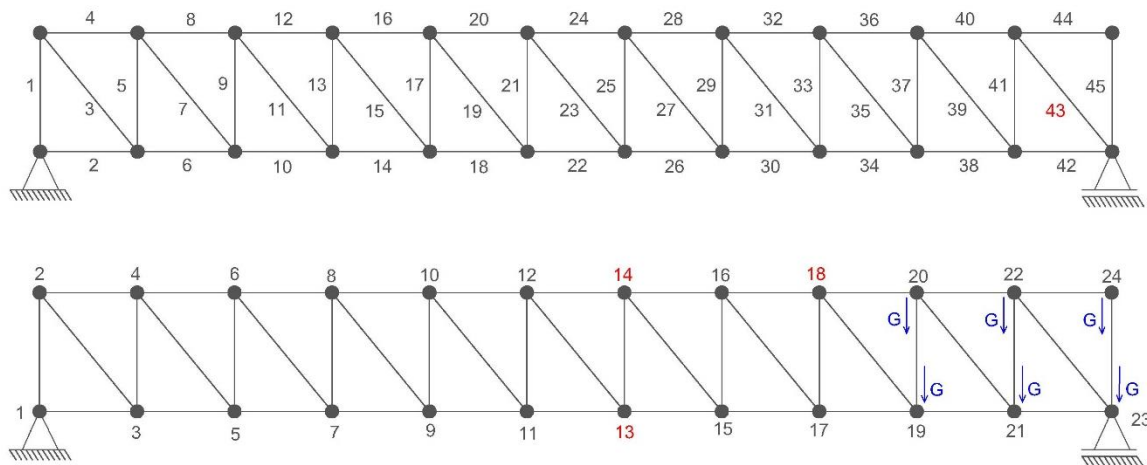
Změna bezpečnosti k MSP o hodnotu 1,05 je opět srovnatelná s předchozími případy.

$$k_k = 2,44$$

Bezpečnost k MSVS, která je i bezpečností celkovou, poklesla o 0,61 na hodnotu

$$k_v = 1,40$$

Prut č. 43 je již v případě ZVT nejvíce tlakově namáhaným prutem. Další zatížení ve styčnicích okolo něj způsobuje razantní pokles bezpečnosti k MSVS, který nastane již při vozidle o hmotnosti $m_t = 85\,000 \text{ kg}$.



Obr. 31: Schéma mostu – vozidlo na konci

	ZVT	ZPV	Δ		ZVT	ZPV	Δ
Prut.č.	Napětí (MPa)			Mezní stav	Bezpečnost		
34	25,7	31,5	5,8	MSP	3,49	2,44	-1,05
35	-42,9	-38,0	4,9	MSVS	2,01	1,40	-0,61
36	-19,3	-25,8	-6,6				
37	32,7	35,3	2,7	Styčnick	Deformace (mm)		
38	19,3	25,8	6,6	12	18,13	20,42	2,29
39	-57,2	-70,3	-13,0	13	18,10	20,60	2,50
40	-10,7	-15,3	-4,6	14	18,02	20,58	2,56
41	42,0	56,4	14,3	16	16,57	19,29	2,72
42	10,7	15,3	4,6	17	14,24	16,94	2,70
43	-71,5	-102,5	-30,9	18	13,83	16,59	2,76
44	0,0	0,0	0,0	19	10,47	13,07	2,61
45	-1,4	-3,1	-1,7	20	9,89	12,45	2,56

Tab. 4: Vybrané výsledky při zatížení projíždějícím vozidlem uprostřed mostu

5.2.11 Hodnocení staticky určitého výpočtového modelu

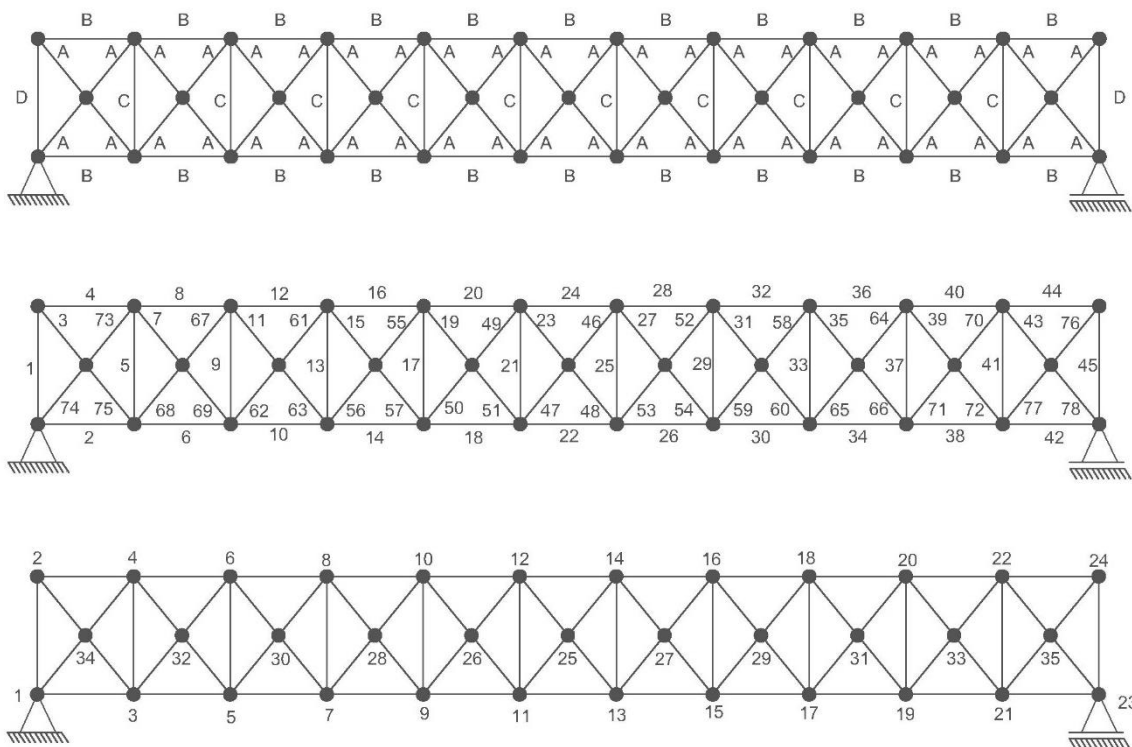
Jak se ukázalo, staticky určitý model je velmi jednoduchý na výpočet. I přes výrazné zjednodušení oproti skutečnosti je dosaženo bezpečnosti vyšší než 1, v nejhroším případě $k = 1,40$.

S přihlédnutím k tomu, že MSVS je z kontrolovaných MS nebezpečnější a že je do výpočtu vnesena nejistota odhadem některých hodnot, je dosažena bezpečnost velmi nízká.

Extrémní namáhání krajních prutů, konkrétně prutů č. 3 a 43, je způsobeno odebráním mnoha nosných elementů pro dosažení statické určitosti. Při zvýšení stupně statické neurčitosti se bezpečnost několikrát zvýší, jak je patrné z následující kapitoly.

5.3 Staticky neurčitá varianta

5.3.1 Schéma



Obr. 32: Schéma výpočtového modelu pro staticky neurčitou variantu;
shora: 1) rozmístění profilů; 2) číslování prutů; 3) číslování styčníků

Obr. 32 znázorňuje princip značení a číslování v tomto výpočtovém modelu. Bylo navázáno na značení použité v předchozím výpočtovém modelu (staticky určitá varianta) z toho důvodu, aby výsledky pro stejné pruty a stejné styčnicků byly snáze porovnatelné.

5.3.2 Statický rozbor

a) Míra vnitřní statické neurčitosti

$$\text{počet prutů} = 78 = \mu_{in}$$

$$\text{počet styčníků} = 35$$

$$v_{in} = 2 * \text{počet styčníků} - 3 = 67$$

$$s_{in} = \mu_{in} - v_{in} = 11$$

Soustava je vnitřně staticky neurčitá.

b) Míra vnější statické neurčitosti

Vnější statická neurčitost je totožná s předchozím výpočtovým modelem, tedy:

$$\mu_{ex} = 3$$

$$\nu_{ex} = 3$$

$$s_{ex} = \mu_{ex} - \nu_{ex} = 0$$

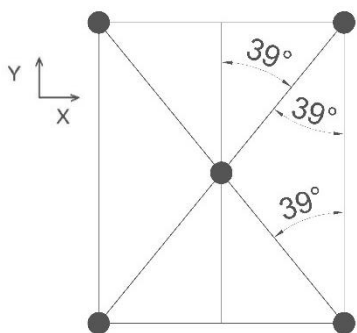
Most je vnějškově staticky určitě uložen.

5.3.3 Prutové předpoklady

Prutové předpoklady jsou splněny, platí všechny podmínky z kap. 5.2.3

5.3.4 Kinematický rozbor

Jelikož soustava splňuje prutové předpoklady, je tedy vnitřně nepohyblivá. Vnějškově je rovněž uložena nepohyblivě, stejně jako v kap. 5.2.4

5.3.5 Úplné uvolnění a sestavení rovnic statické rovnováhy

Obrázek 33: Rozbor úhlů pro rozklad sil do osy X a Y

Rovnice jsou sestaveny podle uvolnění na obr. 34 pro jednotlivé styčníky číselované podle obr. 32. Každý styčník odebírá dva stupně volnosti, horizontální a vertikální posuv, proto jsou pro každý styčník sestaveny dvě rovnice – silová rovnováha v ose X a v ose Y. Síly jsou rozloženy dle stejného principu jako na obr. 26, rozbor úhlů k tomuto rozkladu je na obr. 33.

Pro přehlednost je hodnota úhlu v obr. 33 a v následujících rovnicích zaokrouhlena na celé číslo.

Ukázka sestavených rovnic statické rovnováhy pro prvních několik styčníků (kompletních 70 rovnic statické rovnováhy je možné nalézt v příloze E):

Styčník 1

$$X: \quad -V_2 + N_2 + N_{74} \sin 39^\circ = 0$$

$$Y: \quad V_1 + N_1 + N_{74} \cos 39^\circ = F_1$$

Styčnick 2

$$X: N_4 + N_3 \sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_1 - N_3 \cos 39^\circ = F_2$$

Styčnick 34

$$X: -N_3 \sin 39^\circ - N_{74} \sin 39^\circ + N_{73} \sin 39^\circ + N_{75} \sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_3 \cos 39^\circ + N_{73} \cos 39^\circ - N_{74} \cos 39^\circ - N_{75} \cos 39^\circ = F_{34}$$

Styčnick 3

$$X: -N_2 - N_{75} \sin 39^\circ + N_6 + N_{68} \sin 39^\circ = 0$$

$$Y: N_5 + N_{75} \cos 39^\circ + N_{68} \cos 39^\circ = F_3$$

Styčnick 4

$$X: -N_4 - N_{73} \sin 39^\circ + N_8 + N_7 \sin 39^\circ = 0$$

$$Y: -N_5 - N_{73} \cos 39^\circ - N_7 \cos 39^\circ = 4$$

5.3.6 Zatížení mostu

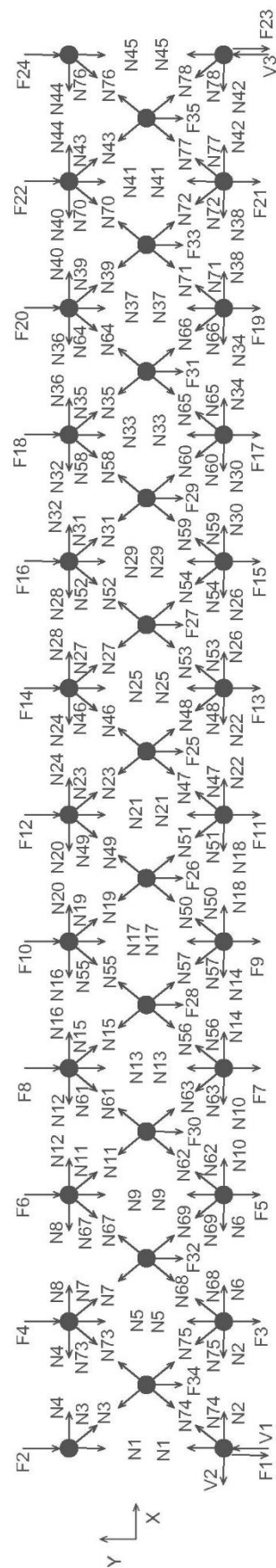
Zatížení mostu se shoduje se zatížením v předchozím výpočtovém modelu, tedy:

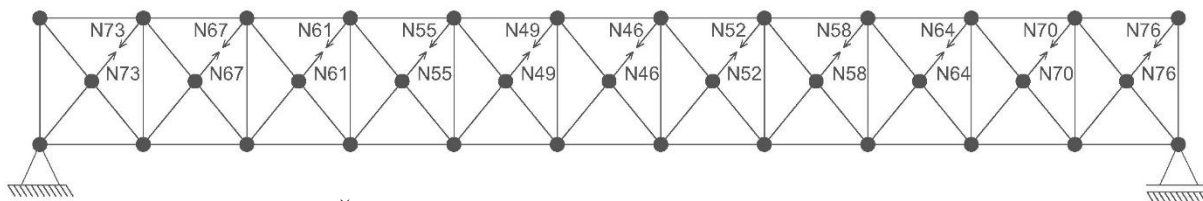
$$F_1 = F_2 = \dots = F_{24} = \frac{m_c \cdot g}{2} \frac{1}{\text{počet styčnicků}} \text{ [N]}$$

5.3.7 Deformační podmínky, částečné uvolnění, odstranění statické neurčitosti

Ze stupně statické neurčitosti $s = s_{in} + s_{ex} = 11$ plyne, že je nutné pro řešení dané úlohy doplnit dalších 11 rovnic, které vyplývají z (11) deformačních podmínek. Deformační podmínky jsou sestaveny za předpokladu, že pruty nejsou napjatostně ovlivněny montáží, tzn. nejsou montovány s vůlí ani s přesahem, a provoz mostu probíhá za stejných teplotních podmínek, za jakých byl montován.

