VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MATEMATIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF MATHEMATICS

APLIKACE OPTIMALIZACE PRO NÁVRH SUBSYSTÉMŮ ENERGETICKÝCH CELKŮ

OPTIMIZATION FOR THE DESIGN OF SUBSYSTEMS OF ENERGY-PRODUCING PROCESSES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

FRANTIŠEK JANOŠŤÁK

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. MARTIN PAVLAS, Ph.D.

BRNO 2014

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav matematiky
Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): František Janošťák

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Matematické inženýrství (3901R021)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Aplikace optimalizace pro návrh subsystémů energetických celků

v anglickém jazyce:

Optimization for the design of subsystems of energy-producing processes

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Student se seznámí s problematikou stochastického programování. Získané znalosti budou využity pro modifikaci existujících modelů v oblasti energetického využití odpadů (optimalizace parametrů investičních záměrů souvisejících s výstavbou konkrétního zařízení). Model bude použit pro optimální návrh vybraných komponent při zohlednění neurčitého vývoje klíčových parametrů. Téma práce navazuje na dlouhodobě rozvíjenou problematiku optimalizace investičních záměrů.

Cíle bakalářské práce:

Student se seznámí s problematikou energetického využití odpadů. Prostuduje a popíše existující model. Dále model rozšíří o nová omezení související s vybranou technologickou komponentou. Model bude otestován při řešení případové studie založené na reálných průmyslových datech.

Seznam odborné literatury:

Birge, J. and Louveaux F. Introduction to Stochastic Programming. Springer, 2011.

Šomplák, R.: Využití metod stochastického programování pro hodnocení investic v energetických zdrojích, diplomová práce, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta
strojního inženýrství. 2011. 60 s.

Šomplák R., Ferdan T., Pavlas M., Popela P., Waste-to-energy facility planning under uncertain circumstances. Applied Thermal Engineering, In Press, Corrected Proof, Available online 11 April 2013.

Šomplák, R.; Popela, P.; Pavlas, M.; Ferdan, T.; Touš, M. A Stochastic Programming Model for Waste-to- Energy Facility Planning. In MENDEL 2012. Mendel Journal series. Brno, Česká republika: 2012. s. 180-185. ISBN: 978-80-214-4540- 6. ISSN: 1803- 3814.

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Martin Pavlas, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2013/2014.

V Brně, dne 22.11.2013

L.S.

prof. RNDr. Josef Šlapal, CSc. Ředitel ústavu	prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c. Děkan fakulty

Abstrakt
Bakalářská práce se zabývá návrhem spalovacího roštu. Klíčovým faktorem při návrhu je výhřevnost odpadu, která byla modelována na základě analýzy dat z reálného provozu. Cílem je navrhnout spalovací rošt, který by byl schopen efektivně fungovat i při změnách zmíněné výhřevnosti.

Za použití scénářů převádíme tento problém do matematické formulace, která je následně implementována do programovacího prostředí GAMS. Výsledkem je stanovení parametrů spalovacího roštu.

Summary
This bachelor thesis focuses on the design of a combustion grate. The key factor is the lower heating value of waste, which has been modelled based on the data obtained from a real combustion grate.

The goal is to develop a combustion grate, which will function effectively whilst changing the lower heating values. Possible scenarios of the problem are mathematically formulated and implenented in GAMS enviroment. The outcome of this work are the parameters of the combustion grate.

Klíčová slova
Optimalizace, scénáře, zařízení na energetické využití odpadu, spalovací rošt, testování statistických hypotéz

Keywords
Optimalization, scenarios, waste-to-energy plant, combustion grate, testing of statistical hypothesis

JANOŠŤÁK, F. *Aplikace optimalizace pro návrh subsystémů energetických celků*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 23 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Martin Pavlas, Ph.D.

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci *Aplikace optimalizace pro návrh subsystémů energetických celků* vypracoval samostatně pod vedením Ing. Martina Pavlase, Ph.D. s použitím materiálů uvedených v seznamu literatury.

František Janošťák

Na tomto místě bych rád poděkoval všem, kteří mi jakkoliv s tvorbou této práce pomohli, zejména pak Ing. Martinu Pavlasovi, Ph.D. za vedení práce a konzultace, dále Ing. Radovanu Šomplákovi za ochotu, přínosné rady a čas, který mi věnoval. V neposlední řadě bych rád poděkoval RNDr. Pavlu Popelovi, Ph.D. za podporu a cenné připomínky.

František Janošťák

Obsah

Úvod **2**

1 Zařízení EVO **4**
1.1 Zpracování odpadu 5
1.2 Spalovací rošt 5

2 Analýza klíčové charakteristiky SKO **7**
2.1 Lillieforsův test 9
2.2 Grubbsův test 10

3 Optimalizace - základní pojmy **11**
3.1 Nelineární programování 11

4 Matematické modely pro oblast podpory návrhu termické části zařízení EVO **13**
4.1 Modelování výhřevnosti 13
4.2 Základní model spalovacího roštu 14
4.3 Model spalovacího roštu s proměnnou účinností 15
4.4 Model spalovacího roštu s bezpečnostním pásem a přídavným palivem . . . 16
4.5 Model spalovacího roštu s možností překročení referenční kapacity 17
4.6 Modifikace modelů 19

Závěr **21**

Literatura **22**

Úvod

Motivací ke vzniku této práce byla stále diskutovanější otázka nakládání s komunálním odpadem (KO). Protože se Česká republika zavázala snížit množství skládkovaného odpadu, vzniklo už v minulosti několik studií, které se zabývají problematikou výstavby nových zařízení na energetické využití odpadu (EVO), aby tomuto závazku pomohly dostát. Většinou však pracují se zařízením EVO jako s celkem a nevěnují se bližšímu pohledu na jeho dílčí subsystémy. Jedná se například o spalovací kotel či turbínu a právě tyto jednotlivé části jsou nezanedbatelnou položkou v kalkulaci investičních nákladů a hrají klíčovou roli pro pozdější provoz zařízení EVO. Proto by při jejich špatném návrhu mohlo dojít ke vzniku nákladů spojených s nutnou modernizací v důsledku neefektivního provozu.

Tato práce se snaží tyto nedostatky zmíněných studí odstranit tím, že se hlouběji zabývá návrhem spalovacího roštu, který je součástí termické části EVO. Základním pilířem pro návrh spalovacího roštu je jeho palivo (odpad). Odpad je značně nehomogenní a jeho složení se mění v čase (míra třídění, způsob balení potravin, způsob vytápění atd.). Tyto neurčitosti umožňuje postihnout matematické programování (optimalizace).

Vzhledem k rostoucí produkci odpadu vznikla směrnice [1], která určuje hierarchii způsobů nakládání s odpadem, což je zobrazeno na obr. 1.

Obrázek 1: Hierarchie nakládání s odpadem

Nejlepší možností je samozřejmě zamezit vzniku odpadu, což je bohužel v některých situacích zcela nemožný úkol. Následuje tedy opětovné využití. Zde lze uvést například vymývání skleněných lahví a vrácení zpět do oběhu. Další možností je recyklace, což se týká například kovových součástí, skla atd. V neposlední řadě je zde uvedeno energetické využití, které je mnohdy odsuzováno jako zábrana recyklace. Toto nařčení by bylo oprávněné, kdyby se takto nakládalo s vytříděným odpadem, který je ještě možnost využít

jinak. Pokud se však zaměříme na směsný komunální odpad (SKO), tak zde nemáme moc jiných možností. Posledním, a také nejhorším, řešením je uložení odpadu na skládku.

S ohledem na tuto hierarchii se dá předpokládat, že se bude složení spalitelných odpadů značně měnit, proto je vhodné vytvořit výpočtový nástroj, který bude schopen tuto neurčitost popsat a následně navrhnout optimální řešení pro návrh dílčích technologií zařízení EVO.

V této práci se budeme zabývat podrobnou analýzou výhřevnosti odpadu z dat z reálného provozu, což je klíčová veličina při návrhu spalovacího roštu. Pro tuto analýzu zde uvedeme některé ze statistických testů, díky kterým získáme poznatky k tomu, abychom mohli modelovat výhřevnost odpadu.

