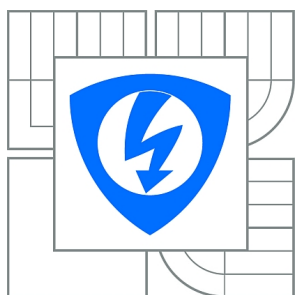


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ**

ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

METODY MĚŘENÍ FREKVENCE KMITŮ

METHODS FOR MEASURING FREQUENCY OF VIBRATION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

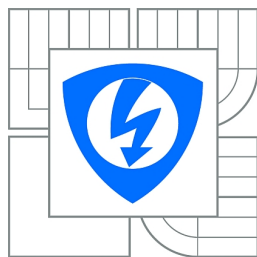
JAN KUNZ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. PETR BENEŠ, Ph.D.

BRNO 2013



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí techniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Automatizační a měřicí technika

Student: Jan Kunz

ID: 136552

Ročník: 3

Akademický rok: 2012/2013

NÁZEV TÉMATU:

Metody měření frekvence kmitů

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Cílem bakalářské práce je nastudovat problematiku metod měření fáze a frekvence s vysokým rozlišením založených na odhadu parametrů harmonického signálu. Vypracujte přehled vhodných metod a vybrané metody prakticky realizujte na platformě CompactRIO a porovnejte navzájem jejich vlastnosti. Pro srovnání metod navrhnete vhodnou metodiku.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] IEEE Std. 1057-1994. IEEE Standard for Digitizing Waveform Recorders. 1994.
- [2] Bischl, B., Ligges, U., Weihs, C. Frequency estimation by DFT interpolation: A comparison of methods
- [3] Schoukens, J. Pintelon, R., Van hamme, H. The Interpolated Fast Fourier Transform: A Comparative Study. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1992, vol. 41, no. 2., pp. 226-232

Termín zadání: 11.2.2013

Termín odevzdání: 27.5.2013

Vedoucí práce: doc. Ing. Petr Beneš, Ph.D.

Konzultanti bakalářské práce:

doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

ABSTRAKT

Bakalářská práce se zabývá problematikou metod měření frekvence a fáze a metodikou porovnání jejich vlastností. Jsou rozebrány požadavky na tyto metody a problémy vyskytující se při měření. Část práce je věnována různým typům měření frekvence a fáze včetně podrobnějšího popisu čítačové metody, metody lineární regrese fáze signálu a metody Fourierovy transformace. Praktická část práce obsahuje porovnání těchto tří typů metod, které byly implementovány do programu LabVIEW firmy National Instruments a poté byly porovnány podle navržené metodiky a odzkoušeny na reálných signálech.

KLÍČOVÁ SLOVA

měření frekvence a fáze, čítačová metoda, metoda lineární regrese fáze signálu, metoda Fourierovy transformace, porovnání metod

ABSTRACT

Bachelor's thesis deals with methods for measuring frequency and phase and comparison their qualities. Thesis describes requirement for these methods and problems occurring during measurement. The part of the work is devoted various types of methods for measuring frequency and phase including a more detailed description of the counter method, weighted least square method and Fourier transform's method. The practical part of this thesis contains comparison of these three types of methods which was implemented to LabVIEW program from National Instruments company. Afterwards they were compared according to proposed methodology and tested on real signals.

KEYWORDS

methods for measuring frequency and phase, counter method, weighted least square method, Fourier transform's method, comparison of methods

KUNZ, Jan *Metody měření frekvence kmitů*: bakalářská práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav Automatizace a měřicí techniky, 2013. 41 s. Vedoucí práce byl doc. Ing. Petr Beneš, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma „Metody měření frekvence kmitů“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

Brno

.....

(podpis autora)

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu bakalářské práce panu doc. Ing. Petru Benešovi, Ph.D. za odborné vedení, konzultace a podnětné návrhy k práci.

V Brně dne:

.....

(podpis autora)

Obsah

1	Úvod	9
2	Frekvence a fáze harmonických signálů	10
2.1	Využití měření frekvence	10
2.1.1	Dynamický modul pružnosti	10
2.1.2	Hmotnostní průtokoměr	11
3	Problémy při měření frekvence	13
3.1	Šum	13
3.1.1	Bílý šum	13
3.1.2	Signal to noise ratio	14
3.2	Rychlost měřicích obvodů	14
3.2.1	Shannon-Kotelnikův-Nyquistův teorém	14
4	Metody měření frekvence a fáze	15
4.1	Analogové metody	15
4.2	Digitální metody	15
4.2.1	Čítačová metoda	16
4.2.2	Metoda lineární regrese fáze signálu	19
4.2.3	Metoda Fourierovy transformace	21
5	Kritéria porovnání metod	23
6	Porovnání metod	25
6.1	Porovnání čítačových metod	25
6.1.1	Reakce na změnu frekvence signálu	25
6.1.2	Přesnost výsledku při nepřesné znalosti offsetu	25
6.1.3	Zhodnocení čítačových metod	26
6.2	Porovnání vybraných metod	27
6.2.1	Reakce na změnu frekvence signálu	27
6.2.2	Reakce na změnu fáze signálu	29
6.2.3	Přesnost výsledku při nepřesné znalosti amplitudy signálu	31

6.2.4	Přesnost výsledku při nepřesné znalosti offsetu	33
6.2.5	Přesnost výsledku v závislosti na SNR	34
6.3	Měření reálného signálu	36
6.3.1	Měření frekvence reálného signálu	37
6.3.2	Měření fáze reálného signálu	37
7	Závěr	40
	Použitá literatura	41

Seznam obrázků

4.1	Problém vícenásobného přechodu signálu se šumem přes komparační úroveň	17
4.2	Možnosti výpočtu fáze u metody WLSM	20
6.1	Výsledek měření frekvence porovnávaných čítačových metod při lineární změně frekvence měřeného signálu	26
6.2	Porovnání chyb měření frekvence signálu čítačových metod při nepřesné znalosti offsetu měřeného signálu	27
6.3	Výsledek měření frekvence porovnávaných metod při lineární změně frekvence měřeného signálu	28
6.4	Výsledek měření fáze porovnávaných metod při lineární změně frekvence měřeného signálu	29
6.5	Výsledek měření fáze porovnávaných metod při lineární změně fáze měřeného signálu	30
6.6	Chyba měření frekvence signálu při nepřesné znalosti amplitudy měřeného signálu	31
6.7	Chyba měření fáze signálu při nepřesné znalosti amplitudy měřeného signálu	32
6.8	Chyba měření frekvence signálu při nepřesné znalosti offsetu měřeného signálu	33
6.9	Chyba měření fáze signálu při nepřesné znalosti offsetu měřeného signálu	34
6.10	Chyba měření frekvence signálu v závislosti na velikosti šumu v signálu	35
6.11	Chyba měření fáze signálu v závislosti na velikosti šumu v signálu . .	36
6.12	Chyba měření frekvence reálného signálu	38
6.13	Chyba měření fáze reálného signálu	38

1 ÚVOD

Bakalářská práce se zabývá porovnáním různých metod měření frekvence a fáze harmonických signálů založených na odlišných principech, konkrétně detekce průchodu signálu komparační úrovní, lineární regrese fáze signálu a Fourierova transformace signálu.

V první části jde o popis, kde všude se měření frekvence využívá a jsou rozebrány dva příklady využití znalosti frekvence pro zjištění jiné fyzikální veličiny (dynamický modul pružnosti a hmotnostní průtok).

V druhé části jsou popsány některé problémy, se kterými se potýkáme při měření frekvence. Dále jsou zde uvedeny základní požadavky na obvody, které digitalizují analogový signál.

Třetí část je věnována popisům různých principů měření frekvence a fáze. Je zde stručně uveden přehled metod a detailně jsou popsány metody, které jsou v praktické části porovnávány.

Čtvrtá část se zabývá způsobem porovnání těchto metod. Jsou zde popsána kritéria, podle kterých se budou výše zmíněné metody porovnávat.

V páté části jsou uvedeny výsledky jednotlivých metod ve všech kritériích, které jsou popsány ve čtvrté části. Jednotlivé metody měly stejný vstupní signál.

2 FREKVENCE A FÁZE HARMONICKÝCH SIGNÁLŮ

Frekvence (symbol f , jednotka $[Hz] = [s^{-1}]$) je fyzikální veličina, která udává kolikrát se periodický děj zopakuje během $1s$. Harmonický signál je matematicky popsán rovnicí (2.1).

$$x(t) = A \cdot \sin(2\pi ft + \phi_0) \quad (2.1)$$

kde A je amplituda kmitů, f je frekvence kmitů, t je čas a ϕ_0 je počáteční fáze signálu (fáze signálu při $t = 0s$) [1].

2.1 Využití měření frekvence

Znalost frekvence signálu je důležitá v nejrůznějších oborech (např.: stavebnictví, strojní inženýrství, elektrotechnika, lékařství), buď kvůli znalosti samotné hodnoty frekvence (například rezonanční frekvence), nebo je hodnota frekvence měřenosný signál nějaké jiné fyzikální veličiny (například hustoty, nebo mechanického napětí).

Měření frekvence se vyžaduje v různých situacích, kde jsou různé parametry vstupního signálu (doba trvání, SNR, amplitudová a frekvenční stabilita) a rovněž různé požadavky na výslednou hodnotu (přesnost, rychlost výpočtu, výpočetní náročnost).

2.1.1 Dynamický modul pružnosti

Modul pružnosti je ve stavebnictví velmi důležitá veličina, určuje o kolik se daný materiál prodlouží (zkrátí) relativně ke svoji délce, když na něj bude působit určitá velikost mechanického napětí v tahu (tlaku).

Pro některé materiály (např. ocel) je do určité hodnoty mechanického napětí σ_u (mez úměrnosti, mez pružnosti) modul pružnosti konstantní a relativní prodloužení je přímo úměrné mechanickému napětí, platí Hookův zákon (2.2). Po překročení hodnoty σ_u již přímá úměra neplatí [2].

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (2.2)$$

kde E je modul pružnosti, σ je mechanické napětí a ϵ je relativní prodloužení.

Pro jiné materiály (např. beton) je modul pružnosti proměnný již od počátku, tedy neexistuje oblast platnosti Hookova zákona. Pro takové materiály se jako jeden z charakteristických znaků uvádí hodnota dynamického modulu pružnosti, což je tečna ke křivce modulu pružnosti v jejím počátku [3].

Pro určení dynamického modulu pružnosti se jako jedna z možných metod používá metoda rezonanční. Tato nedestruktivní metoda využívá pro výpočet dynamického modulu pružnosti rezonanční frekvenci daného materiálu (2.3).

$$E_d = 4L^2 f_r^2 \rho \quad (2.3)$$

kde E_d je dynamický modul pružnosti, L je délka vzorku, f_r je rezonanční frekvence a ρ je hustota vzorku.

Rezonanční frekvence vzorku se měří například impulsní metodou, kdy je vzorek vybuzen mechanickým impulsem a pak se měří frekvence jeho vlastních kmitů.

Měření rezonanční frekvence pro určení dynamického modulu pružnosti musí být přesné, ale výpočet může trvat delší dobu. Při tomto měření se vyskytuje několik problémů. Je zde problém například s exponenciálně klesající amplitudou kmitů nebo s relativně krátkou dobou trvání kmitů, tedy nedostatečným počtem vzorků, což se dá kompenzovat opakovanými měřeními.

2.1.2 Hmotnostní průtokoměr

Průtok je nejčastěji měřenou veličinou v průmyslových podnicích. Měření průtoku je rovněž velmi často uskutečňováno kvůli fakturačním důvodům (např.: voda, ropa a její deriváty, plyn).

V poslední době roste na trhu podíl hmotnostních průtokoměrů na principu Coriolisovy síly, protože tento typ měření má malou tlakovou ztrátu, velkou přesnost, velký dynamický rozsah a je schopen měřit plyn, čisté i znečištěné kapaliny [4].

Princip tohoto průtokoměru je založen na existenci Coriolisovy síly (2.4), která působí na pohybující se tělesa v rotující soustavě.

$$\mathbf{F}_c = 2m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) \quad (2.4)$$

kde \mathbf{F}_c je Coriolisova síla, m je hmotnost tělesa, $\boldsymbol{\omega}$ je úhlová rychlost soustavy a \mathbf{v} je rychlost tělesa.

