

POROVNANIE MODÁLNYCH ANALÝZ MEMBRÁNOVEJ KONŠTRUKCIE

THE COMPARISON OF THE MODAL ANALYSIS OF A MEMBRANE STRUCTURE

Lenka Štulerová^{*1}, Lukáš Kapolka¹, Stanislav Kmet¹

^{*}lenka.stulerova@tuke.sk

¹Technická univerzita v Košiciach, Stavebná fakulta, Ústav inžinierskeho staviteľstva, Vysokoškolská 4, 042 00 Košice

Abstrakt

Tento článok sa zaoberá porovnaním výsledkov vlastného kmitania. Ide o membránu, ktorá v jednom prípade predstavuje osamotenú, kĺbovo podopretú konštrukciu, v druhom prípade je táto konštrukcia doplnená o oceľový rám, do ktorého je uložená. Vo všeobecnosti sa pri výpočtoch zjednodušujú okrajové podmienky, avšak pri dynamike môžu tieto približenia negatívne ovplyvniť skúmanú problematiku. Preto prvý variant prezentuje zjednodušenú formu a druhý variant presnejšie dopĺňa predstavu o reálnom modeli. Sledovanými charakteristikami a vlastnosťami sú základné dynamické parametre: vlastná frekvencia, vlastná perióda. Cieľom tohto príspevku je porovnať vplyv okrajovej konštrukcie tvoriacej podporný systém na celkovú tuhosť, ktorá sa môže značne podieľať na výsledkoch v rámci dynamických analýz.

Kľúčové slová

Membrána, modálna analýza, vlastné kmitanie

Abstract

This article deals with the comparison of the results of a natural oscillation. It is a membrane, which in one case represents a solitary, articulated structure, in the other case this structure is anchored to a steel frame. In general, boundary conditions are simplified in the calculations, but in dynamic specifically these approximations can negatively affect the results. Therefore, the first variant presents a simplified form and the second variant more accurately complements the real model. The observed characteristics are the basic dynamic parameters: natural frequency, natural period. The aim of this paper is to compare the influence of the secondary structure forming the support system on the overall stiffness, which can significantly contribute to the results of dynamic analyses.

Key words

Membrane, modal analysis, natural vibration

1 ÚVOD

Aktuálnym trendom v stavebnom odvetví sú čisté línie, veľkosť, jednoduchosť a vzdušnosť. Tieto parametre platia nie len pre architektúru a dizajn, ale sú rovnako žiaduce aj v konštrukciách samotných. Spolu s tým súvisia aj neustále sa zvyšujúce požiadavky na ekonomické navrhovanie a optimalizáciu. Tieto parametre výrazne vplývajú na súčasný výskum a vývoj materiálov. Uvedené skutočnosti vyústili k používaniu materiálov, ktoré majú vysokú tvarovú a priestorovú variabilitu, sú ľahké, dostupné a ekologické. Práve medzi takéto materiály môžeme radíť tkanú textíliu - membránu.

Ide o materiál, ktorý pre svoje správne fungovanie využíva svoje prednosti v maximálnej miere a pri správnom návrhu zabezpečuje efektívnejšie využívanie. Hoci v svojej podstate nejde o inovatívny druh, nakoľko sa textílie používali už aj v minulosti predovšetkým na dočasné zastrešenia, podoba, v akej ju poznáme a navrhujeme aktuálne v súčasnosti má niekoľko odlišných špecifik.

Základným rozdielom je nutnosť predopnutia svojej plochy, čo zabezpečí priestorovú tuhosť potrebnú na prenos rôznych druhov vonkajších zaťažení - predovšetkým klimatických druhov zaťaženia. Predopnutie so sebou tak prináša dostatočnú únosnosť, čo dovoľuje preklenutie pôdorysov rôznych tvarov a väčších rozmerov vytvárajúcich požadovaný otvorený priestor. Predopnutie je nutné aj vzhľadom na fakt, že textilné membrány dokážu prenášať zaťaženia iba v ťahu, čím sa maximálne využíva ich potenciál.

