



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV ŽELEZNIČNÍCH KONSTRUKCÍ A STAVEB

INSTITUTE OF RAILWAY STRUCTURES AND CONSTRUCTIONS

DYNAMICKÁ ANALÝZA KOLEJE

DYNAMIC ANALYSIS OF TRACK

DIPLOMOVÁ PRÁCE

DIPLOMA THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Dominik Mojžíšek

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. OTTO PLÁŠEK, Ph.D.

BRNO 2018



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Navazující magisterský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3607T009 Konstrukce a dopravní stavby
Pracoviště	Ústav železničních konstrukcí a staveb

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Student	Bc. Dominik Mojžíšek
Název	Dynamická analýza koleje
Vedoucí práce	doc. Ing. Otto Plášek, Ph.D.
Datum zadání	31. 3. 2017
Datum odevzdání	12. 1. 2018

V Brně dne 31. 3. 2017

doc. Ing. Otto Plášek, Ph.D.
Vedoucí ústavu

prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA
Děkan Fakulty stavební VUT

PODKLADY A LITERATURA

ESVELD, C., Modern Railway Track. Second Edition. Delft, MRT – Production, 2001, 2nd ed. 654 p. ISBN 90-800324-3-3

LICHTBERGER, B., Handbuch Gleis. Unterbau, Oberbau, Instandhaltung, Wirtschaftlichkeit. Tetzlaff Verlag Hamburg 2003, 562 p. ISBN 3-87814-803-8

PLÁŠEK, O., ZVĚŘINA, P., SVOBODA, R., MOCKOVČIAK, M.: Železniční stavby. Železniční spodek a svršek. 1. vyd., Brno: CERM, 2004. 291 str. ISBN 80-214-2621-7

POPP, K., SCHIEHLEN, W. (eds.): System Dynamics and Long-Term Behaviour of Railway Vehicles, Track and Subgrade. Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 488 p. ISBN 3-540-43892-0

ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ

Diplomová práce bude zaměřena na zkoumání dynamické soustavy vozidlo - kolej. Diplomová práce bude zahrnovat souhrn současných poznatků a analytický popis dynamické soustavy vozidlo - kolej. Popsány budou současné matematické a numerické modely pro dynamickou analýzu koleje. Bude sestaven model koleje metodou konečných prvků pro zkoumání odezvy koleje na pohybující se nápravové síly. Výsledky výpočtů budou porovnány s výsledky měření průhybu koleje zjištěnými v laboratoři a v provozu (výsledky měření v laboratoři a v koleji budou převzaty).

STRUKTURA DIPLOMOVÉ PRÁCE

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchování vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).

doc. Ing. Otto Plášek, Ph.D.

Vedoucí diplomové práce

POPISNÝ SOUBOR ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Vedoucí práce	doc. Ing. Otto Plášek, Ph.D.
Autor práce	Bc. Dominik Mojžíšek
Škola	Vysoké učení technické v Brně
Fakulta	Stavební
Ústav	Ústav železničních konstrukcí a staveb
Studijní obor	3607T009 Konstrukce a dopravní stavby
Studijní program	N3607 Stavební inženýrství
Název práce	Dynamická analýza koleje
Název práce v anglickém jazyce	Dynamic analysis of track
Typ práce	Diplomová práce
Přidělovaný titul	Ing.
Jazyk práce	Čeština
Datový formát elektronické verze	PDF
Abstrakt práce	Diplomová práce se zabývá popisem soustavy vozidlo - kolej. Jsou popsány základní analytické modely koleje. Následně jsou vytvořeny modely metodou konečných prvků simulující průjezd nápravy vozidla. Cílem práce je sestavení modelu, který co nejpřesněji popisuje dynamické jevy v koleji. Výsledky modelu jsou porovnány s naměřenými daty v terénu. Dalším cílem práce je zjištění závislosti průřezových charakteristik na srovnaném ojetí kolejnice a následně na průhybu koleje.
Abstrakt práce v anglickém jazyce	The diploma thesis deals with descriptions of vehicle - track dynamic interface. There are described basic analytical models of railway track. The numerical models are created by using finite element methods with moving load simulated axle of rail vehicle. The aim of thesis is to create the model which most accurately describes the dynamic phenomena in the track. The results from models are compared with data obtained by measuring in the track. Next aim of thesis is to determine dependency of rail cross-

sectional characteristics on equivalent rail head wear and then on rail deflection.

Klíčová slova

Konstrukce koleje, průhyb koleje, tuhost koleje, tlumení v koleji, analytický model, numerický model, metoda konečných prvků, ANSYS, Zimmermannův model, Pasternakův model, model dle Frýby, Dvouvrstvý systém, rychlost vozidla, ohybová tuhost, moment setrvačnosti, průřezový modul, ojetí kolejnice, průřezové charakteristiky

**Klíčová slova
v anglickém
jazyce**

Permanent way, rail deflection, track stiffness, track damping ratio, analytical model, numerical model, finite element method, ANSYS, Zimmermann model, Pasternak model, model by Frýba, Double beam model, vehicle velocity, bending stiffness, moment of inertia, cross section module, lateral wear of the rail head, cross-sectional characteristics

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá popisem soustavy vozidlo - kolej. Jsou popsány základní analytické modely koleje. Následně jsou vytvořeny modely metodou konečných prvků simulující průjezd nápravy vozidla. Cílem práce je sestavení modelu, který co nejpřesněji popisuje dynamické jevy v koleji. Výsledky modelu jsou porovnány s naměřenými daty v terénu. Dalším cílem práce je zjištění závislosti průřezových charakteristik na srovnaném ojetí kolejnice a následně na průhybu koleje.

KLÍČOVÁ SLOVA

Konstrukce koleje, průhyb koleje, tuhost koleje, tlumení v koleji, analytický model, numerický model, metoda konečných prvků, ANSYS, Zimmermannův model, Pasternakův model, model dle Frýby, Dvouvrstvý systém, rychlost vozidla, ohybová tuhost, moment setrvačnosti, průřezový modul, ojetí kolejnice, průřezové charakteristiky

ABSTRACT

The diploma thesis deals with descriptions of vehicle - track dynamic interface. There are described basic analytical models of railway track. The numerical models are created by using finite element methods with moving load simulated axle of rail vehicle. The aim of thesis is to create the model which most accurately describes the dynamic phenomena in the track. The results from models are compared with data obtained by measuring in the track. Next aim of thesis is to determine dependency of rail cross-sectional characteristics on equivalent rail head wear and then on rail deflection.

KEYWORDS

Permanent way, rail deflection, track stiffness, track damping ratio, analytical model, numerical model, finite element method, ANSYS, Zimmermann model, Pasternak model, model by Frýba, Double beam model, vehicle velocity, bending stiffness, moment of inertia, cross section module, lateral wear of the rail head, cross-sectional characteristics

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE VŠKP

Bc. Dominik Mojžíšek *Dynamická analýza koleje*. Brno, 2018. 68 s., 16 s. příl. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav železničních konstrukcí a staveb. Vedoucí práce doc. Ing. Otto Plášek, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 12. 1. 2018

Bc. Dominik Mojžíšek
autor práce

PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY VŠKP

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané diplomové práce je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 12. 1. 2018

Bc. Dominik Mojžíšek
autor práce

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych rád poděkoval doc. Ing. Ottu Pláškoví, Ph.D. za vstřícný přístup, odborné vedení, cenné rady a trpělivost, kterou projevil při vedení této diplomové práce. Poděkování také patří všem, kteří přispěli jakoukoliv radou či pomocí a také mé rodině, která mě po celou dobu studia podporovala a vytvářela ideální prostředí. Dále bych rád poděkoval Kláře Šardické za pomoc se získáním tvarů ojetých kolejnic a Ing. Pavlu Kulichovi za poskytnutí podkladu analytického modelu.

OBSAH

1	ÚVOD.....	8
2	SOUČASNÉ POZNATKY	11
2.1	Statická soustava	11
2.1.1	Timošenkův (Zimmermannův) model.....	11
2.1.2	Dvouvrstvý systém	13
2.1.3	Pasternakův model.....	15
2.2	Dynamická soustava	17
2.2.1	Model dle Frýby	17
3	CÍLE PRÁCE.....	20
4	NUMERICKÉ MODELY.....	21
4.1	Popis použitých konečných prvků.....	22
4.2	Statická soustava	24
4.2.1	Diskrétní model	24
4.2.2	Dvouvrstvý systém	27
4.2.3	Prut diskrétně podepřený se spojitým modelem podloží.....	30
4.3	Dynamická soustava	34
4.3.1	Diskrétní model	34
4.3.2	Dvouvrstvý systém	36
4.3.3	Prut diskrétně podepřený se spojitým modelem podloží.....	38
4.4	Kvalitativní hodnocení modelů.....	40
4.4.1	Porovnání modelů statické soustavy.....	41
4.4.2	Porovnání modelů dynamické soustavy s naměřenými daty.....	42
4.4.3	Porovnání numerického a analytického modelu	43
4.5	Závislost statických parametrů kolejnice na míře ojetí kolejnice	44
4.5.1	Kolejnice 49 E1	46
4.5.2	Kolejnice R 65	49
4.5.3	Kolejnice 60 E1	52
4.5.4	Kolejnice 60 E2	55

4.5.5 Srovnání výsledných hodnot s předpisem S3	58
4.6 Závislost průhybu koleje na míře ojetí kolejnice.....	59
5 ZÁVĚR.....	60
LITERATURA.....	62
SEZNAM OBRÁZKŮ	65
SEZNAM PŘÍLOH	68
A Dávkové soubory do programu ANSYS	69
A.1 Diskrétní model – dynamická soustava.....	69
A.2 Dvouvrstvý systém – dynamická soustava.....	71
A.3 Prut diskrétně podepřený se spojitým podložím – dynamická soustava	73
B Tabulky průřezových charakteristik kolejnic	75
B.1 Kolejnice 49 E1	75
B.2 Kolejnice R65	77
B.3 Kolejnice 60 E1	79
B.4 Kolejnice 60 E2	81
C Příklady tvarů ojetých kolejnic.....	83
D Obsah přiložené elektronické formy.....	84

1 ÚVOD

Přeprava osob z místa A do místa B je od prapočátku základní potřebou lidstva. V poslední době se železniční doprava stává stále vyhledávanějším dopravním prostředkem. Hlavními důvody jsou komfort, možnost při cestě pracovat a mnohdy také cena a doba přepravy. Rozhodně k tomu také v České republice přispívá vstup osobních dopravců na trh, díky nimž se zvedá kvalita přepravy a klesá cena za jízdné. Železniční doprava má také rozhodně nejpříznivější vliv k životnímu prostředí ze všech prostředků přepravy. Také z tohoto důvodu je žádoucí využívat železniční tratě k přepravě nákladů a zboží.

S přibývajícím počtem cestujících také může růst objem investičních nákladů vložených do infrastruktury. To se také v posledních letech na našem území děje. Velká část finančních prostředků byla vložena zejména do modernizace koridorů, čímž se bezesporu zvýšil komfort jízdy, ale také traťové rychlosti. V souvislosti se zvyšující se rychlostí musím zmínit připravovaný projekt „Rychlá spojení“, čímž by měl počet přepravených osob ještě zvýšit. Vybudováním nových tratí by vznikl také větší prostor pro nákladní dopravu. Již dnes se projektují užitečné délky kolejí pro vlaky dlouhé 740 m. Díky všem těmto faktorům rostou požadavky na kvalitu prvků a konstrukci železničního svršku a spodku.

Se zvyšující se zátěží na konstrukci koleje se můžeme častěji setkat s různými vadami a poruchami nových konstrukcí. V železniční síti České republiky se s nimi, vzhledem k maximální rychlosti 160 km/h, setkáváme jen v omezené míře. Avšak navzdory ne příliš častému jevu by měla být věnována tomuto problému větší pozornost, a to zejména v souvislosti s výstavbou vysokorychlostních tratí. [1]

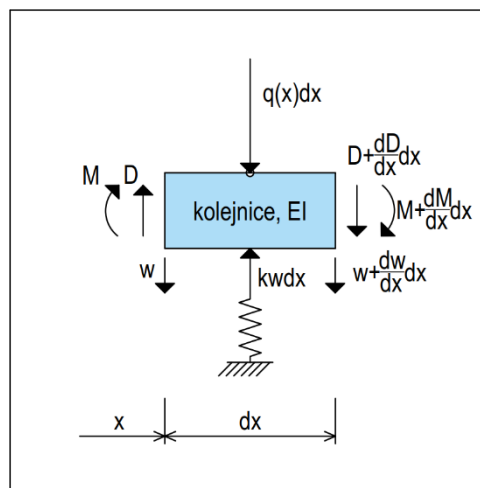
Tato diplomová práce se zabývá vytvořením numerických modelů metodou konečných prvků a jejich návaznosti na měřená data průhybu koleje v provozované koleji. Dále jsou v této práci zkoumány závislosti průřezových charakteristik kolejnic na míře ojetí.

2 SOUČASNÉ POZNATKY

2.1 Statická soustava

2.1.1 Timošenkův (Zimmermannův) model

Tento model je založen na principu nekonečně dlouhého nosníku (kolejnic), který si můžeme představit jako bezstykovou kolej, spočívající na Winklerově pružném podloží, namáhán nepohyblivou silou. [1] Model jako první použil Timošenko (1927), poté jej Zimmermann aplikoval pro konstrukci koleje (1941), proto také můžeme nalézt, zejména v západní části Evropy označení Zimmermannův model.



Obr. 2.1 Schéma modelu

Jak již bylo zmíněno v prvním odstavci, model je tvořen nekonečně dlouhým nosníkem (kolejnicí), který je charakterizován ohybovou tuhostí EI , podloží je zastoupeno tuhostí k . Model je v místě x zatížen kolovou silou Q , výsledkem je průhyb $w(x)$.

