



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY

ÚSTAV INTELIGENTNÍCH SYSTÉMŮ

DEPARTMENT OF INTELLIGENT SYSTEMS

**DETEKCE A LOKALIZACE LASEROVÉHO PAPRSKU VE
VNĚJŠÍM PROSTŘEDÍ**

LASER BEAM DETECTION AND LOCALIZATION IN THE EXTERNAL ENVIRONMENT

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

LUCIE HORŇANSKÁ

VEDOUCÍ PRÁCE

DRAHANSKÝ, Ph.D.

SUPERVISOR

Prof. Ing., Dipl.-Ing. MARTIN

BRNO 2021

Zadání bakalářské práce



Studentka: **Horňanská Lucie**
Program: Informační technologie
Název: **Detekce a lokalizace laserového paprsku ve vnějším prostředí**
Laser Beam Detection and Localization in the External Environment
Kategorie: Umělá inteligence

Zadání:

1. Prostudujte literaturu týkající se zdrojů laserového záření (zejména vlnové délky, výkony) a existujících řešení pro detekci (zdroje) laserového záření ve volném prostoru.
2. Nasnímejte databázi alespoň 20 videí s laserovými paprsky za denního světla (s a bez oblačnosti) a 20 videí s laserovými paprsky v noci (s a bez oblačnosti). Pokuste se využít různých výkonů a vlnových délek.
3. Navrhněte a implementujte algoritmus zpracování obrazu/videa za účelem detekce (zdroje) laserového záření za daných světelných podmínek.
4. Proveďte experimentální ověření, zhodnoťte výsledky a navrhněte možná vylepšení.

Literatura:

- OSCHER, Gregory R. *Optical detection theory for laser applications*. 2002.
- ABBOOD, Wisam T.; HUSSEIN, Hiba K.; ABDULLAH, Oday Ibraheem. Industrial tracking camera and product vision detection system. *Journal of mechanical engineering research and developments*, 2019, 42.4: 277-280.

Podrobné závazné pokyny pro vypracování práce viz <https://www.fit.vut.cz/study/theses/>

Vedoucí práce: **Drahanský Martin, prof. Ing., Dipl.-Ing., Ph.D.**

Vedoucí ústavu: Hanáček Petr, doc. Dr. Ing.

Datum zadání: 1. listopadu 2020

Datum odevzdání: 30. července 2021

Datum schválení: 11. listopadu 2020

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá metodou detekce a lokalizace laserového paprsku ve vnějším prostředí. Teoretická část se zaměřuje na základní princip fungování laseru, jeho typy, legislativu, která jej upravuje, paprskovou optiku, typy kamer s možností použití fotografických filtrů, metody zpracování obrazu a detekce objektů v obraze. Praktická část představuje proces vytváření databáze snímků a popisuje návrh a implementaci algoritmu pro detekci laseru, jeho cílového bodu nebo zdroje v obraze a následnou lokalizaci v trojrozměrném souřadném systému. Nakonec jsou vyhodnoceny dosažené výsledky vytvořeného programu a předloženy možnosti zlepšení.

Abstract

This bachelor thesis aims on the method of laser beam detection and localization in the external environment. The theoretic part focuses on the basic principle of laser operation, its types, legislation that regulates them, beam optics, types of cameras with the possibility of using photographic filters, image processing and object detection methods in the image. The practical part presents the process of creating a database of images and describes the design and implementation of an algorithm for detecting the laser, its target point or source in the image and subsequent localization in a three-dimensional coordinate system. Finally, the achieved results of the created program are evaluated and the possibilities for improvement are presented.

Klíčová slova

laser, paprsková optika, Gaussovský svazek, zpracování obrazu, detekce objektů v obraze, triangulace, Python, OpenCV

Keywords

laser, beam optics, Gaussian beam, image processing, object detection in the image, triangulation, Python, OpenCV

Citace

HORŇANSKÁ, Lucie. *Detekce a lokalizace laserového paprsku ve vnějším prostředí*. Brno, 2021. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta informačních technologií. Vedoucí práce Prof. Ing., Dipl.-Ing. Martin Drahanský, Ph.D.

Detekce a lokalizace laserového paprsku ve vnějším prostředí

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracovala samostatně pod vedením pana Prof. Ing., Dipl.-Ing. Martina Drahanského, Ph.D. Uvedla jsem všechny literární prameny, publikace a další zdroje, ze kterých jsem čerpala.

.....
Lucie Horňanská
30. července 2021

Poděkování

Ráda bych poděkovala panu Prof. Ing., Dipl.-Ing. Martinovi Drahanskému, Ph.D. za poskytnutí odborné pomoci a za odborné vedení práce.

Obsah

1	Úvod	3
2	Lasery	4
2.1	Světlo	4
2.2	Princip fungování laseru	5
2.2.1	Laserové oscilace	5
2.2.2	Laserové zesilovače	6
2.2.3	Zpětná vazba a ztráta: Optický rezonátor	7
2.3	Typy laserů	9
2.3.1	Podle typu zesilovače	9
2.3.2	Podle tříd	10
2.4	Legislativa laserů	11
3	Paprsková optika	13
3.1	Gaussovský svazek	13
3.1.1	Komplexní amplituda	13
3.1.2	Vlastnosti	14
3.1.3	Transformace Gaussova svazku	21
3.2	Hermitovské-Gaussovské svazky	22
3.3	Laguerrovské-Gaussovské a Besselovské svazky	22
4	Detekce objektů v obraze	24
4.1	Kamery a objektivy	24
4.2	Fotografické filtry	25
4.2.1	Typy filtrů	25
4.3	Zpracování obrazu	26
4.3.1	Ekvalizace histogramu	27
4.3.2	SIFT	27
4.4	Více kamerové systémy	27
4.4.1	Epipolární geometrie	27
4.4.2	Fundamentální matice	28
4.4.3	Kamerová matice	28
4.4.4	Esenciální matice	28
4.4.5	Rekonstrukce kamer a struktury	29
5	Návrh a implementace	31
5.1	Použité technologie	31
5.1.1	PyCharm	31

5.1.2	Python	31
5.1.3	OpenCV	31
5.2	Datová sada	32
5.2.1	Měření Žuráň - Santon	32
5.2.2	Měření Fakulta informačních technologií Vysokého učení technického v Brně	33
5.3	Návrh a implementace metod	34
5.3.1	Algoritmus pro detekci laseru v obraze	34
5.3.2	Algoritmus pro lokalizaci laseru ve vnějším prostředí	36
6	Vyhodnocení	38
6.1	Detekce (zdroje) laseru v obraze	38
6.2	Lokalizace (zdroje) laseru ve vnějším prostředí	39
7	Závěr	41
	Literatura	42
A	Obsah paměťového média	44

Kapitola 1

Úvod

V nedávných letech jsou čím dál častější laserové útoky na posádky letadel ve vzdušném prostoru a dosud neexistuje cesta, kterou by se dal útočník vystopovat. Pilot letadla ohlásí čas a místo, kde byl oslněn, ale v rychlosti, kterou se letadlo pohybuje je téměř nemožné určit útočnickovu polohu. Tyto ohrožení laserovým paprskem jsou velmi nebezpečné, protože oslněný pilot může na několik sekund ztratit kompletní kontrolu nad řízením letadla a pokud například právě přistává, může to mít dalekosáhlé důsledky. Útoky se nemusí vztahovat jen na civilní lety, ohroženy mohou být i vojenská letadla při technických záletech nebo různých soutěžích, dále potom vrtulníky obranných a záchranných služeb. Z toho důvodu vznikla tato bakalářská práce ve spolupráci s Katedrou zbraní a munice Univerzity obrany, jejíž cílem je detekovat a lokalizovat laserové záření ve volném prostoru. Vytvořený program by mohl mít potenciál se s útočníky vypořádat nalezením jejich polohy a možnosti uložit jim odpovídající trest.

Princip jakým lze paprsek lokalizovat je využití soustavy několika stacionárních kamer. Laserový paprsek je v předzpracovaných snímcích s využitím ekvalizace histogramu nalezen metodou detekce místních prvků a souvisejících místních rysů v obraze. Prostorová informace laseru může být vypočítána pomocí triangulační metody s využitím trigonometrických funkcí a informací o kamerách, které byly použity k zachycení snímků.

V rámci obsahu kapitol je zde vysvětlen základní princip fungování, typy laserů, jejich legislativa, paprsková optika, druhy kamer a objektivů, možnosti použití fotografických filtrů, zpracování obrazu a vícekamerové systémy. Dále je navržen algoritmus pro detekci laserového paprsku, jeho lokalizace a vyhodnocení výsledků tohoto řešení na vytvořené testovací sadě.

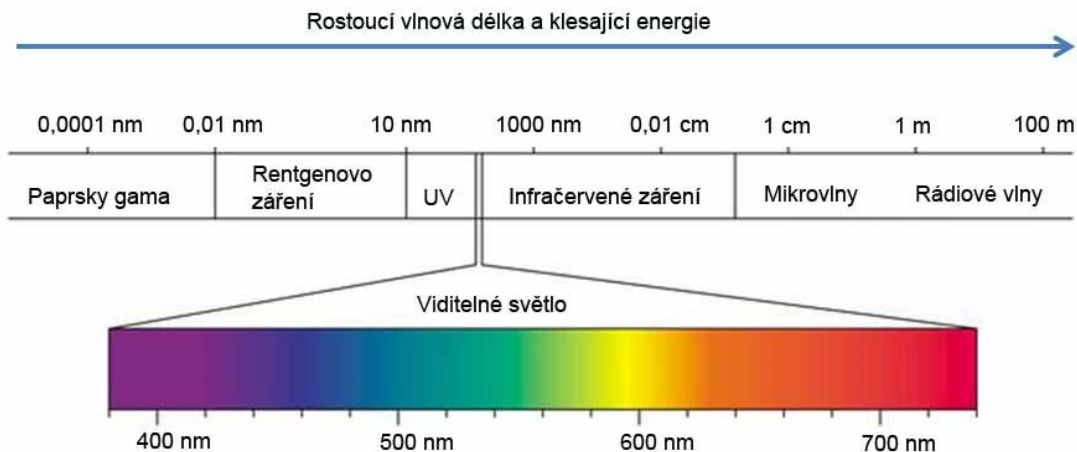
Kapitola 2

Lasery

LASER je zkratka pro zesílení světla stimulovanou emisí záření (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation). [18] Lasery se používají v nejrůznějších vědeckých a technických aplikacích, včetně komunikace, výpočtů, zpracování obrazu, ukládání informací, holografie, litografie, zpracování materiálů, geologie, metrologie, dálkoměru, biologie a klinické medicíny. [16]

2.1 Světlo

Elektromagnetické vlny se šíří v prostoru podle Maxwellových rovnic, zformulovanými Jamesem Clerkem Maxwellem. [18] Existuje široký spektrální interval elektromagnetických vln. Těmi, které jsou viditelné lidským okem, vlnami z ultrafialové a infračervené spektrální oblasti se zabývá optika [10]. V rámci vlnových délek je viditelné světlo možné detekovat v rozmezí od 450 nm do 650 nm (obr. 2.1).



Obrázek 2.1: Elektromagnetické spektrum a viditelné světlo. Převzato z [8] a upraveno.

Jako zdroje optického záření se často používají polovodičové zdroje záření, jakými jsou diody LED a laserové diody LD. Jsou vysoce účinné a spolehlivé, umožňují přesně zvolit rozsah vlnových délek. [18]

LED diody jsou součástky s vysokou zářivostí, vyzařují poměrně velké optické výkony, mají rychlou odezvu a vysokou kvantovou účinnost. [18]

Laserové diody jsou zařízení, které zesilují světlo a produkují vysoce směrový paprsek s vysokou intenzitou, který má nejčastěji velmi čistou frekvenci nebo vlnovou délku. Mohou snadno vyvrtat otvory v nejdolnějších materiálech a mohou spojit oddělené sítnice v lidském oku. Lasery mají obecně užší distribuci kmitočtů nebo mnohem vyšší intenzitu nebo mnohem vyšší stupeň kolimace nebo mnohem kratší dobu trvání pulzu, než je tomu u běžných typů světelných zdrojů. [17]

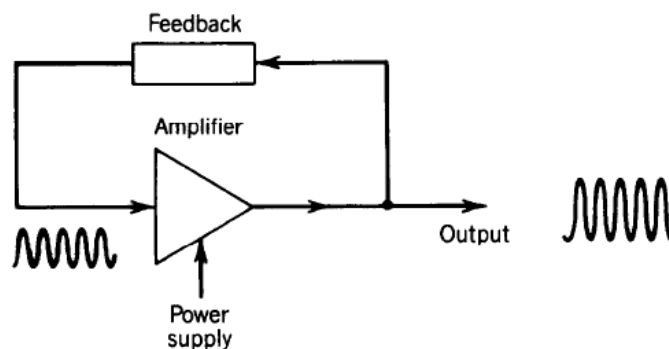
2.2 Princip fungování laseru

Laser využívá procesy, které zvyšují nebo zesilují světelné signály poté, co byly generovány jinými prostředky. Mezi tyto procesy patří stimulovaná emise a optická zpětná vazba. [17]

2.2.1 Laserové oscilace

Laser je optický oscilátor. Skládá se z rezonančního optického zesilovače, jehož výstup je přiváděn zpět na jeho vstup se shodnou fází (obrázek 2.2). Pokud nevzniká žádný vstup, není žádný výstup, takže zpětnovazební signál je také nulový. Taková situace ale nikdy nenastane. Na vstupu existuje vždy alespoň malé množství šumu, který obsahuje frekvenční složky ležící v šířce pásma zesilovače, a zahájí se tak proces oscilace. Vstup je zesílen a výstup je přiváděn zpět na vstup, kde prochází dalším zesílením. Tento proces se opakuje donekonečna tak dlouho, dokud nevznikne velký výstup. Další růst signálu omezuje saturace zesílení zesilovače, systém dosáhne ustáleného stavu a výstupní signál je vytvářen na frekvenci rezonance zesilovače. K oscilaci musí být splněny dvě podmínky: [16]

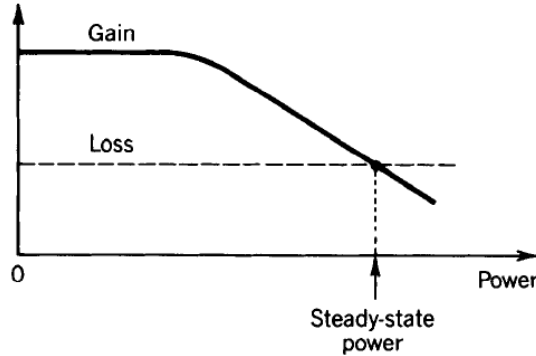
1. Zesílení zesilovače musí být větší než ztráta v systému zpětné vazby, aby došlo k čistému zesílení při zpáteční cestě smyčkou zpětné vazby.
2. Fázový posun v jedné kruhové cestě musí být násobkem 2π , aby se fáze zpětné vazby shodovala s fází původního vstupu.



Obrázek 2.2: Oscilátor je zesilovač s pozitivní zpětnou vazbou. Převzato z [16].