Obr. 34: Úplné uvolnění konstrukce, znázornění sil vnějšího zatížení (F), vazbových (V) a vnitřních (N)





Obr. 35: Částečné uvolnění pro odstranění statické neurčitosti

Deformační podmínky lze zapsat s využitím částečného uvolnění na obr. 35 následujícím způsobem:

$$\begin{aligned}
 u_{73}^r &= \frac{\partial W_{celk}}{\partial N_{73}} = 0 & u_{49}^r &= \frac{\partial W_{celk}}{\partial N_{49}} = 0 & u_{64}^r &= \frac{\partial W_{celk}}{\partial N_{64}} = 0 \\
 u_{67}^r &= \frac{\partial W_{celk}}{\partial N_{67}} = 0 & u_{46}^r &= \frac{\partial W_{celk}}{\partial N_{46}} = 0 & u_{70}^r &= \frac{\partial W_{celk}}{\partial N_{70}} = 0 \\
 u_{61}^r &= \frac{\partial W_{celk}}{\partial N_{61}} = 0 & u_{52}^r &= \frac{\partial W_{celk}}{\partial N_{52}} = 0 & u_{76}^r &= \frac{\partial W_{celk}}{\partial N_{76}} = 0 \\
 u_{55}^r &= \frac{\partial W_{celk}}{\partial N_{55}} = 0 & u_{58}^r &= \frac{\partial W_{celk}}{\partial N_{58}} = 0 & & &
 \end{aligned}$$

Kde index r znamená, že daný posuv je relativní. Obě rozpojené části konstrukce – prut a styčník – se ve skutečnosti pohybují společně, jsou pevně spojeny. Proto je relativní posuv nulový. Použitím Castiglianovy věty (podle kap. 4.6) se získá chybějících 11 rovnic, např.:

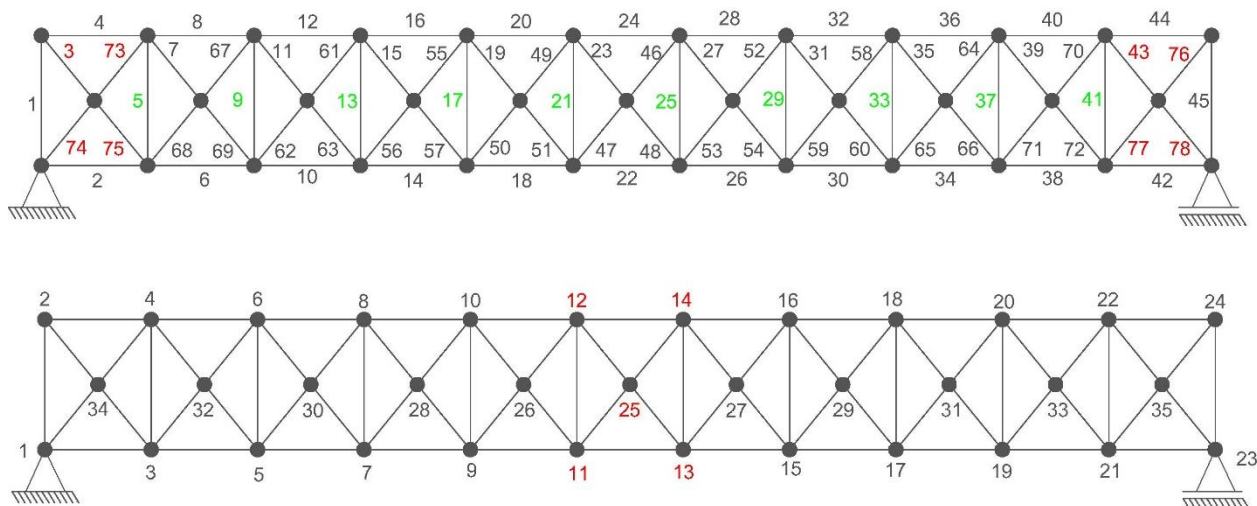
$$u_{46}^r = \frac{\partial W_{celk}}{\partial N_{46}} = N_{46} + 0,136 * N_{49} + 0,136 * N_{52} - 6705,4 = 0$$

Uvedená rovnice je vytažena z výpočtu provedeného funkcí *stneurc.m* (viz kap. 5.3.8).

5.3.8 Výpočet napětí a průhybů

Opět byl použit software Matlab. Výpočet úlohy je rozdělen do tří skriptů. Skript *Vol_vypoctu_stneurc.m* definuje vnější zatížení a využívá k výpočtu funkci *stneurc.m*, která je zaměřena zejména na odstranění statické neurčitosti a výpočet sil ve vazbách a v prutech. Ty jsou vstupem do funkce *stneurcdeform.m*, jenž počítá průhyb mostu, napětí v jednotlivých prutech, bezpečnost k MSP a k MSVS. Všechny tři skripty jsou k nalezení v příloze F.

5.3.9 Výsledky při zatížení vlastní tíhou



Obr. 35: Schéma mostu – výsledky zatížení vlastní tíhou

	Míra SN		
	0	11	Δ
Prut	Napětí (MPa)		
3	71,5	36,1	-35,4
5	-42,0	1,1	43,1
9	-32,7	-0,1	32,5
13	-23,4	0,0	23,4
17	-14,0	0,0	14,0
21	-4,7	0,0	4,7
25	4,7	0,0	-4,7
29	14,0	0,0	-14,0
33	23,4	0,0	-23,3

	Míra SN		
	0	11	Δ
Prut	Napětí (MPa)		
37	32,7	-0,1	-32,8
41	42,0	1,1	-41,0
43	-71,5	-37,5	34,1
73		-37,3	
74		-39,8	
75		33,5	
76		35,9	
77		33,5	
78		-39,8	

	Míra SN		
	0	11	Δ
Styčnick	Deformace (mm)		
11	18,05	13,07	-4,97
12	18,13	13,07	-5,06
13	18,10	13,07	-5,03
14	18,02	13,07	-4,95
25		13,29	
Koefficient bezpečnosti			
MSP	3,49	6,26	
MSVS	2,01	14,37	

Tab. 5: Vybrané výsledky při zatížení vlastní tíhou; SN – statická neurčitost

Vzhledem k množství dat byly vybrány jen podstatné části. Kompletní výsledky jsou k nalezení v příloze D.

5.3.10 Diskuse výsledků

Největší zatížení je v krajních příčných prutech (značených na obr. 34 červenou barvou) a jeho velikost se pohybuje od 35 do 40 MPa . Maxima napětí jsou tedy ve stejném místě jako u staticky určité varianty, ale hodnota poklesla téměř na polovinu (viz. prut č. 3 a 43 v tab. 2).

Nejvyšší pokles napětí je ovšem u prutů č. 5 a 41 z 42 MPa na 1,1 MPa . Podobně se chovají všechny vertikální pruty (na obr. 35 označeny zelenou barvou) vyjma krajních. Pruty č. 9 a 37 přenášejí o řád nižší napětí, než je tomu u výše zmíněné dvojice. Tato tendence pokračuje dál směrem ke středu mostu, kdy s každou další dvojicí klesne přenášené napětí o jeden řád.

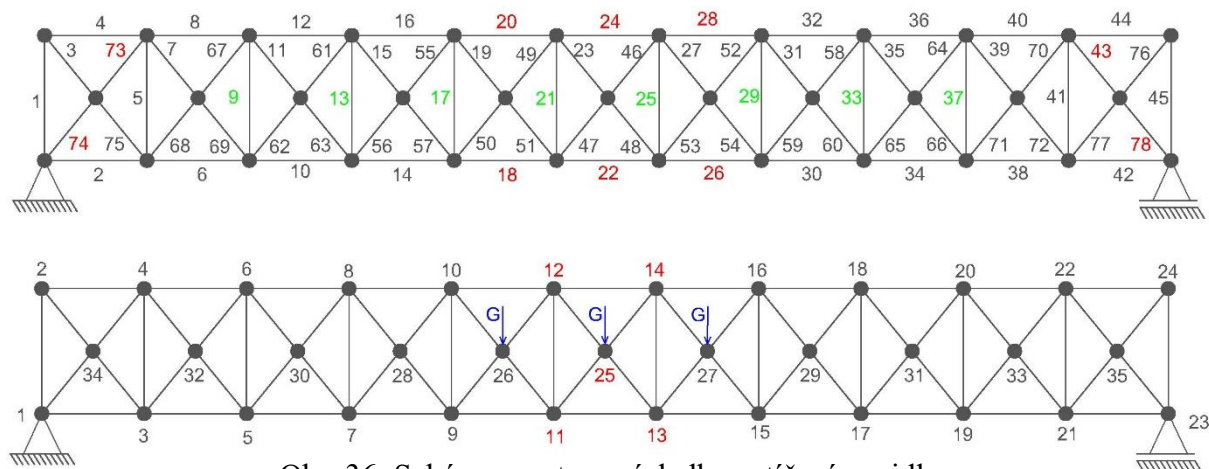
Nejvyšší průhyb o hodnotách 13,07 a 13,3 mm nastává uprostřed mostu. Oproti předchozímu výpočtovému modelu poklesly přibližně o třetinu.

Zajímavým faktem je, že maximální napětí pokleslo o polovinu své původní hodnoty a maximální deformace poklesla „pouze“ o třetinu. To je možné vysvětlit rozdílným charakterem těchto dvou veličin. Napětí je veličinou lokální, tudíž lokální vyztužení konstrukce ovlivní jeho hodnotu více, než ovlivní hodnotu deformace, která je veličinou integrální (sčítají se všechny vlivy od vazby až do zkoumaného místa). Pro lepší vysvětlení je uveden příklad: Zvětšení plochy příčného průřezu jednoho prutu sníží podstatně jeho napětí, ale napětí v okolních prutech se změní pouze minimálně. Výraznou změnu celkové deformace konstrukce toto vyztužení nepřinese. Pro výraznou změnu deformace by bylo potřeba zvýšit příčný průřez většího množství, potažmo všech prutů.

Bezpečnost k MSP se téměř zdvojnásobila, což je v přímém vztahu k poklesu nejvyšší hodnoty napětí. Co se týče bezpečnosti k MSVS, ta vzrostla sedmkrát. Souvisí to se zkrácením délky příčných prutů na polovinu (tato je ve výpočtu vzpěrné stability ve druhé mocnině) a s poklesem napětí přenášeného těmito pruty. Celkovou bezpečností konstrukce je bezpečnost vzhledem k MSP o hodnotě $k = 6,26$.

5.3.11 Zatížení mostu vozidlem

Vzhledem k tomu, že z výsledků při ZVT vyplynulo, že pruty č. 3 a 43 již nejsou slabými články konstrukce, byl zvolen jen jeden zátěžný stav, kdy vozidlo je uprostřed mostu, jak je naznačeno na obr. 36.



Obr. 36: Schéma mostu – výsledky zatížení vozidlem

	ZVT	ZPV	Δ
Prut.č.	Napětí (Mpa)		
9	-0,1	-0,2	-0,05
13	0,0	0,0	0,01
17	0,0	0,0	0,00
18	32,1	50,2	18,1
20	-32,1	-50,2	-18,1
21	0,0	0,0	0,00
22	33,2	52,6	19,4
24	-33,2	-52,6	-19,4
25	0,0	0,0	0,00
26	32,1	50,2	18,1
28	-32,1	-50,2	-18,1
29	0,0	0,0	0,00
33	0,0	0,0	0,01
37	-0,1	-0,2	-0,05

	ZVT	ZPV	Δ
43	-37,5	-51,5	-14,0
73	-37,5	-51,5	-14,0
74	-39,9	-53,9	-14,0
78	-39,9	-53,9	-14,0
Mezní stav	Bezpečnost		
MSP	6,26	4,63	-1,63
MSVS	14,37	10,64	-3,74
Styčnick	Deformace (mm)		
11	13,07	20,00	6,93
12	13,07	20,00	6,93
13	13,07	20,00	6,93
14	13,07	20,00	6,93
25	13,29	20,39	7,11

Tab. 6: Vybrané výsledky při zatížení vozidlem
ZVT – Zatížení vlastní tíhou; ZPV – Zatížení projíždějícím vozidlem

Nejvyšší hodnoty napětí zůstaly u krajních příčných prutů, stejně jako u ZVT. Hodnoty se pohybují mezi 51 a 54 MPa. Podobných hodnot dosahuje nově i napětí v prutech č. 22 a 24, kde je zároveň i největší hodnota nárůstu napětí o 19,4 MPa, což je o 5,4 MPa více než nárůst napětí v krajních příčných prutech. Dále napětí v prutech č. 18, 20, 26 a 28 dosahuje 50,2 MPa a nárůst napětí je v nich znovu vyšší než v krajních prutech, přibližně o 4 MPa. Výše zmíněné pruty jsou v obr. 36 označeny červenou barvou. Právě díky této tendenci by při přetěžování mostu bylo dosaženo MSP právě u těchto horizontálních prutů.

Nejnižší hodnoty napětí jsou v prutech označených zelenou barvou. U těchto prutů nevzrostlo napětí ani o 0,1 MPa.

Uprostřed mostu je i největší deformace, která dosahuje hodnoty 20,39 mm pro styčnick č. 25; a 20 mm pro ostatní červeně označené styčnický na obr. 36. Což jsou přibližně o polovinu vyšší hodnoty než při ZVT.

Bezpečnost k MSP, která je znovu bezpečností celkovou, poklesla o 1,63 na hodnotu

$$k_v = 4,63$$

Pokles bezpečnosti k MSVS je více než dvojnásobný, konkrétně o 3,74 na hodnotu

$$k_k = 10,64$$

I přes značný pokles bezpečnosti k MSVS by MSP nastal dříve, a to při zatížení $m_t = 400\,000$ kg.

5.3.11 Hodnocení staticky neurčitého výpočtového modelu

Tento model je výpočtově náročnější, ovšem poskytuje realističtější výsledky. Jednou z předností tohoto modelu je také fakt, že neobsahuje žádné výrazné slabé články. Tyto slabé články v předchozím výpočtovém modelu jsou důsledkem kroků ke snížení míry statické neurčitosti (viz pruty č. 3 a 43 v kap. 5.3).

I při zatížení mostu vychází celková bezpečnost v tomto výpočtovém modelu dostatečně vysoká, že dokáže zahrnout nejistotu vnesenou do výpočtu neznalostí použitého materiálu a z toho vyplývající volby meze kluzu použité pro hodnocení bezpečnosti.

Celkovou bezpečností je právě bezpečnost k MSP a při dalším přetěžování mostu by tohoto stavu bylo dosaženo jako prvního. To je velice pozitivní, protože při jeho dosažení nehrozí

okamžitý kolaps konstrukce, dojde pouze k plastické deformaci v některém z prutů, což nemusí znamenat ztrátu funkce – na rozdíl od dosažení MSVS.

Bezpečnost k MSVS je mnohem vyšší než bezpečnost k MSP. Její hodnota je oproti skutečnosti mírně zkreslená, a to právě v důsledku použitého výpočtového modelu. Ten uvažuje v prutech pouze tah nebo tlak. Ve skutečnosti se vazba ve styčnicích blíží vetknutí, které vnáší do prutů ohyb.

Tento výpočtový model je obecně dostatečný k deformačně napjatostní analýze této konstrukce i konstrukcí podobných. Tento závěr vychází z poznatků dosažených v kapitolách 6.2 až 6.5.

6 Numerický výpočet – Metoda konečných prvků

6.1 Teoretický základ

6.1.1 Přístup k řešení

Z hlediska matematické formulace problému je metoda konečných prvků (dále jen MKP) metodou variační (viz podkapitola 6.1.2), kdy se hledá stav, v němž energie analyzovaného tělesa nabývá extrémní hodnoty. [14]

Z hlediska výběru nezávislých funkcí pružnosti se nikdy neřeší současně všech 15 nezávislých funkcí (3 posuvy, 6 přetvoření, 6 napětí), řeší se pouze jeden typ neznámých funkcí a ostatní neznámé jsou dopočítány pomocí obecných rovnic pružnosti – konstitutivních vztahů, geometrických vztahů, rovnic rovnováhy a okrajových podmínek. Při řešení MKP se jedná o přístup deformační, kdy neznámými jsou složky posuvů. [14]

Z hlediska realizace řešení numerickým výpočtem je nutné spojitou úlohu diskretizovat, tzn. místo spojitých funkcí je hledán konečný počet neznámých parametrů (viz podkapitola 6.1.3) [14].

Dále je nutné zmínit, že řešení je pouze přibližné a je vždy zatíženo chybou. Obvykle je přesnost řešení pro inženýrskou aplikaci dostačující.

6.1.2 MKP jako variační metoda

Východiskem pro metodu konečných prvků je Lagrangeův variační princip (dále LVP), který lze formulovat následovně: „Mezi všemi funkcemi posuvů, které zachovávají spojitost tělesa a splňují geometrické okrajové podmínky, se realizují ty, které udělají celkové potenciální energii stacionární hodnotu“ [14]. Tato stacionární hodnota představuje minimum funkce Π , kterou jde vyjádřit jako

$$\Pi = W - P$$

kde W je energie napjatosti tělesa a P je potenciál vnějšího zatížení [14]. Pro názornost je uvedeno řešení jednoduché úlohy pomocí tohoto variačního principu, kdy cílem je určit posunutí u_0 konce pružiny. Ostatní potřebné veličiny jsou známé. Úlohu ilustruje obr. 37.

Energie napjatosti v pružině je

$$W = \frac{1}{2}ku^2$$

kde k je tuhost pružiny.

Vnější zatížení má potenciál

$$P = Fu$$

kde F je síla působící na konec pružiny.