Nemožno opomenúť aj negatíva návrhu týchto konštrukcií, ktoré súvisia predovšetkým so správnym návrhom. V priebehu návrhu využívame proces form-finding, ktorý je typický pre ťahané formy konštrukcií (nutný napr. pre lanové siete, ktoré fungujú na podobnom princípe), kedy sa hľadá rovnováha medzi potrebným stanoveným predpätím a samotným geometrickým tvarom. Ide o inverzný proces, kedy poznáme výsledné žiadané predpätie, ale začiatkový tvar (presná poloha každého uzla tvoriaceho plochu membrány) je neznámy. V procese výroby je nutné byť dostatočne presný aj pri výrezoch textílie. Inak to môže viesť k vrásneniu povrchu, čo vplýva na samotnú únosnosť.

Ako už bolo spomenuté, tieto konštrukcie, rovnako ako iné, je potrebné navrhovať na klimatické zaťaženia ako sneh a vietor. A práve vietor je veľmi významný faktor ovplyvňujúci navrhované konštrukcie najmä z dôvodu svojich dynamických účinkov. Preto cieľom tohoto článku je základná analýza vlastného kmitania na vybranej konštrukcii. Práca sa zameriava na porovnanie a vyhodnotenie výsledkov modálnej analýzy na hyperbolickom paraboloide. Ide o 2 varianty konštrukcie: v jednom prípade predstavuje skúmaný numerický model konštrukciu membrány predopnutej pomocou okrajových nerezových lán a ukotvanej všeobecnými kľbovými podperami, zatiaľ čo v druhom prípade je táto konštrukcia rozšírená o podporný systém oceľových nosníkov, ktorý prezentuje reálne zariadenie v laboratóriu, na ktorom budú následne vykonávané skúšky a verifikácia s MKP modelom.

2 POPIS SÚČASNÉHO STAVU A LITERÁRNY PREHĽAD

Dynamické pôsobenie na membrány/ťahané štruktúry sa v rámci vedy a výskumu zameriava predovšetkým na pôsobenie nárazového zaťaženia od krupobitia, čo však nie je predmetom prezentovaného príspevku. Chanjiang Liu a kol. [1] sa venovali práve dynamickým účinkom od vetra na stabilitu sedlovej membrány. Zameriavali sa predovšetkým na účinok vetra vyvolávajúci galloping (trepotanie) membrány. Vytvorili postup na výpočet kritickej rýchlosti vetra, ktorý je závislý od pomeru vzopätia-rozpätia ε a pomeru rozpätí λ . Pomocou parametrickej analýzy analytických príkladov je potvrdené, že ortotropia textílie (rozdielne hodnoty materiálových charakteristík tkaných membrán v dvoch na seba kolmých smeroch) a geometrická nelinearita má významný vplyv vzhľadom na jeho aerodynamickú stabilitu.

Najnovším príspevkom v oblasti dynamického vetra na membránach je článok Arjuna Kandel a kol. [2], ktorý skúmal odozvu vyvolanú pôsobením vetra na oválnu vzopätú membránu. Popísali odozvu membrány na zaťaženie vyvolávajúce kmitanie vzhľadom na rôzne parametre: predpätie, smer a rýchlosť vetra, rozpon. Výsledkom bolo zistenie, že na odozvu vplýva predovšetkým nárast pomeru vzopätia a rozponu, avšak nie konštantne.

Yuki Takadate a Yasushi Uematsu [3], riešili aerodynamickú rovnováhu veľkorozponovej membrány použitím CFD simulácie. Porovnávali 3 typy zastrešenia a podrobnejšie skúmali kmitanie s uvážením interakcie konštrukcie s obtekajúcim tokom.

Vlastné kmitanie bolo cieľom vedeckej práce Ali Reza Damercheloo a kol. [4], ktorí sa zaoberali modálnou analýzou kónickej membrány s rôznymi okrajovými podmienkami. Ortotropnú membránu a jej vlastné kmitanie skúmal X. H. Wang a D. Redekop [5]. 6 skúmaných vlastných tvarov ich priviedlo k porovnateľným výsledkom numerickej analýzy s MKP analýzou.

Meraniami na reálnej konštrukcii sa venoval Yue Yin a kol. [6]. Išlo konštrukciu pneumatickú, teda membrána bola predopnutá pomocou natlakovaného vzduchu. Pomocou systému kontroly bola reálna konštrukcia dlhodobá sledovaná a vyhodnocovaným bolo jej vlastné kmitanie dosahujúce hodnoty 0,273-0,457 Hz vlastnej frekvencie.