Diferenciální rovnice vyhází z podmínky rovnováhy ve svislém směru:

$$D - (D + dD) + kwdx - qdx = 0$$

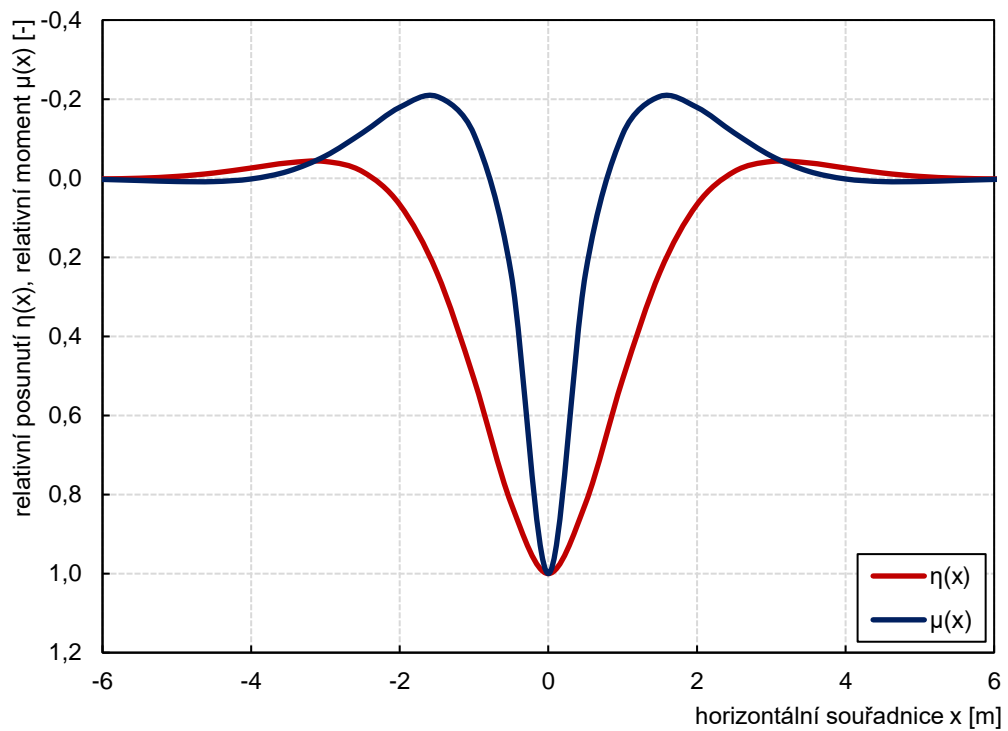
Vyřešením diferenciální rovnice získáme rovnice pro průhyb $w(x)$:

$$w(x) = \frac{QL^3}{8EI} \eta(x), kde$$
$$\eta(x) = e^{-x/L} \left[\cos\left(\frac{x}{L}\right) + \sin\left(\frac{x}{L}\right) \right]$$

Dvojitou derivací rovnice průhybu získáme rovnici pro ohybový moment $M(x)$:

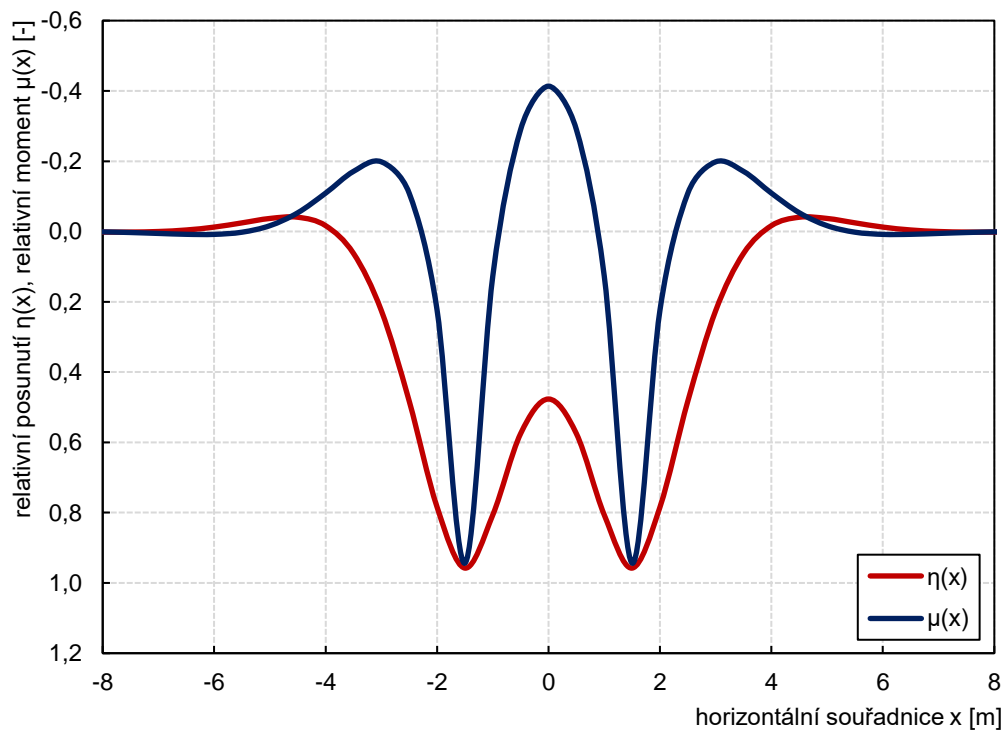
$$M(x) = \frac{QL}{4} \mu(x), kde$$
$$\mu(x) = e^{-x/L} \left[\cos\left(\frac{x}{L}\right) - \sin\left(\frac{x}{L}\right) \right]$$

Funkce η a μ vyjadřují průhybové a momentové křivky pro $x \geq 0$. Levá část grafu ($x < 0$) vychází z předpokladu symetričnosti úlohy. Grafická interpretace křivek je zobrazena na obrázku 2.



Obr. 2.3 Relativní průhyb a relativní moment pro 1 nápravu

Principem superpozice lze získat také průhybovou a momentovou křivku pro dvounápravové vozidlo s rozvorem náprav 2,8 m.

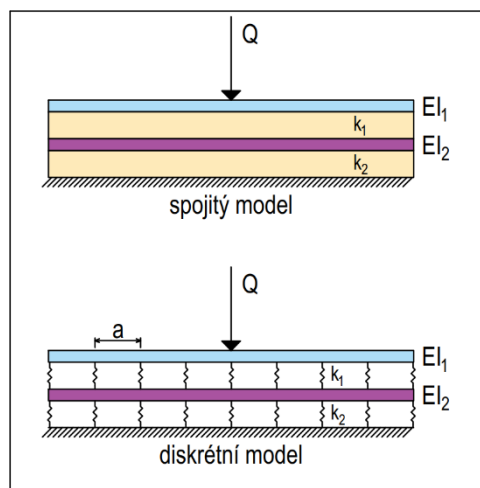


Obr. 2.2 Relativní průhyb a relativní moment pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m

[2]

2.1.2 Dvouvrstvý systém

Předchozí model je vhodný k pochopení obecného chování konstrukce koleje. Model zahrnující vliv podepření na pražcích je dvouvrstvý systém. Je založen na principu Timošenkova (Zimmermannova) modelu s rozšířením o druhý nekonečně dlouhý nosník, který simuluje kolejnicové podpory (příčné pražce, nebo pevnou jízdní dráhu). Dále je podrobněji charakterizováno upevnění kolejnice a parametry podloží. Model je zatížen dvěma nepohyblivými silami. [1]



Obr. 2.4 Schéma modelu

Stejně jako v případě prvního modelu, horní nosník představuje nekonečně dlouhou kolejnici. Je charakterizován ohybovou tuhostí kolejnice EI_1 . Druhý nosník simuluje kolejnicové podpory, jeho parametry jsou také dány ohybovou tuhostí EI_2 . Spojení těchto nosníků je zajištěno pomocí svislých vazeb ve vzdálenosti rozdělení pražců. Každá tato vazba je charakterizována dvěma parametry tuhosti, tuhost uzlu upevnění a tuhost podloží, a je podepřena vetknutím. V tomto modelu se tak kombinují dva průhyby – průhyb kolejnice a průhyb podloží.

Diferenciální rovnice modelu lze zapsat následovně:

$$EI_1 \frac{d^4 w_1(x)}{dx^4} + k_1 [w_1(x) - w_2(x)] = 0$$

$$EI_2 \frac{d^4 w_2(x)}{dx^4} + (k_1 + k_2) w_2(x) - k_1 w_1(x) = 0$$

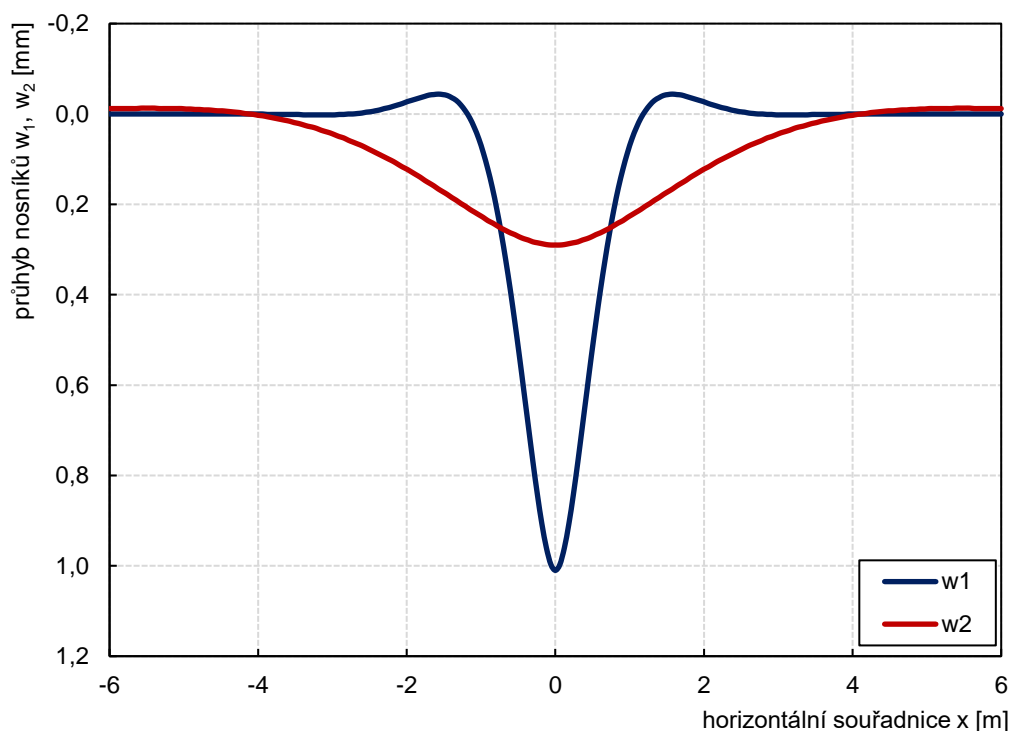
Obecné řešení soustavy diferenciálních rovnic se zavedením podmínky $w_1(\infty) = 0$ lze zapsat:

$$w_1(x) = A_1 e^{\gamma_1 x} + A_2 e^{\gamma_2 x} + A_3 e^{\gamma_3 x} + A_4 e^{\gamma_4 x}$$

$$w_2(x) = \frac{EI_1}{k_1} \gamma_1^4 A_1 e^{\gamma_1 x} + A_1 e^{\gamma_1 x} + \dots + \frac{EI_1}{k_1} \gamma_4^4 A_4 e^{\gamma_4 x} + A_4 e^{\gamma_4 x}$$

[1] [2]

Na obrázku 2.5 je zobrazen průhyb obou nosníků modelu. Indexem 1 je označen nosník představující kolejnici, druhá křivka poté představuje průhyb nosníku zastupujícího kolejnicové podpory. Pro vykreslení grafu byly použity parametry, jejichž hodnoty byly převzaty z knihy *Modern Railway Track* [1]. $EI_1=549 \text{ kNm}^2$, $EI_2=80000 \text{ kNm}^2$, $k_{eq}=34483 \text{ kNm}^{-2}$, $Q=35 \text{ kN}$, $w_1 (k_1=\infty, k_2=0)$, $w_2 (k_1=0, k_2=\infty)$.

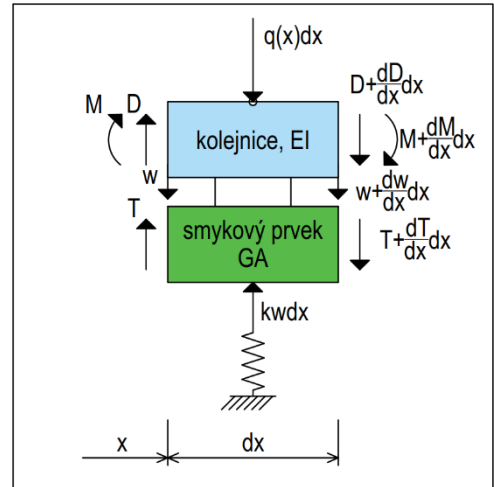


Obr. 2.5 Průhybové křivky nosníků dvouvrstvého systému

[2]

2.1.3 Pasternakův model

Tento model zahrnuje na rozdíl od modelu z kapitoly 2.1.1 Pasternakův model podloží, tj. zahrnuje smykový prvek. Tento prvek doplňuje Winklerův model pružného podloží. Model koleje představuje nekonečně dlouhý nosníkem (kolejnicí). Ke kolejnici je tento prvek připevněn dokonale tuhou vazbou. Rozložení zatížení působícího na kolejnici se přepokládá nulové, model se deformuje pouze vlivem smykových sil. Model je zatížen nepohyblivou silou. [1]



Obr. 2.6 Schéma modelu

Diferenciální rovnice vychází z podmínky rovnováhy ve svislém směru:

$$\frac{dD}{dx} dx + \frac{dT}{dx} dx = 0, kde$$

$$D = \frac{dM}{dx}, M = -EI \frac{d^2w}{dx^2} \text{ a } T = GA \frac{dw}{dx}$$

Dosazením a následnou druhou derivací získáme rovnici, kterou můžeme zapsat následovně:

$$EI \frac{d^4w}{dx^4} - GA \frac{d^2w}{dx^2} + kw = 0$$

Vyřešením diferenciální rovnice získáme rovnici pro průhyb nosníku w v místě x ve tvaru:

$$w(x) = \frac{Q}{8EIab\beta^2} e^{-bx} (a \cos ax + b \sin ax), pro x \geq 0$$

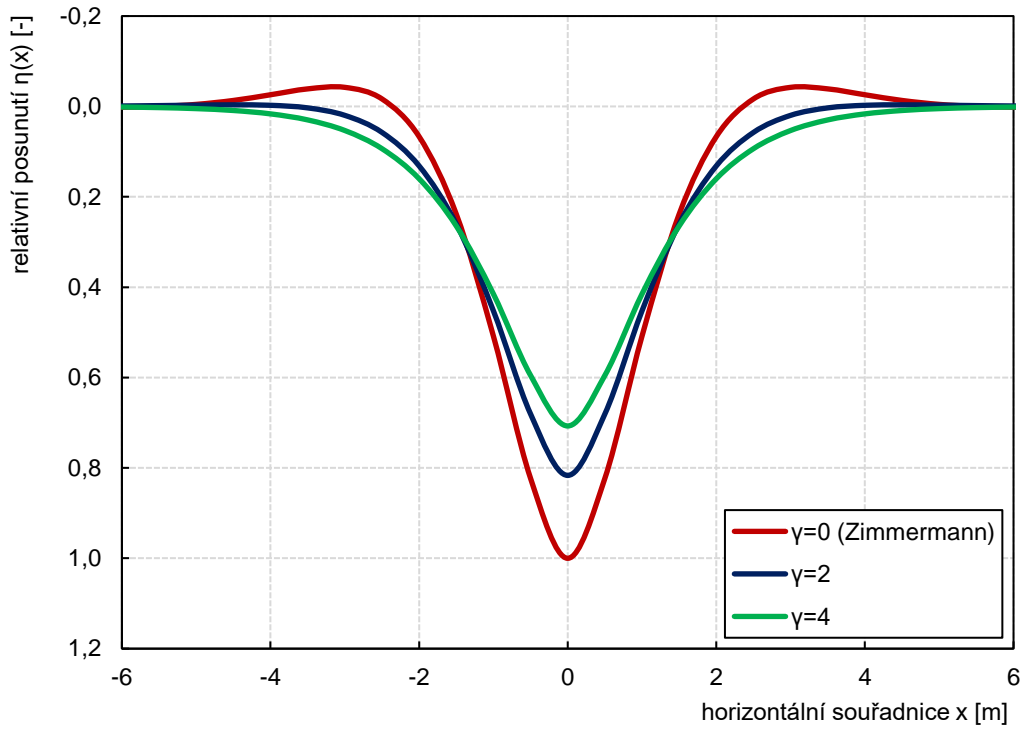
Dvojitou derivací rovnice průhybu podle x získáme rovnici pro ohybový moment v bodě x ve tvaru:

$$M(x) = \frac{Q}{4ab} e^{-bx} (a \cos ax - b \sin ax), pro x \geq 0$$

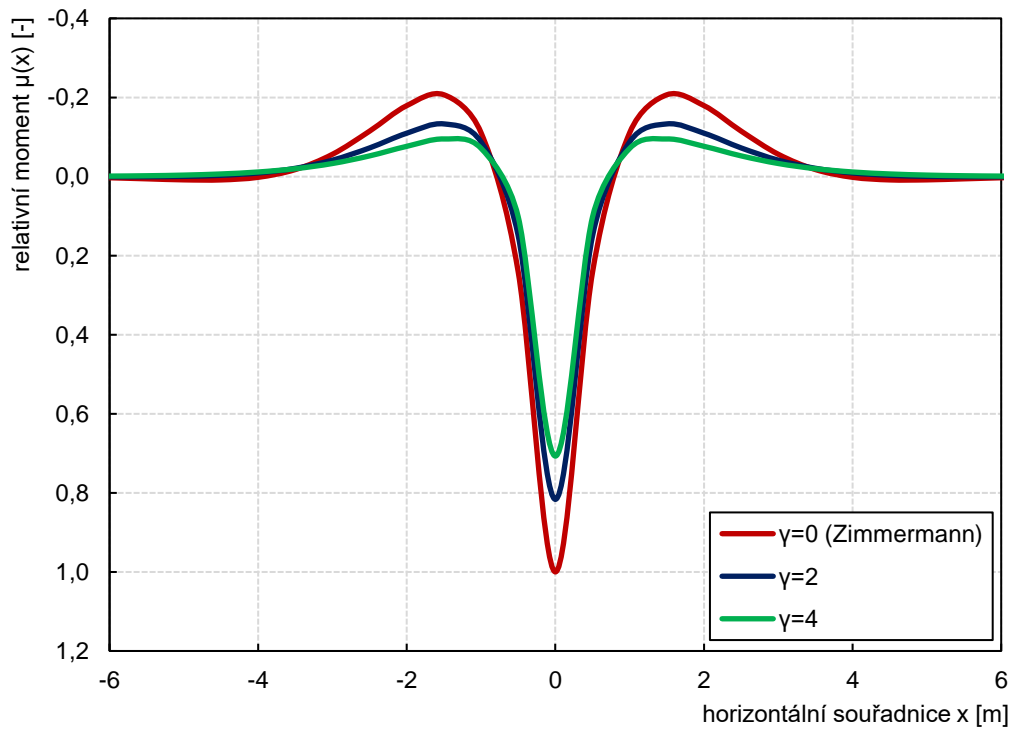
Konstanty lze vypočítat dle následujících vztahů:

$$a = \frac{1}{2} \sqrt{4\beta^2 - \gamma}, b = \frac{1}{2} \sqrt{4\beta^2 + \gamma}, \beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} = \left(\frac{1}{L}\right), \gamma = \frac{GA}{EI}$$

[1] [2]



Obr. 2.8 Relativní posunutí pro různé parametry γ

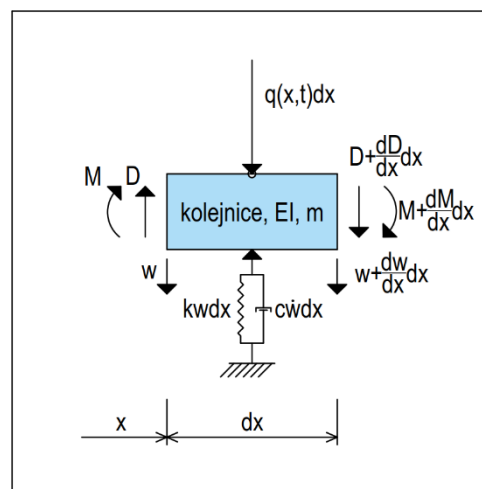


Obr. 2.7 Relativní moment pro různé parametry γ

2.2 Dynamická soustava

2.2.1 Model dle Frýby

Tento model vychází z obecného modelu dle Timošenka [3], který jej také jako první popsal. Do modelu vnesl zatížení pohyblivou silou, která má jistý vliv na dynamickou interakci mezi vozidlem a kolejí. Později Frýba [4] přidal do modelu vliv tlumení. [2]



Obr. 2.9 Schéma modelu

Podmínka rovnováhy pro element prutu:

$$\frac{dD}{dx} dx = \left(m \frac{d^2 y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky \right) dx, \text{ kde}$$

$$D = \frac{dM}{dx}, M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2}$$

Dosazením do rovnice získáme základní diferenciální rovnici ve tvaru:

$$EI \frac{d^4 w(x, t)}{dx^4} + m \frac{d^2 w(x, t)}{dt^2} + c \frac{dw(x, t)}{dt} + kw(x, t) = 0$$

K řešení úlohy je nutné zavést relativní souřadnici s :

$$s = \lambda(x - vt), \text{ kde } \lambda = \left(\frac{k}{4EI} \right)^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{L}$$

Získáme diferenciální rovnici ve tvaru:

$$EI\lambda^4 \frac{d^4 w(s)}{ds^4} + m\lambda^2 v^2 \frac{d^2 w(s)}{ds^2} - c\lambda v \frac{dw(s)}{ds} + kw(s) = 0$$

Následuje úprava rovnice:

$$\frac{d^4 w(s)}{ds^4} + \frac{m\lambda^2 v^2}{EI\lambda^4} \frac{d^2 w(s)}{ds^2} - \frac{c\lambda v}{EI\lambda^4} \frac{dw(s)}{ds} + 4 \frac{k}{4EI\lambda^4} w(s) = 0$$

$$\frac{d^4 w(s)}{ds^4} + 4\alpha^2 \frac{d^2 w(s)}{ds^2} - 8\alpha\beta \frac{dw(s)}{ds} + 4w(s) = 0$$

Kde:

$$\alpha = \frac{v}{2\lambda} \left(\frac{m}{EI} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \beta = \frac{c}{2m} \left(\frac{m}{k} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Hledá se řešení ve tvaru $w=e^{\gamma s}$:

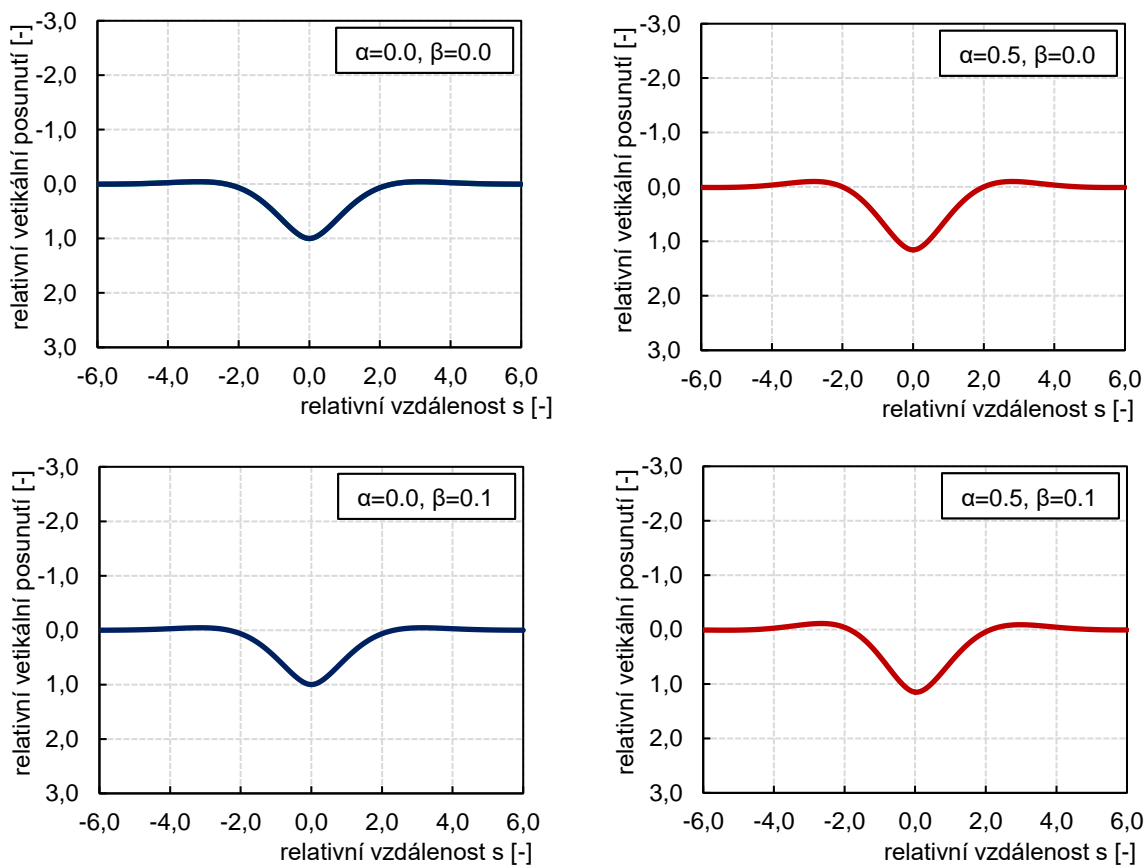
$$\gamma^4 + 4\alpha^2\gamma^2 - 8\alpha\beta\gamma + 4 = 0$$

S užitím komplexních kořenů $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ dále řešíme obecný tvar diferenciální rovnice, kterou vzhledem k nesymetričnosti úlohy je nutné řešit na dvou samostatných intervalech $s \in (-\infty; 0)$ a $s \in [0; \infty)$. S využitím podmínky $w(\pm\infty)=0$ získáme následující tvary obecné rovnice:

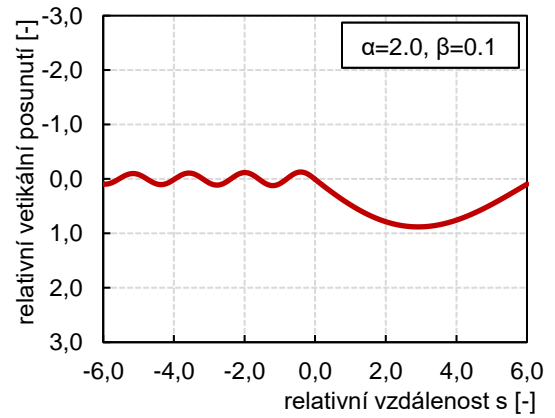
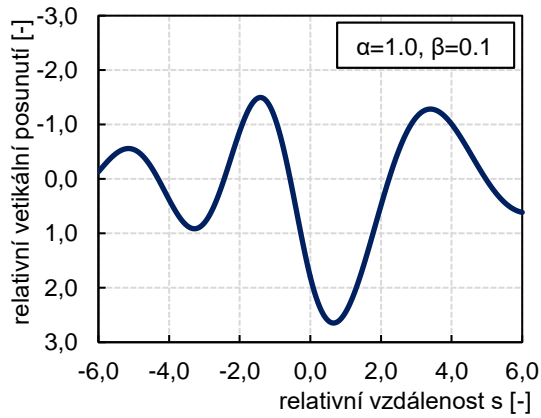
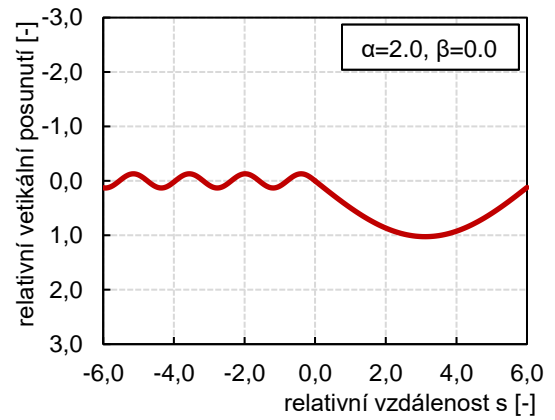
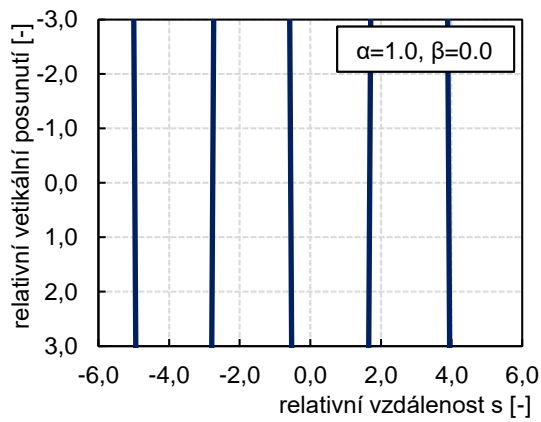
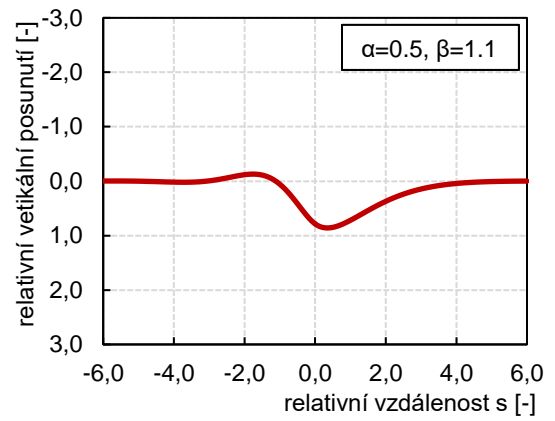
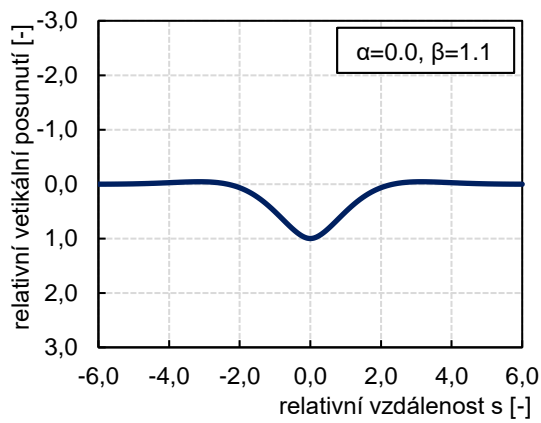
$$s \geq 0 \quad w = A_1 e^{\gamma_1 s} + A_2 e^{\gamma_2 s} \quad (\gamma_1, \gamma_2 \text{ jsou kořeny se zápornou reálnou částí})$$

$$s < 0 \quad w = A_3 e^{\gamma_3 s} + A_4 e^{\gamma_4 s} \quad (\gamma_3, \gamma_4 \text{ jsou kořeny s kladnou reálnou částí}) \quad [2]$$

Na obr. 2.10 a 2.11 jsou znázorněny průhybové křivky při průjezdu jedné nápravy vozidla ve směru rostoucích hodnot relativní vzdálenosti s pro různé parametry součinitele kritické síly α a součinitele míry tlumení β .