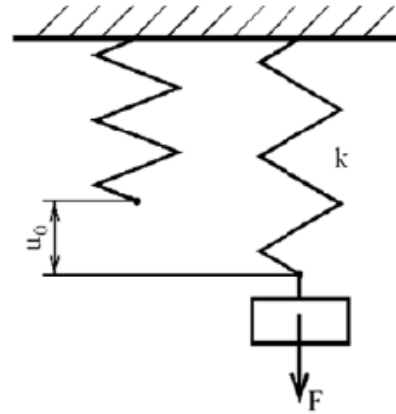
Celková potenciální energie je pak

$$\Pi = \frac{1}{2}ku^2 - Fu$$

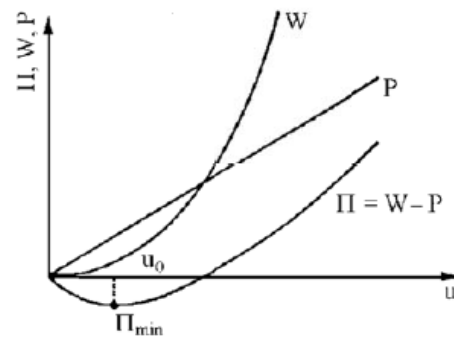
A její stacionární hodnotu, považmo minimum, najdeme

$$\frac{d\Pi}{du} = 0 = ku - F$$

Odtud dostáváme známý vztah $u_0 = \frac{F}{k}$, který ukazuje, že skutečný posuv odpovídá minimu potenciální energie [14]. Graf na obr. 38 názorně zobrazuje výše popsané funkce.



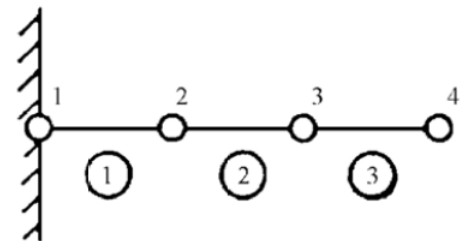
Obr. 37: Úloha řešená pomocí LVP [14]



Obr. 38: Graf ilustrující nalezení minima potenciální energie [14]

6.1.3 Diskretizace a příklad aproximace posuvu

Jak již bylo zmíněno výše, spojitou úlohu je nutno pro numerické řešení diskretizovat. Řešená oblast je rozdělena na konečný počet podoblastí – prvků (na obr. 39 ozn. čísla v kolečku). Samotné řešení neznámých parametrů pak probíhá v uzlech (na obr. 39 ozn. čísla bez kolečka). Oblasti mezi uzly se aproximují předem známými bázovými funkcemi – polynomy. Je žádoucí, aby řešení bylo výpočetně co nejjednodušší. Z toho důvodu se používají nejčastěji konstantní, lineární a kvadratické bázové funkce. [14]

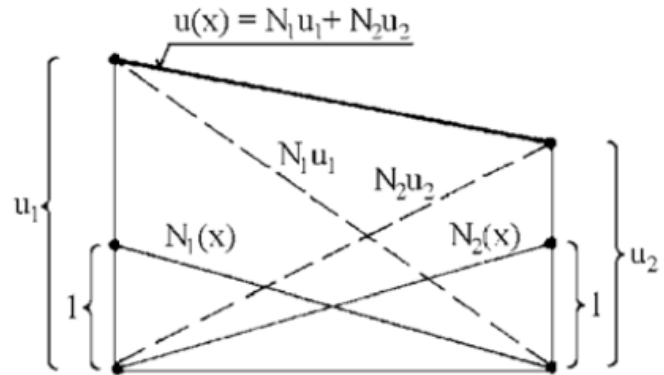


Obr. 39: Příklad diskretizace jednoduché 1D úlohy [14]

Na obr. 39 je zobrazena 1D úloha kdy je možné zatížení pouze ve směru osy x prutu (tah nebo tlak) a neznámými parametry jsou pouze posuvy u v ose x . Posuv prvku 1 lze aproximovat následovně

$$u(x) = [N_1 \quad N_2] * [u_1 \quad u_2]^T$$

kde N_i je, v tomto případě, lineární bázevá funkce v uzlu i . Je definována tak, aby v uzlu, kterému náleží, byla rovna jedné a klesala lineárně až do nuly v uzlu sousedním. Celou výše napsanou rovnici výstižně ilustruje obr. 40.



Obr. 40: Aproximace posuvů nad prvkem [14]

6.1.4 Základní rovnice MKP

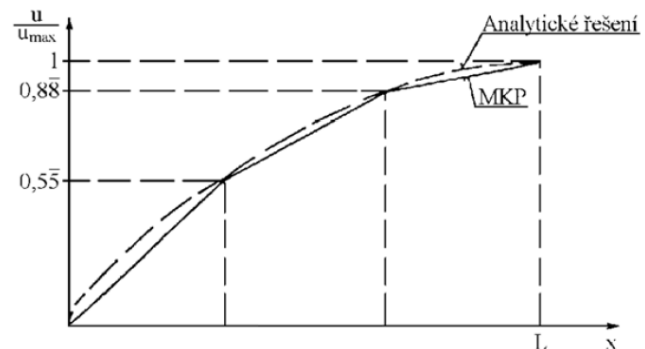
Základní rovnice MKP se získá analogickým způsobem k řešení úlohy v podkapitole 6.1.2. Jedná se o soustavu lineárních rovnic, kterou je možné zapsat jako základní rovnici MKP takto [14]

$$KU = F$$

kde K je singulární ($\det(K) = 0$) čtvercová matice tuhosti o rozměru $n \times n$, U je sloupcová matice n neznámých parametrů a F je sloupcová matice n zatížení. Aby byla tato soustava rovnic řešitelná a měla jednoznačné řešení, musí být matice soustavy K regulární ($\det(K) \neq 0$). Toho lze dosáhnout předepsáním minimálně tolika okrajových podmínek, aby se zcela zamezil pohyb tělesa jako celku. [14]

Na obr. 41 je zobrazeno řešení této rovnice pro 1D úlohu z podkapitoly 6.1.3. Z tohoto obrázku je patrné, že numerické řešení se blíží přesnému řešení (analytickému) pouze v uzlech. Mimo ně se řešení více či méně od přesného řešení vzdaluje. Pro větší přiblížení je potřeba zvolit větší počet uzlů nebo vyšší řád polynomu bázevé funkce. Obě tyto varianty ovšem zvyšují výpočtovou náročnost. Je na

závězení uživatele, jak přesné řešení potřebuje.

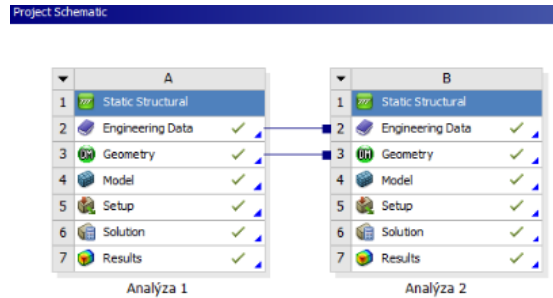


Obr. 41: Srovnání numerického a analytického řešení [14]

6.1.5 ANSYS Workbench

Platforma ANSYS Workbench je prostředí, které sdružuje široké spektrum simulačních programů od společnosti ANSYS, jako jsou například ANSYS Fluent, ANSYS Mechanical apod. [15] [16]

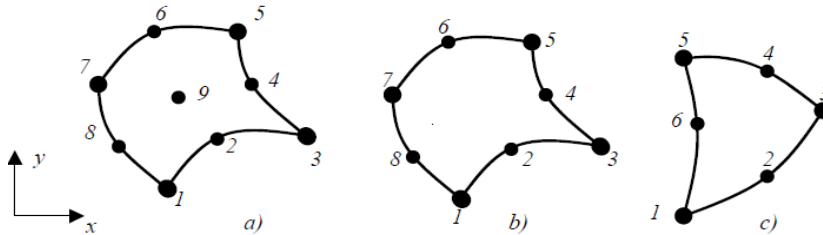
Typický uživatel rozloží v rámci projektu komplexní problém na řadu podproblémů, které pak řeší postupně, například definice materiálových vlastností, geometrie, vazeb, zatížení apod. Výsledkem je projekt reprezentovaný vzájemně propojenými systémy ve formě vývojových diagramů, jak je naznačeno na obr. 42, které umožňují sdílet data mezi různými druhy analýz apod. [15] [16]



Obr. 41: Schéma jednoduchého projektu

6.1.6 Základní prvky v Ansys Workbench

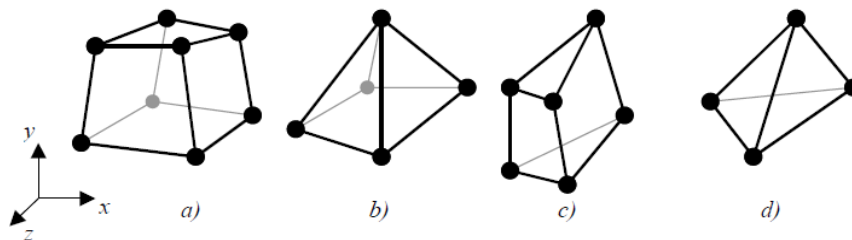
Pro řešení prutových těles je možné použít prvky typu LINK nebo BEAM. Prvek typu LINK přenáší pouze osově zatížení a je s ním možné spočítat pouze parametry posuvu. Prvkem typu BEAM již lze spočítat i ostatní druhy namáhání vyskytující se na nosnících - ohyb, smyk, krut. Neznámými parametry u něj nejsou jen posuvy, ale i natočení. Oba zmíněné typy prvků mají zpravidla 2 uzly [14]. Zobrazení těchto prvků je možné vidět na obr. 39.



Obr. 42: Příklady plošných prvků [14]

Nejběžnějšími plošnými prvky jsou PLANE a SHELL. Tvary těchto prvků jsou často trojúhelníky a čtyřúhelníky, které mají 3 až 9 uzlů. Příklady plošných prvků jsou na obr. 42. Je možné s nimi počítat membránovou napjatost, rotačně symetrickou napjatost apod. [14].

Prostorové prvky nazývané SOLID jsou 8-uzlové šestistěny a jejich degenerované tvary s 6, 5, 4 uzly (obr. 43). Slouží k řešení obecné napjatosti [14].



Obr. 43: 8-uzlový šestistěn a jeho degenerované tvary [14]

6.2 Verifikace 2D výpočtového modelu

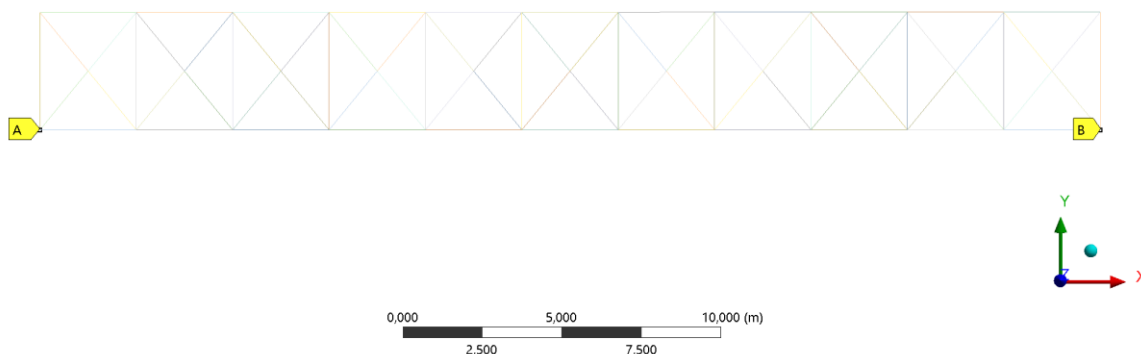
6.2.1 Model geometrie, vazeb a zatížení

Byl vytvořen geometricky stejný model jako na obr. 32 (kap. 5.3.1) a byly mu přiřazeny konkrétní příčné průřezy.

Z hlediska vnějších vazeb jsou ve styčnicku č. 1 (který koresponduje s vazbou A na obr. 44) omezeny posuvy ve směru osy x , y a z . Výpočtový model je sice 2D, ale model v programu Ansys Workbench použitý pro verifikaci je tvořen jako 3D, proto je nutné omezit i posuvy v ose z . Ve styčnicku č. 23 (vazba B na obr. 44) jsou omezeny posuvy ve směru y a z . Ponechaný stupeň volnosti ve směru osy x koresponduje s použitou vazbou – podporou.

A: 2D - Verifikace
Rotační vazba
Time: 1, s
19.04.2018 21:06

A Rotační vazba
B Podpora



Obr. 44: Použité vazby

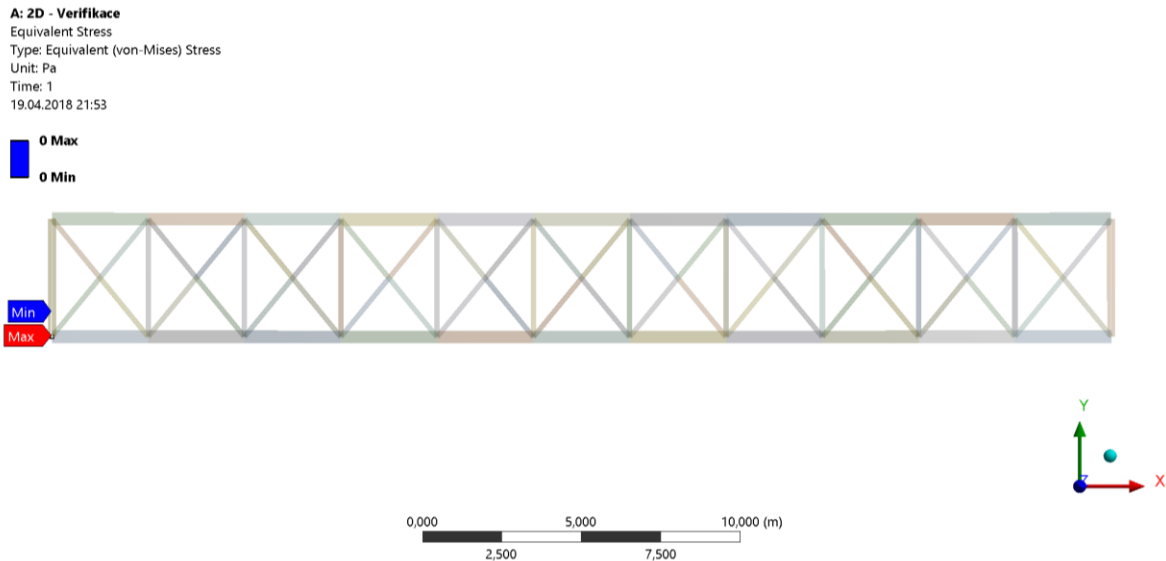
Pro výpočtové modelování prutů mostu je použit prvek LINK, který je schopen přenášet pouze axiální zatížení a jeho uzly mají neznámé parametry jen posuvy, což odpovídá vazbě použité pro výpočet styčnicků – rotační. Konečnoprvková síť je při použití tohoto prvku velice jednoduchá - jeden prvek na prut.

Zatížení je rovnoměrně rozděleno do styčnicků tak, aby korespondovalo s výpočtem v kap. 5.3.7. Celý výpočtový model je dostupný v příloze G.

6.2.2 Komplikace při řešení

Program Ansys Workbench standartně k řešení prutových soustav nabízí pouze prvek BEAM. Ten ovšem nekorresponduje s použitým analytickým modelem, který je potřeba verifikovat, jelikož uzly tohoto prvku mají jako neznámý parametr natočení. Použití prvku LINK je potřeba v programu definovat pomocí příkazového řádku (APDL). Podrobněji je tento problém rozebrán v [18].

Dalším problémem se ukazuje býti vykreslení spočítaného napětí. V nástrojích pro zobrazování výsledků (např. Direct stress nebo Equivalent stress (von-Mises)) jsou pruty „zašedlé“, jak je viditelné z obr. 45. Důvodem je pravděpodobně právě použití prvku LINK, ve kterém se definoval příčný průřez každého prutu zvlášť a kvůli tomu je program nedokáže použít pro vykreslení výsledků v předdefinovaných nástrojích.