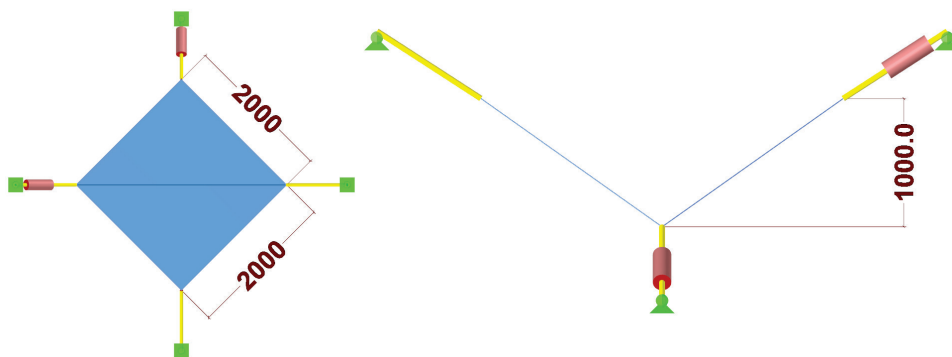
3 METODIKA

Na uskutočnenie modálnej analýzy bol použitý MKP softvér Dlubal RFEM. Základný model sa skladá z 2 konštrukcií: membrána samotná a stabilizujúce laná. Membrána je pripravená z 2 samostatných trojuholníkových prvkov spojených dolnou hranou a geometriou zobrazenou na Obr. 1 Geometria modelu. Základné materiálové charakteristiky sú uvedené v Tab. 1 Základné charakteristiky modelu. V uvedených hodnotách modulov pružnosti membrány môžeme vidieť, že sa v jednotlivých smeroch 'x' a 'y' hodnoty líšia. Ide totižto o ortotropný materiál hr. 0,56 mm, ktorý je charakteristický rôznymi vlastnosťami v dvoch na seba kolmých smeroch, v akých bola tkanina tkaná. Smer 'x' je vedený medzi hornými vrcholmi a predstavuje hlavný smer osnovy. Smer 'y' predstavuje smer útku. Membránové elementy sú na základe nutnosti predopnuté pomocou nerezových lán prierezu 8 mm vedených v rukávoch po okraji membrány. Predopnutie je realizované v oboch smeroch membrány doplnené hodnotou absolútneho previsu lana.

Tab. 1 Základné charakteristiky modelu.

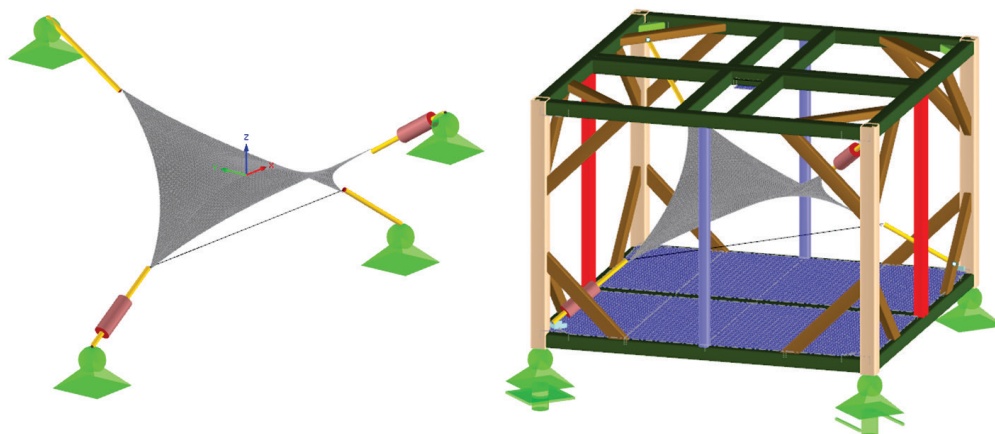
Charakteristika	Uvažovaná hodnota
modul pružnosti membrány v smere 'x'	1 057 MPa

modul pružnosti membrány v smere 'y'	612 MPa
modul pružnosti lana	130 GPa
predpätie membrány	4 kN/m
predpätie lana - previs	0,2 m



Obr. 1 Geometria modelu.

