

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO
INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

NÁVRH KLIKOVÉHO HŘÍDELE LETECKÉHO MOTORU

CRANKSHAFT DESIGN OF AIRCRAFT ENGINE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. JAN LUKA

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. PAVEL NOVOTNÝ, Ph.D.

BRNO 2010

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Akademický rok: 2009/10

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Luka Jan, Bc.

který/která studuje v **magisterském studijním programu**

obor: **Automobilní a dopravní inženýrství (2301T038)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Návrh klikového hřídele leteckého motoru

v anglickém jazyce:

Crankshaft Design of Aircraft Engine

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Navrhnout odlévaný klikový hřídel pro vznětový letecký motor.

Cíle diplomové práce:

- 1) Požadavky kladené na klikový mechanismus leteckých motorů
- 2) Návrh klikového hřídele
- 3) Pevnostní kontrola klikového hřídele
- 4) Výkresová dokumentace
- 5) Závěr

Seznam odborné literatury:

- [1] HEISLER, H. Advanced Engine Technology. SAE 2002
- [2] HAFNER, K.E., MAASS, H. Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschine. Springer-Verlag Wien-New York, 1995
- [3] STONE, R. Introduction to Internal Combustion Engines. PALGRAVE New York, 1999
- [4] Kolektiv VÚNM a ČKD Naftové motory čtyřdobé. 1 díl. Státní nakladatelství technické literatury, n.p., Druhé vydání, Praha, 1962. L123-B3-IV-41/2490

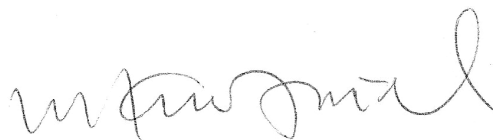
Vedoucí diplomové práce: Ing. Pavel Novotný, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2009/10.

V Brně, dne 26.11.2009



prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.
Ředitel ústavu



doc. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.
Děkan fakulty

Abstrakt

Cílem této diplomové práce je návrh klikového hřídele vznětového leteckého motoru se zadanými základními parametry. Motor je plochý čtyřválcový s protiběžnými písty. Práce je zaměřena na vyvážení setrvačných sil a jejich momentů, konstrukční návrh klikového hřídele a jeho pevnostní kontrolu. Práce se také věnuje výpočtu torzních kmitů klikového hřídele.

Abstract

The main aim of this thesis is to design the crankshaft for aircraft diesel engine with ordered basic parameters. The engine is flat with four-cylinder and opposed pistons. The thesis is focused on balancing of centrifugal and reciprocating forces and their moments, conceptual design of crankshaft and its stress calculation. The thesis is describing calculation of torsional vibrations as well.

Klíčová slova

klikový hřídel, motor, vyvážení, kmitání

Key words

crankshaft, engine, balance, vibration

Bibliografická citace

LUKA, Jan. *NÁVRH KLIKOVÉHO HŘÍDELE LETECKÉHO MOTORU : CRANKSHAFT DESIGN OF AIRCRAFT ENGINE*. Brno, 2010. 121 s. VUT Brno. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Pavel Novotný, Ph.D.

Prohlášení

Čestně prohlašuji, že tato práce je mým vlastním dílem a vypracoval jsem ji samostatně, pod vedením vedoucího diplomové práce pana doc. Ing. Pavla Novotného, Ph.D.

Veškerou literaturu a další zdroje, které jsem k vypracování použil, jsem uvedl v seznamu použité literatury na konci práce.

V Brně, 17.5.2010

.....
Bc. Jan Luka

Poděkování

Za cenné rady, účinnou podporu a pomoc při zpracování mé diplomové práce tímto děkuji vedoucímu diplomové práce panu doc. Ing. Pavlu Novotnému, Ph.D. Dále chci poděkovat svým rodičům za velkou podporu při studiu na vysoké škole.

Obsah

1. ÚVOD	9
2. TEORIE LETECKÝCH MOTORŮ.....	10
2.1. ZÁKLADNÍ ROZDĚLENÍ.....	10
2.2. PÍSTOVÉ VZNĚTOVÉ LETECKÉ MOTORY.....	12
2.2.1. Historie vznětových leteckých motorů	12
2.2.2. Princip činnosti	16
2.2.3. Druhy vznětových leteckých motorů.....	18
3. VÝROBA KLIKOVÉHO HŘÍDELE	19
3.1. KOVANÉ KLIKOVÉ HŘÍDELE	19
3.2. SKLÁDANÉ KLIKOVÉ HŘÍDELE.....	19
3.3. ODLÉVANÉ KLIKOVÉ HŘÍDELE	20
4. NÁVRH KLIKOVÉHO HŘÍDELE.....	22
4.1. ZÁKLADNÍ ROZMĚRY	22
4.2. VÝPOČET ZATÍŽENÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE.....	23
4.3. VÝBĚR USPOŘÁDÁNÍ KLIKOVÉHO ÚSTROJÍ	30
4.4. NÁVRH VYVÁŽENÍ SETRVAČNÝCH SIL A JEJICH MOMENTŮ	33
4.4.1. Silové vyvážení	33
4.4.2. Momentové vyvážení	34
4.4.3. Kombinované vyvážení	35
4.4.4. Vyvážení obou klikových hřídelů najednou	37
4.5. PEVNOSTNÍ KONTROLA HLAVNÍCH ČÁSTÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE	41
4.5.1. Volba materiálu	41
4.5.2. Kontrolní pevnostní výpočet hlavního čepu	42
4.5.3. Kontrolní pevnostní výpočet ojníčního čepu.....	44
4.5.4. Kontrolní pevnostní výpočet ramene kliky	49
4.5.5. Výsledky kontrolních pevnostních výpočtů	52
4.6. TORZNÍ KMITÁNÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE	53
4.6.1. Náhradní torzní soustava klikového mechanismu	54
4.6.1.1. Redukce hmot	55
4.6.1.2. Redukce délek.....	56
4.6.1.3. Výpočet torzních tuhostí.....	56
4.6.2. Vlastní torzní kmitání	56
4.6.3. Vynucené torzní kmitání	59

4.6.3.1. Harmonická analýza budícího momentu	59
4.6.3.2. Kritické otáčky motoru	60
4.6.3.3. Vydutnost rezonancí	61
4.6.3.4. Torzní výchylky v rezonanci	63
4.6.3.5. Přídavné torzní napětí v rezonanci	64
5. ZÁVĚR	66
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ.....	67
SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY A OSTATNÍCH ZDROJŮ	71
SEZNAM PŘÍLOH	73

1. Úvod

Cílem této diplomové práce je vypracování konstrukčního návrhu klikového hřídele vznětového leteckého čtyřválcového motoru s protiběžnými písty. Součástí zadání je několik základních parametrů motoru, jako například vrtání a rozteč válců, uspořádání klikového ústrojí nebo zdvih pístu.

V dnešní době se pístových spalovacích motorů na letadlech využívá pouze pro závodní účely, pro stroje s malou posádkou nebo např. pro tzv. ultralight letadla. Z tohoto důvodu je kladen vysoký nárok na nízkou hmotnost motoru a co nejlepší vyvážení.

Pro lepší přiblížení dané problematiky, se tato práce zabývá základním rozdělením leteckých motorů, jejich historií a zejména se zaměřuje na pístové letecké motory. Dále se diplomová práce zmiňuje o dvou různých způsobech výroby klikových hřídelů. Následuje návrh rozměrů klikového hřídele, výpočet jeho vyvážení a na závěr pak pevnostní kontrola jednotlivých částí a kontrola torzního kmitání.

2. Teorie leteckých motorů

2.1. Základní rozdělení

Letecké motory se rozdělují podle několika různých kritérií, ale základní rozdělení se dělá z hlediska konstrukce [1].

1. Pístové

- a) podle druhu zážehu směsi
 - zážehové
 - vznětové
- b) podle pracovního oběhu
 - dvoudobé
 - čtyřdobé
- c) podle uspořádání válců
 - motory řadové
 - jednořadé
 - jednořadé visuté (invertní)
 - dvouřadé (motory do V)
 - dvouřadé vysuté
 - dvouřadé s protilehlými válci (boxer)
 - dvouřadové s protiběžnými písty
 - třířadové (motor do W)
 - čtyřřadové (motor do H nebo do X)
 - motory hvězdicové
 - jednohvězdicové
 - vícehvězdicové
- d) podle počtu válců
- e) podle způsobu chlazení
 - chlazené náporovým vzduchem
 - chlazené kapalinou
- f) podle změny výkonu s výškou
 - motory výškové
 - motory nevýškové
- g) podle účelu a výkonu
 - motory malého výkonu
 - motory středního výkonu
 - motory velkého výkonu

2. Turbínové

- a) turbokompresorové (jednoprúdové)
- b) turbovrtulové
- c) turbohřídelové
- d) turbodmychadlové (dvouprúdové)
- e) propfan

3. Bezturbínové
 - a) náporové
 - b) náporové s nadzvukovým spalováním (SCRAMJET)
 - c) pulzační
4. Raketové
 - a) na kapalné pohonné látky
 - b) na tuhé pohonné látky
 - c) hybridní
5. Kombinované
 - a) motokompresorové
 - b) turbonáporové
 - c) turboraketové
6. Speciální
 - a) Jaderné

Jednotlivé druhy motorů se liší jak konstrukcí tak i způsobem, kterým vyvozují tah potřebný k pohonu letadla. Letouny, ve kterých jsou pístové motory, jsou k tomuto účelu vybaveny vrtulí.

Turbínové motory používají k vyvození potřebného tahu vysokou rychlost spalin vystupující z motoru. Narozdíl od raketových využívají turbínové motory postupné stlačování vzduchu v kompresoru a dále pak jeho smíchání s palivem a zažehnutí ve spalovací komoře.

Raketové motory pro vyvození tahu používají taktéž vysokou rychlost vystupujících spalin, ale místo stlačeného vzduchu používají okysličovadlo, které je v nádrži v těle rakety. Z tohoto důvodu jsou tyto motory výjimečné tím, že nepotřebují ke své funkci atmosférický kyslík a jsou tedy vhodné i pro lety mimo atmosféru.

Bezturbínové motory nemají žádný kompresor a stlačují náporový vzduch pouze vysokou rychlostí letu, po vytvoření směsi a jejím spálení v pracovním prostoru motoru, se opět vyvozuje tah vysokou rychlostí vystupujících spalin.

Kombinované motory jsou, jak už jejich název napovídá, různou kombinací částí předchozích motorů. Jejich hlavní myšlenka byla taková, že se v nich sloučí největší výhody jednotlivých komponent. Fungovali nakonec však pouze jako experimentální a do sériové výroby se vůbec nerozšířili.

Poslední skupinou v rozdělení jsou jaderné motory. Na této verzi pracují konstruktéři již několik desítek let, ale má hned několik nevýhod. Dvě hlavní nevýhody jsou velká hmotnost takového motoru a především je veliký problém s ochranou posádky a okolního prostředí před radiací.

Z důvodu toho, že se tato práce zaměřuje na návrh klikového hřídele pro pístový čtyřdobý vznětový motor, dále se bude věnovat hlavně tomuto druhu motoru.

2.2. Pístové vznětové letecké motory

2.2.1. Historie vznětových leteckých motorů

Vznětový motor, běžně také nazývaný diesellový motor, naftový motor, Diesellový motor či zkráceně jen diesel, je nejvýznamnějším dnes používaným druhem spalovacího motoru. Jedná se o motor, kde se chemická energie vázaná v palivu mění na mechanickou energii ve formě otáčivého pohybu hnacího hřídele stroje.

Vznětový motor pracuje obvykle jako čtyřdobý spalovací motor nebo jako dvoudobý spalovací motor (například lodní motory). Na rozdíl od zážehových motorů je do něj palivo dopravováno odděleně od vzduchu. Palivo je do spalovacího prostoru motoru dopravováno speciálním vysokotlakým čerpadlem a vysokotlakým potrubím.

Byl vynalezen v roce 1897 německým vynálezcem Rudolfem Dieselem (18. března 1858 – 30. září 1913) a zdokonalen Charlesem Ketteringem [2].

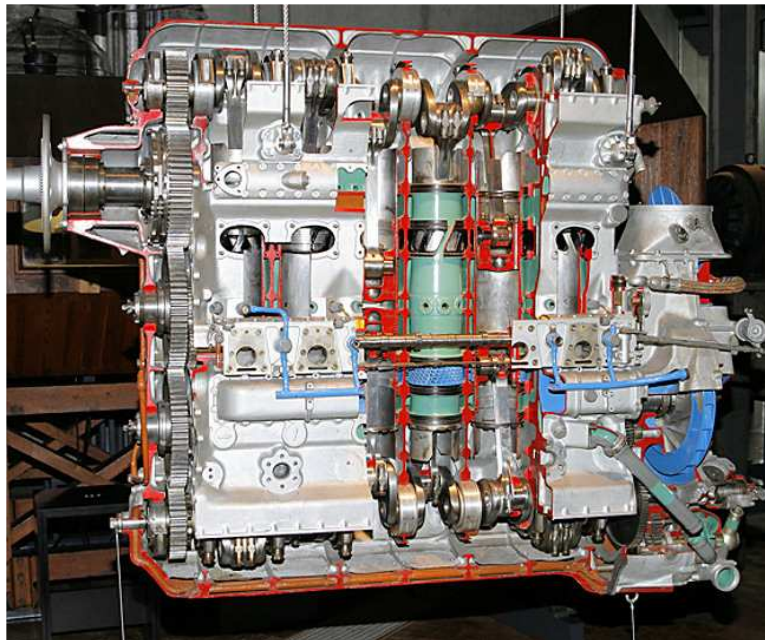
Následující obrázky, které jsou zde uvedeny, ukazují stručný přehled vznětových leteckých motorů od dob jejich počátku k současné době.

V tehdejší Československu se vyráběly první letecké vznětové motory ve 30-tých letech minulého století pod názvem ZOD-240A a ZOD-260. Jednalo se o dvoutaktní, vzduchem chlazené, hvězdicové motory [3].



Obr. 1 – Hvězdicový motor, ZOD-260 [3]

V době druhé světové války docházelo k největšímu rozmachu letectví po celém světě. Vznětové motory se v té době moc nevyráběly, převládali spíše motory zážehové. Jedním z mála zástupců vznětových motorů této doby je motor Junker Jumo 205, je to mimochodem právě jedna z koncepcí diesellového motoru s protiběžnými písty (obr. 2).



Obr. 2 – Junkers Jumo 205 [4]

V dnešní době se používá v zážehových motorech v letectví pouze pro sportovní a maloposádkové letouny. Jedním ze zástupců sportovního odvětví je Vulkan Raptor 105 (obr. 3). Tento motor je vybaven již turbodmychadlem pro přeplňování motoru vzduchem



Obr. 3 – Vulkan Raptor 105 [5]

Dalším motorem moderní doby je Thielert Centurion 4.0, čtyřdobý vznětový motor s výkonem 320HP při 2300ot/min (obr. 4).



Obr. 4 - Thielert Centurion 4.0 [6]

Letecké motory však neslouží k pohonu pouze opravdových letadel, ale i jejich modelů jako jeden ze zástupců této kategorie je dále uveden jednoválcový letecký vznětový motor (obr.4). Byl vyroben v roce 1993 německým modelářem Ronem Valentinem.



Obr. 4 – motor Valentine „Blitz“ [7]

Na závěr je uveden ten nejpodstatnější motor tohoto „přehledu“, z jeho konstrukce totiž tato diplomová práce vychází a navrhuje klikový hřídel právě pro něj. Jedná se o motor DAIR 100 MARK II, který je typickým zástupcem moderních dieselových leteckých motorů s protiběžnými písty určených pro malá a sportovní letadla (obr. 5).

Pro informaci je v tab.1 uvedeno několik základních parametrů tohoto motoru [16].

Tab. 1 – Technické parametry motoru DAIR 100 MARK II

Počet válců	2	-
Rozteč válců	114	[mm]
Počet pístů	4	-
Počet vstřikovačů	4	-
Vrtání válců	80	[mm]
Zdvih	90	[mm]
Kompresní poměr	18:1	-
Objem klikové skříně	5	[l]
Jmenovité otáčky vrtule	2500	min ⁻¹
Výkon	100	HP

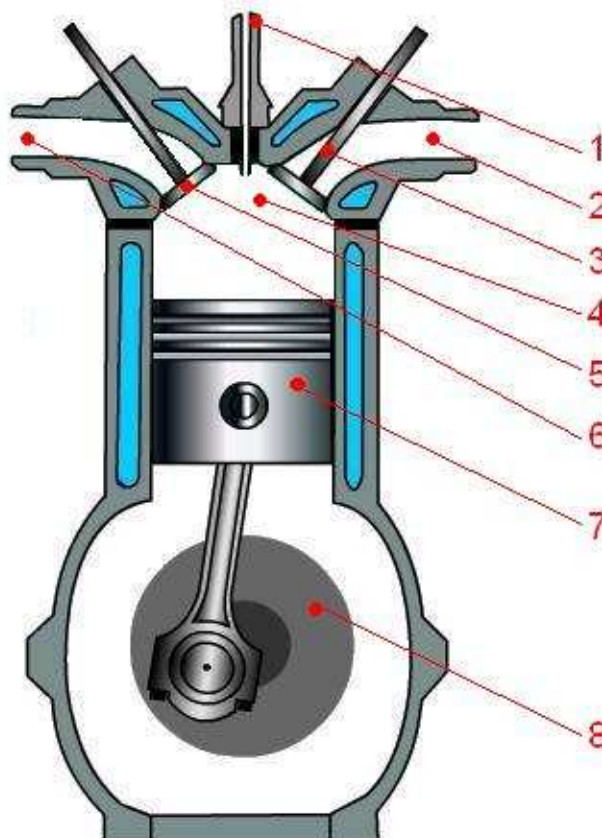


Obr. 5 – DAIR 100 MARK II [16]

2.2.2. Princip činnosti

Od zážehových čtyřdobých motorů se ty vznětové liší tím, že k expanzi dojde bezprostředně po vstřiku paliva (nafty) do stlačeného vzduchu. U zážehových motorů se stlačuje směs paliva se vzduchem a k expanzi dochází po přeskočení jiskry na zapalovací svíčke.

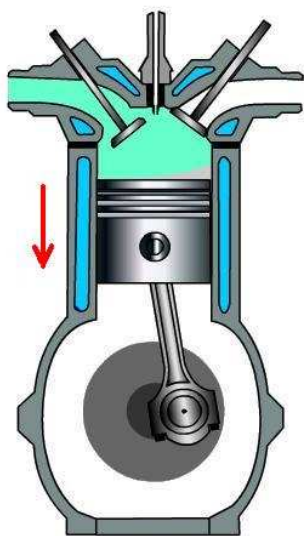
Vznětového motor má několik hlavních částí, které jsou popsány níže (obr. 6).



Obr. 6 – Části vznětového motoru [8]

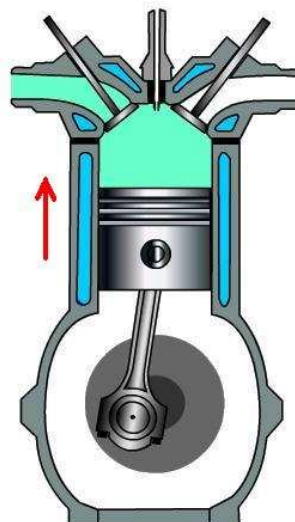
1 - vstřikovací tryska, 2 – výfukový kanál, 3 – výfukový ventil, 4 – spalovací prostor, 5 – sací ventil, 6 – sací kanál, 7 – píst, 8 – klikový hřídel

Samotný spalovací proces motoru se skládá ze čtyř fází a to sání, komprese, expanze a výfuk (obr. 7a – obr.7d). Tyto jednotlivé fáze se neustále opakují a tím zajišťují pravidelný chod motoru.



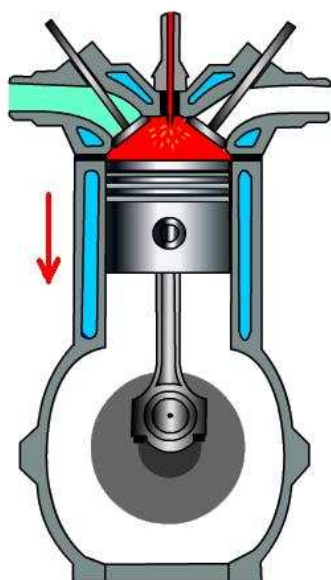
SÁNÍ

Obr. 7a – 1. fáze - SÁNÍ [8]
Píst jde z horní úvratě (HÚ) do dolní úvratě (DÚ). Je otevřen sací ventil a ze sacího kanálu je nasáván vzduch.



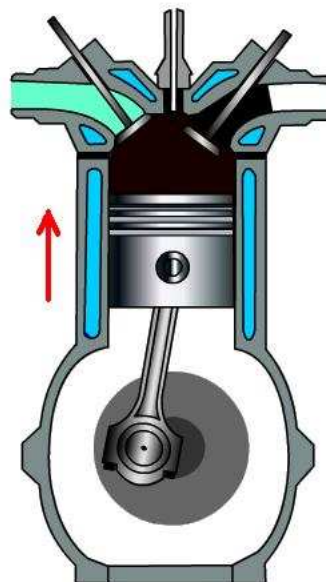
KOMPRESSE

Obr. 7b – 2. fáze – KOMPRESSE [8]
Píst jde z DÚ do HÚ. Oba ventily jsou uzavřeny a předtím nasátý vzduch se stlačuje a tím i zahřívá na vysokou teplotu.



EXPANZE

Obr. 7c – 3. fáze – EXPANZE [8]
Píst jde z HÚ do DÚ. Oba ventily jsou uzavřeny. Do zahřátého vzduchu se těsně před HÚ vstříkne palivo, dojde k jeho vznícení a tím i k nárůstu tlaků, které ženou píst do DÚ.

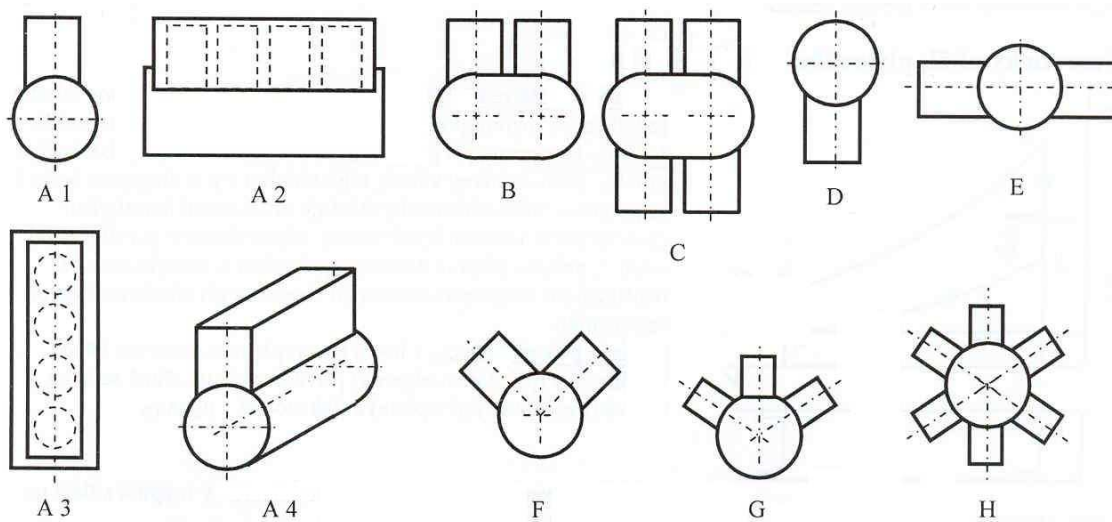


VÝFUK

Obr. 7d – 4. fáze - VÝFUK [8]
Píst jde z DÚ do HÚ. Je otevřen výfukový ventil a výfukovým kanálem jsou odváděny spaliny po hoření směsi, které před sebou tlačí píst.

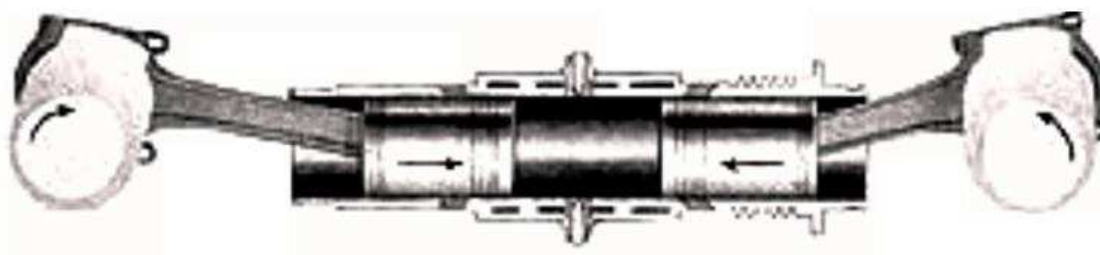
2.2.3. Druhy vznětových leteckých motorů

Jak už je uvedeno výše, letecké pístové motory se dělí podle mnoha kritérií. Jedno z hlavních je rozdělení podle uspořádání a počtu válců. Na obr. 8 je schematicky zobrazeno několik základních druhů.



Obr. 8 – Druhy leteckých pístových motorů podle uspořádání válců [9]
A1-A4 - víceválcové motory řadové, B - dvouřadové, C - do H, D - invertní,
E - s protilehlými válci („Boxer“), F - do V, G - do W, H - hvězdicové

Jedním z neobvyklých typů vznětového motoru, který je právě součástí zadání této diplomové práce, je motor s protiběžnými písty (obr. 9).



Obr. 9 – Schéma motoru s protiběžnými písty [10]

Zvláštností této koncepce motoru je to, že spalovací prostor je tvořen v obou dnech pístu, kulovitou plochou. Tím, že se pohybují oba písty proti sobě, dochází k mnohem rychlejšímu nárůstu tlaku a tím i teploty vzduchu. Problémem u tohoto typu leteckého motoru, je to, jak dostat kroutící moment z klikových hřídelů na vrtuli. U motorů typu „Boxer“ je to jednoduché, vrtule se připevní na přírubu pouze jednoho klikového hřídele. U motoru s protiběžnými písty se to většinou řeší pomocí soustavy ozubených kol. Vrtule se přidělá na centrální kolo, které pohání minimálně dvě další, od klikových hřídelů.

3. Výroba klikového hřídele

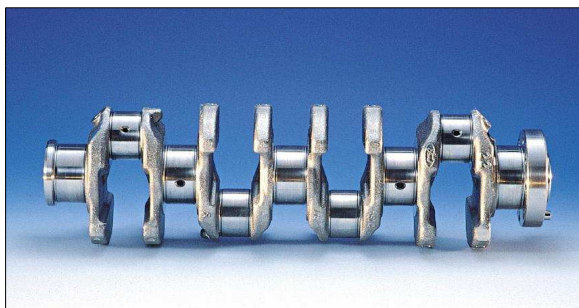
Klikové hřídele se vyrábějí třemi různými způsoby. Prvním z nich je kování v zápustkách, druhý je výroba tlakovým litím a ten třetí je skládáním, z jednotlivých elementů.

Nejčastěji se setkáváme s kovanými klikovými hřídeli, lité hřídele se používají zejména v málo namáhaných motorech a skládané se vyskytují v dvoudobých motocyklových motorech nebo ve speciálních konstrukcích klikových hřídelů [11].

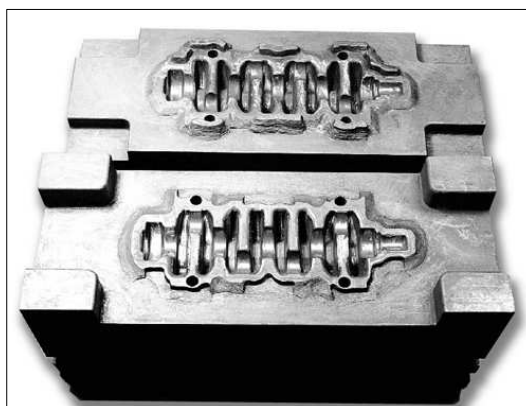
3.1. Kované klikové hřídele

Kované klikové hřídele se většinou kovají zápustkovou metodou a vyrábějí se z materiálů 12050,15131,16342 a 16720, které se dále zušlechťují na pevnost 650 – 950 MPa. U více zatěžovaných motorů a motorů vznětových se pro výrobu používá legovaná ocel 14420 a 15260 zušlechtěná na pevnost 800 – 950 MPa. Ojniční čepy, které jsou na klikovém hřídeli nejvíce namáhanou částí jsou povrchově kaleny na tvrdost 54 – 60 HRC [11].

Na obr. 10 je uveden příklad kované klikové hřídele pro čtyřválcový motor, na obr. 11 pak zápustky k výrobě kovaného hřídele.



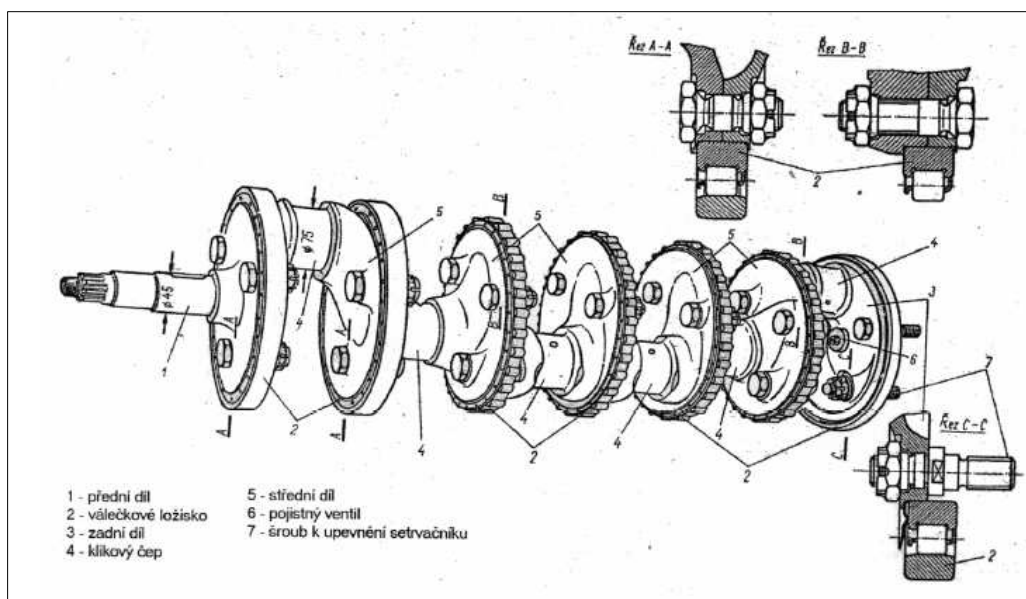
Obr. 10 – Kovaný klikový hřídel [11]



Orb. 11 – Kovací zápustky [12]

3.2. Skládané klikové hřídele

Skládané klikové hřídele se dělí na dvě odlišné skupiny, a to podle toho, zda jsou skládány lisováním, nebo pomocí šroubových spojů. Lisované klikové hřídele se nejčastěji používají pro dvoudobé motory a ty šroubované nejčastěji u velkoobjemových motorů. Nejtypičtějším výrobcem skládaných klikových hřídelů pomocí šroubových spojů v České republice je automobilka TATRA (viz. obr. 12).



Obr. 12 – Skládání klikový hřídel TATRA [11]

3.3. Odlévané klikové hřídele

Klikové hřídele vyrobené tlakovým litím se obvykle používají pro méně zatěžované čtyřdobé motory. Aby zajistili potřebnou pevnost, které dosahují kované hřídele, mají zvětšený průměr na ojnicích i hlavních čepích a větší přechodové poloměry.

Jako materiál na výrobu odlévaných klikových hřídelů se používá tvárná litina nebo ocelolitina.

Velkou výhodou této technologie výroby jsou malé přídatky na opracování, větší ohybová tuhost, velmi dobrá schopnost přenášet vibrace a v leteckém průmyslu výhodná nižší měrná hmotnost oproti ocelovým kovaným hřídelům. Největší a hlavně nejpodstatnější výhodou této technologie výroby je ale cena. Odlévané klikové hřídele jsou totiž několikanásobně levnější než klikové hřídele kované [11].

Obr. 13 ukazuje polotovar kličového hřídele po odlití. Další obrázek (obr.14) pak už hotový odlitý hřídel.

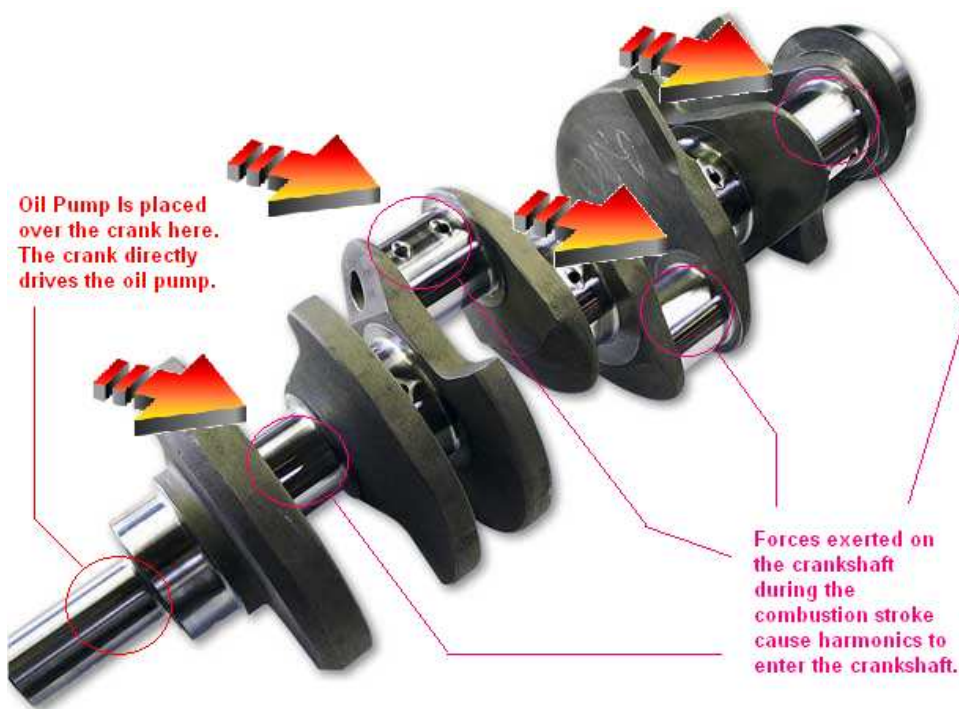


Obr. 13 – Odlitek kličového hřídele [13]

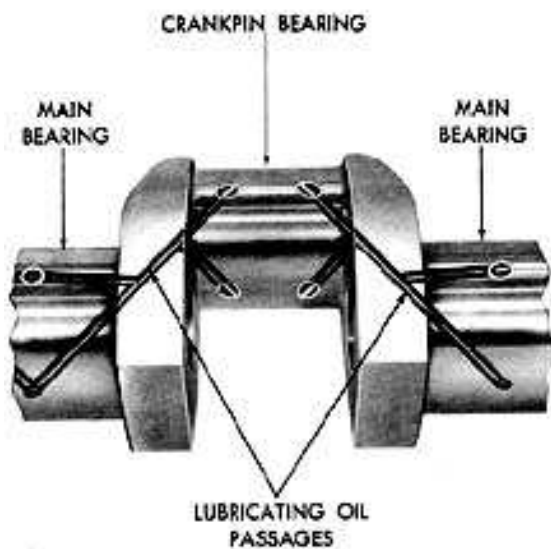


Obr. 14 – Odlitý kličový hřídel [14]

Konstrukce jakéhokoliv hřídele musí umožnit přísun mazacího oleje ke všem třecím plochám, což znamená hlavní a ojniční ložiska. Toto je zajištěno mazacími kanály, které jsou vyvrtány celým klikovým hřídelem (viz. obr. 15, 16).



Obr. 15 – Označení kanálů pro mazání olejem [15]



Mazací kanály se vyvrtávají až po samotné výrobě hřídelů. Olej se k ojničním ložiskům dostává tlakem od hlavních čepů kam vstupuje z hlavního mazacího kanálu v bloku motoru. Většinou jsou vyvrtány i kanály celou ojnicí, takže z ojničních čepů se dostane olej i na pístní čep.

Obr. 16 – Naznačení směru olejových kanálů v klikovém hřídeli [10]

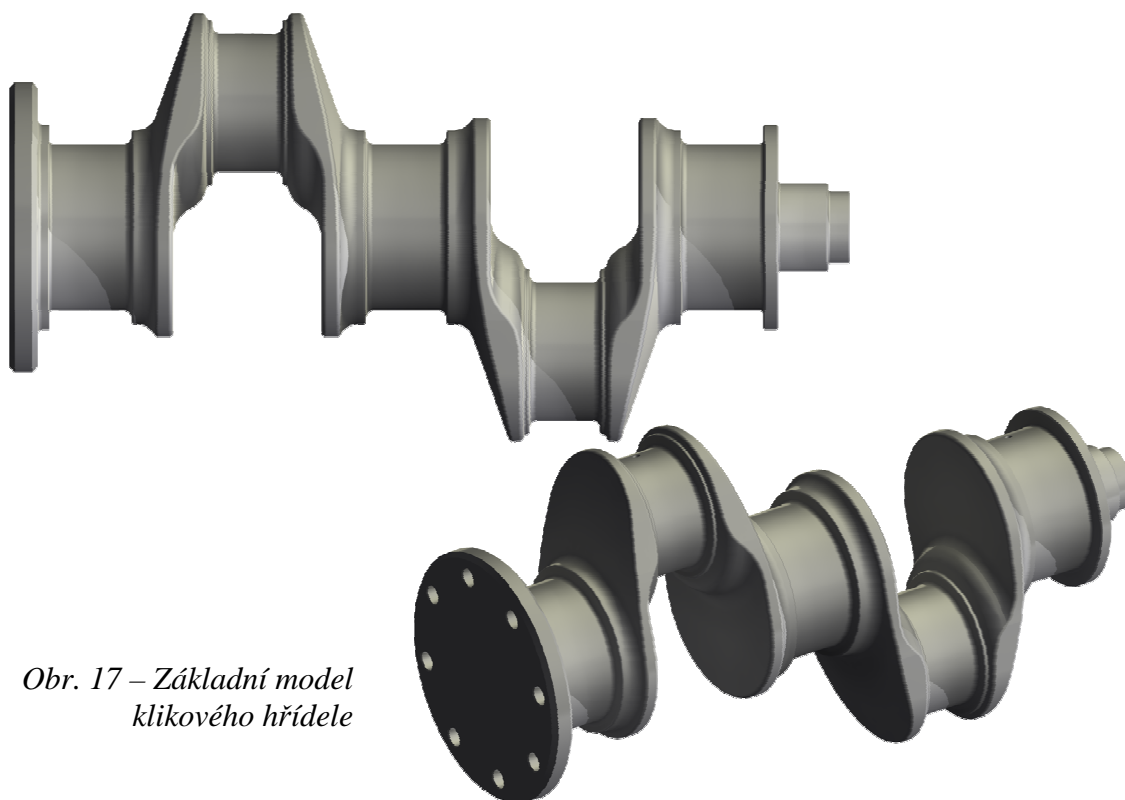
4. Návrh klikového hřídele

4.1. Základní rozměry

Jak už bylo zmíněno v úvodu této práce, několik základních rozměrů klikového mechanismu bylo zadaných, tyto údaje jsou uvedeny v tab.2. Rozměry klikového hřídele vycházejí z tab.1 a tab.2 a podle nich byl vytvořen model v programu AutoDesk Inventor, který je zobrazen na obr.17.

Tab.2 – Základní rozměry

Část	Název	Hodnota	Jednotka
Píst	Průměr hlavy	75	mm
	Průměr otvoru pro pístní čep	34	mm
	Hmotnost pístu	0,6408	kg
Ojnice	Průměr hlavního oka	50	mm
	Šířka hlavního oka	23,55	mm
	Průměr pístního oka	34	mm
	Šířka pístního oka	11,2	mm
	Hmotnost	0,6173	kg
	Délka	156	mm
	Vzdálenost osy hlavního oka od těžiště	40,43	mm
Pístní čep	Délka	56	mm
	Vnější průměr	34	mm
	Vnitřní průměr	20	mm
	Hmotnost	0,243	kg



Obr. 17 – Základní model klikového hřídele

4.2. Výpočet zatížení klikového hřídele

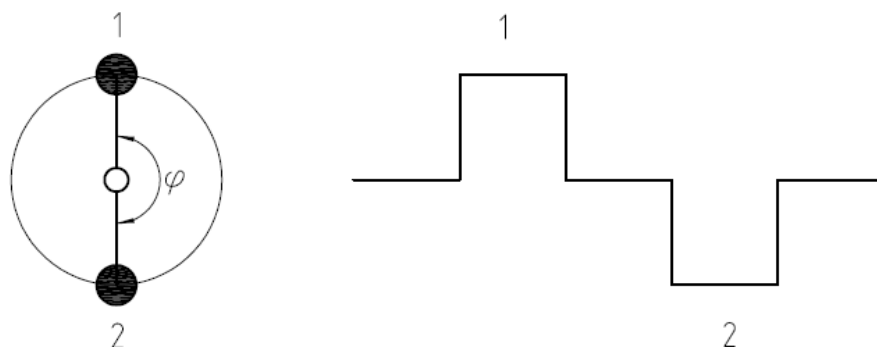
Při určování zatížení klikového hřídele bylo čerpáno z literatury [17], [18], [19], [20], [21].