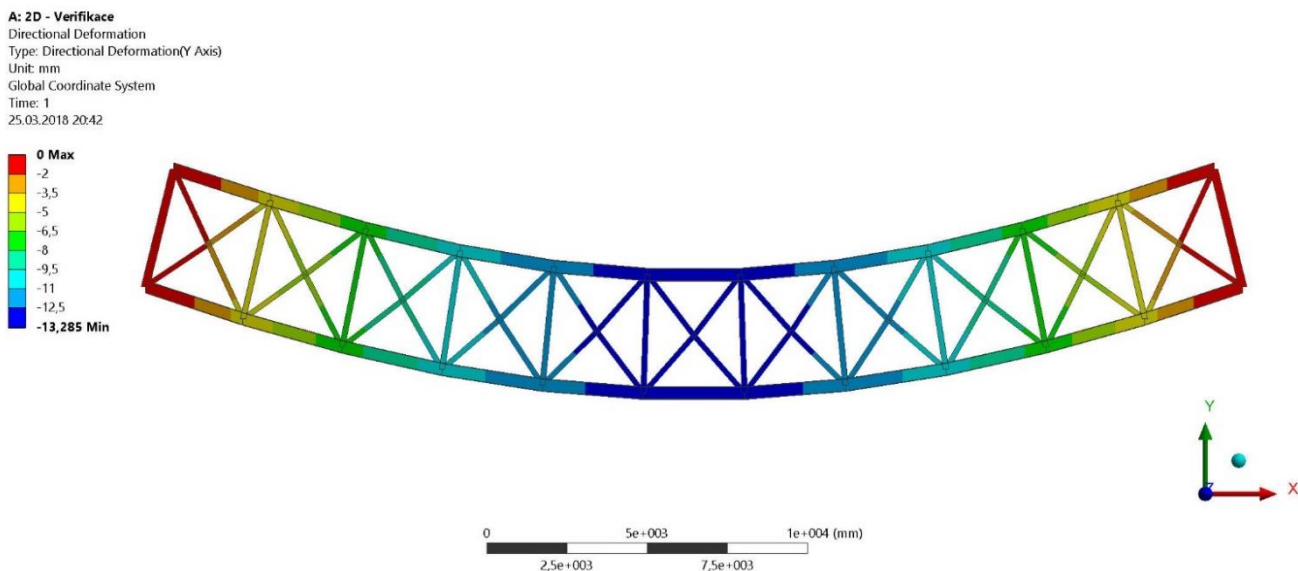
Obr. 45: Vykreslení napětí nástrojem Equivalent stress

Tato komplikace je vyřešen použitím tzv. „user defined results“ – výsledky definované uživatelem, kdy je možné pomocí příkazů definovat jakou veličinu má program vykreslit, či jakou jejich kombinaci [17]. Příkaz SMISC1 odkazuje na axiální sílu v prvku typu LINK, příkaz SMISC2 odkazuje na příčné průřezy. Tedy vykreslení normálového napětí je dosaženo takto

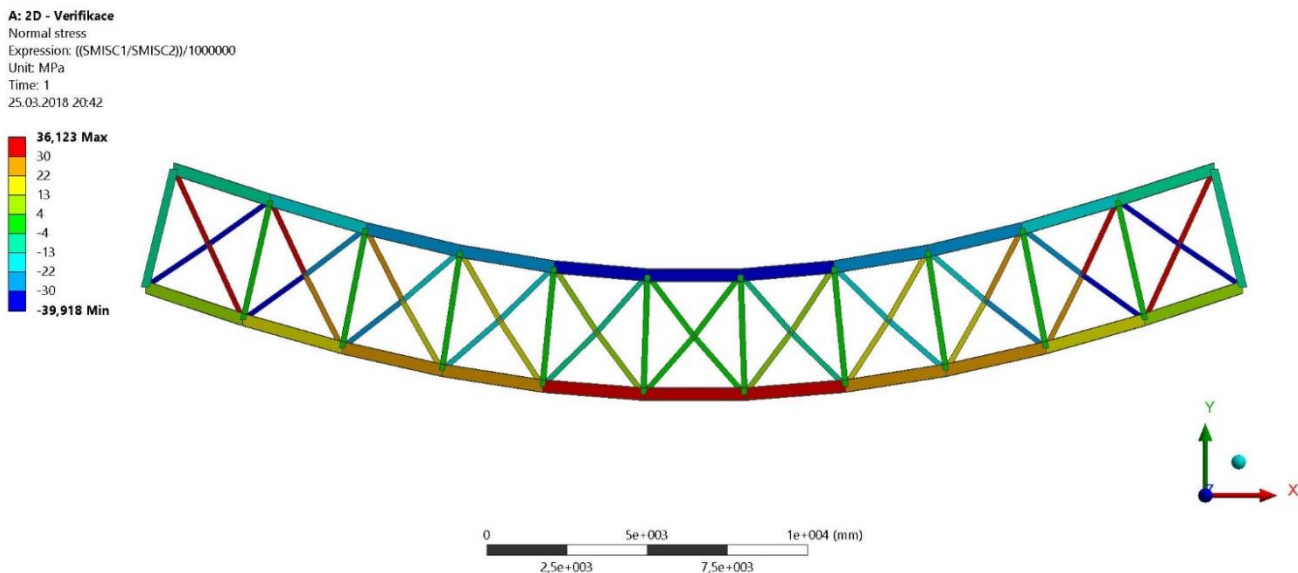
$$\sigma_n = \frac{F}{S} = \frac{SMISC1}{SMISC2}$$

Tohoto principu je využito i v následujících výpočtech.

6.2.3 Výsledky a porovnání s analytickým výpočtem



Obr. 46: Výsledek výpočtu v Ansys Workbench – deformace ve směru osy y



Obr. 47: Výsledek výpočtu v Ansys Workbench – normálové napětí

Výstupy z programu Ansys Workbench (deformace) jsou zvětšeny v měřítku 250:1 pro ilustraci toho, jak se bude konstrukce chovat.

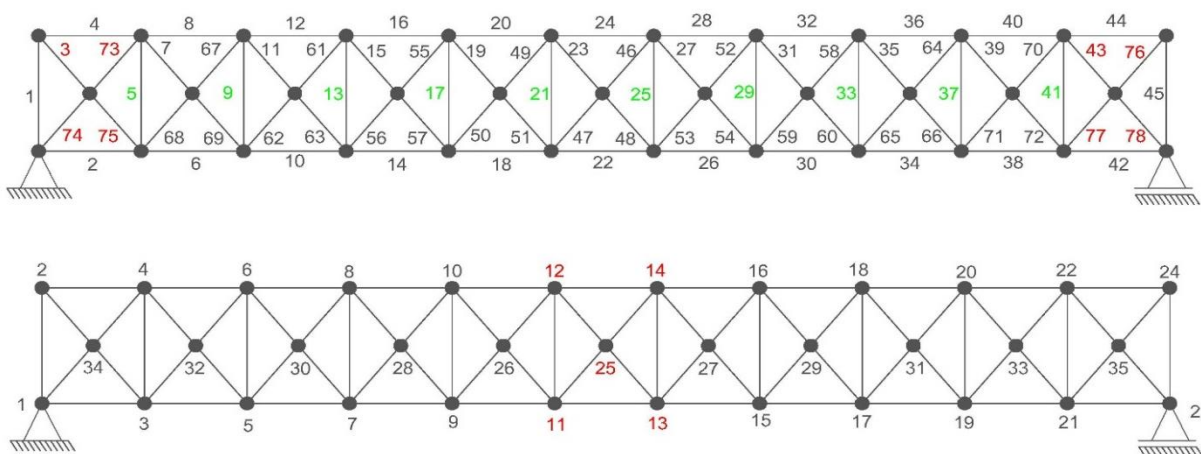
Na obr. 46 jsou vidět výsledky z numerického výpočtu deformace konstrukce ve směru osy y. Na obr. 47 jsou vidět výsledky z numerického výpočtu napjatostních poměrů v konstrukci.

V tab. 7 jsou porovnány výsledky analytického a numerického výpočtu a v procentech vyčíslena odchylka.

	Výpočet				Výpočet		
	Analyt.	Numer.			Analyt.	Numer.	
Prut	Napětí (MPa)		Δ (%)	Prut	Napětí (MPa)		Δ (%)
3	36,1	36,1	0,002	37	-0,1	-0,1	0,036
5	1,1	1,1	0,001	43	-37,5	-37,5	0,002
11	23,3	23,3	0,000	56	-15,9	-15,9	0,000
14	28,8	28,8	0,000	62	-23,3	-23,3	0,002
15	15,9	15,9	0,001	73	-37,5	-37,5	0,002
16	-28,8	-28,8	0,001	74	-39,9	-39,9	0,001
22	33,2	33,2	0,000	75	33,7	33,7	0,001
24	-33,2	-33,2	0,000	76	36,1	36,1	0,002
30	28,8	28,8	0,000	77	33,7	33,7	0,001
32	-28,8	-28,8	0,001	78	-39,9	-39,9	0,001

	Výpočet		
	Analyt.	Numer.	
Styčník	Deform. (mm)		Δ (%)
5	7,40	7,40	0,009
6	7,40	7,40	0,000
7	10,16	10,16	0,008
8	10,16	10,16	0,004
30	8,94	8,94	0,007
11	13,07	13,07	0,002
12	13,07	13,07	0,002
13	13,07	13,07	0,002
14	13,07	13,07	0,002
25	13,29	13,29	0,004

Tab. 7: Porovnání výsledků analytického a numerického výpočtu



Obr. 48: Schéma mostu pro porovnání analytického výpočtu s numerickým

Barvy prutů a styčníků v tabulce korespondují s obr. 35 v kap. 5.3.9. Pro snazší čtení výsledků je tento obrázek uveden znovu jako obr. 48.

6.2.4 Zhodnocení

Z tab. 7 je patrné, že výsledky z analytického a numerického řešení spolu velmi dobře korespondují, odchylka je v tisícinách procent, což obnáší různé numerické chyby a zaokrouhlování při zpracování výsledků. Tímto je ověřena správnost analytického výpočtového modelu.

6.3 2D výpočtový model s použitím vetknutí

6.3.1 Model geometrie, vazeb a zatížení

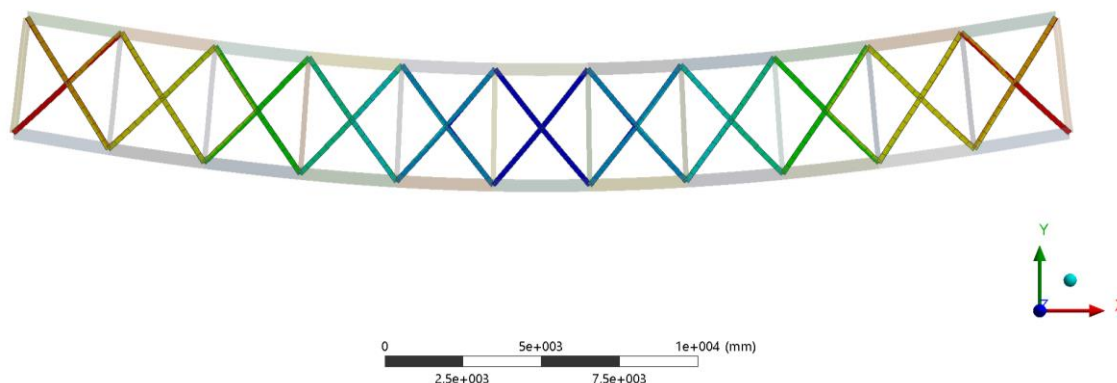
Model geometrie je použit stejný jako v kap. 6.2, jen s tím rozdílem, že prvky LINK byly nahrazeny prvky BEAM, které mají kromě posuvů v jednotlivých uzlech také natočení jako neznámý parametr. Tedy s použitím těchto prvků lze ve styčnicích model vazby rotační nahradit modelem vazby vetknutí, který je blíže skutečnosti, kde jsou jednotlivé pruty k sobě snýtovány nebo sešroubovány.

Zatížení zůstává stejné jako ve všech předchozích modelech. Z hlediska vazeb je nutné navíc oproti předcházejícímu případu omezit celkovou rotaci konstrukce kolem osy x právě kvůli charakteru prvků BEAM. Celý výpočtový model je dostupný v příloze G.

Byla provedena konvergence sítě. Pod hodnotou délky prvku 0,3 m dochází ke změně napětí menší než 0,1 MPa, proto síť s délkou prvku 0,3 m je pro tuto práci dostatečná.

6.3.2 Vykreslování výsledků

U tohoto výpočtového modelu se (stejně jako v kap. 6.2.2) objevuje tzv. „zašednutí“ prutů, ovšem z jiného důvodu. V programu přednastavené nástroje pro zobrazování výsledků nedokáží zobrazit napětí na těle (line body), které má přiřazený profil jiný než programem předdefinovaný. Na obr. 49 jsou výsledky vykreslené pomocí Equivalent stress (von-Mises). Jediný nástroj, který zobrazuje napětí na všech prutech, je „Direct stress“ v záložce „Beam tool“. Ten ale uvažuje pouze napětí pouze od tahu a tlaku.



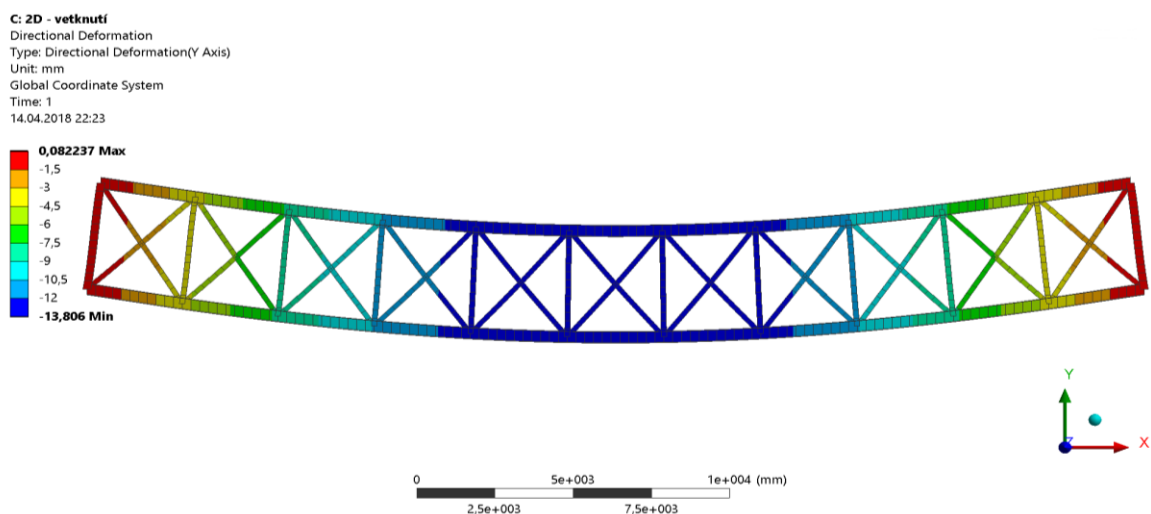
Obr. 49: Zobrazení napětí pomocí nástroje Equivalent stress

Pro zjednodušení tvorby „User defined results“ je napětí vykresleno jako redukované, kdy je složeno ze dvou normálových napětí – napětí od ohybu a napětí od tahu/tlaku. Napětí je spočítáno pomocí příkazů SMISC1, SMISC 2 a SMISC 3, které pro BEAM prvky znamenají axiální sílu, ohybový moment podle os y a podle osy z, dle následujícího

$$\sigma_{red} = \frac{|M_o|}{J} * \frac{h}{2} + \frac{|F|}{S}$$

kde $\frac{h}{2}$ má význam nejzazšího vlákna, které je ohybem namáháno. Ohybový moment a kvadratický moment průřezu v tomto vztahu nejsou indexovány z toho důvodu, že obě veličiny jsou vztaženy k lokálnímu souřadnému systému jednotlivých příčných průřezů a tedy je nutné toto indexování řešit pro každý prut zvlášť. Také z toho důvodu jsou průběhy ohybového momentu v kap. 6.3.3 vykresleny do dvou obrázků.