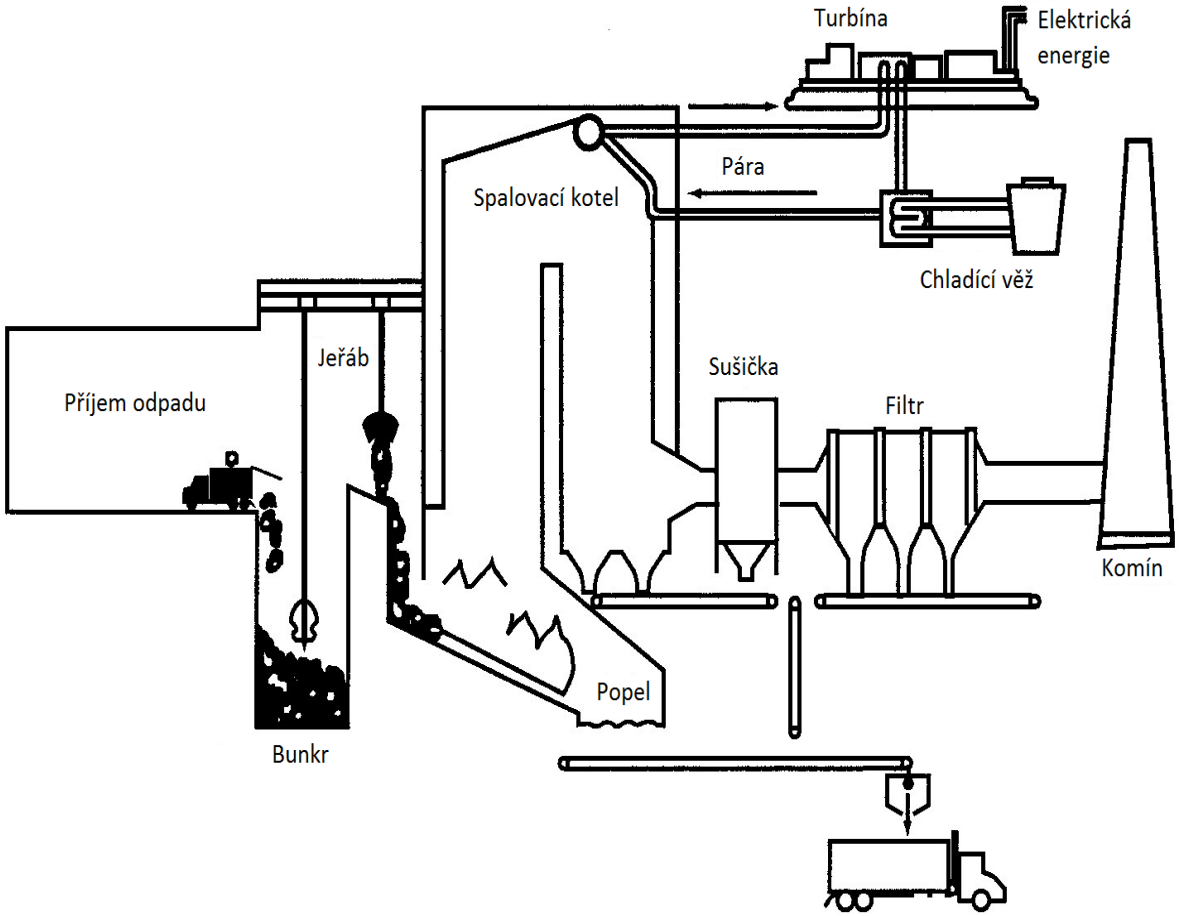
Pro výběr ideálního spalovacího roštu vytvoříme několik na sebe navazujících matematických programů (optimalizačních modelů), kterými se budeme co nejlépe snažit vystihnout budoucí vývoj situace. V těchto programech částečně využijeme některé užitečné vlastnosti stochastického programování jako je například modelování budoucího vývoje pomocí několika možných scénářů.

Tato práce přispívá k řešení aktivit v rámci centra kompetence Waste-to-Energy (projekt č. TE02000236) financovaného Technologickou agenturou České republiky.

Kapitola 1

Zařízení EVO

Úkolem zařízení EVO je zpracování odpadu za účelem využití uvolněné tepelné energie. EVO můžeme rozdělit z hlediska podoby distribuované energie na závody vyrábějící teplo v podobě páry, závody vyrábějící elektrickou energii a závody s kombinovanou výrobou jako je například ZEVO Malešice v Praze. Schéma zařízení EVO je podrobně zobrazeno na obrázku 1.1.



Obrázek 1.1: Zařízení EVO [2]

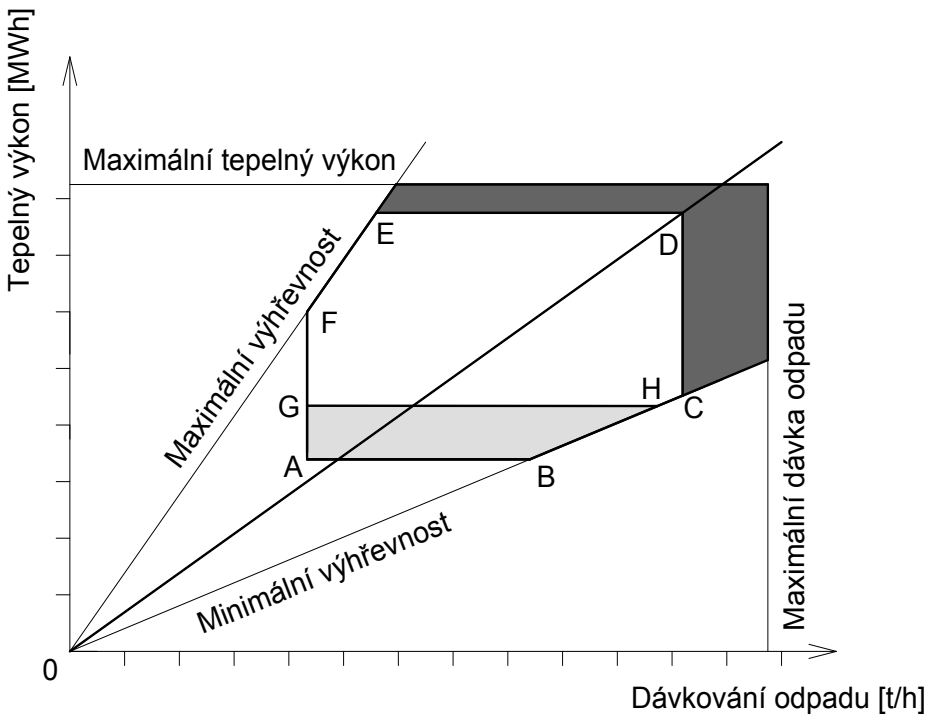
1.1 Zpracování odpadu

Samotné zpracování odpadu začíná při vjezdu do areálu EVO, kde je odpad zvážen a zkontrolován na přítomnost radioaktivních částí. Dále pokračuje do skladovacího bunkru, kde je shromažďován, než přijde řada na jeho zpracování. Odpad je zde neustále promícháván pomocí jeřábového drapáku, aby výsledná směs měla přibližně stejnou výhřevnost. I přes tento fakt se výhřevnost pohybuje v relativně velkém intervalu (viz kap. 2).

Z bunkru je odpad následně předáván do násypky, ze které je dále dávkován na spalovací rošt, kde se spaluje při teplotách 850°C - 1100°C. Uvolněné teplo se využívá k ohřátí vody. Ta se změní na páru a pokračuje přes potrubní systém na turbínu. Tam pomáhá ke vzniku elektrické energie, která je dále posílána do sítě. Pára, která se nevyužije na výrobu elektrické energie je použita do technologických procesů a nebo na ohřev vody pro vyhřívání obytných prostor. Zbytek hmoty, která zůstane po spálení se nazývá škvára. Z ní se nejdříve odseparují železné a barevné kovy a následně jde na další využití (např. ve stavebnictví) nebo na skládku. Veškeré vzniklé spaliny procházejí systémem na čištění spalin, aby obsahovaly co nejméně škodlivých látek. Potom jsou vypouštěny do ovzduší. Podrobnější text o zařízení EVO je v článcích [3][4][5]. V dalším textu se budeme věnovat návrhu parametrů spalovacího roštu.

1.2 Spalovací rošt

Návrh spalovacího roštu je silně vázán na čtyři základní parametry. Jedná se o dávkované množství odpadu, maximální, resp. minimální, výhřevnost a tepelný výkon, který je definován jako součin dávkovaného množství odpadu a výhřevnosti. Všechna omezení společně se zmíněnými hodnotami zahrnujeme do jednotného celku a pomocí diagramu spalovacího roštu je převádíme do grafické podoby, jak je vidět na obr. 1.2.