Na klikový hřídel působí celá řada silového a tedy i momentového zatížení. Síly se dělí do dvou základních skupin a to na primární, které jsou vyvolané tlakem vybuchujících plynů ve spalovacím prostoru, a sekundární, které způsobuje setrvačnost rotujících a posuvných hmot jednotlivých částí klikového mechanismu.

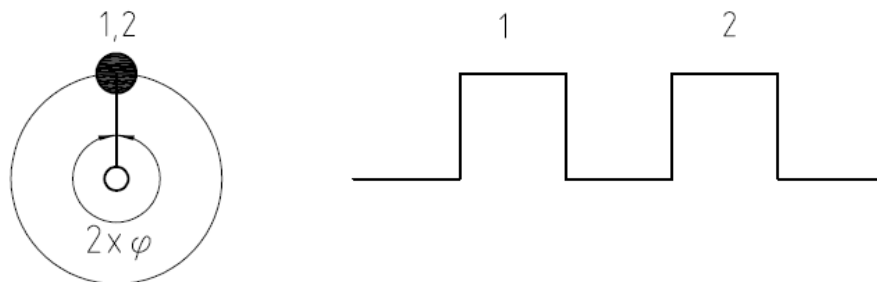
Pro zjednodušení výpočtů se předpokládá, že všechny části jako jsou ojnice, písty a pístní čepy mají stejnou hmotnost a tedy vyvolávají i stejné silové účinky. Také úhlová rychlost pro kterou se zatížení počítá a následně i vyvažuje je považována za konstantní. Klikový hřídel se pak uvažuje jako dokonale tuhý bez jakýchkoliv deformací.

Protože motor má dva válce, je nutné uvést jak vypadá klikový hřídel II řádu, o kterém se dále píše. Na obr. 21 jsou uvedeny příklady schémat klikových hřídelů. U imaginárního klikového hřídele druhého řádu je vždy dvojnásobný úhel mezi zalomeními než u reálného klikového hřídele prvního řádu.

KLIKOVÝ HŘÍDEL I. ŘÁDU



KLIKOVÝ HŘÍDEL II. ŘÁDU



Obr. 21 – Schémata klikových hřídelů I. a II. řádu

Za primární sílu, se považuje síla od tlaku plynů F_p . Síla F_p je funkcí tlaku, který se mění s otáčením klikového hřídele. Tato síla se vypočítá podle vztahu:

$$F_{p_i} = (p_i - p_{atm}) \cdot Sp \quad [N] \quad (1)$$

kde p_i je tlak měnící svou velikost v závislosti na úhlu natočení klikového hřídele α , p_{atm} je atmosférický tlak a Sp je plocha pístu.

Setrvačné (sekundární) síly se dále dělí podle způsobu, kterým vznikají, na síly od rotujících částí F_r a síly od posuvných hmot F_p . Vzorci pro výpočet těchto sil pak jsou:

$$F_r = m_r \cdot r \cdot \omega^2 \quad [N] \quad (2)$$

kde m_r je hmotnost rotujících částí pístní skupiny redukována na klikový čep, r je poloměr zalomení klikového hřídele a ω je úhlová rychlost.

$$F_p = mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha + mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos (2\alpha) - mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{\lambda^3}{4} \cdot \cos (4\alpha) + \dots \quad [N] \quad (3)$$

kde

$$F_{pI} = mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha \quad (4)$$

je setrvačná síla posuvných částí prvního řádu a

$$F_{pII} = mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos (2\alpha) \quad (5)$$

je setrvačná síla posuvných částí druhého řádu, atd.

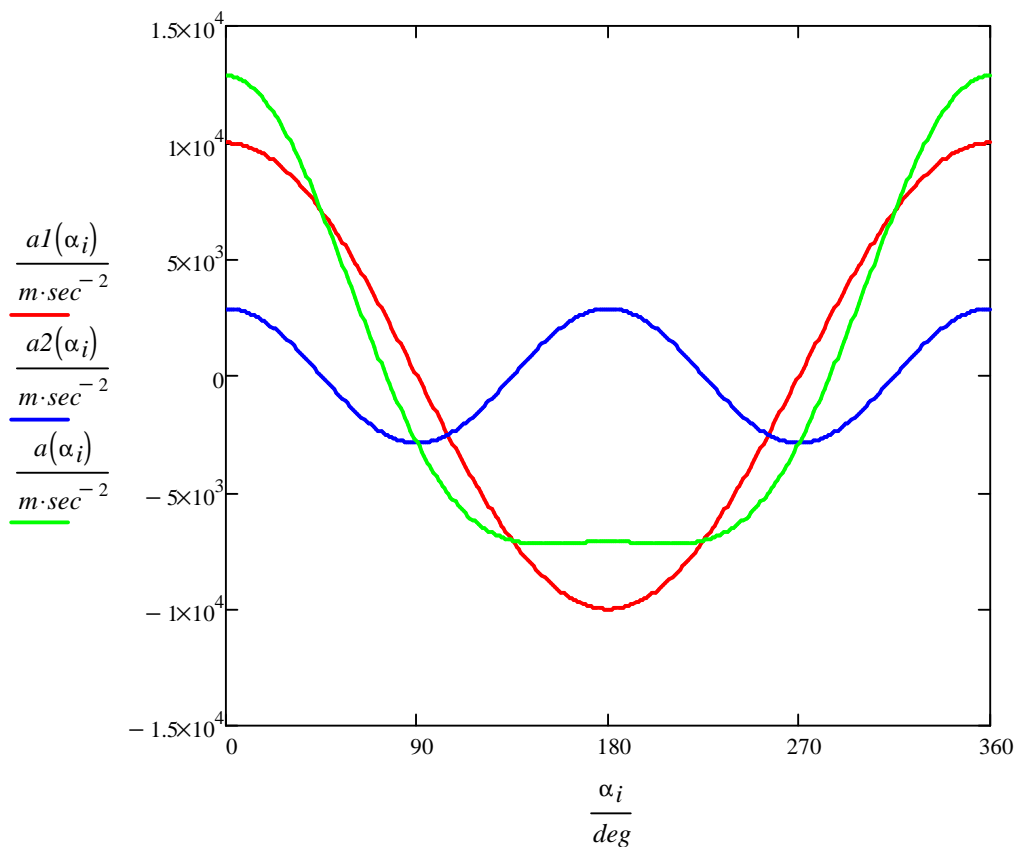
V předchozích rovnicích je mc součet hmotností pístní skupiny a části hmotnosti ojnice redukována do osy pístního čepu. Klikový poměr λ je poměr velikosti zalomení klikového hřídele r ku délce ojnice l .

Setrvačné síly posuvných částí jednotlivých řádů jsou prakticky odvozeny od zrychlení posuvných částí jednotlivých řádů, které jsou funkcí natočení klikového hřídele. Průběhy zrychlení a_1 , a_2 a a jako celkového zrychlení jsou na obr.18.

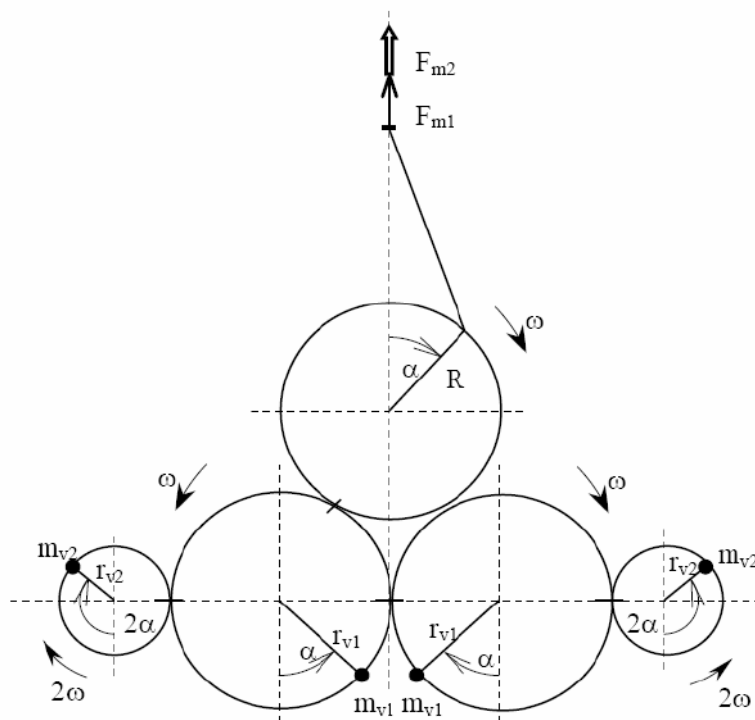
V praxi se vyvažují pouze setrvačné síly prvního a druhého řádu. Síly od rotujících částí se vyvažují protizávažím přímo na klikovém hřídeli. Síly prvního řádu se vyvažují pomocí dvou těles otáčejících se stejnou úhlovou rychlostí jako klikový hřídel a to proti sobě. Naproti tomu setrvačné síly druhého řádu se vyvažují pomocí vyvažovacích těles, které se musejí otáčet dvojnásobnou úhlovou rychlostí než klikový hřídel. Na obr.19 je uvedeno schéma vyvážení sil prvního a druhého řádu na jednoválcovém motoru. Pro určení hmotnosti vývažků se vychází z rovnic (4) a (5) pro příslušnou setrvačnou sílu:

$$mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha = 2 \cdot m_{v1} \cdot r_{v1} \cdot \omega^2 \cdot \cos \alpha \quad (6)$$

$$\lambda \cdot mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot 4 \cdot \cos 2\alpha = 2 \cdot m_{v2} \cdot r_{v2} \cdot (2\omega)^2 \cdot \cos 2\alpha \quad (7)$$



Obr. 18 – Průběh celkového zrychlení posuvných částí a jeho složek



Obr. 19 – Schéma vyvážení setrvačných sil prvního a druhého řádu [19]

Z rovnic (6) a (7) se pak jednoduše vyjádří hmotnosti vývažků pro jednotlivé řády:

$$m_{v1} = \frac{1}{2} \cdot mc \cdot \frac{r}{r_{v1}} \quad [kg] \quad (8)$$

$$m_{v2} = \frac{1}{8} \cdot \lambda \cdot mc \cdot \frac{r}{r_{v2}} \quad [kg] \quad (9)$$

kde r_{v1} a r_{v2} jsou poloměry otáčení těžišť vývažků.

Pro správný rozbor sil v motoru s protiběžnými písty se však nemůže uvažovat pouze jeden klikový hřídel, musejí se brát v potaz síly, které působí na oba hřídele najednou, aby byl rozbor sil úplný a mohl být posouzen jako celek působící na motor.

Jak už je uvedeno v úvodu práce, je jeden klikový hřídel pootočen navíc o 15° proto se tento úhel musí do výpočtů také započítat. Vzorce pro výpočet setrvačné síly posuvných částí prvního a druhého řádu pro druhý klikový hřídel tedy budou:

$$F_{PI_2} = mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha + 15^\circ) \quad (10)$$

$$F_{PII_2} = mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos[2(\alpha + 30^\circ)] \quad (11)$$

Z obr. 20 vyplývá, že výslednice setrvačných sil I. řádu je nulová, ne však momenty, které tyto síly způsobují k bodu A. U sil II. řádu je tomu však naopak, moment od těchto sil je nulový a velikost jejich výslednice je rovna dvojnásobku velikosti F_{PII} .

Na obr. 21 jsou pak uvedeny průběhy nenulových výslednic sil a to setrvačných sil II. řádu od posuvných částí prvního a druhého klikového hřídele a po jejich sečtení jako složek i výsledná setrvačná síla druhého řádu F_{PIIv} .

Moment M_r , který vytvářejí síly od rotujících částí má konstantní velikost i s měnícím se úhlem natočení klikového hřídele α . Je počítán pro konstantní otáčky motoru a tedy i pro konstantní úhlovou rychlost ω a vyjadřuje ho vzorec:

$$M_r = m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h \quad [Nm] \quad (12)$$

kde h je rozteč válců a m_r je hmotnost rotujících částí.

Moment M_{PI} , který je tvořen dvojicí setrvačných sil I. řádu od posuvných částí, nemá konstantní velikost a mění se s úhlem otočení klikového hřídele α . Průběh tohoto momentu je na obr. 22, a to jak od prvního tak od druhého klikového hřídele, následuje výsledný moment M_{PIi} , který působí na celý motor. Moment M_{PI} se vypočítá podle vzorce:

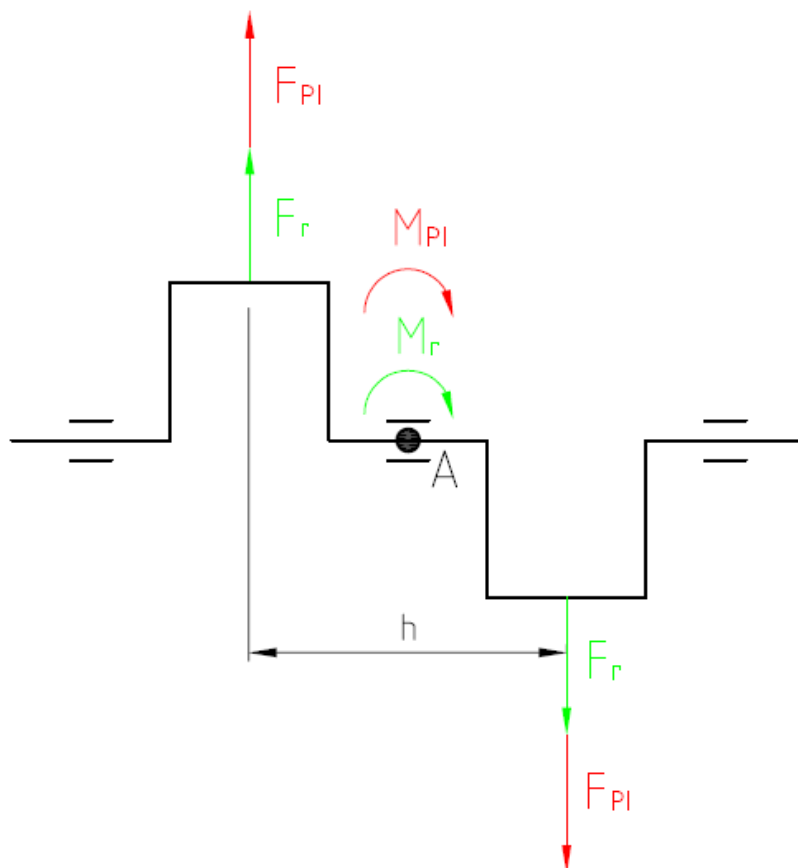
$$M_{PI_1} = mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \cos \alpha \quad [Nm] \quad (13)$$

pro první klikový hřídel a

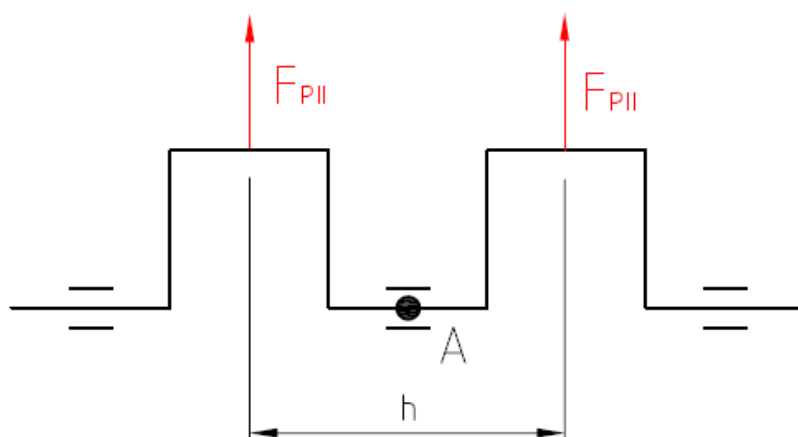
$$M_{PI_2} = mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \cos(\alpha + 15^\circ) \quad [Nm] \quad (14)$$

pro druhý klikový hřídel.

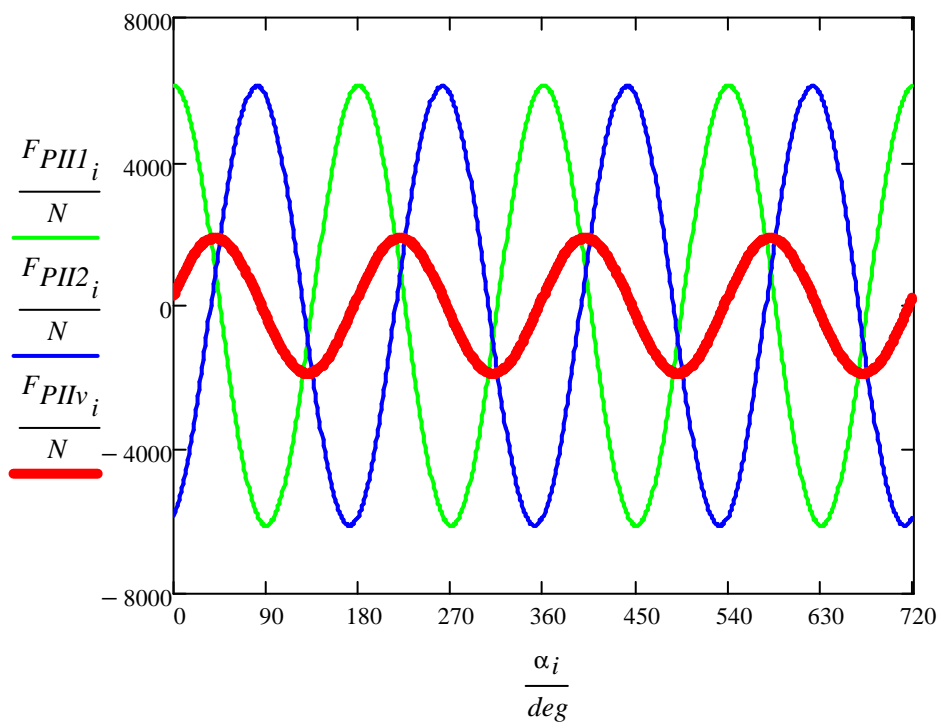
KLIKOVÝ HŘÍDEL I. ŘÁDU



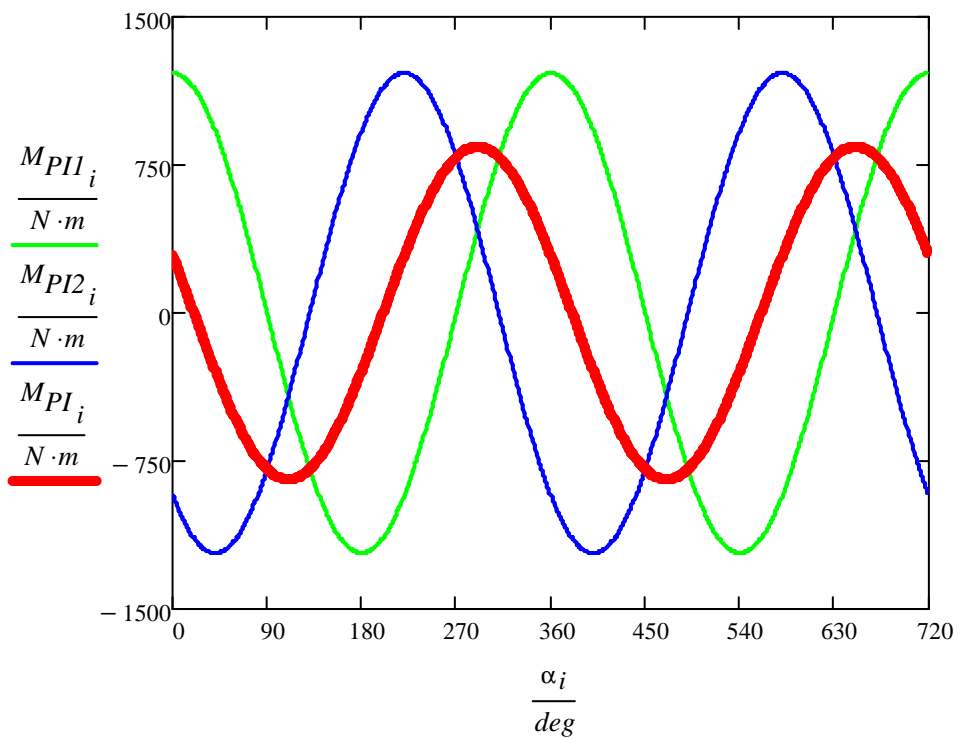
KLIKOVÝ HŘÍDEL II. ŘÁDU



Obr. 20 – Silové působení na klikový hřídel



Obr. 21 – Průběhy setrvačných sil II. řádu od posuvných částí a jejich výslednice



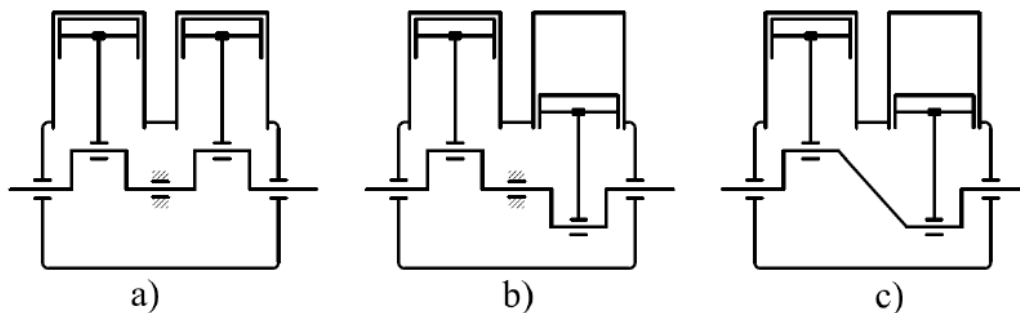
Obr. 22 – Průběhy momentů setrvačných sil I. řádu a jejich výslednice

Tato diplomová práce se však vyvážením setrvačných sil a jejich momentů od posuvných částí prvního i druhého řádu již dále nezabývá z toho důvodu, že motor, pro který je klikový hřídel navrhován, musí mít malý zástavbový prostor a hlavně má být co nejlehčí. Vyvažovací hřídele a jejich pohon, by značně navyšoval jak hmotnost motoru, tak i jeho zástavbový prostor. Ve výsledku je jistě lepší spokojit se s malou nevyvážeností motoru než s velkým nárůstem jeho hmotnosti a velikosti.

Na klikový hřídel působí vedle momentového a silového zatížení také tzv. zatížení torzní. Jedná se o dynamické jevy, které se projevují torzním (krouceným) kmitáním klikového hřídele. Toto chování je způsobováno jistou torzní poddajností a momenty setrvačnosti jednotlivých částí v motoru. V případech rezonančního kmitání může být klikový hřídel mnohonásobně namáhán na torzní kmity. Pokud by byl klikový hřídel vystaven takovému režimu (tzv. kritickým otáčkám) po delší dobu, mohlo by snadno dojít k jeho poškození (zlomení). K potlačení tohoto jevu a tím pádem k potlačení rizika poškození funkčních částí motoru se ke klikovým hřídelům připojují tzv. torzní tlumiče. Ty jsou zapotřebí zejména u motorů víceválcových, kde má klikový hřídel větší délku a také u motorů s proměnlivým průběhem točivého momentu.

4.3. Výběr uspořádání klikového ústrojí

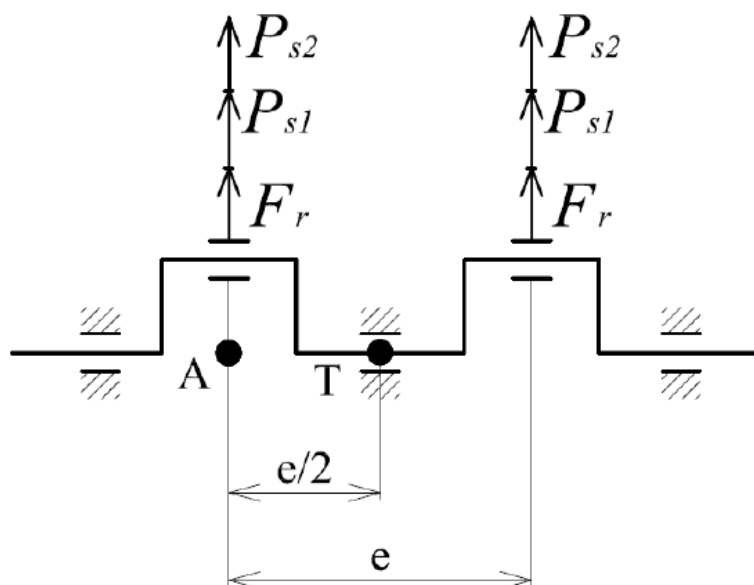
Pro dvouválcový motor existují tři různé druhy uspořádání klikového ústrojí. První z nich je varianta s nepootočeným klikovým čepem, kdy jsou obě zalomení v „zákrytu“, druhá má jeden klikový čep pootočený o 180° proti druhému, obě tyto verze mají klikový hřídel uložený ve třech ložiscích. Jako poslední variantou je klikový hřídel s pootočenými klikovými čepy o 180° a uložením ve dvou ložiscích. Všechny tři možnosti uvádí obr. 23.



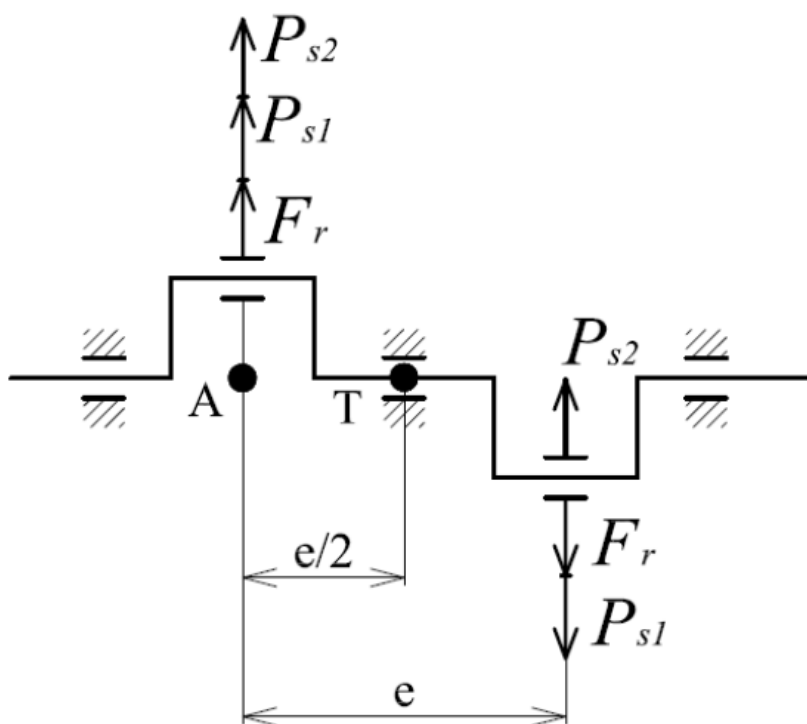
Obr. 23 – Varianty uspořádání klikového mechanismu dvouválcového motoru [19]

- a) s ramenem nepootočeným a uložením ve třech ložiscích
- b) s ramenem pootočeným o 180° a uložením ve třech ložiscích
- c) s ramenem pootočeným o 180° a uložením ve dvou ložiscích

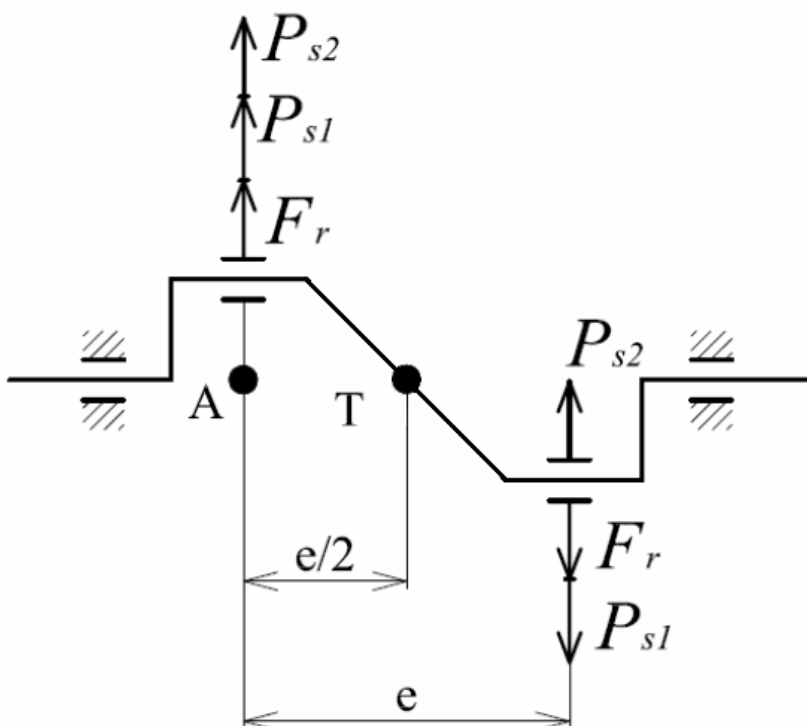
U zmíněných verzí klikového mechanismu se posuzuje velikosti namáhání od jednotlivých sil, momentů a velikosti torzního kmitání. Ke každé variantě je tedy nutné představit si obrázky (obr. 24, 25, 26), ze kterých se vypočtou, podle pravidel statických výpočtů, jednotlivé složky namáhání. Momentové rovnice se většinou sestavují k bodu těžiště klikového hřídele.



Obr. 24 – Silové působení na klikový hřídel s nepootočeným [19]



Obr. 25 – Silové působení na klikový hřídel s ramenem pootočeným o 180° [19]



Obr. 26 – Silové působení na klikový hřídel s ramenem pootočeným o 180° a uložením ve dvou ložiscích

Z obr. 24 je jasné, že všechny jednotlivé složky silového působení se budou sčítat a tedy budou nenulové. Naproti tomu momenty od těchto sil k těžišti T se vzájemně vyruší. U dalších dvou variant uspořádání a tedy obr. 25 a 26 je tomu přesně naopak, momenty jsou nenulové a sčítají se, naproti tomu jednotlivé složky silového zatížení se navzájem odečtou a silové zatížení je tedy nulové kromě sil druhého řádu.

Z hlediska rovnoměrnosti chodu motoru a vyvažování je tedy vhodnější zvolit variantu klikového hřídele s přesazením ojnicních čepů o 180° . Zejména kvůli přirozenému vyvážení silových účinků a tedy menšímu nárůstu hmotnosti, která bude potřeba na další vyvažování. Nyní tedy zbývá posoudit uložení klikového hřídele.

V dnešní době se uložení ve dvou ložiscích téměř nepoužívá, hlavně z důvodů ohybového namáhání a vysokých vibrací, které vedou k velkému torznímu kmitání, a to obojí hlavně v oblastech šikmého ramene.

Jako nejvýhodnější variantou se tedy jeví varianta druhá, tedy klikový hřídel s přesazenými ojnicními čepy o 180° a uložení ve třech ložiscích.

4.4. Návrh vyvážení setrvačných sil a jejich momentů

Pro výše vybranou variantu klikového hřídele platí, že všechny silové účinky prvního řádu budou nulové. Setrvačná síla od posuvných částí druhého řádu bude nenulová a bude mít periodicky měnící se průběh. Všechny momenty prvních řádů jsou nenulové a moment druhého řádu od uvedené síly bude naopak nulový.

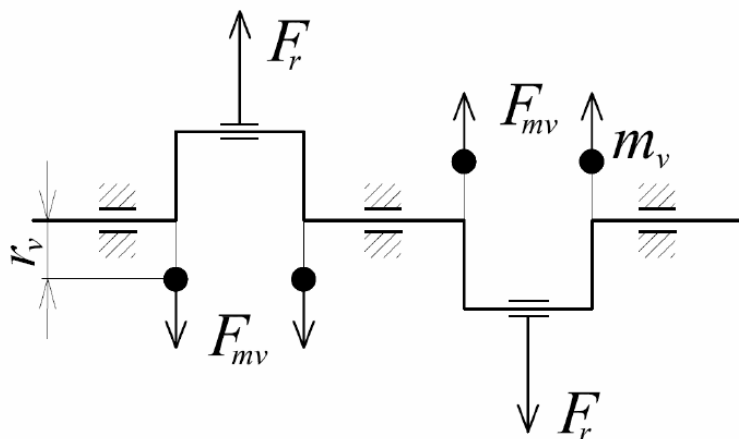
Jak už bylo uvedeno v kapitole 4.2. je pro zadaný letecký motor bezpředmětné vyvažovat setrvačné síly od posuvných částí jak prvního tak i druhého řádu, protože k jejich vyvážení je zapotřebí složitý mechanismus, který by navyšoval jak hmotnost motoru, tak jeho zastavbový prostor. Z tohoto důvodu je tedy nutné zaměřit se na zbývající nevyváženou složku, tedy na moment od rotujících částí, který se dá vyvážit jednoduše protizávažím přímo na klikovém hřídeli.

Existují celkem tři možnosti umístění protizávaží:

- silové vyvážení
- momentové vyvážení
- kombinované vyvážení

4.4.1. Silové vyvážení

Silové vyvážení spočívá v tom, že dvojice protizávaží umístěná na obou ramenech kliky vyvolává odstředivou sílu opačného směru a stejné velikosti než je síla F_r , kterou vytvářejí rotující části. Schéma silového vyvážení je na obr. 27.



Obr. 27 – Schéma silového vyvážení klikového hřídele

Hmotnosti vývažků m_{sv} pro silové vyvážení se vypočítají ze silové rovnováhy podle rovnice (15).

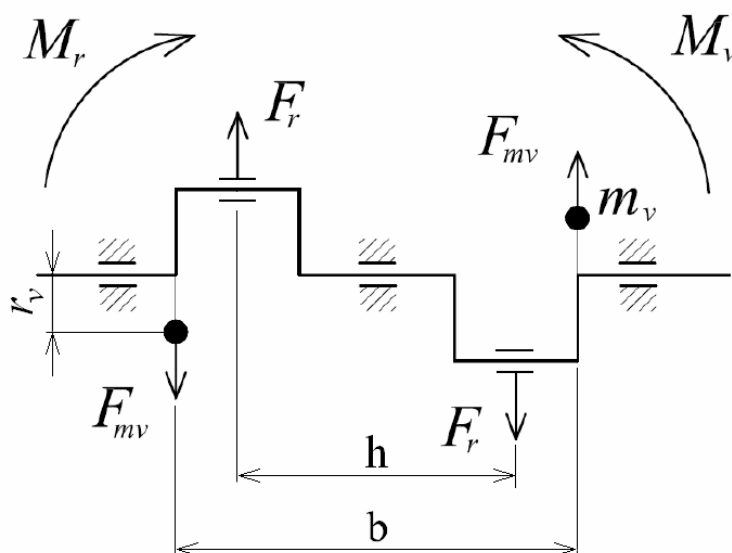
$$m_r \cdot r \cdot \omega^2 = 2 \cdot m_{sv} \cdot r_{sv} \cdot \omega^2 \quad (15)$$

kde m_r je hmotnost rotujících částí, r je poloměr zalomení kliky, ω je úhlová rychlost a r_{sv} je poloměr na kterém se otáčí těžiště vývažků kolem osy rotace klikového hřídele.

Maximální poloměr vývažků od osy rotace je omezen délkou ojnice a výškou pístu. Podle výpočtů byl v programu Autodesk Inventor vytvořen model silového vyvážení, tak aby byl poloměr rotace těžiště vývažků co největší a tím pádem mohly mít vlastní vývažky co nejmenší hmotnost. I přes tuto skutečnost je tato varianta vyvažování nevhodná pro letecký motor, protože vývažky mají velkou hmotnost a tím pádem navyšují neúměrně hmotnost motoru vzhledem k jeho procentuální vyváženosti. Model je uveden na obr. 31.

4.4.2. Momentové vyvážení

Základem momentového vyvážení je pouze dvojice vývažků pro celý klikový hřídel. Principem je pak vytvoření opačného momentu o stejné velikosti jako je moment M_r vyvolaný silami F_r . Schéma tohoto způsobu vyvažování je na obr. 28.



Obr. 28 – Schéma momentového vyvážení

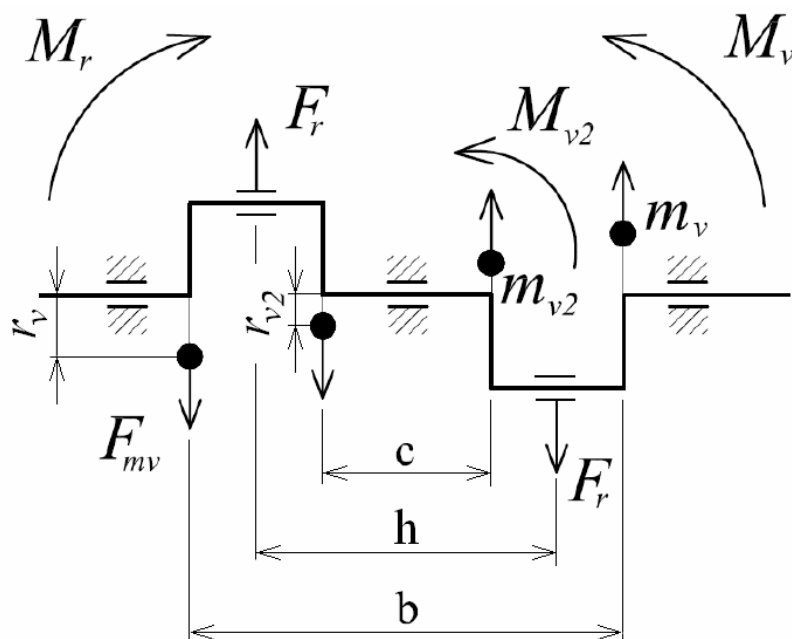
Základní rovnice pro výpočet hmotnosti vývažků m_v vychází, jak naznačuje schéma, z momentové rovnováhy obou uvedených momentů. Moment M_r je vyvoláván dvojicí odstředivých sil a moment M_v má být stejné velikosti ale opačného směru. Momentová rovnováha je uvedena v následující rovnici.

$$m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h = m_v \cdot r_v \cdot \omega^2 \cdot b \quad (16)$$

Stejně tak jako u silového vyvážení byl i pro tuto variantu vyvážení vytvořen model, který je na obr.32.

4.4.3. Kombinované vyvážení

Jako poslední možná varianta vyvažování se používá kombinace silového a momentového vyvážení. Stejně jako u předchozího způsobu se vychází z momentové rovnováhy (17), kdy se sčítají momenty vyvozené dvěma dvojicemi vývažků, které musejí vyvozovat moment o stejné velikosti a opačné orientace jako moment od rotačních částí klikového mechanismu. Schéma kombinovaného vyvážení uvádí obr. 29.



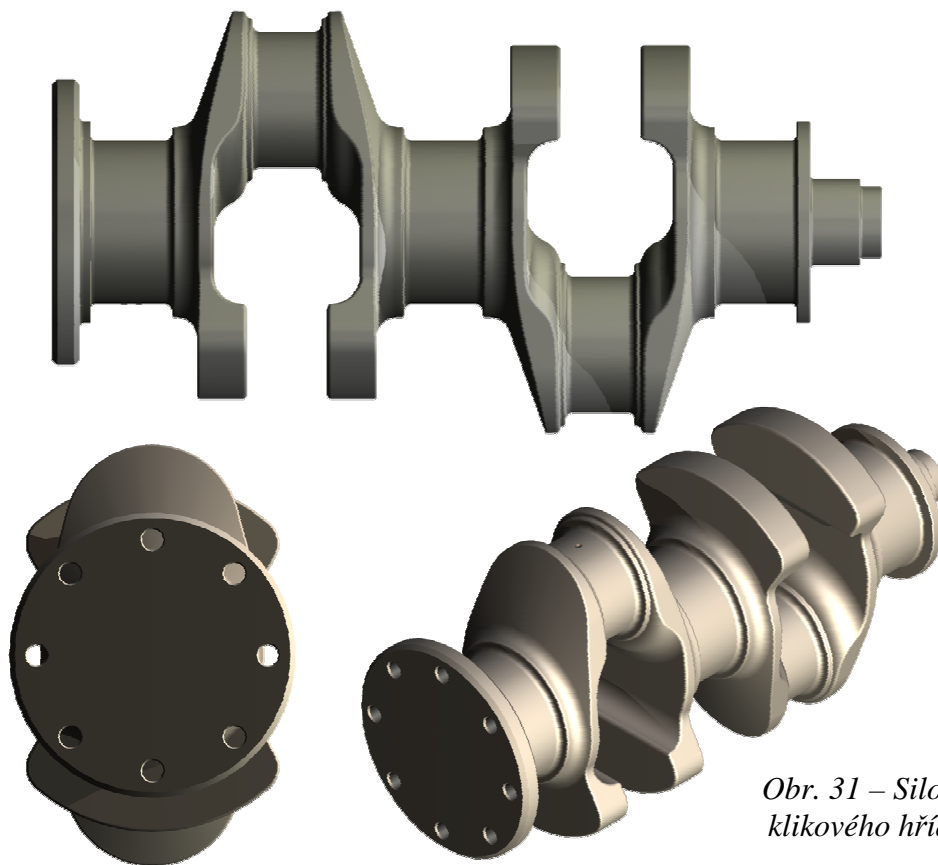
Obr. 29 – Schéma kombinovaného vyvážení

Výpočet hmotností vývažků m_v a m_{v2} se provede z následující rovnice.