6.3.3 Výsledky a srovnání



Obr. 50: Výsledek výpočtu v Ansys Workbench – deformace ve směru osy y

Maximální hodnota průhybu, která i v této variantě zůstala uprostřed mostu – konkrétně ve styčniku 25 (podle obr. 48), vzrostla z hodnoty 13,285 mm na 13,806 mm (o 3,9 %), přestože by se dalo očekávat, že záměna rotačních vazeb ve styčnicích za vetknutí zvýší tuhost celé konstrukce.

	Prvek				
	LINK	BEAM			
Prut	Napětí od ax.sil (MPa)	Red. Napětí (Mpa)	Oh. moment (Nm)	Δ (%)	
3	36,1	34,9	37,6	234,2	4
73	37,5	36,3	40,4	345,9	8
74	39,9	38,8	40,8	173,2	2
75	33,7	32,5	36,5	347,5	9
22	33,2	32,9	37,4	9026,9	13
24	33,2	32,9	37,4	9026,9	13
5	1,1	0,9	10,3	906,6	861
41	1,1	0,9	10,3	906,6	861
1	7,8	7,8	19,5	5284,9	151
45	7,8	7,8	20,4	5673,2	162

Tab. 8: Porovnání výsledků při použití prvků Link a Beam;
 číslování prutů odpovídá obr. 48;
 poslední sloupec – Δ – je srovnání napětí od axiálních sil prvků LINK
 a redukovaného napětí prvků BEAM;
 pruty jsou seřazeny podle druhů profilů v pořadí A, B, C, D a odděleny

Vysvětlení tohoto zdánlivého nesouladu se nachází v analýze napětí na obr. 51 a v tab. 8. Použitím vazby vetknutí je omezeno natočení prutů ve vazbách, čímž při zatížení nutně vzniká ohybový moment, jenž způsobuje normálové napětí v prutech. To má za následek zvýšení vnitřní energie soustavy o složku od ohybového momentu, a tedy podle Castiglianovy věty (kap. 4.3) i přímý vliv na deformační posuvy.

Největší ohybový moment vzniká v horizontálních prutech (průřez B), na napětí se to ovšem příliš neprojeví, jak je patrné v tab. 8 u prutů č. 22 a 24. Důvodem je, že tyto pruty mají vysokou hodnotu kvadratického momentu průřezu (viz. obr. 7). Průběh ohybového momentu v těchto prutech je vidět na obr. 52.

Nejnižší nárůst napětí je v příčných prutech, zde jsou konkrétně vybrány pruty č. 3, 73, 74 a 75, a to v řádu jednotek procent. Tyto pruty mají sice velice nízkou ohybovou tuhost (viz hodnota kvadratického momentu průřezu na obr. 7), nevzniká u nich ovšem velký ohybový moment.

C: 2D - vetknutí

Normálové napětí A

Expression: $\sqrt{((\text{smisc3} * 1000) / 85479,2)^2 + \text{sqrt}((\text{smisc1} / 4320))^2}$

Time: 1

14.04.2018 22:29

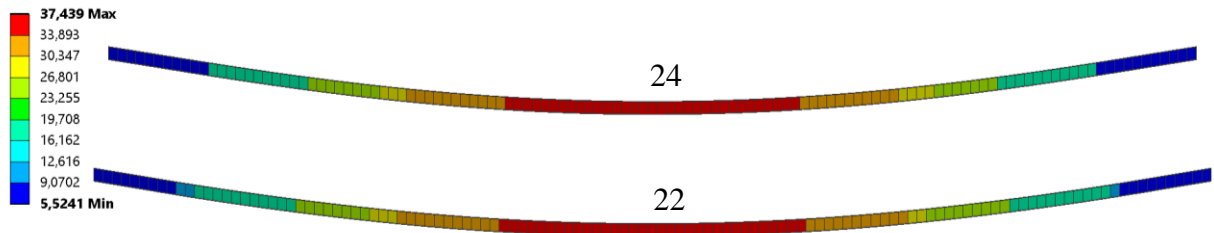


Normálové napětí B

Expression: $\sqrt{((\text{smisc2} * 1000) / 1967862,5)^2 + \text{sqrt}((\text{smisc1} / 18300))^2}$

Time: 1

14.04.2018 22:27



Normálové napětí C

Expression: $\sqrt{((\text{smisc3} * 1000) / 96505,9)^2 + \text{sqrt}((\text{smisc1} / 5150))^2}$

Time: 1

14.04.2018 22:27

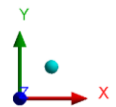
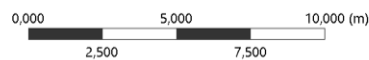


Normálové napětí D

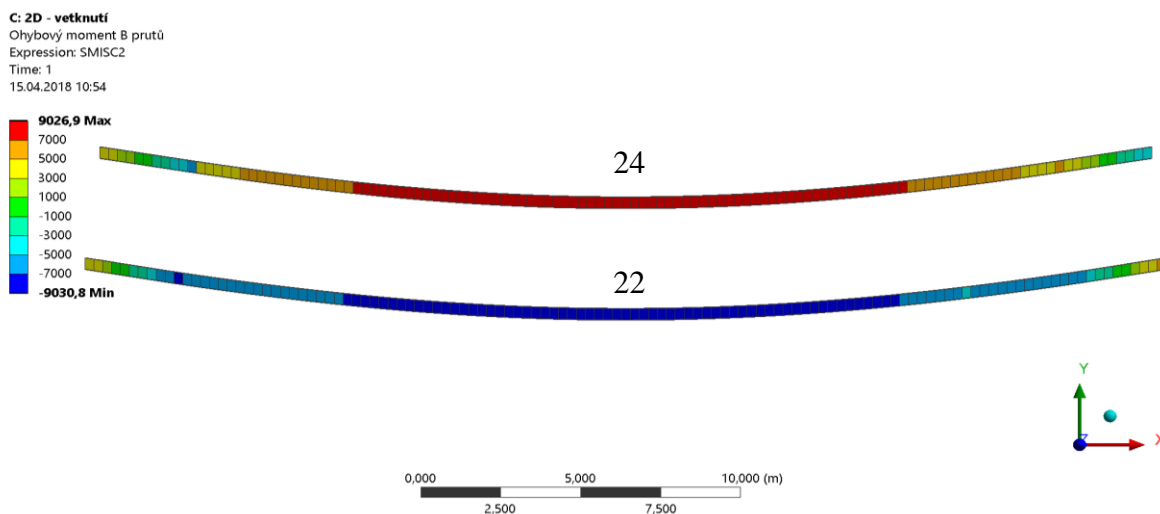
Expression: $\sqrt{((\text{smisc3} * 1000) / 448386,6)^2 + \text{sqrt}((\text{smisc1} / 17600))^2}$

Time: 1

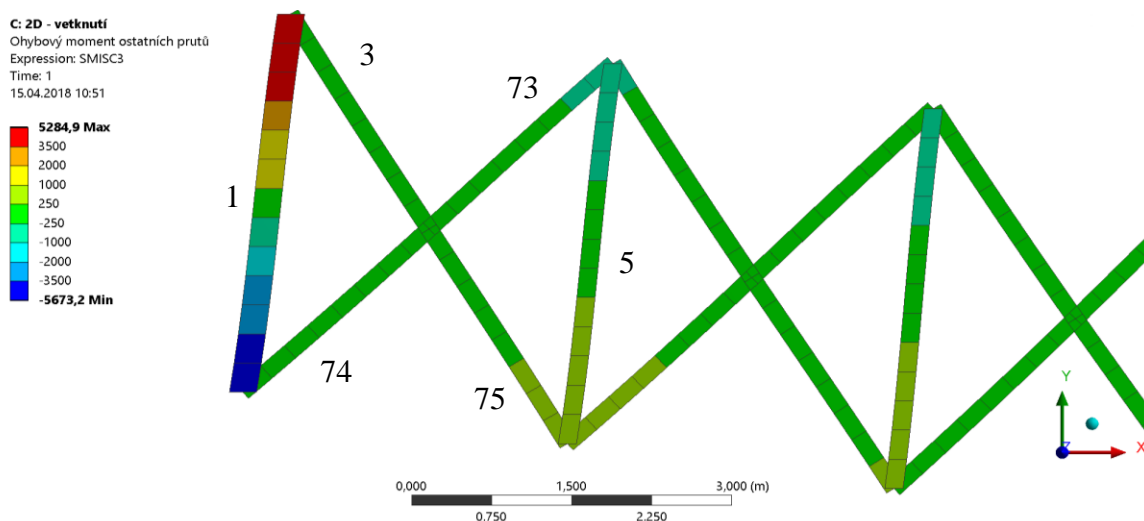
14.04.2018 22:28



Obr. 51: Výsledek výpočtu v Ansys Workbench – redukované napětí



Obr. 52: Výsledek výpočtu v Ansys Workbench – pruty B - průběh ohybového momentu



Obr. 53: Výsledek výpočtu v Ansys Workbench – pruty A, C, D - průběh ohybového momentu

Poměrně značný nárůst napětí je u prutů vertikálních (s příčným průřezem označeným C), a to v řádu stovek procent. Těmito pruty, v tab. 8 jsou to č. 5 a 41, není přenášeno vysoký ohybový moment, ovšem nárůst napětí je téměř desetinásobný. To je způsobeno nízkou ohybovou tuhostí použitého profilu. Pruty typu D, konkrétně č. 1 a 45, je přenášeno značný ohybový moment. Ovšem nárůst napětí není tak extrémní jako u prutů typu C (č. 5 a 41) z důvodu relativně velké ohybové tuhosti.

Z obr. 53 je patrné, že nárůst ohybového momentu a v důsledku toho i nárůst napětí se realizuje právě v okolí vazeb. Pro názornost je na tomto obrázku zvolen detail místo pohledu na celou konstrukci.

6.3.4 Zhodnocení

Z analýzy výsledků tohoto výpočtového modelu, ze kterého je odstraněn další zjednodušující prvek – styčníky jako rotační vazby, vyplývá, že konstrukce již přestává být prutovou soustavou a stává se rámovou konstrukcí. A to z toho důvodu, že pruty už nepřenášejí pouze osové zatížení, což je jeden ze základních předpokladů prutových konstrukcí. V rámové konstrukci, tedy v tomto výpočtovém modelu, se pruty snaží zachovávat ve vazbě úhel, pod kterým jsou spojeny, a vzniká v nich ohybový moment.

Tuhost konstrukce je díky těmto přídavným (vnitřním) zatížením navzdory očekávání nižší, tzn. hodnota průhybu je vyšší.

Lokálně je nárůst napětí až v řádu stovek procent. Tyto lokální nárůsty napětí jsou pouze v místech s nízkou hodnotou nominálního napětí, tedy nemají vliv na hodnocení mezních stavů. Maximální napětí se v konstrukci se zvýšilo v řádu jednotek procent, tedy i pokles celkové bezpečnosti k MSP se realizuje v řádu jednotek procent, což nezkreslí výrazně hodnocení bezpečnosti v rámci výpočtového modelu analytického (staticky neurčitého). Přihlédne-li se k tomuto faktu v procesu vyhodnocování výsledků analytického modelu, pak se jeví pro analýzu bezpečnosti jako dostačující.

Bezpečnost na vzpěr u rámové konstrukce není hodnocena z důvodu přítomnosti ohybového momentu.

Fakt, že na místo s největší hodnotou ohybového momentu byly vybrány pruty s nejvyšší ohybovou tuhostí, značí vhodnou volbu profilů při stavbě mostu.

6.4 2D výpočtový model s použitím vetknutí v tíhovém poli

6.4.1 Model geometrie, vazeb a zatížení

Tento výpočtový model se liší od modelu předchozího (kap. 6.3) pouze změnou způsobu zatěžování. Zatížení je v tomto modelu koncipováno tím způsobem, že je konstrukce vložena do tíhového pole. Takto je zohledněna spojitě rozložená hmotnost prutů. Následně se do styčnicků rovnoměrně rozdělí „zbývající“ zatížení (od mostovky, prutů pod mostovkou, apod.) tak, aby v součtu síla od obou druhů zatížení rovnala síle použité v předchozích výpočtových modelech. Obsah tohoto odstavce je demonstrován na obr. 54.

E: 2D - vetknutí - tíhové pole

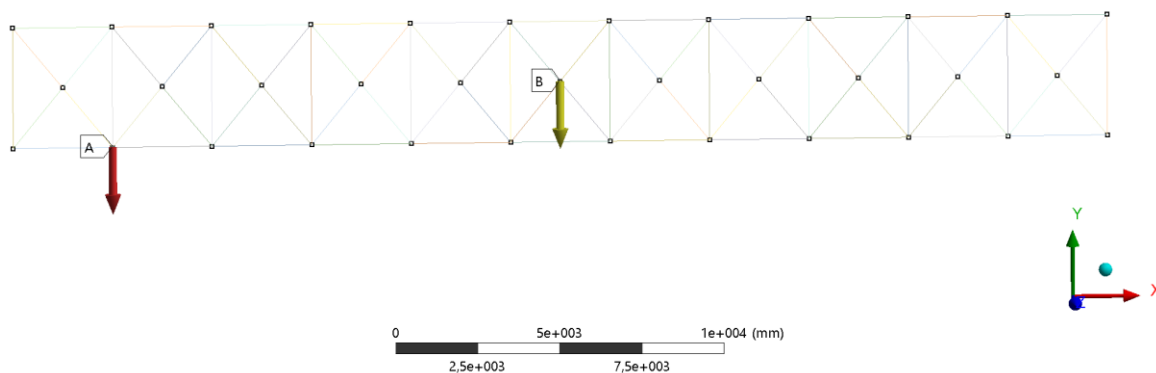
Force

Time: 1, s

22.04.2018 21:02

A Force: 4,2026e+005 N

B Standard Earth Gravity: 9806,6 mm/s²



Obr. 54: Model zatížení mostu s vlivem tíhového pole

6.4.2 Výsledky a srovnání

Z důvodu nízké vypovídací hodnoty (rozdíl je ve většině případů tak malý, že se neprojeví na změně barev) nejsou k výsledkům v této kapitole uvedeny obrázky.

Pro lepší porovnání výsledků jsou vybrány do tabulky 9 stejné pruty jako v předchozí kapitole (6.3).

Se změnou charakteru zatížení došlo k zanedbatelné změně maximální hodnoty deformace, a to z 13,806 mm na 13,813 mm (o 0,05 %)

Prut	Reduk. Napětí (MPa)			Ohyb. moment (Nm)		
	bez G	s G	Δ (%)	bez G	s G	Δ (%)
3	37,6	37,6	-0,2	234,2	233,1	-0,5
73	40,4	41,0	1,4	345,9	370,4	7,1
74	40,8	41,4	1,5	173,2	232,3	34,1
75	36,5	37,8	3,5	347,5	435,1	25,2
22	37,4	37,7	0,8	9026,9	9407,8	4,2
24	37,4	37,7	0,8	9026,9	9404,4	4,2
5	10,3	10,1	-1,9	906,6	901,1	-0,6
41	10,3	10,1	-1,9	906,6	901,1	-0,6
1	19,5	19,9	1,8	5284,9	5506,0	4,2
45	20,4	21,0	3,1	5673,2	5894,3	3,9

Tab. 9: Porovnání výsledků bez tíhového pole (bez G) a s uvážením tíhového pole (s G);
 číslování prutů odpovídá obr. 48;
 pruty jsou seřazeny podle druhů profilů v pořadí A, B, C, D a odděleny

Téměř u všech prutů (kromě prutů s příčným průřezem C – v tab. 9 jsou to pruty č. 5 a 41) došlo k nárůstu maximálních hodnot napětí. U prutů č. 74 a 75 je poměrně značný nárůst ohybového momentu. Tento se projeví na nárůstu napětí pouze v řádu jednotek procent. U prutů č. 22 a 24 je největší nárůst ohybového momentu o téměř 400 Nm. Jak již bylo dříve zmíněno, tyto pruty mají vysokou ohybovou tuhost, proto je nárůst napětí v důsledku ohybového momentu v těchto prutech minimální.