Obrázek 1.2: Diagram roštu [6]

Plocha diagramu roštu je vyhrazena následujícími čarami [6]:

- A - B
  - minimální hodnota tepelného výkonu.
- D - E
  - maximální dosažitelná hodnota tepelného výkonu při běžném provozu, neměla by být běžně překračována;
  - maximální možná přetížitelnost kotle je definována úsečkou označenou „Maximální tepelný výkon“, při překročení této hodnoty dochází k poškození některých jeho částí.
- B - C
  - předpokládaná minimální výhřevnost odpadu.
- E - F
  - předpokládaná maximální výhřevnost odpadu.
- A - F
  - minimální množství spalovaného odpadu při běžném provozu.
- C - D
  - maximální hodnota množství spalovaného odpadu při běžném provozu, neměla by být běžně překračována;
  - maximální možná přetížitelnost kotle je definována úsečkou označenou „Maximální dávka odpadu“, její hodnota závisí na rychlosti podavače odpadu.
- G - H
  - minimální tepelný výkon pro správnou funkci spalovacího roštu, v oblasti pod touto úsečkou se jedná o stavy, kdy je přidáván hořlavý plyn nebo jiné podpůrné palivo.

V návrhu tedy dominují dvě základní veličiny, jedná se o výhřevnost a dávkování odpadu. Dávkování odpadu vychází z jeho dostupnosti resp. požadované roční kapacity a fondu pracovní doby (počet provozních hodin kotle v jednom roce). Hodnotu dávkování odpadu tedy můžeme snadno předpovědět. Naopak předpověď výhřevnosti je značně složitější, ale právě ona má velký vliv na uvolněné teplo, tedy i na produkci páry. Produkce páry má zase vliv na výrobu elektřiny a tepla, z čehož pramení část příjmů zařízení EVO.

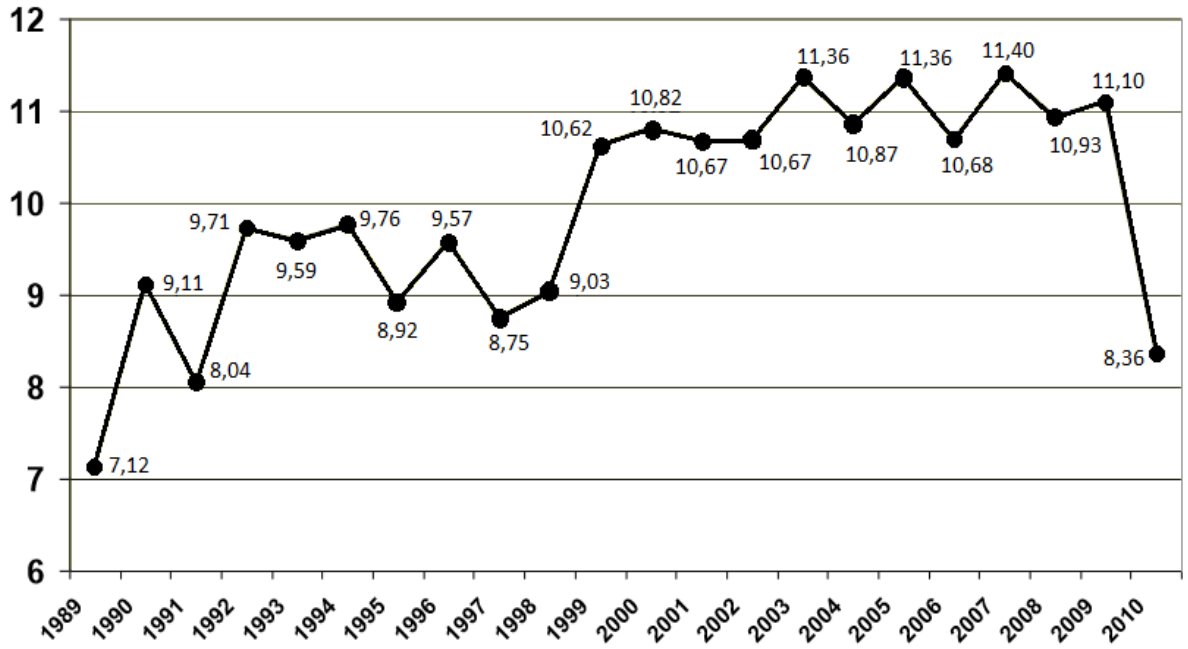
V modelovém příkladu vytvořeném na Ústavu procesního a ekologického inženýrství (ÚPEI) VUT v Brně, byla výhřevnost projektovaného pracovního bodu stanovena na 10 MJ/kg, pokud by tato predikce byla správná, činily by tržby za dobu životnosti spalovacího kotle 21,2 mld. Kč. Pokud by se ale výhřevnost skutečného pracovního bodu pohybovala kolem hodnoty 8 MJ/kg, činily by tržby pouze 18,5 mld. Kč. Na obr. 1.2 je naznačeno, kde se přibližně nacházel projektovaný pracovní bod (D) a skutečný pracovní bod (C).

Z následujícího příkladu je vidět, že správné určení výhřevnosti pracovního bodu je velice důležité, proto se v další kapitole budeme zabývat její analýzou.

Kapitola 2

Analýza klíčové charakteristiky SKO

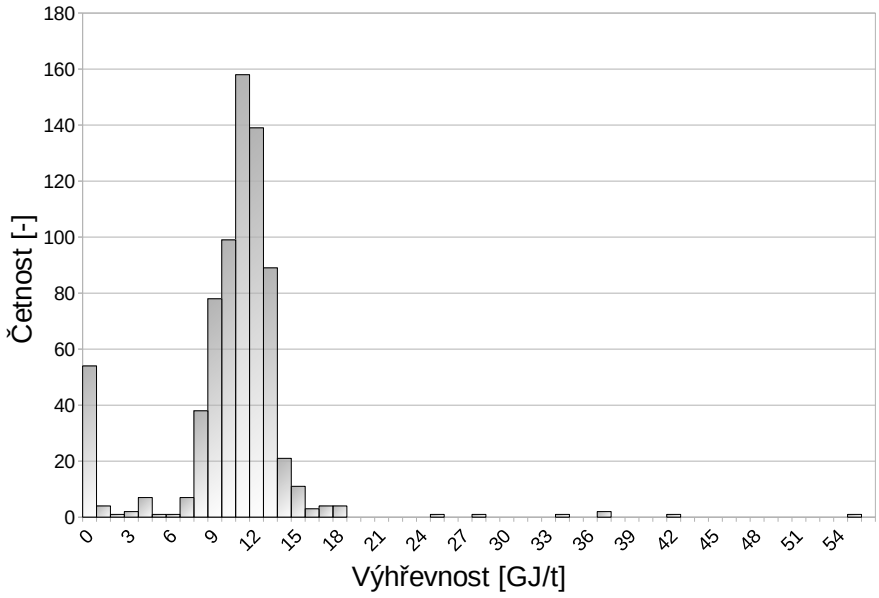
Jak už bylo naznačeno, klíčovým parametrem při vytváření matematického modelu spalovacího roštu je výhřevnost odpadu. Tato veličina je dána složením odpadu, a tedy je velmi těžko předvídatelná. Složení odpadu se mění v průběhu roku a současně se vyvíjí v důsledku změny návyků občanů a zvyšujícího se třídění odpadu. Dále závisí na změnách obalových materiálů, celkovém pokroku a ekonomickosociální situaci v jednotlivých regionech. Ukázka hodnot výhřevnosti v jednotlivých letech vypočtených ve firmě SAKO Brno je zobrazena na obr. 2.1.



Obrázek 2.1: Vývoj výhřevnosti SKO (v MJ/kg) v období let 1989 - 2010 [7]

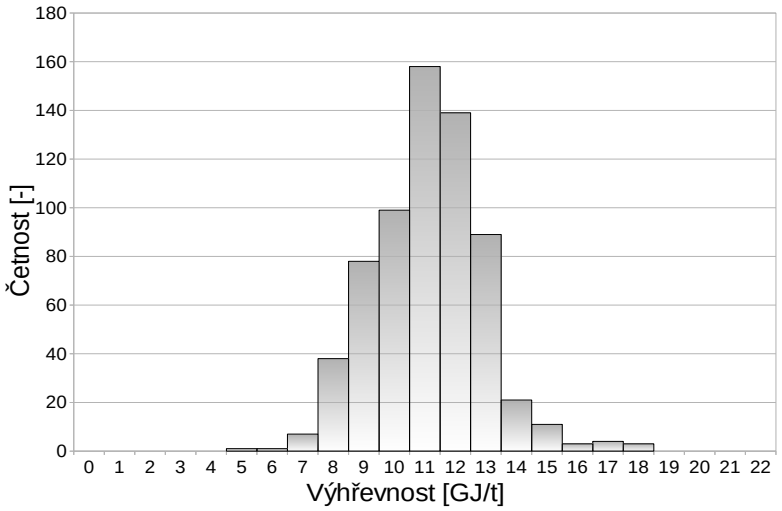
Variabilita výhřevnosti je v této práci modelována na základě několika scénářů, které uvažují pokles vlivem větší separace, ale i růst vlivem omezeného odbytu druhotných surovin.