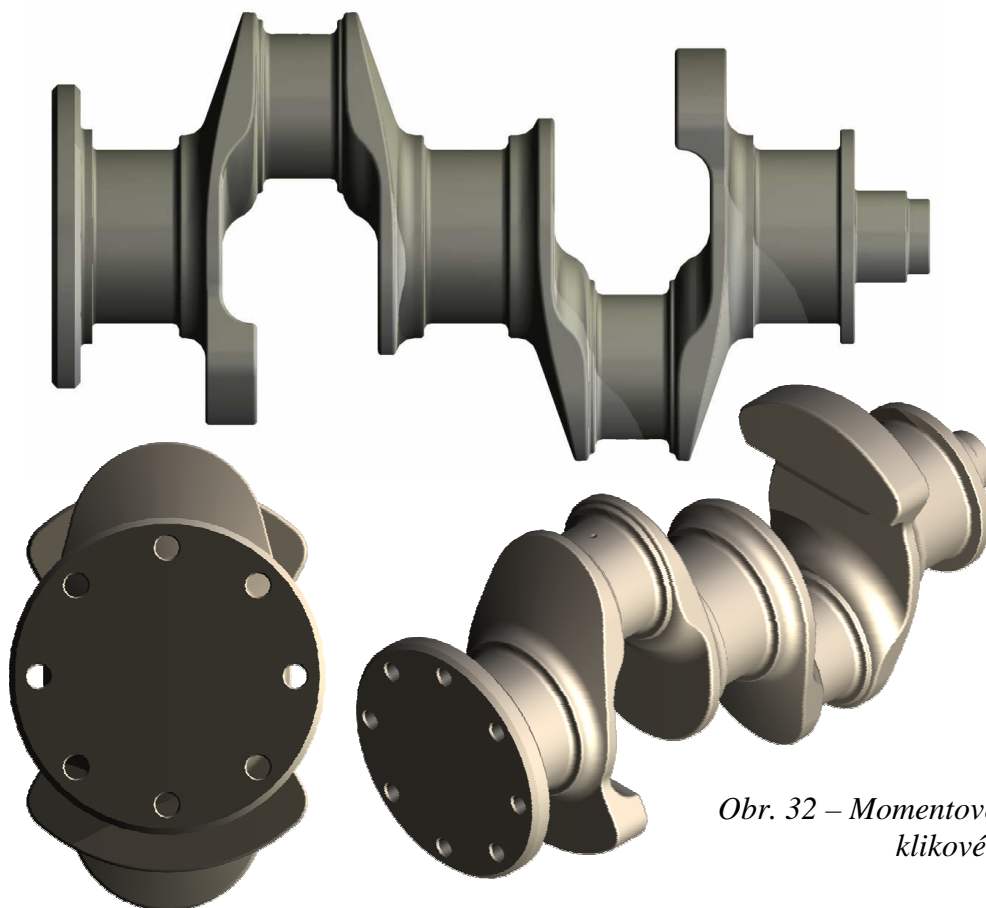
$$m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h = m_v \cdot r_v \cdot \omega^2 \cdot b + m_{v2} \cdot r_{v2} \cdot \omega^2 \cdot c \quad (17)$$

kde r_{v2} je vzdálenost těžiště vnitřních vývažků od osy rotace.

Pro maximální možné vyvážení, které je však stejně jako u předchozích případů omezeno délkou ojnice, byla pro tento výpočet volena maximální hmotnost, která je shodná s hmotností vývažků v silovém vyvážení. Proto je model tohoto vyvážení stejný jako pro silové vyvážení a je tedy uveden na obr. 31.



Obr. 31 – Silové vyvážení
klikového hřídele

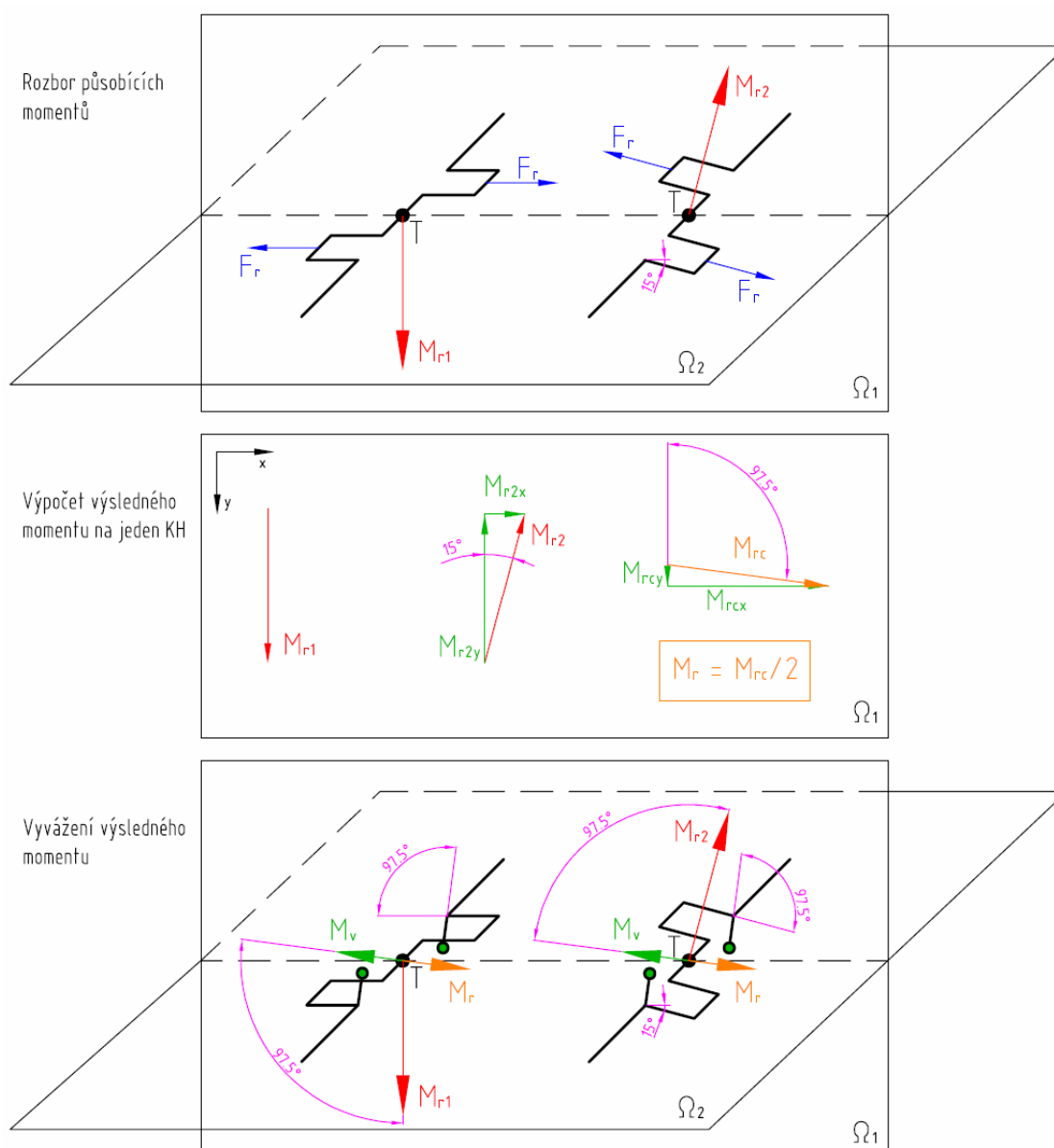


Obr. 32 – Momentové vyvážení
klikového hřídele

4.4.4. Vyvážení obou klikových hřídelů najednou

Všechny předchozí verze vyvažování jsou založeny na hlavní myšlence, že v motoru je pouze jeden klikový hřídel. Principiálně by se toto vyvažování použít dalo i pro zadaný motor s protiběžnými písty, kde jsou klikové hřídele dva. Ale jednou z hlavních podmínek tohoto návrhu bylo, že klikový hřídel má mít co nejmenší hmotnost a měl by způsobovat co nejmenší vibrace motoru. Pokud by bylo použito jedné z předchozích metod vyvažování, je jasné, že by došlo nejen k vysokému nárůstu celkové hmotnosti motoru ale i k jeho velkým vibracím.

Dále se tedy musí motor uvažovat jako celek a momenty M_r v něm působící rozebrat na obou klikových hřídelích najednou (obr. 33). Velkou výhodou této myšlenky bude mnohem menší nárůst hmotnosti a tím pádem i vibrací motoru. Nevýhodou bude naopak větší zatížení kluzných ložisek na hlavních čepch obou klikových hřídelů.



Obr. 33 – Rozbor a vyvážení momentu M_r

Silovým rozborem v osách x a y v rovině Ω_1 se zjistily celkové složky momentu M_{rcx} a M_{rcy} , ze kterých se graficky vyjádřila výslednice nevyváženého momentu M_{rc} . Z tohoto grafického vyjádření byl zjištěn i úhel, pod kterým moment působí na motor. Aby bylo možno výsledný moment vyvážit rovnoměrně na obou klikových hřídelích, bylo nutno ho rozdělit na dvě části o stejné velikosti $M_{rc}/2$ působící pod stejným úhlem.

Nyní mohla být vytvořena dvojice vývažků s mnohem menší hmotností než u klasického momentového vyvážení. Největší překážkou ve vytváření modelu byla podmínka dodržení naměřeného úhlu, pod kterým musí rotovat těžiště vývažků kolem osy klikových hřídelů. Další obrovskou výhodou, která vyplývá z rozboru na obr. 33, je, že vývažky budou symetrické na obou hřídelích a díky tomu se pro tento motor bude moci vyrábět pouze jeden odlitek (obr. 36) a vývažky vždy upravit tak, aby byl hřídel buďto pravý (obr. 34) nebo levý (obr. 35). Tato výhoda povede i k vysoké úspoře finančních prostředků potřebných na výrobu obou hřídelů.

Výsledné procentuální maximální možné vyvážení je zhodnoceno v tab.3, jsou zde také porovnány výsledné hmotnosti klikových hřídelů, aby byla zřejmá úspora hmotnosti a materiálu.

Tab.3 – Výsledné vyvážení momentu od rotujících částí a hmotnosti KH

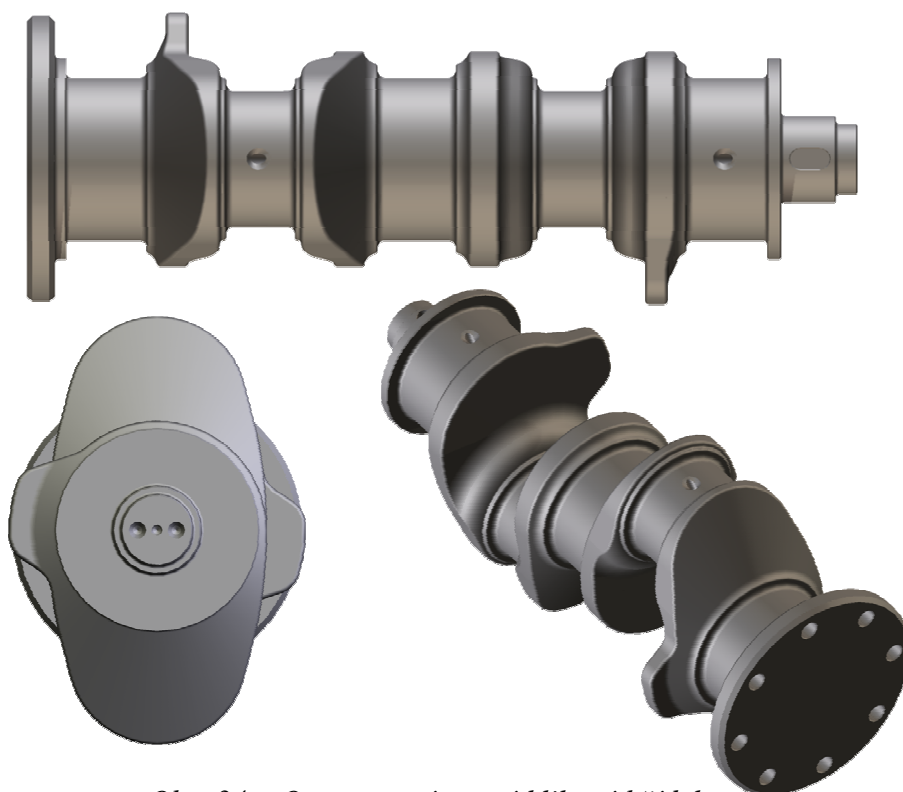
Verze vyvážení	Druh vyvážení	Vyvážení M_r [%]	Hmotnost jednoho KH [kg]	Hmotnost obou KH [kg]
Vyvážení pro jeden KH	Silové	44,303	8,273	16,546
	Momentové	31,589	7,623	15,246
	Kombinované	41,781	8,273	16,546
Vyvážení pro oba KH	Momentové	23,664	7,031	14,062

Závěrem k této kapitole je nutné říci, že pokud se bude vyvažovat výsledný moment působící na celý motor, vyvážit lze pouze jeho necelou jednu čtvrtinu. S tímto výsledkem je tedy zřejmé, že by se v zájmu ušetření nákladů na sériovou výrobu, nemusely klikové hřídele vyvažovat vůbec. Navíc se tímto způsobem vyvážení navyšuje zatížení hlavních čepů a tím i ložisek, ve kterých je klikový hřídel uložen.

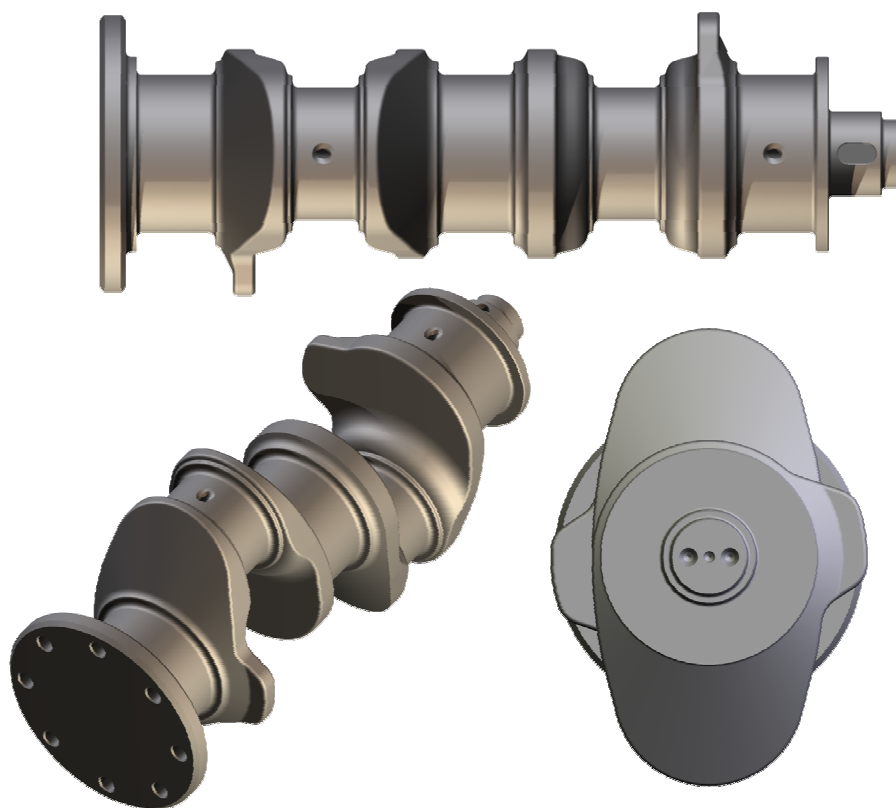
Pokud by si ale zákazník přál motor co nejvíce vyvážit tak, aby se předešlo jeho chvění, je tato varianta vyvažování nejvhodnější. Vzhledem k tomu, že po odlití je následné opracování nutné, není tedy překážkou do operací zahrnout i nenáročné odfrézování daných vývažků.

Výsledné posouzení toho, zda hřídele vyvažovat nebo ne, by tedy záviselo na tom, co by si přál finální zákazník, zda by se motor vyráběl ve velké sérii či kusové výrobě a na posouzení výše nákladů spojených s odlitím vývažků a následnými operacemi s jejich opracování.

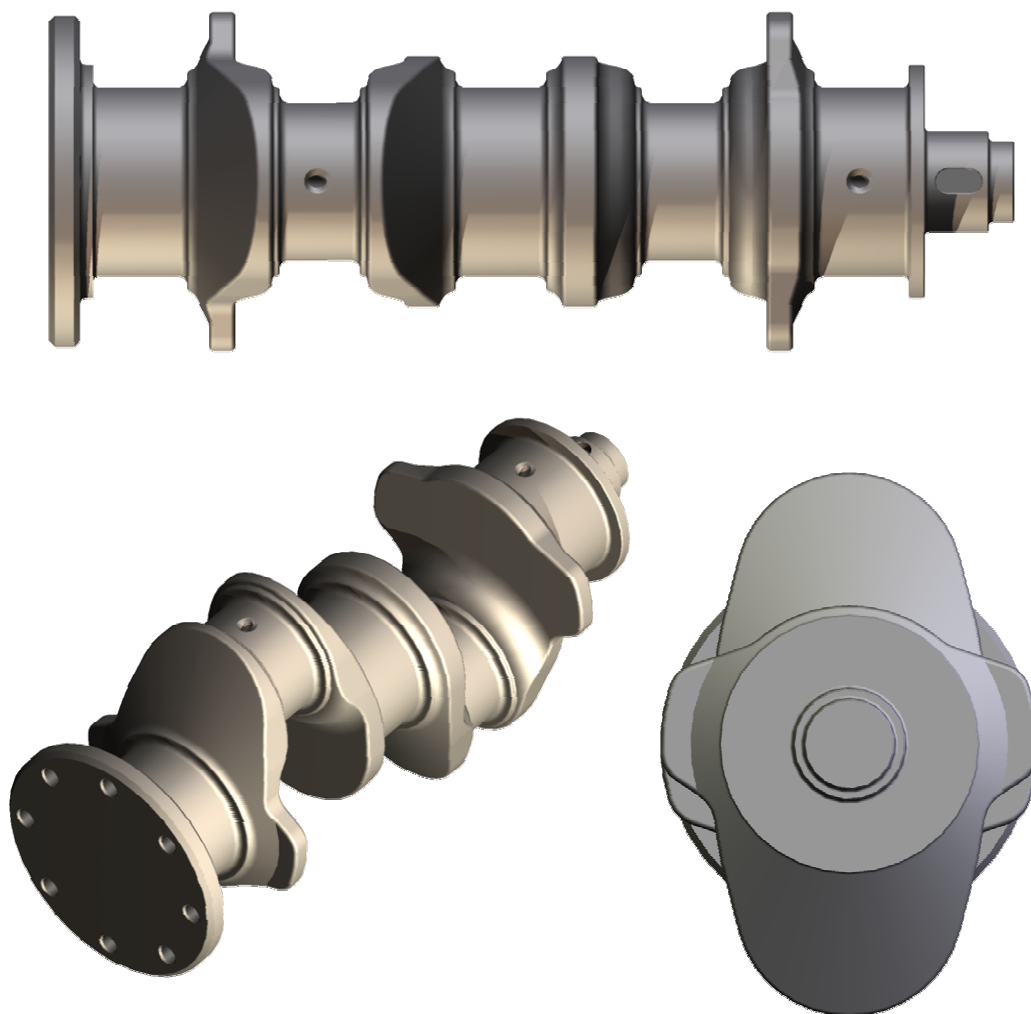
Na letecký motor jsou kladeny vysoké nároky na pravidelnost chodu a také na co nejmenší vibrace. S ohledem na tuto skutečnost byl tedy jako optimální variantou zvolen klikový hřídel s alespoň částečným vyvážením momentu M_r . Následující výpočty a konstrukční návrhy se proto vztahují k tomuto uspořádání klikového hřídele.



Obr. 34 – Opracovaný pravý klikový hřídel



Obr.35 –Opracovaný levý klikový hřídel



Obr.36 – Model částečně opracovaného odlitku

4.5. Pevnostní kontrola hlavních částí klikového hřídele

Pevnostní výpočet se vždy logicky zaměřuje na nejvíce namáhané oblasti jakékoliv součásti a zkoumá, zda v těchto oblastech nedojde k jejímu poškození. U klikových hřídelů tomu není jinak. Pevnostní kontrola se zaměřuje na hlavní funkční a nejvíce zatížené části, jako je hlavní a klikový čep a rameno kliky. Při kontrole se zanedbává deformace klikové skříňe, pružnost uložení na hlavních čepích a opotřebení hlavních ložisek i ojnicích.

Změny průřezů, vrubové účinky při přechodu čepů v ramena kliky a časová proměnlivost zatížení způsobují nerovnoměrné rozdělení napětí v jednotlivých průřezích klikového hřídele.

Jednou z nejdůležitějších částí návrhu klikového hřídele je volba materiálu. Od této volby se dále odvíjejí i výsledky pevnostní analýzy.

4.5.1. Volba materiálu

Z pevnostních důvodů byla jako materiál pro výrobu odléváním zvolena vysoce kvalitní litina EN-GJS-1000-5. Jedná se o Izotermicky tepelně zpracovanou bainitickou tvárnou litinu. Pro její výborné pevnostní vlastnosti, které uvádí tab. 4, je tato litina využívána pro výrobu vysoce namáhaných strojních součástí.

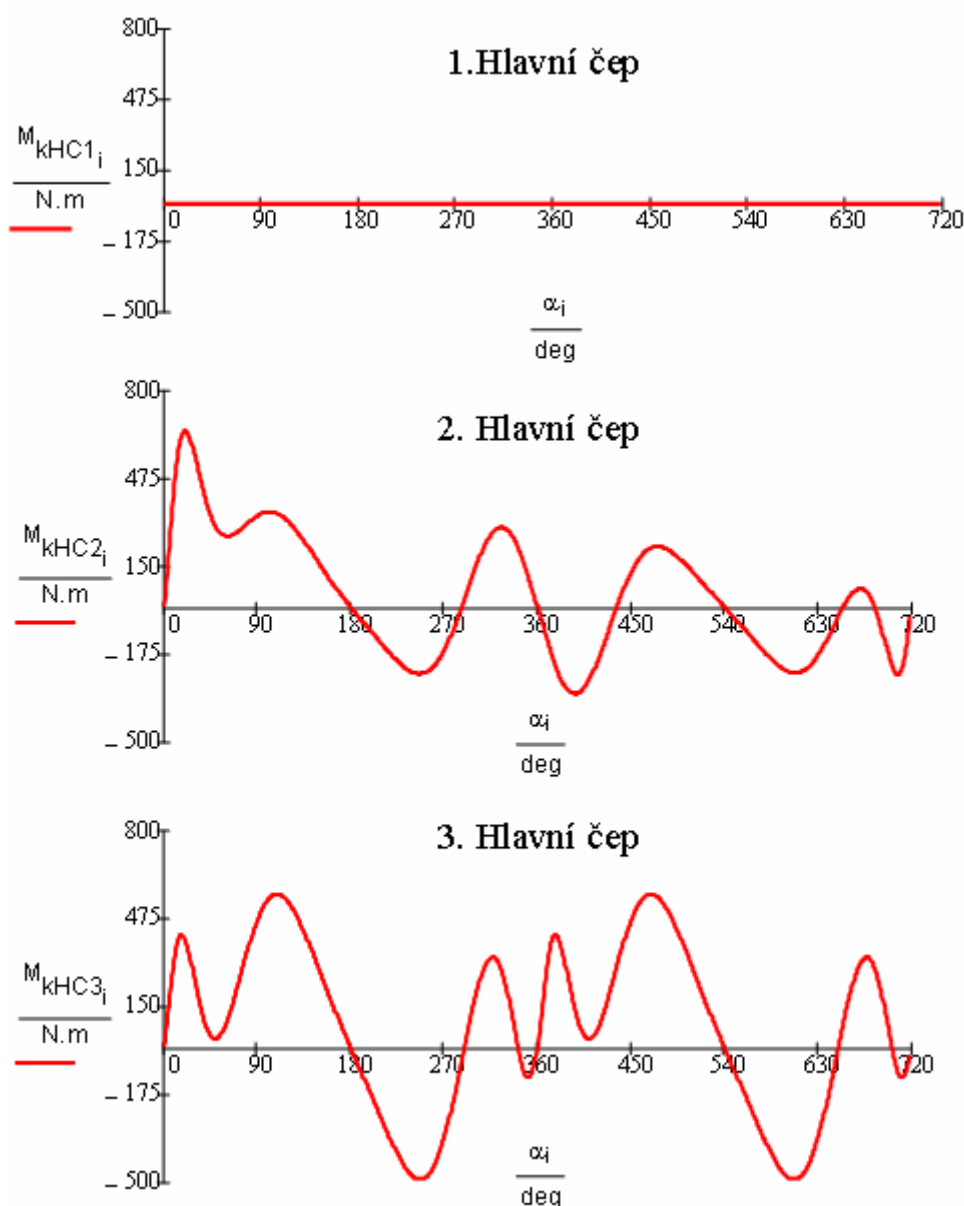
Tab. 4 – Vlastnosti materiálu EN-GJS-1000-5

Označení	Vlastnost	Jednotka	Hodnota
R_m	Pevnost v tahu	MPa	1 000
$R_{p0,2}$	Smluvní mez v kluzu	MPa	700
A	Tažnost	%	5
E	Modul pružnosti v tahu	MPa	168 000
μ	Poissonovo číslo	-	0,27
G	Modul pružnosti ve smyku	MPa	64 000
σ_c	Mez únavy v tahu/tlaku	MPa	238
σ_{co}	Mez únavy v ohybu	MPa	350
τ_{ck}	Mez únavy v krutu	MPa	226
ρ	Měrná hmotnost	kg.m ⁻³	7 100

4.5.2. Kontrolní pevnostní výpočet hlavního čepu

V současné době používané a konstruované klikové hřídele mají relativně krátké hlavní čepy, takže pevnostní výpočet je možno omezit na kontrolu namáhání krutem, protože ohybové napětí snižuje míru bezpečnosti pouze o 3 až 4 procenta. Pro stanovení míry bezpečnosti nejvíce namáhaného hlavního čepu je nutno určit čep u něhož je v průběhu pracovního cyklu dosažena maximální amplituda změny kroutícího momentu. Aby bylo možno zjistit velikost této amplitudy, u jednotlivých čepů, je třeba graficky, případně tabulkově vyjádřit průběh tzv. „nabíhajících momentů“. Jedná se vlastně o sumaci kroutících momentů od jednotlivých válců motoru v hlavních čepch klikového hřídele motoru [11].

Z obr.37 vyplývá, že největší amplituda průběhu zátěžného momentu je na třetím hlavním čepu.



Obr. 37 – Průběhy momentů na hlavních čepch

Pro výpočet míry bezpečnosti při únavovém namáhání hlavního čepu považujeme za nebezpečný průřez v místě vyústění otvoru pro rozvod mazacího oleje do ojnicích ložisek klikového hřídele. Vyústění otvoru, i když musí být pečlivě zpracováno, způsobuje vrubový účinek výrazně ovlivňující únavovou pevnost.

Obecně je maximální a minimální tangenciální napětí v i -tém hlavním čepu vyjádřena vztahem :

$$\tau_{\max} = \frac{M_{i,\max}}{W_{t,HC}} \quad [MPa] \quad (18)$$

$$\tau_{\min} = \frac{M_{i,\min}}{W_{t,HC}} \quad [MPa] \quad (19)$$

kde $W_{t,HC}$ je průřezový modul hlavního čepu

$$W_{t,HC} = \frac{\pi \cdot D_{HC}^3}{16} \cdot \left[1 - \left(\frac{d_{HC}}{D_{HC}} \right)^4 \right] \quad [m^3] \quad (20)$$

kde D_{HC} je vnější a d_{HC} vnitřní průměr hlavního čepu.

Míra bezpečnosti hlavního čepu je pak vyjádřena vztahem:

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{ck}^*}{\tau_a + \frac{\tau_{ck}^*}{\tau_{ck}} \cdot \psi_{\tau} \cdot \tau_m} \quad [-] \quad (21)$$

kde τ_m je střední napětí cyklu,

$$\tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2} \quad [MPa] \quad (22)$$

τ_a je amplituda napětí,

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} \quad [MPa] \quad (23)$$

a mez únavy v krutu součásti τ_{ck}^* se vypočítá podle vztahu:

$$\tau_{ck}^* = \tau_{ck} \cdot \frac{\epsilon_{\tau}}{K_{\tau}} \quad [MPa] \quad (24)$$

součinitel ε_τ k asymetrii cyklu ψ_τ je pak:

$$\varepsilon_\tau = \varepsilon_\tau' \cdot \varepsilon_\tau'' \quad [-] \quad (25)$$

V závislosti na mezi únavy materiálu R_m je součinitel ψ_τ uveden v tab. 5. Na základě zkušeností se volí součinitel koncentrace napětí $K_\tau = 2,5$, součinitel vlivu velikosti součásti $\varepsilon_\tau' = 0,6$ a součinitel vlivu povrchu $\varepsilon_\tau'' = 1$. Celková míra bezpečnosti hlavních čepů pro pístové motory by se měla pohybovat v rozmezí $n_\tau = 4 \div 5$ [11].

Tab. 5 - Součinitel asymetrie cyklu [11]

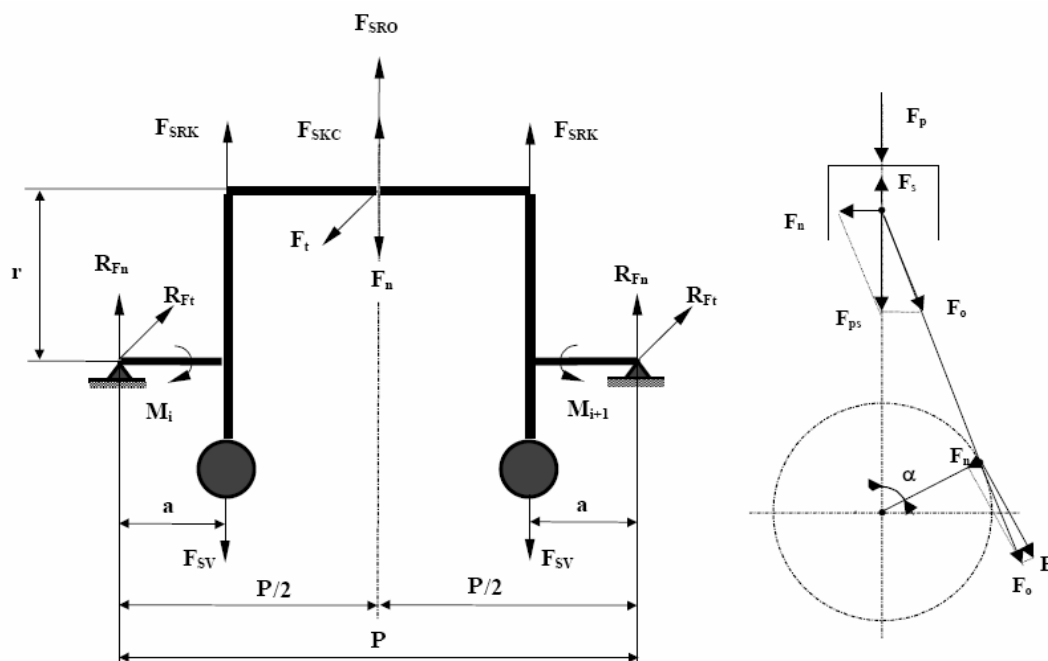
R_m [MPa]	350 - 550	550 - 750	750 - 1000	1000 - 1200	1200 - 1400
Ψ_σ [-] (ohyb/tlak)	0	0,05	0,1	0,2	0,25
Ψ_τ [-] (krut)	0	0	0,05	0,1	0,15

4.5.3. Kontrolní pevnostní výpočet ojnicního čepu

Pro tuto kapitolu bylo čerpáno z [1], [11].

Na rozdíl od předchozí kontroly hlavního čepu se u ojnicního počítá namáhání jak ohybem tak krutem. Maximální ohybové a kroutící momenty na čep však nepůsobí ve stejném časovém okamžiku. Výpočet se tedy provádí pro každé namáhání zvlášť a nakonec se z obou bezpečností určí výsledná celková míra bezpečnosti pro ojnicní čep.

Schéma (obr. 38) znázorňuje působení silových a momentových účinků v jednom zalomení klikového hřídele.



Obr. 38 – Silové a momentové účinky na jednom zalomení klikového hřídele [11]

Výsledný vnitřní silový účinek, moment M_{OZ} , namáhající ojnicí čep na ohyb v rovině zalomení, ve středním průřezu čepu (v ose válce) je možno stanovit z rovnice:

$$M_{OZ} = R_{Fn} \cdot \frac{1}{2} + (F_{SRK} - F_{SV}) \cdot \left(\frac{1}{2} - a \right) \quad [Nm] \quad (26)$$

Dále je důležité určit velikosti reakcí od normálových sil v rovině zalomení a tangenciálních sil, tedy v rovině kolmé k rovině zalomení.

$$R_{Fn} = \frac{F_n - (F_c - 2 \cdot F_{SV})}{2} \quad [N] \quad (27)$$

$$R_{Ft} = \frac{F_t}{2} \quad [N] \quad (28)$$

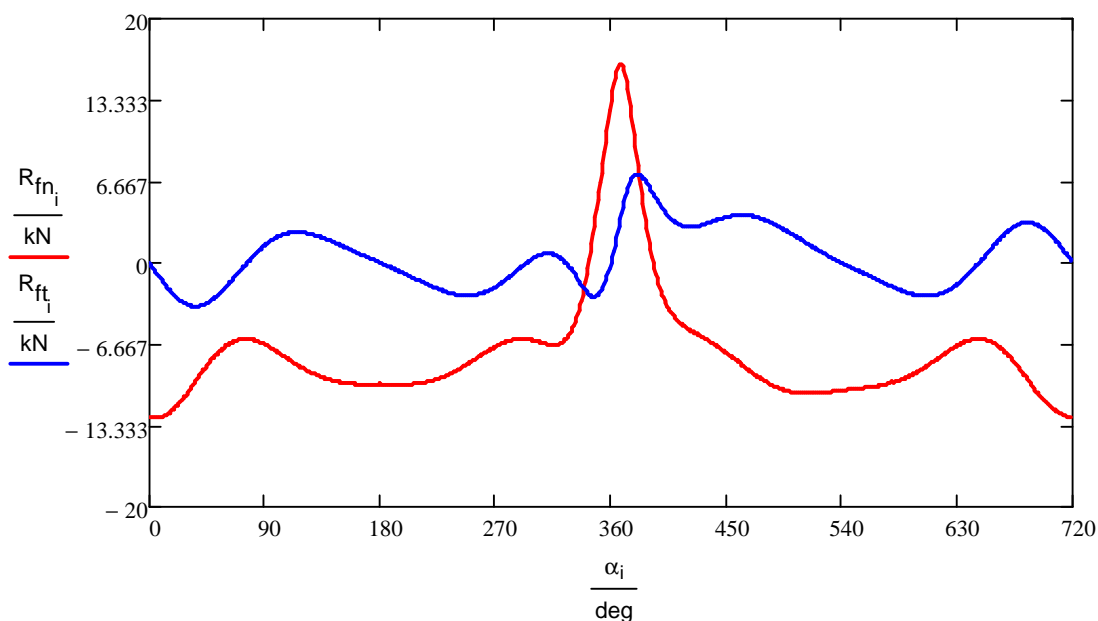
kde:

$$F_c = F_{SRO} + F_{SOC} + F_{SRK} \quad [N] \quad (29)$$

a kde:

- F_n [N] - normálová složka síly od tlaku plynů a setrvačných sil,
- F_t [N] - tangenciální složka síly od tlaku plynů a setrvačných sil,
- F_{SV} [N] - odstředivá síla vývažků v rovině zalomení,
- F_{SRO} [N] - odstředivá síla rotujících částí ojnice,
- F_{SOC} [N] - odstředivá síla ojnicího čepu,
- F_{SRK} [N] - odstředivá síla ramene kliky
- F_c [N] - celková odstředivá síla rotujících hmot.

Průběhy reakčních sil v závislosti na úhlu pootočení klikového hřídele jsou pro zajímavost uvedeny na obr. 39.



Obr. 39 – Průběhy reakcí v uložení

Moment M_{OT} , který namáhá ojnicní čep na ohyb v rovině kolmé na rovinu zalomení:

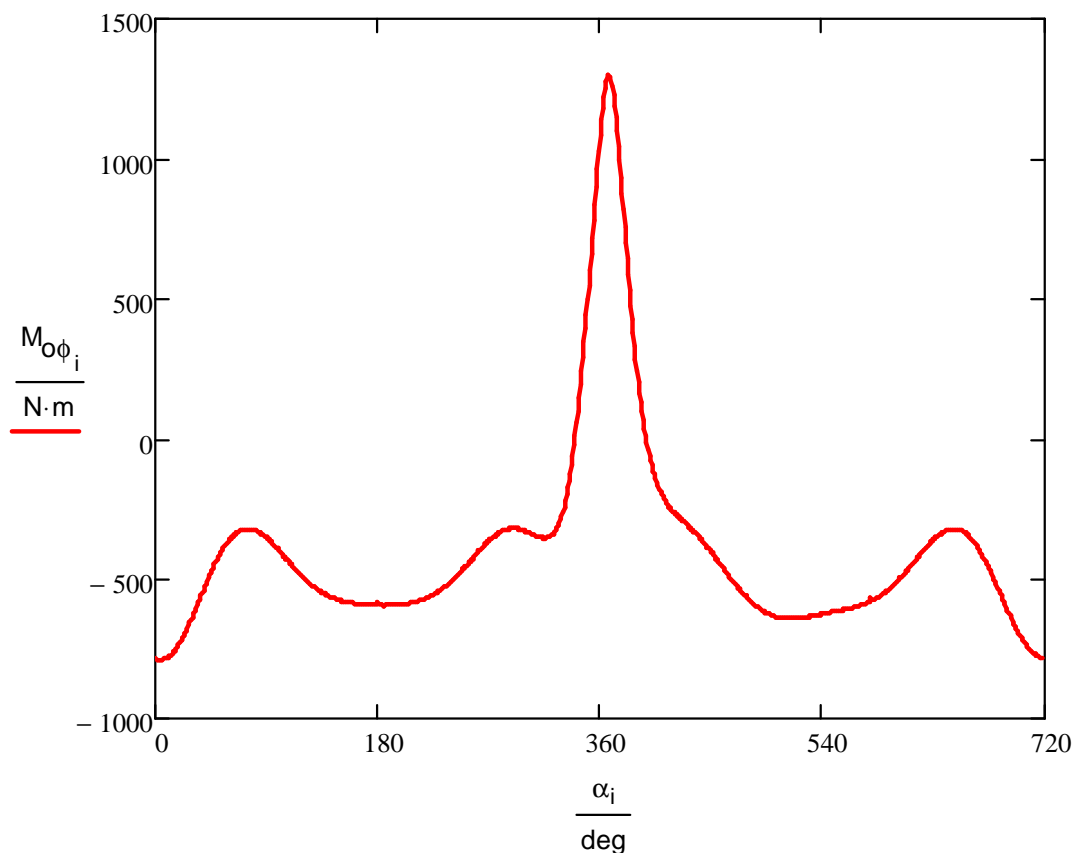
$$M_{OT} = \frac{1}{2} \cdot R_{Ft} \quad [Nm] \quad (30)$$

Nyní je již možné vypočítat celkový ohybový moment podle vzorce:

$$M_O = \sqrt{M_{OZ}^2 + M_{OT}^2} \quad [Nm] \quad (31)$$

Rovina, v níž M_O působí, se při otáčení klikového hřídele ve vztahu k souřadné soustavě pevně spojené s ojnicním čepem pootáčí. Protože k podstatnému zvýšení napětí dochází v důsledku koncentrace napětí na okraji mazacího otvoru, bude pro výpočet míry bezpečnosti rozhodující ohybový moment $M_{O\varphi}$ působící v rovině procházející mazacím otvorem. Tato rovina svírá s osou zalomení úhel φ . Průběh tohoto momentu je uveden na obr. 40 a jeho velikost určíme z rovnice:

$$M_{O\varphi} = M_{OZ} \cdot \cos \varphi + M_{OT} \cdot \sin \varphi \quad [Nm] \quad (32)$$



Obr. 40 – Průběh momentu $M_{O\varphi}$

Po stanovení extrémních hodnot průběhu momentu $M_{O\varphi}$, může být vypočítáno maximální a minimální ohybové napětí podle vzorců:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{o,\max}}{W_{\sigma,OC}} \quad [MPa] \quad (33)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{M_{o,\min}}{W_{\sigma,OC}} \quad [MPa] \quad (34)$$

kde $W_{\sigma,OC}$ je průřezový modul ojnicního čepu,

$$W_{\sigma,OC} = \frac{\pi \cdot D_{OC}^3}{32} \cdot \left[1 - \left(\frac{d_{OC}}{D_{OC}} \right)^4 \right] \quad [m^3] \quad (35)$$

kde D_{OC} je vnější a d_{OC} vnitřní průměr ojnicního čepu.