Protože by se u průtokoměrů špatně dělala rotující soustava (potrubí) nahrazuje se rotace kmitáním, které se realizuje jednodušeji. Coriolisova síla (respektive její moment působící na potrubí) pak způsobí fázový rozdíl mezi jednotlivými kmitajícími body, tento fázový rozdíl se měří a z něj se pak určuje hmotnostní průtok [5].

Rezonanční frekvence kmitajícího potrubí je závislá na hustotě tekutiny, která je v potrubí. Měření této frekvence je vhodné nejen pro zjištění hustoty protékaného média, ale i pro regulaci kmitů, protože při rezonanční frekvenci je, při stejném

výkonu budiče, největší amplituda kmitů a proto bude podle (2.5) největší rozdíl výchylek při daném fázovém rozdílu, bude tedy nejvyšší citlivost měření.

$$\Delta x = A \cdot \sin(\Delta\phi) \quad (2.5)$$

kde Δx je rozdíl výchylek, A amplituda kmitů a $\Delta\phi$ je fázový rozdíl.

Pokud tekutina obsahuje částice s jinou hustotou (např. bublinky vzduchu nebo kamínky v kapalině), tak se rezonanční frekvence kmitajícího potrubí mění skokem, proto je potřeba aktuální rezonanční frekvenci pro regulaci kmitů zjišťovat co nejrychleji. V případě, že měříme hustotu čisté tekutiny, nevyskytuje se zde problém se skoky rezonanční frekvence, protože ta je konstantní. Měření frekvence pak může probíhat delší dobu. Pro přesné zjištění hustoty potřebujeme znát rezonanční frekvenci velmi přesně.

3 PROBLÉMY PŘI MĚŘENÍ FREKVENCE

Signál, který snímáme a zpracováváme neobsahuje jen měronosný signál, ale vyskytují se v něm i složky, které jsou pro nás neúčinné.

Některé pro nás neúčinné složky signálu, které se dají popsat matematickou funkcí, se chovají předvídatelně (například změna velikosti signálu, způsobena teplotní změnou odporu). A pak, pokud je to potřeba, se dají odstranit. Složky, které mají nepředvídatelný charakter, jsou náhodné, nazýváme šum.

U číslicových metod zpracování signálu se navíc vyskytují problémy při převodu analogového signálu na číslicový signál.

3.1 Šum

Šum je náhodný signál. To znamená signál u kterého nejsou aktuální hodnoty závislé na hodnotách předcházejících, tedy nejsme schopni určit, jakou konkrétní hodnotu bude mít v určitém čase. U jeho hodnot lze určit pouze pravděpodobnost, s jakou se konkrétní hodnota vyskytne. Aktuální hodnoty šumu jdou tedy popsat pouze pravděpodobnostním rozložením. Šum má rovněž nulovou střední hodnotu.

Zdrojů šumového signálu je mnoho, například:

- tepelný šum odporů [6]
- výstřelový a blikavý šum PN přechodů [6]
- šum způsobený vlivem okolního prostředí
- kvantizační šum AD převodníků

Protože je zdrojů šumu velké množství, nejsme schopni všechny zdroje popsat jednotlivě. Ale protože se jedná o náhodné veličiny, tak podle *centrální limitní věty* [7] můžeme všechny zdroje šumu s různými statistickými rozděleními nahradit jedním zdrojem šumu s normálním rozložením, tedy bílým šumem.

3.1.1 Bílý šum

Bílý šum má jako každý šumový signál nulovou střední a nenulovou efektivní hodnotu. Ale navíc je to signál s konstantní výkonovou spektrální hustotou, tedy ve frekvenčním spektru mají všechny spektrální čáry stejnou velikost. Pravděpodobnostní rozložení, kterým se dají popsat výstupní hodnoty bílého šumu, je normální (Gaussovo) rozložení $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

Efektivní hodnota bílého šumu je rovna směrodatné odchylce σ a špičková hodnota je rovna s pravděpodobností 99,7% 3σ a s pravděpodobností 99,9% $3,3\sigma$ [8].

3.1.2 Signal to noise ratio

Je užitečné znát v jakém poměru je efektivní hodnota měronosného signálu a efektivní hodnota šumu. K tomuto účelu slouží veličina SNR (signal to noise ratio)(3.1). Protože tento poměr může dosahovat velkého rozpětí hodnot, uvádí se SNR v decibelech.

$$SNR_{dB} = 20 \cdot \lg \left(\frac{A_{SIG}}{A_{SUM}} \right) \quad (3.1)$$

kde A_{SIG} je efektivní hodnota signálu a A_{SUM} je efektivní hodnota šumu (v případě bílého šumu to je směrodatná odchylka σ).

3.2 Rychlost měřicích obvodů

Dalším problémem při měření je například nedostatečná rychlost měřicích obvodů. Kdy spojitý signál, který vstupuje do AD převodníku, musí být vzorkován alespoň takovou rychlostí, aby splnil požadavky pro následné zpracování. Pro zpětnou rekonstrukci signálu musí být vzorkovací rychlost alespoň taková, aby byl splněn Shannon-Kotelnikův-Nyquistův teorém, ale rychlost vzorkování je omezena konstrukcí AD převodníku (nejrychlejší flash AD převodníky jsou schopny vzorkovat řádově jednotkami GS/s).

3.2.1 Shannon-Kotelnikův-Nyquistův teorém

Tento teorém nám říká, jaký má být vztah (3.2) mezi vzorkovací frekvencí AD převodníku a maximální frekvencí ve spektru analogového signálu, který digitalizujeme, aby nedošlo ke ztrátě informace. Pokud tento vztah není dodržen, vznikne aliasing efekt [9].

$$f_s > 2 \cdot f_{MAX} \quad (3.2)$$

kde f_s je vzorkovací frekvence AD převodníku a f_{MAX} je maximální frekvence ve spektru digitalizovaného signálu.

4 METODY MĚŘENÍ FREKVENCE A FÁZE

Metod měření frekvence a fáze je velké množství. Pro přehlednost bude vhodnější je systematicky rozdělit, a to na dvě velké skupiny, na metody analogové a metody digitální.

4.1 Analogové metody

Analogové metody jsou dnes sice na ústupu, postupně je nahrazují metody digitální, ale přesto se i dnes, především kvůli ceně, stále používají. Obrovskou výhodou některých analogových měřicích metod je, že jsou pasivní, tedy nepotřebují napájení (například rezonanční metoda). Cílem této práce není porovnávat analogové metody, proto zde jen zmíním některé z nich:

- analogové metody měření frekvence
 - rezonanční metody
 - záznamové metody
 - můstkové metody
 - metody s přímým údajem
- analogové metody měření fáze
 - metoda tří napětí
 - fázový detektor
 - impulsový fázoměr
 - osciloskopické metody

podrobnější popis lze najít např. v [10] nebo [11]

4.2 Digitální metody

Digitální metody pracují na principu digitalizace signálu a jeho následném číslicovém zpracování. Protože digitální zpracování signálu umožňuje signál prakticky jakkoliv upravovat (např.: filtrace, průměrování nebo transformace), bylo vytvořeno velké množství různých metod měření frekvence a fáze, založených na odlišných principech. Některé z těchto metod, které budou dále rozvedeny, jsou:

- Čítačová metoda
- Metoda lineární regrese fáze signálu (WLSM)
- Fourierova transformace

další metody měření frekvence a fáze včetně podrobnějšího popisu jsou uvedeny např. zde [11] nebo [12]

4.2.1 Čítačová metoda

Princip metody

Tato metoda je založena na měření doby mezi událostmi. Jako událost je v tomto případě vhodné zvolit průchod signálu komparační úrovní. Pokud komparační úroveň není větší nebo rovna maximální výchylce signálu, nebo opačně, protne harmonický signál během své jedné periody tuto komparační úroveň dvakrát.

Z času mezi dvěma následujícími průchody signálu komparační úrovní se vypočítá frekvence signálu, proto je důležité vědět, jaká část periody signálu proběhne mezi těmito průchody. Jednou z možností je měřit celou periodu signálu a z ní spočítat frekvenci(4.1). V tomto případě je důležité měřit dobu mezi dvěma stejnými průchody komparační úrovní¹. Další možností je měřit půlperiodu signálu(4.2), pak je důležité zvolit komparační úroveň tak, aby doba mezi jednotlivými průchody byla stejná². V případě harmonických signálu je tato hodnota stejnosměrná složka (offset).

$$f = \frac{1}{T} \quad (4.1)$$

$$f = \frac{1}{2T_{pul}} \quad (4.2)$$

kde f je frekvence signálu, T je perioda signálu a T_{pul} je půlperioda signálu.

Při měření fáze se měří doba t_d mezi průchody hrany referenčního a stejné hrany měřeného signálu komparační úrovní. Ze znalosti doby t_d a frekvence f signálu se pak vypočítá fáze měřeného signálu(4.3).

$$\phi = t_d f 360^\circ \quad (4.3)$$

kde t_d je doba mezi průchody hran referenčního a měřeného signálu, f je frekvence signálu. Konstanta 360° je zde proto, aby výsledná fáze byla ve $[\circ]$.

V případě harmonického signálu bez šumu je detekce průchodu komparační úrovní jednoduchá, stačí pouze zjistit okamžik, kdy se daný signál stane větší (menší) než komparační úroveň.

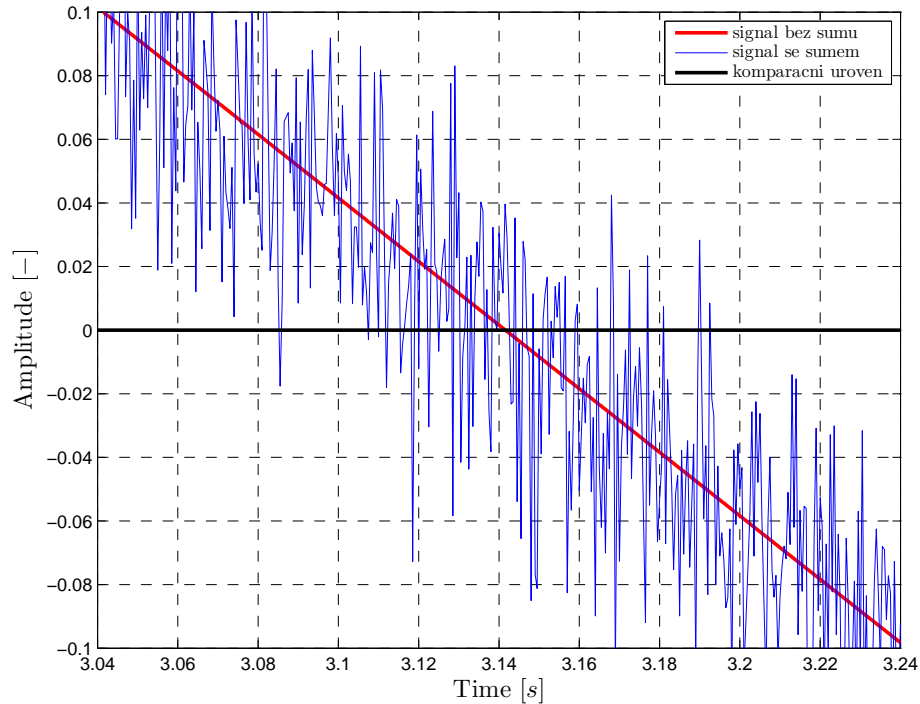
Reálný signál ale není bez šumu, a proto se zde vyskytuje problém vícenásobného přechodu signálu přes komparační úroveň při jednom průchodu signálu bez šumu (Obrázek 4.1). Protože šum v signálu má nulovou střední hodnotu a harmonická funkce sinus se dá, v okolí svého průchodu nulou, poměrně přesně aproximovat

¹bud' průchod jen nástupných, a nebo jen sestupných hran

²doba mezi nástupnou a sestupnou hranou musí být stejná jako doba mezi sestupnou a nástupnou hranou

přímku, nabízí se řešení tohoto problému pomocí lineární regrese signálu se šumem v okolí jeho průchodu nulou.