Pro základní analýzu v této závěrečné práci jsou využita historická data z roku 2009 naměřená v reálném provozu zařízení EVO. Jednalo se o 729 hodnot výhřevnosti, které byly vypočteny ve 12–ti hodinových intervalech (viz obr. 2.2).



Obrázek 2.2: Histogram výhřevnosti

U žádných reálně naměřených dat, jakkoliv přesným měřícím zařízením, není zaručena jejich správnost. V první řadě se tedy věnujeme ověření relevantnosti, které můžeme provést pomocí několika metod. Nejhrubší metodou je tzv. expertní analýza, neboli vyřazení dat na základě názoru osoby, která se dané problematice hlouběji věnuje. Touto metodou se odstraňují převážně nesmyslné, nebo pro výpočet nepoužitelné (např. nulové), hodnoty. V našem případě se jedná o záporné hodnoty výhřevnosti, hodnoty blízké k nule a hodnoty, které převyšují výhřevnost nejlepších paliv (např. zemní plyn). Po aplikaci této metody zůstalo 652 hodnot. Pro lepší přehlednost vytvoříme z takto vyčištěných dat histogram (obr. 2.3).



Obrázek 2.3: Histogram výhřevnosti po expertní analýze

Při prvním pohledu je vidět, že rozdělení dat připomíná rozdělení normální. Jestli data opravdu pocházejí z normálního rozdělení můžeme zjistit pomocí několika testů. Většina testů ale počítá s tím, že známe směrodatnou odchylku a střední hodnotu, kterou v našem případě neznáme a musíme ji odhadnout. Jednou z možností je použít modifikovaný Kolmogorovův–Smirnovův test, někdy nazývaný také Lillieforsův test. Další možností je Shapirův–Wilkův test normality. Pro testování je zde zvolen Lillieforsův test.

2.1 Lillieforsův test

Tento test spočívá ve výpočtu maximální odchylky distribuční funkce teoretické a empirické. Teoretická distribuční funkce F_0 normálního rozdělení bude určena bodovým odhadem střední hodnoty $\overline{x}$ a bodovým odhadem směrodatné odchylky, který označíme σ. Empirická distribuční funkce je dána naměřenými hodnotami [8].

Prvním krokem je odhad směrodatné odchylky a střední hodnoty. Obě hodnoty vypočteme jednoduše podle vztahů:

$$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i, \tag{2.1}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(\overline{x} - x_i)^2}. \tag{2.2}$$

Nyní si stanovíme nulovou hypotézu H_0: data pocházejí z normálního rozdělení $\mathrm{N}(\overline{x}, \sigma^2)$ vůči hypotéze H_B: data nepocházejí z normálního rozdělení. Testovým kritériem je náhodná veličina D, kterou určíme ze vztahů:

$$D_i = max\{|\frac{i}{N} - F_0(x)|; |\frac{i-1}{N} - F_0(x)|\}, i = 1, 2, ..., N, \tag{2.3}$$

$$D = \sup_x |F_N(x) - F_0(x)| = max\{D_1, D_2, ..., D_N\}, \tag{2.4}$$

kde i je index přiřazený každé hodnotě podle velikosti (1 označuje nejmenší prvek, N naopak největší) a $F_0(x)$ je distribuční funkce normálního rozdělení s odhadnutými parametry σ^2 a $\overline{x}$.

Takto vypočítanou hodnotu D potom porovnáme s kritickou hodnotou D_k pro Lillieforsův test. Kritické hodnoty jsou pro nízký počet pozorování tabelovány, pro naše účely tedy musíme zvolit aproximační vztah [9]:

$$D_k = \frac{0,888}{\sqrt{N}}. \tag{2.5}$$

V našem případě vyšla hodnota $D = 0,0343$, což je menší než $D_k = 0,0348$, proto hypotézu H_0 na hladině významnosti $\alpha = 0,05$ nezamítám. Dále tedy předpokládáme pro náhodnou veličinu (výhřevnost SKO) normální rozdělení $\mathrm{N}(\overline{x}, \sigma^2)$. Vzhledem k popularitě použitého testu ho dnes najdeme v programech jako je Statistica, MATLAB nebo MiniTab.

2.2 Grubbsův test

Grubbsův test se používá na odstranění odlehlých hodnot, viz [10]. Je možné ho použít pouze na data, která pocházejí z normálního rozdělení. Tento předpoklad byl dokázán v předchozím textu.

V prvním kroku seřadíme data vzestupně. Vypočteme směrodatnou odchylku σ a aritmetický průměr $\overline{x}$. Ve druhém kroku vypočteme hodnotu testového kritéria pro první (nejmenší) hodnotu x_1 a poslední (největší) hodnotu x_N, dle následujících vztahů:

$$T_1 = \frac{\overline{x} - x_1}{\sigma}, T_N = \frac{x_N - \overline{x}}{\sigma}. \tag{2.6}$$

Tyto hodnoty pak porovnáme s kritickými hodnotami T_k. Tabulkové hodnoty jsou uvedeny pouze pro $N < 30$, pro vyšší N musíme použít aproximační vztahy. Pro tuto úlohy byl použit následující vztah [11]:

$$T_k = \left(\left(\left(11,286 \cdot \frac{1}{\sqrt{N}} - 24,198\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{N}} + 17,764\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{N}} - 8,714\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{N}} + 3,925. \tag{2.7}$$

Pokud je hodnota testového kritéria větší než kritická hodnota, pak ji ze souboru vyřadíme, pokud je ale menší, musíme ji ve výpočtech zahrnout. Grubbsův test je iterační metoda, takže pokud vyřadíme nějakou hodnotu, můžeme test opakovat, ale musíme znovu spočítat odhad směrodatné odchylky a střední hodnoty.

Pokud jsou data opravdu z normálního rozdělení, měli bychom po pár iteracích dojít do stavu, kdy už nemůžeme vyřadit žádnou další hodnotu. V našem případě se jednalo pouze o 3 iterace, které vedly k vyloučení 4 hodnot. Po všech předchozích testech jsme obdrželi data jejichž rozdělení se dá přirovnat k normálnímu rozdělení s parametry $\sigma^2 = 1,7128$ a $\overline{x} = 11,075$.

Kapitola 3

Optimalizace - základní pojmy

Následující kapitola byla vypracována na základě zdroje [12], ve kterém je podrobně popsána problematika lineárního, nelineárního i celočíselného programování.

Tvorba matematického modelu spočívá v převedení reálného problému do matematické formulace. Definujeme proto proměnné modelu, a také vzájemné vztahy, které mezi sebou mají. Modely můžeme dělit například na lineární a nelineární, popřípadě na celočíselné a neceločíselné. Pro zadaný problém je třeba použít nelineárních, a jak je dále uvedeno i celočíselných, modelů, proto se zaměříme pouze na ně.

3.1 Nelineární programování

Nelineární úloha je specifická tím, že alespoň jedna z omezujících podmínek, nebo účelová funkce, má nelineární charakter. Obecná úloha nelineárního programování má následující tvar:

$$min\{f(\mathbf{x})|\mathbf{g}(\mathbf{x}) \circ \mathbf{0}, \mathbf{x} \in X\}, \tag{3.1}$$

kde vektor $\mathbf{x} = \{x_1, ..., x_n\}^T$ je vektor proměnných z množiny $X \subset R^n$, kde R je množina reálných čísel. Množinu X můžeme zvolit tak, abychom dosáhli nezápornosti proměnných. Vektor $\mathbf{0}$ je nulový vektor dimenze m, kde m symbolizuje počet rovnic a nerovnic. Symbolem $\circ$ označujeme vektor symbolů $=, \geq$. Všechny vektory $\mathbf{x} \in X$ považujeme za přípustné, pokud neporušují omezující podmínky ve tvaru rovnic a nerovnic. Tyto podmínky definujeme pomocí vektorové funkce $\mathbf{g} : R^n \to R^m$. Potom můžeme psát množinu všech možných řešení jako $C = \{\mathbf{x} \in X|\mathbf{g}(\mathbf{x}) \circ \mathbf{0}\}$. Nyní tedy hledáme vektor $\mathbf{x}_{min}$ takový, aby minimalizoval účelovou funkci $f : R^n \to R$, což je extrém funkce $f(\mathbf{x})$ na množině X.