Míra bezpečnosti ojnicního čepu při namáhání ohybem je pak vyjádřena vztahem:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{oc}^*}{\sigma_a + \frac{\sigma_{oc}^*}{\sigma_{oc}} \cdot \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m} \quad [-] \quad (36)$$

kde σ_m je střední napětí cyklu,

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad [MPa] \quad (37)$$

σ_a je amplituda napětí,

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad [MPa] \quad (38)$$

a mez únavy v krutu součásti σ_{ck}^* se vypočítá podle vztahu:

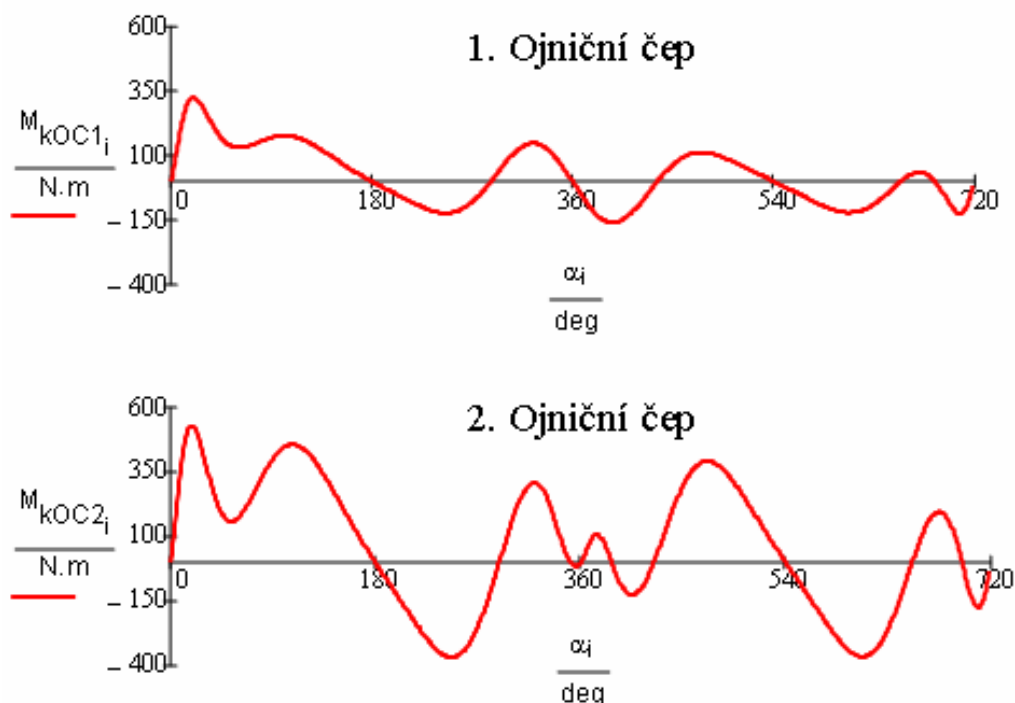
$$\sigma_{ck}^* = \sigma_{ck} \cdot \frac{\varepsilon_{\sigma}}{K_{\sigma}} \quad [MPa] \quad (39)$$

součinitel ε_{σ} k asymetrii cyklu ψ_{σ} je pak:

$$\varepsilon_{\sigma} = \varepsilon_{\sigma}' \cdot \varepsilon_{\sigma}'' \quad [-] \quad (40)$$

V závislosti na mezi únavy materiálu R_m je součinitel ψ_σ uveden v tab. 5. Na základě zkušeností se volí součinitel koncentrace napětí $K_\sigma = 1,2$, součinitel vlivu velikosti součásti $\varepsilon_\sigma' = 0,7$ a součinitel vlivu povrchu $\varepsilon_\sigma'' = 1$. Celková míra bezpečnosti ojničního čepu při namáhání ohybem by se měla pohybovat v rozmezí $n_\sigma = 2 \div 3$ [11].

Při pevnostní kontrole ojničního čepu na krut se postupuje podobně jako u hlavního čepu. Jako první krok se musí určit nejvíce namáhaný ojniční čep, k tomu soužijí obr. 41, který ukazuje průběhy kroutících momentů v závislosti na úhlu pootočení klikového hřídele. Je zřejmé, že více namáhaný je druhý ojniční čep. Extrémní hodnoty budou tedy určovány z jeho průběhu.



Obr. 41 – Průběhy kroutících momentů namáhajících ojniční čepy

Obecně je maximální a minimální smykové napětí v i -tém hlavním čepu vyjádřeno vztahem :

$$\tau_{\max} = \frac{M_{i,\max}}{W_{t,OC}} \quad [MPa] \quad (41)$$

$$\tau_{\min} = \frac{M_{i,\min}}{W_{t,OC}} \quad [MPa] \quad (42)$$

kde $W_{t,OC}$ je průřezový modul hlavního čepu

$$W_{t,OC} = \frac{\pi \cdot D_{OC}^3}{16} \cdot \left[1 - \left(\frac{d_{OC}}{D_{OC}} \right)^4 \right] \quad [m^3] \quad (43)$$

kde D_{OC} je vnější a d_{OC} vnitřní průměr hlavního čepu.

Z maximální a minimální hodnoty smykového napětí se pak určí střední hodnota podle (22) a amplituda podle (23). Nakonec se vypočítá i mez únavy součásti podle (24) s dosazením součinitelů $\psi_\tau = 0,1$ (viz tab.5), $K_\tau = 1,8$, $\varepsilon_\tau' = 0,6$ a $\varepsilon_\tau'' = 1$ [11]. Podle vztahu (21) se pak určí míra bezpečnosti ojnicního čepu při namáhání krutem.

Výsledná celková míra bezpečnosti ojnicního čepu při kombinovaném namáhání jak ohybem tak krutem, by měla být v rozmezí $n_{OC} = 2 \div 3$ a je vyjádřena vztahem:

$$n_{OC} = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \quad [-] \quad (44)$$

4.5.4. Kontrolní pevnostní výpočet ramene kliky

Ramena klikového hřídele jsou namáhána proměnnými silovými účinky, které v průběhu otáčení klikového hřídele mění svoji velikost a směr. Vzniká tak kombinované namáhání, které zatěžuje ramena klikového hřídele ohybem, tahem, tlakem a krutem. Vzhledem k únavovému charakteru zatížení se ramena kontrolují v místech přechodů čepů do ramene, tedy v místech, kde v důsledku koncentrace napětí dochází ke značnému zvýšení velikosti napětí [11].

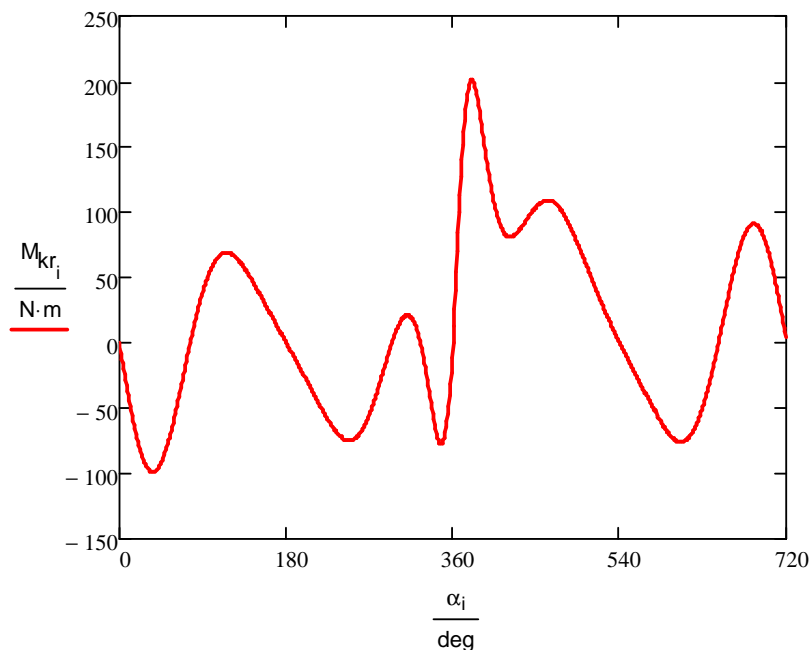
Jako první se kontroluje bezpečnost ramene při namáhání krutem. Z průběhu krouťícího momentu M_{kr} (obr. 42), který je vyvolán reakčními silami od tangenciálních sil R_{Ft} , se určí jeho extrémy.

$$M_{kr} = R_{Ft} \cdot a \quad [Nm] \quad (45)$$

Z maximální a minimální hodnoty krouťícího momentu se pak podle následujících vztahů určí extrémní hodnoty napětí v krutu.

$$\tau_{r,max} = \frac{M_{kr,i,max}}{W_{t,r}} \quad [MPa] \quad (46)$$

$$\tau_{r,min} = \frac{M_{kr,i,min}}{W_{t,r}} \quad [MPa] \quad (48)$$



Obr. 42 – Průběh kroutícího momentu namáhající rameno kliky

kde $W_{t,r}$ je průřezový modul ramene kliky

$$W_{t,r} = \mu \cdot b_r \cdot t_r^2 \quad [m^3] \quad (49)$$

kde μ je součinitel pro krut v nekrhovém průřezu a jeho hodnota se určí lineární interpolací z tab. 6, šířka ramene kliky v místě přechodu do ojnicního čepu je b_r a t_r je tloušťka ramene v řešeném průřezu.

Tab. 6 – Určení součinitele μ pro určení modulu průřezu v krutu

b_r / t_r	1	1,5	1,75	2	2,5	3	4	10	100
μ	0,208	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,312	0,333

Střední hodnota smykového napětí pak je

$$\tau_{r,m} = \frac{\tau_{r,max} + \tau_{r,min}}{2} \quad [MPa] \quad (50)$$

τ_a je amplituda napětí,

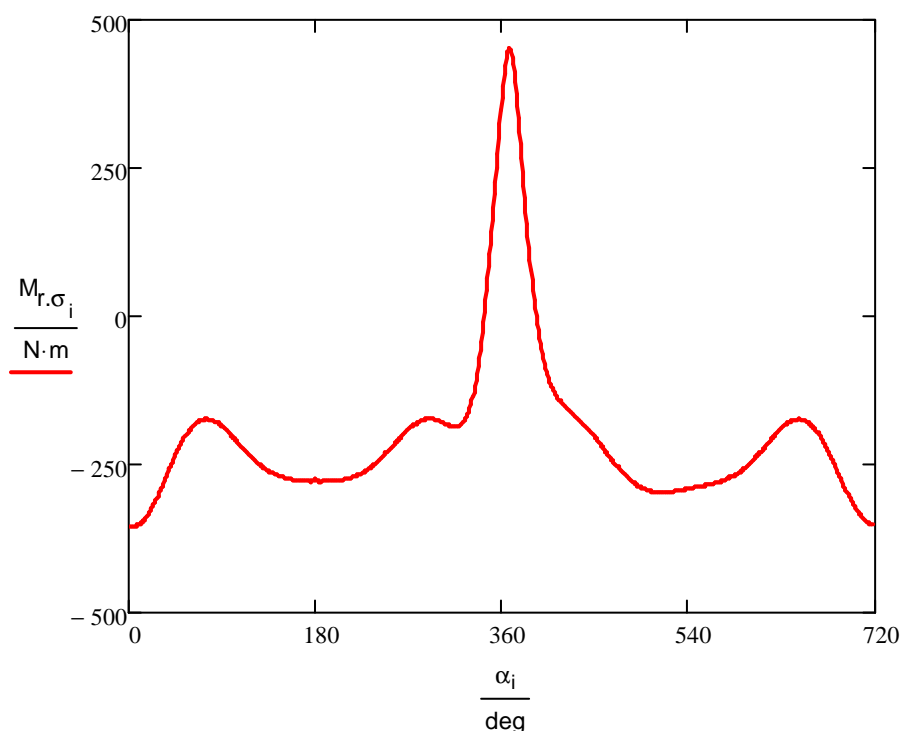
$$\tau_{r,a} = \frac{\tau_{r,max} - \tau_{r,min}}{2} \quad [MPa] \quad (51)$$

Po dosazení součinitelů $K_\tau = 2$, $\varepsilon_\tau' = 0,7$, $\varepsilon_\tau'' = 1$ a $\psi_\tau = 0,1$ (viz tab. 5), se může vypočítat míra bezpečnosti při namáhání krutem dle vztahu:

$$n_{r,\tau} = \frac{\tau_{r,ck}^*}{\tau_{r,a} + \frac{\tau_{r,ck}^*}{\tau_{ck}} \cdot \psi_\tau \cdot \tau_{r,m}} \quad [-] \quad (52)$$

Jak už bylo uvedeno výše je rameno namáháno kombinovaným napětím, nyní tedy musí následovat výpočet pevnostní kontroly na zbývající namáhání a to na ohyb a tah – tlak.

Ohybový moment $M_{r\sigma}$, působící v rovině kolmé na rovinu zalomení, je způsobován reakčními silami od sil normálových, které namáhají rameno i na tah – tlak. Stejně jako v předešlých případech určíme maximální a minimální ohybové napětí z extrémních hodnot ohybového momentu (obr. 43) a modulu průřezu ramene kliky pro ohyb.



Obr. 43 – Průběh ohybového momentu ramene kliky

$$\sigma_{r,\max} = \frac{M_{r\sigma,\max}}{W_{\sigma,r}} \quad [MPa] \quad (53)$$

$$\sigma_{r,\min} = \frac{M_{r\sigma,\min}}{W_{\sigma,r}} \quad [MPa] \quad (54)$$

kde $W_{\sigma,r}$ je průřezový modul ramene kliky v ohybu.

$$W_{\sigma,r} = \frac{b_r \cdot t_r^2}{6} \quad [m^3] \quad (55)$$

Opět se určí střední napětí cyklu $\sigma_{r,m}$ a amplituda napětí $\sigma_{r,a}$,

$$\sigma_{r,m} = \frac{\sigma_{r,\max} + \sigma_{r,\min}}{2} \quad [MPa] \quad (56)$$

$$\sigma_{r,a} = \frac{\sigma_{r,\max} - \sigma_{r,\min}}{2} \quad [MPa] \quad (57)$$

Po dosazení součinitelů $K_\sigma = 1,2$, $\varepsilon_\sigma' = 1,15$, $\varepsilon_\sigma'' = 1$ a $\psi_\sigma = 0,2$ (viz tab. 5), se může vypočítat míra bezpečnosti při namáhání krutem dle vztahu:

$$n_{r,\sigma} = \frac{\sigma_{r,oc}^*}{\sigma_{r,a} + \frac{\sigma_{r,oc}^*}{\sigma_{oc}} \cdot \psi_\sigma \cdot \sigma_{r,m}} \quad [-] \quad (58)$$

Nyní už může být stanovena celková míra bezpečnosti ramene kliky. Její hodnota by se měla opět pohybovat v rozmezí $n_r = 2 \div 3$.

$$n_r = \frac{n_{r,\sigma} \cdot n_{r,\tau}}{\sqrt{n_{r,\sigma}^2 + n_{r,\tau}^2}} \quad [-] \quad (59)$$

4.5.5. Výsledky kontrolních pevnostních výpočtů

Byla provedena kontrola nejvíce namáhaných částí klikového hřídele. Všechny výsledné hodnoty bezpečností ať už v ohybu, tahu – tlaku nebo v krutu jsou shrnuty v tab. 7 a je z nich zřejmé, že všechny jsou vyhovující, protože jsou v předepsaném rozmezí. I při ušetření hmotnosti na vyvážení byl zvolený klikový hřídel shledán vyhovujícím.

Tab. 7 – Výsledky pevnostní kontroly

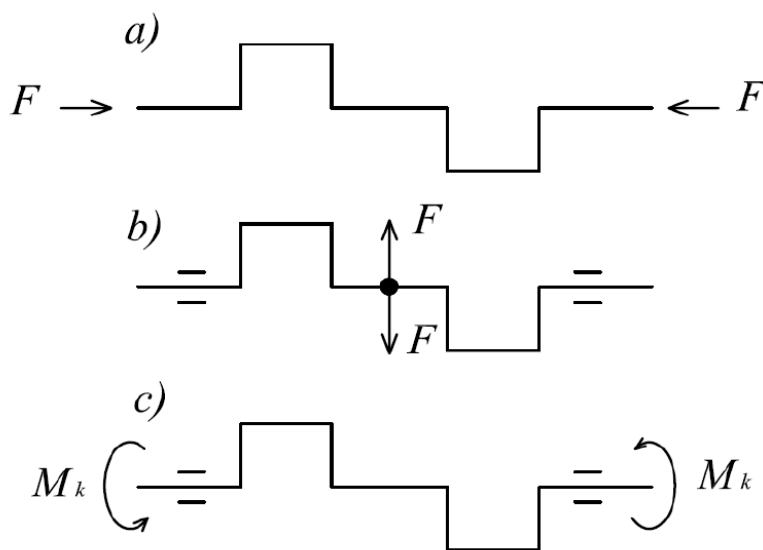
Hlavní čep	Ojniční čep			Rameno kliky		
n_τ	n_τ	n_σ	n	n_τ	n_σ	n
4,360	9,454	2,334	2,266	4,584	2,341	2,085

4.6. Torzní kmitání klikového hřídele

Zpracováno podle literatury [1], [17], [19] a [20].

Kmitání klikového hřídele bývá jednou z nejčastějších příčin jeho poruch. Z tohoto důvodu se vedle pevnostní kontroly provádí také výpočet na torzní kmitání. Mechanické kmitání je vyvoláváno a udržováno periodicky proměnnými silami, které působí na soustavu hmot s pružnou vazbou, tj. na soustavu schopnou kmitat. Takovou soustavou je i klikový mechanismus spalovacího motoru. U klikového hřídele dochází za provozu ke třem druhům kmitání (obr. 44) :

- Kmitání podélné – klikový hřídel se periodicky osově zkracuje nebo prodlužuje
- Kmitání ohybové – ohybová síla působí ve směru kolmém na osu klikového hřídele
- Kmitání torznímu – kroucení kolem osy klikového hřídele



Obr. 44 – Schéma druhů kmitání klikového hřídele [19]

- a) kmitání podélné
- b) kmitání ohybové
- c) kmitání torzní

Z praxe je známo, že nejnebezpečnějším druhem je kmitání torzní. Pro tento druh je typické rychle se měnící zkrucování klikového hřídele, které se superponuje na statická nakroucení vlivem tangenciálních sil na klikových čepech, jež se dále přes ramena klikového hřídele přenáší na hlavní čepy a způsobují nerovnoměrnou úhlovou rychlost klikového hřídele jako celku a tím vyvolají nerovnoměrnost chodu motoru. V případě, kdy frekvence sil budících kmitání souhlasí s vlastní frekvencí soustavy hmotností, dochází k rezonancím.

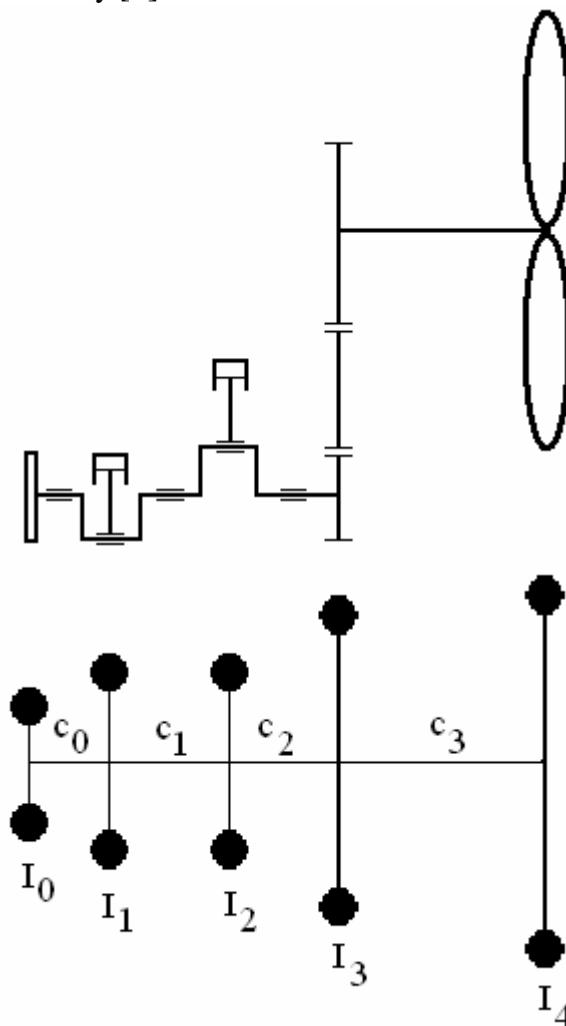
Příslušné kritické otáčky jsou zvláště nežádoucí u leteckých motorů, projevují se obvykle značným hlukem a chvěním motoru. Delší provoz při těchto otáčkách může vést až k únavovým lomům klikového hřídele. Torzní kmitání však nepůsobí jen na vlastní klikový hřídel, ale přenáší se přes spojovací členy i na přípojná hnaná zařízení, jako je převodovka, rozvodový mechanismus a ostatní části motoru. Praktický výpočet lze řešit přibližně, za určitých zjednodušujících podmínek. Zkušenosti však ukazují, že i takový výpočet je dostatečně přesný. Velká část výpočtových metod vychází z tzv. náhradní soustavy, která skutečnou kmitající torzní soustavu motoru idealizuje [19].

4.6.1. Náhradní torzní soustava klikového mechanismu

Současně s klikovým hřídelem kmitá také celé klikové ústrojí a další připojené hmoty, např. převodové ústrojí, vrtule, atd. Pro složitost takového mechanismu se k teoretickému výpočtu používá tzv. náhradní torzní soustava (obr. 45). Taková se skládá z daného počtu hmotných kotoučů, které rotují kolem nehmotného hřídele. Soustava je dynamicky rovnocenná s původním mechanismem, což znamená, že redukované hmotnosti kotoučů i vzdálenosti mezi nimi vycházejí z původního klikového mechanismu a z mechanismů k němu připojených.

Pro náhradní torzní soustavu platí několik zjednodušujících podmínek:

- hmotnosti jsou konstantní, nezávislé na čase
- délky jsou konstantní, nezávislé na čase
- hmoty klikového ústrojí jsou redukovány do os válců nebo rovnoměrně rozloženy podél klikového hřídele
- hřídel je nehmotný [1]



Obr. 45 – Náhradní torzní soustava motoru

4.6.1.1. Redukce hmot

Pro redukci hmot jednoho zalomení (vč. ojnice, píst, atd.) KH musí platit, že se soustřeďuje do jednoho kotouče, jehož moment setrvačnosti je konstantní a jeho velikost je dána stejnou kinetickou energií, jakou má právě jedno zalomení KH.

Jednotlivé redukované momenty setrvačnosti (viz. obr. 45) se pak vztahují k ose rotace nehmotného hřídele a jsou vypočteny podle následujících vztahů:

$$I_0 = I_{\bar{r}} + I_{kh\bar{r}} \quad [m^2 \cdot kg] \quad (60)$$

$$I_1 = I_2 = I_{zal} + I_r + I_p \quad [m^2 \cdot kg] \quad (61)$$

$$I_3 = I_{khp} + I_{k1} + I_{k2} \cdot u_{12}^{-2} + \frac{I_{k3} \cdot u_{cel}^{-2}}{2} \quad [m^2 \cdot kg] \quad (62)$$

$$I_4 = \frac{I_{vrt} \cdot u_{cel}^{-2}}{2} \quad [m^2 \cdot kg] \quad (63)$$

kde:

- $I_{\bar{r}}$ - moment setrvačnosti řemenice
- $I_{kh\bar{r}}$ - moment setrvačnosti konce KH na straně řemenice
- I_{zal} - moment setrvačnosti jednoho zalomení KH
- I_r - moment setrvačnosti rotujících hmot
- I_p - moment setrvačnosti posuvných hmot
- I_{khp} - moment setrvačnosti konce KH na straně převodů
- I_{k1} - moment setrvačnosti ozubeného kola 1 - na KH
- I_{k2} - moment setrvačnosti ozubeného kola 2 - vloženého
- I_{k3} - moment setrvačnosti ozubeného kola 3 - na hřídeli vrtule
- I_{vrt} - moment setrvačnosti vrtule
- u_{12} - převodový poměr mezi kolem 1 a 2
- u_{cel} - celkový převodový poměr od kola 1 až na vrtuli (kolo 3)

Moment setrvačnosti součástí byly buďto součástí zadání (ojnice, píst, pístní čep), nebo byly zjištěny z programu Autodesk Inventor, ve kterém byly vytvořeny jejich modely (řemenice, ozubená kola, klikový hřídel). Moment setrvačnosti zvolené vrtule „V 500A/1690 AIRCRAFT PROPELLER“ je uveden s ostatními parametry v tab. 8.

Převodové poměry ozubených kol reduktoru byly voleny tak, aby otáčky vrtule nepřesáhly jejich maximální dovolenou hodnotu (viz. tab. 8).

Výsledné redukované momenty setrvačnosti kotoučů náhradní torzní soustavy uvádí tab. 9.

Tab. 8 – Parametry vrtule V 500A/1690 AIRCRAFT PROPELLER [23]

Parametr	Hodnota parametru	Jednotka
Počet listů	2	[-]
Průměr vrtule (délka)	1690	[mm]
Maximální otáčky	2750	[min ⁻¹]
Maximální výkon	103	[kW]
Moment setrvačnosti	0,385	[m ² .kg]

4.6.1.2. Redukce délek

Při redukci délek musíme také splnit podmínku ekvivalence, proto klikový hřídel nahrazujeme redukovaným hřídelem, který musí mít stejnou pružnost jako skutečný hřídel, musí se tedy při působení určitého krouticího momentu zkroutit o stejný úhel jako hřídel skutečný. U klikového hřídele je redukce délek problematická, protože působením krouticího momentu se jednak zkrucují hlavní a ojnicní čepy, jednak se ohýbají a částečně i zkrucují ramena. [24]

Velikost redukovaných délek souvisí s rozměry redukovaných částí. Například pro redukovanou délku mezi kotouči 1 a 2 byl použit vzorec:

$$L_1 = L_j \cdot \frac{D_e^4}{D_j^4} + L_c \cdot \frac{D_e^4}{D_c^4} + 2 \cdot \frac{3}{8} \cdot \pi \cdot \frac{1}{2 \cdot (1 + \mu)} \cdot r \cdot \frac{D_e^4}{L_w \cdot B^3} \quad [mm] \quad (64)$$

kde L_j je délka hlavního čepu, L_c je délka ojnicního čepu, L_w je délka ramene kliky, D_c je průměr ojnicního čepu, D_j je průměr hlavního čepu, D_e je průměr teoretického hřídele, μ je Poissonova konstanta, r je poloměr zalomení a B je šířka ramene kliky. Ostatní redukované délky řešených součástí se určí obdobným způsobem jako délka L_1 .

4.6.1.3. Výpočet torzních tuhostí

Všechny redukované délky se počítají z jednoho hlavního důvodu, a to z nutnosti dosazení do vztahů k výpočtu torzních tuhostí imaginárního hřídele, mezi jednotlivými kotouči:

$$C_i = \frac{G \cdot I_p}{L_{i,red}} \quad [Nm \cdot rad^{-1}] \quad (65)$$

kde G je modul pružnosti ve smyku, I_p je polární moment průřezu imaginárního hřídele a $L_{i,red}$ je redukovaná příslušná délka k tuhosti C_i .

$$I_p = \frac{\pi \cdot D_e^4}{32} \quad [m^4] \quad (66)$$

Všechny výsledné tuhosti uvádí tab.10.

4.6.2. Vlastní torzní kmitání

Vlastní torzní kmitání je pohyb, který je vyvolán vnějším impulsem, ale děje se bez jeho dalšího působení. Kdyby neexistovaly ztráty, udržovalo by se toto kmitání nekonečně dlouho. Vždy ale působí pasivní odpory, které pohltí jeho energii, takže po určité době kmitání zanikne.

Vlastní kmitání soustavy je dáno velikostí redukovaných momentů setrvačnosti a redukovaných délek. Kmitání má určitou frekvenci a různou velikost amplitudy v různých místech soustavy. Nejdůležitější je znát frekvenci kmitání, protože kdyby se při určitých otáčkách motoru shodovala frekvence sil působících v klikovém mechanismu s frekvencí vlastního kmitání, došlo by k rezonanci [24]

Počet vlastních frekvencí je o jednu menší, než je počet hmot v soustavě. V praxi vystačíme se znalostí prvních dvou vlastních frekvencí, protože ostatní obvykle leží mimo provozní otáčky motoru [24].

Vlastní tuhosti se určují jako kořeny frekvenční rovnice:

$$\det(\mathbf{C} - \Omega^2 \cdot \mathbf{M}) = 0 \quad (67)$$

kde \mathbf{C} je matice tuhosti

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_0 & -C_0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_0 & C_0 + C_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & -C_1 & C_1 + C_2 & -C_2 & 0 \\ 0 & 0 & -C_2 & C_2 + C_3 & -C_3 \\ 0 & 0 & 0 & -C_3 & C_3 \end{pmatrix} \quad (68)$$

a \mathbf{M} je matice hmotnosti

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} I_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_4 \end{pmatrix} \quad (69)$$

Určení vlastních frekvencí jako kořenů z rovnice (67) však nepřichází v úvahu u soustav s větším počtem stupňů volnosti kvůli velkému počtu potřebných operací. Výpočet vlastních frekvencí lze upravit tak, že rovnici

$$(\mathbf{C} - \Omega^2 \cdot \mathbf{M}) \cdot \mathbf{a} = 0 \quad (70)$$

vynásobíme zleva maticí \mathbf{M}^{-1} a tím získáme tvar

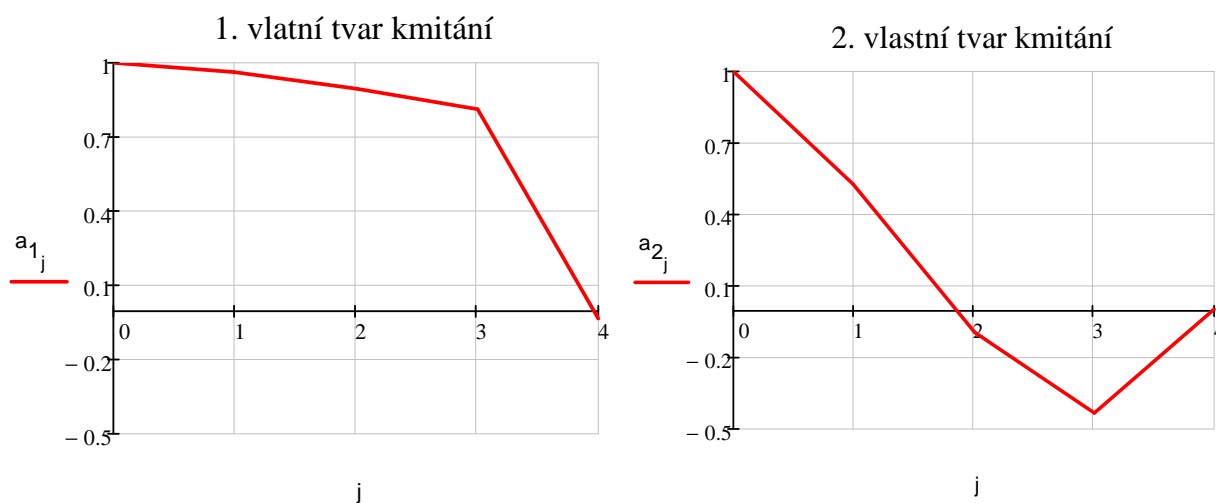
$$(\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{C} - \Omega^2 \cdot \mathbf{I}) \cdot \mathbf{a} = 0 \quad (71)$$

který lze porovnat se zápisem tzv. problému vlastních čísel

$$(\mathbf{A} - \lambda \cdot \mathbf{I}) \cdot \mathbf{x} = 0 \quad (72)$$

kde \mathbf{A} je modální čtvercová matice, λ je vlastní číslo, \mathbf{I} je jednotková matice a \mathbf{x} je vlastní vektor. Z tohoto porovnání je zřejmé, že kořeny Ω^2 rovnice (71) jsou vlastní čísla matice $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}$.

Vlastní frekvence dynamické soustavy jsou potom rovny druhým odmocninám vlastních čísel matice $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}$. Vlastní tvary kmitání (obr. 46) jsou tedy dány vlastními vektory této matice.



Obr. 46 – První a druhý vlastní tvar kmitání

Z úhlové rychlosti se nakonec určí vlastní frekvence otáček pomocí vzorce

$$N = \frac{\Omega}{2 \cdot \pi} \quad [\text{Hz}] \quad (73)$$

Výsledné vlastní frekvence otáček pro první a druhý tvar kmitání uvádí tab. 11.

Tab. 9 – Výsledné redukované momenty setrvačnosti

I_0 [$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot 10^{-3}$]	I_1 [$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot 10^{-3}$]	I_2 [$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot 10^{-3}$]	I_3 [$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot 10^{-3}$]	I_4 [$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot 10^{-3}$]
1,403	5,035	5,035	13,477	534,722

Tab. 10 – Výsledné redukované tuhosti

C_0 [$\text{Nm} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot 10^5$]	C_1 [$\text{Nm} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot 10^5$]	C_2 [$\text{Nm} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot 10^5$]	C_3 [$\text{Nm} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot 10^5$]
2,627	5,749	9,426	7,751

Tab. 11 – Výsledné vlastní frekvence otáček

N_1 [Hz]	N_2 [Hz]
282,996	1394,877

4.6.3. Vynucené torzní kmitání

Vlastní torzní kmitání vymizí po krátkém čase vlivem tlumicích odporů, takže samo o obě není nebezpečné. Periodicky proměnný krouticí moment na jednotlivých klikách způsobí však vynucené kmitání klikového hřídele, které může být nebezpečné pro jeho pevnost [24].

4.6.3.1. Harmonická analýza budícího momentu

Budícím momentem torzního kmitání klikového hřídele je krouticí moment působící na jednotlivých klikách. Protože průběh krouticího momentu v závislosti na natočení klikového hřídele je periodickou funkcí, dá se vyjádřit Fourierovou řadou, tzn. rozložit na harmonické složky. Je to nekonečné množství sinusoid s různou frekvencí a amplitudou, jejichž součet dává průběh budícího momentu.

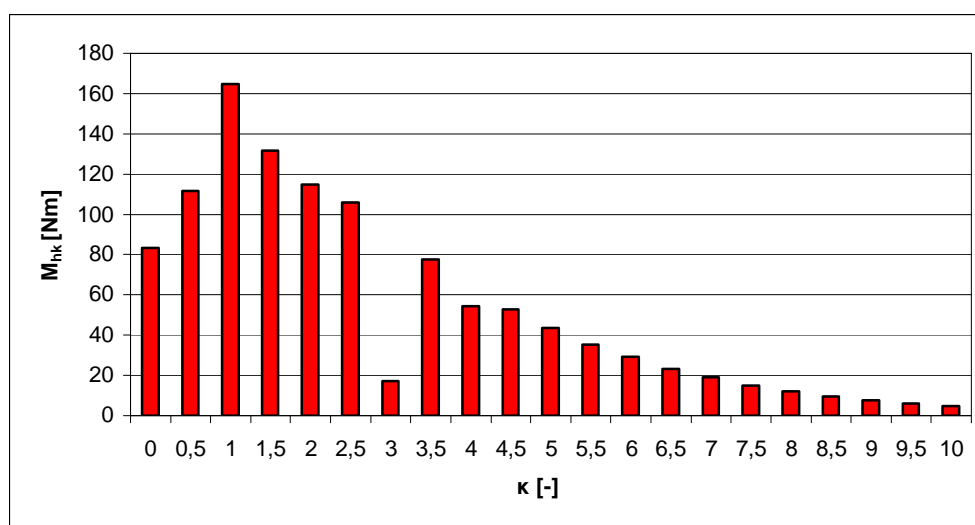
Harmonická analýza krouticího momentu, tedy jeho rozklad na harmonické složky se v oboru komplexních čísel provádí podle tohoto vzorce:

$$h_k = \frac{2}{n_p} \cdot \sum_{j=0}^{n_p-1} \left[M_j \cdot e^{i \left(k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{j}{n_p} \right)} \right] \quad [Nm] \quad (74)$$

kde h_k je amplituda momentu příslušející harmonické složce k , n_p je počet diskretních vzorků průběhu točivého momentu, M_j je diskretní hodnota točivého momentu vzorku j a i je imaginární jednotka.

Pro čtyřdobý motor, u kterého je perioda krouticího momentu rovna dvěma otáčkám klikového hřídele jsou harmonické složky ekvivalentní dvěma otáčkám klikového hřídele. Podle toho, kolik period má určitá harmonická složka během jedné otáčky klikového hřídele, rozeznáváme její řád κ . Řády harmonických složek jsou celočíselnými násobky jedné poloviny [24].

$$\kappa = \frac{k}{2} \quad [-] \quad (75)$$



Obr. 47 – Harmonická analýza točivého momentu

4.6.3.2. Kritické otáčky motoru

Každá z harmonických složek vzbuzuje nezávisle na ostatních složkách vynucená kmitání klikového hřídele ve stejné frekvenci jakou má tato složka. Tedy při otáčkách motoru n je frekvence vynuceného kmitání n . Bude-li tato frekvence vynuceného kmitání souhlasit s frekvencí vlastních torzních kmitů N , nastane rezonance. Tedy k rezonanci dojde když:

$$\kappa \cdot \frac{n}{60} = N \quad [\text{Hz}] \quad (76)$$

Kritické otáčky odvozené z této rovnice tedy budou:

$$n_{kr} = \frac{N \cdot 60}{\kappa} \quad [\text{min}^{-1}] \quad (77)$$

Ne všechny rezonanční otáčky jsou však nebezpečné, protože velikost rezonančních výchylek závisí na řádu harmonické složky a na vydatnosti rezonance. Pracovní rozsah otáček motoru se má pohybovat mezi 800 až 5000 min^{-1} . V tab. 12 jsou tedy tyto otáčky a k nim příslušné řády vyznačeny.

Tab. 12 – Kritické rezonanční otáčky

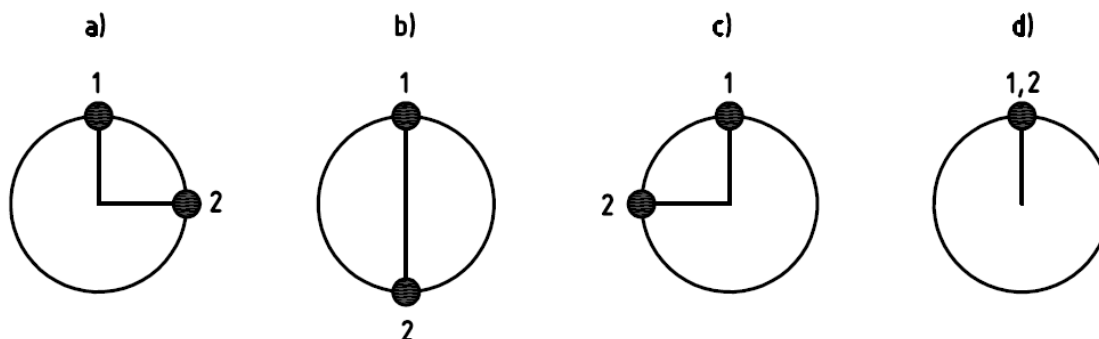
κ	n_{1kr}	n_{2kr}
[-]	$[\text{min}^{-1}]$	$[\text{min}^{-1}]$
0,5	33960	167385
1	16980	83693
1,5	11320	55795
2	8490	41846
2,5	6792	33477
3	5660	27898
3,5	4851	23912
4	4245	20923
4,5	3773	18598
5	3396	16739
5,5	3087	15217
6	2830	13949
6,5	2612	12876
7	2426	11956
7,5	2264	11159
8	2122	10462
8,5	1998	9846
9	1887	9299
9,5	1787	8810
10	1698	8369

Pro navržený klikový hřídel připadají v úvahu tedy kritické otáčky pouze od první frekvence a to od řádu harmonické složky $\kappa = 3,5$.

4.6.3.3. Vydátnost rezonancí

Pro rezonanční stav platí, že tvar výkmitu je přibližně stejný jako tvar vlastního kmitání. Rezananční výchylky jednotlivých hmot náhradní torzní soustavy se určí z podmínky, že práce harmonických složek budících momentů na jednotlivých zalomeních se rovná práci tlumících momentů. Pro usnadnění součtu kmitavých prací lze vektory budících momentů zaměnit za vektory torzních výchylek a_i . [1], [18].

K zjištění vydátnosti rezonancí jednotlivých harmonických složek se používá tzv. směrových hvězdic vektorů a_i . Tyto hvězdice ukazují pouze směr vektoru a_i , nikoliv jeho velikost. Úhel rozestupu jednotlivých zalomení na hvězdici je dán úhlem rozestupů zážehů, který je vynásobený řádem harmonické složky. Tedy u řádu $\kappa = 0,5$ je úhel rozestupu poloviční a u řádu $\kappa = 2$ je dvojnásobný (viz obr. 48).



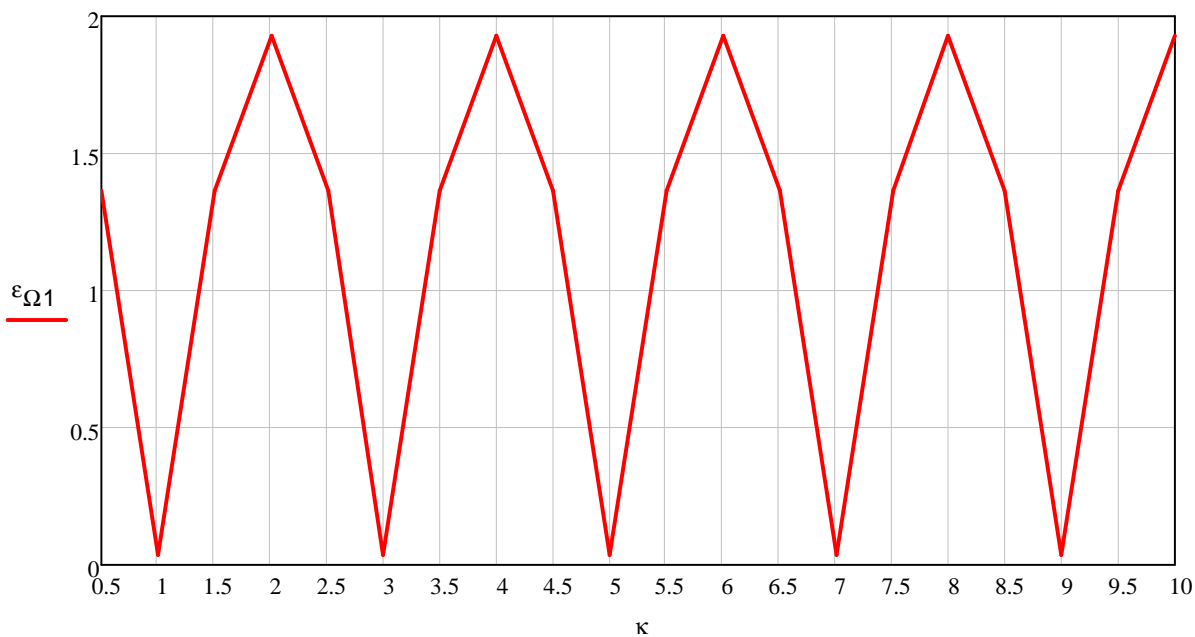
Obr. 48 – Směrové hvězdice vektorů a_i
 a) pro $\kappa = 0,5; 2,5; 4,5; 6,5; 8,5$
 b) pro $\kappa = 1; 3; 5; 7; 9$
 c) pro $\kappa = 1,5; 3,5; 5,5; 7,5; 9,5$
 d) pro $\kappa = 2; 4; 6; 8; 10$

Pro vybranou variantu KH vycházejí 4 směrové hvězdice, protože se pro jednotlivé řády harmonických složek dále opakují. Podle směrových hvězdic se vektorově sečtou jednotlivé vektory poměrných výchylek a získají se tak vydátnosti rezonancí pro jednotlivé řády harmonické složky (78).