6.4.3 Zhodnocení

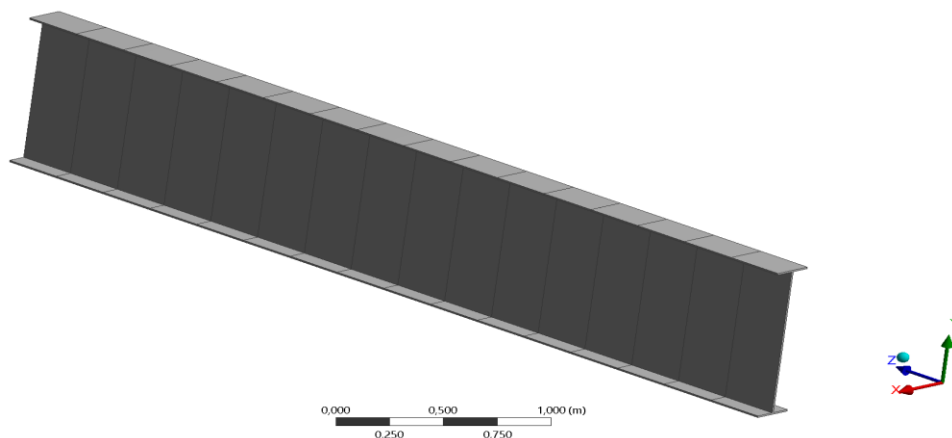
Při zatížení s uvážením vlivu tíhového pole je hodnota deformace téměř nezměněna (procentuální změna je o 2 řády nižší než změna napětí). Dochází ovšem ke zvýšení napětí (většiny srovnávaných) prutů. Z těchto dvou faktů je možné odvodit, že aplikovaná změna charakteru zatížení nemá vliv na celkovou vnitřní energii napjatosti konstrukce (deformace nezměněna), ale pouze dojde k přerozdělení napětí podél prutů.

Nárůst napětíových maxim v konstrukci je v řádu jednotek procent oproti předchozímu výpočtovému modelu. Napětíová odchylka tohoto modelu a modelu předchozího se v součtu pohybuje rovněž v řádu jednotek procent, maximálně okolo 10 %, což je stále akceptovatelné z hlediska použití (staticky neurčitěho) analytické modelu k hodnocení mezních stavů.

6.5 Model 3D symetrický

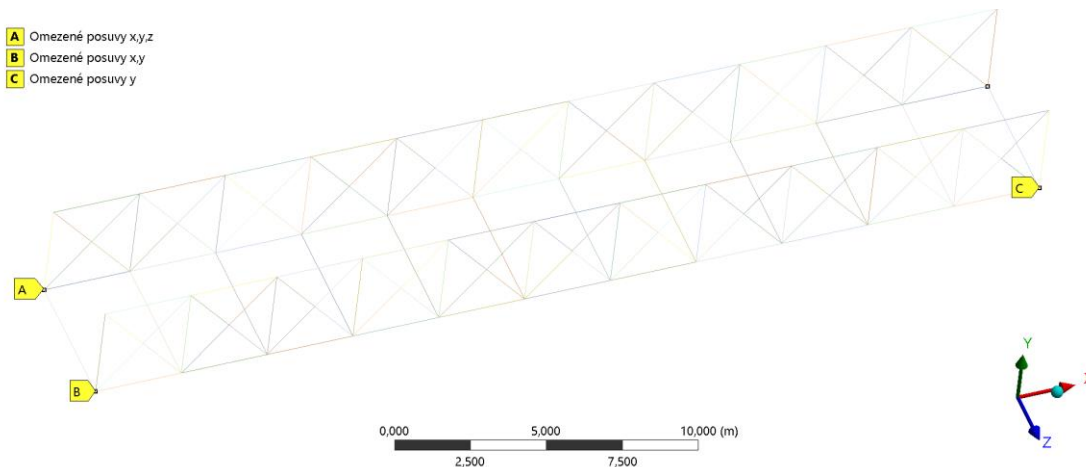
6.5.1 Model geometrie, vazeb a zatížení

Geometrie pro tento výpočtový model je vytvořena tím způsobem, že dvě nosná „křídla“ (počítaná v kap 6.4) jsou spojena pruty ve směru osy z (souřadného systému použitého v předchozím modelu, viz např. obr. 54), které nesou betonovou mostovku (dále jsou referovány jako „spojovací“). Tento prut je klasického I průřezu, jak je vidět na obr. 55, s rozměry příčného průřezu 900x200x10 mm v tomto pořadí výška, šířka a tloušťka stěny a s délkou 4800 mm.



Obr. 55: Spojovací prut ve směru osy z

Z hlediska vazeb se tento model liší od minulého pouze v tom, že je potřeba řešit jinak posuvy mostu ve směru osy z , protože ve skutečné konstrukci je v tomto směru zabráněno

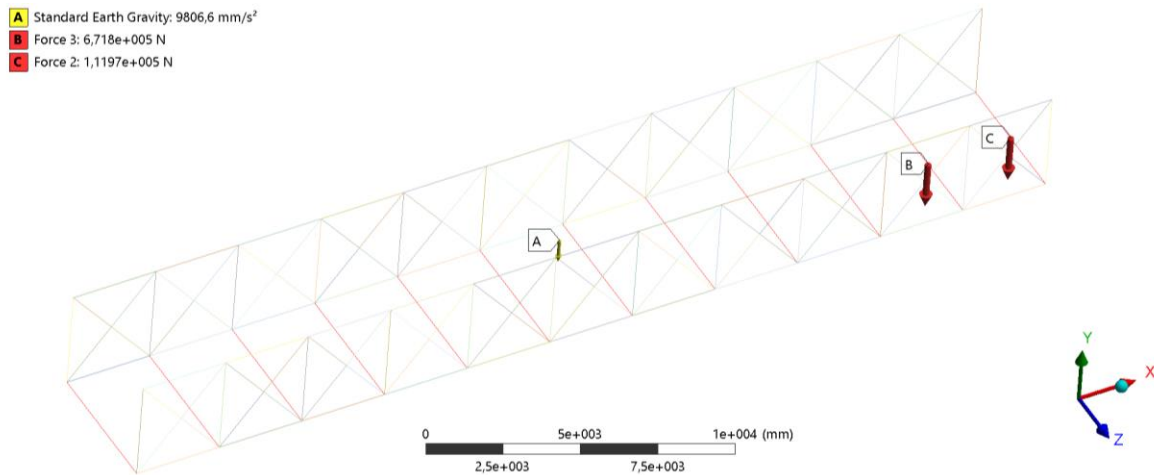


- A** Omezené posuvy x, y, z
- B** Omezené posuvy x, y
- C** Omezené posuvy y

Obr. 56: Spojovací prut ve směru osy z ;
značka C náleží oběma krajním bodům vpravo

pohybu mostu jako celku, ovšem deformaci samotných spojovacích prutů nic nebrání. Řešení vazeb je zobrazeno na obr. 56.

Zatížení je realizováno s uvažováním tíhového pole stejným způsobem jako v předchozím výpočtovém modelu (kap. 6.4.1) s tím rozdílem, že zatížení od mostovky je místo do styčnicků rozloženo po délce spojovacích prutů, jak je patrné z obr. 57. Zatížení C náleží krajním spojovacím prutům, zatížení B těm ostatním. Toto rozdělení zatížení bylo zvoleno z toho důvodu, aby model co nejlépe korespondoval s předchozím 2D modelem a byl co nejlépe



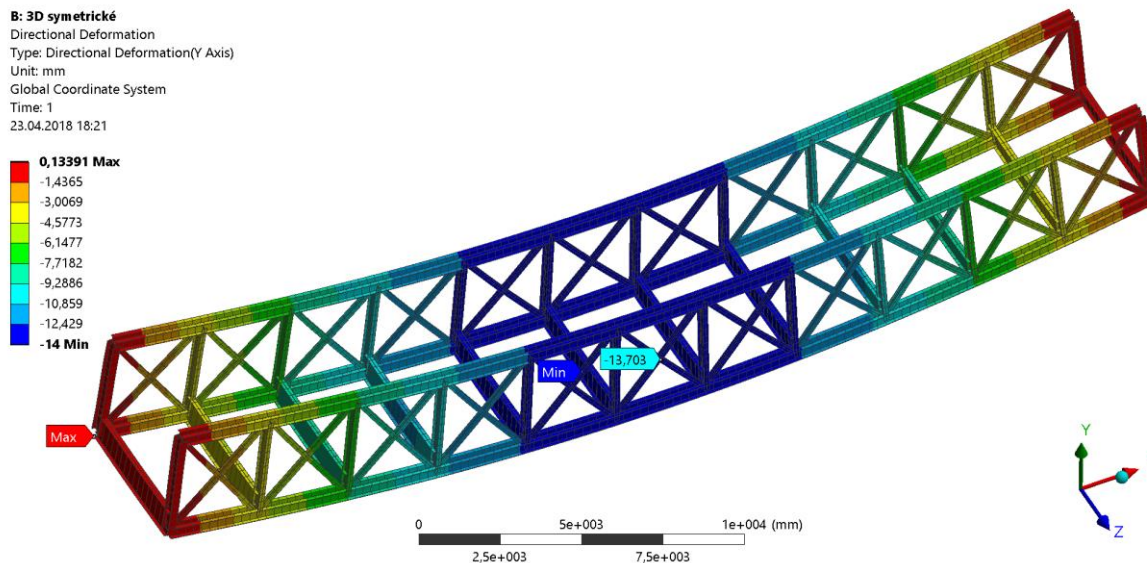
Obr. 57: Zatížení 3D symetrického výpočtového modelu

srovnatelný. Zatížení je rozpočítáno podle následujícího předpokladu. Síla ze styčnicku, kde pruty tvoří „X“, se rozdělí na spojovací pruty stejným dílem. Potom na krajní spojovací pruty, které nemají styčnick „X“ z obou stran, se přenese síla ze 2,5 styčnicků a na spojovací pruty ostatní, které mají výše zmiňovaný styčnick z obou stran, se přenese síla ze 3 styčnicků.

6.5.2 Výsledky a srovnání

Největší hodnota deformace stoupla z $13,813\text{ mm}$ na 14 mm . Toto srovnání je ovšem zavádějící z toho důvodu, že onen zmíněný průhyb 14 mm je realizován ohybem spojovacího prutu vlivem tíhy mostovky. Při porovnání průhybu mostu ve stejném styčnicku jako v předchozím výpočtovém modelu (hodnota v rámečku na obr. 58) se sníží z $13,813\text{ mm}$ na $13,703\text{ mm}$ (o $0,8\%$).

Průběhy napětí zde nejsou zobrazeny ze stejného důvodu jako v kap. 6.4.2.



Obr. 58: Deformace ve směru y 3D symetrického výpočtového modelu

Napětí na některých prutech se liší od předchozího výpočtového modelu v řádu jednotek procent. Vyjimku tvoří pouze pruty č. 5 a 41, ve kterých došlo poměrně ke značnému nárůstu napětí. Vzhledem k nízké nominální hodnotě napětí není tento nárůst nikterak významný. Maxima napětí ve spojovacích prutech se pohybují v rozmezí 12 až 15 MPa.

Prut	Red. Napětí (MPa)		Δ (%)
	2D s G	3D	
3	37,6	37,4	-0,4
73	41,0	41,1	0,3
74	41,4	39,7	-4,1
75	37,8	39,1	3,2
22	37,7	37,4	-1,0
24	37,7	37,7	-0,1
5	10,1	12,2	21,5
41	10,1	12,2	21,5
1	19,9	19,1	-4,0
45	21,0	20,4	-3,1

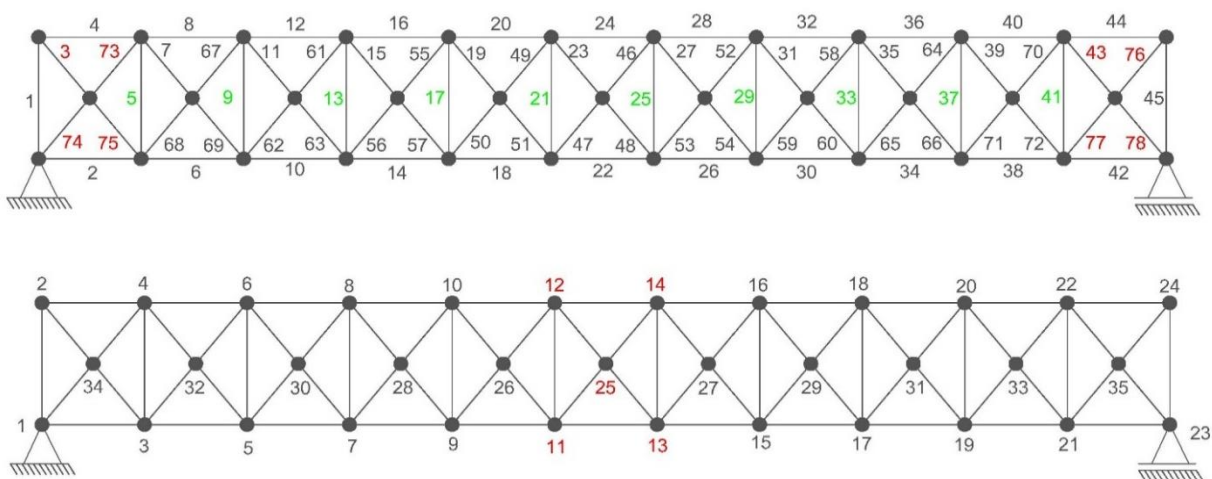
Tab. 9: Porovnání výsledků modelu 2D vetknutí s vlivem tíhového pole a 3D modelu; číslování prutů odpovídá obr. 48 nebo 59; pruty jsou seřazeny podle druhů profilů v pořadí A, B, C, D a odděleny

6.5.3 Srovnání s analytickým modelem

Na předchozích stranách je nově vytvořený výpočtový model vždy porovnáván s výpočtovým modelem předchozím. To dává pouze představu o tom, jaký vliv má na výsledky daný dílčí zjednodušující faktor (např. nahrazení rotačních vazeb vetknutími). Čím se ovšem jde dále od modelu s prvky LINK - ekvivalent analytického modelu, tím méně je patrná celková odlišnost nově vytvořených modelů od již zmíněného analytického. Právě toto srovnání poskytuje tato kapitola.

Prut	Red. Napětí (MPa)		Δ (%)
	LINK	3D	
3	36,1	37,4	3,6
73	37,5	41,1	9,6
74	39,9	39,7	-0,5
75	33,7	39,1	16,0
22	33,2	37,4	12,5
24	33,2	37,7	13,5
5	1,1	12,2	1045,3
41	1,1	12,2	1045,3
1	7,8	19,1	145,1
45	7,8	20,4	161,7

Tab. 10: Porovnání výsledků modelu 2D vetknutí s vlivem tíhového pole a 3D výp. modelu; číslování prutů odpovídá obr. 48 nebo 59;



Obr. 59: Schéma mostu pro porovnání analytického výpočtu s numerickým; stejný jako obr. 48 a 35 – uveden znovu pro lepší čtení tabulky s výsledky

Nárůst napětí v prutech č. 5, 41, 1 a 45 se zdá být relativně vysoký, ovšem jak již bylo zmíněno dříve v této práci, tento nárůst je nedůležitý z hlediska hodnocení mezních stavů z důvodu nízkých nominálních hodnot napětí. V tomto ohledu tedy nevádí, že dochází k výrazné odchylce od analytického modelu.

Z hlediska potenciálně nejnebezpečnějších míst, tedy prutů s čísly 3, 73, 74, 75, 22 a 24, je nárůst napětí do 16% (hodnoty v tab. 10). Maximální napětí vzrostlo z hodnoty 39,9 MPa v analytickém staticky neurčitým modelu na 41,1 MPa, tedy pouze o 1 %. Tento rozdíl není tak zásadní, aby se nedal „schovat“ do bezpečnosti při hodnocení MSP v analytickém řešení. I při hodnocení napětí v jednotlivých prutech, například v přítomnosti trhliny, není odchylka v nejzatíženějších prutech tak významná, aby se nedal použít analytický výpočtový model.