Obr. 2.10 Relativní svislé posunutí pro různé hodnoty α a β



Obr. 2.11 Relativní svislé posunutí pro různé hodnoty α a β

3 CÍLE PRÁCE

Hlavním cílem této diplomové práce je vytvoření numerického modelu metodou konečných prvků v programu ANSYS pro hodnocení průhybu koleje pod jedoucím zatížením.

Další částí práce je zjištění závislosti průřezových charakteristik kolejnice na míře ojetí hlavy kolejnice. Tyto tvary kolejnic budou dosazeny do numerického modelu a bude také zkoumán vliv míry ojetí kolejnice na průhyb koleje. Tyto cíle budou splněny dosažením dílčích cílů:

- Představení běžně používaných analytických modelů.
 - Statická soustava:
 - Timošenkův (Zimmermannův) model zatížený nepohyblivým zatížením,
 - Dvouvrstvý systém zatížený nepohyblivým zatížením,
 - Pasternakův model zatížený nepohyblivým zatížením,
 - Dynamická soustava:
 - Model dle Frýby zatížený pohyblivým zatížením
- Vytvoření numerických modelů metodou konečných prvků v programu ANSYS
 - Statická a dynamická soustava
 - Diskrétní model
 - Dvouvrstvý systém
 - Diskrétní model železničního svršku se spojitým podložím
- Podrobení numerických modelů kvalitativnímu hodnocení. Vytvořené modely budou porovnány s průhyby koleje naměřenými na trati Plzeň – Nezvěstice v místě zast. Štáhlavy.
- Výběr nejvhodnějšího numerického modelu na základě kvalitativního hodnocení a popis jeho chování
- Zjištění závislosti průřezových charakteristik kolejnice na míře ojetí hlavy kolejnice
- Zkoumání vlivu míry ojetí kolejnice na průhybu koleje pomocí vytvořeného numerického modelu

4 NUMERICKÉ MODEL Y

Pro vytvoření numerických modelů byl použit výpočtový program ANSYS 18.2 v programovém rozhraní APDL (ANSYS Parametric Design Language), který umožňuje činnost programu prostřednictvím zadávání jednotlivých příkazů. Výsledkem tak je přehledný seznam příkazů se zadáním vstupních parametrů, díky kterému lze, po načtení tohoto souboru do programu, model vytvořit a provést výpočet v rámci jednoho kroku.

Cílem numerických modelů je vytvoření jednoduchého nástroje pro kvalitativní porovnání výsledných dat s naměřenými daty průhybu koleje v provozované koleji.

Modely jsou vytvořeny pro řešení 2D úlohy pro simulování průjezdu nápravy vlaku (dvounápravového a podvozkového vozidla) po koleji v přímé. Vzhledem k rovinné úloze je v modelu zobrazena polovina koleje, tedy jedna kolejnice s uzlem upevnění, polovina pražce a tomu odpovídající vrstvy podloží.

Modely jsou vytvořeny jako univerzální. Při zadávání vstupních dat do modelu je možno vybírat různý typ železničního svršku, tedy kolejnice, následně jejich míru ojetí (boční a svislé), hmotnost poloviny pražce, jeho materiál a také rozdělení pražců. Dalšími vstupními parametry jsou tuhost a tlumení uzlu upevnění (podložek pod patu kolejnice) a podloží, rychlost pojezdu nápravy a kolová síla.

Pro přehlednost modelu je mezi jednotlivými prvky zavedena fiktivní vzdálenost 0,1 m ve svislém směru, která nemá žádný vliv na průběh výpočtu. Prutové prvky jsou v modelu rozděleny na 10 stejně dlouhých konečných prvků v závislosti na zvoleném rozdělení pražců.

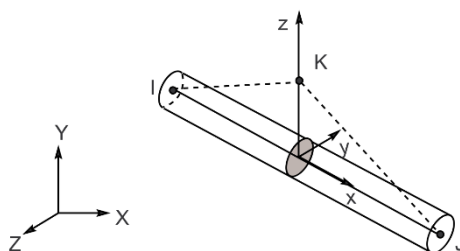
Modely jsou vytvořeny pro zatížení jak stacionárním zatížením (statická soustava), tak pohyblivým zatížením (dynamická soustava). V modelech statické soustavy je sledován průběh svislého průhybu koleje v závislosti na vzdálenosti. V dynamických modelech je sledován časový vliv pohyblivého zatížení na místo v koleji. Podrobný popis modelů včetně vstupních parametrů je pro přehlednost uveden v jednotlivých kapitolách zabývajících se konkrétním modelem.

4.1 Popis použitých konečných prvků

BEAM188

Jedná se dvouuzlový 3D prvek, který se využívá pro analýzu štíhlých nebo středně tlustých prutových konstrukcí. Je založen na Timošenkově teorii ohybu nosníku, proto jsou zahrnuty účinky smykové deformace. Prvek má 6 nebo 7 stupňů volnosti v uzlu. Jedná se o 3 posunutí v osách x , y , z a 3 pootočení kolem os x , y , z . Sedmý stupeň volnosti (nastavení deformace) je volitelný. Prvek je vhodný pro lineární úlohy s velkým pootočením nebo nelineární úlohy s velkými napjatostmi. Lze mu přiřadit různé materiálové charakteristiky a libovolný průřez. [5]

Tento prvek je ve všech modelech využíván pro zobrazení kolejnice, v modelu dvouvrstvého systému je použit jako prvek představující podepření na pražcích. V modelu diskrétně podepřeného prutu se spojitým podložím představuje rozhraní mezi kolejovým ložem a konstrukčními vrstvami železničního tělesa, tedy můžeme říci, pláň tělesa železničního spodku.



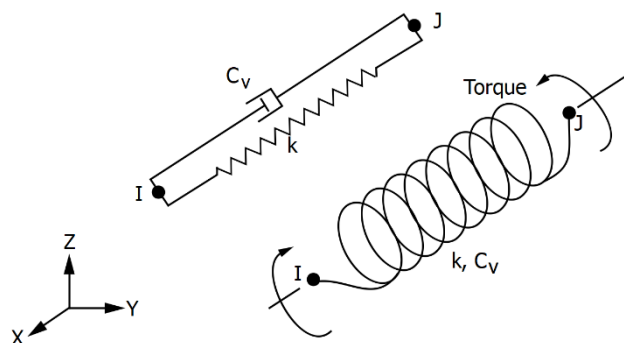
Obr. 4.1 BEAM188 [5]

COMBIN14

Jedná se o prvek, který se používá v 1D, 2D i 3D modelech. Lze jej definovat jako kombinaci podélné nebo torzní pružiny a tlumiče. V případě podélné varianty (longitudinal), je určen pouze k jednoosým napětím se 3 stupni volnosti – posunutí v osách x , y , z , v této variantě není obsažen ohyb a kroucení. V případě varianty torzní (torsional), je určen pouze k rotaci kolem os x , y , z , má tedy 3 stupně volnosti. Ani jedna z variant nepočítá s hmotností prvku. [5]

Tyto prvky jsou v modelech použity jako pružiny ve statických modelech a pružiny s tlumičem v modelech dynamické soustavy. Ve všech případech se jedná o prvky s definovanými parametry pouze ve svislém směru. Přehled hodnot tlumení a tuhostí je uveden u jednotlivých modelů. Prvky COMBIN14 jsou

použity pro vyjádření parametrů uzlu upevnění – podložky pod patu kolejnice, parametrů podloží s kolejovým ložem pod ložnou plochou pražce V modelu diskrétně podepřeného prutu se spojitým podložím je vyjádřena zvlášť tuhost kolejového lože pod ložnou plochou pražce a konstrukčních vrstev železničního spodku.

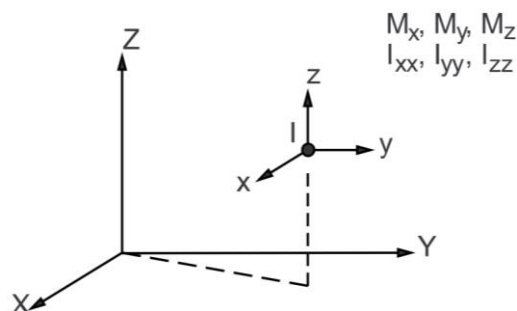


Obr. 4.2 COMBIN14 [5]

MASS21

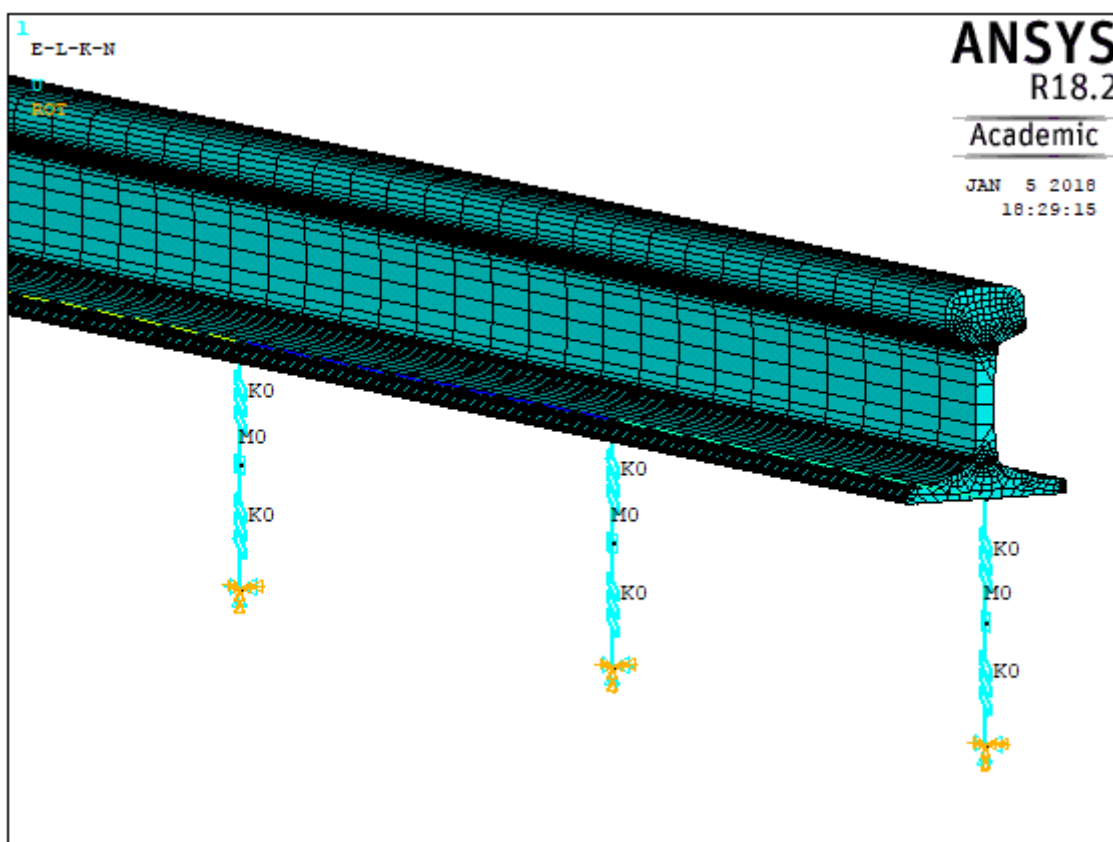
Jedná se o 3D bodový (uzlový) prvek s 6 stupni volnosti, posunutí v osách x , y , z a pootočení kolem os x , y , z . Je možno použít různé hodnoty pootočení a hmotnosti pro různé osy souřadného systému. Používá se tedy zejména pro prvky zastupující hmotnost části konstrukce. Vzhledem k hmotnostní povaze prvku nemá žádný vliv na řešení statické analýzy, pokud není zavedena akcelerace nebo rotace. [5]

Prvky MASS21 jsou v diskrétních modelech a modelu diskrétně podepřeného prutu použity pro zobrazení příčných pražců, tedy jejich hmotnosti. Prvku je povolen pouze pohyb ve svislém směru.

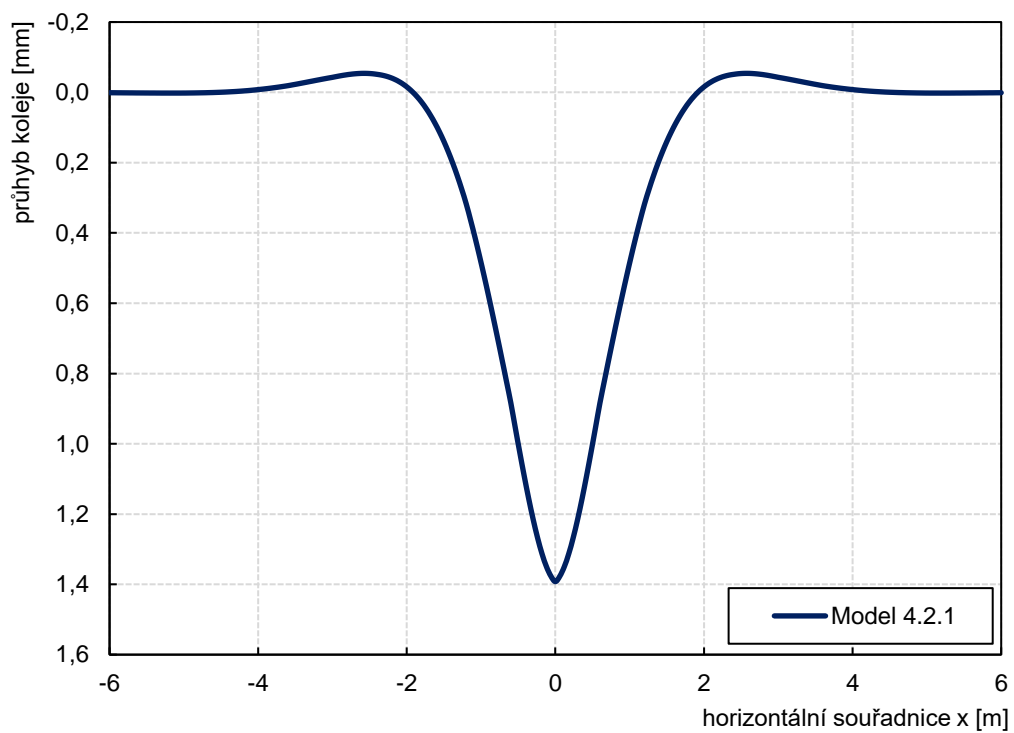


Obr. 4.3 MASS21 [5]