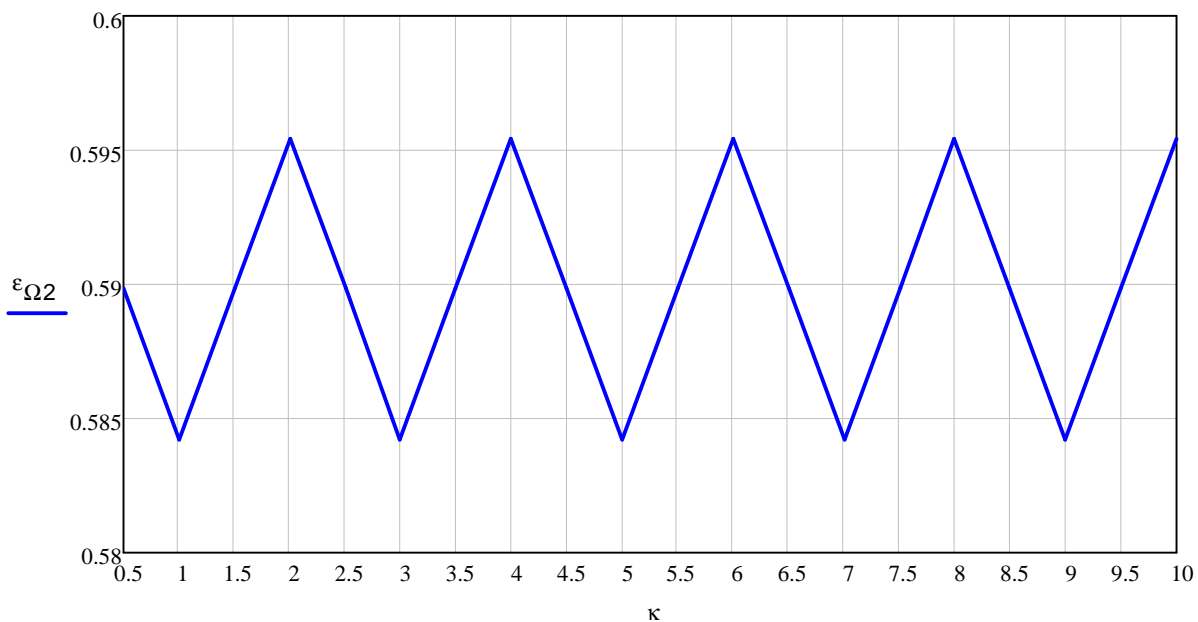
$$\varepsilon_{\kappa} = \sqrt{\left[\sum_i (a_i \cdot \sin \delta_i) \right]^2 + \left[\sum_i (a_i \cdot \cos \delta_i) \right]^2} \quad [-] \quad (78)$$

kde δ_i je příslušný úhel mezi jednotlivými zalomeními získaný ze směrových hvězdic, např. pro řád $\kappa = 0,5$ bude $\delta_i = 90^\circ$, atd.

Výpočet vydátnosti rezonancí se analogicky provádí i pro druhou vlastní frekvenci.



Obr. 49 – Průběh vydatnosti rezonancí pro první vlastní frekvenci



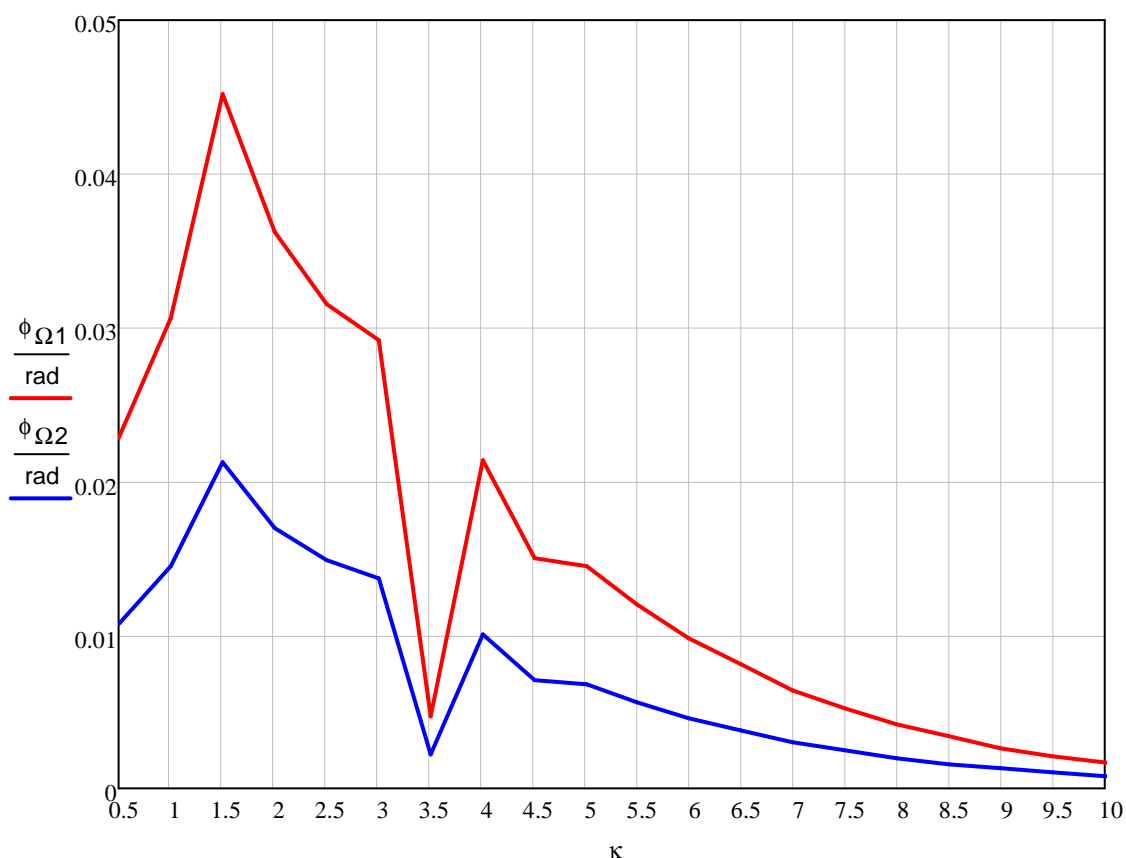
Obr. 50 – Průběh vydatnosti rezonancí pro druhou vlastní frekvenci

4.6.3.4. Torzní výchylky v rezonanci

Velikost torzních výchylek v rezonanci je dána velikostí tlumicích odporů. Dále se předpokládá, že tvar torzních výchylek v rezonanci je shodný s tvary torzního kmitání a že jsou tlumeny pouze hmoty klikového hřídele. Tlumící odpory se skládají zejména z pasivních odporů způsobených třením a z vnitřního útlumu materiálu. Velikost tlumicích odporů se proto nedá přesně spočítat. Obvykle se odhadne podle naměřených hodnot motorů podobného provedení a je možno ji zpřesnit měřením na prototypu. pro tento výpočet byla hodnota tlumení tedy odhadnuta na $\zeta = 1,5 \text{ Nm}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$. Amplituda torzních kmitů volného konce klikového hřídele pro první vlastní frekvenci se potom spočte podle vztahu:

$$\Phi_{\Omega i} = \frac{M_{hi} \cdot \varepsilon_{\kappa}}{\Omega \cdot \zeta \cdot \left[\sum_i (a_{1_i})^2 \right]} \quad [\text{rad}] \quad (79)$$

kde M_{hi} je kroutící moment pro jednotlivé složky harmonických složek κ . Stejným způsobem se provede výpočet pro druhou vlastní frekvenci.



Obr. 51 - Průběhy torzních výchylek pro první a druhou vlastní frekvenci

Tab. 13 – Výsledné hodnoty torzních výchylek pro první a druhou vlastní frekvenci

κ [-]	$\Phi_{\Omega 1}$ [rad·10 ⁻³]	$\Phi_{\Omega 2}$ [rad·10 ⁻³]	κ [-]	$\Phi_{\Omega 1}$ [rad·10 ⁻³]	$\Phi_{\Omega 2}$ [rad·10 ⁻³]
0,5	22,847	10,734	5,5	11,985	5,630
1	30,646	14,398	6	9,711	4,562
1,5	45,242	21,255	6,5	8,027	3,771
2	36,150	16,984	7	6,330	2,974
2,5	31,549	14,822	7,5	5,222	2,453
3	29,102	13,673	8	4,108	1,930
3,5	4,733	2,224	8,5	3,350	1,574
4	21,310	10,011	9	2,642	1,241
4,5	14,954	7,025	9,5	2,118	0,995
5	14,489	6,807	10	1,653	0,776

Z výsledných hodnot torzních výchylek (tab. 13) je jasné, že maximální hodnotou je $\Phi_{\Omega 1(\kappa=1,5)} = 45,242$ [rad·10⁻³], tato hodnota se však nachází mimo rozsah kritických otáček, proto je nutné použít pro další výpočet maximální hodnotu v tomto rozmezí, a to $\Phi_{\Omega 1(\kappa=4)} = 21,310$ [rad·10⁻³].

4.6.3.5. Přídavné torzní napětí v rezonanci

Torzní vibrace namáhají klikový hřídel střídavě v krutu, to největší napětí v krutu působí v místě největšího poměrného nakroucení hřídele. Poměně nakroucení dosahuje největší hodnoty v uzlu kmitání, což je místo kdy výkmitová čára překročí nulovou hranici (viz obr. 46). Namáhání klikového hřídele torzními kmity je mnohdy rozhodující pro posouzení bezpečnosti provozu motoru, neboť bývá mnohonásobně vyšší než namáhání od tlaku plynů a setrvačných sil a je často příčinou únavového lomu klikového hřídele. Nebezpečným místem je ojnicní čep, zejména v místě vyústění mazacího otvoru a v přechodu do ramene, kde jsou významné vrubové účinky.

Krouticí moment, který je způsobený torzním kmitáním lze vyjádřit vztahem:

$$M_i = \Phi_i \cdot \Delta a_{i,i+1} \cdot C_{i,i+1} \quad [Nm] \quad (80)$$

kde

$$\Delta a_{i,i+1} = a_i - a_{i+1} \quad [-] \quad (81)$$

je relativní poměrné zkroucení klikového hřídele v místě uzlu kmitání.

Jak už bylo řečeno, kritické otáčky vyšli pouze pro první vlastní frekvenci. Z toho vyplývá, že přídavné torzní napětí bude počítáno pouze pro první frekvenci a v tom případě musí být brán v potaz pouze její průběh výkmitu. U tohoto grafu však vychází uzel na úseku mezi

kotouči 3 a 4, což je hřídel reduktoru a ne klikový hřídel. Pro výpočet torzního napětí na klikovém hřídeli byla tedy vybrána část s největším torzním kroučícím momentem, tedy část, kde je největší torzní napětí. Jedná se o poslední zalomení před ozubeným převodem.

Torzní napětí v tomto úseku má velikost:

$$\tau_{p,oc} = \frac{M_i}{W_{\tau,oc}} \quad [MPa] \quad (82)$$

kde $W_{\tau,oc}$ je modul průřezu ojnicního čepu a je vypočítán ve vzorci (43).

Přídavné torzní napětí má hodnotu $\tau_{p,oc} = 30,543 \quad [MPa]$ pro první vlastní frekvenci, harmonickou složku $\kappa = 4$ a kritické otáčky klikového hřídele $n_k = 4245 \quad [\text{min}^{-1}]$. Maximální torzní napětí pro vznětové motory, které se přípouští má hodnotu $\tau_{p,oc} = 30 \div 40 \quad [MPa]$ (viz [1]). Vypočítané torzní napětí tedy nepřekračuje toto rozmezí a není nutné uvažovat žádné tlumiče torzních kmitů.

5. Závěr

Na letecké motory jsou kladeny vysoké nároky z hlediska co nejmenší hmotnosti, zástavbového prostoru a malých vibrací. Pokud bude vyhověno jednomu z nich může to znamenat, že nebude splněn druhý. Mělo by se tedy vybrat funkční ale zároveň co nejjednodušší a tím pádem i nejlevnější konstrukční řešení, protože finanční stránka věci je v dnešní době jedním z hlavních nároků na jakoukoliv výrobu.

Diplomová práce pojednává o kompletním návrhu klikového hřídele leteckého vznětového motoru. Jedná se o motor dvouválcový s protiběžnými písty, jehož základní rozměry a parametry byly součástí zadání.

Základní návrh byl proveden s ohledem na zadané parametry ve formě několika modelů v programu Autodesk Inventor, ze kterých se po konzultaci s vedoucím diplomové práce vybrala konečná verze. Na tu se pak navázalo a byly provedeny další výpočty, jako je návrh vyvážení, pevnostní kontrola a kontrola na torzní kmitání.

Při výpočtu vyvažování byly spočítány celkem čtyři druhy. Jelikož se jedná o motor s protiběžnými písty, jsou v něm tedy dva klikové hřídele. Silové a momentové zatížení muselo být bráno v potaz tedy na oba hřídele najednou, aby bylo jasné jak se motor jako celek bude chovat. Aby byla zajištěna co nejjednodušší a nejlevnější výroba odlitku byla vybrána varianta, která má symetricky odlité vývažky a je tedy použitelná pro oba klikové hřídele. Nechtěné vývažky budou pak při následném opracování jednoduše odstraněny tak, že z odlitku vznikne buďto levý nebo pravý částečně vyvážený klikový hřídel.

Celková bezpečnostní kontrola klikového hřídele se dělila na dvě hlavní části a to z hlediska pevnosti a z hlediska torzního kmitání. Při pevnostní kontrole se výpočet řídil postupy v uvedené literatuře a bylo zjištěno, že všechny kontrolované části vyhovují předepsaným doporučeným hodnotám bezpečnosti.

Při kontrole na torzní kmitání bylo zjištěno, že torzní zatížení bude způsobovat kritické otáčky pouze v oblasti první vlastní frekvence. Dále že vrtule motoru působí jako velký setrvačnický a má značný vliv na průběh vlastního kmitání. Uzel první vlastní frekvence kmitů byl tímto vlivem posunut až mimo klikový hřídel. Z tohoto důvodu byl pro kontrolu zvolen průřez klikového hřídele v místě největšího torzního zatížení. I v tomto výpočtu zvolená varianta klikového hřídele splnila míru bezpečnosti.

Seznam použitých symbolů

A	%	tažnost
A	-	čtvercová matice
<i>a</i>	-	poměrná torzní výchylka
a	m·sec ⁻²	zrychlení posuvných částí
<i>o_k</i>	mm	vzdálenost od středu hlavního ložiska po střed ramene
<i>o_k</i>	mm	délka ramene momentu odstředivých sil
<i>b_r</i>	mm	šířka ramene kliky
C	-	matice tuhosti
<i>E_n</i>	Nm·rad ⁻¹	torzní tuhost
<i>D_{HC}</i>	mm	vnější průměr hlavního čepu
<i>d_{HC}</i>	mm	vnitřní průměr hlavního čepu
<i>D_{OC}</i>	mm	vnější průměr ojnicního čepu
<i>d_{OC}</i>	mm	vnitřní průměr ojnicního čepu
<i>F_{red}</i>	mm	redukovaný průměr klikového hřídele
<i>a_{p.}</i>	mm	roztečný průměr šroubů vrtule
<i>E</i>	MPa	modul pružnosti v tahu
<i>F_c</i>	N	celková odstředivá síla rotujících hmotností
<i>F_p</i>	N	síla od tlaku plynů
<i>F_p</i>	N	setrvačná síla posuvných částí
<i>A_{PI}</i>	N	setrvačná síla posuvných částí I. řádu
<i>F_{PII}</i>	N	setrvačná síla posuvných částí II. řádu
<i>F_n</i>	N	normálová síla od tlaku plynů a setrvačných sil
<i>F_r</i>	N	setrvačná síla rotačních částí
<i>F_{SOC}</i>	N	odstředivá síla ojnicního čepu
<i>F_{SRK}</i>	N	odstředivá síla ramene kliky
<i>F_{SRO}</i>	N	odstředivá síla rotujících částí ojnice
<i>F_{SV}</i>	N	odstředivá síla vývažku
<i>F_t</i>	N	tangenciální síla od tlaku plynů
<i>G</i>	MPa	modul pružnosti ve smyku
<i>h</i>	mm	rozteč válců
<i>a_r</i>	mm	tloušťka ramene kliky v řešeném průřezu
<i>h_k</i>	Nm	amplituda harmonické složky točivého momentu
I	-	jednotková matice
<i>I_p</i>	m ⁴	polární moment setrvačnosti
<i>E_{pos}</i>	kg·m ²	moment setrvačnosti posuvných částí
<i>F_{red}</i>	kg·m ²	redukovaný moment setrvačnosti
<i>I_f</i>	kg·m ²	moment setrvačnosti řemenice
<i>I_{khř}</i>	kg·m ²	moment setrvačnosti konce klikového hřídele na straně řemenice

I_r	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	moment setrvačnosti rotujících hmot
I_p	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	moment setrvačnosti posuvných hmot
I_{khp}	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	moment setrvačnosti konce KH na straně převodů
I_{k1}	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	moment setrvačnosti ozubeného kola 1 - na KH
I_{k2}	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	moment setrvačnosti ozubeného kola 2 - vloženého
I_{k3}	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	moment setrvačnosti ozubeného kola 3 - na hřídeli vrtule
I_{vrt}	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	moment setrvačnosti vrtule
I_{zal}	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$	moment setrvačnosti zalomení klikového hřídele
k	-	dvojnásobek řádu harmonické složky
K_B	-	součinitel koncentrace napětí v ohybu
K_B	-	součinitel koncentrace napětí v krutu
L	mm	redukované délky
l_{ic}	mm	délka hlavního čepu
$d_{oc.}$	mm	délka ojničního čepu
$a_p.$	mm	délka příruby vrtule
F_{red}	mm	redukovaná délka zalomení klikového hřídele
F_{red_DEM}	mm	redukovaná délka na straně řemenice
F_{red_vrt}	mm	redukovaná délka na straně vrtule
\mathbf{M}	-	matice hmotnosti
M	Nm	kroučící moment způsobený torzním kmitáním
M_{ima}	Nm	maximální hodnota kroučícího momentu na i-tém hlavním čepu
M_{imin}	Nm	minimální hodnota kroučícího momentu na i-tém hlavním čepu
M_{PI}	Nm	moment odstředivých sil posuvných částí I. řádu
M_{PII}	Nm	moment odstředivých sil posuvných částí II. řádu
M_i	Nm	kroučící moment od torzním kmitů
M_k	Nm	točivý moment
M_{kHCmax}	Nm	kroučící moment na nejvíce zatíženém hlavním čepu
M_{kOCmax}	Nm	kroučící moment na nejvíce zatíženém ojničním čepu
M_{kR}	Nm	kroučící moment namáhající rameno
M_o	Nm	celkový ohybový moment
M_{oR}	Nm	ohybový moment namáhající rameno
M_{ot}	Nm	ohybový moment v rovině kolmé na rovinu zalomení
M_{oz}	Nm	ohybový moment v rovině zalomení
$M_{o\phi}$	Nm	ohybový moment v rovině mazacího otvoru
$M_{o\phi max}$	Nm	maximální ohybový moment v rovině mazacího otvoru
$M_{o\phi min}$	Nm	minimální ohybový moment v rovině mazacího otvoru
m_p	kg	hmotnost posuvných částí
m_c	kg	hmotnost rotujících částí
m_v	kg	hmotnost vývažků
M_r	Nm	moment odstředivých sil rotačních částí
n	-	míra bezpečnosti

N	Hz	vlastní frekvence otáček
n_{kr}	min^{-1}	kritické otáčky
n_{σ}	-	míra bezpečnosti v ohybu
n_{τ}	-	míra bezpečnosti v krutu
r	mm	poloměr kliky
R_{Fn}	N	reakční síla na normálovou sílu
R_{Ft}	N	reakční síla na tangenciální sílu
R_m	MPa	mez pevnosti v tahu
$R_{p0,2}$	MPa	smluvní mez v kluzu
S_r	m^2	průřez ramene kliky
t_r	mm	tloušťka ramene kliky v daném průřezu
u_{12}	-	převodový poměr mezi kolem 1 a 2
u_{13}	-	převodový poměr mezi kolem 1 a 3
u_{cel}	-	celkový převodový poměr od kola 1 až na vrtuli (vč. reduktoru)
$W_{\sigma,OC}$	m^3	průřezový modul ojnicního čepu v ohybu
$W_{\sigma,R}$	m^3	průřezový modul ramene kliky v ohybu
$W_{\tau,HC}$	m^3	průřezový modul hlavního čepu v krutu
$W_{\tau,OC}$	m^3	průřezový modul ojnicního čepu v krutu
$W_{\tau,R}$	m^3	průřezový modul obdélníkového profilu ramene v krutu
x	-	vlastní vektor
α	°	úhel natočení klikového hřídele
δ_i	°	úhel mezi zalomeními na směrových hvězdicích
Δa	-	relativní poměrné zkroucení v místě uzlu kmitání
ε_{κ}	-	vydatnost rezonance
ε_{σ}'	-	součinitel vlivu velikosti součásti v ohybu
ε_{σ}''	-	součinitel vlivu povrchu v ohybu
ε_{τ}'	-	součinitel vlivu velikosti součásti v krutu
ε_{τ}''	-	součinitel vlivu povrchu v krutu
κ	-	řád harmonické složky
λ	-	klikový poměr
λ	-	vlastní číslo
μ	-	Poissonovo číslo
ξ	$\text{Nm}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$	koeficient tlumících odporů
ρ	$\text{kg}\cdot\text{m}^3$	hustota
σ_a	MPa	amplituda ohybového napětí
σ_c	MPa	mez únavy v tahu - tlaku
σ_{co}	MPa	mez únavy v ohybu
σ_m	MPa	střední ohybové napětí
σ_{max}	MPa	maximální ohybové napětí
σ_{min}	MPa	minimální ohybové napětí
$\tau_{p,oc}$	MPa	přídavné torzní napětí

τ_a	MPa	amplituda napětí v krutu
τ_{ck}	MPa	mez únavy v krutu
τ_d	MPa	přípustné napětí v krutu
τ_m	MPa	střední napětí v krutu
M_{ax}	MPa	maximální napětí v krutu
a_{min}	MPa	minimální napětí v krutu
Φ_Ω	rad	torzní výchylka
Ψ_σ	-	součinitel asymetrie cyklu pro ohyb
Ψ_τ	-	součinitel asymetrie cyklu pro krut
ω	rad·sec ⁻¹	úhlová rychlost

Seznam použité literatury a ostatních zdrojů

- [1] PŘÍBORSKÝ, V. *Hnací ústrojí čtyřválcového leteckého motoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 64 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.
- [2] *Wikipedia* [online]. 2009 [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Vzn%C4%9Btov%C3%BD_motor>.
- [3] *Palba* [online]. 2009- [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <<http://www.palba.cz/viewtopic.php?t=3704>>.
- [4] *Lexikon der Flugzeuge und Hubschrauber* [online]. 2008 [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <http://www.bredow-web.de/Trewerke_und_Flugzeugmotore/Junkers_Jumo_205/junkers_jumo_205.html>.
- [5] *Light Sport Aircraft* [online]. 2008 [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <http://www.lightsportaircraft.ca/sun-n-fun07/images/snf07/IMG_0025-2.JPG>.
- [6] *Caf Swisswing* [online]. 2006- [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <http://www.caf-swisswing.ch/EN_news_archives_06.htm>.
- [7] *The Joe Martin Foundation Museum* [online]. 2007 [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <<http://craftsmanshipmuseum.com/images/PK115a.jpg>>.
- [8] *Animovaná fyzika* [online]. 2006 [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <http://www.animfyzika.wz.cz/Diesel%20motor_1.swf>.
- [9] *eAmos : Sroje a zařízení* [online]. 2002 [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <http://www.eamos.cz/amos/kat_fyz/modules/low/kurz_text.php?id_kap=9&kod_kurz_u=kat_fyz_7356>.
- [10] *San Francisco maritime national park association* [online]. 2004 [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <<http://www.maritime.org/fleetsub/diesel/chap1.htm>>.
- [11] RAUSCHER, J.: *Spalovací motory*. 2005. Studijní opory FSI VUT Brno
- [12] *Gldie* [online]. 2008 [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <<http://www.qldie.cn/Photo/Product/Large/dzmj/3.jpg>>.
- [13] *University of Cambridge* [online]. 2006 [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <<http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/casting/printall.php>>.
- [14] *Mopar Magazine* [online]. 2008 [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <http://www.moparmagazine.com/assets/images/july_august_2009/tech_q_and_a/P50_07250_crankshaft.jpg>.

- [15] *Weapon x performance* [online]. 2008 [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <<http://www.weaponxperformance.com/engineering/crankshaft.jpg>>.
- [16] *DAIR* [online]. 2009 [cit. 2009-11-29]. Dostupný z WWW: <<http://www.dair.co.uk/documents/engine/pictures.htm>>.
- [17] SKALSKÝ, R.; BUKOVSKÝ, J., *Konstrukce pístových spalovacích motorů : část I. Dynamika, vyvažování a torzní kmity*. Vyd.1. Brno : VA AZ, 1971. 180 s.
- [18] DRÁPAL, L. *Hnací ústrojí šestiválcového motoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 69 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.
- [19] SCHWARZBIER, P. *Hnací ústrojí dvouválcového zážehového motoru pro malý osobní automobil*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 52 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.
- [20] PŘÍBORSKÝ, V. *Hnací ústrojí čtyřválcového leteckého motoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 64 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.
- [21] RAUSCHER, J., *Spalovací motory*. Studijní opory, 235 s., Dostupné z WWW: <<http://www.iae.fme.vutbr.cz/opory/Spalovaci.motory.2005.pdf>>
- [22] BORECKÝ, A., *Pevnostní kontrola částí pístových vozidlových spalovacích motorů*. Vyd. 1. Brno : VAAZ, 1966. 169 s.
- [23] *Avia propeller* [online]. 1992 [cit. 2010-05-02]. Dostupné z WWW: <http://www.aviapropeller.com/v500a_1690.htm>.
- [24] OŠMERA, P. *Hnací ústrojí osmiválcového leteckého motoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2008. 63 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.

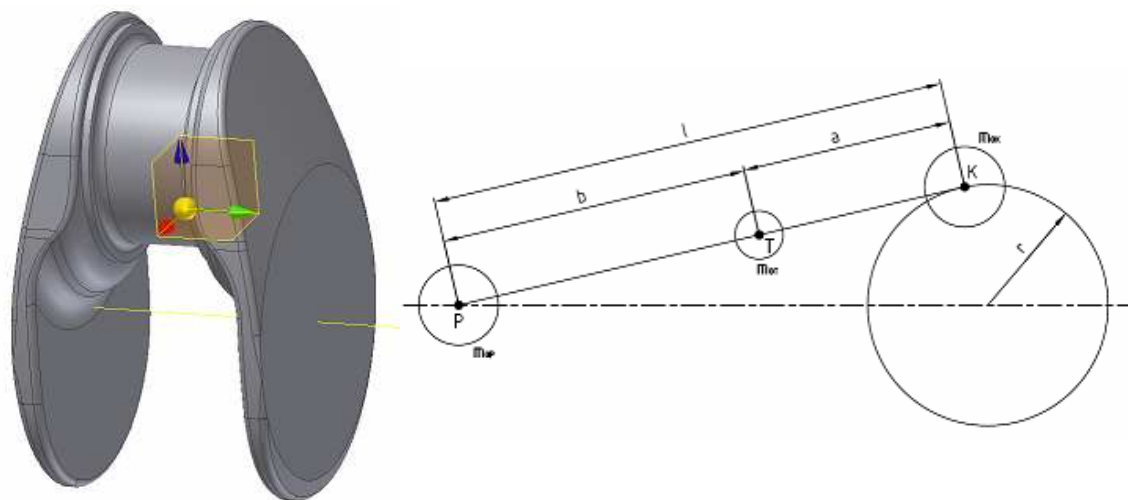
Seznam příloh

1. PŘÍLOHA 1 – SILOVÉ A MOMENTOVÉ PŮSOBENÍ	74
1.1. KINEMATIKA KLIKOVÉHO MECHANISMU	74
1.2. PRŮBĚH SIL PŘENÁŠENÝCH PÍSTNÍM ČEPEM	81
1.3. PRŮBĚH RADIÁLNÍCH SIL, TANGENCIÁLNÍCH SIL A KROUTÍCÍHO MOMENTU NA JEDNOM ZALOMENÍ KH	83
1.4. URČENÍ ZATÍŽENÍ OJNICNÍCH ČEPŮ KROUTÍCÍM MOMENTEM	85
1.5. URČENÍ ZATÍŽENÍ HLAVNÍCH ČEPŮ KROUTÍCÍM MOMENTEM	86
1.6. VÝSLEDNÉ PŮSOBENÍ SIL NA OBA KLIKOVÉ HŘÍDELE	88
1.7. VÝSLEDNÉ MOMENTOVÉ PŮSOBENÍ NA OBA KLIKOVÉ HŘÍDELE	89
2. PŘÍLOHA 2 – VYVAŽOVÁNÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE	91
2.1. SILOVÉ VYVÁŽENÍ	92
2.2. MOMENTOVÉ VYVÁŽENÍ	93
2.3. KOMBINOVANÉ VYVÁŽENÍ	94
2.4. MOMENTOVÉ VYVÁŽENÍ PŘI UVAŽOVÁNÍ OBOU KH	95
3. PŘÍLOHA 3 – PEVNOSTNÍ KONTROLA KH	96
3.1. KONTROLNÍ PEVNOSTNÍ VÝPOČET HLAVNÍHO ČEPU	96
3.2. KONTROLNÍ PEVNOSTNÍ VÝPOČET OJNICNÍHO ČEPU	97
3.3. KONTROLNÍ PEVNOSTNÍ KLIKOVÉHO RAMENE	102
4. PŘÍLOHA 4 – TORZNÍ KMITÁNÍ KLIKOVÉHO HŘÍDELE	105
4.1. NÁVRH PŘEVODU REDUKTORU	105
4.2. REDUKCE MOMENTŮ SETRVAČNOSTI	105
4.3. REDUKCE DÉLEK	107
4.4. REDUKOVANÉ TUHOSTI	109
4.5. VLASTNÍ REKVENCE KMITÁNÍ	109
4.6. VYNUCENÉ TORZNÍ KMITÁNÍ	112
4.7. VYDATNOST REZONANCÍ	115
4.8. TORZNÍ VÝCHYLKY VOLNÉHO KONCE V REZONANCI	119
4.9. PŘÍDAVNÉ TORZNÍ NAPĚTÍ V REZONANCI	121
5. PŘÍLOHA 5 – VÝKRESOVÁ DOKUMENTACE	
6. PŘÍLOHA 6 – ELEKTRONICKÉ VERZE DIPLOMOVÉ PRÁCE	

1. Příloha 1 – Silové a momentové působení

1.1. Kinematika klikového mechanismu

REDUKCE HMOT



Redukce hmoty kliky

hmota kliky

$$m_k = 1.617 \cdot \text{kg}$$

vzdálenost těžiště kliky od osy otáčení:

$$\rho = 0.02823 \text{ m}$$

poloměr zalomení kliky:

$$r = 0.045 \text{ m}$$

redukováná hmotnost kliky

$$m_{kred} = m_k \cdot \frac{\rho}{r}$$

k zalomení 45 mm:

$$m_{kred} = 1.015 \text{ kg}$$

Redukce hmotností ojnice

hmota ojnice:

$$m_o = 0.6713 \text{ kg}$$

délka ojnice:

$$o_j = 156 \text{ mm}$$

vzdálenost těžiště ojnice

$$a = 40.43 \text{ mm}$$

od klikového čepu:

Část hmoty ojnice, redukováná

$$m_{op} = m_o \cdot \frac{a}{o_j}$$

do osy pístního čepu:

$$m_{op} = 0.174 \text{ kg}$$

Část hmoty ojnice, redukováná

$$m_{ok} = m_o - m_{op}$$

do osy klikového čepu:

$$m_{ok} = 0.497 \text{ kg}$$

ZÁKLADNÍ ROZMĚRY

Rameno kliky	$r = l_{10} \text{ mm}$	$r = 45 \cdot \text{mm}$
Délka ojnice	$l = l_{11} \text{ mm}$	$l = 156 \cdot \text{mm}$
Kompresní poměr	$\varepsilon = l_{12}$	$\varepsilon = 18$
Hmotnost pístní skupiny	$m_p = l_{13} \text{ kg}$	$m_p = 0.884 \text{ kg}$
Redukovaná hmotnost posuvných částí ojnice	$m_1 = l_{14} \text{ kg}$	$m_1 = 0.201 \text{ kg}$
Redukovaná hmotnost rotačních částí ojnice	$m_2 = l_{15} \text{ kg}$	$m_2 = 0.47 \text{ kg}$
Redukovaná hmotnost v těžišti ojnice	$m_3 = l_{16} \text{ kg}$	$m_3 = 0 \text{ kg}$
Klikový poměr	$\lambda = \frac{r}{l}$	$\lambda = 0.288$

$l_1 =$

	0
0	45.000
1	156.000
2	18.000
3	0.884
4	0.201
5	0.470
6	0.000

DRÁHA PÍSTU

celková dráha pístu	$s(\alpha) = r \cdot \left[(1 - \cos(\alpha)) + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha)) \right]$
první harmonická složka dráhy pístu	$s_1(\alpha) = r \cdot (1 - \cos(\alpha))$
druhá harmonická složka dráhy pístu	$s_2(\alpha) = r \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha))$

RYCHLOST PÍSTU

otáčky klikového hřídele	$n = 4500 \cdot \text{min}^{-1}$
úhlová rychlost klikového hřídele	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n \quad \omega = 471.239 \text{ sec}^{-1}$
rychlost pístu	$v(\alpha) = r \cdot \omega \cdot \left(\sin(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha) \right)$
pro první harmonickou složku	$v_1(\alpha) = r \cdot \omega \cdot \sin(\alpha)$
pro druhou harmonickou složku	$v_2(\alpha) = r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha)$
Amplituda 1. a 2. harmonické složky	$v_{1\max} = r \cdot \omega \quad v_{1\max} = 21.206 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
	$v_{2\max} = r \cdot \omega \cdot \frac{\lambda}{2} \quad v_{2\max} = 3.059 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

ZRYCHLENÍ PÍSTU

celkové zrychlení pístu

$$a(\alpha) = r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2\alpha))$$

zrychlení pístu pro první harmonickou složku

$$a_1(\alpha) = r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

zrychlení pístu pro druhou harmonickou složku

$$a_2(\alpha) = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos(2\alpha)$$

Amplituda 1. a 2. harmonické složky

$$a_{1\max} = r \cdot \omega^2 \quad a_{1\max} = 9992.974 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_{2\max} = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \quad a_{2\max} = 2882.589 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Tabulkový výpis hodnot

krok = 10deg

$$i_{\max} = \frac{360\text{deg}}{\text{krok}}$$

$i_{\max} = 36$

$i = 0.. i_{\max}$

$$\alpha_i = i \cdot \text{krok}$$

Poloha pístu s a jeho harmonických složek v závislosti na úhlu otočení klikového hřídele

$\frac{\alpha_i}{\text{deg}} =$	$\frac{s_1(\alpha_i)}{\text{mm}} =$	$\frac{s_2(\alpha_i)}{\text{mm}} =$	$\frac{s(\alpha_i)}{\text{mm}} =$
0	0	0	0
10	0.684	0.196	0.879
20	2.714	0.759	3.473
30	6.029	1.623	7.651
40	10.528	2.682	13.21
50	16.075	3.809	19.883
60	22.5	4.868	27.368
70	29.609	5.731	35.34
80	37.186	6.295	43.481
90	45	6.49	51.49
100	52.814	6.295	59.109
110	60.391	5.731	66.122
120	67.5	4.868	72.368
130	73.925	3.809	77.734
140	79.472	2.682	82.154
...

Okamžité hodnoty rychlostí pístu s jeho harmonickými složkami

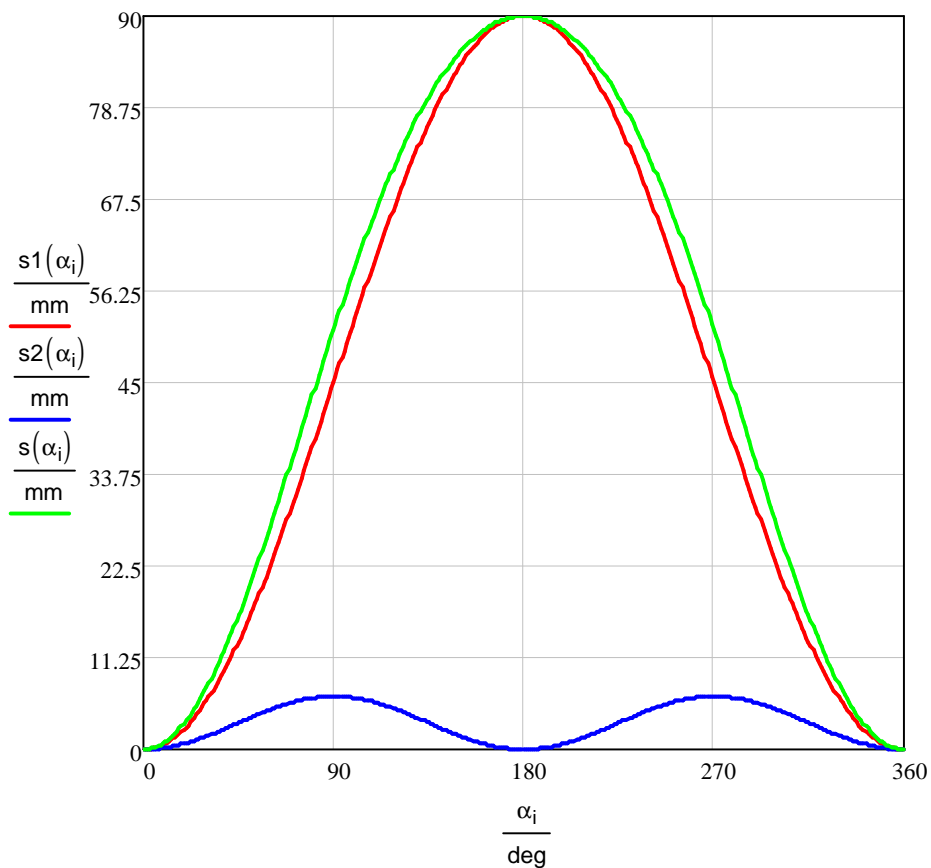
α_i deg	$v1(\alpha_i)$ m·sec ⁻¹	$v2(\alpha_i)$ m·sec ⁻¹	$v(\alpha_i)$ m·sec ⁻¹
0	0	0	0
10	3.682	1.046	4.728
20	7.253	1.966	9.219
30	10.603	2.649	13.252
40	13.631	3.012	16.643
50	16.245	3.012	19.257
60	18.365	2.649	21.013
70	19.927	1.966	21.893
80	20.884	1.046	21.93
90	21.206	0	21.206
100	20.884	-1.046	19.838
110	19.927	-1.966	17.961
120	18.365	-2.649	15.716
130	16.245	-3.012	13.232
140	13.631	-3.012	10.619
...