Tato metoda je založena na regresi určité části signálu, proto je důležité, aby byl dostatečný počet vzorků na jednu periodu signálu, tedy aby $f_{vz} \gg f_{MAX}$.



Obr. 4.1: Problém vícenásobného přechodu signálu se šumem přes komparační úroveň

Postup výpočtu

Ke zjištění frekvence a fáze pomocí této metody je zapotřebí provést několik dílčích kroků:

Normalizace vstupního signálu Tento krok není nutný, ale je vhodný vzhledem ke zjednodušení implementace následujících kroků.

Výběr hodnot pro výpočet V tomto kroku se vyberou hodnoty, ze kterých se bude počítat regresní přímka.

Lineární regrese Zde se například pomocí MNČ určí regresní přímka vybrané části signálu a následně se vypočítá čas t_n (4.4), kdy tato přímka protne komparační úroveň.

Výpočet frekvence signálu V tomto kroku se z rozdílu aktuálního času průchodu t_n a času předchozího průchodu t_{n-1} určí perioda T , případně půlperioda T_{pul} signálu, ze které se podle (4.1), případně (4.2) vypočítá frekvence signálu.

Výpočet fáze signálu probíhá na základě zpoždění t_d mezi průchodem stejných hran referenčního a měřeného signálu, z čehož se podle (4.3) vypočítá fáze signálu.

Konkrétní algoritmus

Mnou naprogramovaná čítačová metoda měření frekvence v prostředí LabVIEW od firmy National Instruments má tyto konkrétní vlastnosti:

Vstupní signál je normalizovaný. Kritérium pro výběr hodnot na výpočet regresní přímky je alespoň 10 po sobě jdoucích hodnot v intervalu $\pm 0,4$ násobku amplitudy signálu. Výpočet regresní přímky probíhá pomocí neváhované varianty MNČ. Z koeficientů regresní přímky jsem podle rovnice (4.4) zjistil čas t_n průchodu komparační úrovní 0. Z těchto časů, jsem vypočítal frekvenci signálu. K výpočtu frekvence jsem použil obě výše zmíněné možnosti výpočtu (z celé periody a z půlperiody signálu).

$$\begin{aligned} \text{rovnice regresní přímky:} \quad x &= K \cdot t + a \\ \text{čas průchodu komparační úrovní:} \quad t_n &= \frac{-a}{K} \end{aligned} \quad (4.4)$$

kde x je hodnota regresní přímky v čase t , K je směrnice a a je úsek regresní přímky a t_n je čas průchodu regresní přímky komparační úrovní [13].

První metoda (CIT-pul) počítá frekvenci signálu ze znalosti dvou po sobě jdoucích hran (jedné nástupné a druhé sestupné), druhá metoda (CIT-per) počítá frekvenci pomocí časů průchodu dvou stejných hran (dvou po sobě jdoucích nástupných nebo sestupných). Nová frekvence se počítá vždy při zjištění dalšího času průchodu³, Frekvence se počítá pouze z referenčního signálu a je tedy počítána dvakrát během periody signálu.

Fáze signálu se v obou případech počítá stejným způsobem a to z rozdílu časů, kdy stejná hrana měřeného a referenčního signálu protne komparační úroveň. Fáze je počítána při průchodu referenčního signálu komparační úrovní a je tedy rovněž jako frekvence počítána dvakrát za periodu signálu. K výpočtu fáze se použije poslední známá hodnota frekvence.

První metoda potřebuje k zjištění frekvence signálu přibližně poloviční čas oproti druhé metodě, měla by tedy rychleji reagovat na změny frekvence měřeného signálu, ale zase by měla být méně odolná oproti offsetu. Porovnání těchto dvou metod je uvedeno v kapitole (6.1).

³neplatí při zjištění prvního času, protože chybí druhá hodnota pro výpočet frekvence

4.2.2 Metoda lineární regrese fáze signálu

Princip metody

Metoda WLSM (Weighted least square method) [14] je založena na detekci fáze signálu a její lineární regresi. Směrnice regresní (derivace) odpovídá úhlové rychlosti ω (4.5), což je po vydělení konstantou 2π frekvence signálu. Fáze signálu se pozná podle posunutí regresních přímek referenčního a měřeného signálu. Aby tato metoda fungovala správně, musí být fáze v celém intervalu, kde měření probíhá, monotónní.

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega = 2\pi f \quad (4.5)$$

kde ϕ je fáze, ω je úhlová rychlost a f je frekvence signálu.

Jednou z možností, jak splnit předchozí podmínku, je použít funkci arcsin a měření provádět pouze v těch částech, kde je signál monotónní, tedy pouze v úsecích mezi minimy a maximy signálu. Funkce arcsin má definiční obor od -1 do 1 a je v celém svém definičním oboru rostoucí. Proto v úseku, kde je signál rostoucí (od $+A_{MAX}$ do $+A_{MAX}$) lze tuto funkci použít, její výstup bude rostoucí a směrnice fáze bude úhlová rychlost ω . V intervalu, kde signál klesá (od $+A_{MAX}$ do $+A_{MAX}$) lze tuto funkci použít také. Výsledná úhlová rychlost ω bude mít stejnou velikost, ale opačné znaménko. Protože pro měření fáze se porovnává posunutí stejných hran referenčního a měřeného signálu, nemá rozdílná směrnice regresních přímek u nástupných a sestupných hran vliv.

Tato metoda je založena na regresi fáze určité části signálu, proto je důležité, aby byl dostatečný počet vzorků na jednu periodu signálu, tedy aby $f_{vz} \gg f_{MAX}$.

Postup výpočtu

Tato metoda měření frekvence a fáze se skládá z několika po sobě jdoucích kroků:

Normalizace vstupního signálu Stejně jako u čítačové metody není tento krok nutný, ale je vhodný.

Výběr hodnot pro výpočet Zde se vyberou hodnoty, ze kterých se bude počítat fáze a její regresní přímka. Je důležité vybrat hodnoty tak, aby fáze signálu pro jeden výpočet byla monotónní.

Zjištění fáze signálu V tomto kroku se pomocí vhodné cyklometrické funkce určí fáze vybraných vzorků.

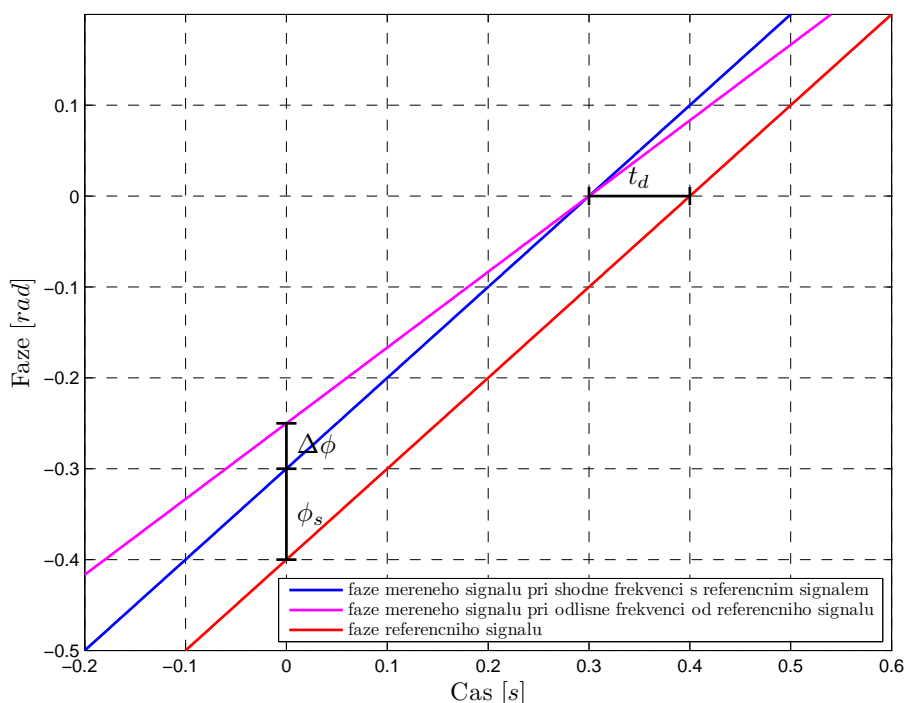
Lineární regrese fáze signálu Z fází jednotlivých vzorků se v tomto kroku pomocí například MNČ určí regresní přímka.

Výpočet frekvence signálu Ze směrnice regresní přímky se podle (4.5) určí frekvence signálu.

Výpočet fáze signálu Probíhá posunutí regresních přímek referenčního a měřeného signálu.

Konkrétní algoritmus

Moje implementace této metody do prostředí LabVIEW měla tyto parametry: Vstupní signál je normalizovaný. Hodnoty pro výpočet fáze jsou vybírány v rozmezí ± 0.8 násobku amplitudy signálu a dále tak, aby těchto hodnot bylo za sebou alespoň 10. Výpočet regresní přímky je prováděn neváhovanou MNČ. Frekvence signálu se určuje z absolutní hodnoty směrnice regresní přímky ω , získané z referenčního signálu, vydělením konstantou 2π . Frekvenci signálu tedy vypočítám dvakrát za periodu signálu.



Obr. 4.2: Možnosti výpočtu fáze u metody WLSM

Fáze signálu ϕ_s je přímo rozdíl úseků regresních přímek měřeného a referenčního signálu, tedy stačilo by z nich udělat rozdíl (vysvětlení na Obrázku 4.2). Tento způsob ale předpokládá, že vypočítaná frekvence u referenčního a měřeného signálu bude shodná, což zvláště v případě zašuměného signálu nemusí být pravda. Pokud zjištěné frekvence měřeného a referenčního signálu nejsou shodné bude rozdíl úseků regresních přímek větší o hodnotu $\Delta\phi$. Proto je lepší vypočítat fázi ϕ podle rovnice (4.3) z rozdílu časů t_d , kdy regresní přímka protne určitou úroveň v okolí hodnot fáze (v tomto případě je zvolena úroveň 0), tím se minimalizuje chyba způsobená rozdílnou směrnici obou regresních přímek.

4.2.3 Metoda Fourierovy transformace

Princip metody

Tato metoda je založena na převodu měřeného signálu z časového do frekvenčního spektra pomocí Fourierovy transformace. Frekvence signálu se pak určí podle frekvence, na které v amplitudovém spektru leží spektrální čára s maximální hodnotou⁴. Fáze signálu se určí jako rozdíl hodnot spektrálních čar ve fázovém spektru, které leží na frekvenci signálu.

Protože měřený signál je diskrétní, musíme použít diskrétní Fourierovu transformaci (DFT) [15]. Tato transformace nám vytvoří diskretizovaný obraz signálu ve frekvenční oblasti. Vzdálenost mezi jednotlivými spektrálními čarami je určena rovnicí (4.6), podle tohoto vztahu je tedy možné změnou počtu vzorků N a změnou vzorkovací frekvence f_{vz} (tedy změnou doby vzorkování T_{vz}) ovlivňovat přesnost určení výsledné frekvence. Aby se zabránilo tzv. „prosakování spektra“ (spectral leakage) [16] je nutné signál před aplikací DFT upravit vhodnou oknovací funkcí.

$$\Delta f = \frac{f_{vz}}{N} = \frac{1}{t_{vz}} \quad (4.6)$$

kde Δf je vzdálenost mezi dvěma spektrálními čarami, f_{vz} je vzorkovací frekvence, N je počet vzorků, ze kterých se počítá DFT a t_{vz} je doba, po kterou se sbírají vzorky pro výpočet DFT.

Podle rovnice (4.6) není tato metoda schopna dávat dostatečně přesný výsledek dostatečně rychle (například pro $\Delta f = 1\text{Hz}$ se musí sbírat vzorky po dobu $t_{vz} = 1\text{s}$), tento problém se dá řešit například pomocí Zoom FFT, kdy se použije dalších matematických operací (například Chirp-Z transformace, nebo konvoluce) [17], kterými se dosáhne lepšího rozlišení.