Definice 3.1. Pro funkci $f : C \to R$ definujeme, že rozhodnutí $\mathbf{x}_{min} \in C$ je bodem:

$$\left\{\begin{matrix}\text{lokálního}\\ \text{globálního}\end{matrix}\right\} \times \left\{\begin{matrix}\text{ostrého}\\ \text{neostrého}\end{matrix}\right\} \text{minima}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\left\{\begin{matrix}\exists O(\mathbf{x}) : \forall \mathbf{x} \in C \cap O(\mathbf{x}_{min})/\mathbf{x}_{min}\\ \exists O(\mathbf{x}) : \forall \mathbf{x} \in C/\mathbf{x}_{min}\end{matrix}\right\} \times f(\mathbf{x}_{min}) \left\{\begin{matrix}<\\ \leq\end{matrix}\right\} f(\mathbf{x}).$$

Toto schéma můžeme použít k obvyklé definici dané verze minima. Obdobně ho můžeme sestrojit pro maximum, viz [12].

Definice 3.2. Množinu S nazveme kompaktní, pokud je uzavřená a omezená.

S následující větou je zaručena existence a jednoznačnost řešení každé konvexní úlohy.

Věta 3.3. *(Weierstrassova věta) Každá spojitá funkce definovaná na kompaktní množině S nabývá na této množině svého globálního maxima i minima.*

Důležitou vlastností u nelineárních úloh je konvexnost funkcí a množin. Pro připomenutí zde uvádíme definici konvexnosti.

Definice 3.4. Množinu $S \in R^n$ nazveme konvexní množinou, jestliže pro libovolné dva body $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2 \in S$ a pro libovolné $\alpha \in (0; 1)$ platí

$$\lambda \cdot \mathbf{x}_1 + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{x}_2 \in S. \tag{3.2}$$

Definice 3.5. Mějme reálnou funkci $f : S \to R$, kde $S \subset R^n$ je neprázdná konvexní množina. Řekneme, že f je konvexní funkcí na S právě tehdy, když pro každé dva body $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$ z množiny S a pro libovolné $\lambda \in (0; 1)$ platí

$$f(\lambda \cdot \mathbf{x}_1 + (1 - \lambda) \cdot \mathbf{x}_2) \leq \lambda \cdot f(\mathbf{x}_1) + (1 - \lambda) \cdot f(\mathbf{x}_2). \tag{3.3}$$

Pokud platí ostrá nerovnost ($<$) pro každé dva body z množiny S, bavíme se o ryze konvexní funkci. Pokud platí opačná nerovnost $\geq$, respektive $>$, bavíme se o konkávní, respektive ryze konkávní, funkci.

Hlavní význam, proč se věnujeme konvexním funkcím z hlediska optimalizace nám říká následující věta.

Věta 3.6. *Nechť $S \subset R^n$ je neprázdná konvexní množina a $f : S \to R$ je konvexní funkce na S. Je–li $\boldsymbol{x}_{min}$ bodem lokálního minima funkce f, potom je také bodem globálního minima f. Je–li f ryze konvexní, je toto minimum izolované a jediné.*

V případě, že je funkce f konvexní na konvexní množině S bavíme se o úloze tzv. konvexního programování a v tomto případě nemusíme rozlišovat lokální a globální extrém.

Úlohu celočíselného programování můžeme definovat obdobně jako úlohu nelineárního programování. Rozdílem je pouze přítomnost celočíselných proměnných. Tedy píšeme $x_j \in M_j \subset Z$, kde Z je množina celých čísel a $j \in J$, což je množina indexů. Dále můžeme rozlišovat celočíselné programování podle množiny M_j (např. binární $M_j = \{0, 1\}$).

Kapitola 4

Matematické modely pro oblast podpory návrhu termické části zařízení EVO

Při rozhodování, jaké parametry spalovacího roštu zvolit, hraje nejvýznamnější roli množství odpadu, které chceme za daný časový úsek energeticky využít. Většinou se tato hodnota pohybuje řádově v kilotunách za rok. Společně s odhadem výhřevnosti jsou tyto hodnoty dostačující pro vytvoření diagramu spalovacího roštu.

4.1 Modelování výhřevnosti

Výhřevnost ξ v jednotlivých hodinách se generuje náhodně z normálního rozdělení s danými parametry, které byly odvozeny v kapitole 2. Taktéž bylo v této kapitole naznačeno, že i přes důkladnou analýzu není zaručeno, že odhad výhřevnosti odpadu z minulých let bude stále stejně dobře popisovat budoucí situace. Abysme tento fakt zohlednili, ve všech následujících modelech zavádíme tzv. scénáře vývoje střední hodnoty výhřevnosti pomocí indexu $s = 1, 2, ..., S$. Ke každému scénáři je přidělena pravděpodobnost jeho nastoupení $p_s \geq 0$, pro kterou platí

$$\sum_{s=1}^{S} p_s = 1. \tag{4.1}$$

V každém scénáři uvažujeme jiný vývoj výhřevnosti. Výslednou hodnotu výhřevnosti pro daný scénář tedy můžeme napsat ve tvaru:

$$\xi_s = \xi \cdot t_s, \tag{4.2}$$

kde t_s je tzv. trend výhřevnosti stanovený pro každý scénář. Do modelů byly tímto způsobem zavedeny 3 scénáře. První předpokládá pokles, druhý stagnaci a třetí nárůst výhřevnosti odpadu.

Zařízení EVO se plánuje na období přesahující 20 let provozu. Z tohoto důvodu budeme uvažovat trendy pro výhřevnost v horizontu 25 let. Abychom danou úlohu zjednodušili, uvažujeme, že se výhřevnost mění po pěti letech. Proto navíc zavedeme kromě scénářů ještě index $r = 1, 2, ..., 5$ pro jednotlivý úsek 5 let a trend výhřevnosti upravíme následujícím způsobem:

$$t_{s,r} = t_s^r, \tag{4.3}$$

kde trend t_s je umocněn parametrem r.

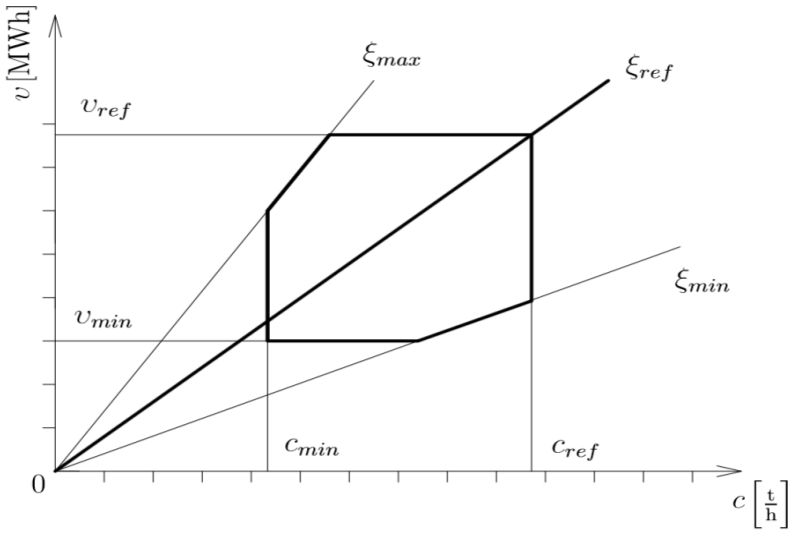
Na základě konzultací na ÚPEI byly vytvořeny tři modelové scénáře. První a třetí scénář uvažuje celkovou změnu střední hodnoty výhřevnosti (za uvažovanou dobu 25 let) 30% oproti počáteční hodnotě. Druhý scénář uvažuje stále stejnou střední hodnotu výhřevnosti. Trend výhřevnosti proto musíme zvolit tak, aby výsledné hodnoty splňovaly následující rovnosti $t_{1,5} = 0,7$, $t_{2,5} = 1$ a $t_{3,5} = 1,3$. Počáteční hodnoty $t_{s,1}$ můžeme vyjádřit jako

$$t_s = t_{s,1} = \sqrt[5]{t_{s,5}}. \tag{4.4}$$

Nyní tedy můžeme přistoupit k tvorbě samotných modelů, které se snaží obecně popsat pomocí rovnic funkci spalovacího roštu.

4.2 Základní model spalovacího roštu

V tomto modelu předpokládáme návrh spalovacího roštu podle zjednodušeného diagramu (viz obr. 4.1). Cílem tohoto modelu je při takovémto předpokladu navrhnout optimální výhřevnost pro pracovní bod spalovacího roštu (referenční výhřevnost).