Zrychlení pístu v závislosti na úhlu otočení klikového hřídele

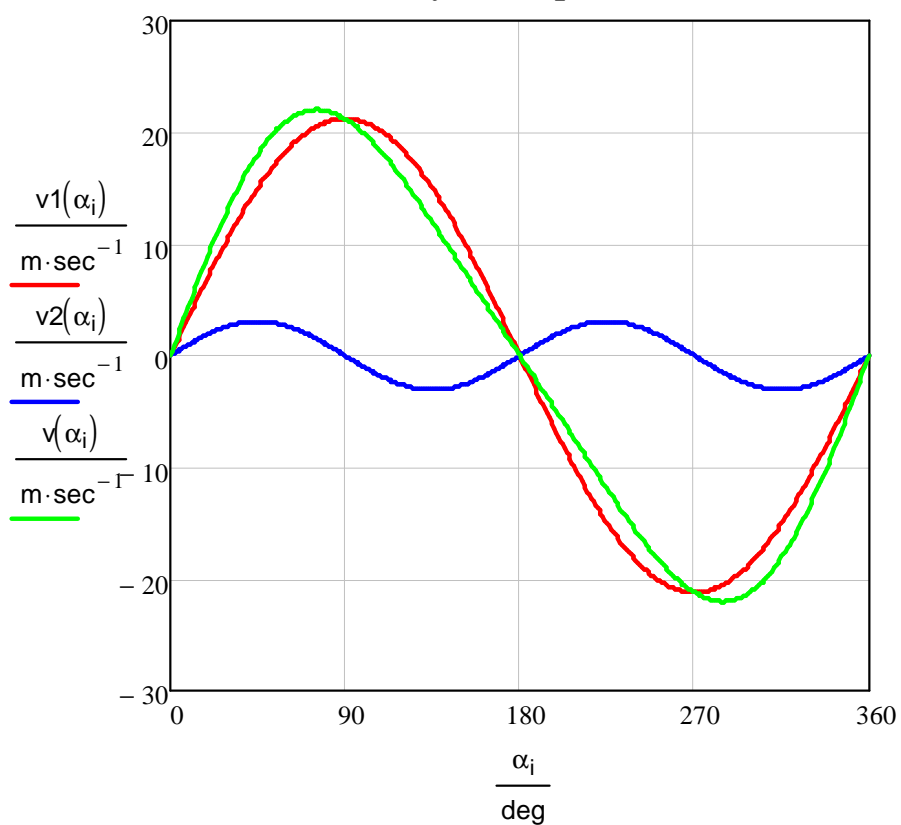
α_i deg	$a1(\alpha_i)$ m·sec ⁻²	$a2(\alpha_i)$ m·sec ⁻²	$a(\alpha_i)$ m·sec ⁻²
0	9992.974	2882.589	12875.563
10	9841.159	2708.747	12549.906
20	9390.324	2208.191	11598.515
30	8654.17	1441.294	10095.464
40	7655.063	500.556	8155.619
50	6423.36	-500.556	5922.804
60	4996.487	-1441.294	3555.193
70	3417.799	-2208.191	1209.607
80	1735.262	-2708.747	-973.486
90	0	-2882.589	-2882.589
100	-1735.262	-2708.747	-4444.009
110	-3417.799	-2208.191	-5625.99
120	-4996.487	-1441.294	-6437.782
130	-6423.36	-500.556	-6923.916
140	-7655.063	500.556	-7154.506
...

Grafické zobrazení průběhů veličin

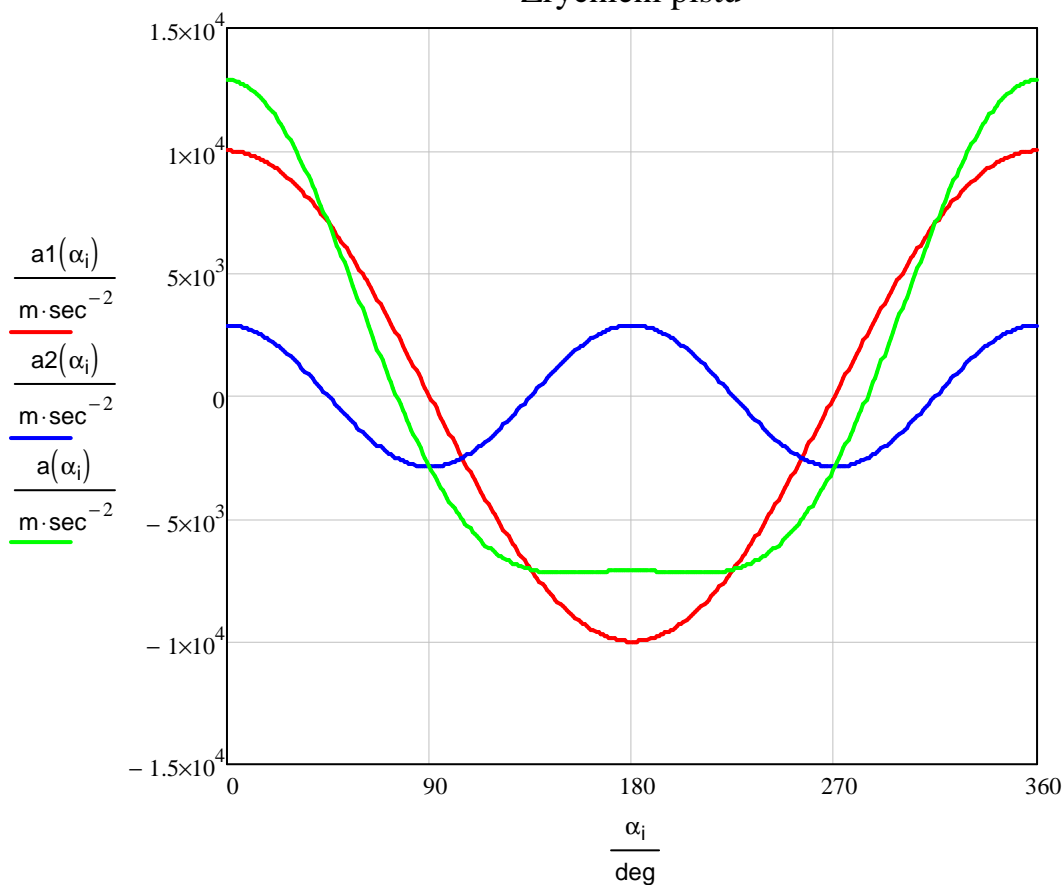
Dráha pístu



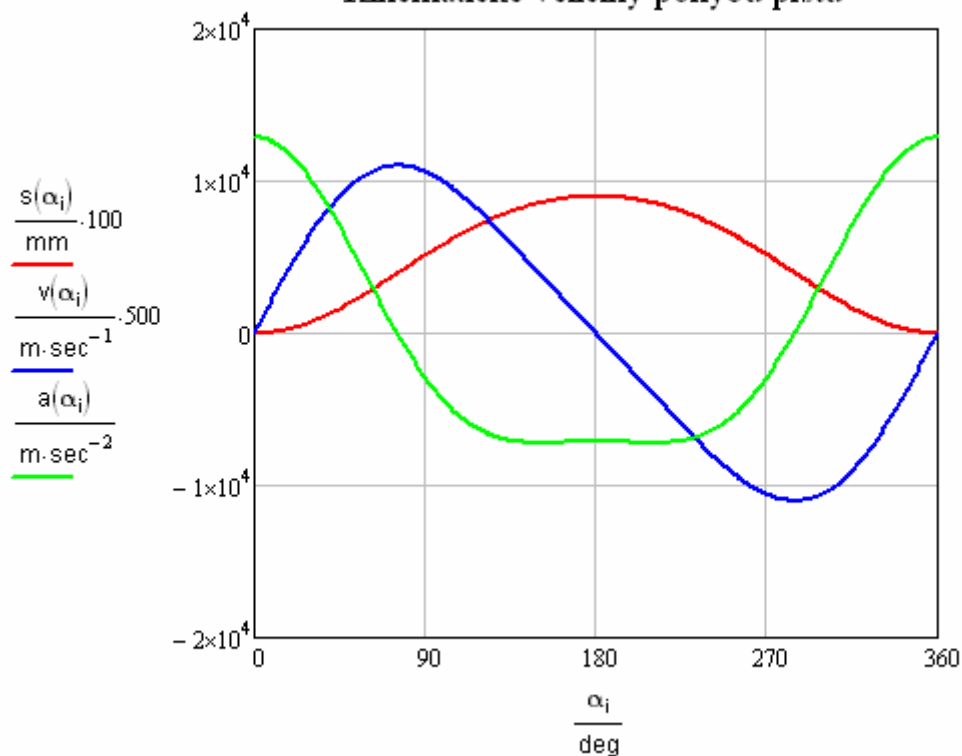
Rychlost pístu



Zrychlení pístu



Kinematické veličiny pohybu pístu



VYKRESLENÍ p-α DIAGRAMU

určení hodnoty MPa

$$\text{MPa} = 100000\text{Pa}$$

I3 =

	0
0	0.1

atmosférický tlak

$$p_{\text{atm}} = 13\text{MPa}$$

$$p_{\text{atm}} = 0.1 \cdot \text{MPa}$$

počet uložených hodnot

$$n_p = 120$$

$$n_p = 720$$

krok snímání hodnot

$$\text{krok} = \frac{720}{n_p} \text{deg}$$

$$\text{krok} = 1 \cdot \text{deg}$$

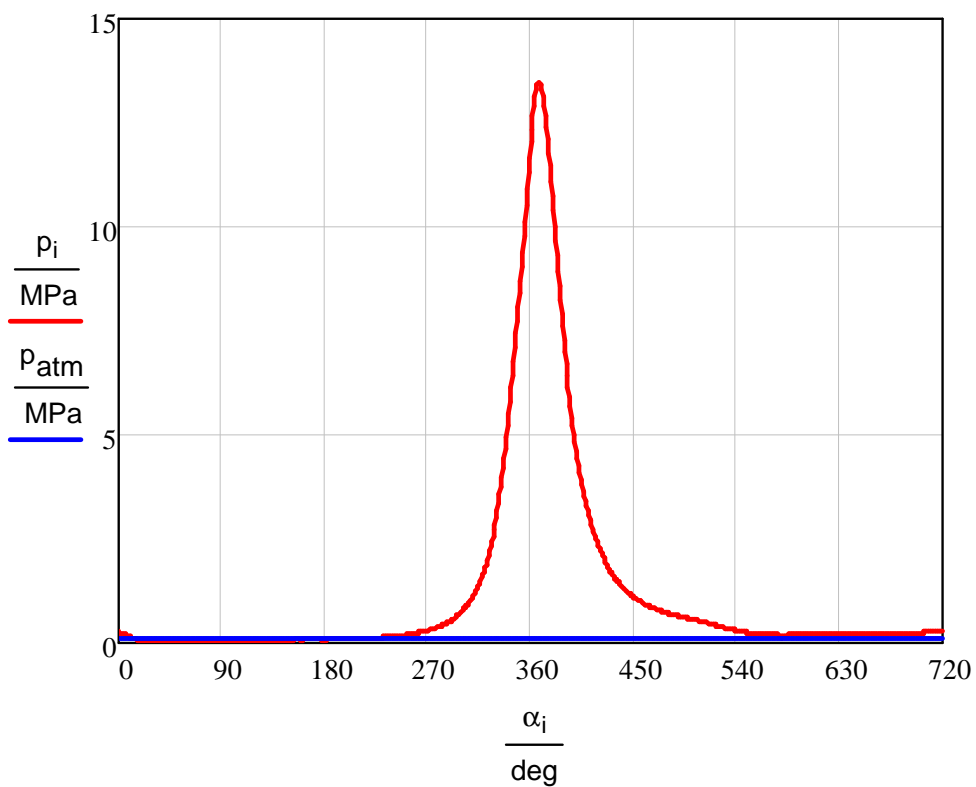
$$i = 0.. n_p - 1$$

$$\alpha_i = i \cdot \text{krok}$$

načtení tlaku

$$p_i = I2_{i+1} \text{MPa}$$

p - alfa diagram



1.2. Průběh sil přenášených pístním čepem

Průměr pístu

$$D = 75\text{mm}$$

Plocha pístu

$$S_p = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad S_p = 4417.865\text{mm}^2$$

Síly působící na píst ve směru osy válce

Primární síly

$$F_{p_i} = (p_i - p_{\text{atm}}) \cdot S_p$$

Sekundární síly

Úhlová rychlost otáčení

klikového hřídele

$$\omega = 471.239\text{sec}^{-1}$$

Klikový poměr

$$\lambda = 0.288$$

Zrychlení pístu

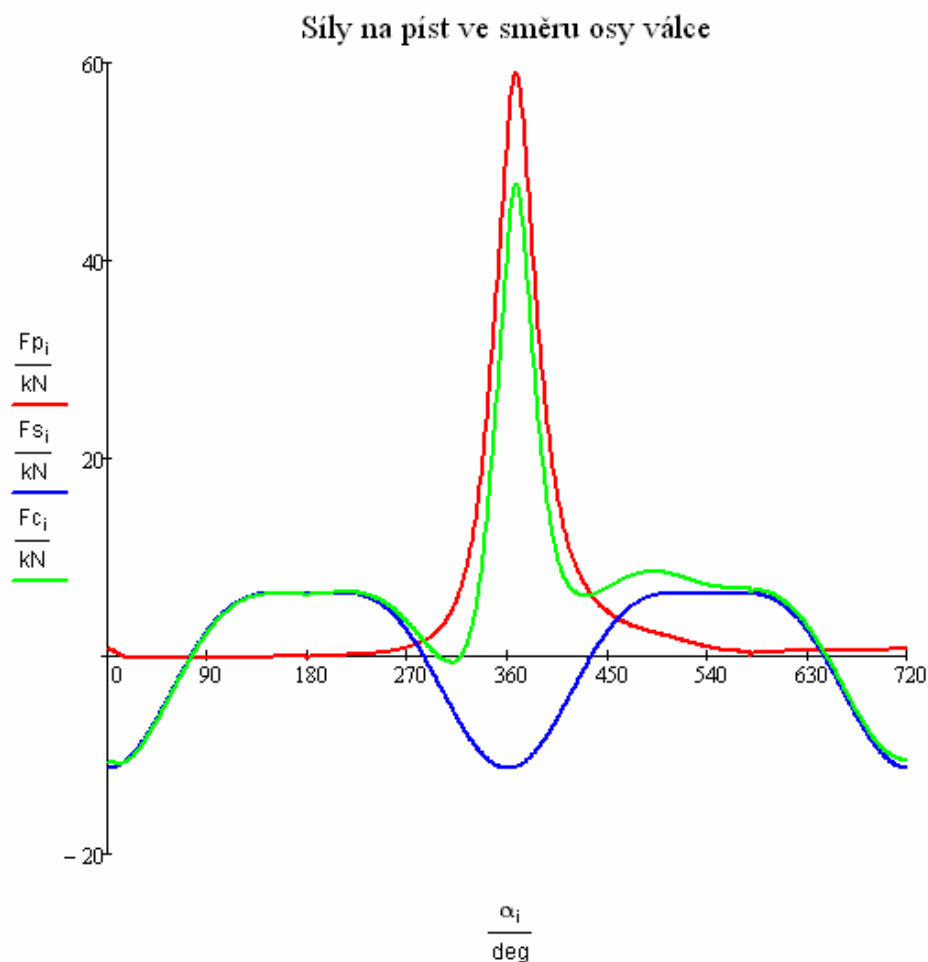
$$a_i = r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha_i) + \lambda \cdot \cos(2\alpha_i))$$

Setrvačné síly

$$F_{s_i} = (-m_p) \cdot a_i$$

Celkové síly působící na píst

$$F_{c_i} = F_{p_i} + F_{s_i}$$



Síly přenášené pístním čepem

Úhel odklonu ojnice

$$\beta_i = \arcsin(\lambda \cdot \sin(\alpha_i))$$

Síly přenášené pístním čepem

$$F_{pc_i} = \frac{F_{c_i}}{\cos(\beta_i)}$$

$$\min(F_{pc}) = -10888.25\text{N}$$

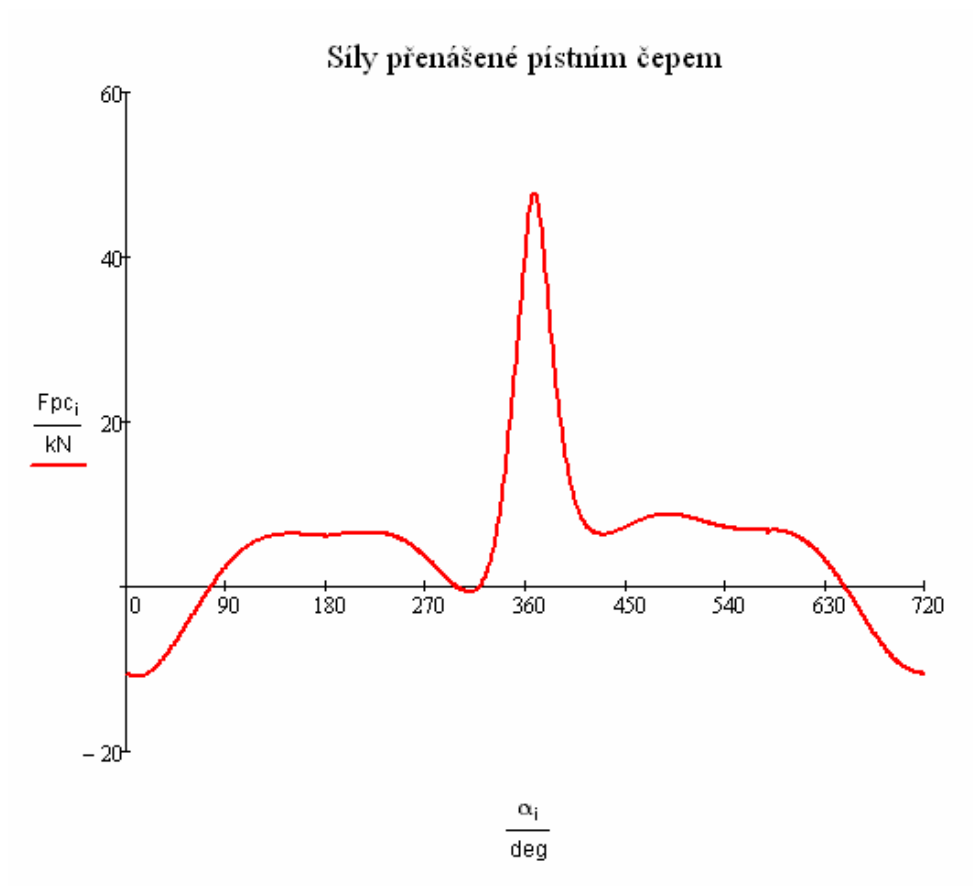
$$\max(F_{pc}) = 47848.794\text{N}$$

Boční síly na píst

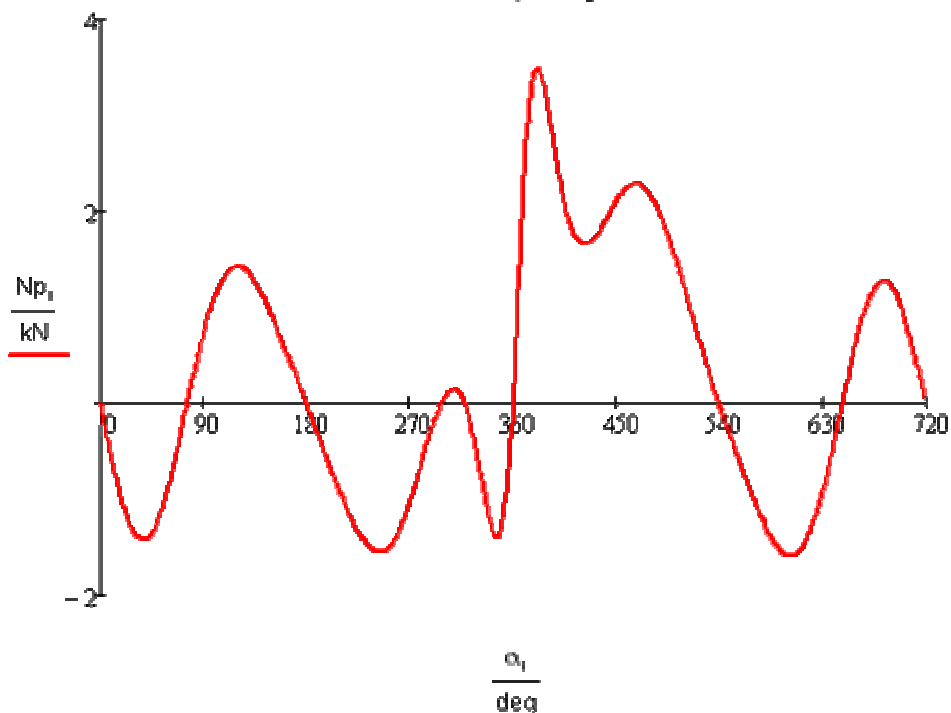
$$N_{p_i} = \tan(\beta_i) F_{c_i}$$

$$\max(N_p) = 3500.91\text{N}$$

$$\min(N_p) = -1587.916\text{N}$$



Boční síly na píst



1.3. Průběh radiálních sil, tangenciálních sil a kroutícího momentu na jednom zalomení KH

Radiální síly

Setrvačné síly posuvných částí

$$F_{s2i} = -m_{op} \cdot a_i$$

Celkové síly ve směru osy válce

$$F_{co} = F_p + F_s + F_{s2}$$

Síly přenášené ojnicí

$$F_{o2i} = \frac{F_{coi}}{\cos(\beta_i)}$$

Radiální složka síly od ojnice

$$F_{ri} = F_{o2i} \cdot \cos(\alpha_i + \beta_i)$$

Odstředivá síla rotačních částí ojnice

$$F_{od} = m_{ok} \cdot r \cdot \omega^2$$

Celková radiální síla

$$F_{rci} = F_{ri} - F_{od}$$

Tangenciální síly

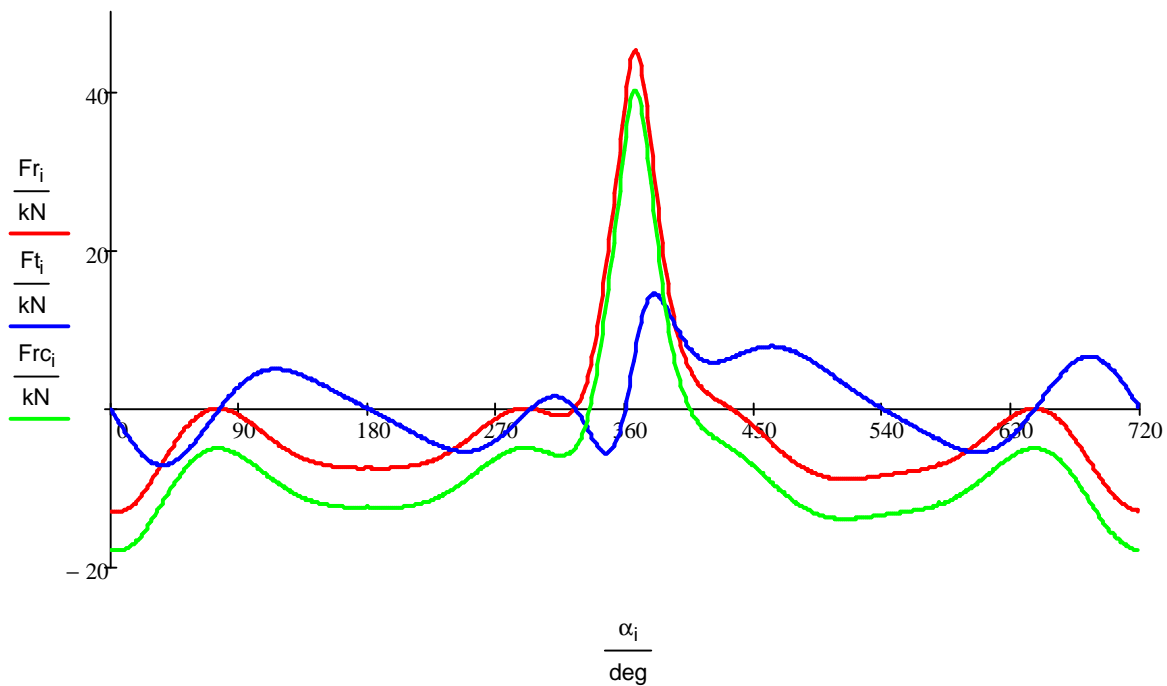
$$F_{ti} = F_{o2i} \cdot \sin(\alpha_i + \beta_i)$$

Kroutící moment na jednom zalomení KH

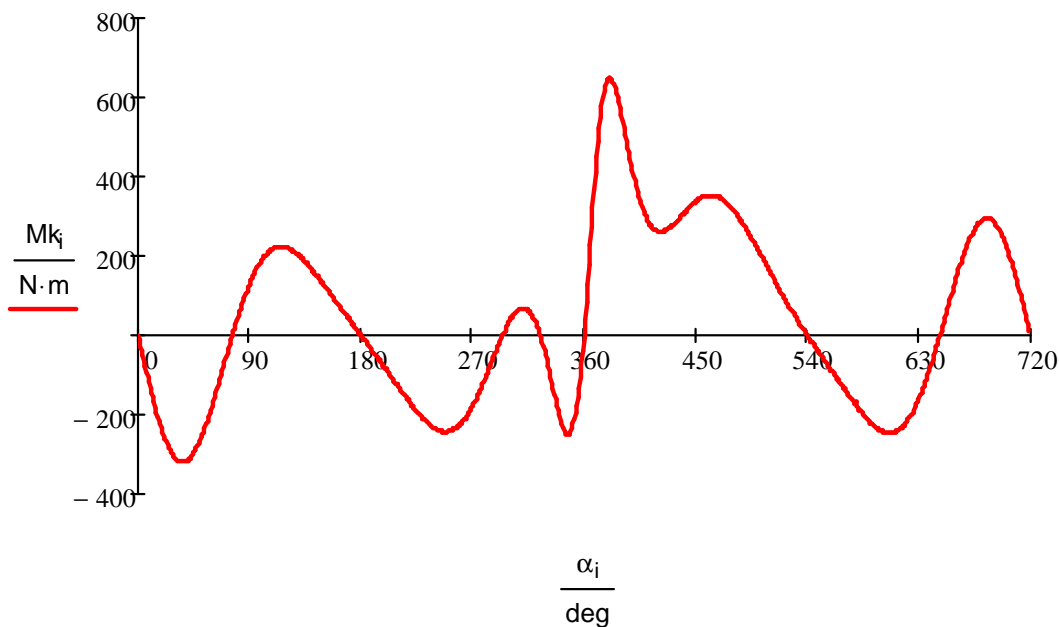
$$M_{ki} = F_{ti} \cdot r$$

Grafické zobrazení

Radiální a tangenciální síly



Kroučící moment



1.4. Určení zatížení ojnicích čepů kroučícím momentem

Maximální hodnoty:

$$M_{\text{kOC1.max}} = \max(M_{\text{kOC1}})$$

$$M_{\text{kOC1.max}} = 324.697 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{kOC2.max}} = \max(M_{\text{kOC2}})$$

$$M_{\text{kOC2.max}} = 528.92 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Minimální hodnoty:

$$M_{\text{kOC1.min}} = \min(M_{\text{kOC1}})$$

$$M_{\text{kOC1.min}} = -159.679 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{kOC2.min}} = \min(M_{\text{kOC2}})$$

$$M_{\text{kOC2.min}} = -366.519 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Největší zatížení:

$$M_{\text{kOCextr1}} = M_{\text{kOC1.max}} - M_{\text{kOC1.min}}$$

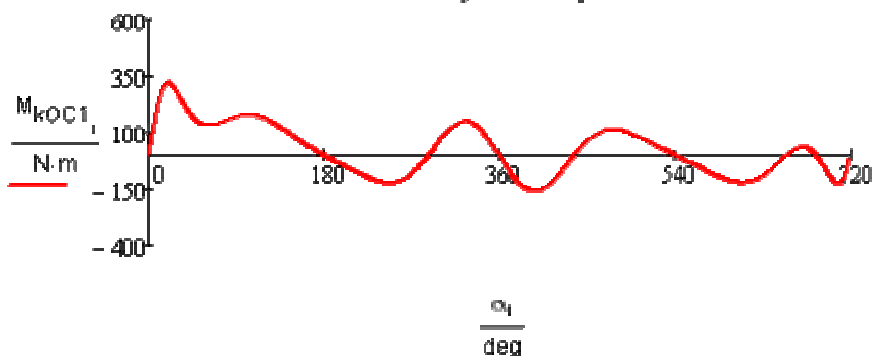
$$M_{\text{kOCextr1}} = 484.376 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{\text{kOCextr2}} = M_{\text{kOC2.max}} - M_{\text{kOC2.min}}$$

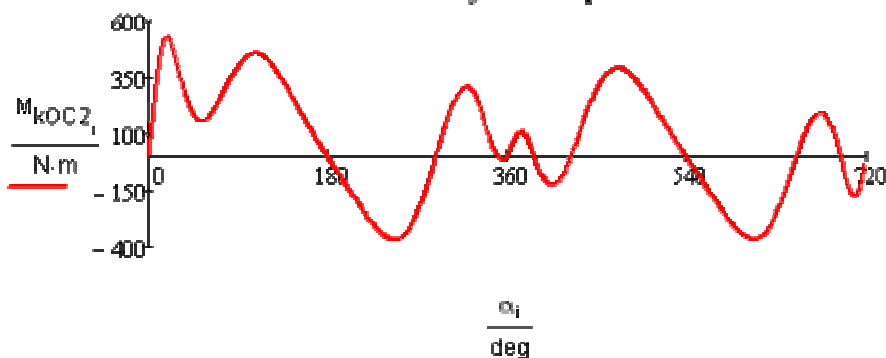
$$M_{\text{kOCextr2}} = 895.439 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Maximální zatížení na 2. ojnicím čepu

1. Ojnicí čep



2. Ojnicí čep



1.5. Určení zatížení hlavních čepů kroutícím momentem

Maximální hodnoty:

$$M_{\text{kHC1.max}} = \max(M_{\text{kHC1}})$$

$$M_{\text{kHC1.max}} = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC2.max}} = \max(M_{\text{kHC2}})$$

$$M_{\text{kHC2.max}} = 649.394 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC3.max}} = \max(M_{\text{kHC3}})$$

$$M_{\text{kHC3.max}} = 565.792 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Minimální hodnoty:

$$M_{\text{kHC1.min}} = \min(M_{\text{kHC1}})$$

$$M_{\text{kHC1.min}} = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC2.min}} = \min(M_{\text{kHC2}})$$

$$M_{\text{kHC2.min}} = -319.359 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHC3.min}} = \min(M_{\text{kHC3}})$$

$$M_{\text{kHC3.min}} = -487.553 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Největší zatížení

$$M_{\text{kHCextr1}} = M_{\text{kHC1.max}} - M_{\text{kHC1.min}}$$

$$M_{\text{kHCextr1}} = 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHCextr2}} = M_{\text{kHC2.max}} - M_{\text{kHC2.min}}$$

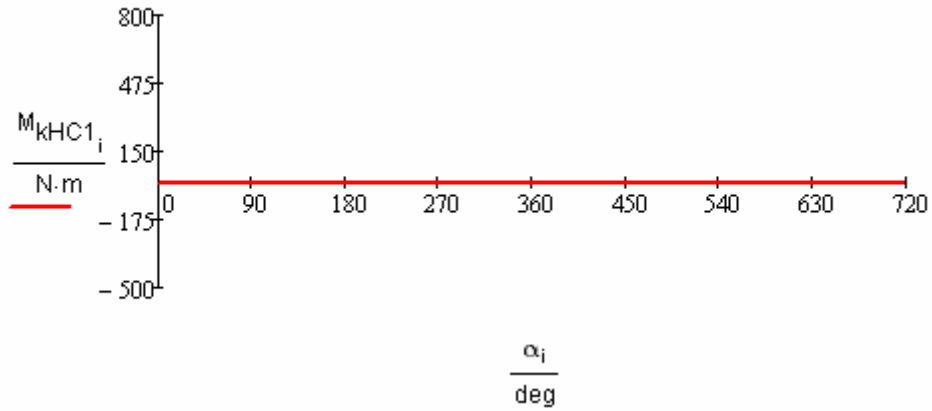
$$M_{\text{kHCextr2}} = 968.752 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{kHCextr3}} = M_{\text{kHC3.max}} - M_{\text{kHC3.min}}$$

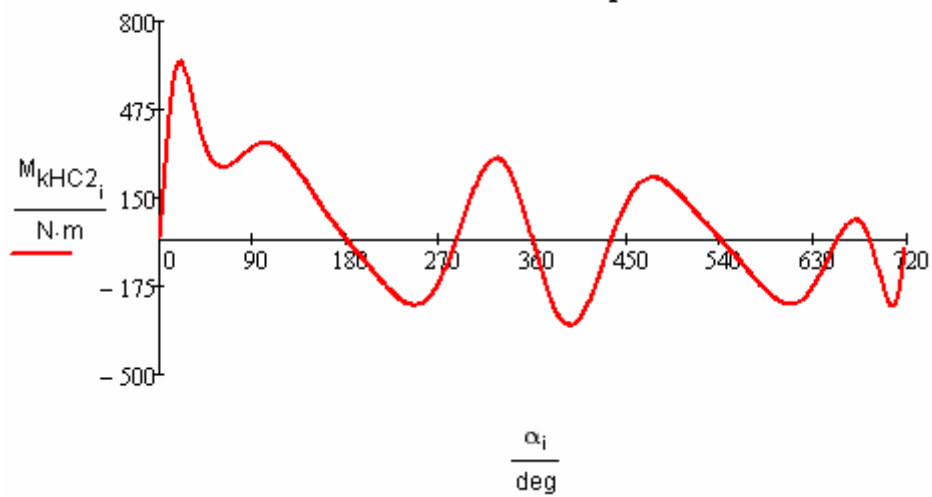
$$M_{\text{kHCextr3}} = 1053.345 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Maximální zatížení na 3. hlavním čepu

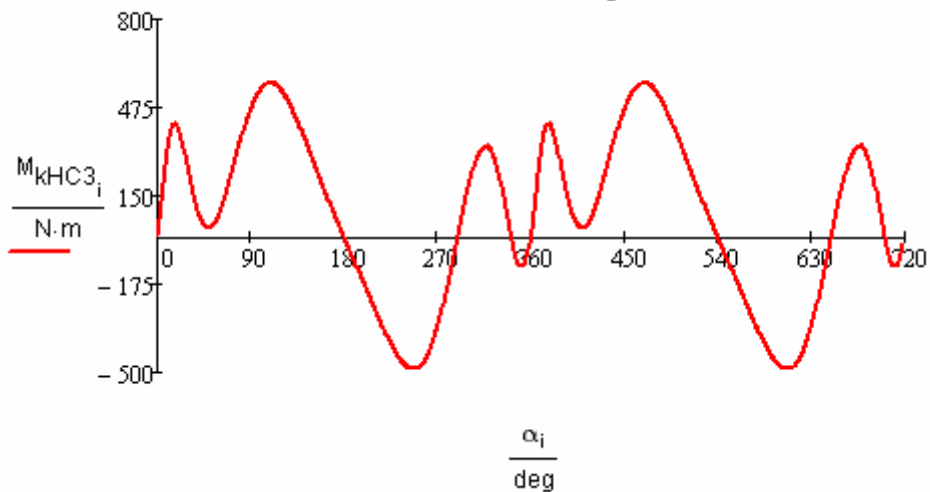
1. Hlavní čep



2. Hlavní čep



3. Hlavní čep



1.6. Výsledné působení sil na oba klikové hřídele

Výslednice odstředivých sil rotačních částí:

$$F_r = 0\text{N}$$

Výslednice setrvačných sil posuvných částí I.řádu:

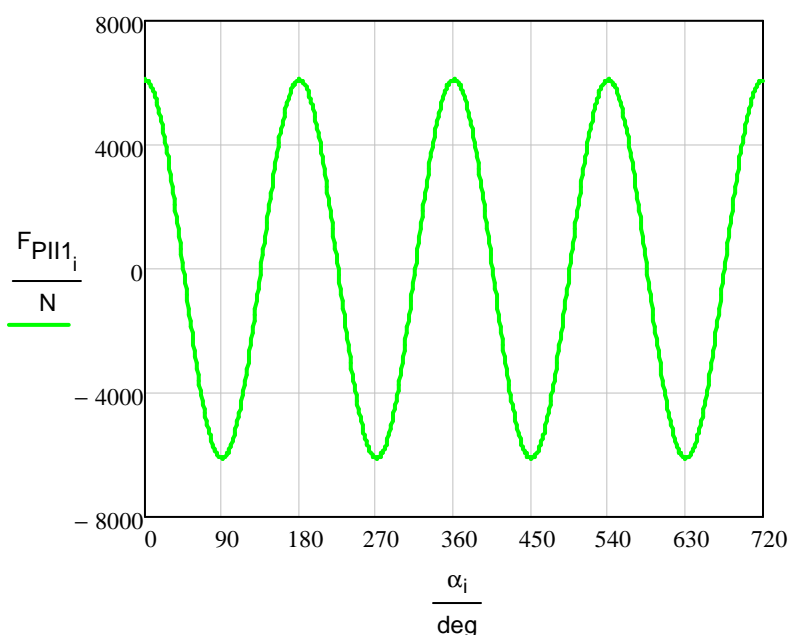
$$F_{PI} = 0\text{N}$$

Výslednice setrvačných sil posuvných částí II.řádu:

$$F_{PII} = 2 \cdot \lambda \cdot mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(2 \cdot \alpha) + \cos(2 \cdot \alpha + 360)) \quad F_{PII} = 2 \cdot \lambda \cdot mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha)$$