Postup výpočtu

Metoda měření frekvence a fáze na principu Fourierovy transformace se skládá z těchto kroků:

Normalizace signálu Není důležitá, ale vhodná je úprava offsetu, pokud při zjišťování frekvence uvažujeme i první spektrální čáru.

Shromáždění vzorků Je potřeba nasbírat dostatečný počet vzorků na to, aby se mohla provést DFT s požadovanou přesností.

Oknování Na shromážděné vzorky se použije oknovací funkce, aby se omezilo prosakování spektra, ale tento krok není nutný [18].

Zjištění frekvence signálu Spočívá v provedení DFT a nalezení maxima v amplitudovém frekvenčním spektru.

⁴není vhodné uvažovat první spektrální čáru - offset

Výpočet fáze Fáze signálu se určí z rozdílu hodnot, které jdou ve fázovém frekvenčním spektru na hodnotě frekvence signálu.

Konkrétní algoritmus

Má implementace této metody do prostředí LabVIEW měla tyto parametry: Vstupní signál se neupravuje odečtením zjištěného offsetu, protože stejnosměrná složka je při výběru maximální spektrální čáry ignorována. Hodnoty pro provedení DFT se sbírají po dobu, jaká je potřeba na uživatelem nastavenou přesnost (v základním nastavení je $\Delta f = 1Hz$, tedy $t_{vz} = 1s$). Na tato nasbíraná data je použita Hanningova oknovací funkce a následně se spočítá DFT (pomocí algoritmu FFT, který je v LabVIEW k dispozici). Hledání maxima v amplitudovém frekvenčním spektru je provedeno bez možnosti vybrání první spektrální čáry (stejnoseměrné složky). Výpočet fáze se provádí rozdílem hodnot, které leží na zjištěné frekvenci signálu ve fázovém frekvenčním spektru.

5 KRITÉRIA POROVNÁNÍ METOD

Metod pro měření frekvence a fáze je mnoho. Každá metoda dává v závislosti na svém nastavení a na vlastnostech vstupního signálu jinou přesnost výsledku, který počítá v odlišných časových intervalech. Protože ve většině aplikací, kde potřebujeme tyto metody použít, jsme schopni říct, jaké budou přibližně parametry měřeného signálu a jaké máme požadavky na přesnost a aktuálnost naměřených hodnot, je pro výběr nejvhodnější metody pro dané použití důležité vědět, jak se jednotlivé metody chovají při co nejpřesněji definovaných vlastnostech měřeného signálu.

Vlastností signálu je celá řada, proto je obtížné vybrat pouze několik vlastností, podle kterých se metody budou srovnávat. Přesto jsem se snažil vybrat co nejlepší vlastnosti pro porovnání těchto metod.

Kritéria porovnání metod jsem zvolil tato:

Reakce na změnu frekvence signálu Zde se bude pozorovat rozdíl mezi frekvencí, jakou konkrétní metoda aktuálně vypočítala a frekvencí, kterou má v daném okamžiku měřený signál. Rovněž zjistíme, jak mění se frekvence ovlivňuje fázi měřenou jednotlivými metodami. Frekvence signálu se bude měnit lineárně.

Reakce na změnu fáze signálu V tomto kritériu se bude lineárně měnit fáze signálu a podobně jako u reakce na změnu frekvence se bude sledovat zpoždění mezi fází vypočítanou jednotlivými metodami a skutečnou fází signálu.

Přesnost výsledku při nepřesné znalosti amplitudy signálu Při tomto kritériu porovnání se bude sledovat přesnost vypočítané hodnoty frekvence a fáze při nepřesné znalosti amplitudy měřeného signálu.

Přesnost výsledku při nepřesné znalosti offsetu signálu U tohoto kritéria se bude sledovat přesnost výsledné hodnoty frekvence a fáze jednotlivých metod v závislosti na nepřesné znalosti offsetu měřeného signálu.

Přesnost výsledku v závislosti na SNR Toto kritérium ukáže, jak se jednotlivé metody vyrovnají se zašuměným měřeným signálem. Stejně jako v předchozích případech se bude sledovat přesnost měření frekvence a fáze jednotlivých metod v závislosti na velikosti šumu v signálu.

Rovněž je obtížné zařídit, aby signál, kterým se metody budou testovat, měl tyto vlastnosti přesně definované. Tedy aby se minimalizoval vliv neproměřovaných vlastností na výslednou reakci jednotlivých metod. Minimalizace vlivu neproměřovaných vlastností signálu na reakci jednotlivých metod mě dovedla až k naprogramování vlastního generátoru harmonického signálu, který jsem stejně jako jednotlivé metody implementoval do programu LabVIEW a následně použil k proměření vlastností jednotlivých metod.

Při proměňování jednotlivých výše uvedených kritérií budou ostatní vlastnosti měřeného signálu známé a uvedené v dané kapitole. U proměňovaného kritéria bude přesněji definováno, jak se měnilo a jakým způsobem se naměřené hodnoty zpracovávaly.

6 POROVNÁNÍ METOD

Výše uvedené metody měření frekvence a fáze (čítačová metoda, metoda WLSM, metoda Fourierovy transformace), přesněji jejich konkrétní implementace do programu LabVIEW, které jsou uvedeny výše, jsem porovnal podle kritérií uvedených v předchozí kapitole (5). Výsledky porovnání jsou závislé na konkrétním nastavení jednotlivých metod. Při změně nastavení se budou některé výsledky lišit.

6.1 Porovnání čítačových metod

V této části budou porovnány dvě podobné čítačové metody uvedené v kapitole (4.2.1), tedy metody CIT-pul a CIT-per. V této kapitole je rovněž uvedeno v čem by měly spočívat hlavní rozdíly mezi těmito metodami. Tyto rozdíly jsou zde podrobněji ukázány.

6.1.1 Reakce na změnu frekvence signálu

Vlastnosti měřeného signálu jsou:

Šum není přidáván do signálu.

Offset se nemění, je přesně známý a má velikost $A_{offset} = 0$.

Amplituda je, rovněž jako offset, neměnná, přesně známá o velikosti $A_{ampl} = 1$.

Vzorkovací frekvence je $f_{vz} = 10kS/s$.

Fáze signálu $\phi = 30^\circ$ se také v čase nemění.

Frekvence signálu se mění lineárně s přírůstkem $\Delta f = 10Hz/s$.

Graf (6.1) ukazuje jak jednotlivé čítačové metody reagují na změnu frekvence signálu. Z tohoto grafu jde vidět, že metoda CIT-pul reaguje na změny frekvence signálu rychleji než metoda CIT-per, což je v souladu s předpoklady uvedenými v kapitole (4.2.1).

6.1.2 Přesnost výsledku při nepřesné znalosti offsetu

Vlastnosti měřeného signálu jsou:

Šum není přidáván do signálu.

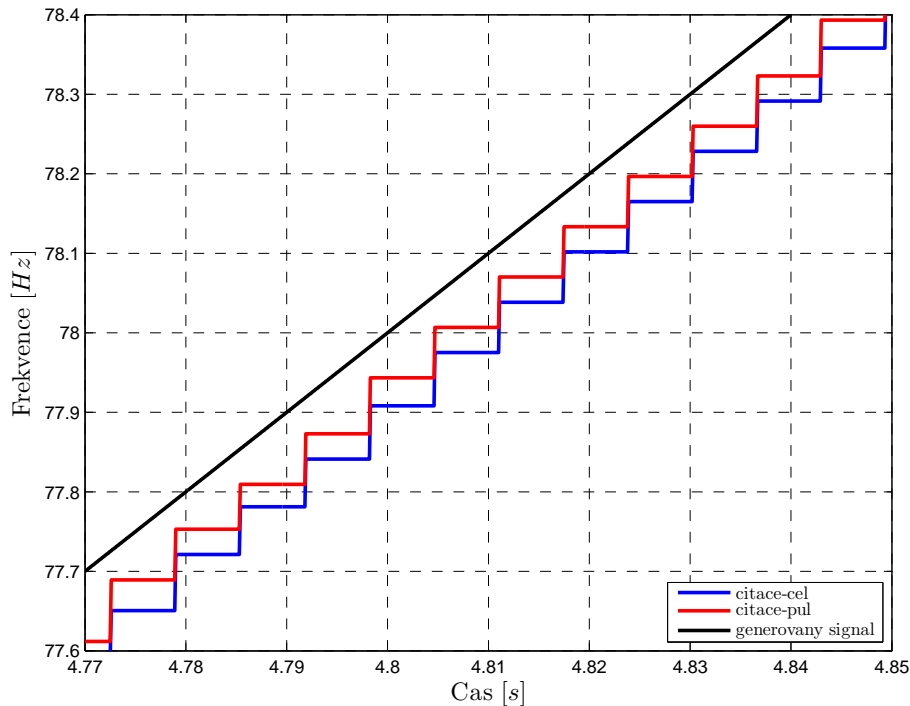
Vzorkovací frekvence je $f_{vz} = 10kS/s$.

Frekvence je $f = 50Hz$

Fáze signálu je $\phi = 30^\circ$ a v čase se nemění.

Amplituda je neměnná a přesně známá o velikosti $A_{ampl} = 1$.

Offset signálu se nemění, ale mění se hodnoty, které dostávají jednotlivé metody jako informaci o offsetu, tyto hodnoty se mění skokově.



Obr. 6.1: Výsledek měření frekvence porovnávaných čítačových metod při lineární změně frekvence měřeného signálu

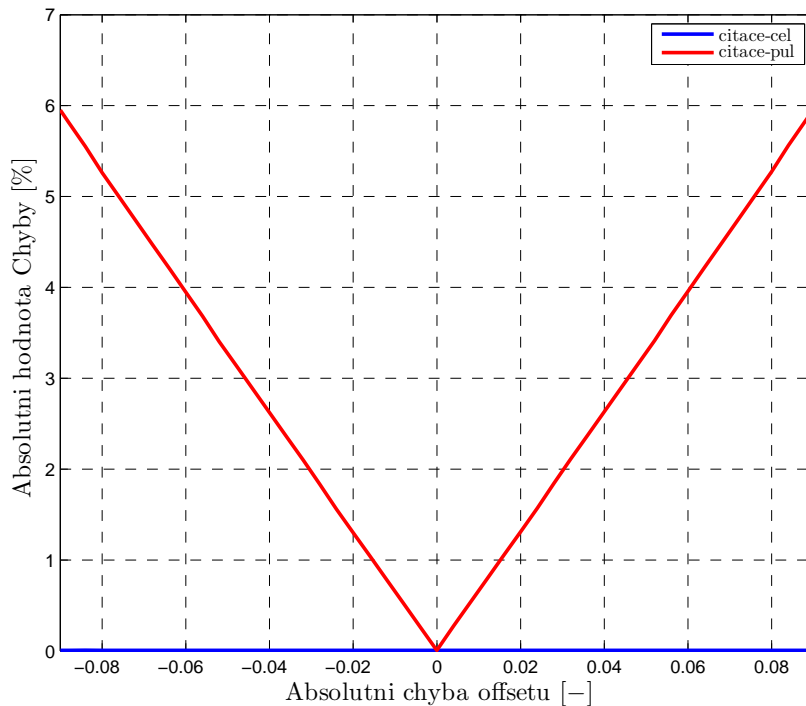
Offset se v tomto případě mění skokově po uplynutí doby $t = 0,2s$. Naměřené hodnoty chyby při konstantním offsetu se průměrují a jsou vynášeny do grafu (6.2).

Graf(6.2) ukazuje, jak výše uvedené čítačové metody reagují na nepřesnost offsetu. Metoda CIT-per se v souladu s předpoklady uvedenými v kapitole (4.2.1) vyrovnává s nepřesnou znalostí offsetu signálu lépe než metoda CIT-pul.

Při nepřesné znalosti offsetu je totiž u metody CIT-pul porušen předpoklad stejné doby mezi jednotlivými průchody signálu komparační úrovní. Nepřesná znalost offsetu posune signál při normalizaci tak, že jeho střední hodnota není shodná s komparační úrovní nastavenou na hodnotu 0. Protože tato neshoda způsobí oscilaci měřené frekvence kolem správné hodnoty, je v grafu (6.2) uvedena závislost absolutní hodnoty chyby na nepřesnosti offsetu.