Při splnění těchto podmínek se systém stane nestabilní a začne oscilovat. S růstem oscilační síly se však zesilovač nasycuje a zisk klesá. Stabilního stavu je dosaženo, když se snížený zisk rovná ztrátě (obr. 2.3). Zisk pak pouze kompenzuje ztrátu, takže se cyklus

zesílení a zpětné vazby opakuje beze změny a následuje oscilace v ustáleném stavu. Protože zesílení a fázový posun jsou funkcí frekvence, jsou obě podmínky oscilace splněny pouze na jedné (nebo několika) frekvencích, které se nazývají rezonanční frekvence oscilátoru. [16]



Obrázek 2.3: Pokud je počáteční zisk zesilovače větší než ztráta, může dojít k zahájení kmitání. Zesilovač se pak nasycuje, načež se jeho zisk snižuje. Rovnovážného stavu je dosaženo, když se zisk rovná ztrátě. Převzato z [16].

2.2.2 Laserové zesilovače

Laserový zesilovač je úzkopásmový koherentní zesilovač světla. Zesílení je dosaženo stimulovanou emisí z atomového nebo molekulárního systému s přechodem, jehož zastoupení je převrácené, vyšší energetická úroveň je více zastoupena než nižší. Šířka pásma zesilovače je určena šířkou čáry atomového přechodu nebo nehomogenním rozšiřujícím mechanismem, jako je Dopplerův jev v plynových laserech. [16]

Laserový zesilovač je zařízení s distribuovaným ziskem charakterizované ziskovým koeficientem (zisk na jednotku délky) $\gamma(v)$, který určuje rychlost, s jakou se zvyšuje hustota fotonového toku ϕ (nebo optická intenzita $I = hv\phi$). Když je hustota toku fotonů ϕ malá, koeficient zisku je

$$\gamma_0(v) = N_0\sigma(v) = N_0\frac{\lambda^2}{8\pi t_{sp}}g(v), \quad (2.1)$$

kde

N_0 = rovnovážný rozdíl hustoty atomů

σ_0 = přechodový průřez

t_{sp} = spontánní životnost

$g(v)$ = tvar přechodových čar

λ = vlnová délka v médiu = λ_0/n , kde n = index lomu.

Jak se zvyšuje hustota toku fotonů, vstupuje zesilovač do oblasti nelineárního provozu. Nasycuje se a jeho zisk klesá. Proces amplifikace poté vyčerpává počáteční populační rozdíl N_0 , snižuje jej na $N = N_0/[1 + \phi/\phi_s(v)]$ pro homogenně rozšířené médium, kde

$\phi_s(v) = [\tau_s \sigma(v)]^{-1} =$ hustota fotonového toku

τ_s = časová konstanta nasycení, která závisí na dobách rozpadu příslušných energetických úrovní

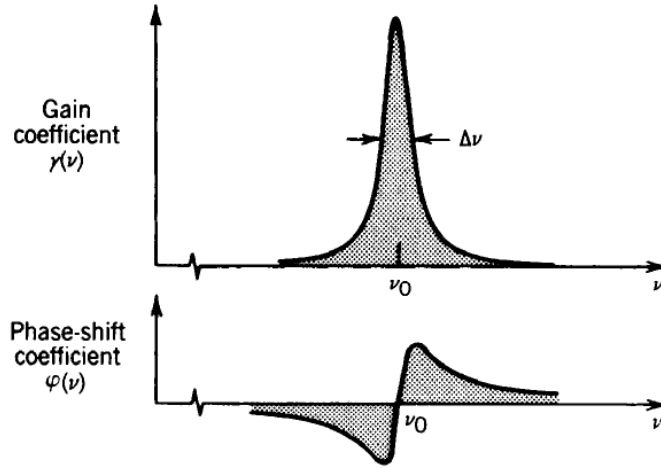
Ziskový koeficient nasyceného zesilovače je proto snížen na $\gamma(v) = N\sigma(v)$, takže pro homogenní rozšíření

$$\gamma(v) = \frac{\gamma_0(v)}{1 + \phi/\phi_s(v)}. \quad (2.2)$$

Proces laserového zesílení také zavádí fázový posun. Když je tvar čáry Lorentzova křivka s šířkou čáry Δv , $g(v) = (\Delta v/2\pi)/[(v-v_0)^2 + (\Delta v/2)^2]$, fázový posun zesilovače na jednotku délky je

$$\varphi(v) = \frac{v - v_0}{\Delta v} \gamma(v). \quad (2.3)$$

Koeficienty zesílení a fázového posunu pro zesilovač s Lorentzovou křivkou jsou znázorněny na obr. 2.4.



Obrázek 2.4: Spektrální závislost koeficientů zesílení a fázového posunu pro optický zesilovač s tvarem Lorentzovy křivky. Převzato z [16]

2.2.3 Zpětná vazba a ztráta: Optický rezonátor

Optické zpětné vazby se dosahuje umístěním aktivního média do optického rezonátoru. Fabry-Perotův rezonátor obsahující dvě zrcadla oddělená vzdáleností d obsahuje médium (index lomu n), ve kterém se nacházejí aktivní atomy zesilovače. Cestování médiem zavádí fázový posun na jednotku délky rovný vlnovému číslu

$$k = \frac{2\pi v}{c}. \quad (2.4)$$

Rezonátor také přispívá ke ztrátám v systému. Absorpce a rozptyl světla v médiu zavádí distribuovanou ztrátu charakterizovanou koeficientem útlumu α_s (ztráta na jednotku délky). Při cestování zpáteční cestou rezonátorem délky d je hustota toku fotonů snížena

o faktor $\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2 \exp(-2\alpha_s d)$, kde \mathcal{R}_1 a \mathcal{R}_2 jsou odrazy dvou zrcadel. Celková ztráta v jednom kruhovém letu může být tedy popsána celkovým efektivním koeficientem distribuované ztráty α_r , kde

$$\exp(-2\alpha_r d) = \mathcal{R}_1\mathcal{R}_2 \exp(-2\alpha_s d), \quad (2.5)$$

aby

$$\alpha_r = \alpha_s + \alpha_{m1} + \alpha_{m2}, \quad (2.6)$$

$$\alpha_{m1} = \frac{1}{2d} \ln \frac{1}{\mathcal{R}_1}, \quad (2.7)$$

$$\alpha_{m2} = \frac{1}{2d} \ln \frac{1}{\mathcal{R}_2}, \quad (2.8)$$

kde α_{m1} a α_{m2} představují příspěvky zrcadel 1, respektive 2. Příspěvek z obou zrcadel je

$$\alpha_m = \alpha_{m1} + \alpha_{m2} = \frac{1}{2d} \ln \frac{1}{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2}. \quad (2.9)$$

Protože α_r představuje celkovou ztrátu energie (nebo počet fotonů) na jednotku délky, $\alpha_r c$ představuje ztrátu fotonů za sekundu. Tedy

$$\tau_p = \frac{1}{\alpha_r c} \quad (2.10)$$

představuje životnost fotonu.

Rezonátor udržuje pouze frekvence, odpovídající fázovému posunu, který je násobkem 2π . Pro rezonátor postrádající aktivní atomy (tj. „studený“ rezonátor) je fázový posun $k2d = 4\pi\nu d/c = q2\pi$, což odpovídá módům kmitočtů

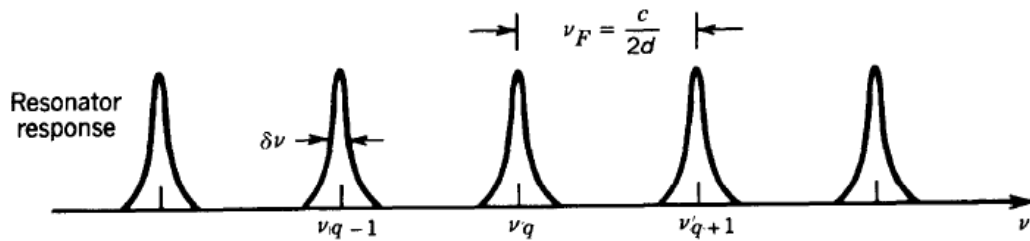
$$\nu_q = q\nu_F, \quad q = 1, 2, \dots, \quad (2.11)$$

kde $\nu_F = c/2d$ je vzdálenost módů rezonátoru a $c = c_0/n$ je rychlost světla v médiu (obr. 2.5). Spektrální šířka těchto rezonátorových módů je (plná šířka v polovině maxima)

$$\delta\nu \approx \frac{\nu_F}{\mathcal{F}} \quad (2.12)$$

kde \mathcal{F} je jemnost rezonátoru. Když jsou ztráty rezonátoru malé a jemnost velká,

$$\mathcal{F} \approx \frac{\pi}{\alpha_r d} = 2\pi\tau_p\nu_F. \quad (2.13)$$



Obrázek 2.5: Rezonátorové režimy jsou odděleny frekvencí $\nu_F = c/2d$ a mají šířky linky $\delta\nu = \nu_F/\mathcal{F} = 1/2\pi\tau_p$. Převzato z [16].

2.3 Typy laserů

2.3.1 Podle typu zesilovače

Laserové zesílení a oscilace jsou všudypřítomné a mohou probíhat v nejrůznějších médiích, včetně pevných látek (krystaly, skla a vlákna), plynů (atomové, iontové, molekulární a excimerické), kapalin (organické a anorganické látky) a plazmatu (při kterém dochází k působení rentgenového laseru). Aktivní médium může být také zajištěno energetickými hladinami elektronu v magnetickém poli, jako v případě laseru s volnými elektrony. [16]

Pevnolátkové lasery

Mezi laserových zesilovačů v pevné fázi se řadí:

- rubín,
- Nd^{3+} :YAG (neodymem dotovaný yttritý hliníkový granát),
- Nd^{3+} :sklo (neodymem dotované sklo),
- Er^{3+} :křemičité vlákno.

Po umístění do optického rezonátoru, který poskytuje zpětnou vazbu, se všechny tyto materiály chovají jako laserové oscilátory. [16]

Plynové lasery

Plynový laser je pravděpodobně nejčastěji se vyskytujícím typem laserového oscilátoru. Červeno-oranžový, zelený a modrý paprsek plynových laserů:

- He-Ne,
- Ar^+ ,
- He-Cd,
- Kr^+ .

Snadno produkují stovky milliwattů optického výkonu na vlnových délkách od 350 nm v ultrafialové až po 647 nm v červené barvě. Malé He-Ne lasery jsou tak běžné a levné, že je používají lektoři jako ukazovátka a v supermarketech jako čtečky čárových kódů.

Molekulární plynové lasery, jako je:

- CO_2 a
- CO,

které pracují ve střední infračervené oblasti spektra, jsou vysoce účinné a mohou produkovat velké množství energie.

Plynový laser s velkým významem v ultrafialové oblasti je excimerový laser. Excimery (např. KrF) existují pouze ve formě excitovaných elektronických stavů, protože složky jsou v základním stavu odpudivé. Halogenidy vzácných plynů snadno vytvářejí komplexy v excitovaném stavu, protože chemické chování excitovaného vzácného atomu plynu je podobné jako u alkalického atomu, který snadno reaguje s halogenem. [16]

Kapalinové lasery

Význam laserů z kapalných barviv vyplývá hlavně z jejich laditelnosti. Aktivní médium barvivového laseru je roztok organické sloučeniny barviva v alkoholu nebo ve vodě. Polymethinová barviva zajišťují oscilaci v červené nebo téměř infračervené oblasti, Xantenová barviva viditelná (500 až 700 nm), kumarinová barviva oscilují v modrozelené barvě (400 až 500 nm) a scintilátorová barviva v ultrafialové oblasti spektra (<400 nm). Například barvivo rhodamin-6G lze ladit v rozsahu od 560 do 640 nm. [16]

Plazmové rentgenové lasery

Byla zpracována řada různých typů rentgenových laserů. Účinek rentgenového laseru byl zjevně poprvé dosažen dramatickým experimentem provedeným vědci v Národní laboratoři Lawrence Livermore (LLNL) v roce 1980. K vytvoření rentgenových paprsků byla použita podzemní jaderná detonace, která sloužila k čerpání atomů v sestavě kovových tyčí. Rentgenový laserový pulz byl generován před detonací odpařením přístroje.

V sérii více kontrolovaných experimentů v Princetonské plazmové fyzikální laboratoři (PPPL) v New Jersey byl jako rentgenové laserové médium použit pevný uhlíkový disk. Na uhlík byl zaměřen laserový pulz CO₂. Infračervený laserový pulz generoval dostatečné teplo, aby od některých atomů uhlíku odstranil všechny elektrony, čímž vytvořil plazmu ionizovaného uhlíku (C⁶⁺) a sloužil jako čerpadlo. Plazma byla radiálně omezena použitím magnetického pole. Ochlazování plazmy na konci laserového pulsu vedlo k zachycení elektronů na $q = 3$ drahách vodíkových iontů C⁶⁺ a současně k nedostatku elektronů na drahách $q = 2$, což vedlo k populační inverzi. Rozpad elektronů z $q = 3$ na $q = 2$ byl doprovázen emisí rentgenových fotonů energie. [16]

Lasery s volnými elektrony

Volný elektronový laser využívá magnetické „kmitavé“ pole, které je vytvářeno periodickou soustavou magnetů se střídavou polaritou. Aktivní médium je relativistický elektronový paprsek pohybující se v poli wigglerů. Elektrony nejsou vázány na atomy, ale přesto nejsou skutečně volné, protože jejich pohyb je řízen kmitavým polem. Emisní vlnovou délku lze vyladit v širokém rozmezí změnou energie elektronového paprsku a periody magnetu. V závislosti na jejich konstrukci mohou FEL emitovat na vlnových délkách, které se pohybují od vakuového ultrafialového záření po vzdálenou infračervenou oblast. Několik příkladů provozování FEL je: ultrafialový FEL na univerzitě v Paříži, který pracuje poblíž 0,2 hodiny; viditelný FEL na Stanford University v Kalifornii), který působí v regionu od 0,5 do 22 hodin; střední infračervený FEL v Národní laboratoři Los Alamos (LANL) v Novém Mexiku, který působí v regionu od 9 do 0 hodin; a daleko infračervený FEL na Kalifornské univerzitě v Santa Barbaře, který pracuje v pásmu vlnových délek od 400 do 1000 hodin. [16]

2.3.2 Podle tříd

Lasery se klasifikují do tříd na základě jejich potenciálu způsobit zranění - zejména poškození očí, protože oko je nejvíce náchylné na přebytek laserového světla. Celkem existuje 7 tříd (1, 1M, 2, 2M, 3R, 3B a 4). Většina laserových produktů je ze zákona povinna mít štítek se zařazením do třídy. U spotřebitelských laserů s viditelným paprskem existují čtyři hlavní třídy - třída 2, třída 3R, třída 3B a třída 4. První dvě jsou pro oči relativně bezpečné, druhé dvě jsou nebezpečné. Všechny třídy však pro piloty a řidiče představují nebezpečí rozptý-

lení, oslnění nebo oslepení. Mířit laserem na letadlo nebo jedoucí vozidlo je nebezpečné a nezákonné a hrozí trest odnětí svobody. [11]

Třída 2

Lasery třídy 2 jsou pro běžný provoz bezpečné, jejich výstupní výkon je nižší než 1 miliwatt. Mohou se prodávat jako laserová ukazovátka. Třída 2 je také označována římskými číslicemi jako třída II.

Pokud by člověk úmyslně nesvítil laserem této třídy do oka, nehrozí poškození, nepředstavuje ani nebezpečí popálení kůže nebo materiálů.