Model membránovej konštrukcie predstavuje reálne zariadenie. Toto experimentálne zariadenie má však použité aj akčné prvky - prvky, ktoré sa dokážu predlžovať (znižovať tak tuhosť membrány) a skracovať (predpínať membránu). Z hľadiska použitia týchto prvkov v prezentovanom príspevku neboli uvažované, budú predmetom následného výskumu. Avšak kvôli svojej významnej vlastnej hmotnosti ich bolo nutné uvážiť ako hmotu v posudzovanom modeli, keďže to vplýva na vlastné kmitanie. Na tento účel boli použité prvky D145. Aktuátory sa nachádzajú na 2 miestach hyperu, vo zvyšných 2 miestach je konštrukcia podporená kĺbovo kotevnými tyčami modelovanými ako plné kruhové prierezy D46. Popísaný model môžeme vidieť na Obr. 2 vľavo.



Obr. 2 1. variant – bez kletky (vľavo), 2. variant - s kletkou (vpravo).

Uvedený model bol následne doplnený o oceľový rám, ktorý je opätovne súčasťou reálneho zariadenia. Predstavuje tak 2. variant na porovnanie vlastného kmitania. Ide o uzatvorené profily štvorcového a obdĺžnikového tvaru (Obr. 2 vpravo) s celkovým rozmerom $3,34 \times 3,34 \times 2,5$ m. Horná a dolná podstava je vytvorená pozváraním z profilov SHS140 \times 140 \times 8 a je po okrajoch spojená stĺpmi SHS160 \times 160 \times 8. V polovici podstav sú dopĺňujúce stĺpiky RHS100 \times 80 \times 60 a SHS100 \times 80 \times 6. Rohy kletky sú vystužené šikmými profilmi RHS140 \times 80 \times 6.

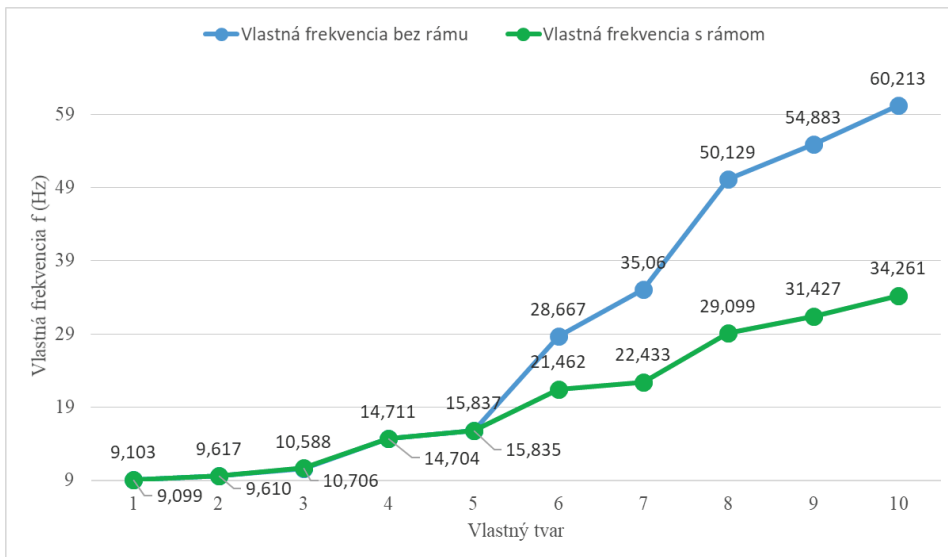
Oba aktuálne popísané modely prešli dynamickou analýzou, konkrétne vlastným kmitaním. Na tento účel ponúka použitý softvér Dlubal RFEM aj prídavný modul RF DYNAM Pro [7]. Vlastné kmitanie v tomto prípade zahŕňa 1 hmotový stav od vlastnej tiaže konštrukcie ako stáleho zaťaženia. Výsledkom je taktiež 1 stav vlastného kmitania, v ktorom je nutné zohľadniť ešte pred vlastným kmitaním predopnutie membrány a to prostredníctvom

procesu zvaného form-finding [8], ktorý je absolútne nevyhnutný a prebieha vždy ako prvý krok akejkolvek simulácie. V uvažovaných modeloch bolo počítaných 10 vlastných tvarov s použitím Lanczosovej metódy na výpočet vlastných čísel a konzistentnej matice. Všetky výsledky získané touto analýzou sú podrobne prezentované v nasledujúcej časti.