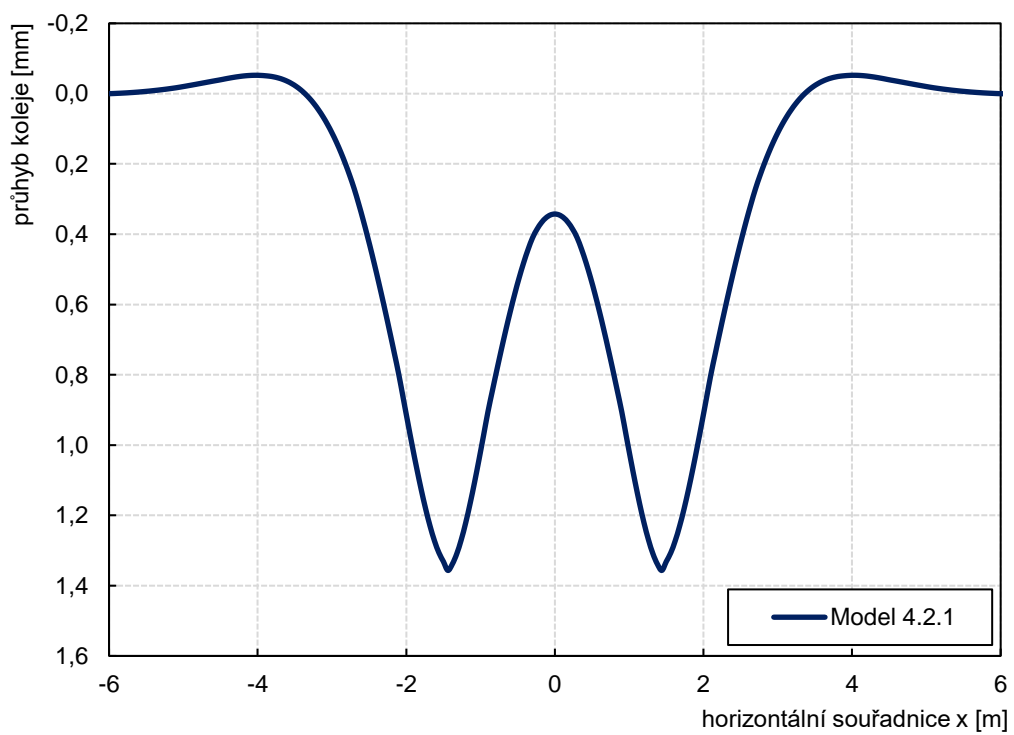
Uzel upevnění - podložka pod patu kolejnice	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	2.50×10^8
Kolejnicové podpory	<i>MASS21</i>
Hmotnost [kg]	-
Objemová hmotnost [kg/m ³]	2 500
Rozdělení pražců [m]	0.600
Podloží	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	4.0×10^7
Zatížení	<i>FORCE</i>
Kolová síla [N]	1.25×10^5



Obr. 4.5 Zobrazení diskrétního modelu



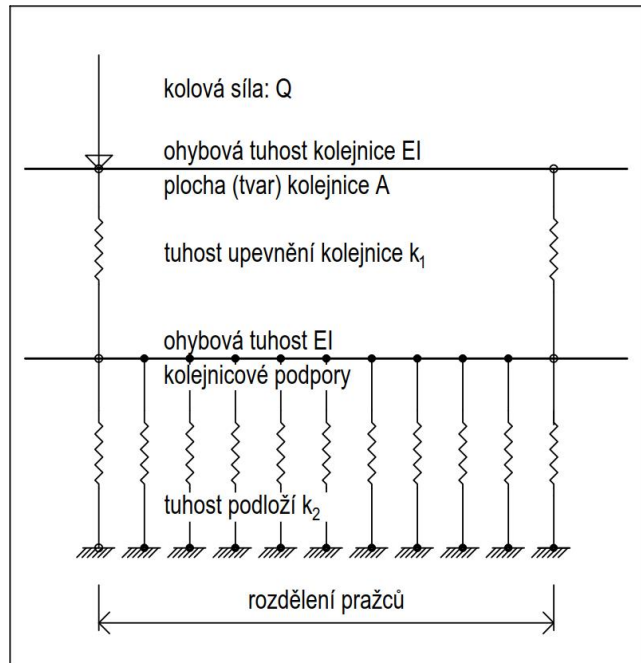
Obr. 4.6 Průhybová křivka pro 1 nápravu



Obr. 4.7 Průhybová křivka pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m

4.2.2 Dvouvrstvý systém

Model dvouvrstvého systému vychází z principu stejnojmenného analytického modelu zmíněného v kapitole 2.1.2. Stejně jako v modelu předchozím je kolejnice tvořena prutovým prvkem BEAM188, který je ve vzdálenosti rozdělení prážců spojen pružinou, představující uzel upevnění kolejnice ke kolejnicovým podporám. Ty jsou v tomto případě vmodelovány dalším prutovým prvkem BEAM188. Tento nosník simuluje spojitě kolejnicové podpory a je definován



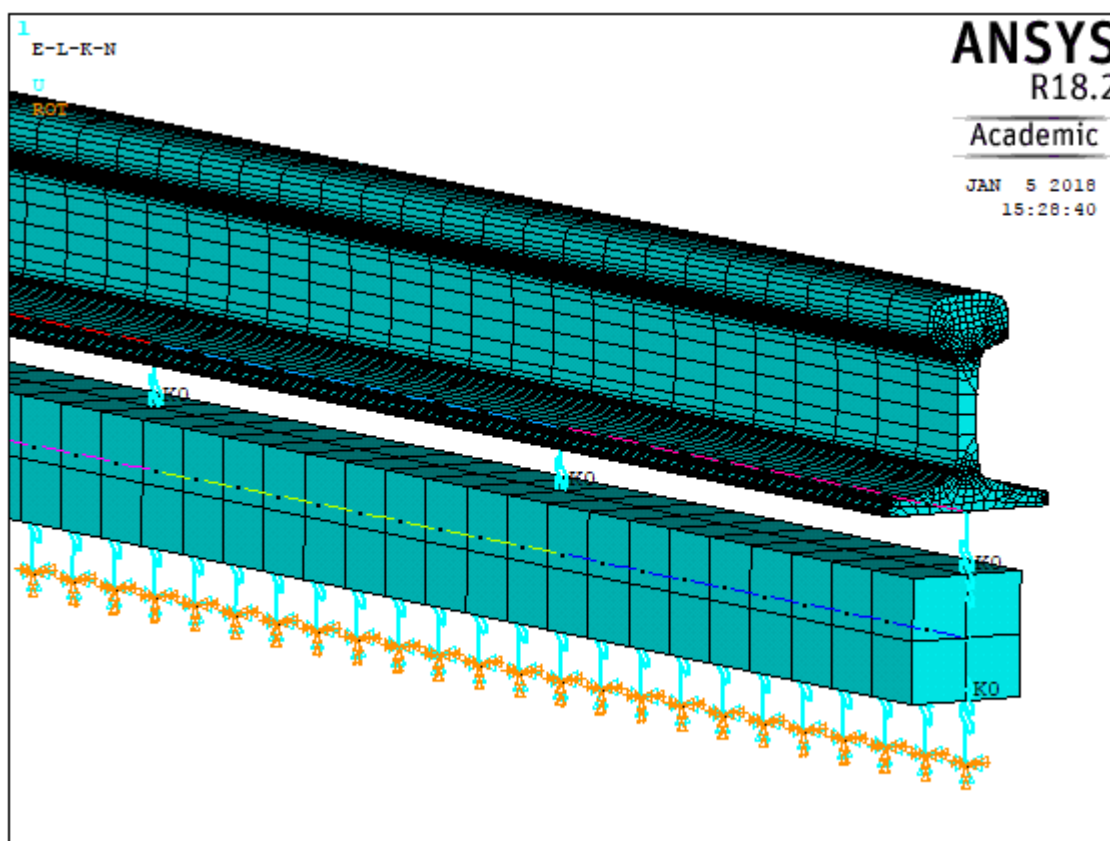
Obr. 4.8 Schéma modelu

ohybovou tuhostí EI, jejíž hodnota byla převzata z knihy *Modern Railway Track* [1], další vlastností je objemová hmotnost materiálu. Tento nosník je ve vzdálenostech desetiny rozdělení prážců spojen s podporou (vetknutím) prvky COMBIN14 definující tuhost podloží. Model je zatížen nepohyblivou silou. Schéma modelu je zobrazeno na obrázku 4.9, jeho detail z programu ANSYS je na obr. 4.10.

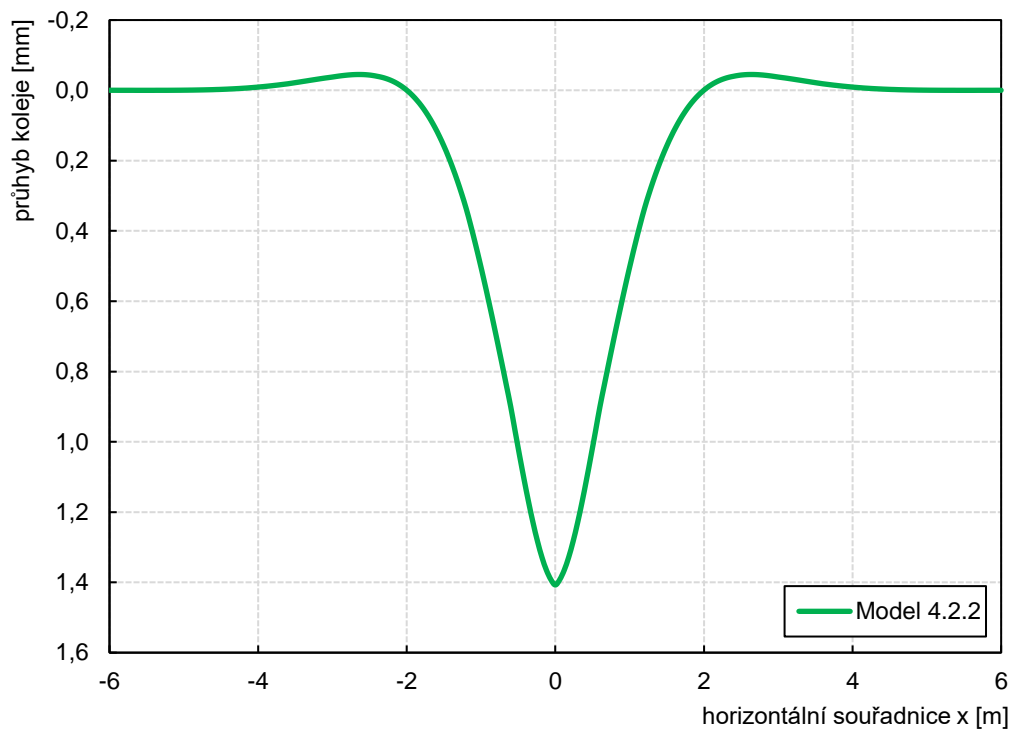
VSTUPNÍ PARAMETRY MODELU

Kolejnice	<i>BEAM188</i>
Typ kolejnice	49 E1
Modul pružnosti oceli [Pa]	2.10×10^{11}
Poissonovo číslo	0.3
Plocha kolejnice [m ²]	$6\,307 \times 10^{-6}$
Moment setrvačnosti kolejnice k ose x[m ⁴]	$1\,822 \times 10^{-8}$
Moment setrvačnosti kolejnice k ose y[m ⁴]	320×10^{-8}
Objemová hmotnost oceli [kg/m ³]	7 650
Uzel upevnění - podložka pod patu kolejnice	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	3.55×10^7

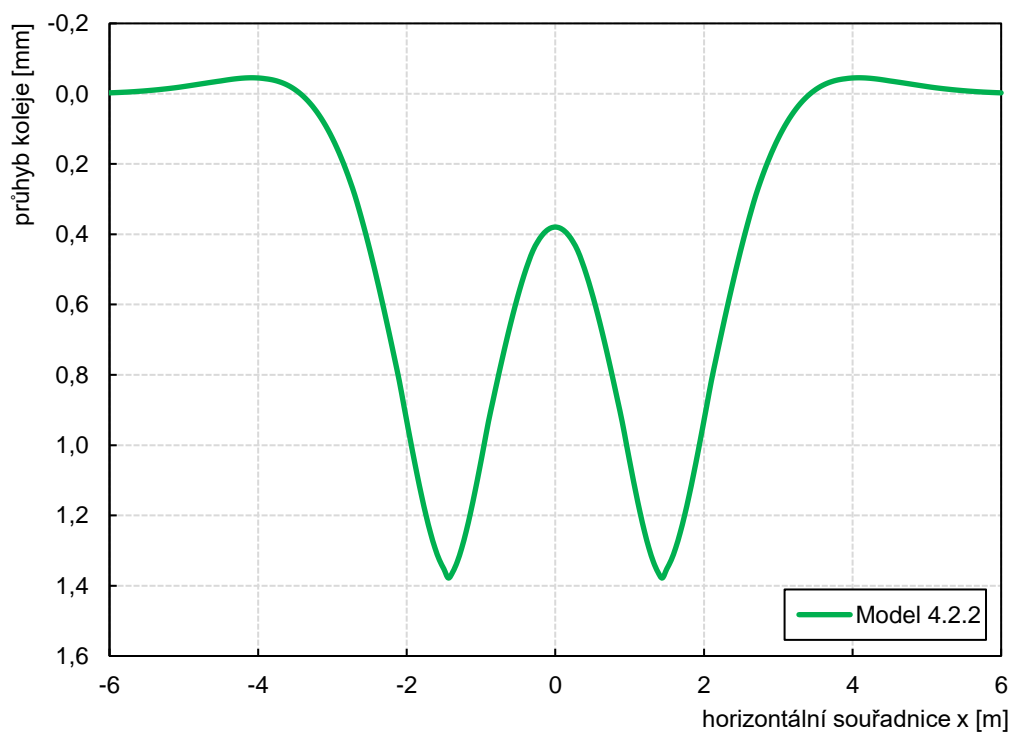
Kolejnicové podpory	<i>BEAM188</i>
Průřez [m]	0.1×0.1
Modul pružnosti [Pa]	9.60×10 ¹³
Poissonovo číslo [-]	0.25
Plocha průřezu [m ²]	0.01
Moment setrvačnosti kolejnice k ose y[m ⁴]	8.33×10 ⁻⁵
Objemová hmotnost [kg/m ³]	2 500
Podloží	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	5.20×10 ⁷
Zatížení	<i>FORCE</i>
Kolová síla [N]	1.25×10 ⁵