Třída 3R

Lasery třídy 3R jsou považovány za bezpečné při opatrné manipulaci. Jejich výstupní výkon je mezi 1 a 4,99 miliwatty. Ve Spojených státech amerických je i tato třída povolena k prodeji jako ukazovátka. Římskými číslicemi je označována jako třída IIIa.

Laser třídy 3R má nízkou spotřebu, a tudíž při expozici kratší než 1/4 sekundy by neměl poškodit oči a nepředstavuje riziko popálení kůže či materiálů.

Třída 3B

Lasery třídy 3B mohou způsobit poranění očí. Mohou zahřívat pokožku a materiály ale nejsou považovány za nebezpečí popálení. Výstupní výkon se pohybuje mezi 5 a 4,99 miliwatty. Římskými číslicemi je tato třída označována jako IIIb.

Čím silnější je laser, tím je vyšší riziko zranění. Je doporučeno používat ochranné brýle v závislosti na výkonu.

Třída 4

Lasery třídy 4 jsou nebezpečné pro expozici očí, mohou zblízka popálit kůži a materiály, zejména tmavé nebo lehké. Měly by být používány s maximální opatrností. Jejich výstupní výkon činí 500 miliwattů a více, neexistuje horní limit, a tak se jedná o nejnebezpečnější laserovou klasifikaci. Římskými číslicemi se označuje jako třída IV.

Laser této třídy může způsobit vážné poranění očí, ať už jde o paprsek přímý nebo odražený. Je doporučeno vždy používat ochranné brýle a vyvarovat se kontaktu s pokožkou a citlivými materiály.

2.4 Legislativa laserů

První laser vyrobil v roce 1960 Theodore Maiman z Hughes Research Laboratories s použitím rubínového krystalu jako zesilovače a žárovky jako zdroje energie. [17] První útoky na pilota se v České republice objevily v roce 2009, kdy se tématem začal zabývat Úřad pro civilní letectví. Používání laserů do této doby upravovala norma ČSN EN 60825-1 Bezpečnost laserových zařízení - Část 1: Klasifikace zařízení a požadavky [23] a norma ČSN EN 207 Osobní prostředky k ochraně očí - Filtry a prostředky k ochraně očí proti laserovému záření (ochranné brýle proti laseru) [24]. Tyto normy pokrývají bezpečnost práce, ale nezabývají se možností zneužití laserů, takže šlo útoky trestat jako trestný čin obecného ohrožení podle trestního zákoníku, § 272 a § 273 zákona č. 40/2009 Sb., takovýto čin může

být potrestán odnětím svobody na tři až osm let, ve druhém případě odnětím svobody na 2 roky nebo zákazem činnosti. [21]

První zákon upravující používání laserů byl schválen v roce 2012, o civilním letectví a o změně a doplnění zákona č. 455/1991 Sb., o živnostenském podnikání (živnostenský zákon), ve znění pozdějších předpisů § 37 zákon č. 49/1997 Sb. [22] ÚCL poté vydal úpravu leteckých předpisů řady L značených ICAO Annex (L), konkrétně L 14 Letiště. [20] Jedná se o zákaz používání laseru v ochranném pásmu letiště, pachatelům může být vyměřena pokuta ve výši 5 milionů korun. V jiných státech, např. ve Velké Británii nebo ve Spojených státech amerických, se útoky datují i dříve. O tomto tématu pojednává Bc. et Bc. Jan Najman ve své diplomové práci na téma Laserové útoky v letecké dopravě. [12]

Kapitola 3

Paprsková optika

Existuje mnoho interních i externích procesů laserového systému, které mohou ovlivnit detekční výkon systému. První procesy zahrnují expanzi paprsku v důsledku difrakce, zkrácení paprsku a zatemnění a kvalitu paprsku určenou vysílačem a vnitřní optikou. Difrakce je základní účinek, který způsobuje rozšíření elektromagnetických vln při jejich šíření. [14] Tato kapitola čerpá primárně z [16].

3.1 Gaussovský svazek

Vlny, jejichž normály vlnoplochy vytvářejí malé úhly s osou z se nazývají paraxiální vlny. Musí splňovat paraxiální Helmholtzovu rovnici. Řešením této rovnice, která vykazuje vlastnosti optického paprsku, je vlna zvaná Gaussův paprsek. Síla paprsku je v zásadě soustředěna v malém válci obklopujícím osu paprsku. Distribuce intenzity v jakékoli příčné rovině je kruhově symetrická Gaussova funkce se středem kolem osy paprsku. Šířka této funkce je v pase paprsku minimální a postupně roste v obou směrech. Vlnová čela jsou přibližně rovinná poblíž pasu paprsku, ale postupně se zakřívují a stávají se přibližně sférickými daleko od pasu. Úhlová divergence normály vlnoplochy je minimum povolené vlnovou rovnicí pro danou šířku paprsku. Za ideálních podmínek má světlo z laseru podobu Gaussova paprsku.

3.1.1 Komplexní amplituda

Paraxiální vlna je rovinná vlna e^{-jkz} (s vlnovým číslem $k = 2\pi/\lambda$ a vlnovou délkou λ) modulovaná komplexní obálkou $A(\mathbf{r})$, která je povolena se měnící funkcí polohy. Komplexní amplituda je

$$U(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})e^{-jkz}. \quad (3.1)$$

Předpokládá se, že obálka je přibližně konstantní v sousedství velikosti λ , takže vlna je lokálně jako rovinná vlna s normály vlnoplochy, které jsou paraxiální paprsky.

Aby komplexní amplituda $U(\mathbf{r})$ splňovala Helmholtzovu rovnici, $\nabla^2 U + k^2 U = 0$, musí komplexní obálka $A(\mathbf{r})$ splňovat paraxiální Helmholtzovu rovnici

$$\nabla_T^2 A - j2k \frac{\partial A}{\partial z} = 0, \quad (3.2)$$

kde $\nabla_T^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ je transverziální část Laplaceova operátoru. Jedno jednoduché řešení paraxiální Helmholtzovy rovnice poskytuje paraboloidní vlnu pro kterou

$$A(\mathbf{r}) = \frac{A_1}{z} e^{-jk \frac{\rho^2}{2z}}, \quad \rho^2 = x^2 + y^2 \quad (3.3)$$

kde A_1 je konstanta. Paraboloidní vlna je paraxiální aproximace sférické vlny $U(\mathbf{r}) = (A_1/r) \exp(-jk\mathbf{r})$ když x a y jsou mnohem menší než z .

Další řešení paraxiální Helmholtzovy rovnice poskytuje Gaussův paprsek. Získává se z paraboloidní vlny pomocí jednoduché transformace. Vzhledem k tomu, že komplexní obálka paraboloidní vlny 3.3 je řešením paraxiální Helmholtzovy rovnice 3.2, je její posunutou verzí, přičemž $z = \xi$ nahradí z , kde ξ je konstanta,

$$A(\mathbf{r}) = \frac{A_1}{q(z)} e^{-jk \frac{\rho^2}{2q(z)}}, \quad q(z) = z - \xi, \quad (3.4)$$

je také řešením. To poskytuje paraboloidní vlnu soustředěnou kolem bodu $z = \xi$ namísto $z = 0$. Když je ξ komplexní, 3.4 zůstává řešením 3.2, ale získává dramaticky odlišné vlastnosti. Zejména, když je ξ čistě imaginární, řekněme $\xi = -jz_0$, kde z_0 je skutečné, 3.4 vznikne komplexní obálka Gaussova paprsku

$$A(\mathbf{r}) = \frac{A_1}{q(z)} e^{-jk \frac{\rho^2}{2q(z)}}, \quad q(z) = z + jz_0. \quad (3.5)$$

Parametr z_0 je známý jako Raleighův rozsah.

Abychom oddělili amplitudu a fázi této komplexní obálky, napíšeme komplexní funkci $1/q(z) = 1/(z + jz_0)$ z hlediska jejich reálných a imaginárních částí definováním dvou nových reálných funkcí $R(z)$ a $W(z)$, takové, že

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - j \frac{\lambda}{\pi W^2(z)} \quad (3.6)$$

Následně se ukáže, že $W(z)$ a $R(z)$ jsou měřítka šířky paprsku, respektive poloměru vlnoplochy zakřivení. Výrazy pro $W(z)$ a $R(z)$ jako funkce z a z_0 jsou uvedeny v 3.8 a 3.9. Dosazením 3.6 do 3.5 a použitím 3.1 a vyjádření pro komplexní amplitudu $U(\mathbf{r})$ Gaussova paprsku získáme:

$$U(\mathbf{r}) = A_0 \frac{W_0}{W(z)} e^{\frac{-\rho^2}{W^2(z)}} e^{-jkz - jk \frac{\rho^2}{2R(z)} + j\zeta(z)} \quad (3.7)$$

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \quad (3.8)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z}\right)^2 \right] \quad (3.9)$$

$$\zeta(z) = \tan^{-1} \frac{z}{z_0} \quad (3.10)$$

$$W_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_0}{\pi}} \quad (3.11)$$

Byla vhodně definována nová konstanta $A_0 = A_1/jz_0$.

Výraz pro komplexní amplitudu Gaussova paprsku obsahuje dva parametry, A_0 a z_0 , které jsou určeny z okrajových podmínek. Všechny ostatní parametry souvisejí s Raleighovým rozsahem z_0 a vlnovou délkou λ podle 3.8 až 3.11.

3.1.2 Vlastnosti

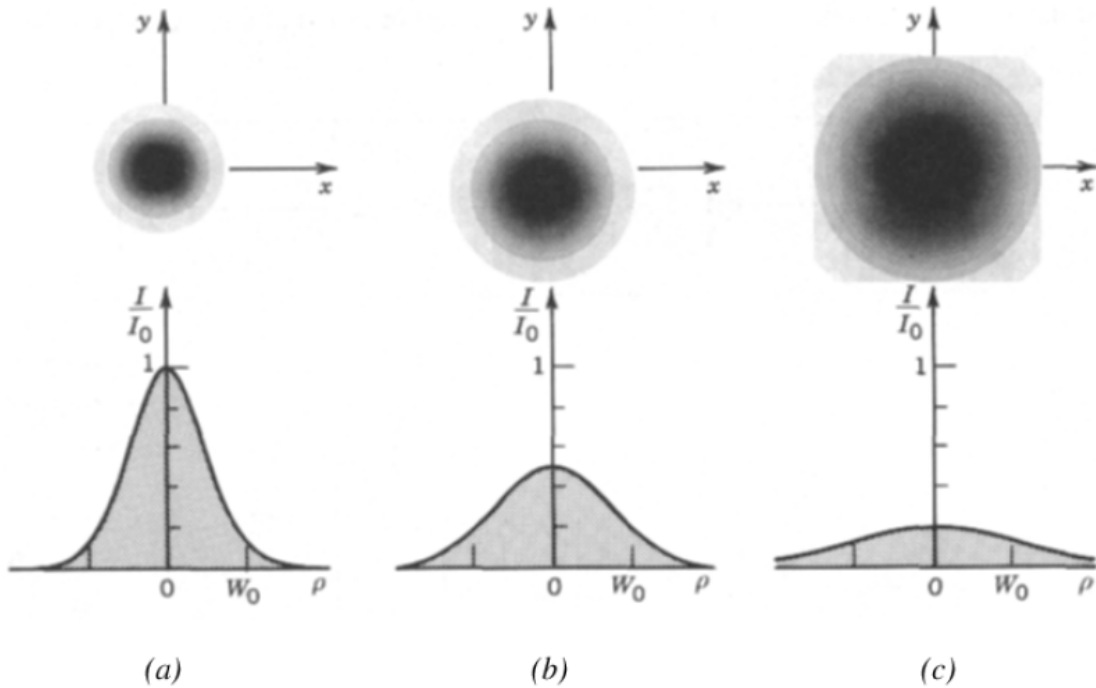
S využitím rovnic 3.7 až 3.11 můžeme definovat vlastnosti Gaussovského svazku.

Optická intenzita

Optická intenzita $I(\mathbf{r}) = |U(\mathbf{r})|^2$ je funkcí axiálních a radiálních vzdáleností z a $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$,

$$I(\rho, z) = I_0 \left[\frac{W_0}{W(z)} \right]^2 e^{-\frac{2\rho^2}{W^2(z)}} \quad (3.12)$$

kde $I_0 = |A_0|^2$. U každé hodnoty intenzity z je Gaussova funkce radiální vzdálenosti ρ . Proto se vlně říká Gaussov paprsek. Gaussova funkce má svůj vrchol na $\rho = 0$ (na ose) a klesá monotónně se zvyšujícím se ρ . Šířka $W(z)$ Gaussova rozdělení se zvyšuje s osovou vzdáleností z jak je znázorněno na obrázku 3.1.

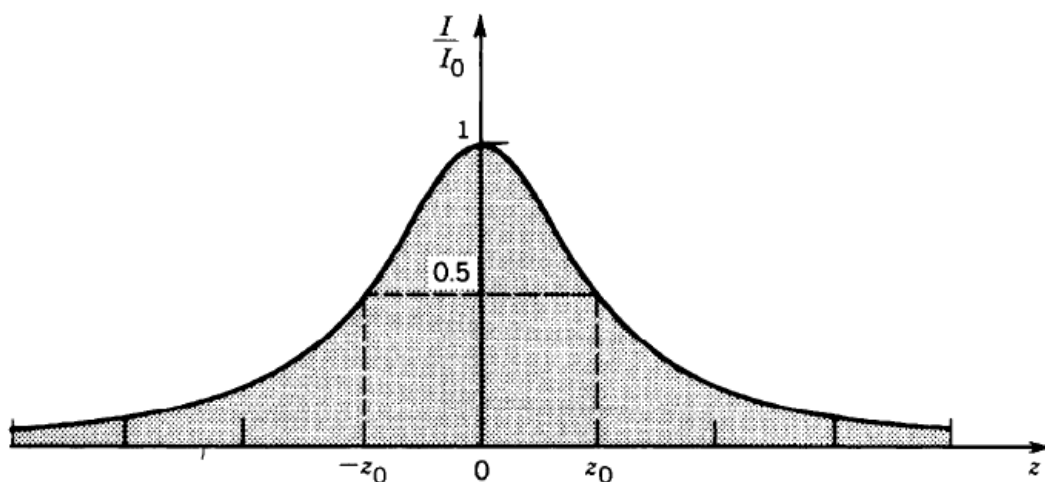


Obrázek 3.1: Normalizovaná intenzita paprsku I/I_0 jako funkce radiální vzdálenosti ρ v různých osových vzdálenostech: (a) $z = 0$; (b) $z = z_0$; (c) $z = 2z_0$. Převzato z [16]

Na ose paprsku ($\rho = 0$) intenzita

$$I(0, z) = I_0 \left[\frac{W_0}{W(z)} \right]^2 = \frac{I_0}{1 + (z/z_0)^2} \quad (3.13)$$

má svou maximální hodnotu I_0 při $z = 0$ a klesá postupně s rostoucím z a dosahuje poloviny své maximální hodnoty při $z = \pm z_0$. (Obrázek 3.2) Když $|z| \gg z_0$, $I(0, z) \approx I_0 z_0^2 / z^2$, takže intenzita klesá se vzdáleností v souladu se zákonem inverzního čtverce, jako u sférických a paraoloidních vln. Celková vrcholová intenzita $I(0, 0) = I_0$ se vyskytuje ve středu paprsku $z = 0, \rho = 0$.