6.1.3 Zhodnocení čítačových metod

Metoda CIT-per má sice o trochu pomalejší reakci na změnu frekvence měřeného signálu než metoda CIT-pul, ale zase je odolnější vůči nepřesné znalosti offsetu signálu, proto bude v následující části s dalšími metodami porovnávána právě metoda CIT-per (dále už uváděna pouze jako čítačová metoda).



Obr. 6.2: Porovnání chyb měření frekvence signálu čítačových metod při nepřesné znalosti offsetu měřeného signálu

6.2 Porovnání vybraných metod

Zde budou porovnávány pouze tyto tři metody:

- CIT-per (dále jen čítačová metoda) v kapitole (4.2.1)
- Metoda WLSM u amplitudy uvedená v kapitole (4.2.2)
- Metoda Fourierovy transformace (dále jen MTF) uvedená v kapitole (4.2.3)

6.2.1 Reakce na změnu frekvence signálu

Vlastnosti měřeného signálu jsou:

Šum není přidáván do signálu.

Offset se nemění, je přesně známý a má velikost $A_{offset} = 0$.

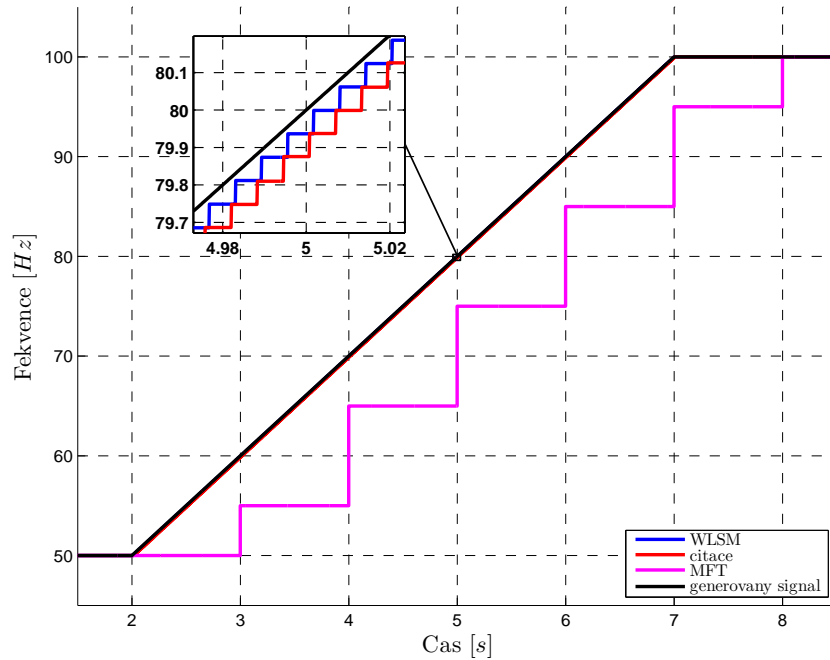
Amplituda je, rovněž jako offset, neměnná, přesně známá a o velikosti $A_{ampl} = 1$.

Vzorkovací frekvence je $f_{vz} = 10kS/s$.

Fáze signálu $\phi = 30^\circ$ se také v čase nemění.

Frekvence signálu se mění z $f_{start} = 50Hz$ na $f_{cil} = 100Hz$ během doby $\Delta t = 5s$, změna frekvence začíná v čase $t_{start} = 2s$.

V grafech je ukázán vliv změny frekvence měřeného signálu na přesnost vypočítané frekvence (6.3) a fáze (6.4) jednotlivých metod.



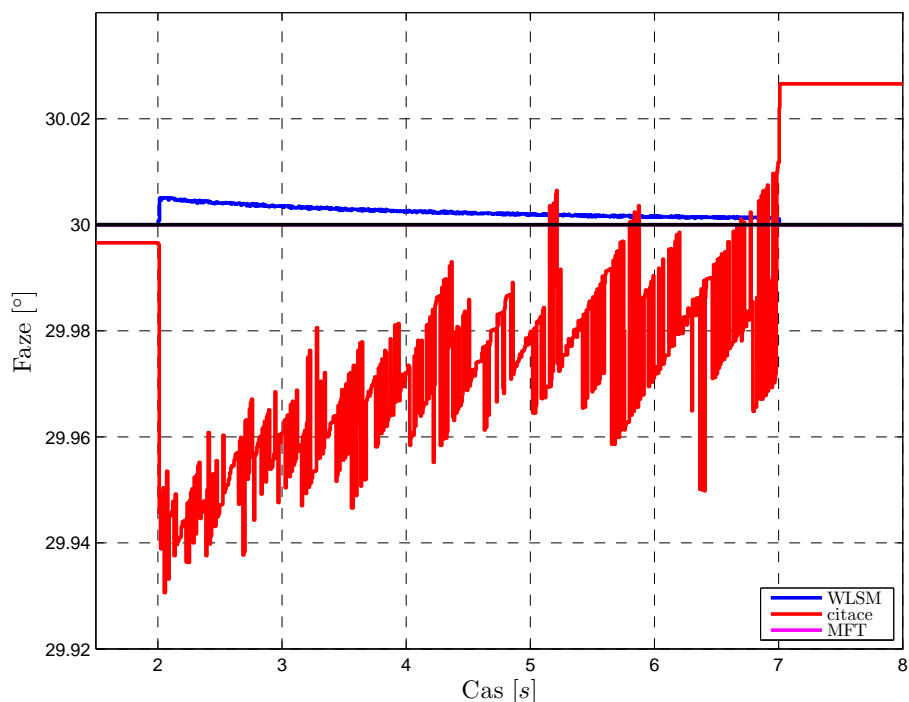
Obr. 6.3: Výsledek měření frekvence porovnávaných metod při lineární změně frekvence měřeného signálu

Protože frekvence signálu neustále roste, tak jednotlivé metody vypočítají přibližně průměrnou hodnotu frekvence z hodnot, které potřebují na výpočet. Z grafu (6.3) jde vidět, že metoda WLSM reaguje nejrychleji z uvedených metod na změny frekvence měřeného signálu, protože jí na výpočet frekvence stačí půlperioda signálu. S trochu větším zpožděním reaguje čítačová metoda, protože na jeden výpočet potřebuje celou periodu signálu. A nejpomaleji reaguje MFT, protože na výpočet frekvence potřebuje sbírat hodnoty po dobu $t_{vz} = 1s$, tato doba by šla zkrátit za cenu zvětšení rozestupu mezi dvěma sousedními spektrálními čarami, jak ukazuje vzorec (4.6).

Pro výpočet fáze signálu je potřeba u metody WLSM a čítačové metody znát aktuální frekvenci signálu, protože toto není u změny frekvence zajištěno (metody počítají frekvenci trochu opožděně viz graf (6.3)). Je jasné, že se tato nepřesnost musí projevit na přesnosti měření fáze.

Čítačová metoda měří fázi signálu s drobnou odchylkou¹ i při neměnné frekvenci měřeného signálu. Čítačová metoda v tomto případě (rostoucí frekvence signálu) vypočítá menší frekvenci než signál aktuálně má a proto je podle rovnice (4.3) naměřená hodnota fáze menší než skutečná fáze signálu. Drobné kmity fáze jsou způsobeny nepřesnostmi při určování času průchodu signálu komparační úrovní.

¹Tato odchylka klesá s rostoucím počtem vzorků na jednu periodu měřeného signálu



Obr. 6.4: Výsledek měření fáze porovnávaných metod při lineární změně frekvence měřeného signálu

Metoda WLSM vypočítá, podobně jako čítačová metoda, menší hodnotu frekvence než je skutečná hodnota, přesto je výsledná hodnota fáze vyšší než hodnota skutečná. To je způsobeno lineární regresí fáze signálu. Při lineárně rostoucí frekvenci signálu roste fáze signálu s druhou mocninou času. Při lineární regresi paraboly ale dochází k chybě, která má za následek zvětšení času t_d v rovnici (4.3). Tato chyba je větší než chyba způsobená nepřesnou znalostí aktuální frekvence signálu a proto je vypočítaná fáze větší než skutečná. Tato chyba jde v případě lineární změny frekvence signálu kompenzovat například průměrováním hodnot frekvence měřeného a referenčního signálu a tuto průměrnou hodnotu použít na výpočet fáze. Při jiným změnách frekvence ale tato kompenzace nemusí být účinná.

6.2.2 Reakce na změnu fáze signálu

Vlastnosti měřeného signálu jsou:

Šum není přidáván do signálu.

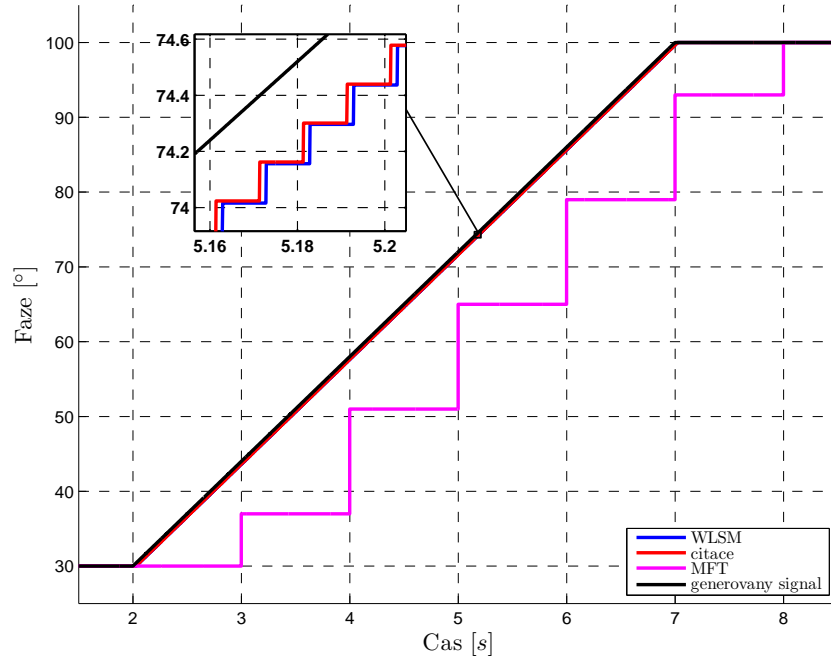
Offset se nemění, je přesně známý a má velikost $A_{offset} = 0$.

Amplituda je, rovněž jako offset, neměnná, přesně známá o velikosti $A_{ampl} = 1$.

Vzorkovací frekvence je $f_{vz} = 10kS/s$.

Frekvence je $f = 50Hz$

Fáze signálu se mění z $\phi_{start} = 30^\circ$ na $\phi_{cil} = 100^\circ$ během doby $\Delta t = 5s$, změna frekvence začíná v čase $t_{start} = 2s$.



Obr. 6.5: Výsledek měření fáze porovnávaných metod při lineární změně fáze měřeného signálu

V grafu (6.5) je ukázán vliv změny fáze signálu na přesnost vypočítané frekvence jednotlivých metod.

Fáze měřeného signálu neustále lineárně roste, jednotlivé metody ale potřebují k výpočtu fáze určitý počet vzorků (stejně jako u výpočtu frekvence), výsledná fáze pak je přibližně průměrná hodnota fáze z těchto vzorků. V grafu (6.5) jde vidět, že čítačová metoda a metoda WLSM reagují prakticky stejně, což je způsobeno tím, že obě potřebují na výpočet fáze dobu odpovídající přibližně periodě měřeného signálu. To, že čítačová metoda reaguje o chvíli dříve než metoda WLSM, je způsobeno tím, že čítačová metoda počítá pouze se vzorky v rozmezí $\pm 0,4$, kdežto metoda WLSM v rozmezí $\pm 0,8$. Tedy například v okamžiku, kdy nastupná hrana normalizovaného signálu dosáhne hodnoty $0,4$, tak čítačová metoda již vypočítá fázi signálu, kdežto metoda WLSM ještě ne. Ta ji vypočte až v okamžiku, kdy tato hrana dosáhne hodnoty $0,8$. MFT potřebuje pro výpočet fáze sbírat vzorky po dobu $t_{vz} = 1s$, proto reaguje nejpomaleji z porovnávaných metod.