Obrázek 4.1: Schéma modelu 1

Jak již bylo řečeno v úvodu této kapitoly, důležitou hodnotou při návrhu parametrů spalovacího roštu je zpracovatelská kapacita c_{rok}. Pro další výpočty je nutné definovat tzv. fond pracovní doby γ. Jedná se o předpokládanou dobu, kdy bude kotel v provozu. Běžně se pohybuje okolo 8000 h/r. Z předchozích dvou hodnot je jednoznačně určena hodnota referenční kapacity.

$$c_{ref} = \frac{c_{rok}}{\gamma} \quad \left[\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{h}}\right]. \tag{4.5}$$

V tomto modelu uvažujeme, že referenční hodnota kapacity je také hodnotou maximální. Minimální hodnota je určena vztahem (viz obr. 1.2):

$$c_{min} = c_{ref} \cdot 0,6 \quad \left[\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{h}}\right]. \tag{4.6}$$

Tento koeficient 0,6 je běžně v praxi používán na základě historických zkušeností (hodnota byla konzultována s odborníky ÚPEI).

Protože definiční obor distribuční funkce normálního rozdělení, ze kterého se generují výhřevnosti, je roven oboru reálných čísel a je tedy neomezený, nelze stanovit maximální a minimální výhřevnost jako hraniční hodnoty zmíněného oboru. Z tohoto důvodu zde byly použity kvantily normálního rozdělení $u_{0,995}$ a $u_{0,005}$. Tím je zajištěno, že předpokládaný interval ohraničený maximální a minimální výhřevností pokryje 99 % všech hodnot výhřevností. S jistou nenulovou pravděpodobností vygenerovaná výhřevnost nebude náležet do zmíněného intervalu, ale četnost těchto stavů bude velice malá.

Aby bylo možné definovat výkon spalovacího kotle υ musí být zavedena účinnost η. V tomto modelu byla zvolena konstantní pro všechny možné stavy. Její hodnota je rovna 84,2 %. Byla zvolena jako průměr účinností z evropských spaloven [5]. Výkon kotle je tedy dán následujícím vztahem:

$$\upsilon = c \cdot \xi \cdot \eta \quad [\mathrm{MWh}]\,. \tag{4.7}$$

Samozřejmě při vygenerování vysoké hodnoty výhřevnosti nelze připustit, aby výkon libovolně rostl. Proto zavádíme omezení maximálního, a obdobně i minimálního, výkonu.

$$\upsilon \leq c_{ref} \cdot \xi_{ref} \cdot \eta = \upsilon_{ref}, \tag{4.8}$$

$$\upsilon \geq c_{ref} \cdot \xi_{ref} \cdot \eta \cdot 0,6 = \upsilon_{min}. \tag{4.9}$$

Referenční hodnotu výhřevnosti ξ_{ref} se snažíme zjistit pomocí optimalizace. Jedinou podmínkou je, aby náležela do intervalu výhřevností.

Optimalizace spočívá v maximalizaci rovnice 4.10, která je definovaná jako výpočet celkového zisku za prodej vyrobené energie a zpracování odpadu.

$$Z = \sum_{s=1}^{3} \sum_{r=1}^{5} \sum_{j=1}^{n} p_s \cdot (\upsilon_{s,r,j} \cdot cena_{\upsilon} + c_{s,r,j} \cdot cena_c), \tag{4.10}$$

kde index j definuje hodnoty veličin v jednotlivých hodinách, r v jednotlivých rocích a s definuje hodnoty veličin při daných scénářích. Neboli $\upsilon_{s,r,j}$, resp. $c_{s,r,j}$, je hodnota výkonu kotle, resp. kapacity, při scénáři s, v roce r a hodině j. Hodnota $cena_{\upsilon}$, resp. $cena_c$, je cena za tepelnou energii dodanou spalovacím kotlem, resp. cena za likvidaci odpadu. Počet hodin n zahrnutých do simulace volíme dle výpočtové náročnosti modelu.

V tomto modelu předpokládáme, že výskyt všech provozních stavů je ve vymezeném šestiúhelníku (viz obr. 1.2). Toto omezení bylo příliš striktní a vedlo často na prázdnou množinu řešení. Aby se docílilo řešitelnosti v každém případě, musely být zmírněny některé z předchozích omezení dle následujících vztahů:

$$\upsilon \geq \upsilon_{min} \cdot 0,6, \tag{4.11}$$

$$c \geq c_{min} \cdot 0,6. \tag{4.12}$$

4.3 Model spalovacího roštu s proměnnou účinností

Tento model je charakteristický eliminováním nedostatku předchozího modelu, kterým je předpoklad konstantní účinnosti pro všechny provozní stavy. Podle vztahu, který byl odvozen na základě provozních dat, závisí účinnost pouze na výhřevnosti, což bylo potvrzeno po konzultaci se zaměstnanci z ÚPEI.

Pro zajištění vysoké účinnosti zařízení EVO jako celku, musí být zvolena referenční výhřevnost tak, aby převážná většina možných výhřevností ležela v jejím těsném okolí. Proto penalizujeme účinnost se vzdáleností od referenční výhřevnosti následujícím vztahem:

$$\eta = \eta_{ref} \cdot \left(1 - \frac{|\xi - \xi_{ref}|}{2 \cdot (\xi^*_{max} - \xi^*_{min})}\right). \tag{4.13}$$

Proměnné ξ^*_{max}, respektive ξ^*_{min}, označují maximální, respektive minimální, hodnotu vygenerované výhřevnosti. Díky podmínkám ze základního modelu nabývá zmíněný zlomek hodnoty z intervalu $\langle 0, 1\rangle$. Účelová funkce zůstává stejná jako v prvním modelu.

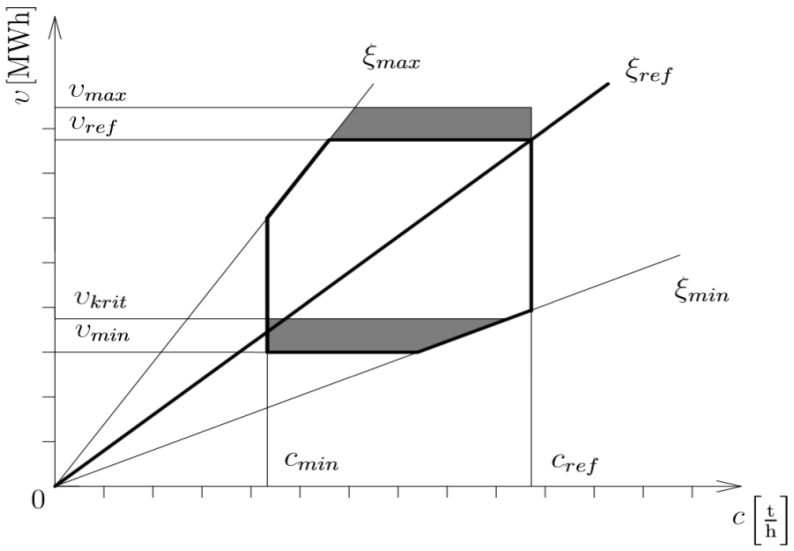
4.4 Model spalovacího roštu s bezpečnostním pásem a přídavným palivem

Tento model uvažuje stejnou výpočetní úlohu jako předchozí modely, navíc ale umožňuje překročení referenční hodnoty výkonu a také nutnost přidávat podpůrné palivo při stavech s nízkým výkonem kotle.

Předchozí modely zakazovaly výskyt hodnot výkonu nad referenční hranicí, viz obr. 4.2. Tuto hranici je možné překračovat, maximálně však do hodnoty υ_{max}, která je definována tímto vztahem:

$$\upsilon_{max} = c_{ref} \cdot \xi_{ref} \cdot \eta \cdot 1,1. \tag{4.14}$$

Hodnota konstanty 1,1 byla stanovena z reálně konstruovaných zařízení nejen v České republice, ale i ve světě.