1. Klikový hřídel

$$F_{PII1_i} = 2 \cdot \lambda \cdot mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha_i)$$



$$F_{PII1\max} = \max(F_{PII1})$$

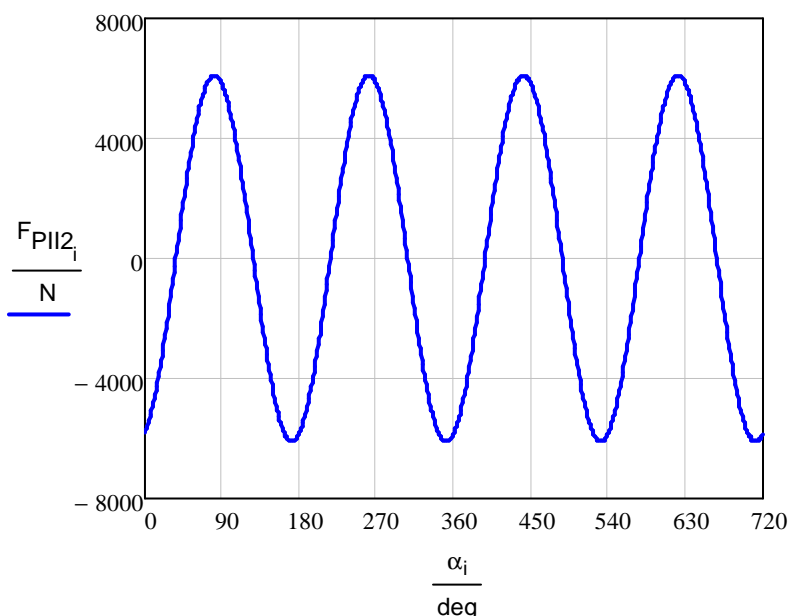
$$F_{PII1\max} = 6098.281\text{N}$$

$$F_{PII1\min} = \min(F_{PII1})$$

$$F_{PII1\min} = -6098.281\text{N}$$

2. Klikový hřídel

$$F_{PII2_i} = 2 \cdot \lambda \cdot mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos[2 \cdot (\alpha_i + 30)]$$



$$F_{PII2\max} = \max(F_{PII2})$$

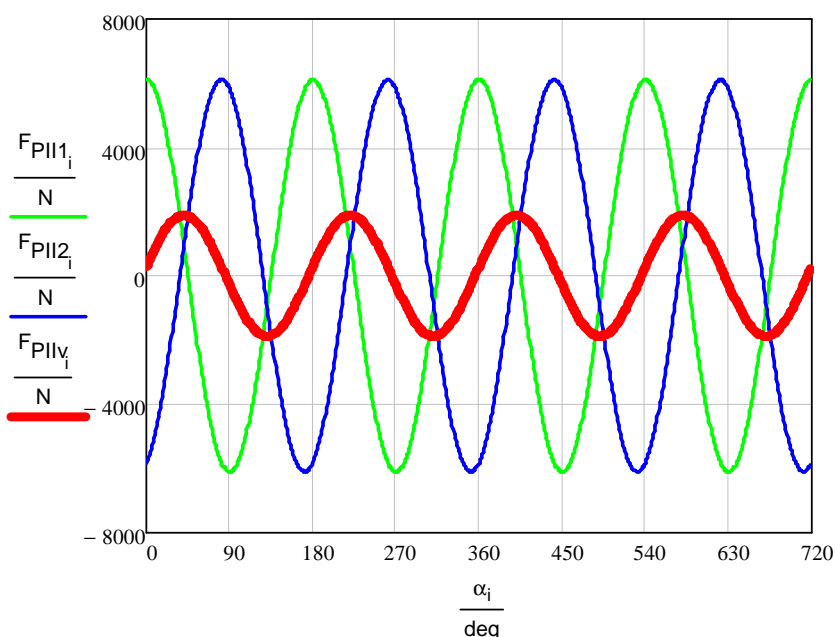
$$F_{PII2\max} = 6098.222\text{N}$$

$$F_{PII2\min} = \min(F_{PII2})$$

$$F_{PII2\min} = -6098.222\text{N}$$

Oba klikové hřídele

$$F_{PIIv_i} = F_{PII1_i} + F_{PII2_i}$$



$$F_{PIIv.max} = \max(F_{PIIv})$$

$$F_{PIIv.max} = 1881.119\text{N}$$

$$F_{PIIv.min} = \min(F_{PIIv})$$

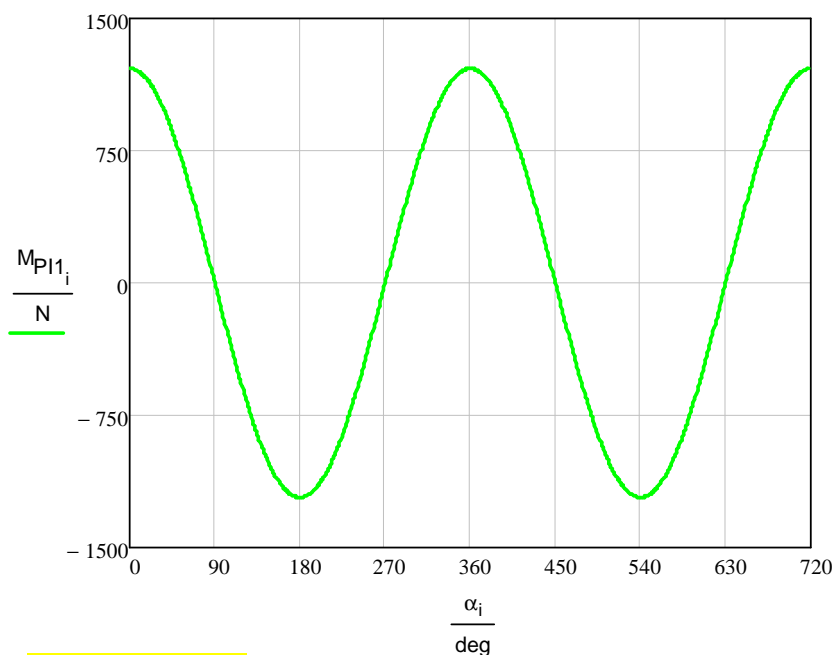
$$F_{PIIv.min} = -1881.119\text{N}$$

1.7. Výsledné momentové působení na oba klikové hřídele

Výslednice momentů od setrvačných sil posuvných částí I. řádu

1. Klikový hřídel

$$M_{PI1_i} = mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \cos(\alpha_i)$$



$$M_{PI1max} = \max(M_{PI1})$$

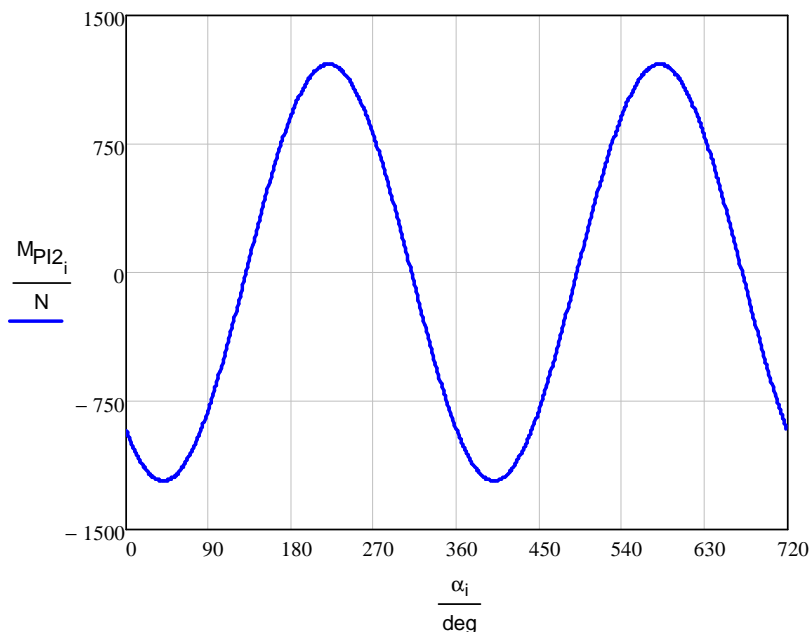
$$M_{PI1max} = 1215.591\text{N}\cdot\text{m}$$

$$M_{PI1min} = \min(M_{PI1})$$

$$M_{PI1min} = -1215.591\text{N}\cdot\text{m}$$

2. Klikový hřídel

$$M_{PI2_i} = mc \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \cos(\alpha_i + 15)$$



$$M_{PI2\max} = \max(M_{PI2})$$

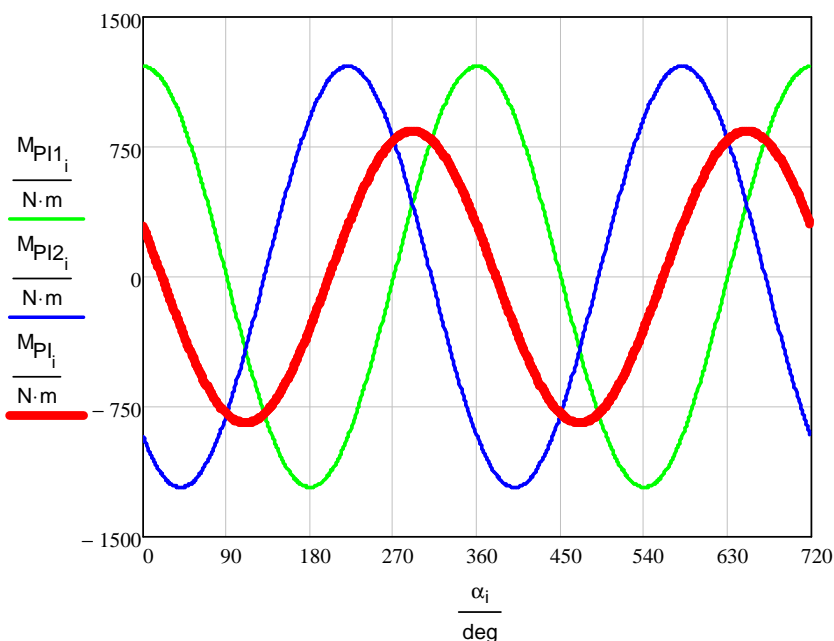
$$M_{PI2\max} = 1215.555 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{PI2\min} = \min(M_{PI2})$$

$$M_{PI2\min} = -1215.555 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Oba klikové hřídele

$$M_{PI_i} = M_{PI1_i} + M_{PI2_i}$$



$$M_{PI\max} = \max(M_{PI})$$

$$M_{PI\max} = 842.723 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{PI\min} = \min(M_{PI})$$

$$M_{PI\min} = -842.723 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Výslednice momentů setrvačných sil posuvných částí II. řádu: $M_{II} = 0 \text{ N}\cdot\text{m}$

Výslednice momentů odstředivých sil rotujících částí:

součet rotujících hmotností
(pístní skupina + část ojnice)

$$m_r = m_{ok} + m_{kred}$$

$$m_r = 1.512 \text{ kg}$$

Výsledný moment

$$M_{rr} = m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h$$

$$M_{rr} = 1722.395 \text{ N}\cdot\text{m}$$

2. Příloha 2 – Vyvažování klikového hřídele

Zjištění potřebného momentu k vyvážení

Moment na každém z hřídelů

$$M_{rr} = M_{r1} = M_{r2}$$

x-ová složka momentu na 2. hřídeli

$$M_{r2x} = \sin(15\text{deg}) \cdot M_{rr}$$

y-ová složka momentu na 2. hřídeli

$$M_{r2y} = \cos(15\text{deg}) \cdot M_{rr}$$

x-ová složka celkového momentu

$$M_{rcx} = \sin(15\text{deg}) \cdot M_{rr}$$

$$M_{rcx} = 445.789 \text{ N}\cdot\text{m}$$

y-ová složka celkového momentu

$$M_{rcy} = M_{rr} - \cos(15\text{deg}) \cdot M_{rr}$$

$$M_{rcy} = 58.689 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Výsledná velikost momentu

$$M_{rc} = \sqrt{M_{rcx}^2 + M_{rcy}^2}$$

$$M_{rc} = 449.635 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Výsledná velikost momentu na jeden KH

$$M_r = \frac{M_{rc}}{2}$$

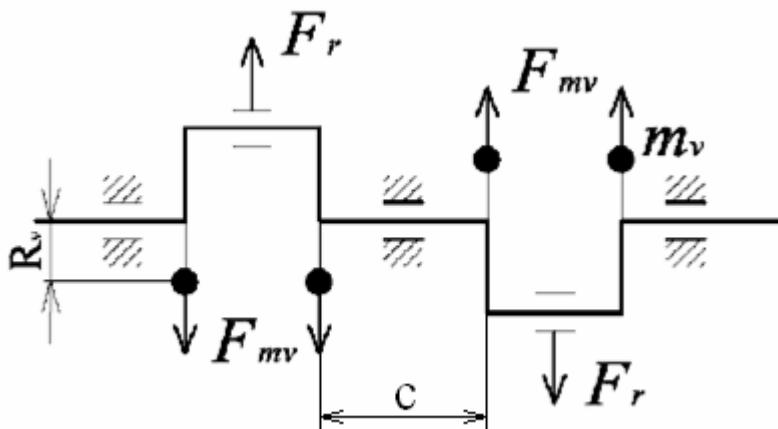
$$M_r = 224.818 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Výsledný úhel mezi zalomením a vývažkem

$$\text{alfa} = 180\text{deg} - \left(\arccos \left(\frac{M_{rcy}}{M_{rc}} \right) \right)$$

$$\text{alfa} = 97.5 \text{ deg}$$

2.1. Silové vyvážení



základní úvaha

$$m_r \cdot r \cdot \omega^2 = 2 \cdot m_{sv} \cdot r_{sv} \cdot \omega^2$$

vzdálenost mezi vnitřními vývažky

$$c = 0.068058 \text{ m}$$

vzdálenost od osy rotace

na které se otáčejí těžiště vývažků

$$r_{sv} = 0.044973 \text{ m}$$

vypočtená hmotnost jednoho vývažku

$$m_{svt} = \frac{m_r \cdot r}{2 \cdot r_{sv}}$$

$$m_{svt} = 0.756 \text{ kg}$$

skutečná hmotnost vývažku vymodelovaného

$$m_{sv} = 0.325 \text{ kg}$$

hmotnost všech vývažků

$$m_{svc} = 4 \cdot m_{sv}$$

$$m_{svc} = 1.3 \text{ kg}$$

hmotnost KH bez vývažků

$$m_{KH} = 6.973 \text{ kg}$$

hmotnost KH s vývažky

$$m_{sc} = m_{KH} + m_{svc}$$

$$m_{sc} = 8.273 \text{ kg}$$

moment od vymodelovaných vývažků

$$M_{sv} = m_{sv} \cdot r_{sv} \cdot \omega^2 \cdot b + m_{sv} \cdot r_{sv} \cdot \omega^2 \cdot c$$

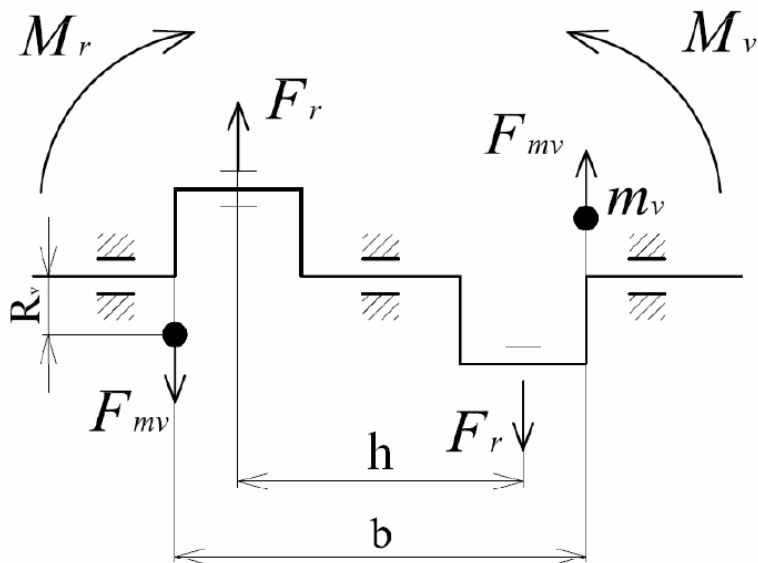
$$M_{sv} = 769.76 \text{ N} \cdot \text{m}$$

procentuelní vyváženost momentů:

$$\text{vyváženost}_{\text{silova}} = \frac{M_{sv}}{M_{rr}} \cdot 100\%$$

$$\text{vyváženost}_{\text{silova}} = 44.303\%$$

2.2. Momentové vyvážení



základní úvaha

$$m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h = m_v \cdot r_{mv} \cdot \omega^2 \cdot b$$

vzdálenost od osy rotace na které se otáčejí těžiště vývažků

$$r_{mv} = 0.044973\text{m}$$

vzdálenost vnějších vývažků

$$b = 0.169\text{m}$$

rozteč válců

$$h = 0.115 \cdot \text{m}$$

hmotnost vypočítaného vývažku

$$m_{mvt} = m_r \cdot \frac{r}{r_{mv}} \cdot \frac{h}{b}$$

$$m_{mvt} = 1.029\text{kg}$$

skutečná hmotnost vývažku vymodelovaného

$$m_{mv} = 0.325\text{kg}$$

hmotnost všech vývažků:

$$m_{mvc} = 2 \cdot m_{mv}$$

$$m_{mvc} = 0.65\text{kg}$$

hmotnost KH s vývažky

$$m_{mc} = m_{KH} + m_{mvc}$$

$$m_{mc} = 7.623\text{kg}$$

moment od vývažků:

$$M_v = m_{mv} \cdot r_{mv} \cdot \omega^2 \cdot b$$

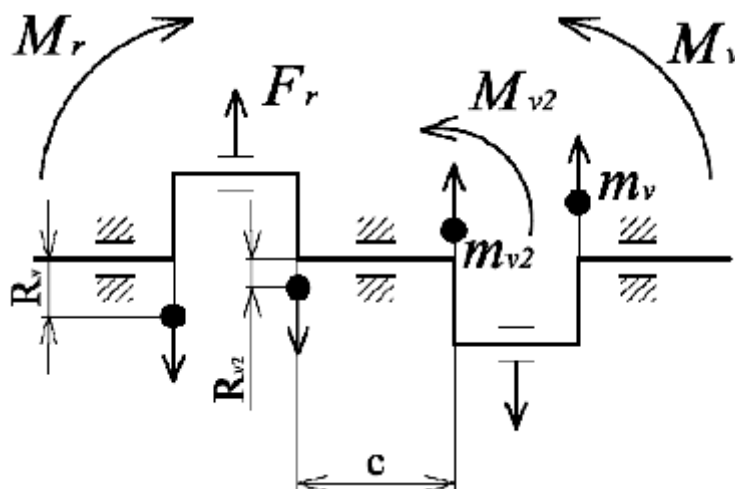
$$M_v = 548.859\text{N} \cdot \text{m}$$

procentuelní vyváženost momentů:

$$\text{vyváženost momentova} = \frac{M_v}{M_{rr}} \cdot 100\%$$

$$\text{vyváženost momentova} = 31.589\%$$

2.3. Kombinované vyvážení



základní úvaha

$$m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h = m_v \cdot r_v \cdot \omega^2 \cdot b + m_{kv2} \cdot r_{v2} \cdot \omega^2 \cdot c$$

zvolená hmotnost vnějšího vývažku

$$m_{kvt} = 0.325 \text{ kg}$$

vzdálenost od osy rotace na které se otáčejí těžiště vnějších vývažků

$$r_v = 0.044973r$$

vzdálenost od osy rotace na které se otáčejí těžiště vnitřních vývažků

$$r_{v2} = 0.036052r$$

vypočtená hmotnost vnitřního vývažku

$$m_{kv2} = \frac{(m_r \cdot r \cdot h - m_{kvt} \cdot r_v \cdot b)}{r_{v2} \cdot c}$$

$$m_{kv2} = 2.182 \text{ kg}$$

skutečná hmotnost vývažků vymodelovaných

$$m_{kv} = 0.325 \text{ kg}$$

$$m_{kv2} = 0.325 \text{ kg}$$

hmotnost všech vývažků

$$m_{kvc} = 2 \cdot (m_{kv} + m_{kv2}) \quad m_{kvc} = 1.3 \text{ kg}$$

hmotnost KH s vývažky

$$m_{kc} = m_{KH} + m_{kvc} \quad m_{kc} = 8.273 \text{ kg}$$

moment od vývažků

$$M_{kv} = m_{kv} \cdot r_v \cdot \omega^2 \cdot b + m_{kv2} \cdot r_{v2} \cdot \omega^2 \cdot c$$

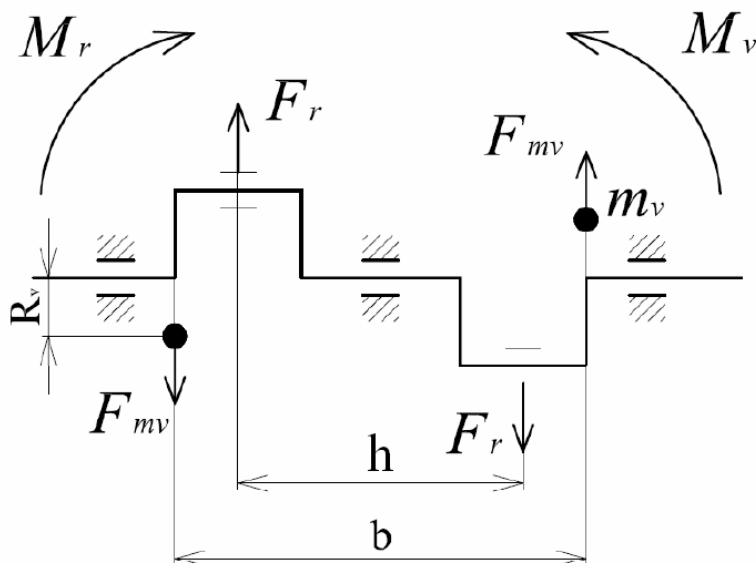
$$M_{kv} = 725.941 \text{ N} \cdot r$$

procentuelní vyváženost momentů

$$\text{vyváženost}_{\text{kombinovánaT}} = \frac{M_{kv}}{M_r} \cdot 100\%$$

$$\text{vyváženost}_{\text{kombinována}} = 41.781\%$$

2.4. Momentové vyvážení při uvažování obou KH



základní úvaha

$$m_r \cdot r \cdot \omega^2 \cdot h = m_v \cdot r_v \cdot \omega^2 \cdot b$$

vzdálenost od osy rotace na které se otáčejí těžiště vývažků

$$r_{mv} = 0.048854\text{m}$$

vzdálenost vnějších vývažků

$$b = 0.169\text{lm}$$

rozteč válců

$$h = 0.115 \cdot m$$

hmotnost vypočítaného vývažku

$$m_{mvt} = m_r \cdot \frac{r}{r_{mv}} \cdot \frac{h}{b}$$

$$m_{mvt} = 0.939\text{kg}$$

skutečná hmotnost vývažku vmodelovaného

$$m_{mv} = 0.029\text{kg}$$

hmotnost všech vývažků

$$m_{mvc} = 2 \cdot m_{mv}$$

$$m_{mvc} = 0.058\text{kg}$$

hmotnost KH s vývažky

$$m_{mc} = m_{KH} + m_{mvc}$$

$$m_{mc} = 7.031\text{kg}$$

moment od vývažků

$$M_v = m_{mv} \cdot r_{mv} \cdot \omega^2 \cdot b$$

$$M_v = 53.202\text{N}\cdot\text{m}$$

procentuelní vyváženost momentů

$$\text{vyváženost momentovaT} = \frac{M_v}{M_r} \cdot 100\%$$

$$\text{vyváženost momentovaT} = 23.664\%$$

3. Příloha 3 – Pevnostní kontrola KH

Vlastnosti materiálu EN-GJS-1000-5

Označení	Vlastnost	Jednotka	Hodnota
R_m	Pevnost v tahu	MPa	1 000
$R_{p0,2}$	Smluvní mez v kluzu	MPa	700
A	Tažnost	%	5
E	Modul pružnosti v tahu	MPa	168 000
μ	Poissonovo číslo	-	0,27
G	Modul pružnosti ve smyku	MPa	64 000
σ_c	Mez únavy v tahu/tlaku	MPa	238
σ_{co}	Mez únavy v ohybu	MPa	350
τ_{ck}	Mez únavy v krutu	MPa	226
ρ	Měrná hmotnost	kg.m ⁻³	7 100
α_{term}	Koeficient tepelné roztažnosti	μm/(m.K)	14,3

3.1. Kontrolní pevnostní výpočet hlavního čepu

Průměr hlavního čepu

$$D_{hc} = 60\text{mm}$$

Průměr odlehčení:

$$d_{hc} = 0\text{mm}$$

Průřezový modul hlavního čepu v krutu

$$W_{hc} = \frac{\pi}{16} \cdot D_{hc}^3$$

$$W_{hc} = 4.241 \times 10^{-5} \cdot \text{m}^3$$

Maximální tangenciální napětí v nejvíce namáhaném 2. hlavním čepu:

$$\tau_{hc.max} = \frac{M_{kHC3.max}}{W_{hc}}$$

$$\tau_{hc.max} = 13.341 \cdot \text{MPa}$$

Minimální tangenciální napětí v nejvíce namáhaném 2. hlavním čepu:

$$\tau_{hc.min} = \frac{M_{kHC3.min}}{W_{hc}}$$

$$\tau_{hc.min} = -11.496 \cdot \text{MPa}$$

Střední hodnota napětí

$$\tau_{hc.m} = \frac{\tau_{hc.max} + \tau_{hc.min}}{2}$$

$$\tau_{hc.m} = 0.922 \cdot \text{MPa}$$

Amplituda napětí

$$\tau_{hc.a} = \frac{\tau_{hc.max} - \tau_{hc.min}}{2}$$

$$\tau_{hc.a} = 12.418 \text{MPa}$$

Součinitel vlivu velikosti

$$\varepsilon_{hc.\tau 1} = 0.6$$

Součinitel vlivu povrchu

$$\varepsilon_{hc.\tau 2} = 1$$

Celkový součinitel

$$\varepsilon_{hc.\tau} = \varepsilon_{hc.\tau 1} \cdot \varepsilon_{hc.\tau 2}$$

Součinitel koncentrace napětí

$$K_{hc.\tau} = 2.5$$

Součinitel citlivosti k asymetrii cyklu

$$\psi_{\tau} = 0.1$$

Mez únavy v krutu materiálu

$$\tau_{ck} = 226 \text{ MPa}$$

Mez únavy v krutu součásti

$$\tau'_{ck} = \tau_{ck} \cdot \frac{\varepsilon_{hc.\tau}}{K_{hc.\tau}}$$

$$\tau'_{ck} = 54.24 \text{ MPa}$$

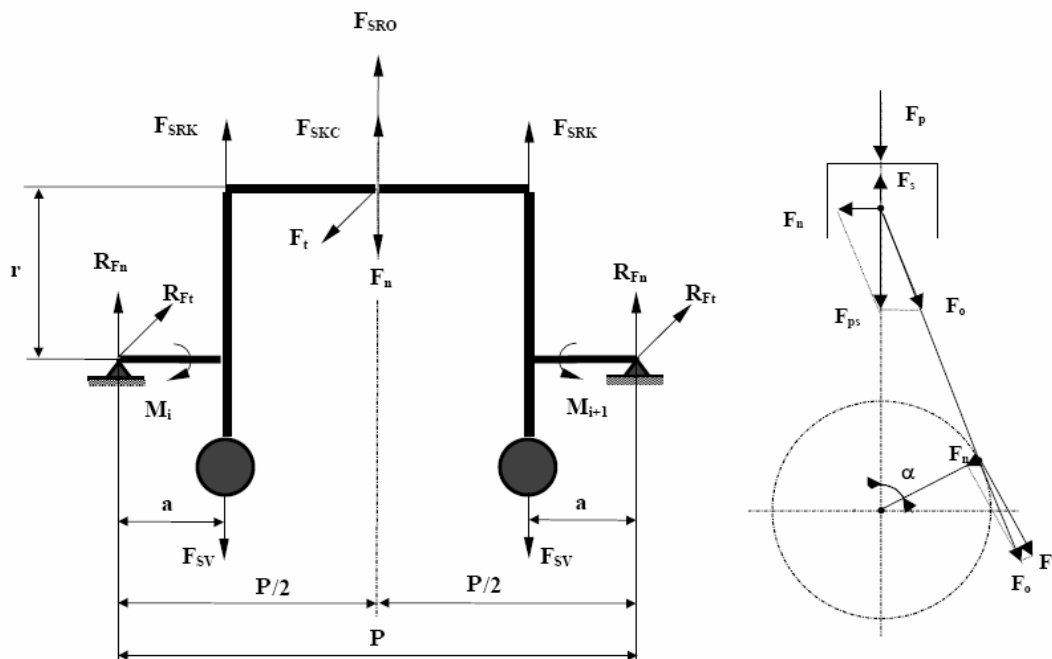
Míra bezpečnosti k mezi únavy v krutu

$$\eta_{hc.\tau} = \frac{\tau'_{ck}}{\tau_{hc.a} + \frac{\tau'_{ck}}{\tau_{ck}} \cdot \psi_{\tau} \cdot \tau_{hc.m}}$$

$$\eta_{hc.\tau} = 4.360$$

3.2. Kontrolní pevnostní výpočet ojničního čepu

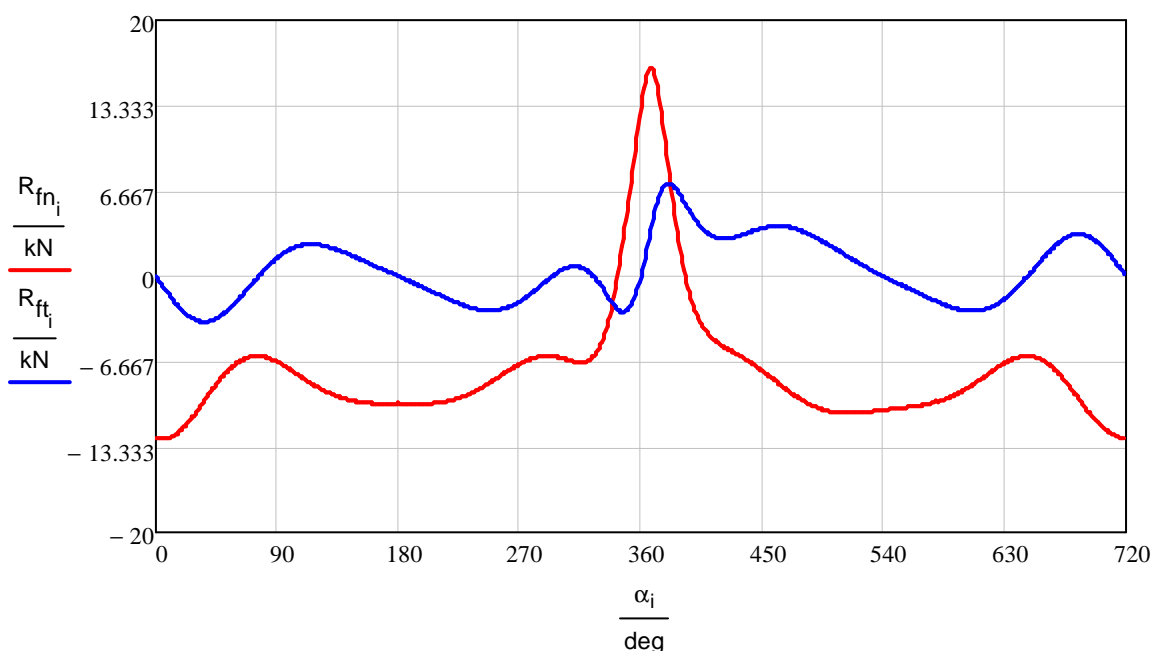
NAMÁHÁNÍ OJNIČNÍHO ČEPU NA OHYB



Vnější průměr ojničního čepu:

$$D_{OC} = 50 \text{ mm}$$

Vnitřní průměr ojnicního čepu:	$d_{oc} = 0\text{mm}$	
Rotační hmota ojnice:	$m_{ok} = 0.497\text{kg}$	
Vzdálenost P :	$P = 144\text{mm}$	
Vzdálenost $P/2$	$\frac{P}{2} = 72\text{mm}$	
Vzdálenost a :	$a = 27.824\text{mm}$	
Hmotnost vývažku v rovině zalomení:	$m_v = 0\text{kg}$	
Hmotnost ojnicního čepu:	$m_{ojc} = 0.285\text{kg}$	
Hmotnost ramene kliky:	$m_{ram} = 0.458\text{kg}$	
Úhel mezi mazacím kanálem a osou ojnicního čepu:	$\phi = 0\text{deg}$	
Normálová síla (v ose válce):	$F_{n_i} = Fr_i$ $F_{n.\max} = \max(F_n)$ $F_{n.\min} = \min(F_n)$	$F_{n.\max} = 45.029\text{kN}$ $F_{n.\min} = -12.95\text{kN}$
Tangenciální síla (kolmo na osu válce):	$F_{t_i} = Ft_i$ $F_{t.\max} = \max(F_t)$ $F_{t.\min} = \min(F_t)$	$F_{t.\max} = 14.431\text{kN}$ $F_{t.\min} = -7.097\text{kN}$
Odstředivá síla od ramene kliky:	$F_{srk} = m_{ram} \cdot \rho \cdot \omega^2$	$F_{srk} = 2871.778\text{N}$
Odstředivá síla ojnicního čepu:	$F_{soc} = m_{ojc} \cdot \rho \cdot \omega^2$	$F_{soc} = 1787.024\text{N}$
Odstředivá síla rotujících částí ojnice:	$F_{sro} = m_{ok} \cdot r \cdot \omega^2$	$F_{sro} = 4969.72\text{N}$
Odstředivá síla vývažků v rovině zalomení:	$F_{sv} = m_v \cdot r_v \cdot \omega^2$	$F_{sv} = 0\text{kN}$
Celková síla rotujících hmotností:	$F_c = F_{sro} + F_{soc} + 2F_{srk}$ $F_c = 12500.301\text{N}$	
Velikost reakce R_{fn} ležící v rovině zalomení:	$R_{fn_i} = \frac{F_{n_i} - (F_c - F_{sv})}{2}$ $\max(R_{fn}) = 16.264\text{kN}$	$\min(R_{fn}) = -12.725\text{kN}$
Velikost reakce R_{ft} kolmé k rovině zalomení:	$R_{ft_i} = \frac{F_{t_i}}{2}$ $\max(R_{ft}) = 7.215\text{kN}$	$\min(R_{ft}) = -3.548\text{kN}$



Výsledný vnitřní momentový účinek, namáhající ojnicí čep na ohyb v rovině zalomení ve středním průřezu čepu:

$$M_{Oz_i} = R_{fn_i} \cdot \frac{P}{2} + (F_{srk} - F_{sv}) \cdot \left[\left(\frac{P}{2} \right) - a \right]$$

Výsledný vnitřní momentový účinek, namáhající ojnicí čep na ohyb v rovině kolmé k rovině zalomení ve středním průřezu čepu:

$$M_{Ot_i} = R_{ft_i} \cdot \frac{P}{2}$$

Celkový výsledný vnitřní ohybový momentový účinek.

$$M_{O_i} = \sqrt{(M_{Oz_i})^2 + (M_{Ot_i})^2}$$

Maximální ohybový moment v místě zakončení mazacího otvoru:

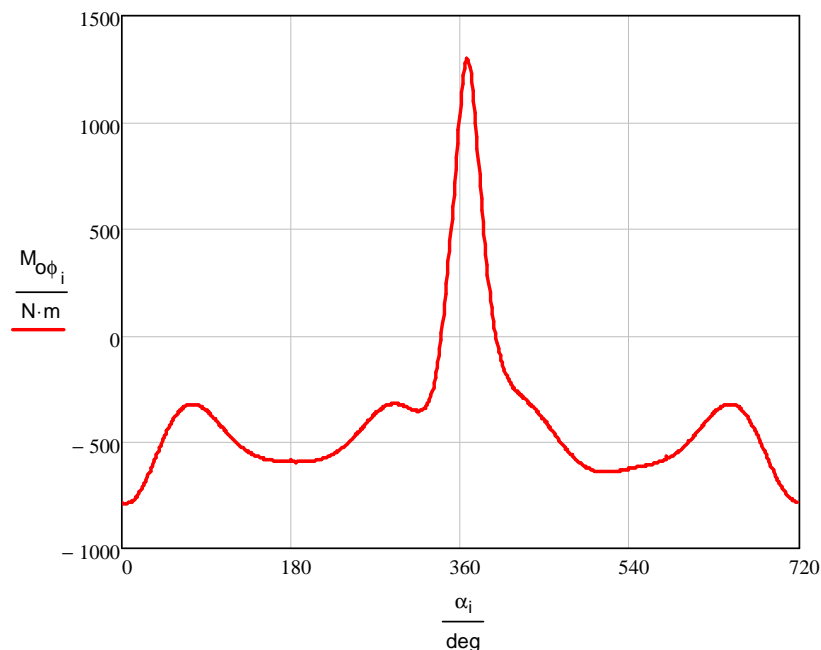
$$M_{O\phi_i} = M_{Oz_i} \cdot \cos(\phi) + M_{Ot_i} \cdot \sin(\phi)$$

Extrémní hodnoty výsledného ohybového momentu:

$$\begin{aligned} M_{O\phi_{\max}} &= \max(M_{O\phi}) \\ M_{O\phi_{\max}} &= 1297.888 \text{ N}\cdot\text{m} \\ M_{O\phi_{\min}} &= \min(M_{O\phi}) \\ M_{O\phi_{\min}} &= -789.344 \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

Průřezový modul ojnicího čepu v ohybu:

$$\begin{aligned} W_{\sigma oc} &= \frac{\pi}{32} \cdot D_{oc}^3 \\ W_{\sigma oc} &= 1.227 \times 10^{-5} \cdot \text{m}^3 \end{aligned}$$



Maximální napětí v nejméně namáhaném 2. ojnicním čepu:

$$\sigma_{oc.max} = \frac{M_{o\phi max}}{W_{ooc}} \quad \sigma_{oc.max} = 105.761 \text{ MPa}$$

Minimální napětí v nejméně namáhaném 2. ojnicním čepu:

$$\sigma_{oc.min} = \frac{M_{o\phi min}}{W_{ooc}} \quad \sigma_{oc.min} = -64.322 \text{ MPa}$$

Střední hodnota napětí:

$$\sigma_{oc.m} = \frac{\sigma_{oc.max} + \sigma_{oc.min}}{2} \quad \sigma_{oc.m} = 20.72 \text{ MPa}$$

Amplituda napětí:

$$\sigma_{oc.a} = \frac{\sigma_{oc.max} - \sigma_{oc.min}}{2} \quad \sigma_{oc.a} = 85.041 \text{ MPa}$$

Součinitel vlivu velikosti:

$$\varepsilon_{oc.\sigma 1} = 0.75$$

Součinitel vlivu povrchu:

$$\varepsilon_{oc.\sigma 2} = 1$$

Celkový součinitel:

$$\varepsilon_{oc.\sigma} = \varepsilon_{oc.\sigma 1} \cdot \varepsilon_{oc.\sigma 2}$$

Součinitel koncentrace napětí:

$$K_{oc.\sigma} = 1.2$$

Součinitel citlivosti k asymetrii cyklu:

$$\psi_{\sigma} = 0.2$$

Mez únavy v krutu vzorku materiálu: $\sigma_{co} = 350 \text{ MPa}$

Mez únavy v krutu součásti:

$$\sigma'_{oc.co} = \sigma_{co} \cdot \frac{\varepsilon_{oc.\sigma}}{K_{oc.\sigma}} \quad \sigma'_{oc.co} = 218.75 \text{ MPa}$$

Míra bezpečnosti k mezi únavy v ohybu součásti:

$$n_{oc.\sigma} = \frac{\sigma'_{oc.co}}{\sigma_{oc.a} + \frac{\sigma'_{oc.co}}{\sigma_{co}} \cdot \psi_{\sigma} \cdot \sigma_{oc.m}} \quad n_{oc.\sigma} = 2.496$$

NAMÁHÁNÍ OJNIČNÍHO ČEPU NA KRUT

Průřezový modul ojničního čepu v krutu:

$$W_{\tau_{oc}} = 2 \cdot W_{\sigma_{oc}} \quad W_{\tau_{oc}} = 2.454 \times 10^{-5} \cdot m^3$$

Maximální tangenciální napětí v nejvíce namáhaném 2. ojničním čepu:

$$\tau_{oc,max} = \frac{\max(Mk_2)}{W_{\tau_{oc}}} \quad \tau_{oc,max} = -1.068 \text{ MPa}$$

Minimální tangenciální napětí v nejvíce namáhaném 2. ojničním čepu:

$$\tau_{oc,min} = \frac{\min(Mk_2)}{W_{\tau_{oc}}} \quad \tau_{oc,min} = -13.012 \text{ MPa}$$

Střední hodnota napětí:

$$\tau_{oc,m} = \frac{\tau_{oc,max} + \tau_{oc,min}}{2} \quad \tau_{oc,m} = -7.04 \text{ MPa}$$

Amplituda napětí:

$$\tau_{oc,a} = \frac{\tau_{oc,max} - \tau_{oc,min}}{2} \quad \tau_{oc,a} = 5.972 \text{ MPa}$$

Součinitel vlivu velikosti:

$$\varepsilon_{oc,\tau_1} = 0.6$$

Součinitel vlivu povrchu:

$$\varepsilon_{oc,\tau_2} = 1$$

Celkový součinitel:

$$\varepsilon_{oc,\tau} = \varepsilon_{oc,\tau_1} \cdot \varepsilon_{oc,\tau_2}$$

Součinitel koncentrace napětí:

$$K_{oc,\tau} = 2$$

Součinitel citlivosti k asymetrii cyklu:

$$\psi_{\tau} = 0.1$$

Mez únavy v krutu vzorku materiálu:

$$\tau_{ck} = 226 \text{ MPa}$$

Mez únavy v krutu součásti:

$$\tau'_{oc,ck} = \tau_{ck} \cdot \frac{\varepsilon_{oc,\tau}}{K_{oc,\tau}} \quad \tau'_{oc,ck} = 67.8 \text{ MPa}$$

Míra bezpečnosti k mezi únavy v krutu:

$$n_{oc,\tau} = \frac{\tau'_{oc,ck}}{\tau_{oc,a} + \frac{\tau'_{oc,ck}}{\tau_{ck}} \cdot \psi_{\tau} \cdot \tau_{oc,m}} \quad n_{oc,\tau} = 9.415$$

CELKOVÁ MÍRA BEZPEČNOSTI NEJVÍCE NAMÁHANÉHO OJNIČNÍHO ČEPU

$$n_{oc} = \frac{n_{oc,\tau} \cdot n_{oc,\sigma}}{\sqrt{n_{oc,\tau}^2 + n_{oc,\sigma}^2}} \quad n_{oc} = 2.413$$

3.3. Kontrolní pevnostní klikového ramene

NAMÁHÁNÍ RAMENE NA KRUT

Maximální tangenciální síla:	$\max(F_t) = 14.431 \text{ kN}$	
Minimální tangenciální síla:	$\min(F_t) = -7.097 \text{ kN}$	
Reakce v ložisku:	$R_{ft_i} = \frac{F_{t_i}}{2}$	$\max(R_{ft}) = 7.215 \text{ kN}$ $\min(R_{ft}) = -3.548 \text{ kN}$
Maximální kroutící moment namáhající rameno:	$M_{kr.max} = \max(R_{ft}) \cdot a$	$M_{kr.max} = 200.764 \text{ N}\cdot\text{m}$
Minimální kroutící moment namáhající rameno:	$M_{kr.min} = \min(R_{ft}) \cdot a$	$M_{kr.min} = -98.731 \text{ N}\cdot\text{m}$
Šířka klikového ramene v přechodu do ojnicního čepu:	$b_r = 76.214 \text{ mm}$	
Tloušťka ramene v řešeném průřezu:	$t_r = 20.352 \text{ mm}$	
Poměr šířky a tloušťky ramene:	$\frac{b_r}{t_r} = 3.745$	
Součinitel pro výpočet průřezu modulu klikového ramene v krutu (viz tab. 6):	$\mu = \frac{(0.282 - 0.267)}{4 - 3} \cdot \left(\frac{b_r}{t_r} - 3 \right) + 0.267$	$\mu = 0.278$
Průřezový modul klikového ramene v krutu:	$W_{\tau r} = \mu \cdot b_r \cdot t_r^2$	$W_{\tau r} = 8.781 \times 10^{-6} \cdot \text{m}^3$
Maximální napětí v krutu:	$\tau_{r.max} = \frac{M_{kr.max}}{W_{\tau r}}$	$\tau_{r.max} = 22.862 \text{ MPa}$
Minimální napětí v krutu:	$\tau_{r.min} = \frac{M_{kr.min}}{W_{\tau r}}$	$\tau_{r.min} = -11.243 \text{ MPa}$
Střední hodnota napětí:	$\tau_{r.m} = \frac{\tau_{r.max} + \tau_{r.min}}{2}$	$\tau_{r.m} = 5.81 \text{ MPa}$
Amplituda napětí:	$\tau_{r.a} = \frac{\tau_{r.max} - \tau_{r.min}}{2}$	$\tau_{r.a} = 17.053 \text{ MPa}$
Součinitel vlivu velikosti:	$\varepsilon_{r,\tau 1} = 0.7$	
Součinitel vlivu povrchu:	$\varepsilon_{r,\tau 2} = 1$	
Celkový součinitel:	$\varepsilon_{r,\tau} = \varepsilon_{r,\tau 1} \cdot \varepsilon_{r,\tau 2}$	
Součinitel koncentrace napětí:	$K_{r,\tau} = 2$	