6.2.3 Přesnost výsledku při nepřesné znalosti amplitudy signálu

Vlastnosti měřeného signálu jsou:

Šum není přidáván do signálu.

Offset se nemění, je přesně známý a má velikost $A_{offset} = 0$.

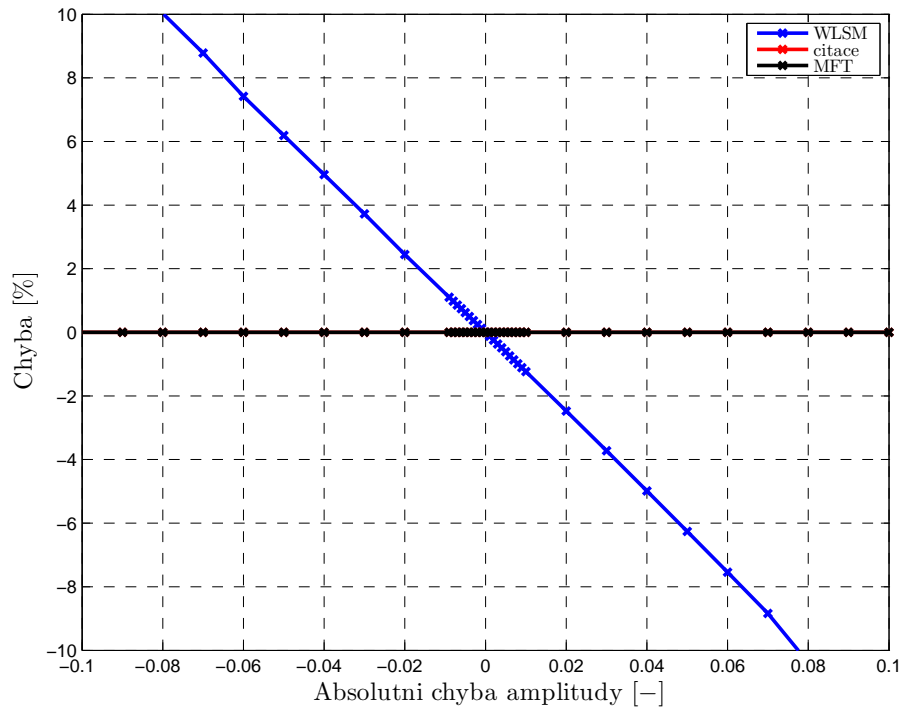
Vzorkovací frekvence je $f_{vz} = 10kS/s$.

Frekvence je $f = 50Hz$

Fáze signálu je $\phi = 30^\circ$ a v čase nemění.

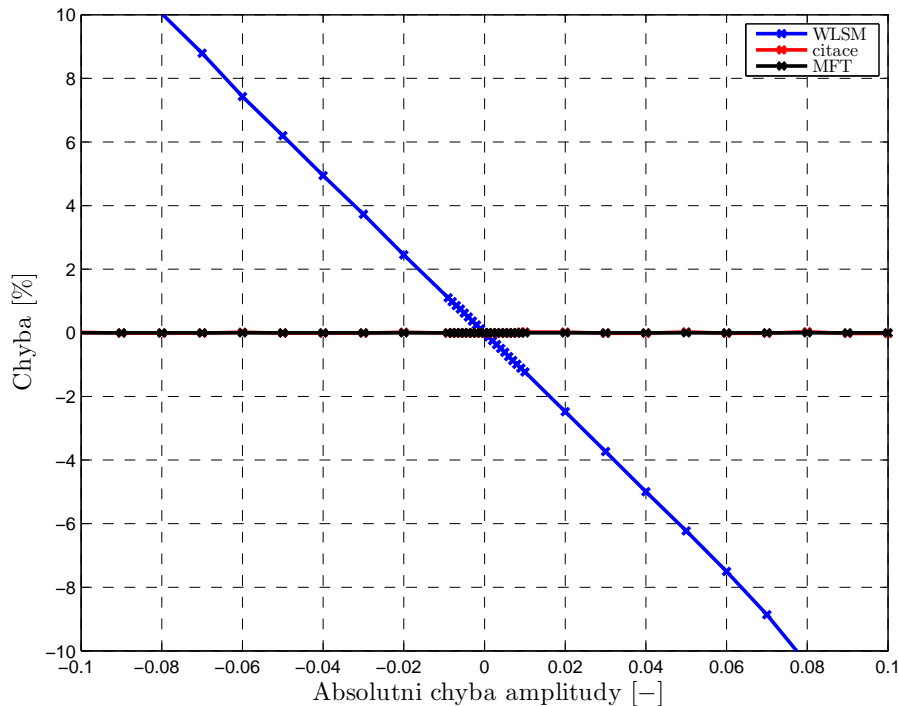
Amplituda signálu se nemění, ale mění se hodnoty, které dostávají jednotlivé metody jako informaci o amplitudě, tyto hodnoty se mění skokově.

Chyba amplitudy se mění skokově a pak vždy nějakou dobu zůstane na stejné chybě amplitudy (zde po dobu $t = 0, 2s$) a poté se opět skokem změní.



Obr. 6.6: Chyba měření frekvence signálu při nepřesné znalosti amplitudy měřeného signálu

Chyby měření jednotlivých metod po dobu trvání stejné nepřesnosti amplitudy jsou průměrovány a poté vynášeny do grafů. Graf (6.6) ukazuje přesnost vypočítané frekvence jednotlivými metodami v závislosti na nepřesné znalosti amplitudy signálu. Graf (6.7) ukazuje přesnost vypočítané fáze ve stejné závislosti jako předchozí graf.



Obr. 6.7: Chyba měření fáze signálu při nepřesné znalosti amplitudy měřeného signálu

Metoda WLSM je, jak je vidět z grafů (6.6) a (6.7), velmi citlivá na nepřesnou znalost amplitudy, je to způsobeno převodem části měřeného signálu na fázi pomocí funkce arcsin. V případě, že je amplituda známá přesně, tak se i fáze signálu převede odpovídajícím způsobem. Pokud ale je skutečná amplituda odlišná od amplitudy, se kterou tato metoda počítá, nastává problém, protože normalizací signálu se skutečný signál převede na signál, který má amplitudu $A \neq 1$. A protože funkce arcsin dokáže přesně určit fázi pouze pro signál s amplitudou $A = 1$, je zřejmé, proč je tato metoda velmi citlivá na nepřesnosti ve znalosti amplitudy měřeného signálu.

Čítačová metoda je odolnější vůči nepřesnostem amplitudy než metoda WLSM. Tato metoda měří bez výraznějších chyb po dobu, dokud má v intervalu $\pm 0,4$ dostatečný počet vzorků (v tomto případě 10), aby mohla provést lineární regresi a zjistit tak okamžik průchodu hrany komparační úrovní. Nebo v opačném případě dokud se do intervalu $\pm 0,4$ nevejde celý signál, tedy dokud amplituda signálu $A_{sig} \leq 0,4$. MFT není nepřesnou znalostí amplitudy měřeného signálu ovlivněna, protože nenormalizuje vstupní signál, a tedy nepotřebuje ke své správné funkci znát amplitudu měřeného signálu.

6.2.4 Přesnost výsledku při nepřesné znalosti offsetu

Vlastnosti měřeného signálu jsou:

Šum není přidáván do signálu.

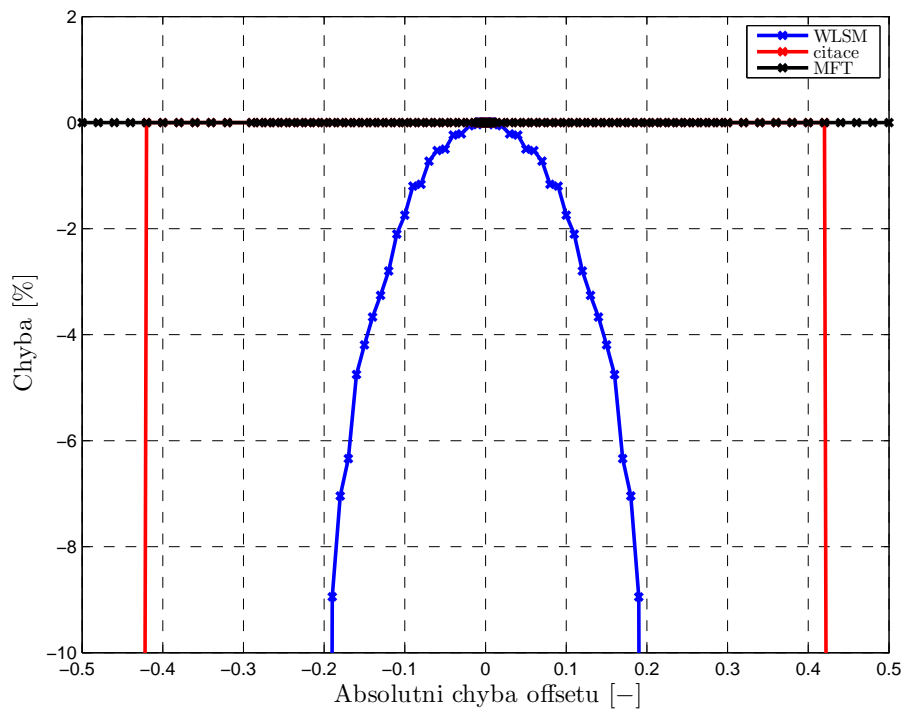
Vzorkovací frekvence je $f_{vz} = 10kS/s$.

Frekvence je $f = 50Hz$

Fáze signálu je $\phi = 30^\circ$ a v čase se nemění.

Amplituda je neměnná a přesně známá o velikosti $A_{ampl} = 1$.

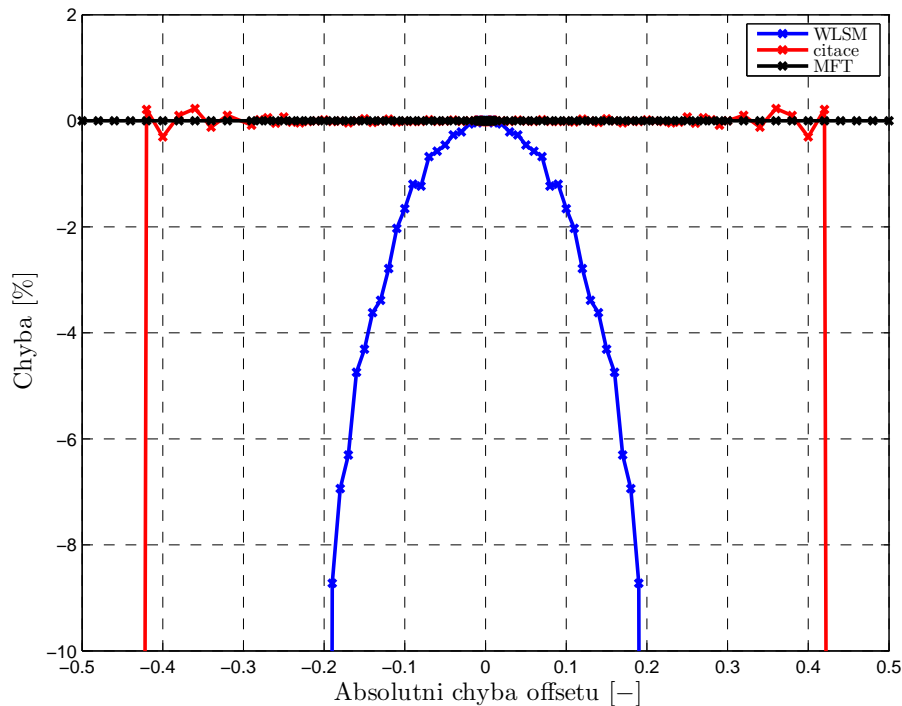
Offset signálu se nemění, ale mění se hodnoty, které dostávají jednotlivé metody jako informaci o offsetu, tyto hodnoty se mění skokově.