Obrázek 3.2: Normalizovaná intenzita paprsku I/I_0 v bodech na ose paprsku ($\rho = 0$) jako funkce z . Převzato z [16]

Výkon

Celková optická síla přenášená paprskem je integrálem optické intenzity v příčné rovině (řekněme ve vzdálenosti z),

$$\int_0^{\infty} I(\rho, z) 2\pi\rho d\rho, \quad (3.14)$$

což dává

$$P = \frac{1}{2} I_0 (\pi W_0^2) \quad (3.15)$$

Výsledek je podle očekávání nezávislý na z . Výkon paprsku je tedy polovina maximální intenzity krát plocha paprsku. Protože paprsky jsou často popsány jejich výkonem P , je užitečné vyjádřit I_0 , pokud jde o P pomocí 3.15 a přepsat 3.12 ve formě

$$I(\rho, z) = \frac{2P}{\pi W^2(z)} \exp\left[-\frac{2\rho^2}{W^2(z)}\right] \quad (3.16)$$

Poměr energie přenášené v kruhu o poloměru ρ . V příčné rovině v poloze z je celkový výkon

$$\frac{1}{P} \int_0^{\rho_0} I(\rho, z) 2\pi\rho d\rho = 1 - \exp\left[-\frac{2\rho_0^2}{W^2(z)}\right]. \quad (3.17)$$

Síla obsažená v kruhu o poloměru $\rho_0 = W(z)$ je přibližně 86 % z celkového výkonu. Asi 99 % energie je obsaženo v kruhu o poloměru $1,5 W(z)$.

Poloměr paprsku

V jakékoli příčné rovině předpokládá intenzita paprsku svou maximální hodnotu na ose paprsku a klesá o faktor $1/e^2 \approx 0,135$ v radiální vzdálenosti $\rho = W(z)$. Vzhledem k tomu, že 86 % energie se přenáší v kruhu o poloměru $W(z)$, považujeme $W(z)$ za poloměr paprsku (nazývaný také šířka paprsku). Efektivní šířka distribuce intenzity je $\sigma = \frac{1}{2} W(z)$.

Závislost poloměru paprsku na z se řídí 3.8,

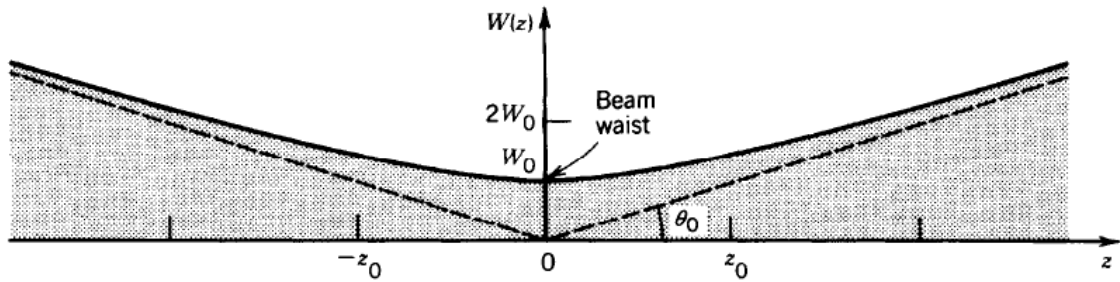
$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_0}\right)^2}. \quad (3.18)$$

Předpokládá svou minimální hodnotu W_0 v rovině $z = 0$, která se nazývá pas paprsku. W_0 je tedy poloměr pasu. Průměr pasu $2W_0$ se nazývá velikost bodu. Poloměr paprsku se postupně zvětšuje se z , dosahuje $\sqrt{2}W_0$, při $z = z_0$, a dále se zvyšuje monotónně se z (obrázek 3.3). Pro $z \gg z_0$ může být první člen 3.18 zanedbán, což má za následek lineární vztah

$$W(z) \approx \frac{W_0}{z_0} z = \theta_0 z, \quad (3.19)$$

kde $\theta_0 = W_0/z_0$. S využitím 3.11, můžeme také psát

$$\theta_0 = \frac{\lambda}{\pi W_0}. \quad (3.20)$$



Obrázek 3.3: Poloměr paprsku $W(z)$ má minimální hodnotu W_0 v pase ($z = 0$), dosahuje $\sqrt{2}W_0$, při $z = \pm z_0$ a lineárně se zvětšuje se z pro velké z . Převzato z [16]

Paprsková divergence

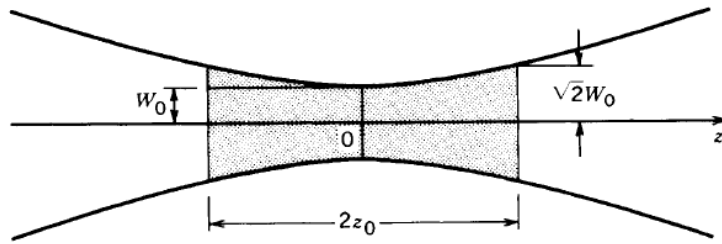
Daleko od středu paprsku, když $z \gg z_0$, se poloměr paprsku zvětšuje přibližně lineárně se z , což definuje kužel s polovičním úhlem θ_0 . Asi 86 % výkonu paprsku je omezeno v tomto kuželu. Úhlová divergence paprsku je proto definována úhlem

$$\theta_0 = \frac{2}{\pi} \frac{\lambda}{2W_0}. \quad (3.21)$$

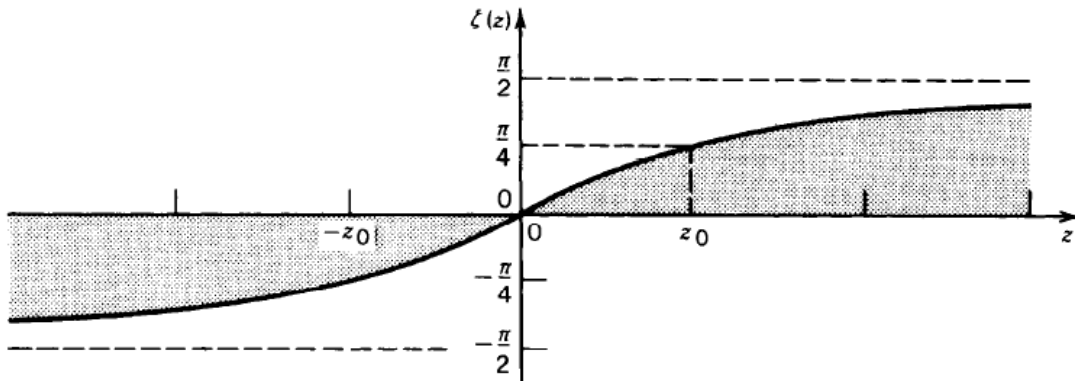
Divergence paprsku je přímo úměrná poměru mezi vlnovou délkou λ a průměrem pasu paprsku $2W_0$. Pokud je pas stlačený, paprsek se rozchází. Pro získání vysoce směrového paprsku by proto měla být použita krátká vlnová délka a pas tlustého paprsku.

Hloubka zaostření

Protože paprsek má svoji minimální šířku při $z = 0$, jak je ukázáno na obrázku 3.3, dosahuje nejlepšího zaostření v rovině $z = 0$. V obou směrech paprsek postupně roste „rozostřený“. Axiální vzdálenost, ve které leží poloměr paprsku uvnitř faktoru $\sqrt{2}$ jeho minimální hodnoty



Obrázek 3.4: Hloubka zaostření Gaussova paprsku. Převzato z [16].



Obrázek 3.5: $\zeta(z)$ je fázová retardace Gaussova paprsku vzhledem k rovinné vlně v bodech na ose paprsku. Převzato z [16].

(tj. Jeho plocha leží v faktoru 2 jeho minima), se nazývá hloubka ostrosti nebo konfokální parametr (obrázek 3.4).

Hloubka ostrosti je dvakrát větší než Rayleighův rozsah,

$$2z_0 = \frac{2\pi W_0^2}{\lambda}. \quad (3.22)$$

Hloubka zaostření je přímo úměrná ploše paprsku v pase a nepřímo úměrná vlnové délce. Když je tedy paprsek zaostřen na malou velikost bodu, je hloubka zaostření krátká a rovina zaostření musí být umístěna s větší přesností. Malé velikosti bodu a dlouhé hloubky ostrosti nelze dosáhnout současně, pokud není krátká vlnová délka světla.

Fáze

Fáze gaussovského paprsku je, z 3.7,

$$; \varphi(\rho, z) = kz - \zeta(z) + \frac{k\rho^2}{2R(z)}. \quad (3.23)$$

Na ose paprsku ($\rho = 0$) fáze

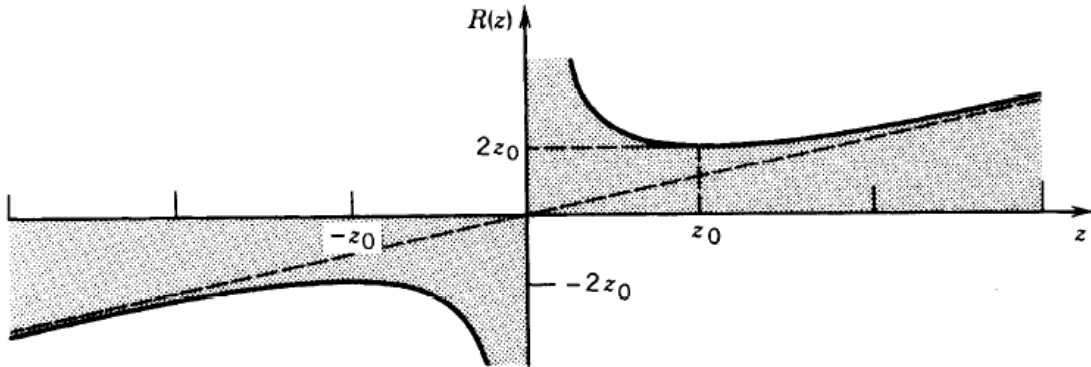
$$\varphi(0, z) = kz - \zeta(z) \quad (3.24)$$

obsahuje dvě složky. První, kz , je fáze rovinné vlny. Druhý představuje fázovou retardaci $\zeta(z)$ danou 3.10, která se pohybuje od $-\pi/2$ při $z = -\infty$ do $+\pi/2$ při $z = \infty$, jako je na

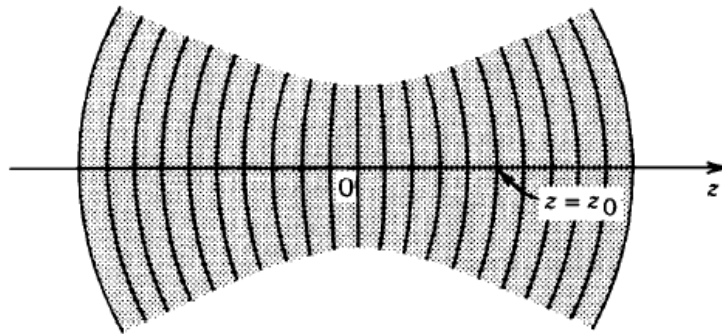
obrázku 3.5. Tato fázová retardace odpovídá nadměrnému zpoždění vlnoplochy ve srovnání s rovinnou vlnou nebo sférickou vlnou (viz obrázek 3.8). Celková akumulovaná nadměrná retardace, jak se vlna pohybuje od $z = -\infty$ do $z = \infty$, je π . Tento jev je znám jako Guoyův efekt.

Vlnoplochy

Třetí složka v 3.23; je zodpovědná za ohýbání vlnoplochy. Představuje odchylku fáze v bodech mimo osu v dané příčné rovině od odchylky v axiálním bodě. Povrchy konstantní fáze



Obrázek 3.6: Poloměr zakřivení $R(z)$ vlnoploch Gaussova paprsku. Přerušovaná čára je poloměr zakřivení sférické vlny. Převzato z [16].

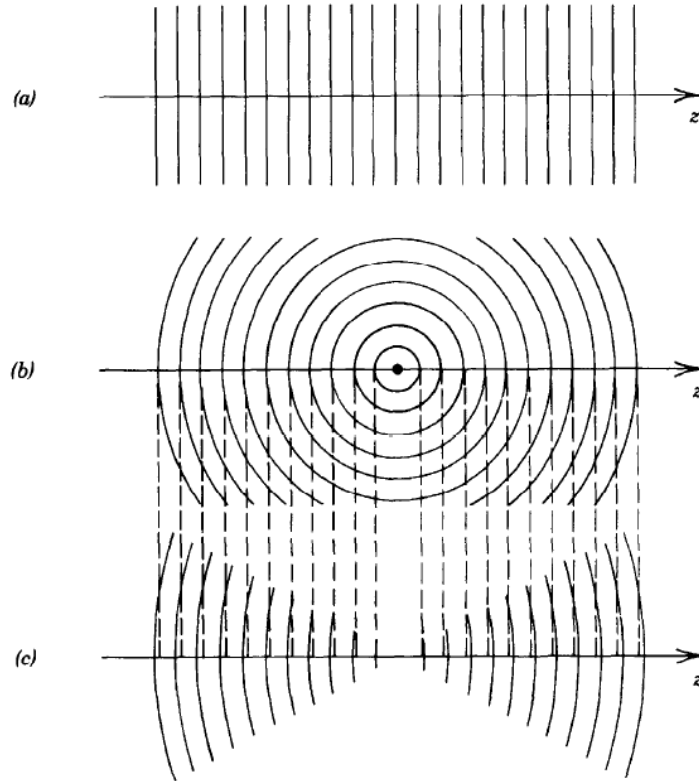


Obrázek 3.7: Vlnoplochy Gaussova paprsku. Převzato z [16].

splňují $k[z + \rho^2/2R(z)] - \zeta(z) = 2\pi q$. Protože $\zeta(z)$ a $R(z)$ se mění relativně pomalu, jsou přibližně konstantní v bodech v rámci poloměru paprsku na každé vlnoploše. Můžeme tedy psát $z + \rho^2/2R = q\lambda + \zeta\lambda/2\pi$, kde $R = R(z)$ a $\zeta = \zeta(z)$. Jedná se přesně o rovnici paraboloidního povrchu o poloměru zakřivení R . $R(z)$ (obrázek 3.6) je tedy poloměr zakřivení čela vlny v poloze z na ose paprsku.

Jak je vidět na obrázku 3.6, poloměr zakřivení $R(z)$ je nekonečný při $z = 0$, což odpovídá rovinným čelním plochám vln. Snižuje se na minimální hodnotu $2z_0$, při $z = z_0$. Toto je bod, ve kterém má vlnoplocha největší zakřivení (obrázek 3.7). Poloměr zakřivení se následně zvyšuje s dalším zvyšováním z až do $R(z) \approx z$ pro $z \gg z_0$. Čelo vlny je pak přibližně

stejně jako u sférické vlny. U záporných z mají vlnová čelní pole stejný vzor, kromě změny znaménka. Přijali jsme konvenci, že divergující vlnoplocha má kladný poloměr zakřivení, zatímco konvergující vlnoplocha má záporný poloměr zakřivení.



Obrázek 3.8: Vlnoplochy (a) uniformní rovinné vlny; (b) sférické vlny; (c) Gaussova paprsku. V bodech blízko středu paprsku se Gaussův paprsek podobá rovinné vlně. Při velkém z se paprsek chová jako sférická vlna s tím rozdílem, že fáze je zpomalena o 90° (v tomto diagramu je to znázorněno o čtvrtinu vzdálenosti mezi dvěma sousedními vlnoplochami). Převzato z [16].