Součinitel citlivosti k
asymetrii cyklu:

$$\psi_{\tau} = 0.1$$

Mez únavy v krutu vzorku
materiálu:

$$\tau_{ck} = 226 \text{ MPa}$$

Mez únavy v krutu součásti:

$$\tau'_{r,ck} = \tau_{ck} \cdot \frac{\varepsilon_{r,\tau}}{K_{r,\tau}}$$

$$\tau'_{r,ck} = 79.1 \text{ MPa}$$

Míra bezpečnosti k mezi
únavy v krutu:

$$n_{r,\tau} = \frac{\tau'_{r,ck}}{\tau_{r,a} + \frac{\tau'_{r,ck}}{\tau_{ck}} \cdot \psi_{\tau} \cdot \tau_{r,m}}$$

$$n_{r,\tau} = 4.584$$

NAMÁHÁNÍ RAMENE NA OHYB A TAH – TLAK

Průřez klikového ramene v
přechodu do ojnicního čepu:

$$S_r = b_r \cdot t_r$$

$$S_r = 1.551 \times 10^{-3} \cdot \text{m}^2$$

Průřezový modul klikového
ramene v ohybu:

$$W_{r,\sigma} = \frac{b_r \cdot t_r^2}{6}$$

$$W_{r,\sigma} = 5.261 \times 10^{-6} \cdot \text{m}^3$$

Ohybový moment
namáhající rameno:

$$M_{r,\sigma_i} = R_{fn_i} \cdot a$$

$$\begin{aligned} \max(M_{r,\sigma}) &= 452.536 \text{ N} \cdot \text{m} \\ \min(M_{r,\sigma}) &= -354.063 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

Celkové normálové napětí od
ohybu a tahu-tlaku:

$$\sigma_{r,i} = \frac{M_{r,\sigma_i}}{W_{r,\sigma}} + \frac{R_{fn_i}}{S_r}$$

Maximální napětí

$$\sigma_{r,\max} = \max(\sigma_r)$$

$$\sigma_{r,\max} = 96.497 \text{ MPa}$$

Minimální napětí:

$$\sigma_{r,\min} = \min(\sigma_r)$$

$$\sigma_{r,\min} = -75.499 \text{ MPa}$$

Střední hodnota napětí:

$$\sigma_{r,m} = \frac{\sigma_{r,\max} + \sigma_{r,\min}}{2}$$

$$\sigma_{r,m} = 10.499 \text{ MPa}$$

Amplituda napětí:

$$\sigma_{r,a} = \frac{\sigma_{r,\max} - \sigma_{r,\min}}{2}$$

$$\sigma_{r,a} = 85.998 \text{ MPa}$$

Součinitel vlivu velikosti:

$$\varepsilon_{r,\sigma 1} = 1$$

Součinitel vlivu povrchu:

$$\varepsilon_{r,\sigma 2} = 1.1^{\zeta}$$

Celkový součinitel:

$$\varepsilon_{r,\sigma} = \varepsilon_{oc,\sigma 1} \cdot \varepsilon_{oc,\sigma 2}$$

Součinitel koncentrace napětí:

$$K_{r,\sigma} = 1.2$$

Součinitel citlivosti k
asymetrii cyklu:

$$\psi_{\sigma} = 0.2$$

Mez únavy v krutu materiálu:

$$\sigma_{co} = 350 \text{ MPa}$$

Mez únavy v krutu součásti:

$$\sigma'_{r.co} = \sigma_{co} \cdot \frac{\varepsilon_{r.\sigma}}{K_{r.\sigma}} \quad \sigma'_{r.co} = 218.75 \text{ MPa}$$

Míra bezpečnosti k mezi únavy v ohybu součásti:

$$\eta_{r.\sigma} = \frac{\sigma'_{r.co}}{\sigma_{r.a} + \frac{\sigma'_{r.co}}{\sigma_{co}} \cdot \psi_{\sigma} \cdot \sigma_{r.m}}$$

$$\eta_{r.\sigma} = 2.505$$

CELKOVÁ MÍRA BEZPEČNOSTI RAMENE KLIKY

$$\eta_r = \frac{\eta_{r.\tau} \cdot \eta_{r.\sigma}}{\sqrt{\eta_{r.\tau}^2 + \eta_{r.\sigma}^2}}$$

$$\eta_r = 2.198$$

4. Příloha 4 – Torzní kmitání klikového hřídele

4.1. Návrh převodu reduktoru

modul ozubení:	modul = 2.5mm	
ozub. kolo na přírubě KH (1):		
počet zubů:	$z_1 = 42$	
průměr:	$d_1 = \text{modul} \cdot z_1$	$d_1 = 105 \cdot \text{mm}$
ozub. kolo vložené (2):		
počet zubů:	$z_2 = 48$	
průměr:	$d_2 = \text{modul} \cdot z_2$	$d_2 = 120 \cdot \text{mm}$
ozub. kolo na hřídeli vrtule (3):		
počet zubů:	$z_3 = 70$	
průměr:	$d_3 = \text{modul} \cdot z_3$	$d_3 = 175 \cdot \text{mm}$
průměr vrtule :	$d_v = 1690 \text{mm}$	
převodové poměry:		
	$u_{12} = \frac{z_1}{z_2}$	$u_{12} = 0.875$
	$u_{23} = \frac{z_2}{z_3}$	$u_{23} = 0.686$
	$u_{\text{cel}} = u_{12} \cdot u_{23}$	$u_{\text{cel}} = 0.6$
otáčky kol a vrtule:		
	$n_1 = 4500 \text{min}^{-1}$	
	$n_2 = n_1 \cdot u_{12}$	$n_2 = 3937.5 \text{min}^{-1}$
	$n_{\text{vrt}} = n_1 \cdot u_{\text{cel}}$	$n_{\text{vrt}} = 2700 \cdot \text{min}^{-1}$

4.2. Redukce momentů setrvačnosti

moment setrvačnosti vrtule:	$I_{\text{vrt}} = 385 \times 10^{-3} \text{m}^2 \cdot \text{kg}$
moment setrvačnosti ozub. kola 1:	$I_{\text{k1}} = 2.074 \times 10^{-3} \text{m}^2 \cdot \text{kg}$
moment setrvačnosti ozub. kola 2:	$I_{\text{k2}} = 3.163 \times 10^{-3} \text{m}^2 \cdot \text{kg}$
moment setrvačnosti ozub. kola 3:	$I_{\text{k3}} = 4.62 \times 10^{-3} \text{m}^2 \cdot \text{kg}$
moment setrvačnosti konce KH s přírubou pro ozubené kolo:	$I_{\text{khp}} = 8.548 \times 10^{-4} \text{m}^2 \cdot \text{kg}$

moment setrvačnosti zalomení KH:

$$I_{zal} = 2.934 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti konce
KH pro řemenici:

$$I_{kh\emptyset} = 1.197 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti řemenice:

$$I_{\emptyset} = 1.283 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrv. rotujících částí klik.
mechanismu redukováný k ose rotace KH:

$$I_r = m_{ok} \cdot r^2 \quad I_r = 1.007 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti posuvných částí klik.
mechanismu redukováný k ose rotace KH:

$$I_p = \left(\frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \cdot mc \cdot r^2 \quad I_p = 1.093 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

celkový moment pravého konce KH:

$$I_0 = I_{\emptyset} + I_{khe} \quad I_0 = 1.403 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

celkový moment jednoho zalomení
vzhledem k ose rotace KH:

$$I_{1.2} = I_{zal} + I_r + I_p \quad I_{1.2} = 5.035 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_1 = I_{1.2} \quad I_1 = 5.035 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$I_2 = I_{1.2} \quad I_2 = 5.035 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

celkový moment ozubených kol
vzhledem k ose rotace KH:

$$I_3 = I_{khp} + I_{k1} + I_{k2} \cdot u_{12}^{-2} + \frac{I_{k3} \cdot u_{cel}^{-2}}{2}$$

$$I_3 = 13.477 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

celkový moment setrvačnosti vrtule
vzhledem k ose rotace KH:

$$I_4 = \frac{I_{vrt} \cdot u_{cel}^{-2}}{2}$$

$$I_4 = 534.722 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

pozn. I centrálního ozubeného kola a I vrtule dělím dvěma, protože se rozdělují mezi oba KH.

Délka vrtulového hřídele:	$L_{hv} = 115\text{mm}$
Vnější průměr vrtulového hřídele:	$D_{hv} = 45\text{mm}$
Vnitřní průměr vrtulového hřídele:	$d_{hv} = 20\text{mm}$
Poissonova konstanta:	$\mu = 0.27$
Modul pružnosti v tahu:	$E = 16800\text{MPa}$
Modul pružnosti ve smyku:	$G = 6400\text{MPa}$
Polární moment redukovaného průměru hlavního čepu:	$I_{Phc} = \frac{\pi \cdot D_e^4}{32}$ $I_{Phc} = 1.272 \times 10^6 \cdot \text{mm}^4$

ZÁKLADNÍ REDUKOVANÉ DÉLKY

Redukovaná délka řemenice a osazení:

$$L_{e\emptyset} = L_{\emptyset} \cdot \frac{D_e^4}{D_{h\emptyset}^4} + L_{o\emptyset} \cdot \frac{D_e^4}{D_{o\emptyset}^4}$$
$$L_{e\emptyset} = 224.634\text{mm}$$

Redukovaná délka hlavního čepu:

$$L_{eh} = L_j \cdot \frac{D_e^4}{D_j^4}$$
$$L_{eh} = 29\text{mm}$$

Redukovaná délka ojnicního čepu:

$$L_{eo} = L_c \cdot \frac{D_e^4}{D_c^4}$$
$$L_{eo} = 52.98\text{mm}$$

Redukovaná délka ramene kliky:

$$L_{er} = \frac{3}{8} \cdot \pi \cdot \frac{1}{2 \cdot (1 + \mu)} \cdot r \cdot \frac{D_e^4}{L_w \cdot B^3}$$
$$L_{er} = 29.831\text{mm}$$

CELKOVÉ REDUKOVANÉ DÉLKY

Celková redukovaná délka potřebná k výpočtu tuhosti C_0 :

$$L_0 = L_{e\emptyset} + L_{eh} + L_{er} + \frac{1}{2} \cdot L_{eo}$$
$$L_0 = 309.955\text{mm}$$

Celková redukovaná délka potřebná k výpočtu tuhosti C_1 :

$$L_1 = L_{eh} + L_{eo} + 2 \cdot L_{er}$$
$$L_1 = 141.643\text{mm}$$

Celková redukovaná délka potřebná k výpočtu tuhosti C_2 :

$$L_2 = \frac{1}{2} \cdot L_{eo} + L_{er} + L_{eh} + L_p \cdot \frac{D_e^4}{D_p^4}$$
$$L_2 = 86.387\text{mm}$$

Celková redukovaná
délka potřebná k
výpočtu tuhosti C₃:

$$L_3 = L_{hv} \cdot \frac{D_e^4}{D_{hv}^4 - d_{hv}^4} \cdot u_{cel}^{-2}$$

$$L_3 = 1050.595 \text{ mm}$$

4.4. Redukované tuhosti

Výsledná tuhost C₀:
$$C_0 = \frac{G \cdot I_{Phc}}{L_0}$$

$$C_0 = 2.627 \times 10^5 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Výsledná tuhost C₁:
$$C_1 = \frac{G \cdot I_{Phc}}{L_1}$$

$$C_1 = 5.749 \times 10^5 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Výsledná tuhost C₂:
$$C_2 = \frac{G \cdot I_{Phc}}{L_2}$$

$$C_2 = 9.426 \times 10^5 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Výsledná tuhost C₃:
$$C_3 = \frac{G \cdot I_{Phc}}{L_3}$$

$$C_3 = 7.751 \times 10^4 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

4.5. Vlastní frekvence kmitání

Matice tuhosti:

$$C = \begin{pmatrix} C_0 & -C_0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_0 & C_0 + C_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ 0 & -C_1 & C_1 + C_2 & -C_2 & 0 \\ 0 & 0 & -C_2 & C_2 + C_3 & -C_3 \\ 0 & 0 & 0 & -C_3 & C_3 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0.263 & -0.263 & 0 & 0 & 0 \\ -0.263 & 0.838 & -0.575 & 0 & 0 \\ 0 & -0.575 & 1.518 & -0.943 & 0 \\ 0 & 0 & -0.943 & 1.02 & -0.078 \\ 0 & 0 & 0 & -0.078 & 0.078 \end{pmatrix} \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Matice hmotnosti:

$$M = \begin{pmatrix} I_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_4 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 1.403 \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.035 \times 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.035 \times 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.013 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.535 \end{pmatrix} \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

$$A = M^{-1} \cdot C$$

$$A = \begin{pmatrix} 187259485.11 & -187259485.11 & 0 & 0 & 0 \\ -52180694.087 & 166367360.356 & -114186666.269 & 0 & 0 \\ 0 & -114186666.269 & 301409242.239 & -187222575.97 & 0 \\ 0 & 0 & -69940880.686 & 75691924.286 & -5751043.6 \\ 0 & 0 & 0 & -144951.063 & 144951.063 \end{pmatrix} \cdot \text{sec}^{-2}$$

$$V_{\chi} = \text{eigenvals}(A) \quad \chi = \begin{pmatrix} 407262557.313 \\ 243636284.896 \\ 76812414.617 \\ 3161706.228 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \text{sec}^{-2}$$

Vektor vlastních frekvencí:

$$\vec{\Omega} = \sqrt{\chi} \quad \Omega = \begin{pmatrix} 20180.747 \\ 15608.853 \\ 8764.269 \\ 1778.119 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Modální matice:

$$x = \text{eigenvecs} (A) \quad x = \begin{pmatrix} -0.388 & -0.926 & 0.824 & -0.52 & 0.447 \\ 0.456 & 0.279 & 0.486 & -0.511 & 0.447 \\ -0.784 & 0.235 & 0.005 & -0.493 & 0.447 \\ 0.165 & -0.098 & -0.291 & -0.474 & 0.447 \\ -0 & 0 & 0.001 & 0.023 & 0.447 \end{pmatrix}$$

Vlastní tvary torzních výchylek:

$$j = 0..4$$

$$a_{1j} = \frac{x_{j,3}}{x_{0,3}}$$

$$a_{1j} =$$

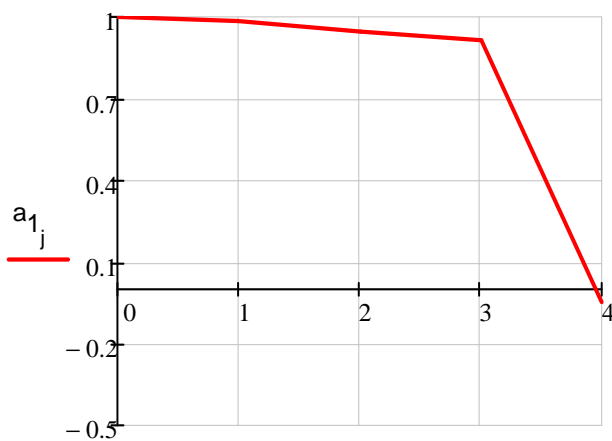
1
$983.116 \cdot 10^{-3}$
$948.179 \cdot 10^{-3}$
$910.859 \cdot 10^{-3}$
$-43.766 \cdot 10^{-3}$

$$a_{2j} = \frac{x_{j,2}}{x_{0,2}}$$

$$a_{2j} =$$

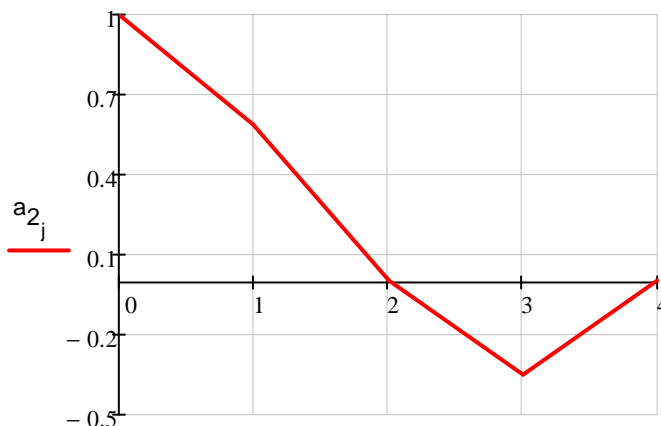
1
$589.808 \cdot 10^{-3}$
$5.6 \cdot 10^{-3}$
$-353.004 \cdot 10^{-3}$
$667.406 \cdot 10^{-6}$

1. vlatní tvar kmitání



j

2. vlastní tvar kmitání



j

První vlastní frekvence: $\Omega_3 = 1.778 \times 10^3 \frac{1}{s}$ $N_1 = \frac{\Omega_3}{2 \cdot \pi}$ $N_1 = 282.996 \text{ Hz}$

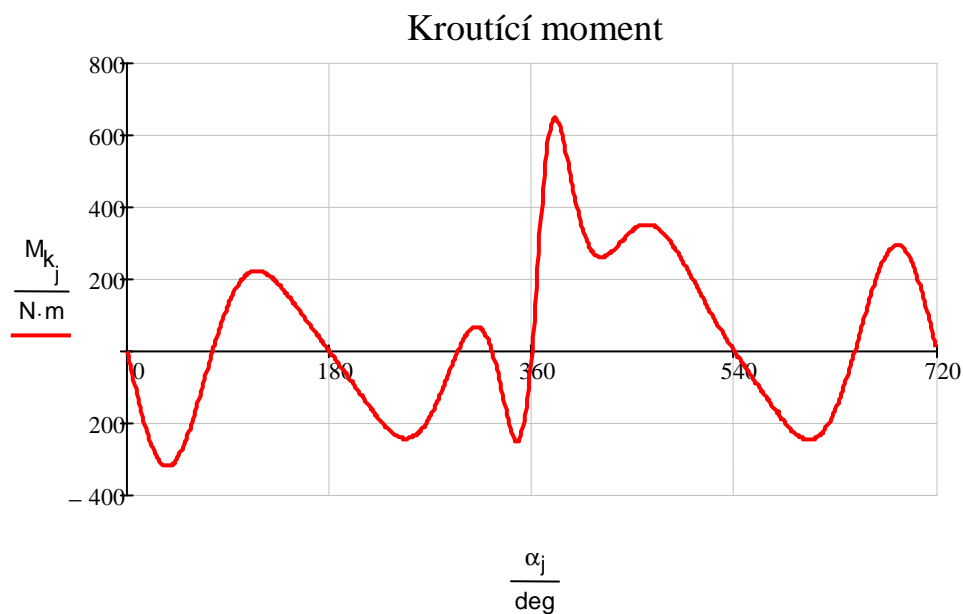
Druhá vlastní frekvence: $\Omega_2 = 8.764 \times 10^3 \frac{1}{s}$ $N_2 = \frac{\Omega_2}{2 \cdot \pi}$ $N_2 = 1394.877 \text{ Hz}$

4.6. Vynucené torzní kmitání

Harmonická analýza budícího momentu:

$n_p = 720$ $\text{krok} = \frac{720}{n_p} \text{ deg}$ $\text{krok} = 1 \cdot \text{deg}$ $j = 0.. n_p - 1$

$\alpha_j = j \cdot \text{krok}$ $n_p - 1 = 719$ $M_{K_j} = F_{t_j} \cdot r$



Fourierova analýza kroutícího momentu v komplexním oboru:

$k = 0.. 20$ $\kappa_k = \frac{1}{2} \cdot k$

$$h_k = \frac{2}{n_p} \cdot \sum_{j=0}^{n_p-1} \left[M_{K_j} \cdot e^{i \cdot \left(k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{j}{n_p} \right)} \right]$$

Reálná složka:

$$a_{h_k} = \text{Re}(h_k)$$

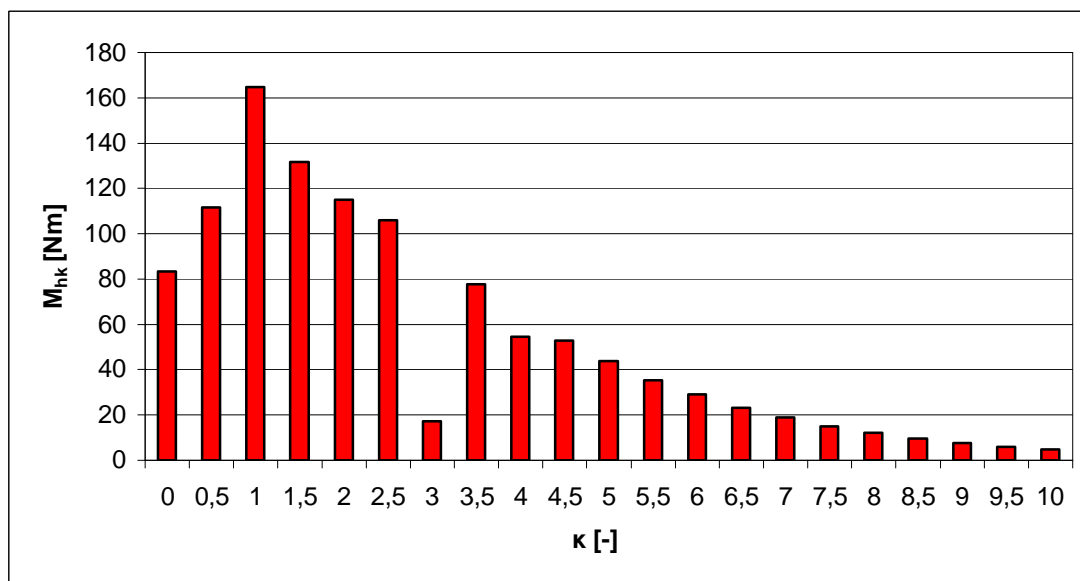
Imaginární složka:

$$b_{h_k} = \text{Im}(h_k)$$

Absolutní hodnota:

$$M_{h_k} = |h_k|$$

k =	$\kappa =$	$a_{h_k} =$	$b_{h_k} =$	$M_{h_k} =$
0	0	83.232	0	83.232
1	0.5	-85.749	-71.491	111.642
2	1	45.27	158.478	164.817
3	1.5	-13.017	-131.049	131.694
4	2	$726.275 \cdot 10^{-3}$	-114.931	114.933
5	2.5	11.137	-105.433	106.020
6	3	-11.203	-13.107	17.242
7	3.5	15.602	-76.047	77.631
8	4	-15.657	52.179	54.477
9	4.5	16.158	-50.248	52.782
10	5	-14.007	41.352	43.660
11	5.5	13.567	-32.672	35.377
12	6	-11.87	26.724	29.242
13	6.5	11.001	-20.266	23.060
14	7	-9.125	16.693	19.024
15	7.5	8.432	-12.362	14.964
16	8	-6.84	10.107	12.204
17	8.5	6.22	-7.344	9.624
18	9	-5.042	5.842	7.717
19	9.5	4.444	-4.062	6.021
20	10	-3.568	3.243	4.821



KRITICKÉ OTÁČKY

$\kappa = 0.5, 1.. 10$

$$n_{kr1}(\kappa) = \frac{N_1}{\kappa}$$

$$n_{kr2}(\kappa) = \frac{N_2}{\kappa}$$

$\kappa =$	$\frac{n_{kr1}(\kappa)}{\text{min}^{-1}} =$	$\frac{n_{kr2}(\kappa)}{\text{min}^{-1}} =$
0.5	33959.566	167385.212
1.0	16979.783	83692.606
1.5	11319.855	55795.071
2.0	8489.892	41846.303
2.5	6791.913	33477.042
3.0	5659.928	27897.535
3.5	4851.367	23912.173
4.0	4244.946	20923.151
4.5	3773.285	18598.357
5.0	3395.957	16738.521
5.5	3087.233	15216.837
6.0	2829.964	13948.768
6.5	2612.274	12875.786
7.0	2425.683	11956.087
7.5	2263.971	11159.014
8.0	2122.473	10461.576
8.5	1997.622	9846.189
9.0	1886.643	9299.178
9.5	1787.346	8809.748
10.0	1697.978	8369.261

4.7. Vydatnost rezonancí

UYDATNOST REZONANCÍ PRO PRVNÍ VLASTNÍ FREKVENCI

$$i = 1.. 2$$

$$i_v = 2$$

$$\kappa_k = 0.5 \cdot k + 0.5$$

úhly mezi zalomeními KH pro
 $\kappa = 0,5; 2,5; 4,5; 6,5; 8,5:$

$$\delta_{1_1} = 0 \cdot \text{deg}$$

$$\delta_{1_2} = 90 \text{deg}$$

úhly mezi zalomeními KH pro
 $\kappa = 1; 3; 5; 7; 9:$

$$\delta_{2_1} = 0 \cdot \text{deg}$$

$$\delta_{2_2} = 180 \text{deg}$$

úhly mezi zalomeními KH pro
 $\kappa = 1,5; 3,5; 5,5; 7,5; 9,5:$

$$\delta_{3_1} = 0 \cdot \text{deg}$$

$$\delta_{3_2} = 270 \text{deg}$$

úhly mezi zalomeními KH pro
 $\kappa = 2; 4; 6; 8; 10 :$

$$\delta_{4_1} = 0 \cdot \text{deg}$$

$$\delta_{4_2} = 360 \text{deg}$$

Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci a řády
 $\kappa = 0,5; 2,5; 4,5; 6,5; 8,5:$

$$\varepsilon_{1_1} = \sqrt{\left[\sum_i (a_{1_i} \cdot \sin(\delta_{1_i})) \right]^2 + \left[\sum_i (a_{1_i} \cdot \cos(\delta_{1_i})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_1} = 1.366$$

Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci a řády
 $\kappa = 1; 3; 5; 7; 9:$

$$\varepsilon_{1_2} = \sqrt{\left[\sum_i (a_{1_i} \cdot \sin(\delta_{2_i})) \right]^2 + \left[\sum_i (a_{1_i} \cdot \cos(\delta_{2_i})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_2} = 0.035$$

Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci a řády
 $\kappa = 1,5; 3,5; 5,5; 7,5; 9,5:$

$$\varepsilon_{1_3} = \sqrt{\left[\sum_i (a_{1_i} \cdot \sin(\delta_{3_i})) \right]^2 + \left[\sum_i (a_{1_i} \cdot \cos(\delta_{3_i})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_3} = 1.366$$

Vydatnost rezonancí pro první vlastní frekvenci a řády
 $\kappa = 2; 4; 6; 8; 10 :$

$$\varepsilon_{1_4} = \sqrt{\left[\sum_i (a_{1_i} \cdot \sin(\delta_{4_i})) \right]^2 + \left[\sum_i (a_{1_i} \cdot \cos(\delta_{4_i})) \right]^2}$$

$$\varepsilon_{1_4} = 1.931$$

RYADNOST REZONANCÍ PRO DRUHOU VLASTNÍ FREKVENCÍ

RYadnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci a řády
 $\kappa = 0,5; 2,5; 4,5; 6,5; 8,5$:

$$\varepsilon_{2_1} = \sqrt{\left[\sum_i (a_{2_i} \cdot \sin(\delta_{1_i})) \right]^2 + \left[\sum_i (a_{2_i} \cdot \cos(\delta_{1_i})) \right]^2} \quad \varepsilon_{2_1} = 0.59$$

RYadnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci a řády
 $\kappa = 1; 3; 5; 7; 9$:

$$\varepsilon_{2_2} = \sqrt{\left[\sum_i (a_{2_i} \cdot \sin(\delta_{2_i})) \right]^2 + \left[\sum_i (a_{2_i} \cdot \cos(\delta_{2_i})) \right]^2} \quad \varepsilon_{2_2} = 0.584$$

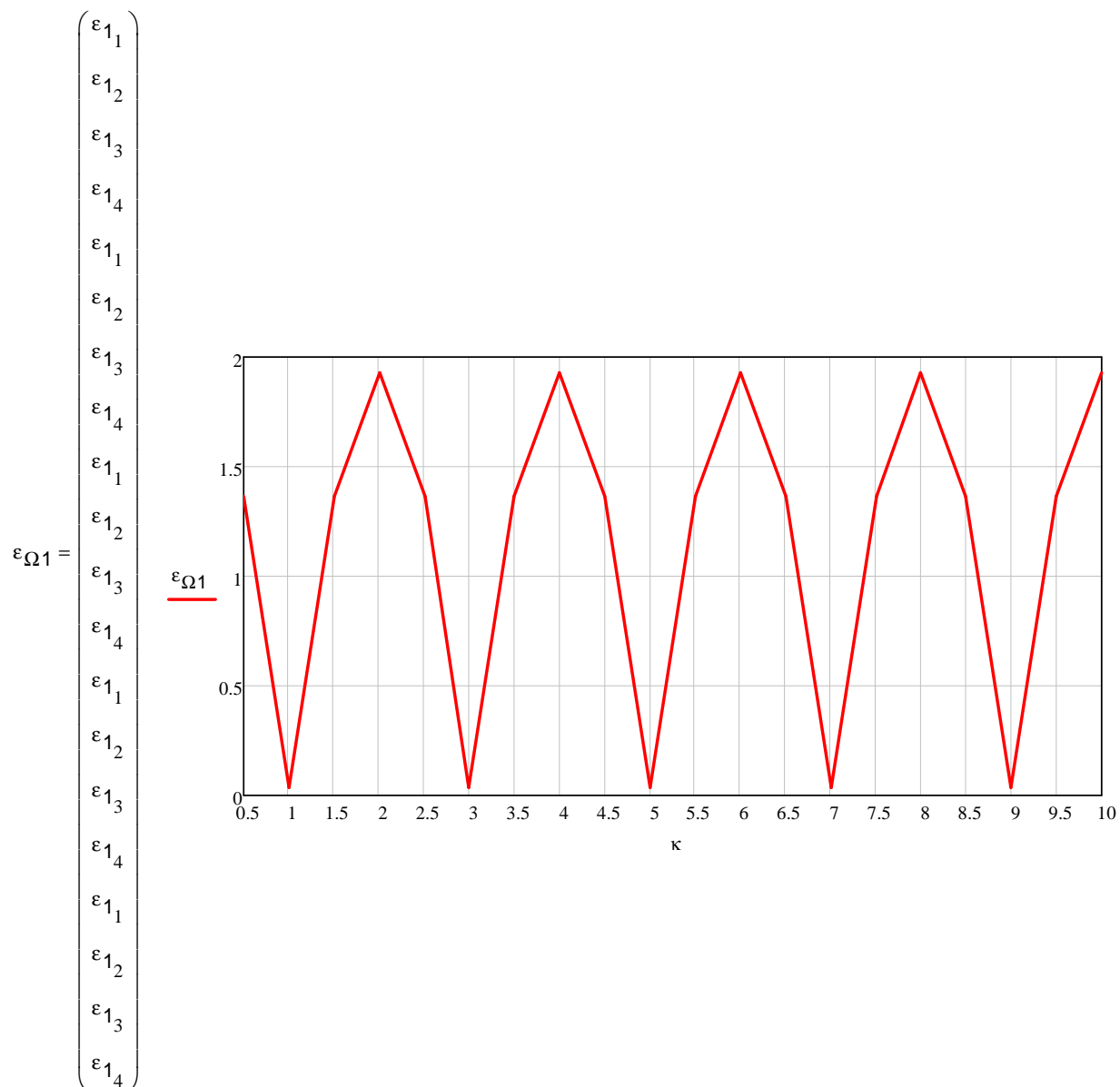
RYadnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci a řády
 $\kappa = 1,5; 3,5; 5,5; 7,5; 9,5$:

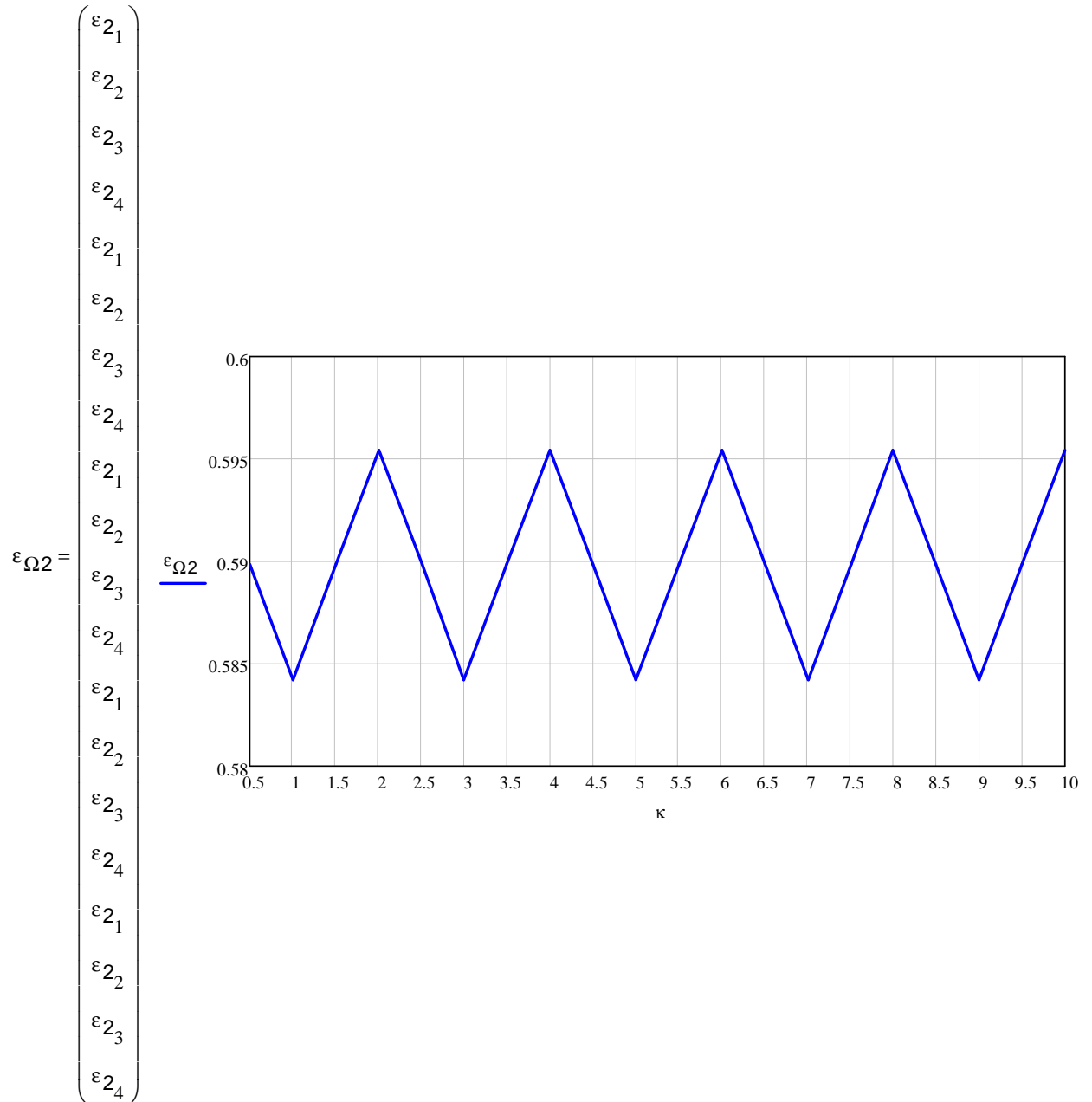
$$\varepsilon_{2_3} = \sqrt{\left[\sum_i (a_{2_i} \cdot \sin(\delta_{3_i})) \right]^2 + \left[\sum_i (a_{2_i} \cdot \cos(\delta_{3_i})) \right]^2} \quad \varepsilon_{2_3} = 0.59$$

RYadnost rezonancí pro druhou vlastní frekvenci a řády
 $\kappa = 2; 4; 6; 8; 10$:

$$\varepsilon_{2_4} = \sqrt{\left[\sum_i (a_{2_i} \cdot \sin(\delta_{4_i})) \right]^2 + \left[\sum_i (a_{2_i} \cdot \cos(\delta_{4_i})) \right]^2} \quad \varepsilon_{2_4} = 0.595$$

GRAFICKÉ VYJÁDRĚNÍ VYDATNOSTÍ REZONANCÍ





4.8. Torzní výchylky volného konce v rezonanci

TORZNÍ VÝCHYLKY PRO PRVNÍ VLASTNÍ FREKVENCÍ

Velikost tlumících odporů:

$$\xi = 1.5 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec} \cdot \text{rad}^{-1}$$

Torzní výchylky v rezonanci
pro první vlastní frekvenci:

$$\phi_{\Omega 1_k} = \frac{M_{h_k} \cdot \varepsilon_{\Omega 1_k}}{\Omega_3 \xi \cdot \left[\sum_i (a_{1_i})^2 \right]}$$

	0
0	0.5
1	1.0
2	1.5
3	2.0
4	2.5
5	3.0
6	3.5
7	4.0
8	4.5
9	5.0
10	5.5
11	6.0
12	6.5
13	7.0
14	7.5
15	8.0
16	8.5
17	9.0
18	9.5
19	10.0
20	10.5

$\kappa =$

$$\frac{\phi_{\Omega 1}}{\text{rad} \cdot 10^{-3}} =$$

	0
0	22.847
1	30.646
2	45.242
3	36.150
4	31.549
5	29.102
6	4.733
7	21.310
8	14.954
9	14.489
10	11.985
11	9.711
12	8.027
13	6.330
14	5.222
15	4.108
16	3.350
17	2.642
18	2.118
19	1.653
20	1.323

TORZNÍ VÝCHYLKY PRO DRUHOU VLASTNÍ FREKVENCÍ

Torzni výchylky v rezonanci
pro druhou vlastní frekvenci:

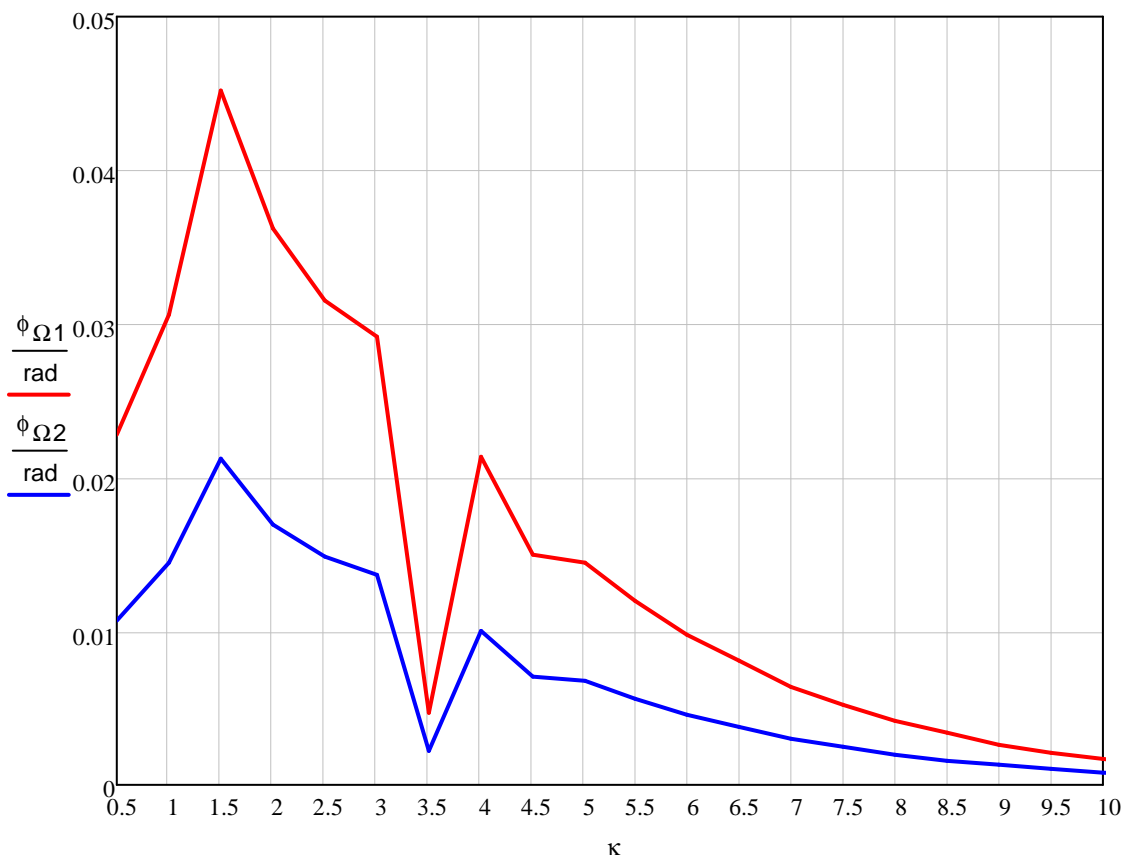
$$\phi_{\Omega 2_k} = \frac{M_{h_k} \cdot \varepsilon_{\Omega 2_k}}{\Omega_2 \xi \cdot \left[\sum_i (a_{2_i})^2 \right]}$$

	0
0	0.5
1	1.0
2	1.5
3	2.0
4	2.5
5	3.0
6	3.5
7	4.0
8	4.5
9	5.0
10	5.5
11	6.0
12	6.5
13	7.0
14	7.5
15	8.0
16	8.5
17	9.0
18	9.5
19	10.0
20	10.5

	0
0	10.734
1	14.398
2	21.255
3	16.984
4	14.822
5	13.673
6	2.224
7	10.011
8	7.025
9	6.807
10	5.630
11	4.562
12	3.771
13	2.974
14	2.453
15	1.930
16	1.574
17	1.241
18	0.995
19	0.776
20	0.622

$$\kappa = \frac{\phi_{\Omega 2}}{\text{rad} \cdot 10^{-3}} =$$

GRAFICKÉ VYJÁDŘENÍ TORZNÍCH VÝCHYLEK



4.9. Přídavné torzní napětí v rezonanci

pozn.: pouze z první vlastní frekvence řádu $\kappa = 3,5 \div 10$, protože pro druhou vlastní frekvenci nevyšly rezonanční otáčky

Relativní poměrné nakroucení:

$$\Delta a_1 = a_{1_2} - a_{1_3}$$

$$\Delta a_1 = 0.037$$

Torzní moment:

$$M_{t_{23}} = \phi_{\Omega 1_7} \cdot \Delta a_1 \cdot C_2$$

$$M_{t_{23}} = 749.65 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Výsledné přídavné torzní napětí:

$$\tau_{p.oc} = \frac{M_{t_{23}}}{W_{\tau oc}}$$

$$\tau_{p.oc} = 30.543 \text{ MPa}$$