Obr. 6.8: Chyba měření frekvence signálu při nepřesné znalosti offsetu měřeného signálu

Podobně jako u měření vlivu nepřesnosti amplitudy na přesnost výsledku se i zde offset mění skokově a pak vždy nějakou dobu setrvává na konstantní hodnotě (v tomto konkrétním měření zůstává offset stejný po dobu $t = 0, 2s$). Chyby měření frekvence a fáze jsou po dobu konstantního offsetu průměrovány a poté vynášeny do grafů. Graf (6.8) ukazuje závislost chyby měření frekvence a graf (6.9) chyby měření fáze na nepřesné znalosti offsetu měřeného signálu.

Z grafů (6.8) a (6.9) jde vidět, že je na nepřesnou znalost offsetu nejcitlivější metoda WLSM, což je, podobně jako v předchozím případě, způsobeno převodem částí měřeného signálu na fázi pomocí funkce arcsin. Při nepřesné znalosti offsetu



Obr. 6.9: Chyba měření fáze signálu při nepřesné znalosti offsetu měřeného signálu

vzniká při normalizaci posun signálu mimo normalizované hranice od -1 do 1 , což způsobí chybu při převodu signálu na fázi a tato nepřesně zjištěná fáze signálu má za následek špatně změřenou frekvenci a fázi.

Čítačová metoda funguje správně, pokud, i přes posun signálu způsobený nepřesnou znalostí offsetu, je v intervalu, ve kterém tato metoda sbírá vzorky pro lineární regresi ($\pm 0,4$), dostatečný počet vzorků na provedení lineární regrese signálu.

MFT není ovlivněna velikostí offsetu, protože je zajištěno (viz kapitola (4.2.3)), že stejnosměrná složka signálu nemůže být vybrána jako naměřená frekvence.

6.2.5 Přesnost výsledku v závislosti na SNR

Vlastnosti měřeného signálu jsou:

Frekvence je $f = 50\text{Hz}$

Fáze signálu je $\phi = 30^\circ$ a v čase se nemění.

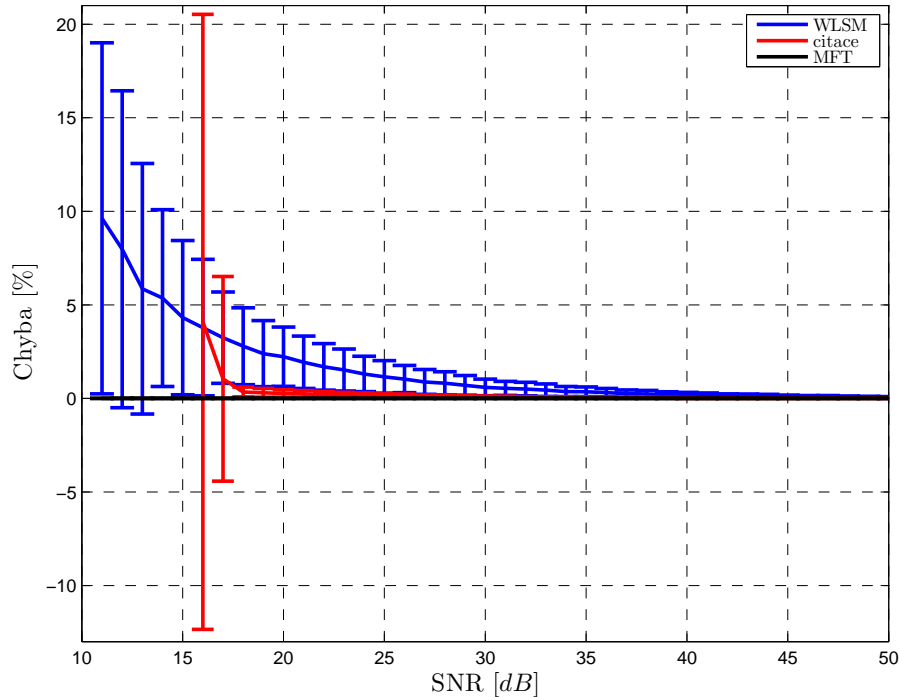
Amplituda je neměnná a přesně známá o velikosti $A_{ampl} = 1$.

Offset se nemění, je přesně známý a má velikost $A_{offset} = 0$.

Vzorkovací frekvence je $f_{vz} = 10\text{kS/s}$.

Šum je do signálu přidáván přičítáním bílého šumu (3.1.1) ke generovanému signálu. Velikost přidávaného šumu se mění skokem.

Efektivní hodnota přidávaného šumu se mění skokově vždy po čase $t = 4s$. Výsledné absolutní hodnoty chyb vypočítaných hodnot frekvence a fáze jednotlivých metod se po dobu stejné hodnoty šumu průměrují a pak jsou vynášeny do grafů. Graf (6.10) ukazuje přesnost měření frekvence a graf (6.9) přesnost měření fáze v závislosti na SNR .



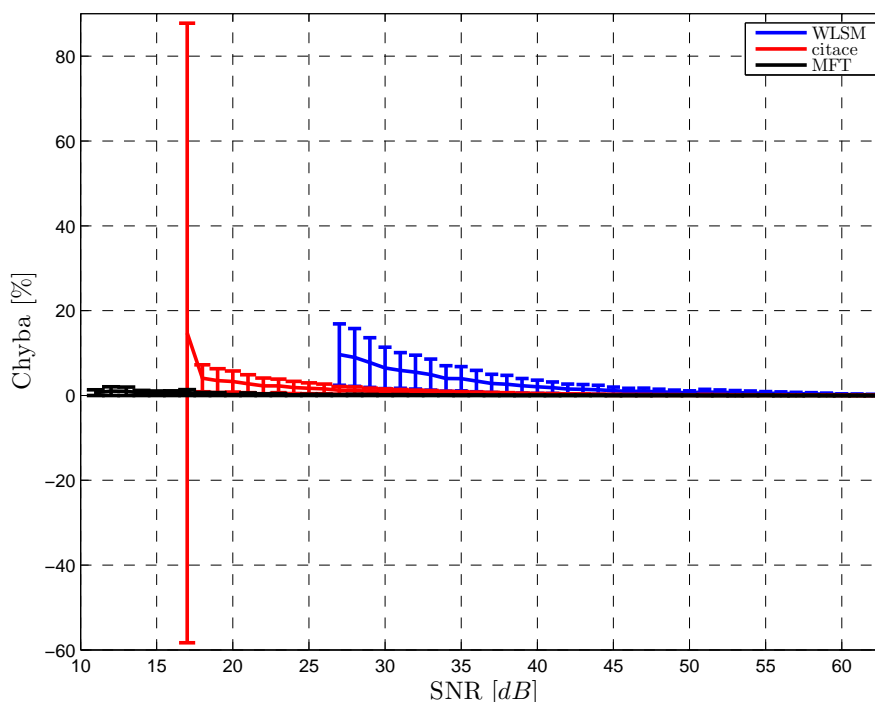
Obr. 6.10: Chyba měření frekvence signálu v závislosti na velikosti šumu v signálu

U grafů (6.10) a (6.11) jde vidět, že metoda WLSM je nejcitlivější na přítomnost šumu v měřeném signálu. S rostoucím podílem šumu se přesnost měření postupně zmenšuje, protože lineární regrese fáze signálu přestává postupně stačit vyrovnávat nepřesnosti způsobené šumem.

U čítačové metody se také s rostoucím podílem šumu postupně zmenšuje přesnost měřeného výsledku ze stejného důvodu jako u metody WLSM, ale při určité hodnotě SNR (zde při $SNR = 17dB$) dojde ke skokovému snížení přesnosti měření a k obrovskému zvětšení rozptylu naměřených hodnot. Tento skok je způsoben výběrem vzorků pro lineární regresi. Vyšší hodnoty šumu způsobí, že se na některé hraně signálu občas nenajde dostatečný počet po sobě jdoucích vzorků (zde 10) v určeném intervalu $(\pm 0,4)$. Tímto nejsou splněny podmínky pro výpočet regresní přímky. Nevypočítaná regresní přímka má za následek neurčení času průchodu komparační úrovní t_n . Tato chybnější hodnota se projeví při následném kroku, kdy se na výpočet frekvence signálu použije aktuální hodnota času průchodu t_n a poslední známá hodnota t_{n-2} , což vyústí v nesprávný výpočet času mezi dvěma průchody

signálu komparační úrovní a následně chybný výpočet frekvence signálu (vypočítaná frekvence bude poloviční oproti frekvenci skutečné). Vyšší hodnoty šumu mohou rovněž způsobit výběr více sad vzorků na lineární regresi na jedné hraně signálu, což způsobí výpočet mnohem vyšší frekvence signálu než skutečně je.

MFT je velmi odolná proti šumu. Při měření fáze (6.11) začíná mít drobné odchylky přibližně při $SNR \leq 15dB$ a při měření frekvence přestává měřit správně pokud $SNR \leq -20dB$, tedy pokud je efektivní hodnota šumu desetkrát vyšší než je efektivní hodnota měřenosného signálu.



Obr. 6.11: Chyba měření fáze signálu v závislosti na velikosti šumu v signálu

6.3 Měření reálného signálu

Testované metody měření frekvence a fáze jsem vyzkoušel na reálném signálu, který byl vytvořen generátorem Agilent 33220A a vzorkován měřicí kartou NI 9234. Podrobnější informace o obou těchto hardwarových částech jsou uvedeny např. zde [19] a [20].

Protože tento generátor nemá dva analogové výstupy a nešel na něm tedy nastavit fázový posun mezi měřenými signály, musel jsem tento problém vyřešit jiným způsobem. Řešení jsem provedl softwarově pomocí zpoždování navzorkovaných dat o konkrétní počet vzorků. Generovaná data jsem vzorkoval dvěma kanály na kartě NI

9234 a poté jsem jeden kanál zpozdil o konkrétní počet vzorků a následně jsem oba tyto signály dal jednotlivým metodám ke změření frekvence a fáze. Fázový rozdíl ϕ mezi těmito signály jsem spočítal podle rovnice(6.1).

$$\phi = \frac{N}{f_{vz}} \cdot f_{sig} \cdot 360^\circ \quad (6.1)$$

kde ϕ je fázový rozdíl mezi signály, N je počet vzorků o které je jeden signál zpožděn oproti druhému, f_{vz} je vzorkovací frekvence měřicí karty NI 9234, f_{sig} je frekvence měřeného signálu. Konstanta 360° je v rovnici proto, aby výsledná fáze ϕ měla jednotku $[\circ]$.

Nastavení generátoru a měřicí karty bylo pro všechna měření shodné:

Amplituda generovaného signálu byla nastavena na hodnotu $A_{sig} = 1$.

Vzorkovací frekvence měřicí karty NI 9234 byla $f_{vz} = 51200S/s$.

Offset generovaného signálu byl nastaven na hodnotu $A_{offset} = 0$.

Tyto hodnoty amplitudy a offsetu byly zadány i jednotlivým metodám měření.

6.3.1 Měření frekvence reálného signálu

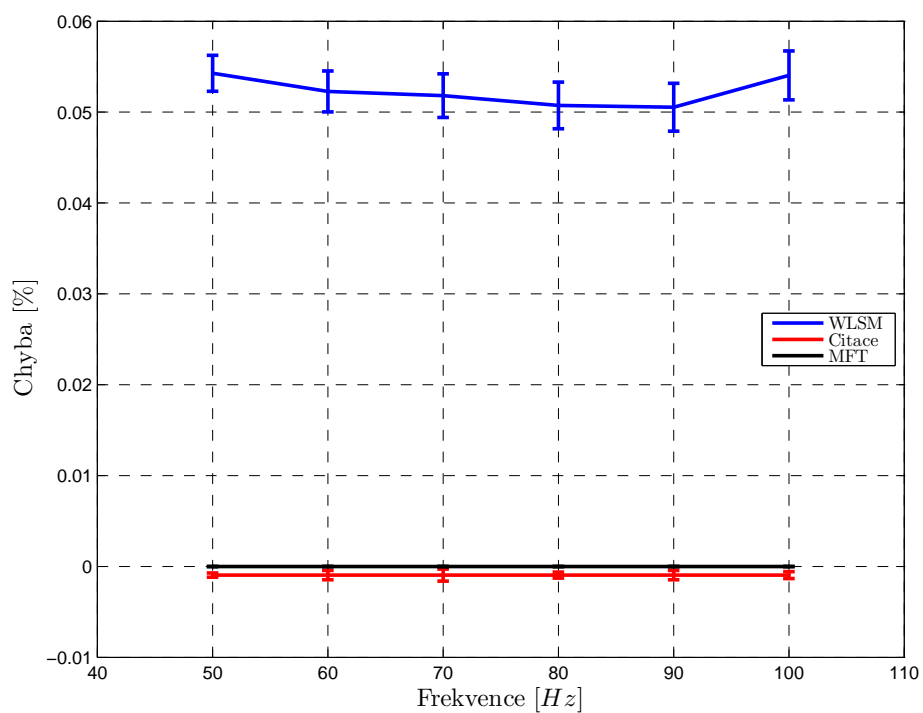
Při tomto měření jsem na generátoru nastavil konkrétní frekvenci a poté jsem nějakou dobu (přibližně 20s) sbíral hodnoty frekvence zjištěné jednotlivými metodami. Z naměřených hodnot jsem následně zjistil střední hodnotu a směrodatnou odchylku, které jsem pro jednotlivé měřené frekvence vynesl do grafu (6.12).