Parametry potřebné k charakterizaci Gaussova paprsku

Rovinná vlna je zcela specifikována svou komplexní amplitudou a směrem. Sférická vlna je určena svou amplitudou a umístěním jejího původu. Gaussův paprsek je oproti tomu charakterizován několika parametry, jeho amplitudou (parametr A_0 v 3.7), jeho směrem (osa paprsku), umístěním jeho pasu a jedním dalším parametrem: například poloměr pasu W_0 nebo Rayleighův rozsah z_0 . Pokud je tedy známá amplituda paprsku A_0 a osa, jsou nutné dva další parametry.

Pokud je známé komplexní číslo $q(z) = z + jz_0$, vzdálenost z do pasu paprsku a Rayleighův rozsah z_0 lze snadno identifikovat jako skutečnou a imaginární část $q(z)$. Například pokud je q -parametr v určitém bodě na ose paprsku $3 + j4$ cm, dospěli jsme k závěru, že pas paprsku leží ve vzdálenosti $z = 3$ cm nalevo od tohoto bodu a že hloubka ostroty je $2z_0 = 8$ cm. Poloměr pasu W_0 lze určit pomocí 3.11. q -parametr $q(z)$ je tedy dostatečný pro charakterizaci Gaussova paprsku o známé amplitudě a ose paprsku. Lineární závislost

parametru q na z nám umožňuje snadno určit q ve všech bodech, dané q v jediném bodě. Pokud $q(z) = q_1$ a $q(z + d) = q_2$, pak $q_2 = q_1 + d$. V tomto příkladu je při $z = 13$ cm $q = 13 + j4$.

Pokud jsou šířka paprsku $W(z)$ a poloměr zakřivení $R(z)$ známy v libovolném bodě na ose, paprsek lze zcela identifikovat řešením 3.8, 3.9 a 3.11 pro z , z_0 a W_0 . Alternativně lze q -parametr určit z $W(z)$ a $R(z)$ pomocí vztahu $1/q(z) = l/R(z) - j\lambda/[\pi W^2(z)]$, ze kterého je paprsek identifikován.

3.1.3 Transformace Gaussova svazku

V paraxiální aproximaci je optický systém zcela charakterizován 2×2 maticí pro přenos paprsků vztahující se k poloze a sklonu přenášeného paprsku k paprskům dopadajícího paprsku. Nyní uvažujeme, jak libovolný paraxiální optický systém, charakterizovaný maticí M prvků (A, B, C, D) , upravuje Gaussův paprsek.

Maticová metoda

q -parametry, q_1 a q_2 , dopadajících a přenášených gaussovských paprsků na vstupní a výstupní rovině paraxiální optické soustavy popsané maticí (A, B, C, D) souvisí

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}. \quad (3.25)$$

Protože parametr q identifikuje šířku W a zakřivení R Gaussova paprsku, řídí maticová metoda účinek libovolného paraxiálního systému na Gaussův paprsek.

Přenos volným prostorem

Když je optický systém ve vzdálenosti d ve volném prostoru (nebo jakéhokoli homogenního média), prvky matice M pro přenos paprsků jsou $A = 1, B = d, C = 0, D = 1$. Protože $q = z + jz_0$ ve volném prostoru je parametr q optickým systémem upraven v souladu s $q_2 = q_1 + d = (1 \cdot q_1 + d)/(0 \cdot q_1 + 1)$, takže platí maticová metoda.

Přenos přes tenkou optickou součástku

Libovolná tenká optická součástka nemá vliv na polohu paprsku, takže

$$y_2 = y_1, \quad (3.26)$$

ale mění úhel v souladu s

$$\theta_2 = Cy_1 + D\theta_1. \quad (3.27)$$

Tedy $A = 1$ a $B = 0$, ale C a D jsou libovolné. Ve všech tenkých optických součástech (volný prostor, rovinná a sférická hranice, tenká čočka, rovinné a sférické zrcadlo), je $D = n_1/n_2$. Protože optická součástka je tenká, šířka paprsku se nemění,

$$W_2 = W_1. \quad (3.28)$$

Pokud jsou vstupní a výstupní paprsky aproximovány sférickými vlnami o poloměrech R_1 a R_2 na vstupní a výstupní rovině komponenty, pak v paraxiální aproximaci (malá θ_1 a θ_2), $\theta_1 \approx y_1/R_1$ a $\theta_2 \approx y_2/R_2$. Dosazením do 3.27 a použitím 3.26 získáme

$$\frac{1}{R_2} = C + \frac{D}{R_1}. \quad (3.29)$$

Pomocí 3.6, což je výraz pro q jako funkce R a W , a bereme na vědomí, že $D = n_1/n_2 = \lambda_2/\lambda_1$, 3.28 a 3.29 lze kombinovat do jedné rovnice,

$$\frac{1}{q_2} = C + \frac{D}{q_1}, \quad (3.30)$$

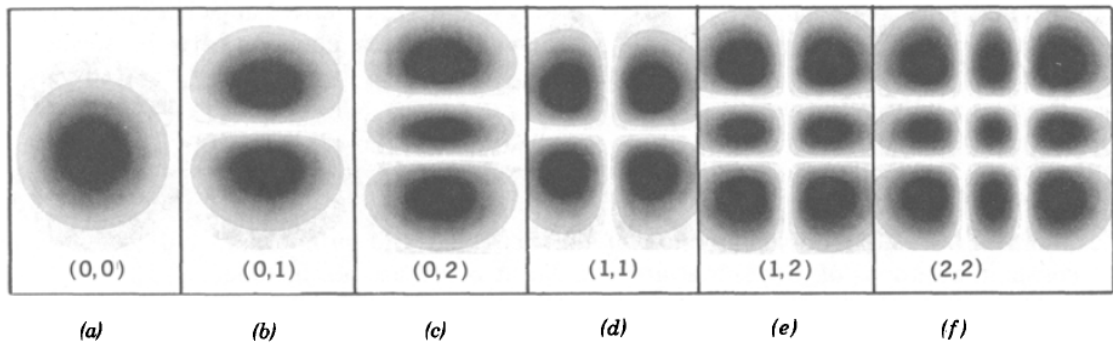
z toho $q_2 = (1 \cdot q_1 + 0)/(Cq_1 + D)$, takže platí i maticová metoda.

Invariance maticové metody ke kaskádování

Pokud je maticová metoda použitelná pro každý ze dvou optických systémů s maticemi $M_i = (A_i, B_i, C_i, D_i)$, $i = 1, 2$, musí platit také pro systém zahrnující jejich kaskádu (systém s maticí $M = M_2M_1$). To se může ukázat přímou substitucí.

3.2 Hermitovské-Gaussovské svazky

Gaussův paprsek není jediným paprskovým řešením paraxiální Helmholtzovy rovnice 3.2. Mohou existovat i další řešení, včetně paprsků s ne-Gaussovým rozdělením intenzity. Obzvláště zajímavá jsou řešení, která sdílejí paraboloidní vlnová čela Gaussova paprsku, ale vykazují různá rozdělení intenzity. Paprsky paraboloidních čel jsou důležité, protože odpovídají zakřivení sférických zrcadel velkého poloměru. Mohou tedy odrážet mezi dvěma sférickými zrcadly, které tvoří rezonátor, aniž by byly měněny. Takové samoreprodukční vlny se nazývají módy rezonátoru. [16] (obr. 3.9)



Obrázek 3.9: Distribuce intenzity několika Hermitovských-Gaussovských paprsků nízkého řádu v příčné rovině. Převzato z [16].

3.3 Laguerrovské-Gaussovské a Besselovské svazky

Hermitovské-Gaussovské paprsky tvoří ucelenou sadu řešení paraxiální Helmholtzovy rovnice. Jakékoli jiné řešení lze zapsat jako superpozici těchto paprsků. Ale tato rodina není jediná. Další úplnou sadu řešení, známou jako Laguerrovské-Gaussovské paprsky, lze získat zapsáním paraxiální Helmholtzovy rovnice do cylindrických souřadnic (ρ, ϕ, z) a použitím oddělení proměnných v ρ a ϕ namísto x a y . Laguerrovský-Gaussovský paprsek nejnižšího řádu je Gaussův paprsek. [16]

Při hledání vln podobných vlnám je přirozené zkoumat možnost existence vln s rovinnými čelními plochami, ale s nerovnoměrným rozložením intenzity v příčné rovině. Zvažte vlnu se složitou amplitudou. Tato vlna se nazývá Besselův paprsek. [16]

Kapitola 4

Detekce objektů v obraze

K detekci objektů v obraze se používá principů počítačového vidění a zpracování obrazu. Počítačové vidění je inverzní proces získávání informací z obrazu a rekonstrukce vlastnosti jako je tvar, osvětlení nebo distribuce barev. Pro člověka je tento proces intuitivní, zatímco algoritmy počítačového vidění jsou náchylné k chybám. Počítačové vidění se používá v široké škále aplikací v reálném světě, mezi které patří optické rozpoznání znaků, kontrola strojů, čtečky v obchodě, vytváření 3D modelů, zobrazení lékařských snímků, automobilová bezpečnost, počítačová animace (CGI), snímání pohybu (motion capture), bezpečnostní kamery nebo rozpoznávání otisků prstů a biometrie. [19]

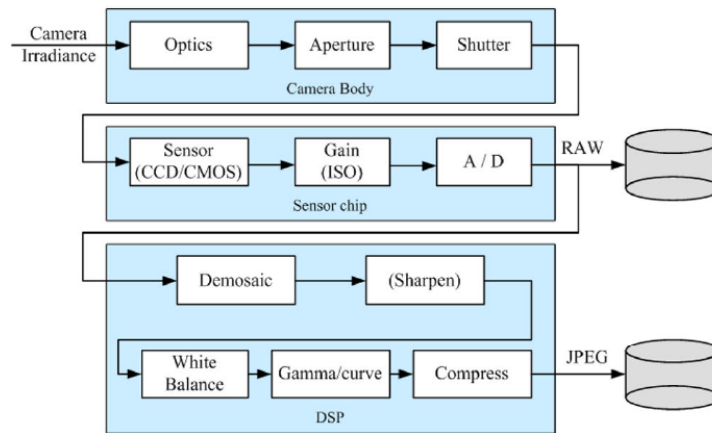
4.1 Kamery a objektivy

Světlo z jednoho nebo více zdrojů se odráží od jednoho nebo více povrchů na světě, prochází optikou fotoaparátu (čočkami) a dopadá na zobrazovací senzor. Fotony jsou na senzoru převáděny na digitální (RGB) hodnoty pomocí efektů jako je expozice (zisk a rychlost závěrky), nelineární mapování, vzorkování, aliasing a šum. Obrázek 4.1 ukazuje jednoduchou verzi zpracování, ke kterým dochází v digitálních fotoaparátech. Světlo dopadající na zobrazovací snímač je zachyceno aktivní snímací oblastí, integrováno po dobu trvání expozice a poté předáno sadě snímacích zesilovačů. Dva hlavní druhy snímačů používaných v digitálních fotoaparátech a videokamerách jsou dnes zařízení s vazbou na náboj (CCD) a doplňkový oxid kovu na křemíku (CMOS).

V CCD jsou fotony akumulovány v každé aktivní buňce během doby expozice. Poté v přenosové fázi jsou náboje cyklicky přenášeny, dokud nejsou uloženy na snímacích zesilovačích, které zesilují signál a předávají jej analogově-digitálnímu převodníku (ADC). Starší CCD senzory byly náchylné k bloomingu, když se náboje z jednoho přeexponovaného pixelu rozlévaly do sousedních, ale většina novějších CCD má technologii potlačující tento efekt („žlaby“, do kterých může přebytečný náboj uniknout).

V CMOS fotony dopadající na senzor přímo ovlivňují vodivost (nebo zisk) fotodetektoru, který může být selektivně bránou pro řízení doby expozice, a lokálně zesílen před načtením pomocí multiplexního schématu. CCD snímače tradičně překonávaly CMOS v aplikacích citlivých na kvalitu, jako jsou digitální zrcadlovky, zatímco CMOS byl lepší pro aplikace s nízkou spotřebou, ale dnes se CMOS používá ve většině digitálních fotoaparátů. Hlavními faktory ovlivňujícími výkon digitálního obrazového snímače jsou rychlost závěrky, vzorkovací frekvence, faktor plnění, velikost čipu, analogový zisk, šum snímače a rozlišení analogově-digitálního převaděče. Mnoho skutečných hodnot pro tyto parametry lze číst ze

značek EXIF vložených do digitálních obrázků. zatímco ostatní lze získat ze specifik výrobců fotoaparátů nebo z webových stránek s recenzemi nebo kalibracemi fotoaparátů. [19]



Obrázek 4.1: Proces snímání obrazu ukazující různé zdroje šumu i typické kroky digitálního postprocesingu. Převzato z [19].

4.2 Fotografické filtry

Způsob jak zdokonalit výslednou fotografii je použití filtru na objektivu. Jsou designované tak, aby vylepšily scénu nebo motiv, musí být však použity správným způsobem. Umožňují tak napodobit některé efektové filtry, které se jinak přidávají následným zpracováním obrazu v počítači. [6]

4.2.1 Typy filtrů

Existuje velké množství systémů, typů, velikostí a značek. Filtry zásuvné, které jsou obdélníkové a zasouvají se do držáku připevněného na objektivu a filtry šroubovací, které se upevňují do závitu přímo na objektivu. Oba dva druhy mají své výhody a nevýhody, šroubovací typy jsou vhodné u často používaných filtrů, které slouží pro ochranu přední čočky objektivu, zásuvné filtry jsou snadněji použitelné, levnější a sedí na sadě různých objektivů. Většinou se užívají smíšené systémy obou typů.

Polarizační filtry

Polarizační filtry slouží k pohlcování polarizovaného světla, ke snížení odlesků a odrazů a zvýšení sytosti barev. Filtr je usazen v otočné objímce, která natočením filtru umožňuje měnit polarizační úhel, pod kterým je světlo propouštěno na snímač. Jsou to nejnámější a nejpoužívanější typy filtrů díky schopnosti zesílení intenzity modré barvy na obloze.

Existuje několik problémů při nevhodném použití polarizačních filtrů, polarizace je nerovnoměrná napříč oblohou, takže můžou vznikat na fotografii tmavá místa. Dalším problémem je použití filtru na dostatečně sytou oblohu, kdy je ve výsledku obloha téměř černá. Dále může vznikat vinětace, která se projevuje ztmavením rohů snímku, je způsobena použitím více šroubovacích filtrů na objektivu s krátkou ohniskovou vzdáleností.

Filtry zvýrazňující barvy

Tyto filtry prohlubují část barevného spektra, ostatní barvy jsou zesíleny také, světlé a neutrální barvy přijmou odstín barevného filtru. Nasycení barev lze docílit také za použití polarizačních filtrů, snížením či vyloučením odlesků, nicméně výsledek není tak účinný, když chceme zvýraznit pouze jednu barvu. Posílení jedné barvy lze však docílit také následným zpracováním snímku nastavením odstínu a sytosti.