Obrázek 4.2: Schéma modelu 3

Dalším nedostatkem byla absence oblasti stavů, ve kterých byl výkon tak malý, že musel být přidáván zemní plyn jako podpůrné palivo. Minimální výkon bez nutnosti použití zemního plynu, dále jen kritický, definujeme jako jistý procentuální přesah přes hodnotu absolutního minimálního výkonu.

$$\upsilon_{krit} = \upsilon_{min} \cdot 1,1. \tag{4.15}$$

Tyto zmíněné stavy mohou nastávat, ale zařízení na ně není konstruováno, proto je jejich přítomnost negativní. Zvolíme si tedy pomocné proměnné μ_i^+ a μ_i^-, kde $i = 1, 2$. Tyto proměnné mohou nabývat pouze kladných hodnot. Za pomoci následujících nerovnic budou hodnoty μ_i^+ nabývat nenulových hodnot pouze tehdy, pokud nastane jeden z výše zmíněných stavů.

$$\mu_1^+ - \mu_1^- = v - v_{ref}, \tag{4.16}$$

$$\mu_2^+ - \mu_2^- = v_{krit} - v. \tag{4.17}$$

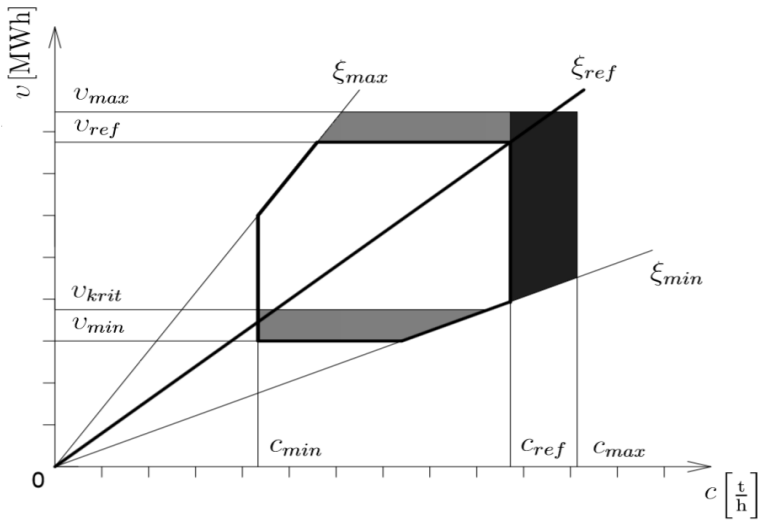
Aby měl tento model význam musíme mírně pozměnit účelovou funkci:

$$Z = \sum_{s=1}^{3} \sum_{r=1}^{5} \sum_{j=1}^{n} p_s \cdot (v_{s,r,j} \cdot cena_v + c_{s,r,j} \cdot cena_c - \mu^+_{1,s,r,j} \cdot cena_{penal} - \mu^+_{2,s,r,j} \cdot cena_p). \tag{4.18}$$

Proměnná $\mu^+_{1,s,r,j}$, resp. $\mu^+_{2,s,r,j}$, vyjadřuje hodnotu μ_1^+, resp. μ_2^+, při scénáři s, v roce r a hodině j. Proměnnou μ_1^+ násobíme uměle tzv. penalizační cenou $cena_{penal}$, aby nedocházelo k častému převyšování referenčního výkonu. Její hodnota byla stanovena tak, aby k překročení referenční hodnoty výkonu docházelo přibližně stejně často jako je to v reálných provozech. Proměnná μ_2^+ vyjadřuje energii, kterou musíme dodat spalováním zemního plynu pro správnou funkci roštu. Proto $cena_p$ je přímo cena za plyn, který je potřebný k získání chybějící energie.

4.5 Model spalovacího roštu s možností překročení referenční kapacity

Ve všech předchozích modelech byla kapacita omezena striktně hodnotami získanými z celkové roční kapacity a z fondu pracovní doby. Hodnota skutečné maximální kapacity však závisí na rychlosti podavače, který zajišťuje dodávku odpadu do kotle. Proto zde tuto hodnotu označíme c_{max} (viz obr. 4.3). Výsledkem tohoto modelu tedy bude hodnota referenční výhřevnosti a maximální kapacity.



Obrázek 4.3: Schéma modelu 4

Maximální hodnota kapacity může nabývat velmi vysokých hodnot. Je však limitována, protože kapacitní možnosti podavače jsou závislé na jeho pořizovacích a provozních nákladech. Navíc stanovení roční kapacity z prvního modelu určuje maximální možné množství odpadu na spálení, které je daná oblast schopna vyprodukovat. Tuto podmínku lze zahrnout jednoduše následujícím vztahem:

$$c_{rok} \geq \left(\sum_{s=1}^{3} \sum_{r=1}^{5} \sum_{j=1}^{n} p_s \cdot \frac{c_j}{5 \cdot n} \right) \cdot \gamma. \tag{4.19}$$

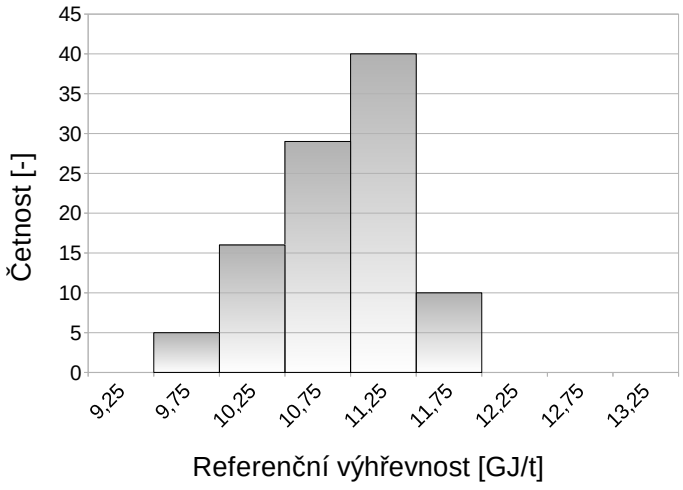
Problém ohledně výsledné hodnoty maximální kapacity lze vyřešit doplněním stávající účelové funkce následujícím způsobem:

$$Z = \sum_{s=1}^{3} \sum_{r=1}^{5} \sum_{j=1}^{n} p_s \cdot (v_{s,r,j} \cdot cena_v + c_{s,r,j} \cdot cena_c - \mu^{+}_{1,s,r,j} \cdot cena_{penal} - \mu^{+}_{2,s,r,j} \cdot cena_p) -$$

$$- \frac{c_{max} - c_{ref}}{\gamma} \cdot M. \tag{4.20}$$

Uvedená hodnota M je dostatečně velké číslo, které zajišťuje reálné výsledné hodnoty maximální kapacity.

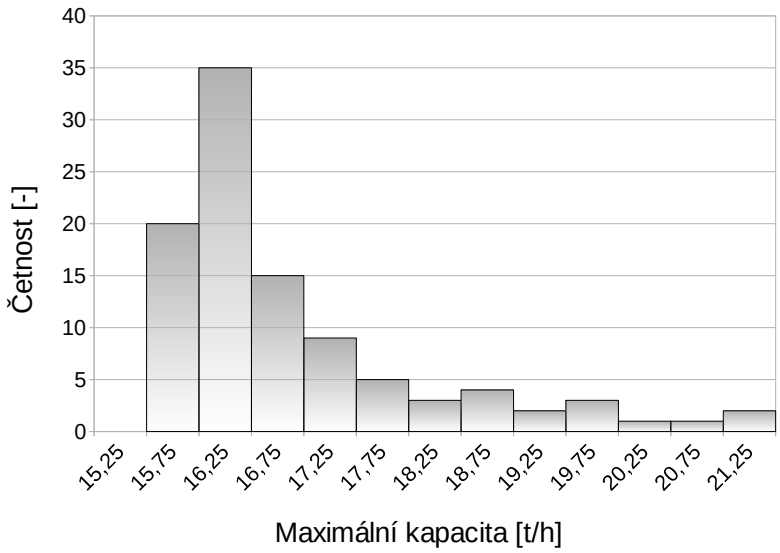
Při testování tohoto modelu bylo zvoleno následující nastavení: $cena_v = 120$ Kč, $cena_c = 2000$ Kč, $cena_{penal} = 90$ Kč, $cena_p = 90$ Kč, $c_{rok} = 120$ kt/r, $\gamma = 8000$ h/r, $M = 100000$ Kč a $n = 100$, což vyjadřuje počet hodin provozu, které zahrnujeme do simulací. S takovýmto nastavením bylo provedeno sto simulací a výsledné hodnoty optimální referenční výhřevnosti a maximální kapacity jsou znázorněny na následujících histogramech (obr. 4.4 a 4.5).



Obrázek 4.4: Histogram referenční výhřevnosti

Vidíme, že výsledky referenční výhřevnosti připomínají rozdělení pro výhřevnost z kapitoly 2. Tento fakt je způsobený zvoleným symetrickým nastavením scénářů. Při takto nastavených scénářích by tedy pro odhad referenční výhřevnosti postačovala analýza odpadu (viz kap. 2). Model je však připraven pracovat i se sofistikovanějšími scénáři, kde budeme předpokládat spíše klesání výhřevnosti vlivem větší separace apod. Potom už by výsledek nemusel být tak zřejmý a bylo by třeba využít tento model.

Při pohledu na histogram maximální kapacity je očividně prospěšné investovat do podavače, který zvládne mírný přesah přes referenční kapacitu, jejíž hodnota byla 15 t/h.



Obrázek 4.5: Histogram maximální kapacity

4.6 Modifikace modelů

Už v prvním modelu bylo naznačeno, že při některých vygenerovaných výhřevnostech nejsme schopni zajistit, aby se všechny stavy nacházely uvnitř diagramu. Samozřejmě je cílem zajistit, aby tyto stavy nastávaly ve velmi malé míře, protože spalovací rošt není na tyto stavy navržen. To má za následek snížení efektivity výroby energie. V našem modelu budeme uvažovat snížení výkonu kotle o 20 % v dané provozní hodině. Následující uvedené postupy byly vypracovány na základě [13].