6.5.4 Zhodnocení

Změnou umístění zatížení ze styčnicků na spojovací pruty se přerozdělí napětí v konstrukci. Hodnoty napětí i průhybu (nepočítaje průhyby spojovacích prutů) se mírně snížily. Dá se tedy říci, že tuhost celé konstrukce se mírně zvýšila. Pravděpodobně má vliv na zvýšení tuhosti i přidání nosných elementů (ozn. jako spojovací pruty).

Dále ze srovnání tohoto výpočtového modelu s analytickým vyplývá to, že analytický model je dostačující pro výpočet této prutové konstrukce. Odchylky mezi modely mohou být v dostatečné míře vykompenzovány bezpečností.

6.6 Model 3D nesymetrický

6.6.1 Model geometrie, vazeb a zatížení

Z výpočtového modelu již byly odstraněny téměř všechny zjednodušující předpoklady. Model geometrie tedy odpovídá původní geometrii mostu viditelné na obr. 6 na 21. straně této práce. Oproti předchozímu modelu se liší tím, že na každé straně je přidán nesymetricky jeden segment (je to viditelné z obr. 60). Most se tím pádem prodloužil přibližně o 3 m.

Vazby odpovídají předchozímu výpočtovému modelu. Pouze jsou, s ohledem na přidání segmenty, posunuty tak, aby se nacházely na kraji mostu.

Rovněž zatížení odpovídá předchozímu modelu s tím rozdílem, že tentokrát bylo zatížení mostovky rozděleno rovnoměrně mezi všechny spojovací pruty. Celková hodnota zatížení zůstává nezměněna.

6.6.2 Vykreslování výsledků

Výsledky jsou vykreslovány dle principu popsaného v kapitole 6.3.2 s jediným rozdílem. Konstrukce je nesymetrická, a to má za následek, že kromě ohybového momentu ve směru osy z (dle globálního souřadného systému viditelného např. na obr. 60) již dosahuje nezanedbatelné hodnoty ohybový moment ve směru osy y. Proto je vzorec pro redukované napětí upraven na následující tvar

$$\sigma_{red} = \frac{|M_{oy}|}{J_y} * \frac{h_z}{2} + \frac{|M_{oz}|}{J_z} * \frac{h_y}{2} + \frac{|F|}{S}$$

6.6.3 Výsledky a srovnání

S ohledem na zvýšení celkové délky konstrukce, jak je popsáno výše, je vyšší i celkový průhyb mostu. Průhyb dosahuje hodnoty 17,217 mm ve spojovacím prutu. Došlo ke zvýšení o 23 % z hodnoty 14 mm ve stejném místě v předchozím výpočtovém modelu. Pro úplné znázornění charakteru deformace byly použity na obr. 60 tři pohledy (ve stejném měřítku) na konstrukci – z boku, shora a zepředu.

C: 3D nesymetrické

Directional Deformation

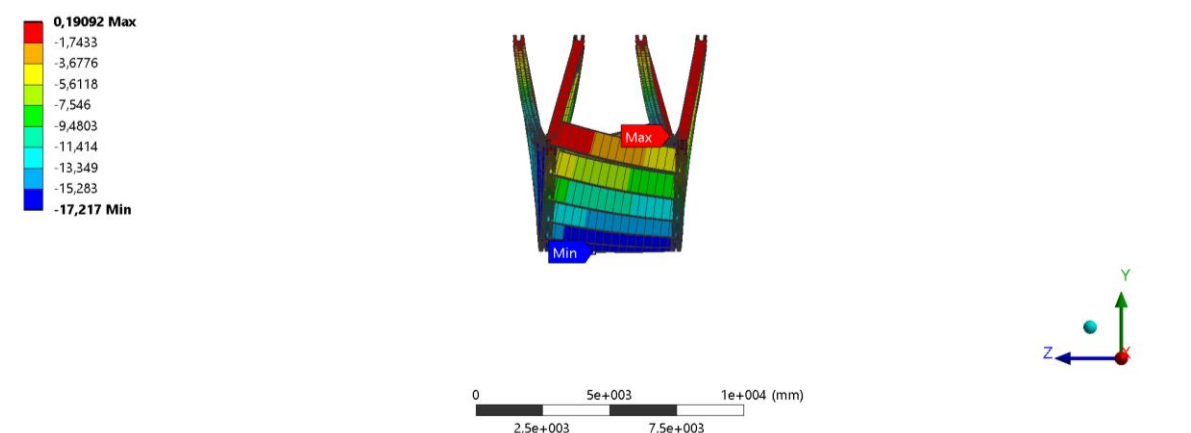
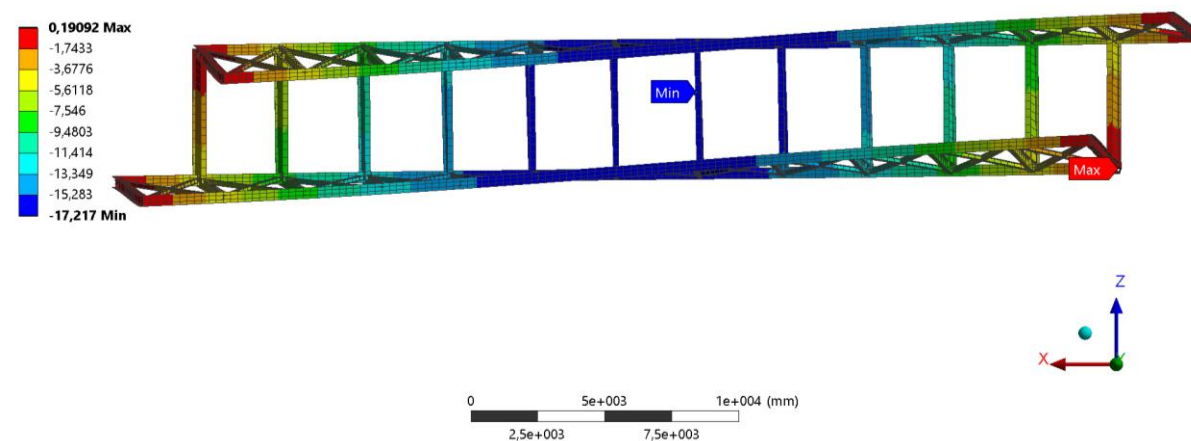
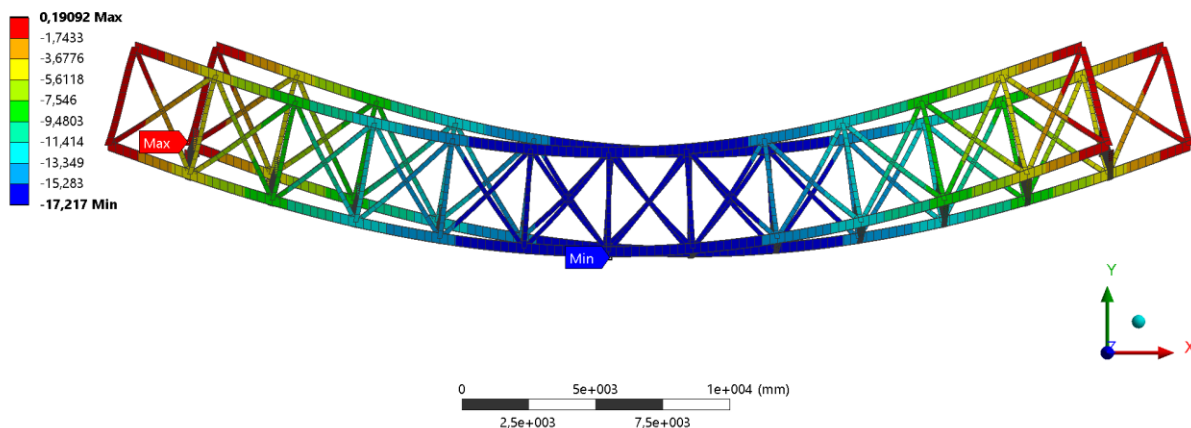
Type: Directional Deformation(Y Axis)

Unit: mm

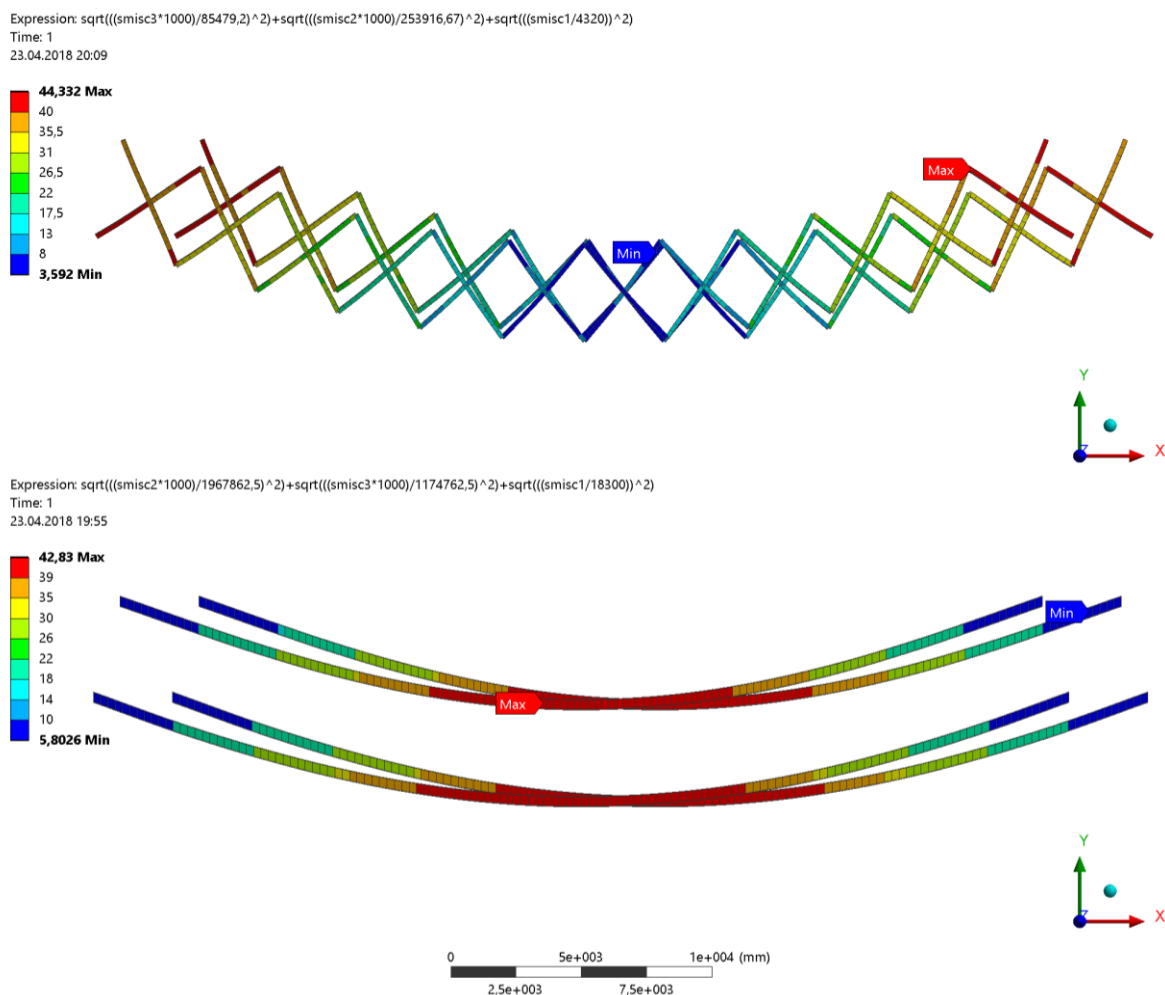
Global Coordinate System

Time: 1

23.04.2018 19:48



Obr. 60: Deformace ve směru osy y 3D nesymetrického mostu – zboku, shora, zepředu



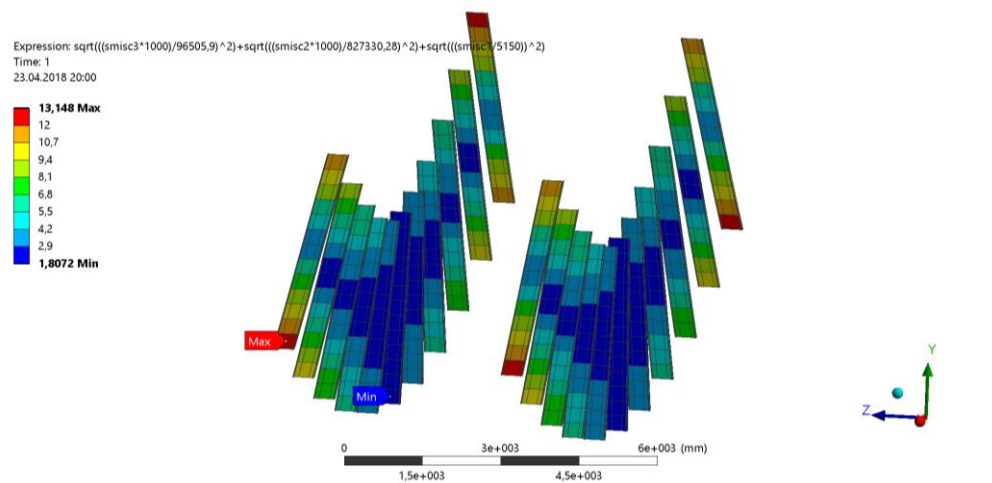
Obr. 61: Redukované napětí v prutech s typem příčného průřezu A a B

Nejvyšší hodnota napětí, konkrétně 44,3 MPa, je stále v prutu s příčným průřezem typu A. Ovšem největší nárůst napětí je zaznamenán v prutech typu B o hodnotě 13,6 %. Bezpečnost k MSP stále vychází dostatečně vysoká, konkrétně 5,64.

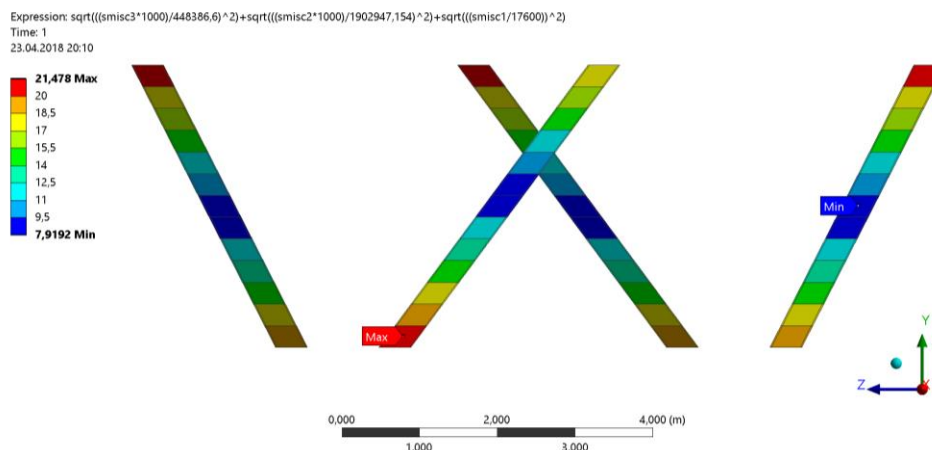
TPP	Red. Napětí (MPa)		
	SYM	NESYM	Δ (%)
A	41,1	44,3	7,9
B	37,7	42,8	13,6
C	12,2	13,1	7,4
D	20,4	21,5	5,4

Tab. 11: Porovnání napěťových maxim u jednotlivých typů prutů;
TPP – typ příčného průřezu

V prutech typu C a D nejsou velké hodnoty napětí ani významné nárůsty napětí, přesto jsou pro úplnost na obr. 62 a 63 zobrazeny. Je zvolen jiný přístup k zobrazení než u obr. 61 z důvodu špatné viditelnosti barevné škály a velké mezery mezi pruty (krajní – typ D).