Vyvážení bílé

Vyvážení bílé opravuje nežádoucí barevné nádechy fotografií, způsobené různou barevností světla. Barevná teplota světla se měří v kelvinech K . Nižší hodnoty mají větší podíl červeného světla, označuje se za teplé světlo, vyšší hodnoty obsahují větší podíl modrého světla, které se naopak označuje za chladné světlo. Neutrální světlo, vyvážené, bílé, denní světlo má hodnotu okolo $5500K$.

Neutrální šedé filtry

Neutrální šedí filtry jsou neutrálně šedé, slouží ke snížení množství světla, které projde objektivem do fotoaparátu, prodlužují expozici nebo umožňují zvětšit clonový otvor pro snížení hloubky ostroty.

Přechodové filtry

Přechodové filtry umožňují vyrovnat rozdílné osvětlení oblohy a krajiny. Existují jak neutrální šedé, tak i barevné přechodové filtry.

Filtry změkčující kresbu

Filtry změkčující kresbu mají za úkol fotografii přidat romantickou atmosféru, zamaskovávají ostré hrany a znejasňují jemné detaily.

Makropředsádky

Makroobjektivy pro focení zblízka jsou nákladné, lze je zaměnit za předsádkové čočky - makropředsádky. Lze tak fotografovat malé předměty přizpůsobením optiky stávajícího systému. Neposkytují takovou kvalitu obrazu, ale jsou vhodné při omezeném rozpočtu.

4.3 Zpracování obrazu

Zpracování obrazu se skládá z několika procesů, za cílem předzpracování obrazu a jeho převodu do formy vhodné k další analýze. Mezi takové procesy patří korekce expozice a vyvážení barev, snížení obrazového šumu, zvýšení ostroty nebo narovnání obrazu jeho otočením. [19] Nejjednodušší transformace obrazu jsou operátory bodů, kde hodnota každého výstupního pixelu závisí pouze na odpovídající hodnotě vstupního pixelu. Mezi příklady takových operátorů patří úpravy jasu a kontrastu, korekce barev a transformace. V literatuře o zpracování obrazu jsou tyto operace známé také jako bodové procesy.

4.3.1 Ekvalizace histogramu

Jedním z přístupů je nalézt nejtmaší a nejjasnější hodnoty pixelů v obrázku a namapovat je na černou a bílou. Dalším přístupem je nalezení průměrné hodnoty v obrázku, posunutí směrem ke střední šedé a rozšíření rozsahu tak, aby těsněji vyplňoval zobrazitelné hodnoty. Vykreslením histogramu jednotlivých barevných kanálů a hodnot jasu lze vypočítat statistiky, jako jsou minimální, maximální a průměrné hodnoty intenzity. Pro zesvětlení některých tmavých hodnot a ztmavení některých světlých hodnot a zároveň zachování plné šíře dostupného dynamického rozsahu se užívá vyrovnání histogramu, které funguje na principu nalezení funkce mapování intenzity tak, aby výsledný histogram byl plochý.

K nalezení takového mapování se používá výpočet funkce kumulativní distribuce. Pro každou pixel je určena konečná hodnota intenzity. Výsledný histogram je plochý, stejně tak může být výsledný obraz, může mít nedostatečný kontrast a bahnitý vzhled. Nerovnosti lze odstranit částečným kompenzováním nerovností histogramu. Výsledný obrázek si zachovává více z původní distribuce ve stupních šedi a má atraktivnější vyvážení. Dalším potenciálním problémem s vyrovnáním histogramu je, že může být zesílen šum v tmavých oblastech. [19]

4.3.2 SIFT

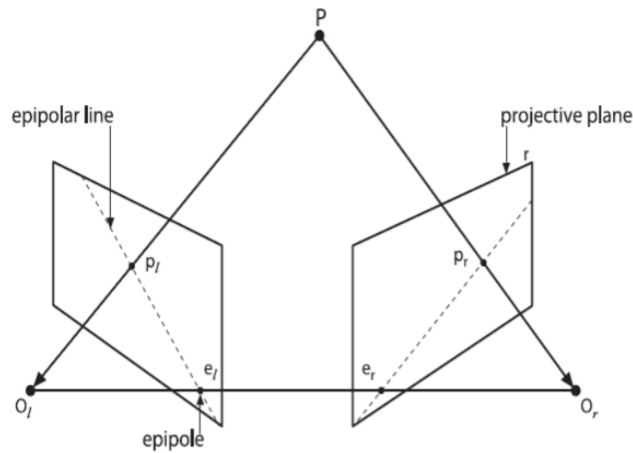
SIFT (Scale Invariant Feature Transform) je algoritmus detekce prvků v počítačovém vidění k detekci a popisu místních prvků v obrazech, rohů a souvisejících místních rysů. Taková funkce je, jak napovídá jejich název, nezávislá na měřítku. Protože SIFT detekuje dominantní orientaci gradientu na svém místě a zaznamenává své výsledky místního histogramu gradientu s ohledem na tuto orientaci, je SIFT také rotačně neměnný. Ačkoli algoritmus SIFT ještě není implementován jako součást knihovny OpenCV, je možné takovou implementaci vytvořit pomocí primitiv OpenCV. [1]

4.4 Více kamerové systémy

Mezi několika snímky téhož 3D prostoru existují komplikované geometrické vztahy. Tyto vztahy souvisejí s pohybem a kalibrací kamery i se strukturou scény. Lze je použít k obnovení 3D modelů z obrázků. [4] Toho je možno docílit použitím triangulace. Triangulace je metoda určování polohy fixního bodu založená na principech trigonometrie. Tyto zákony udávají, že pokud jsou známy dva úhly a jedna strana trojúhelníku, lze zbývající strany a úhel dopočítat. Pokud jsou tedy pořízeny obrazy z dvojice kamer se známým umístěním a kalibrací, je možné nalézt polohu bodu v prostoru vzhledem k jeho poloze v obrazech. [5] Tato sekce čerpá primárně z [4].

4.4.1 Epipolární geometrie

Epipolární geometrie je vnitřní projektivní geometrie mezi dvěma pohledy. Je nezávislá na struktuře scény a závisí pouze na interních parametrech kamer a relativní póze. Epipolární geometrie mezi dvěma pohledy je geometrie průsečíku obrazových rovin s rovinami majících jako osu čáru spojující středy kamer.



Obrázek 4.2: Základní nastavení se dvěma kamerami, které pořizují obraz stejné scény. Převzato z [1]

4.4.2 Fundamentální matice

Fundamentální matice F zapouzdřuje tuto epipolární geometrii, je její algebraické vyjádření. Je to homogenní matice 3×3 hodnosti 2. Pokud je bod v trojrozměrném prostoru X zobrazen jako x v prvním pohledu a x' ve druhém, pak obrazové body splňují vztah

$$x'^T F x = 0. \quad (4.1)$$

4.4.3 Kamerová matice

Jedna z nejvýznamnějších vlastností fundamentální matice lze použít k určení matic kamery dvěma pohledy. Z rovnice 4.1 vyplývá, že vztahy závisí pouze na projektivních souřadnicích v obraze, a nikoli například na euklidovských měřeních, jako je úhel mezi paprsky. Stejně tak fundamentální matice závisí pouze na projektivních vlastnostech kamer P a P' . Matice kamery spojuje trojrozměrná prostorová měření s měřením obrazu, takže závisí jak na souřadnicovém snímku obrazu, tak na výběru světového souřadnicového snímku. Ačkoli tedy dvojice kamerových matic (P, P') jednoznačně určují fundamentální matici, naopak však to neplatí. Fundamentální matice určuje pár kamerových matic až po násobení pomocí trojrozměrné projektivní transformace.

4.4.4 Esenciální matice

Esenciální matice je specializace fundamentální matice na případy normalizovaných souřadnic obrazu. Historicky byla esenciální matice zavedena před fundamentální maticí a fundamentální matici lze považovat za zobecnění esenciální matice, ve které je odstraněn předpoklad kalibrovaných kamer.

Normalizované souřadnice

Matici kamery rozloženou jako $P = K[R|t]$ a bod v obraze $x = PX$. Pokud je známa kalibrační matice K , můžeme použít její inverzi k bodu x a získat bod $\hat{x} = K^{-1}x$. Pak $\hat{x} = [R|t]X$, kde \hat{x} je obrazový bod vyjádřený v normalizovaných souřadnicích. Lze jej

považovat za obraz bodu X vzhledem ke kameře $[R | t]$, která má matici identity I jako kalibrační matici. Matice kamery $K^{-1}P = [R | t]$ se nazývá normalizovaná matice kamery, účinek známé kalibrační matice byl odstraněn.

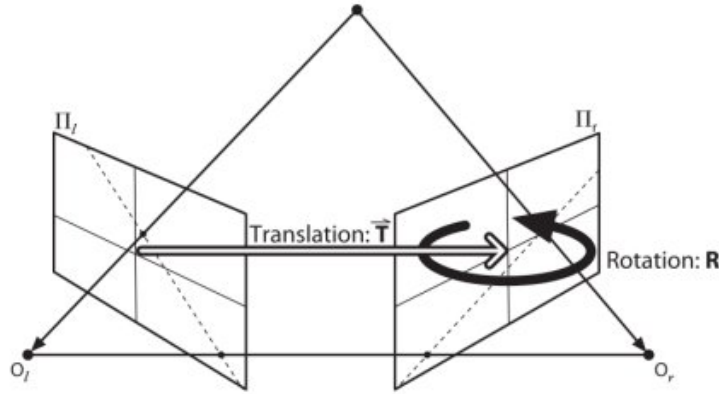
Pro pár normalizovaných matic kamer $P = [I | 0]$ a $P' = [R | t]$. Fundamentální matice odpovídající dvojici normalizovaných kamer se obvykle nazývá esenciální matice a má tvar

$$E = [t]_{\times} R = R[R^{\top} t]_{\times} \quad (4.2)$$

Definující rovnice pro esenciální matici je

$$\hat{x}'^{\top} E \hat{x} = 0 \quad (4.3)$$

, pokud jde o normalizované souřadnice obrazu pro odpovídající body $x - x'$. Substituce za \hat{x} a \hat{x}' dává $x'^{\top} K'^{-\top} E K^{-1} x = 0$. Při srovnání se vztahem $x'^{\top} F x = 0$ pro fundamentální matici vyplývá, že vztah mezi fundamentální a esenciální maticí je $E = K'^{\top} F K$.



Obrázek 4.3: Esenciální matice obsahuje informace o translaci a rotaci, které popisují umístění druhé kamery vzhledem k první v globálních souřadnicích. Převzato z [1]

4.4.5 Rekonstrukce kamer a struktury

Za předpokladu, že je dána sada obrazových korespondencí $x_i \leftrightarrow x'_i$, korespondence pocházejí ze sady 3D bodů X_i , které nejsou známy. Podobně není známa poloha, orientace a kalibrace kamer. Cílem rekonstrukce je najít matice kamery P a P' , stejně jako 3D body X_i , tak že

$$x_i = P X_i, \quad x'_i = P' X_i, \quad \text{pro všechna } i \quad (4.4)$$

Pro malý počet bodů není tento úkol možný. Pokud však existuje dostatečně mnoho bodových korespondencí, které umožňují výpočet fundamentální matice, lze scénu rekonstruovat až do projektivní nejednoznačnosti. Ta může být snížena pokud jsou poskytnuty další informace o kamerách nebo scéně.

Výpočet fundamentální matice

Pro sadu korespondencí $x_i \leftrightarrow x'_i$ ve dvou obrazech splňuje fundamentální matice F podmínku $x'_i F x_i = 0$ pro všechna i . Se známými x_i a x'_i je tato rovnice lineární. Každá bodová korespondence generuje jednu lineární rovnici. S více než 8 rovnicemi lze použít metodu nejmenších čtverců.

Výpočet kamerových matic

Pár kamerových matic P a P' lze vypočítat z odpovídající fundamentální matice F .

Triangulace

Matice kamery P a P' a dva body x a x' ve dvou obrazech, které splňují $x'^T F x = 0$. Toto lze interpretovat geometricky, pokud se jedná o paprsky v prostoru odpovídající těmto dvěma obrazovým bodům. To znamená, že x' leží v epipolární linii Fx , dva paprsky zpětně promítané z obrazových bodů x a x' leží ve společné epipolární rovině, to znamená v rovině procházející dvěma středy kamery. Jelikož dva paprsky leží v rovině, protnou se v určitém bodě. Tento bod X se promítá přes dvě kamery do bodů x a x' ve dvou obrazech.

Jediné body ve trojrozměrném prostoru, které nelze určit z jejich obrázků, jsou body na linii mezi dvěma kamerami. V tomto případě jsou zpětně promítnuté paprsky kolineární a protínají se po celé své délce. Bod X tedy nelze jednoznačně určit.

Kapitola 5

Návrh a implementace

5.1 Použité technologie

5.1.1 PyCharm

PyCharm je vývojové prostředí pro Python vytvořené společností JetBrains. Poskytuje inteligentní doplňování kódu, kontrolu kódu, zvýrazňování chyb za chodu a rychlé opravy spolu s automatickými refaktoringy kódu a bohatými navigačními funkcemi. Nabízí podporu specifickou pro moderní frameworky pro vývoj webových aplikací, obsahuje interaktivní konzoli Pythonu a podporuje vědecké knihovny včetně matplotlib a NumPy. [7]

5.1.2 Python

Python je interpretovaný objektově orientovaný programovací jazyk na vysoké úrovni s dynamickou sémantikou. Jeho integrované datové struktury na vysoké úrovni v kombinaci s dynamickým typováním a dynamickými vazbami jej činí velmi atraktivním pro rychlý vývoj aplikací, stejně jako pro použití jako skriptovací nebo spojovací jazyk pro propojení existujících komponent dohromady. Jednoduchá a snadno se naučitelná syntaxe v Pythonu zdůrazňuje čitelnost, a proto snižuje náklady na údržbu programu. Python podporuje moduly a balíčky, což podporuje modularitu programu a opětovné použití kódu. [15]

Python je vyvíjen pod licencí open source schválenou OSI, díky čemuž je volně použitelný a distribuovatelný, a to i pro komerční použití. Licenci Pythonu spravuje Python Software Foundation.

5.1.3 OpenCV

OpenCV (Open Source Computer Vision Library) je open source knihovna počítačového vidění a strojového učení. Jako produkt s licencí BSD usnadňuje podnikům využití a úpravy kódu. Obsahuje algoritmy, které lze použít k detekci a rozpoznávání tváří, identifikaci objektů, klasifikaci lidské činnosti ve videích, sledování pohybů kamer, sledování pohybujících se objektů, extrakci 3D modelů objektů, vytváření 3D mračen bodů ze stereokamer, spojování obrázků k vytvoření obrázku celé scény s vysokým rozlišením, vyhledávání podobných obrázků z databáze, odstraňování červených očí ze snímků pořízených pomocí blesku, sledování pohybu očí, rozpoznávání scénérie a vytváření značek, které ji překryjí rozšířenou realitou atd. OpenCV je napsán nativně v jazyce C++ a má rozhraní pro C++, Python, Javu a MATLAB, je podporován v systémech Windows, Linux, Android a Mac OS. [13] [1] [9]

5.2 Datová sada

V rámci sestavení datové sady byla uskutečněna dvě měření. Databázi videí bylo původně plánováno nasnímat ve Vojenském výcvikovém prostoru Brdy - Jince ve spolupráci s výzkumníky z Univerzity obrany, Katedry zbraní a munice. To se nemohlo uskutečnit v závislosti na probíhajících mimořádných a ochranných opatření pandemické situace viru COVID-19.