Obr. 4.9 Zobrazení modelu dvouvrstvého systému



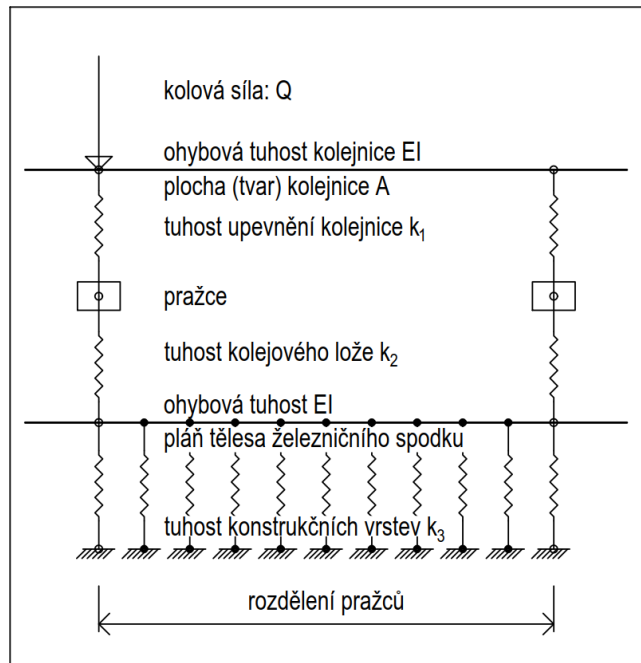
Obr. 4.10 Průhybová křivka pro 1 nápravu



Obr. 4.11 Průhybová křivka pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m

4.2.3 Prut diskrétně podepřený se spojitým modelem podloží

Tento model je určitou kombinací diskrétního modelu a dvouvrstvého systému s rozdílem, že druhý nosník představuje rozhraní mezi železničním svrškem a spodkem, tedy pláň tělesa železničního spodku. Hodnota ohybové tuhosti nosníku je stanovena experimentálně v závislosti na chování modelu s různými parametry této veličiny. Jedná se o diskrétní model, kde pružina mezi pražcem a druhým nosníkem představuje tuhost pouze kolejového lože pod ložnou



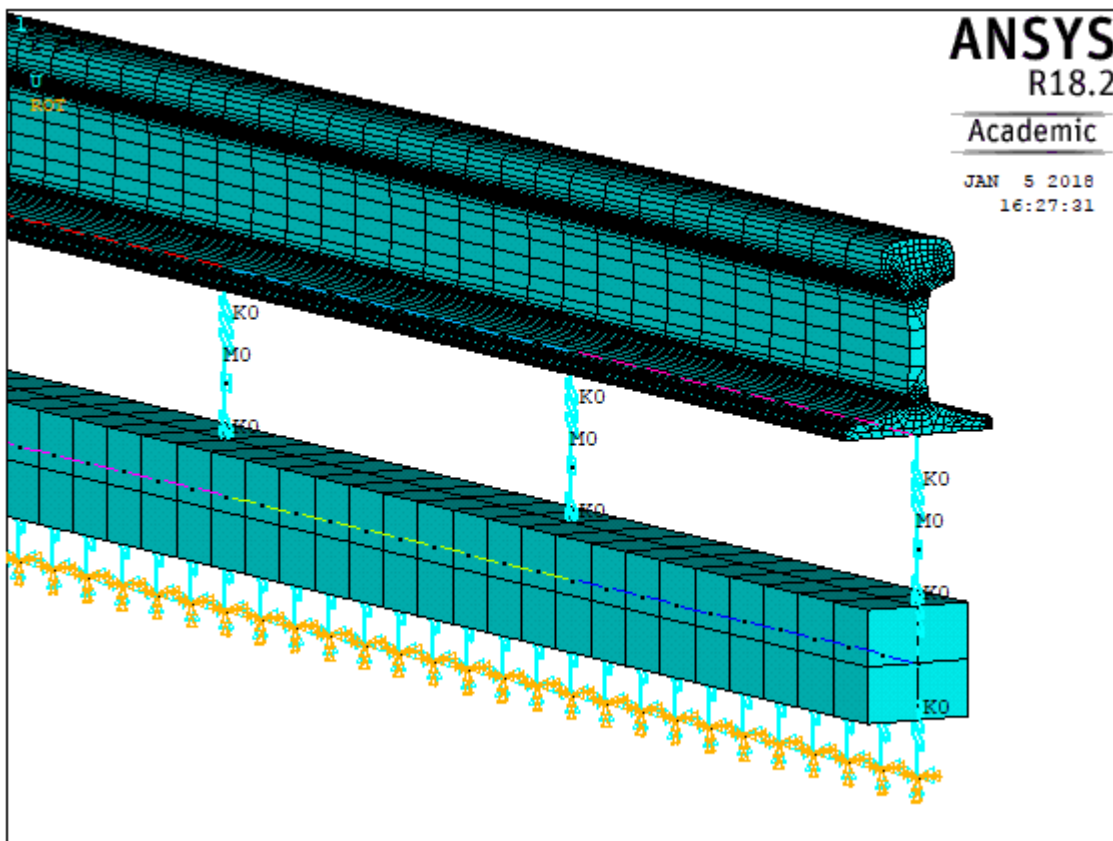
Obr. 4.12 Schéma modelu

plochou pražce, následuje nosník představující „pláň tělesa železničního spodku“, který je ve vzdálenostech desetin vzdálenosti rozdělení pražců spojen další pružinou představující tuhost konstrukčních vrstev železničního spodku. Model je zatížen nepohyblivou silou. Schéma modelu je zobrazeno na obrázku 4.13, jeho detail z programu ANSYS je na obr. 4.14.

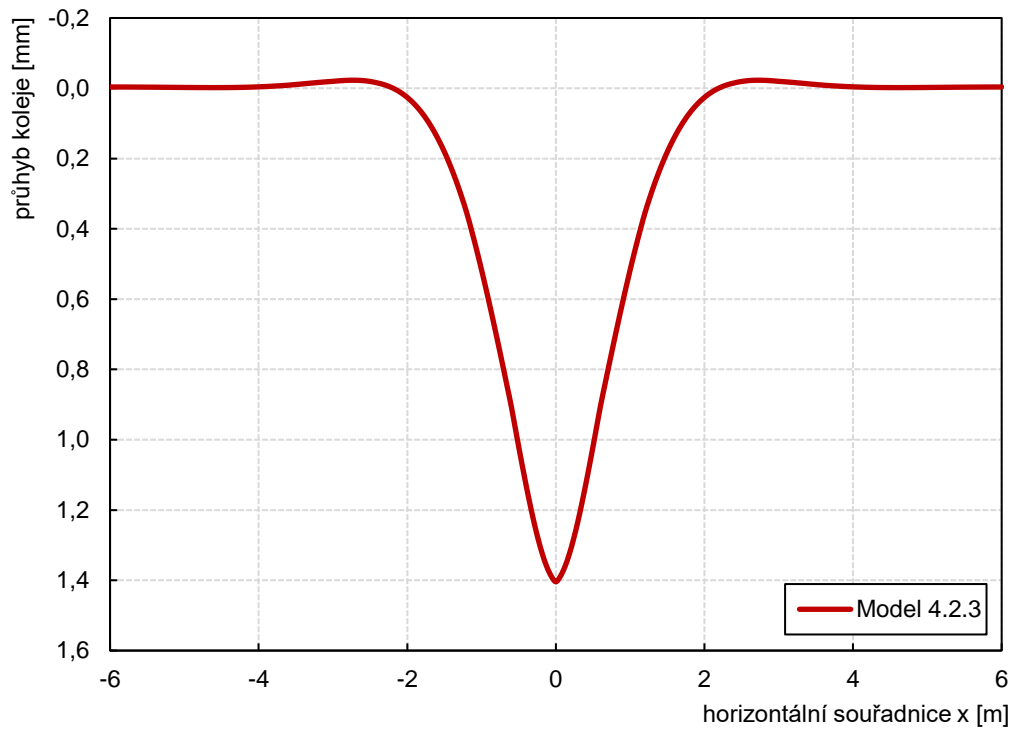
VSTUPNÍ PARAMETRY MODELU

Kolejnice	<i>BEAM188</i>
Typ kolejnice	49 E1
Modul pružnosti oceli [Pa]	2.10×10^{11}
Poissonovo číslo	0.3
Plocha kolejnice [m ²]	$6\,307 \times 10^{-6}$
Moment setrvačnosti kolejnice k ose x [m ⁴]	$1\,822 \times 10^{-8}$
Moment setrvačnosti kolejnice k ose y [m ⁴]	320×10^{-8}
Objemová hmotnost oceli [kg/m ³]	7 650
Uzel upevnění - podložka pod patu kolejnice	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	2.50×10^8

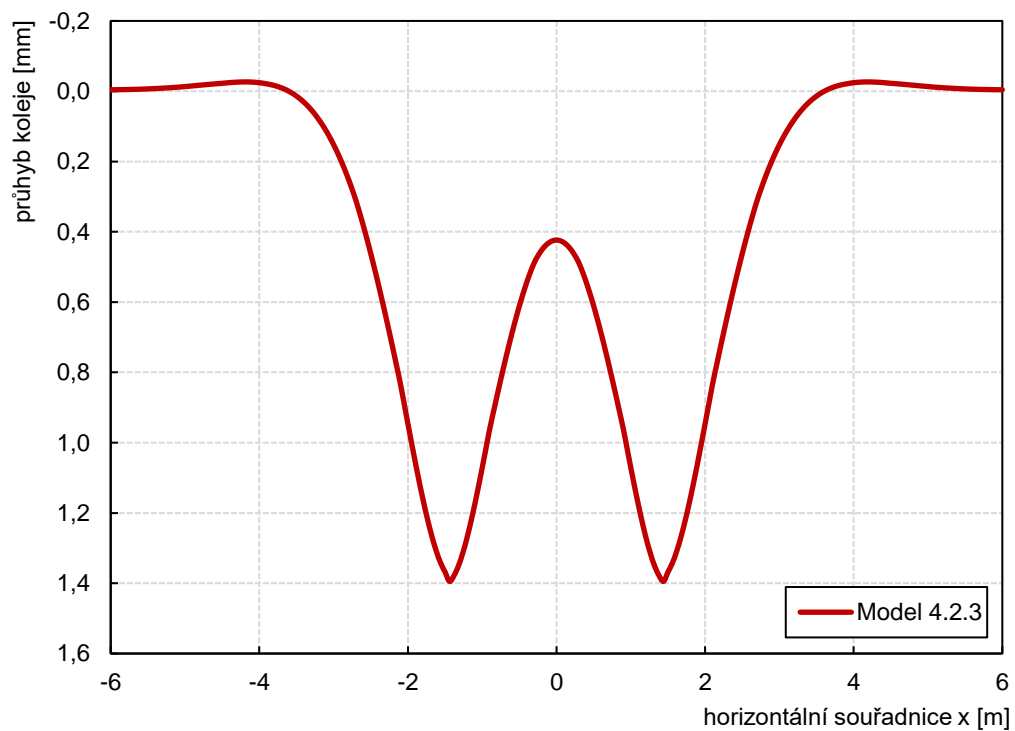
Kolejnicové podpory	<i>MASS21</i>
Hmotnost [kg]	-
Objemová hmotnost [kg/m ³]	2 500
Rozdělení pražců [m]	0.600
Kolejové lože pod ložnou plochou pražce	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	4.40×10 ⁷
"Pláš tělesa železničního spodku"	<i>BEAM188</i>
Průřez [m]	0.1×0.1
Modul pružnosti [Pa]	1.0×10 ¹⁴
Poissonovo číslo [-]	0.25
Plocha průřezu [m ²]	0.01
Moment setrvačnosti kolejnice k ose y[m ⁴]	8.33×10 ⁻⁵
Objemová hmotnost [kg/m ³]	2 500
Podloží	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	2.10×10 ⁷
Zatížení	<i>FORCE</i>
Kolová síla [N]	1.25×10 ⁵



Obr. 4.13 Zobrazení modelu diskrétně podepřeného prutu se spojitým modelem podloží



Obr. 4.14 Průhybová křivka pro 1 nápravu

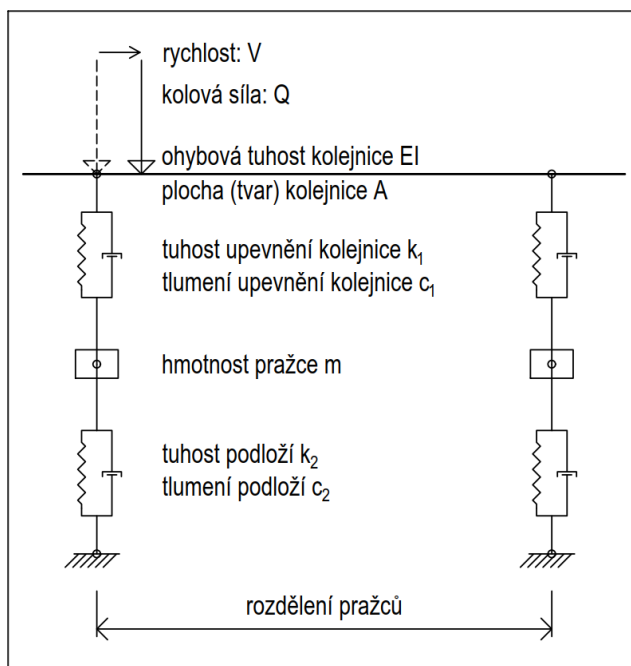


Obr. 4.15 Průhybová křivka pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m

4.3 Dynamická soustava

4.3.1 Diskrétní model

Jedná se o model na principu diskrétního modelu z kap. 4.2.1 se zavedením dynamických účinků. V případě prvků COMBIN14 není tedy obsažena pouze tuhost, ale také tlumení a do výpočtu vstupuje také hmotnost pražců a kolejnice. Model je zatížen silou, která se po modelu pohybuje zadanou rychlostí. Zatěžování modelu je prováděno postupně ve všech uzlech vymodelované kolejnice – v krocích desetiny vzdálenosti rozdělení pražců. Z této



Obr. 4.16 Schéma modelu

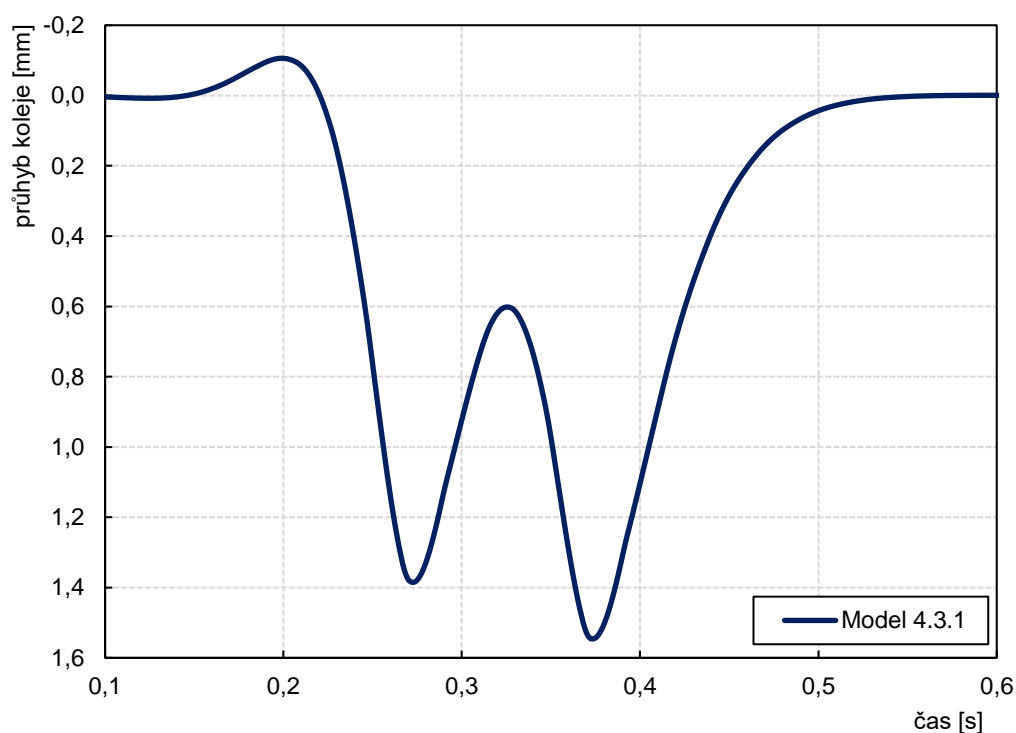
vzdálenosti a zadané rychlosti je dopočítán časový přírůstek. Schéma modelu je zobrazena na obrázku 4.16.