Obr. 62: Redukované napětí v prutech s typem příčného průřezu C



Obr. 63: Redukované napětí v prutech s typem příčného průřezu D

6.6.4 Zhodnocení

Tento výpočtový model, jenž je ze všech vytvořených modelů nejbližší realitě, lze již těžce porovnat s modely předchozími. Hlavně z toho důvodu, že navrácení původní nesymetrie zvýší délku mostu. Z tohoto modelu jsou zřejmé nejvíce namáhané profily – profily typu A a B, konkrétní nejnamáhanější místa jsou obě maxima na obr. 61. Jsou tedy nalezena nejnebezpečnější místa z hlediska hodnocení mezních stavů. Výsledná bezpečnost je stále dostatečně vysoká, a i při dalším zatížení mostu je k dispozici dostatečná rezerva, než dojde ke vzniku MSP.

7 Závěr

Cílem této práce byla napjatostně deformační analýza vybrané prutové konstrukce. Byl vybrán most patřící Třineckým železárnám.

V rešeršní části byla snaha získat technickou dokumentaci k objektu, nejlépe původní. Tu ovšem Třinecké železárny nemají k dispozici. Byl získán pouze výkres vypracovaný pro účely opravy mostu. Obsahoval některé rozměry mostu, ovšem pro potřeby této práce byly tyto informace nedostatečné. Proto byl most s povolením majitele objektu přeměřen a na základě těchto údajů byl vytvořen 3D model, jenž byl následně použit k vytvoření výpočtových modelů. Další údaje nutné pro tuto práci, například hustoty použitých materiálů pro výpočet hmotnosti mostu nebo mez kluzu oceli pro hodnocení mezního stavu pružnosti, bylo nutné odhadnout.

Následně byla vypracována teorie, jejíž znalost byla nutná pro řešení problematiky, kterou se zabývala tato práce. Jednalo se zejména o teorii z oblasti statiky a pružnosti, pevnosti. Konkrétně byla rozebrána teorie lineární pružnosti a pevnosti, Saint-Venantův princip, Castiglianova věta, výsledné vnitřní účinky, prutová teorie (definice prutu, prutových předpokladů, prutové napjatosti a prutové soustavy), prostý tah – tlak včetně energie napjatosti a aplikace Castiglianovy věty, mezní stav pružnosti, mezní stav vzpěrné stability a hodnocení bezpečnosti. Vzhledem k využití numerických výpočtů byla také přiblížena podstata Metody konečných prvků – Lagrangeův variační princip, aproximace, diskretizace, základní rovnice a základní prvky.

Výpočet byl rozdělen na část analytickou a část numerickou. Analytický výpočet byl proveden pro dva 2D výpočtové modely, které se lišily množstvím zavedených zjednodušujících předpokladů. U obou výpočtových modelů byly posuzovány dva zátěžné stavy a to zatížení vlastní tíhou a vozidlem. Prvním výpočtovým modelem byl zvolen ten nejjednodušší možný, tzn. byla zavedena symetrie a byly odebrány nosné elementy pro dosažení statické určitosti. V dalším výpočtovém modelu již byly ponechány všechny nosné elementy při zavedené symetrii, což znamenalo, že model byl staticky neurčitý. Tyto modely byly následně srovnány. Numerickým výpočtem byl analytický staticky neurčitý model nejdříve verifikován a následně byly vytvářeny numerické výpočtové modely s cílem co největšího přiblížení se realitě. V rámci toho byly analyzovány vlivy jednotlivých zjednodušujících předpokladů jak na napjatost v konstrukci a její deformaci, tak na použitelnost analytického výpočtového modelu. Poslední výpočtový model odpovídá

skutečnému mostu. Všechny numerické výpočty byly prováděny pouze pro zatížení vlastní tíhou.

U staticky určitého modelu při zatížení vlastní tíhou vyšla maximální hodnota napětí a průhybu $71,5 \text{ MPa}$ a $18,13 \text{ mm}$. Bezpečnosti k meznímu stavu pružnosti (MSP) a meznímu stavu vzpěrné stability (MSVS) v tomto pořadí byly spočteny na 3,5 a 2. U tohoto modelu byl dále analyzován průjezd vozidla ve třech fázích – vozidlo na začátku, uprostřed a na konci mostu. Největší napětí v konstrukci bylo s vozidlem na začátku a na konci mostu v tomto pořadí tahových a tlakových $102,5 \text{ MPa}$. S vozidlem uprostřed bylo jen o málo nižší, proto bezpečnost k MSP vyšla pro všechny tři stavy podobná, přibližně 2,5. Největší deformace byla pochopitelně s vozidlem uprostřed mostu, konkrétně $28,3 \text{ mm}$. Bezpečnost k MSVS vyšla nejnižší při zátěžném stavu, kdy maximální napětí bylo tlakové, tedy s vozidlem na konci mostu. Konkrétní hodnota byla 1,4. S uvážením toho, že MSVS je horší z obou hodnocených mezních stavů a dále s nejistotou vstupních údajů, byla bezpečnost vyhodnocena jako nízká. Jako příčina takto nízké bezpečnosti byla uvedena absence velkého množství nosných elementů, kvůli které vznikly v konstrukci slabé články.

Ve výpočtu staticky neurčitého modelu při zatížení vlastní tíhou vyšla maximální hodnota napětí téměř poloviční o hodnotě $39,8 \text{ MPa}$, zatímco deformace klesla přibližně o třetinu na hodnotu $13,3 \text{ mm}$. Tato, při provádění výpočtů neočekávaná, skutečnost byla vysvětlena tím, že napětí je veličina lokální, proto mělo vyztužení konstrukce na napětí větší vliv než na deformaci, jenž je veličinou integrální, tedy se sečetly všechny vlivy od základového tělesa až po vyhodnocované místo. Bezpečnosti se oproti staticky určitému modelu několikanásobně zvýšily, konkrétní hodnoty k MSP a MSVS v tomto pořadí jsou 6,26 a 14,37. Další zátěžný stav je analyzován pouze pro vozidlo uprostřed mostu, jelikož tento model již neobsahuje výše zmíněné slabé články, které byly na krajích mostu, a tedy není nutné krajní polohy kontrolovat. Maximální hodnoty napětí a průhybu se zvýšily na $53,9 \text{ MPa}$ a $20,4 \text{ mm}$. Hodnoty bezpečnosti se snížily na 4,63 a 10,64. Při dalším přetěžování mostu by bylo nejdříve dosaženo MSP při hmotnosti vozidla $m_t = 400\,000 \text{ kg}$. Tento fakt byl vyhodnocen jako pozitivní z toho důvodu, že při dosažení MSP nedochází nutně ke ztrátě funkce.

Primárním cílem numerického výpočtu bylo ověření správnosti analytických výsledků. Ve srovnání se výsledky obou metod lišily v řádu tisícín procent, což byla zanedbatelná odchylka. Tímto byl analytický model verifikován.

Další numerické výpočtové modely již byly tvořeny v rámci analýzy vlivu jednotlivých zjednodušení a snahy přiblížit se co nejvíce skutečnosti – jak bylo zmíněno dříve. V následujícím bylo odstraněno zjednodušení použité pro modelování styčnicků. Použitá vazba rotační se nahradila vazbou omezující natočení – vetknutím, které lépe popisuje reálné poměry, kdy nosníky jsou sešroubovány nebo snýtovány. Omezení natočení ve vazbě je spojeno s přítomností ohybového momentu. S uvážením tohoto faktu již model nesplňoval předpoklady pro prutovou soustavou - stala se z něj rámová konstrukce. Navzdory předpokladu, že se tímto zásahem zvýší celková tuhost konstrukce, vzrostla maximální hodnota průhybu z hodnoty 13,3 mm na 13,8 mm (o 3,9 %). Z analýzy napětí následně vyplynulo, že sice došlo k mírnému snížení napětí od axiálních sil, ovšem redukováné napětí v nosnicích vlivem přítomnosti ohybového momentu vzrostlo. V místech relevantních pro hodnocení MSP je tento nárůst napětí do 10 %. Nárůstem napětí došlo ke zvýšení energie napjatosti soustavy, což je podle Castiglianovy věty v přímém vztahu ke zvětšení průhybu konstrukce. Na základě těchto faktů bylo zhodnoceno, že nárůst napětí není tak velký, aby se nedal zahrnout do koeficientu bezpečnosti při použití analytického výpočtu.

Jelikož most v této fázi výpočtu přestal být prutovou konstrukcí, jak bylo popsáno v odstavci výše, odpadla nutnost aplikace zatížení pouze ve styčnicích. Byl tedy do výpočtu zahrnut vliv tíhového pole a spojitě rozložené hmotnosti nosníků. Z výsledků vyplynulo, že vzrostla maximální hodnota deformace na 14 mm. Došlo i ke změně polohy maximální deformace, která se přemístila z prostředního styčnicku mostu na spodní prostřední prut mostu. Pro lepší zhodnocení nově zavedených vlivů byla brána v úvahu hodnota deformace v místě původního maxima, která zůstala v tomto výpočtovém modelu nezměněna. Z hlediska napětí došlo k nárůstu napěťových špiček v hodnotách do 2 %. Byly ovšem, mezi nosníky vybranými k analýze, zaznamenány i poklesy napětí. Z těchto faktů, a z nezměněné hodnoty průhybu v místě prostředního styčnicku, byl vyvozen závěr, že nedošlo k celkovému nárůstu napětí v konstrukci, pouze k jeho přerozdělení.

V dalším výpočtovém modelu došlo k přechodu ze 2D do 3D. Maximální hodnota průhybu zůstala nezměněna. Hodnota deformace v prostředním styčnicku mostu poklesla přibližně o 1 %. V analýze napětí se objevily nárůsty i poklesy napětí o velikostech do 4 % původních hodnot. Maximální hodnota napětí v konstrukci zůstala nezměněna, ovšem z mírného poklesu deformace v místě relevantního srovnání se dá usoudit, že došlo k celkovému snížení napětí v celé soustavě. Tento model byl následně srovnán se staticky neurčitým

analytickým modelem. Srovnání přineslo poznatky, že změna napětí v nejzatíženějších prutech se pohybuje v řádu jednotek procent, maximálně do 16 %. Hodnota maximálního napětí se liší pouze o 1 %. Lze tedy konstatovat, že analytický model staticky neurčitý je dostačující pro výpočet napětí a hodnocení mezních stavů prutové soustavy.

Poslední výpočtový model, jenž byl v této práci vytvořen, se blížil reálnému mostu nejvíce, jelikož v něm bylo počítáno i s nesymetrií konstrukce. Tento model již nebyl porovnáván s analytickým řešením hlavně z toho důvodu, že se tímto zásahem konstrukce přibližně o 3 m prodloužila. Bezpečnost i po zvýšení napětí v konstrukci, které je nezvratným důsledkem prodloužení mostu, je stále dostatečně vysoká s hodnotou 5,6. I při dalším zatížení mostu je stále k dispozici rezerva, než nestane MSP.

Lze tedy s konečnou platností uzavřít, že nosná konstrukce mostu je dostatečně bezpečná pro účely, pro které je most v současné době používán. Dále je možné konstatovat, že model prutové soustavy je v dostačující míře použitelný pro výpočet této konstrukce i konstrukcí podobných, a že odchylky způsobené zjednodušeními, které jsou aplikované pro splnění předpokladů prutové konstrukce, nejsou tak výrazné, aby se nedaly kompenzovat vhodnou volbou koeficientu bezpečnosti.

Literatura

- [1] TRÁVNÍČEK, Karel. Co je příhradová konstrukce a k čemu slouží. *Stavitelův blog* [online]. [cit. 2018-03-06]. Dostupné z: <http://stavitel.blogger.cz/Clanky/Co-je-prihradova-konstrukce-a-k-cemu-slouzi>
- [2] Wikipedia contributors. Quebec Bridge. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2018-03-06]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Quebec_Bridge&oldid=828092702
- [3] Wikipedia Commons contributors. File:Pont de Québec, vue est.jpg. *Wikipedia Commons: the free media repository* [online]. [cit. 2018-03-06]. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Pont_de_Qu%C3%A9bec,_vue_est.jpg&oldid=74745521
- [4] Wikipedia Commons contributors. File:Pont de Quebec 1907.jpg. *Wikipedia Commons: the free media repository* [online]. [cit. 2018-03-06]. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Pont_de_Quebec_1907.jpg&oldid=285546047
- [5] LÁNÍK, Jaroslav. Československo a poválečná pomoc UNRRA. *Vojenský historický ústav Praha* [online]. [cit. 2018-03-06]. Dostupné z: <http://www.vhu.cz/ceskoslovensko-a-povalecna-pomoc-unrra/>
- [6] *Mapy.cz* [online]. [cit. 2018-03-06]. Dostupné z: <https://mapy.cz/>
- [7] LEINVEBER, Jan, Jaroslav ŘASA a Pavel VÁVRA. *Strojnické tabulky*. 3., dopl. vyd., dot. Praha: Scientia, 1999. ISBN 80-7183-164-6.
- [8] Tabulky a výpočty. *Tzbinfo* [online]. 2001 [cit. 2018-05-19]. Dostupné z: <https://stavba.tzb-info.cz/tabulky-a-vypocty/58-hodnoty-fyzikalnich-velicin-vybranych-stavebnich-materialu>
- [9] HORNÍKOVÁ, Jana. *Pružnost a pevnost: Interaktivní učební text*. Brno: CERM, 2003. ISBN 80-7204-268-8.

- [10] Wikipedia Commons contributors. File:Limit surface according to Tresca depicted in Haigh's space.svg. *Wikipedia Commons: the free media repository* [online]. [cit. 2018-03-06]. Dostupné z:
https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Limit_surface_according_to_Tresca_depicted_in_Haigh%27s_space.svg&oldid=218326949
- [11] JANÍČEK, Přemysl. *Mechanika těles: pružnost a pevnost I*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-214-2592-x.
- [12] FLORIAN, Zdeněk, Emanuel ONDRÁČEK a Karel PŘIKRYL. *Mechanika těles: statika*. Vyd. 7., V Akademickém nakladatelství CERM 2. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3440-0.
- [13] *T 158-8P5R36/341*-produktový list. Kopřivnice: TATRA TRUCKS a.s., 2017, dostupné z: <http://appweb.tatra.cz/nabidkove-listy/nabidkovy-list-vypis.aspx?aplikace=8P5R36341&jazyk=cz&nl=20685&konf=1&pdf=1>
- [14] PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech* [online]. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky [cit. 2018-03-06]. Dostupné z:
<http://www.umt.fme.vutbr.cz/images/opory/MKP%20v%20inzenyrskych%20vypoctech/RIV.pdf>
- [15] TechSoft Engineering, spol. s r.o. *Ansys Workbench* [online]. [cit. 2018-03-06]. Dostupné z: <https://www.techsoft-eng.cz/ansys-2/komplexni/ansys-workbench/>
- [16] Wikipedia contributors. Ansys. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2018-03-06]. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Ansys&oldid=822781010>
- [17] JOHNSON, David. *Mechanical Engineering* [online]. 14.8.2017 [cit. 2018-04-14]. Dostupné z: http://engr.bd.psu.edu/davej/classes/lec_ppbeams.html
- [18] NOVÁK, T. Napjatostně deformační analýza rozhledny Hraniční vrch. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 88 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D

Přílohy

Příloha	Název	Popis
A	A_vojenský_most_pracovní.dwg	Výkresová dokumentace firmy Třinecká projekce a.s.
B	B_Příčné_průřezy	Výkresová dokumentace příčných průřezů použitých v konstrukci
C	C_Skripty_staticky_urč	Výpočet staticky určité varianty v programu Matlab
D	D_Vysledky_vypoctu.xlsx	Kompletní výsledky všech výpočtů
E	E_St_neurc_rovnice.pdf	Výpis rovnic ke staticky neurčité variantě
F	F_Skripty_staticky_neurč	Výpočet staticky neurčité varianty v programu Matlab
G	G_verifikace.wbpz	Archiv výpočtů v programu Ansys Workbench (v18.2+)

Pozn.: Název bez koncovky .xxx značí složku