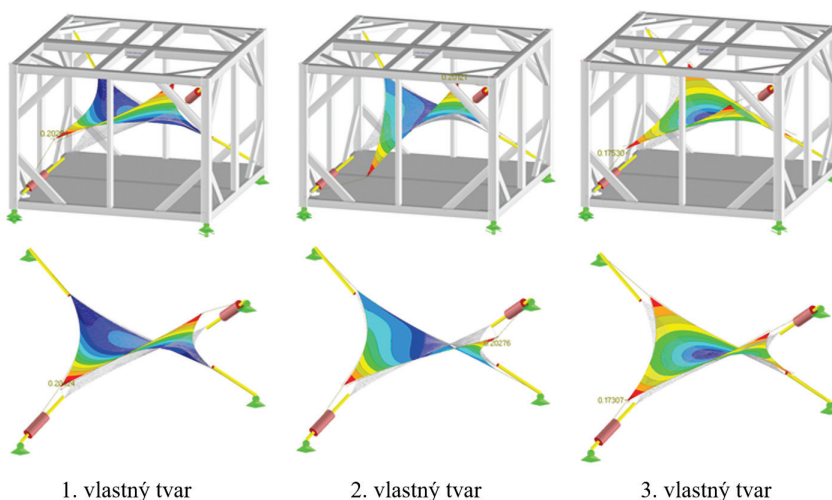
4 VÝSLEDKY

Základné skúmané charakteristiky sú vlastná frekvencia, vlastná perióda a uhlová frekvencia. Pre potreby tohoto článku budú uvedené iba hodnoty vlastných frekvencií. Tieto výsledky sú prezentované na Obr. 3 formou grafu.

Taktiež je vhodné uviesť vykreslenie vlastných tvarov. Na Obr. 4 sú vyobrazené tvary kmitania pre prvé 3 vlastné tvary.



Obr. 3 Hodnoty vlastných frekvencií oboch variantov.



Obr. 4 Tvary vlastného kmitania.

5 DISKUSIA

Na základe výsledkov stanovených modálnou analýzou môžeme vyvodit' nasledujúce tvrdenia: s narastajúcim počtom vlastných tvarov narastá aj rozdiel medzi oboma variantmi. Môžeme však povedať, že na základe výsledkov v prvých 5 vlastných tvaroch nedochádza k takmer žiadnym rozdielom. Táto odchýlka je zároveň pre výsledky najdôležitejšia, pretože práve nižšie vlastné tvary majú najväčší vplyv na dynamickú analýzu. Z týchto rozdielov môžeme usúdiť, že pridaná oceľová rámová konštrukcia je natoľko tuhá, že nemeň vlastné tvary ani vlastné frekvencie konštrukcie.

Prvotný predpoklad, že okrajové podmienky a primárna konštrukcia bude signifikantne meniť výsledky tak nie je úplne potvrdená. Tento fakt je odôvodnený tuhosťou oceľovej konštrukcie, ktorá sa veľmi približuje všeobecným okrajovým podmienkam - dokonalému klbovému podopretiu.

Na základe zobrazenia vlastného kmitania prvých 3 vlastných tvarov môžeme vidieť, že aj samotné kmitanie je totožné pre prípad s klbovými podperami a pre prípad s oceľovou klieťkou. Čo však môžeme poznamenať je, že v 2. vlastnom tvare došlo k zmene smeru vychýlenia so zachovaním symetrie.

Dôležitým parametrom pri navrhovaní konštrukcií sú aj výchylky a deformácie. Ako možno vidieť z Obr. 4, hodnoty deformácií sa pri prvých vlastných tvaroch rovnako nelíšia.