VSTUPNÍ PARAMETRY MODELU

Kolejnice	<i>BEAM188</i>
Typ kolejnice	49 E1
Modul pružnosti oceli [Pa]	2.10×10^{11}
Poissonovo číslo	0.3
Plocha kolejnice [m ²]	$6\,307 \times 10^{-6}$
Moment setrvačnosti kolejnice k ose x [m ⁴]	$1\,822 \times 10^{-8}$
Moment setrvačnosti kolejnice k ose y [m ⁴]	320×10^{-8}
Objemová hmotnost oceli [kg/m ³]	7650
Uzel upevnění - podložka pod patu kolejnice	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	2.50×10^8
Tlumení [N.s/m]	9.0×10^5

Kolejnicové podpory	<i>MASS21</i>
Hmotnost [kg]	150
Objemová hmotnost [kg/m ³]	2 500
Rozdělení pražců [m]	0.600
Podloží	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	4.0×10 ⁷
Tlumení [N.s/m]	1.20×10 ⁶
Zatížení	<i>FORCE</i>
Kolová síla [N]	1.25×10 ⁵

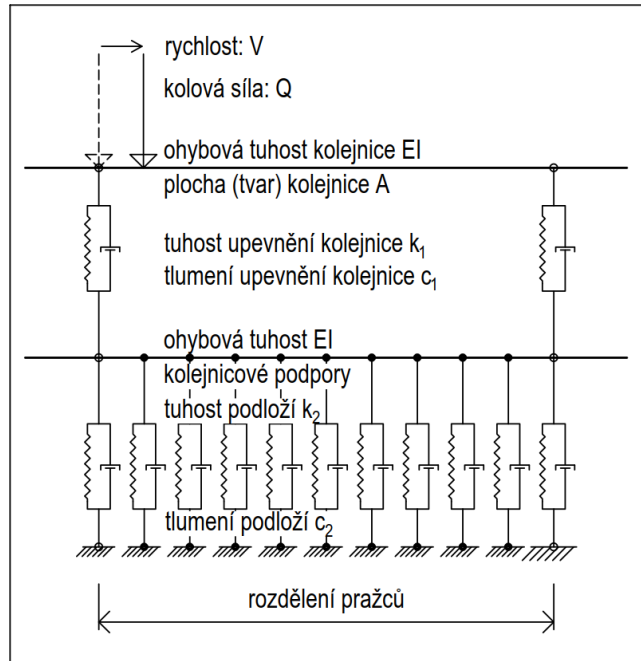
Na obr. 4.17 je zobrazena průhybová křivka diskrétního modelu při průjezdu jedné nápravy dvounápravového vozidla ve směru rostoucí hodnoty času.



Obr. 4.17 Průhybová křivka pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m

4.3.2 Dvouvrstvý systém

Jedná se o model na principu diskrétního modelu z kap. 4.2.2 se zavedením dynamických účinků. V případě prvků COMBIN14 není tedy obsažena pouze tuhost, ale také tlumení a do výpočtu vstupuje také hmotnost prutu zastupujícího kolejnicové podpory a prvku kolejnice. Model je zatížen silou, která se po modelu pohybuje zadanou rychlostí. Zatěžování modelu je prováděno postupně ve všech uzlech vymodelované kolejnice – v krocích desetiny vzdálenosti rozdělení pražců. Z této vzdálenosti a zadané rychlosti je dopočítán časový přírůstek. Schéma modelu je zobrazena na obrázku 4.18.



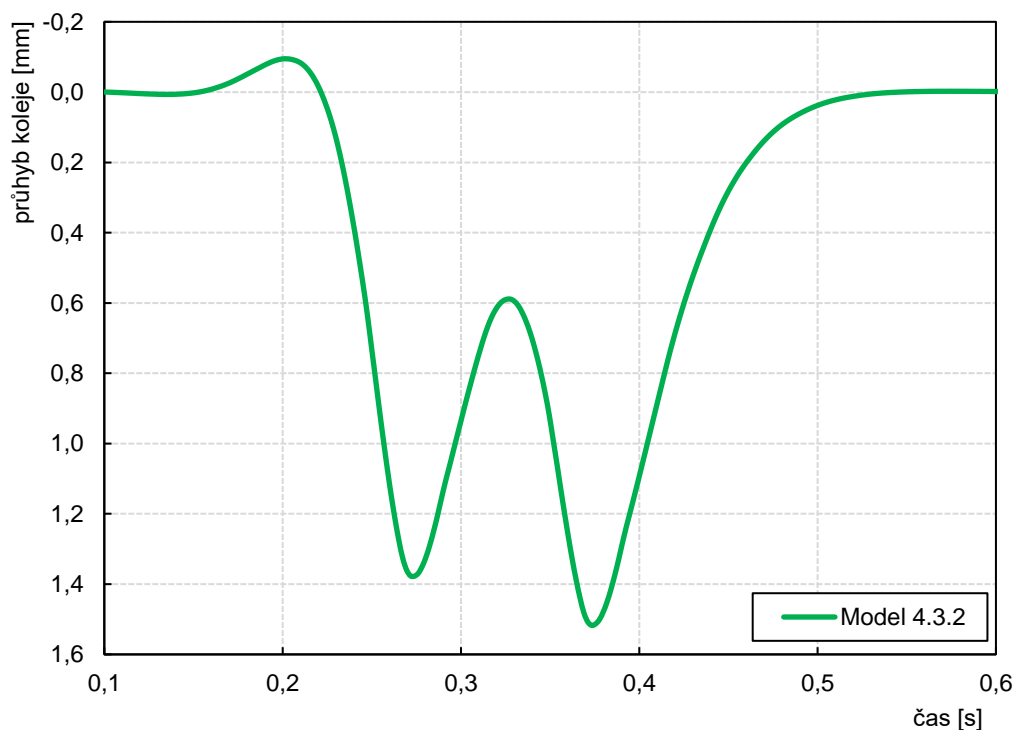
Obr. 4.18 Schéma modelu

VSTUPNÍ PARAMETRY MODELU

Kolejnice	<i>BEAM188</i>
Typ kolejnice	49 E1
Modul pružnosti oceli [Pa]	2.10×10^{11}
Poissonovo číslo	0.3
Plocha kolejnice [m ²]	$6\,307 \times 10^{-6}$
Moment setrvačnosti kolejnice k ose x [m ⁴]	$1\,822 \times 10^{-8}$
Moment setrvačnosti kolejnice k ose y [m ⁴]	320×10^{-8}
Objemová hmotnost oceli [kg/m ³]	7 650
Uzel upevnění - podložka pod patu kolejnice	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	3.55×10^7

Kolejnicové podpory	<i>BEAM188</i>
Průřez [m]	0.1×0.1
Modul pružnosti [Pa]	9.60×10 ¹³
Poissonovo číslo [-]	0.25
Plocha průřezu [m ²]	0.01
Moment setrvačnosti kolejnice k ose y[m ⁴]	8.33×10 ⁻⁵
Objemová hmotnost [kg/m ³]	2 500
Podloží	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	5.20×10 ⁷
Zatížení	<i>FORCE</i>
Kolová síla [N]	1.25×10 ⁵

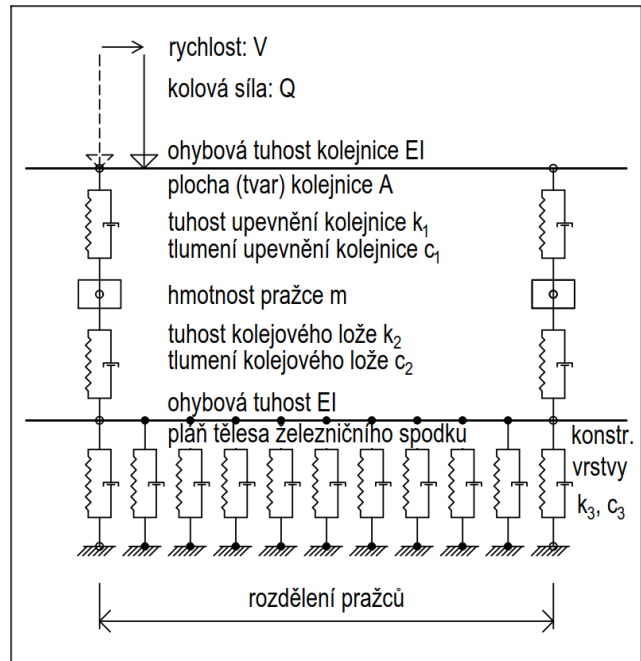
Na obr. 4.19 je zobrazena průhybová křivka modelu dvouvrstvého systému při průjezdu jedné nápravy dvounápravového vozidla ve směru rostoucí hodnoty času.



Obr. 4.19 Průhybová křivka pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m

4.3.3 Prut diskrétně podepřený se spojitým modelem podloží

Jedná se o model na principu diskrétního modelu z kap. 4.2.3 se zavedením dynamických účinků. V případě prvků COMBIN14 není tedy obsažena pouze tuhost, ale také tlumení a do výpočtu vstupuje také hmotnost pražců, prutu zastupujícího pláň tělesa železničního spodku a prvku kolejnice. Model je zatížen silou, která se po modelu pohybuje zadanou rychlostí. Zatěžování modelu je prováděno postupně ve všech uzlech vymodelované kolejnice – v krocích



Obr. 4.20 Schéma modelu

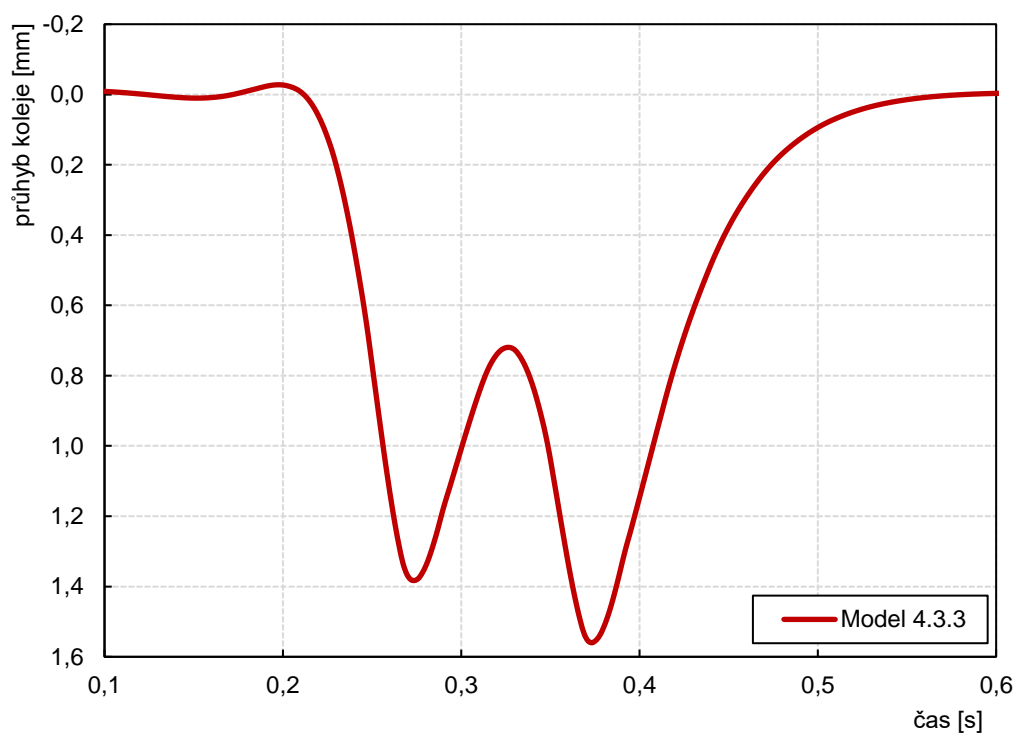
desetiny vzdálenosti rozdělení pražců. Z této vzdálenosti a zadané rychlosti je dopočítán časový přírůstek. Schéma modelu je zobrazena na obrázku 4.20.

VSTUPNÍ PARAMETRY MODELU

Kolejnice	<i>BEAM188</i>
Typ kolejnice	49 E1
Modul pružnosti oceli [Pa]	2.10×10^{11}
Poissonovo číslo	0.3
Plocha kolejnice [m ²]	$6\,307 \times 10^{-6}$
Moment setrvačnosti kolejnice k ose x [m ⁴]	$1\,822 \times 10^{-8}$
Moment setrvačnosti kolejnice k ose y [m ⁴]	320×10^{-8}
Objemová hmotnost oceli [kg/m ³]	7 650
Uzel upevnění - podložka pod patu kolejnice	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	2.50×10^8
Tlumení [N.s/m]	9.0×10^5
Kolejnicové podpory	<i>MASS21</i>
Hmotnost [kg]	150
Objemová hmotnost [kg/m ³]	2 500
Rozdělení pražců [m]	0.600

Kolejové lože pod ložnou plochou pražce	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	3.30×10^7
Tlumení [N.s/m]	1.20×10^6
"Plán tělesa železničního spodku"	<i>BEAM188</i>
Průřez [m]	0.1×0.1
Modul pružnosti [Pa]	1.0×10^{14}
Poissonovo číslo [-]	0.25
Plocha průřezu [m ²]	0.01
Moment setrvačnosti kolejnice k ose y[m ⁴]	8.33×10^{-5}
Objemová hmotnost [kg/m ³]	2 000
Podloží	<i>COMBIN14</i>
Tuhost [N/m]	1.30×10^7
Tlumení [N.s/m]	2.0×10^5
Zatížení	<i>FORCE</i>
Kolová síla [N]	1.25×10^5

Na obr. 4.21 je zobrazena průhybová křivka modelu prutu diskrétně podpořeného se spojitým modelem podloží při průjezdu jedné nápravy dvounápravového vozidla ve směru rostoucí hodnoty času.