Snímky byly pořízeny s využitím dvou zařízení, videokamery Panasonic 4K Ultra HD HC-VX980EP-K (tabulka 5.1) a fotoaparátu Nikon D7000 (tabulka 5.2) s použitím objektivu NIKKOR 28-300mm f/3.5-5.6G AF-S (tabulka 5.3).

Parametr	Hodnota
Celkový počet pixelů	18,91 <i>Mpx</i>
Obrazový snímač	1/2.3 BSI MOS
Ohnisková vzdálenost	4.08 – 81.6 <i>mm</i>
Optický zoom	20×

Tabulka 5.1: Specifikace Panasonic 4K Ultra HD videokamery HC-VX980EP-K

Parametr	Hodnota
Celkový počet pixelů	16.9 <i>Mpx</i>
Obrazový snímač	APS-C
Ohnisková vzdálenost	18 – 105 <i>mm</i>
Optický zoom	5.8×

Tabulka 5.2: Specifikace fotoaparátu Nikon D7000

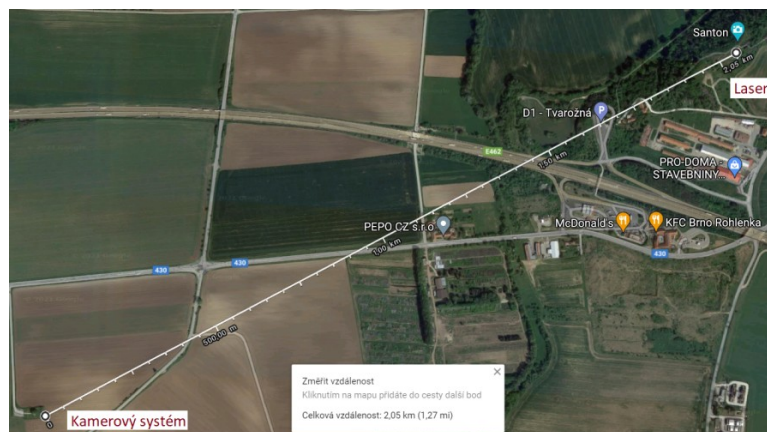
Parametr	Hodnota
Typ objektivu	Zoom
Pro čip	Full Frame, APS-C
Ohnisková vzdálenost	28 – 300 <i>mm</i>

Tabulka 5.3: Specifikace objektivu NIKKOR 28-300mm f/3.5-5.6G AF-S

5.2.1 Měření Žuráň - Santon

První realizované měření bylo koordinované Univerzitou obrany v součinnosti s ředitelem útvaru provozní bezpečnosti podniku Řízení letového provozu ČR, které podpořil Úřad pro civilní letectví. Experiment proběhl 27. dubna 2021 od 21:00 hodin u obce Podolí na návrší Žuráň, kam byly umístěny snímací kamery a v obci Tvarožná na návrší Santon, kde bylo stanoviště laseru. Vzdušnou čarou je vzdálenost obou míst 2050 *m*.

Zelený laserový zdroj s vlnovou délkou 532 *nm* a vyzářeným výkonem < 1 *W* byl připevněn na platformě cvičného dělostřeleckého přístroje CP-34 místo hlavně, pro minimalizaci rizika nežádoucího ozáření letadel a zároveň pro možnost přesného namíření laseru do zvoleného směru. Vodorovný úhel vyzářování laseru azimut byl zvolen 20° tak, aby paprsek směřoval v opačném směru k letišti Brno-Tuřany, které má v daném místě azimut 137° a je vzdálené 6,5 *km*. Kamerový systém se skládal ze čtyř 4K Ultra HD videokamer Panasonic a



Obrázek 5.1: Umístění kamerového systému na stanovišti Žuráň a laseru na stanovišti Santon. Převzato z [2] a upraveno.

jednoho fotoaparátu Nikon s použitím objektivu NIKKOR upevněných na stativě. Jejich pozice byla zaměřena teodolitem určeným pro nivelaci, získáním vodorovných a svislých úhlů a vzdálenosti od nivelačního bodu Žuráň.

	Vzdálenost [m]	Horizontální úhel	Vertikální úhel
Kamera 1	25,5	127° 46' 10"	270° 40' 00"
Kamera 2	17	172° 53' 37"	271° 36' 10"
Kamera 3	14	207° 09' 59"	269° 43' 05"
Kamera 4	10	282° 13' 25"	266° 17' 54"
Fotoaparát	15,1	159° 05' 10"	272° 26' 31"

Tabulka 5.4: Pozice kamer vůči vrcholu Žuráň

Dalšími měřeními hodnotami byla intenzita osvětlení $0,07 lx$, teplota vzduchu $3,6^{\circ}C$, vlhkost vzduchu 74% a atmosferický tlak $1012 hPa$.

Už v dobu provádění experimentu však ze stanoviště Žuráň nebyl laserový paprsek okem viditelný ani po přiblížení dalekohledem. Po zpracování snímků se ukázalo, že ani tam paprsek nebyl zachycen.

5.2.2 Měření Fakulta informačních technologií Vysokého učení technického v Brně

Druhé měření bylo uskutečněno 12. května 2021 od 21:00 hodin v areálu Fakulty informačních technologií Vysokého učení technického v Brně. Tento experiment byl realizován jako náhradní, poněvadž měření Žuráň - Santon nepřineslo žádné snímky, kde by laser byl viditelný.

Byl použit zelený laserový zdroj s vlnovou délkou $532 nm$ a vyzářeným výkonem $5 mW$, který byl připevněn na stativu a jeho paprsek mířil na střechu kostela Nejsvětější Trojice, aby se zamezilo svícení do nebe azimut tohoto směru je 255° . K vytvoření snímků byl použit fotoaparát Nikon s použitím objektivu NIKKOR upevněný na stativu ve 4 pozicích. První pozice v prodlouženém směru laserového paprsku, druhá pozice v pravém úhlu ke směru paprsku a další dvě pozice v rovnoběžném směru k laserovému paprsku na přímce s druhou pozicí. Vzdálenosti byly naměřeny laserovým dálkoměrem.



Obrázek 5.2: Umístění laseru na stanovišti Fakulty informačních technologií Vysokého učení technického v Brně. Převzato z [3] a upraveno.

	Vzdálenost [m]	Horizontální úhel	Vertikální úhel
Pozice 1	2,6	75° 00' 00"	287° 18' 14"
Pozice 2	6,7	165° 00' 00"	276° 53' 36"
Pozice 3	12,62	222° 56' 47"	271° 57' 05"
Pozice 4	30,45	242° 17' 15"	270° 48' 32"

Tabulka 5.5: Pozice kamer vůči laserovému zdroji

Hodnota intenzity osvětlení byla v době měření $0,03 \text{ lx}$, teplota vzduchu $17,6^\circ\text{C}$, vlhkost vzduchu 52% a atmosferický tlak 1012 hPa .

5.3 Návrh a implementace metod

5.3.1 Algoritmus pro detekci laseru v obraze

Jelikož probíhalo experimentální měření v pozdních hodinách, kdy je tma, je nutné snímky laseru nejprve předzpracovat. K tomu je využita metoda ekvalizace histogramu (viz 4.3.1), která vyvažuje kontrast a mapuje vstupní pixely ve světlejší oblasti na výstupní pixely v celé oblasti. Pro řešení této problematiky jsou uplatněny dvě varianty ekvalizace.

První z nich je vyrovnání histogramu pomocí funkce

```
equalizeHist(src[, dst]) -> dst
```

kteřá musí mít vstupní obrázek ve stupních šedi nebo rozdělen do jednotlivých kanálů. Z toho důvodu je vstupní obrázek rozdělen na jednotlivé kanály R, G, B, každému kanálu je upraven histogram a následně jsou kanály spojeny zpět do barevného obrázku.

Druhým způsobem je uplatnění adaptivního vyrovnání histogramu, obraz je v tomto případě rozdělen na malé bloky a následně je každému z bloků vyrovnán histogram.

```
createCLAHE([, clipLimit[, tileGridSize]]) -> retVal
```

Každý ze způsobů má své uplatnění v programu. Vyvážení histogramu celého obrazu je využito k extrakci laseru. Adaptivní ekvalizace histogramu je aplikována pro nalezení místních rysů ve snímku.

Při extrakci laserového paprsku ze snímku se vychází z předpokladu, že jeho paprsek má monochromatické, tedy jednobarevné světlo. Lze proto uplatnit segmentaci obrazu na základě barvy, tento proces se nazývá prahování. Každý pixel v obraze je porovnán se zadanou prahovou hodnotou a na základě porovnání je jeho hodnota změněna nebo ponechána. Aby mohlo být použito prahování, je nutné převést obraz z modelu RGB (red, green, blue) na model HSV (hue, saturation, value). Ten umožňuje filtrovat barvu na základě odstínu. Nejprve je obrázek převeden na HSV model funkcí,

```
cvtColor(src, code[, dst[, dstCn]]) -> dst
```

Následně jsou prvky prahovány pomocí

```
inRange(src, lowerb, upperb[, dst]) -> dst
```

Ve vyprahovaném obraze lze následně vyhledat úsečky podle pravděpodobnostní Houghovy transformace

```
HoughLinesP(image, rho, theta, threshold[, lines[, minLineLength[, maxLineGap]]) -> lines
```

Houghova transformace však případně nalezne několik přímk, které jsou i nejsou součástí laserové linie. Tyto je nutné sloučit na základě stejného směru a blízkých krajních bodů. Díky tomu zůstal pouze paprsek laseru a ostatní hrany. Linka, která patří laseru je vybrána pomocí předpokladu, že je delší než všechny ostatní, protože zasahuje do obrazu a pokračuje i ven ze snímku.

Jakmile je extrahovaná linie laseru, je nutné zvolit bod, který je zdrojem nebo koncovým bodem laserového paprsku. Jedná se o bod, který neleží na okraji obrázku. Může nastat i situace, kdy paprsek protíná celý obrázek, potom nelze zvolit vzdálenost od soustav kamer, protože je na každém snímku zachycena odlišná část paprsku. Další možnou variantou je, že ani jeden z bodů neleží na hraniční části obrázku. K tomu může dojít, pokud je celý paprsek včetně zdroje a cílového bodu laseru zachycen jedním snímkem nebo v případě, že je paprsek příliš rozptýlen, případně málo viditelný a funkce `HoughLinesP` ho nekvalifikuje jako linku. V tomto výskytu je nutné extrahovat pouze zdroj nebo koncový bod paprsku, které tvoří jeho nejjasnější část.

Extrakce cílového bodu paprsku nebo zdroje laseru bez ohledu na paprsek samotný lze docílit prahováním obrázku a nalezením obrysu nejjasnějšího bodu. Nejprve je obrázek převeden na stupně šedi,

```
cvtColor(src, code[, dst[, dstCn]]) -> dst
```

dále se provede rozostření pomocí Gaussova filtru,

```
GaussianBlur(src, ksize, sigmaX[, dst[, sigmaY[, borderType]]) -> dst
```

aplikuje se prahová funkce,

```
threshold(src, thresh, maxval, type[, dst]) -> retval, dst
```

a v závěru se extrahuje obrys.

```
findContours(image, mode, method[, contours[, hierarchy[, offset]]) -> contours, hierarchy
```

Z takto nalezeného obrysu se určí středové souřadnice, které tvoří bod požadovaného zdroje nebo cílového bodu laseru.

5.3.2 Algoritmus pro lokalizaci laseru ve vnějším prostředí

Po detekování dvojrozměrné souřadnice zdroje nebo cílového bodu laseru ve dvojici snímků lze získat i jeho souřadnici v trojrozměrném prostoru pomocí triangulační metody, viz 4.4.5.

Na začátku procesu lokalizace laseru ve vnějším prostředí je důležité znát dostatečné množství bodů, ze kterých je možné následně nalézt fundamentální matici. Pro tento účel je využit algoritmus SIFT, viz 4.3.2 a funkce knihovny OpenCV. Funkcí

```
SIFT_create([, nfeatures[, nOctaveLayers[, contrastThreshold[,  
edgeThreshold[, sigma]]]]) -> retval
```

je vytvořen objekt SIFT a následně funkce

```
detectAndCompute(image, mask[, descriptors[, useProvidedKeypoints]])  
-> keypoints, descriptors
```

nalezne klíčové body v obrazech a vypočítá deskriptory z klíčových bodů. Každý klíčový bod je struktura, která má mnoho atributů, jako jsou jeho souřadnice, velikost smysluplného sousedství, úhel, který určuje jeho orientaci a další.

Jakmile jsou vypočítané deskriptory u dvojice obrázků, lze je porovnat pomocí metody BFMatcher (Brute-force descriptor matcher) porovnání deskriptorů hrubou silou. Vytvořením objektu BFMatcher

```
BFMatcher_create([, normType[, crossCheck]]) -> retval
```

a nalezením k nejlepším shod pro každý deskriptor pomocí funkce

```
knnMatch(queryDescriptors, trainDescriptors, k[, mask[, compactResult]])  
-> matches
```

Takto získané body jsou použity k nalezení fundamentální matice

```
findFundamentalMat(points1, points2, method, ransacReprojThreshold,  
confidence, maxIters[, mask]) -> retval, mask
```

a následně funkce

```
stereoRectifyUncalibrated(points1, points2, F, imgSize[, H1[, H2[,  
threshold]]) -> retval, H1, H2
```

vrací rektifikační transformace, pomocí kterých je možné snímky opravit. Dále se z opravených obrazů znovu získaly klíčové dvojice bodů pomocí metody SIFT.

V této fázi procesu lokalizace laseru je potřebnou komponentou matice vnitřních parametrů kamery. K tomu je třeba znát vstupní parametry - ohniskovou vzdálenost a velikost obrazového snímače kamery použité k pořízení snímků (oba údaje v milimetrech). Ze vstupních parametrů a z velikosti obrazu získané za běhu programu lze sestavit matici vnitřních parametrů kamery.

$$A = \begin{pmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

kde f_x a f_y reprezentují ohniskovou vzdálenost v pixelech a c_x a c_y zastupují hlavní bod, ideálně ve středu obrazu.

S využitím dvojic bodů a matice vnitřních parametrů kamery lze pomocí funkce

```
findEssentialMat(points1, points2, cameraMatrix[, method[, prob[,  
threshold[, mask]])]) -> retval, mask
```

nalézt esenciální matici, přičemž tato funkce předpokládá, že body z obou obrazů jsou body funkcí z kamer se stejnou vnitřní maticí kamery. Díky funkci

```
recoverPose(E, points1, points2, cameraMatrix[, R[, t[, mask]])
-> retval, R, t, mask
```

je možné obnovit rotaci a translaci kamery pomocí kontroly chiralidy, tzn. asymetrie prostorového rozložení objektu. Metoda vrátí počet položek, které projdou kontrolou. Translace je vypočítána ve tvaru jednotkového vektoru a proto je nutné jej vynásobit vzájemnou vzdáleností kamer, aby bylo možné získat výstupy v odpovídajících dálkových jednotkách.