Posledný záver, ktorý možno vyvodit', sa týka hodnôt vlastných frekvencií. Keďže na navrhovanom modeli bude prevedená dynamická analýza, ktorá má prezentovať dynamické účinky klimatických zaťažení ako napr. dynamického vetra, frekvencie do hodnoty 5 Hz (prípadne 10 Hz), sú pre skúmanie najdôležitejšie. Naše hodnoty však nadobúdajú frekvencie tesne nad 9 Hz, čo na skúmanie požadovaných účinkov môže byť nedostatočné. Treba však myslieť aj na fakt, že dané zariadenie je skúšobné a teda rozmery sú prispôbené priestorovým požiadavkám v laboratóriu. Reálne konštrukcie tak bývajú navrhované v násobkoch rozmerov tejto skúmanej membránovej bunky a preto je nevyhnutné sa následne zamerať na dynamické podobnosti, nakoľko nejde o lineárne pomery medzi rozmermi, frekvenciami, tuhosťami a hmotnosťou.

6 ZÁVER

Cieľom tejto práce bolo uskutočniť na 2 modeloch modálnu analýzu vlastných tvarov. Dôvodom tejto numerickej analýzy bolo porovnanie vplyvu okrajových podmienok, konkrétne primárnej oceľovej konštrukcie, na tuhosť modelu a následne na výsledky vlastného kmitania.

Z výsledkov uvedených v predošlej kapitole bolo vyhodnotené, že konštrukcia v tomto prípade je dostatočne tuhá a nevpĺva na získané výsledky pri prvých vlastných tvaroch, ktoré sú najpodstatnejšie z hľadiska dynamickej analýzy.

Vlastná analýza je však stále iba prvým krokom dynamickej analýzy. V ďalšom výskume by mala nasledovať dynamická analýza vynúteného kmitania - harmonicky premenné, periodické, neperiodické, tlmené či netlmené kmitanie.

Keďže je spomínaný model založený na reálnom experimentálnom zariadení, je v neposlednom rade nutné tieto teoreticky získané výsledky na ňom overiť. Toto zariadenie je zaťažované formou hydraulického valca umiestneného na hornej podstave oceľového rámu v jej geometrickom strede a vie vyvolávať zaťaženia s určitým priebehom. Vynútené kmitanie simulované numericky tak môžeme potvrdiť aj prakticky.

Pod'akovanie

Túto prácu podporila Agentúra na podporu výskumu a vývoja na základe zmluvy č. APVV-15-0777 a Slovenská vedecká grantová agentúra na základe zmluvy č. VEGA 1/0129/20.

Použit' zdroje

- [1] LIUA, Changjiang, Xiaowei DENG a Zhoulian ZHENG. Nonlinear wind-induced aerodynamic stability of orthotropic saddle membrane structures. *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*. 2017, 2017(164), 119-127. ISSN 0167-6105.
- [2] KANDEL, Arjun, Xiaoying SUN a Yue WUA. Wind-induced responses and equivalent static design method of oval-shaped arch-supported membrane structure. *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*. 2012, 2021(213), 1-18. ISSN 0167-6105.
- [3] TAKADATE, Yuki a Yasushi UEMATSU. Steady and unsteady aerodynamic forces on a long-span membrane structure. *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*. 2019, 2019(193), 1-13. ISSN 0167-6105.

- [4] DAMERCHELOO, Ali Reza, Ahmad Reza KHORSHIDVAND, S. Mahdi KHORSANDIJOU a Mohsen JABBARI. Free vibrational characteristics of GNP-reinforced joined conical–conical shells with different boundary conditions. *Thin-Walled Structures*. 2021, 2021(169), 1-16. ISSN 0263-8231.
- [5] WANG, X. H. a D. REDEKOP. Natural frequencies and mode shapes of an orthotropic thin shell of revolution. *Thin-Walled Structures*. 2005, 2005(43), 735-750.
- [6] YIN, Yue, Wujun CHEN, Jianhui HU, Bing ZHAO a Qin WANG. In-situ measurement of structural performance of large-span air-supported dome under wind loads. *Thin-Walled Structures*. 2021, 2021(169), 1-11. ISSN 0263-8231.
- [7] RF-DYNAM Pro-Natural Vibration Analysis, Response Spectra, Time History, Equivalent Static Forces: Program Description. Version January 2020. Tiefenbach, Germany: Dlubal Software, 2020.
- [8] Stress-adapted numerical form finding of pre-stressed surfaces by the updated reference strategy. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2005, 64(2), 143-166. Dostupné z: [doi:https://doi.org/10.1002/nme.1344](https://doi.org/10.1002/nme.1344)