Metoda WLSM má chybu přibližně $\delta f = 0,05\%$ při měření frekvence reálného signálu, což je pravděpodobně způsobeno drobnou nepřesností mezi nastavenou a skutečnou amplitudou měřeného signálu. Čítačová metoda má chybu pohybující se kolem $\delta f = -0,001\%$ a MFT pokaždé určila správnou frekvenci (nesmíme ale zapomínat, že tato metoda měří frekvenci s rozlišením $\Delta f = 1Hz$).

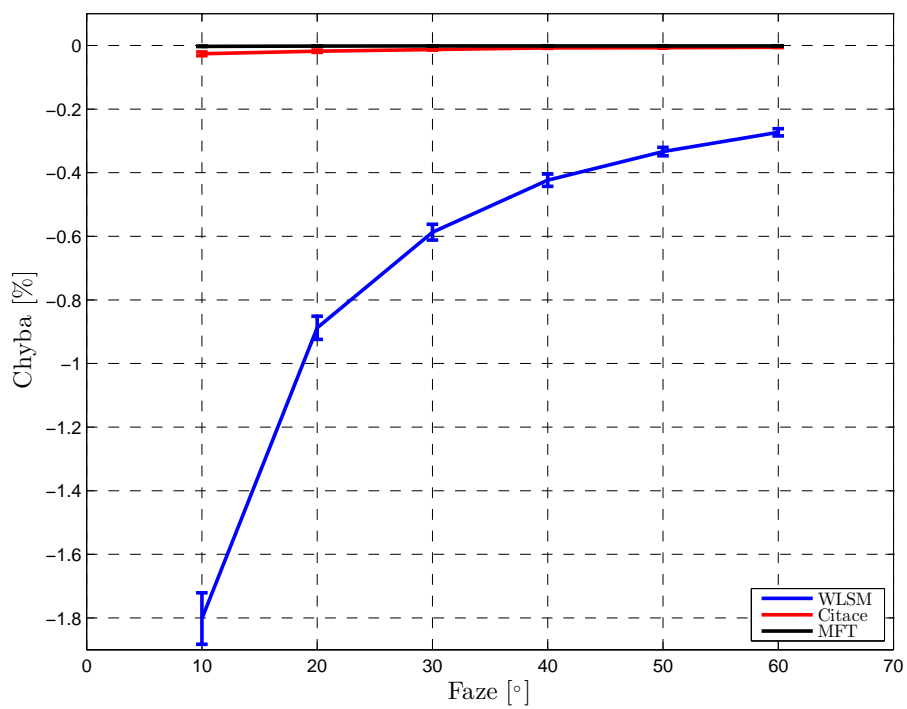
6.3.2 Měření fáze reálného signálu

Při tomto měření byl generátor neustále nastaven na frekvenci signálu $f = 50Hz$ a fáze se měnila zpožděním vzorků jednoho signálu. Podobně jako v případě měření frekvence byla i zde nastavena konkrétní fáze signálu, která se přibližně po dobu 20s neměnila. Hodnoty naměřené jednotlivými metodami po tuto doby byly zpracovány a následně byla střední hodnota a směrodatná odchylka chyby měření pro každou hodnotu fáze vynesena do grafu (6.13).

Z grafu(6.13) jde vidět, že metoda WLSM má, stejně jako při měření frekvence reálného signálu, největší chybu měření. Zajímavé je, že chyba měření u metody WLSM klesá s rostoucí fází, což může být způsobeno nepřesným měřením frekvence



Obr. 6.12: Chyba měření frekvence reálného signálu



Obr. 6.13: Chyba měření fáze reálného signálu

signálu, která je důležitá pro zjištění fáze. Chyba měření čítačové metody se pohybuje kolem $\delta\phi = -0,02\%$ a tato chyba se s rostoucí fází postupně přibližuje k nule, což může být stejně jako v případě metody WLSM způsobeno nepřesným měřením frekvence signálu, která je i u čítačové metody důležitá ke zjištění fáze signálu. MFT měří fázi signálu s chybou pohybující se kolem $\delta\phi = -0,002\%$, je tedy velmi přesná, ale zase je schopna kvůli nastavení $\Delta f = 1Hz$ měřit fázi pouze v intervalech spočítaných podle (4.6) $\Delta t_m = 1s$.

7 ZÁVĚR

V této bakalářské práci jsem se seznámil s problematikou měření frekvence a fáze. Vybrané metody měření frekvence a fáze jsem implementoval do programu LabVIEW od firmy National Instruments. Tyto vybrané metody jsem následně porovnal podle navržené metodiky (5).

První metodou byla čítačová metoda, jejíž podrobnější popis je v kapitole (4.2.1). Ač je tato metoda založena na velmi jednoduchém principu měření doby mezi průchody signálu stejnou úrovní, dosahovala v porovnání s ostatními metodami velmi dobrých výsledků. V přesnosti a rychlosti reakce se vyrovnala metodě WLSM a při měření reálného signálu tuto metodu dokonce překonala. Čítačová metoda se sice co do odolnosti vůči nepřesnostem signálu nemůže rovnat MFT, ale zase byla lepší než metoda WLSM.

Druhou porovnávanou metodou byla metoda WLSM, jejímž principem je lineární regrese fáze signálu a je podrobněji popsána v kapitole (4.2.2). Metoda WLSM je velmi podobná metodě čítačové, ale díky regresi fáze signálu by měla dosahovat přesnějších výsledků. Tento předpoklad tato metoda potvrdila při měření signálu s velmi přesně známými všemi potřebnými parametry. Tato metoda je ale velmi náročná na přesnou znalost vlastností signálu (hlavně amplitudu a offset), jak je uvedeno v kapitolách (6.2.3) a (6.2.4). Proto se tato metoda hodí hlavně do podmínek, kde známe velmi přesně vlastnosti měřeného signálu.

Poslední porovnávanou metodou byla metoda Fourierovy transformace, která je podrobněji popsána v kapitole (4.2.3). Tato metoda je velmi odolná vůči nepřesné znalosti amplitudy (6.2.3), offsetu (6.2.4) a vůči šumu v měřeném signálu (6.2.5). Problém s touto metodou ale je, že není schopna rychle reagovat na změny frekvence (6.2.1) nebo fáze (6.2.2) měřeného signálu. Již z principu DFT je zřejmé, že tato metoda není schopna změřit frekvenci signálu přesně, ale vždy pouze v rozmezí, které je určeno vzdáleností spektrálních čar. Existují sice metody jak tento problém odstranit, ale přesto může být tato vlastnost v některých aplikacích důvodem, proč tuto metodu nepoužít.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] HALLIDAY, David, Robert RESNICK a Jearl WALKER. *Fyzika: vysokoškolská učebnice obecné fyziky*. Vyd. 1. Brno: Vutium, 2000, s. 409-412. ISBN 80-214-1868-0
- [2] HALLIDAY, David, Robert RESNICK a Jearl WALKER. *Fyzika: vysokoškolská učebnice obecné fyziky*. Vyd. 1. Brno: Vutium, 2000, s. 342-344. ISBN 80-214-1868-0
- [3] UNČÍK, Stanislav a Patrik ŠEVČÍK. *Modul pružnosti betonu*. Trnava, 2008. ISBN 978-80969182-3-2. Dostupné z: http://www.betonraccio.sk/betonraccio/downloads/modul_pruznosti.pdf
- [4] *Měření průtoku tekutin - principy průtokoměrů*. Elektorevue [online]. 2001, č. 49 [cit. 2013-01-16]. Dostupné z: http://www.elektorevue.cz/clanky/01049/index.html#_M%C4%9B%C5%99en%C3%AD_hmotnostn%C3%ADho_pr%C5%AFtoku
- [5] ĎAĎO, Stanislav, Ludvík BEJČEK a Antonín PLATIL. *Měření průtoku a výšky hladiny*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2005, s. 208-211. ISBN 80-7300-156-X
- [6] BIOLEK, Dalibor. *Modelování a počítačová simulace: Šumová analýza*. Brno, 2005. Dostupné z: http://user.unob.cz/biolek/vyukaVUT/prednasky/BMPS/pro_studenty8.pdf
- [7] LIKEŠ, Jiří a Josef MACHEK. *Počet pravděpodobnosti*. 2. vyd. Praha: SNTL, 1987, s. 134-140.
- [8] *Analog devices video channel*. [online]. [cit. 2013-01-16]. Dostupné z: <http://videos.analog.com/video/products/amplifiers-and-linear/756529035001/RMS-Noise-to-Peak-to-Peak-Noise/>
- [9] JURA, Pavel. *Signály a systémy: Spojité signály*. 2. vyd. Brno, 2010.
- [10] BEJČEK, Ludvík, Miloslav ČEJKA, Jiří REZ, Eva GESCHEIDTOVÁ a Miloslav STEIBAUER. *Měření v elektrotechnice*. Brno, 2001.
- [11] VŮJTEK. *Elektronická měření pro aplikovanou fyziku*. Olomouc, 2012. Dostupné z: <http://fyzika.upol.cz/cs/predmety-kef-slo/elektronicka-mereni>

- [12] ROUBÍČEK, Tomáš. *Optimalizace metod a obvodů pro rychlé rezonanční senzory*. Praha, 2012. Disertační práce. České vysoké učení technické v Praze. Vedoucí práce Prof. Ing. Stanislav Ďaďo, DrSc.
- [13] FAJMON, Břetislav a Irena RŮŽIČKOVÁ. *Matematika 3*. Brno, 2005.
- [14] Jenq, Y.C. *High-precision sinusoidal frequency estimator based on weighted least square method*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1987, pp. 124-127
- [15] JURA, Pavel. *Signály a systémy: Diskrétní signály a diskrétní systémy*. 2. vyd. Brno, 2010.
- [16] MATĚJKA, Štěpán. *Vlastnosti oken pro spektrální analýzu pomocí DFT*. Praha, 2000. Dostupné z: <http://radio.feld.cvut.cz/personal/matejka/wiki/dl.php?file=/personal/matejka/wiki/lib/exe/fetch.php?id=root%3Acz%3A371br%3Anavody&media=root:cz:371br:1br9.pdf>
- [17] RABINER, L., R. SCHAFER a C. RADER. *The chirp z-transform algorithm*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1969, pp. 86-92. Dostupné z: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=1162034>
- [18] NATIONAL INSTRUMENTS. *Windowing: Optimizing FFTs Using Window Functions*. [online]. [cit. 2013-05-05]. Dostupné z: <http://www.ni.com/white-paper/4844/en>
- [19] AGILENT TECHNOLOGIES. *Agilent 33220A 20 MHz Waveform Generator*. [online]. [cit. 2013-04-25]. Dostupné z: <http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/33220-90002.pdf>
- [20] NATIONAL INSTRUMENTS. *NI 9234*. [online]. [cit. 2013-04-25]. Dostupné z: <http://sine.ni.com/ds/app/doc/p/id/ds-316/lang/cs>