Informace, zda se daný stav nachází uvnitř diagramu vzhledem k minimálnímu výkonu kotle a kapacitě, zjišťujeme následujícím způsobem. Zavádíme pomocné proměnné δ_m, kde $m = 1, 2, 3, 4$, a definujeme tyto vztahy:

$$\delta_1^+ - \delta_1^- = \xi_{ref} \cdot c_{min} \cdot \eta_0 - \xi \cdot c \cdot \eta, \tag{4.21}$$

$$\delta_2^+ - \delta_2^- = c_{min} - c. \tag{4.22}$$

Jak už bylo zmíněno, ani výhřevnosti nemusí vždy ležet v definovaném intervalu. Proto doplníme obdobně následující vztahy pro výhřevnost:

$$\delta_3^+ - \delta_3^- = \xi_{min} - \xi, \tag{4.23}$$

$$\delta_4^+ - \delta_4^- = \xi - \xi_{max}. \tag{4.24}$$

V následujícím textu se tedy budeme věnovat vytvoření funkce, která zajistí snížení účinnosti, pokud bude splněna podmínka $\prod_{m=1}^{4} \delta_m^+ = 0$.

Jedno z možných provedení je použít funkci SIGN(X), zabudovanou v programu GAMS, který byl použit pro optimalizační výpočty. Výstupem této funkce je 1, resp. 0, pokud je vstupní hodnota kladná, resp. nulová, což jsou jediné hodnoty, kterých může vstupní hodnota nabývat, protože vstupní hodnotu by v tomto případě představovaly hodnoty δ^+, které náleží do intervalu $\langle 0, \infty)$. Při použití tohoto postupu by výsledný vztah pro výsledný penalizovaný výkon vypadal následovně:

$$\upsilon_{pen} = \upsilon \cdot (1 - 0,2 \cdot \prod_{m=1}^{4} (1 - SIGN(\delta_m^+)). \tag{4.25}$$

Druhé z možných řešení je použití binárních proměnných. Aby tento postup správně fungoval, musí být zavedeny pomocné binární proměnné θ_m. Dále se musí změnit všechny zavedené vztahy od 4.21 až po 4.24 následujícím způsobem:

$$(1 - \theta_1) \cdot \delta_1^+ - \theta_1 \cdot \delta_1^- = \xi_{ref} \cdot c_{min} \cdot \eta_0 - \xi \cdot c \cdot \eta, \tag{4.26}$$

$$(1 - \theta_2) \cdot \delta_2^+ - \theta_2 \cdot \delta_2^- = c_{min} - c, \tag{4.27}$$

$$(1 - \theta_3) \cdot \delta_3^+ - \theta_3 \cdot \delta_3^- = \xi_{min} - \xi, \tag{4.28}$$

$$(1 - \theta_4) \cdot \delta_4^+ - \theta_4 \cdot \delta_4^- = \xi - \xi_{max}. \tag{4.29}$$

Jak bude dále zřejmé, pro model je výhodné, pokud bude θ_m rovno 1. Proto je proměnná δ_m^+ násobena výrazem $(1 - \theta_m)$. Pokud by násobena nebyla je možné zvolit δ_m^+ a δ_m^- tak, že θ_m bude vždy rovno 1. Avšak i po zavedení těchto vztahů nastávaly případy, kdy software (GAMS) zvolil δ_m^+ tak velké, že díky zaokrouhlovacím chybám nabýval výraz $(1 - \theta_m) \cdot \delta_m^+$ nenulových hodnot při $\theta_m = 1$. Proto je vhodné opatřit program doplňující podmínkou:

$$\delta_m^+ \leq 1000. \tag{4.30}$$

Při použití těchto rovnic model využívá následující verzi vztahu pro výpočet penalizovaného výkonu:

$$\upsilon_{pen} = \upsilon \cdot (1 - 0,2 \cdot \prod_{m=1}^{4} (1 - \theta_m)). \tag{4.31}$$

Při zavedení těchto rovnic do modelů došlo k výraznému zesložitění modelů. V prvním a druhém modelu ještě nedocházelo k problémům, ale ve třetím a čtvrtém modelu způsobovala funkce SIGN ztrátu řešitelnosti úlohy. Při použití binárních proměnných nebyl v řešitelnosti problém, ale došlo k rapidnímu zvýšení výpočtového času. Proto stavy mimo diagram uvažujeme bez snížení výkonu.

Závěr

V této práci jsme se nejdříve okrajově seznámili s provozem zařízení na energetické využití odpadu. Dále jsme si přiblížili, jakým způsobem se navrhuje spalovací rošt. Tento postup jsme následně rozdělili do několika kroků.

V první fázi jsme provedli analýzu výhřevnosti SKO z reálných dat. Zjistili jsme, že data se dají modelovat pomocí normálního rozdělení s parametry N(11,1;1,71).

Dále jsme zavedli několik scénářů vývoje složení odpadu, protože složení výrazně ovlivňuje jeho výhřevnost (energetický potenciál). Za jejich pomoci jsme sestavili základní model, ve kterém jsme matematicky popsali funkci spalovacího roštu o zvolené roční kapacitě. Postupně jsme do modelu přidávali další podmínky, aby výsledný model popisoval co nejlépe reálný rošt (viz kap. 4.5).

S konečným modelem jsme provedli testování a výsledky zanesli do histogramů. Výsledné zjištění nám poskytlo informaci, že při získaných datech výhřevnosti je nejlepší možnou variantou při stavbě nebo renovaci zařízení EVO nechat vyrobit spalovací rošt s referenční výhřevností $\xi_{ref} = 10,9$ GJ/t a maximální kapacitou $c_{max} = 16,9$ t/h, což jsou odhadnuté střední hodnoty ze zmíněných výsledků.

Literatura

[1] *Směrnice Evropského parlamentu a Rady 2008/98/ES ze dne 19. listopadu 2008 o odpadech a rušící některé směrnice.* 2008. Úřední věstník Evropské unie L312/3.

[2] Waste-to-Energy Resource Recovery. *Earth habitat* [online]. 2010 [cit. 2014-05-19]. Dostupné z: http://earthhabitat.wordpress.com/2010/02/25/waste-to-energy-resource-recovery-plant-in-broward-county-florida/

[3] ČECH, M. *Technicko-ekonomické modely spaloven komunálního odpadu s využitím energie.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 78 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Martin Pavlas, Ph.D..

[4] ŠOMPLÁK, R. *Využití metod stochastického programování pro hodnocení investic v energetických zdrojích.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 68 s. Vedoucí diplomové práce RNDr. Pavel Popela, Ph.D..

[5] PAVLAS, M.; MAREŠ, M.; UCEKAJ, V.; ORAL, J.; STEHLÍK, P. *Optimální nastavení výše podpory výroby elektřiny z odpadu ve vztahu k ceně elektřiny pro spotřebitele.* Brno, srpen 2011, 145 s.

[6] FDBR, 2000. *Acceptance testing of waste incineration plants with grate firing systems.* FDBR Fachverband Dampfkessel-, Behälter- und Rohrleitungsbau,[2000]. Guideline edition 04/2000. 50 s.

[7] SUZOVÁ, Jana. Zkušenosti se zprovozňováním rekonstruované spalovny SAKO Brno, a.s. *Odpad je energie* [online]. 2010 [cit. 2014-05-19]. Dostupné z: http://www.odpadjeenergie.cz/getFile.aspx?itemID=69

[8] BOHÁČOVÁ, J. *Testy statistických hypotéz založené na empirických distribučních funkcích.* Brno: Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta, 2009. 31 s. Vedoucí diplomové práce prof. RNDr. Jana Jurečková, DrSc.

[9] LILLIEFORS, H.W. *On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown.* Journal of the American Statistical Association, 1967, roč. 62, s. 399-402.

[10] BARTOŇOVÁ, Z. *Testování přesnoti vybraných nivelačních přístrojů.* Praha: České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, 2011. 54 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Pavel Třasák.

[11] WILRICH, Peter-T. *Critical values of Mandel's h and k, the Grubbs and the Cochran test statistic.* AStA Advances in Statistical Analysis, 97, issue 1, p. 1-10.

[12] KLAPKA, J. VUT BRNO. *Metody operačního výzkumu.* Vyd. 2. Brno: Vutium, 2001, iii, 165 s.

[13] WILLIAMS, H. *Model Building in Mathematical Programming.* Vyd. 2. New York: Wiley, c1978, xiv, 330 p. ISBN 04-719-9541-X.