Z matice vnitřních parametrů kamery A , výsledné rotační matice R a translačního vektoru t mohou být sestaveny projekční matice obou kamer P a P' . První kamera leží v počátku souřadnicového systému s nulovou rotací, druhá je posunutá v závislosti na translačním vektoru a otočená podle rotační matice.

$$P = A[I | 0], \quad P' = A[R | t] \quad (5.2)$$

Nakonec lze uskutečnit triangulaci pomocí funkce

```
triangulatePoints(projMatr1, projMatr2, projPoints1, projPoints2[,
points4D]) -> points4D
```

K získání finálního výsledku je třeba vydělit první tři souřadnice čtvrtou souřadnicí. Vzniknou tak trojrozměrné souřadnice odpovídajících bodů z dvojice obrázků. Nyní stačí vybrat bod, který je nejbližší hledanému bodu zdroje nebo cílového bodu laserového paprsku. Vypočtením Euklidovské vzdálenosti mezi výslednou souřadnicí a počátkem soustavy souřadnic, ve kterém je umístěna první kamera je možné získat výslednou vzdálenost mezi první kamerou a hledaným bodem laseru.

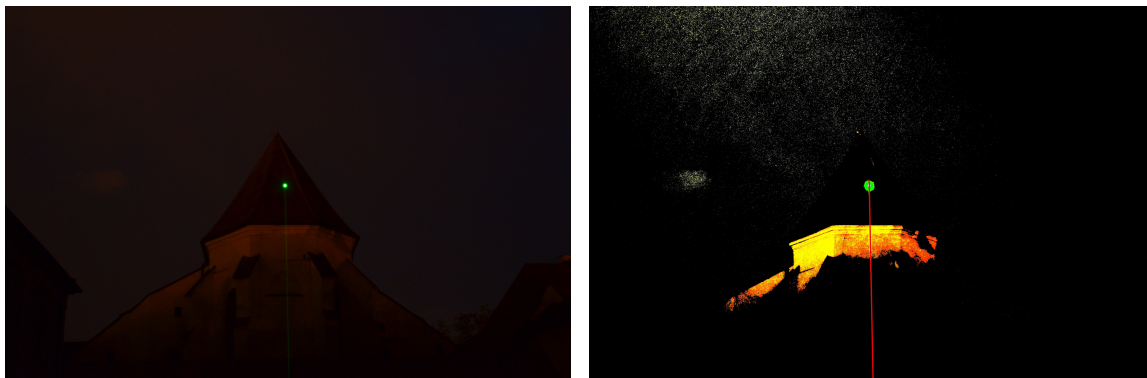
Kapitola 6

Vyhodnocení

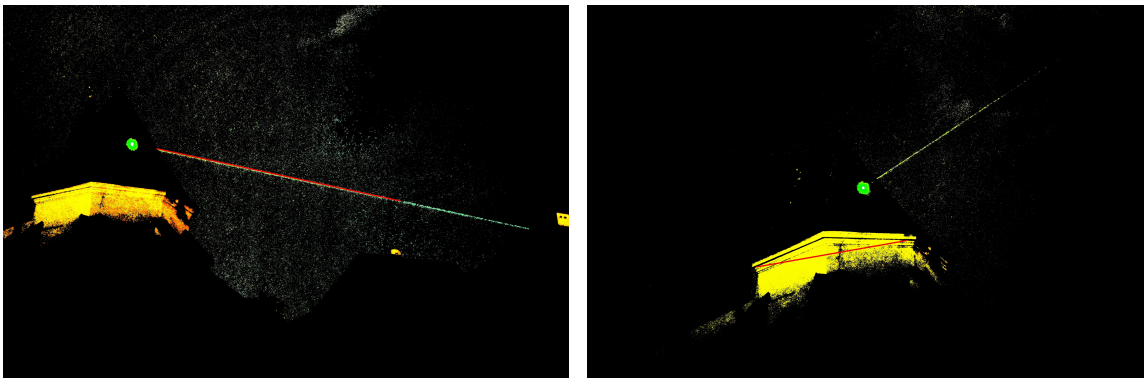
Pro vyhodnocení měla být v rámci práce sestavena datová sada, na které by bylo možné ověřit funkčnost algoritmu. V důsledku zavedených mimořádných a ochranných opatření pandemické situace se nepodařilo databázi sestavit, ale vznikl pouze několika snímkový set, na základě kterého bylo možné implementovaný algoritmus otestovat.

6.1 Detekce (zdroje) laseru v obraze

V rámci detekce laseru v obraze se výsledky odvíjí od několika faktorů. Prvním z nich je viditelnost paprsku laseru, čím je paprsek lépe zachycen, tím lépe bude zvýrazněn na předzpracovaném snímku. Pokud je paprsek vidět zřetelně, je i na předzpracovaném obraze zvýrazněna celá jeho linie (viz 6.1). Dalším faktorem je pozadí zachyceného snímku, v případě, že má podobný odstín jako paprsek, může část pozadí vystoupit ze snímku společně s laserem, což je případ i 6.1, linka laseru je však na tomto obrázku dostatečně viditelná. Příklad nevyhovujících snímků pro zpracovávání laserové linie je na obrázku 6.2, kdy první z nich ukazuje neúplné zvýraznění paprsku, na druhém obrázku není paprsek zachycen vůbec, je zvýrazněna linka v pozadí. I v tomto případě bylo ovšem možné vyextrahovat pouze cílový bod laseru nezávisle na paprsku (viz 6.3), na tento snímek byla aplikována metoda ekvalizace histogramu. Ani tato metoda však není vždy spolehlivá, pokud vstupní snímek obsahuje v pozadí rušivé elementy, například pouliční osvětlení.



Obrázek 6.1: Příklad originálního (vlevo) a předzpracovaného (vpravo) obrázku s červeně zvýrazněnou linkou laseru.



Obrázek 6.2: Příklad dvou nevhodných obrázků pro zpracování laserové linie, zvýrazněním (červeně) pouze části paprsku (vlevo), zvýrazněním (červeně) linky z pozadí (vpravo).



Obrázek 6.3: Příklad detekování bodu laserového zdroje (zvýrazněno červeným bodem).

6.2 Lokalizace (zdroje) laseru ve vnějším prostředí

Korespondence bodů ve dvojici obrázků nalezených metodou SIFT byly dostatečně přesné k nalezení fundamentální matice, pomocí které se obrazy opravily. Po opětovném nalezení bodů v upravených snímcích a nalezení esenciální matice, bylo možné získat rotaci a translaci druhé kamery pro uplatnění triangulační metody. Výsledky jsou uvedeny v tabulce 6.1. Pozice jsou udávány dle provedeného měření (5.5).

Z vypočítaných hodnot lze vyvodit, že výsledky jsou dobré s odchylkou od vzdálenosti ve skutečnosti pouze do 5%, pokud byly kamery rozestavěny v blízké vzdálenosti od sebe, naopak špatný výsledek se projevil v případě situování kamer v pozicích 1 a 3, kdy byly nejdále od sebe a tím se vytvořila na fotografiích velká nejednoznačnost projekce. Tento problém lze pro toto konkrétní řešení zanedbat, protože algoritmus je navrhnout pro případy lokalizace bodů ve velkých vzdálenostech, kdy budou kamery rozestavěny blízko u sebe. Poměrně velká odchylka vznikla také u kamer v pozicích 1 a 3, zaměřených na zdroj laseru, kde se jednalo o krátké vzdálenosti v jednotkách metrů. Nepřesnost se odvíjí od samotného měření, které bylo přibližné a tento faktor se na malé vzdálenosti negativně promítne. Z

	Vypočtená vzdálenost [m]	Vzdálenost ve skutečnosti [m]	Odchylka lokalizace
Pozice 1 a 2	46,0922	48,47	4,91 %
Pozice 2 a 3	39,8849	40,77	2,17 %
Pozice 1 a 3	5,3716	48,47	88,92 %
Pozice 2 a 3 - zdroj	5,7133	6,75	15,36 %

Tabulka 6.1: Výsledné hodnoty.

fotoaparátu umístěného v pozici 4 nevznikly žádné relevantní výsledky z důvodu zachycení pouličních osvětlení v pozadí, které znemožnilo získat ze snímku paprsek laseru.

K ověření výsledků by bylo třeba získat rozsáhlejší databázi snímků, ze kterých by bylo zřejmé, ve kterých situacích algoritmus funguje, avšak i s takto málo snímky lze usuzovat, že zvolené metody jsou úspěšné a vrací relevantní výsledky.

Kapitola 7

Závěr

Cílem práce bylo prostudovat literaturu týkající se zdrojů laserového záření a existujících řešení pro detekci laserového záření ve volném prostoru. Poté nasnímat databázi videí laserových paprsků v různých povětrnostních podmínkách, navrhnout, implementovat a otestovat algoritmus pro zpracování obrazu za účelem detekce a lokalizace zdroje laserového paprsku.

Teoretická část se věnuje laserům jako takovým, jejich principu fungování, rozdělení podle typu zesilovače, dělení do tříd podle jejich potenciálu způsobit zranění a legislativě, která použití laserů upravuje. Dále je zpracována paprsková optika zejména Gaussovského svazku, ale i Hermitovského-Gaussovského, Laguerrovského-Gaussovského a Besselovského svazku. V poslední části jsou zmíněny způsoby detekce objektů v obraze, rozdělení kamer a objektivů, možnosti využití fotografických filtrů, principy zpracování obrazu a vícekamerové systémy. Praktická část se zabývá návrhem a implementací algoritmu, použitými technologiemi, způsobem získání datové sady a popis metod určených k sestavení algoritmu.

Vytvořený program realizuje detekci laseru v pořízených snímcích a jeho úspěšnost dosahuje relevantních výsledků, pokud jsou laserové paprsky zachyceny dostatečně výrazně, to znamená pokud je co možná nejnižší hluk v pozadí. Dále algoritmus lokalizuje polohu cílového paprsku nebo jeho zdroje na základě zadaných vstupních parametrů kamery a informací o tom, jak jsou vzdáleny od sebe, v závislosti na tom, která část je na obraze zachycena. Výsledné hodnoty mají velkou úspěšnost v případě, kdy se kamery nacházejí blízko u sebe v poměru ke vzdálenosti k laseru. V případě, že jsou kamery více rozestoupeny projevuje se problém nejednoznačné projekce.

Hlavním úkolem této práce bylo vytvořit program pro lokalizaci laseru, nicméně po vyhodnocení výsledků vyvstal výše zmíněný problém nejednoznačnosti v projekci. Řešení tohoto problému nebylo obsahem práce jako takové, jeho adresování v rámci dalších prací by však mohlo v budoucnu celý algoritmus zkvalitnit. V rámci dalšího možného vylepšování programu se nabízí řešení, kdy by se kamery nejprve zkalibrovaly. Tím by se odstranila nutnost zadávání vstupních vnitřních parametrů kamery a údaje o vzdálenosti kamer mezi sebou, ačkoli při použití kamer s nízkým obrazovým zkreslením lze dosáhnout dostatečně dobrých výsledků.

Literatura

- [1] BRADSKI, G. R. *Learning OpenCV*. Sebastopol: O'Reilly, 2008. Computer Programming. Robotics. ISBN 978-0-596-51613-0.
- [2] *Mapy Google* [online]. 2021. Citováno: 2021-07-20. Dostupné z: <https://www.google.com/maps/@49.1855317,16.7512909,1526m/data=!3m1!1e3>.
- [3] *Mapy Google* [online]. 2021. Citováno: 2021-07-20. Dostupné z: <https://www.google.com/maps/@49.2274139,16.59681,44m/data=!3m1!1e3>.
- [4] HARTLEY, R. *Multiple view geometry in computer vision*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. ISBN 0-521-54051-8.
- [5] HARTLEY, R. I. a STURM, P. Triangulation. *Computer vision and image understanding*. Elsevier Inc. 1997, sv. 68, č. 2, s. 146–157. ISSN 1077-3142.
- [6] HODDINOTT, R. *Filtry : průvodce digitální fotografa*. První vydání. Brno: Zoner Press, 2013. Encyklopedie Zoner Press. ISBN 978-80-7413-266-7.
- [7] *PyCharm: the Python IDE for Professional Developers by JetBrains* [online]. Citováno: 2021-07-21. Dostupné z: <https://www.jetbrains.com/pycharm/>.
- [8] LABGUIDE. *Elektromagnetické spektrum a viditelné světlo* [online]. [cit. 2021-03-14]. Dostupné z: <https://labguide.cz/wp-content/uploads/2015/01/ELEKTROMAGNETICKÉ-SPEKTRUM.jpg>.
- [9] LAGANIÈRE, R. *OpenCV 2 computer vision application programming cookbook : over 50 recipes to master this library of programming functions for real-time computer vision*. 1st ed. Brimingham: Packt Publishing, 2011. Quick Answers to Common Problems. ISBN 978-1-84951-324-1.
- [10] MALÝ, P. *Optika*. 2nd ed.. 2013. ISBN 9788024627939.
- [11] MURPHY, P. *Laser Classes chart* [online]. 2009 [cit. 2021-04-25]. Dostupné z: <https://www.laserpointersafety.com/laserclasses.html>.
- [12] NAJMAN, J. *Laserové útoky v letecké dopravě* [online]. Masarykova Univerzita, Fakulta sociálních studií, 2015. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/o6zr0/Diplomova_prace_Najman.pdf.
- [13] *About - OpenCV* [online]. Citováno: 2021-07-21. Dostupné z: <https://opencv.org/about/>.

- [14] OSCHE, G. R. *Optical detection theory for laser applications*. Hoboken: Wiley-Interscience, 2002. Wiley series in pure and applied optics. ISBN 0-471-22411-1.
- [15] *What is Python? Executive Summary* [online]. Citováno: 2021-07-21. Dostupné z: <https://www.python.org/doc/essays/blurb/>.
- [16] SALEH, B. E. A. a TEICH, M. C. *Fundamentals of Photonics*. New York, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001. ISBN 9780471839651.
- [17] SILFVAST, W. T. *Laser Fundamentals*. 2004. ISBN 9780521541053.
- [18] SILVESTRE BERGÉS, S. *Optoelektronika, fotonika a senzory*. TechPedia.
- [19] SZELISKI, R. *Computer Vision: Algorithms and Applications*. London: Springer London, 2011. Texts in Computer Science. ISBN 978-1-84882-934-3.
- [20] *Letecké předpisy* [online]. Citováno: 2021-04-17. Dostupné z: <https://www.caa.cz/dokumenty/predpisy/letecke-predpisy/>.
- [21] ČESKO. *Zákon č. 40/2009 Sb., trestní zákoník* [online]. AION CS, 2010. Citováno: 2021-04-17. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2009-40>.
- [22] ČESKO. *Zákon č. 49/1997 Sb., o civilním letectví a o změně a doplnění zákona č. 455/1991 Sb., o živnostenském podnikání (živnostenský zákon), ve znění pozdějších předpisů* [online]. AION CS, 2010. Citováno: 2021-04-17. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2009-40>.
- [23] *ČSN EN 60825-1 ed. 3 (367750) A Bezpečnost laserových zařízení*. Praha : Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2015.
- [24] *ČSN EN 207 (832451) A Osobní prostředky k ochraně očí - Filtry a prostředky k ochraně očí proti laserovému záření (ochranné brýle proti laseru)*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2017.

Příloha A

Obsah paměťového média

- `app/` - zdrojové soubory implementovaného programu s návodem ke spuštění
- `doc/` - zdrojové soubory technické zprávy
- `xhorna12_color.pdf` - technická zpráva
- `xhorna12_print.pdf` - technická zpráva bez barevných odkazů