Obr. 4.21 Průhybová křivka pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m

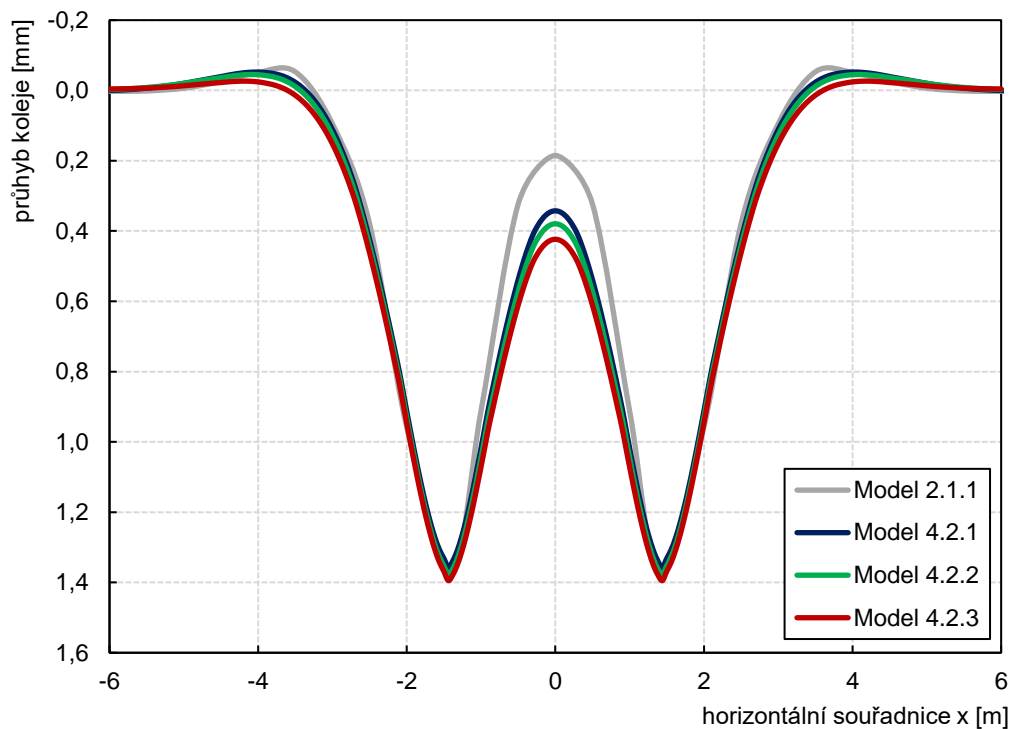
4.4 Kvalitativní hodnocení modelů

Kvalitativní hodnocení numerických modelů spočívá ve vzájemném vizuálním porovnání průběhových křivek jednotlivých modelů statické a dynamické soustavy. Modely statické soustavy jsou porovnány s analytickým modelem podle Timošenka (Zimmermanna). Modely dynamické soustavy jsou porovnány s daty naměřenými v provozované koleji.

Numerické modely jsou sestaveny jako nástroj, umožňující pomocí zpětné analýzy identifikovat základní parametry koleje. Volba vstupních parametrů modelů byla proto volena tak, aby co nejpřesněji odpovídaly naměřeným datům. K tomuto úkolu bylo přistoupeno postupnými změnami tuhostí a parametrů tlumení. Postupná iterace těchto parametrů byla zvolena namísto použití optimačních algoritmů, které by byly nad rámec práce. Parametry ohybové tuhosti kolejnice a parametry pražců měněny nebyl vzhledem ke skutečnosti, že při výrobě těchto prvků železničního svršku jsou kladeny vysoké požadavky na kvalitu, jak materiálu, ze kterých jsou zhotoveny, tak na kvalitu konečného výrobku a jejich parametry proto zůstávají poměrně stálé. V případě zmíněných parametrů tuhostí a tlumení uzlu upevnění (podložek pod patu kolejnice) se také jedná o poměrně neměnné hodnoty, které také prokazují různá měření v provozované koleji. Také z tohoto důvodu byly zejména upravovány parametry podloží a kolejového lože. To bývá často znečištěno jemnými částicemi, případně jeho tloušťka neodpovídá požadavkům předpisů a norem. Konstrukční vrstvy pražcového podloží bývají často nedostatečně odvodněné, případně nekvalitně provedené. Z těchto důvodů jsou často tuhosti a tlumení podloží výrazně odlišné.

Data, se kterými jsou modely dynamické soustavy porovnány, byla pořízena v blízkosti zast. Štáhlavy na trati Plzeň – Nezvěstice při průjezdu nápravy lokomotivy řady 242 s rozvorem náprav 2,8 m rychlostí 100 km/h. Železniční svršek v měřeném úseku je tvořen kolejnicemi tvaru S 49 a betonovými pražci s rozponovým podkladnicovým upevněním. Při pohledu na průběh naměřených dat lze předpokládat, že v místě měření byly špatně podepřené pražce, proto není průběh signálu příliš plynulý.

4.4.1 Porovnání modelů statické soustavy



Obr. 4.22 Porovnání modelů statické soustavy

Poznámka k obr. 4.22:

Model 2.1.1 – Model dle Timošenka (Zimmermanna)

Model 4.2.1 – Diskrétní model

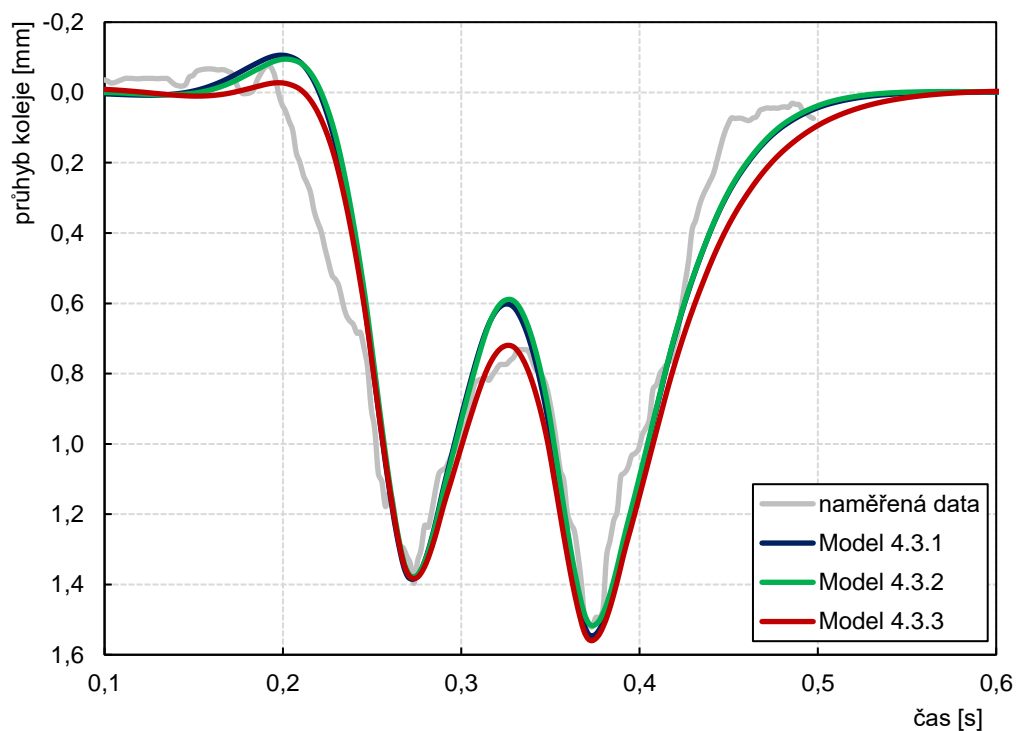
Model 4.2.2 – Dvouvrstvý systém

Model 4.2.3 – Prut diskrétně podepřený se spojitým modelem podloží

Na obrázku 4.22 je zobrazeno vzájemné porovnání numerických modelů statické soustavy pro vozidlo se 2 nápravami s rozvorem 2,8 m s analytickým modelem dle Timošenka (Zimmermanna). Průběh průhybové křivky tohoto modelu byl upraven pomocí vstupních parametrů ohybové tuhosti kolejnice a míry tuhosti pružiny tak, aby odpovídal maximálnímu průhybu numerických modelů.

4.4.2 Porovnání modelů dynamické soustavy s naměřenými daty

Na obrázku 4.23 je znázorněno vzájemné porovnání vytvořených numerických modelů dynamické soustavy s naměřenými daty. Lze spatřit, že diskrétní model (kap. 4.3.1) je velmi podobný modelu dvouvrstvého systému (kap. 4.3.2). Naopak model diskrétně podepřeného prutu se spojitým modelem podloží se lehce liší a naměřeným datům odpovídá nejlépe zejména v části mezi koly nápravy železničního vozidla. Oproti prvním dvěma modelům se dále liší v krajních částech, kdy zdvihová vlna před nápravou není tak výrazná jako v případě diskrétního modelu nebo modelu dvouvrstvého systému.



Obr. 4.23 Porovnání numerických modelů s naměřenými daty

Poznámka k obr. 4.23:

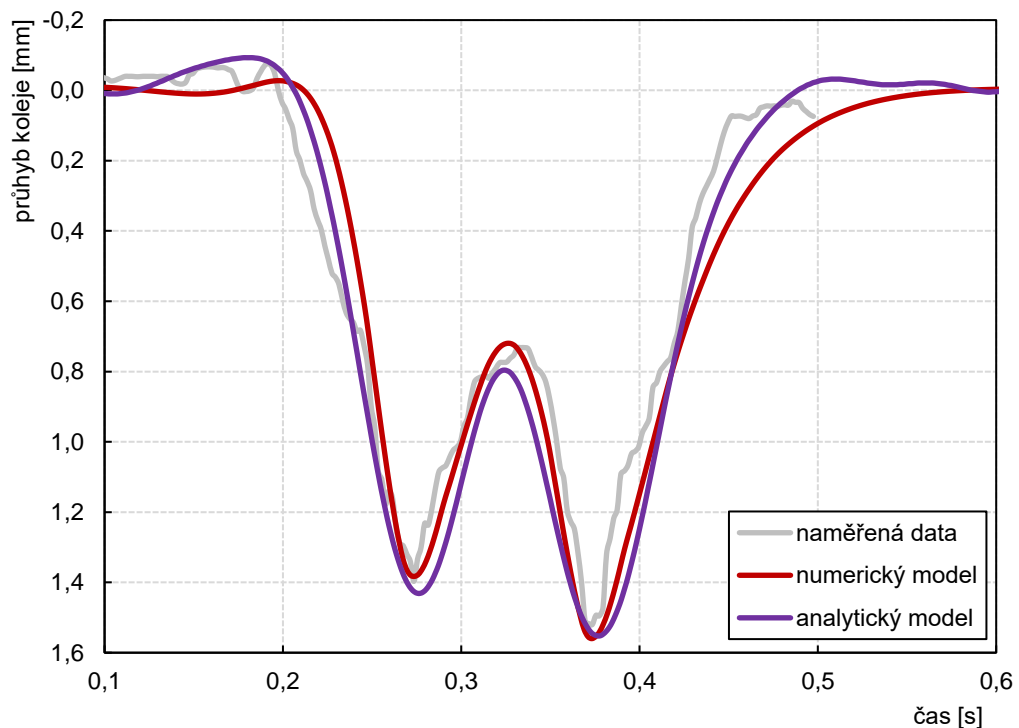
Model 4.3.1 – Diskrétní model

Model 4.3.2 – Dvouvrstvý systém

Model 4.3.3 – Prut diskrétně podepřený se spojitým modelem podloží

4.4.3 Porovnání numerického a analytického modelu

Na obrázku 4.24 je znázorněno porovnání analytického modelu s numerickým modelem z kapitoly 4.3.3. Jako analytický model byl vybrán model dvouvrstvého systému přenášející smykové zatížení z diplomové práce *Dynamická analýza koleje* Pavla Kulicha. [3] Je patrné, že v případě analytického modelu je lépe zachycena zdvihová vlna před nápravou, ale odlišnost od naměřených dat je zřejmá v místě prvního kola vozidla a také místa mezi nápravami.



Obr. 4.24 Porovnání numerického a analytického modelu

4.5 Závislost statických parametrů kolejnice na míře ojetí kolejnice

Kolejnice je nejdůležitější součástí železničního svršku a má následující funkce:

- Přejímá kolové síly a roznáší je na kolejnicové podpory, zpravidla příčné pražce
- Vede dvojkolí v příčném směru, přenáší příčné síly a roznáší je na kolejnicové podpory
- Tvoří hladkou jízdní dráhu a prostřednictvím adheze přejímá brzdné a rozjezdové síly
- Na elektrizovaných tratích plní funkci zpětného vedení pro napájení
- Je součástí kolejových obvodů zabezpečovacích zařízení

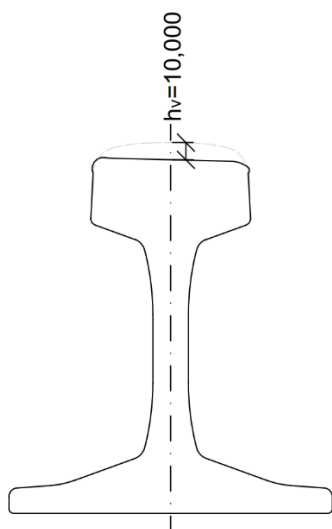
V železniční koleji se soustředilo užívání kolejnic na kolejnice Vignolovy (širokopatní). [6] V síti SŽDC se již výhradně při opravách a modernizacích železničního svršku používají tvary kolejnice 49 E1 a 60 E2. Dalšími tvary kolejnic, se kterými se při různých drobných opravách setkat jsou kolejnice R 65 a 60 E1, ta se od kolejnice 60 E2 liší pouze zaoblením hlavy kolejnice a ve většině případů se přebroušuje nebo frézuje na tvar 60 E2.

Důležitým posouzením pro namáhání železničního svršku je ojetí kolejnice. Se zvyšující se zátěží a intenzitě provozu se můžeme setkat častěji s případy ojetých hlav kolejnic. Tvar ojždění závisí na konstrukčním a geometrickém uspořádání koleje. [7] V přímé koleji se nejčastěji setkáváme s ojetím svislým. Vozidlo se v přímé koleji pohybuje sinusovým pohybem, pro zjednodušení můžeme uvažovat průměrnou hodnotu, tedy že osa dvojkolí je shodná s osou koleje. Hodnota svislého ojetí h_s je měřená v ose kolejnice k základnímu rozměru kolejnice. Maximální hodnota pouze svislého ojetí dle předpisu SŽDC S3 „Železniční svršek“ je 20 mm. [8] Ve směrových obloucích dochází také kromě svislého ojetí k bočnímu ojetí kolejnic. Boční ojetí h_p se měří ve výšce 14 mm pod temenem ojeté kolejnice. Maximální míra bočního ojetí kolejnice je 18 mm. V případě současného svislého a bočního ojetí kolejnice, je maximální hodnota svislého ojetí 14 mm. Hodnota této kombinace se nazývá srovnané ojetí kolejnice. To se vypočítá dle následujícího vzorce:

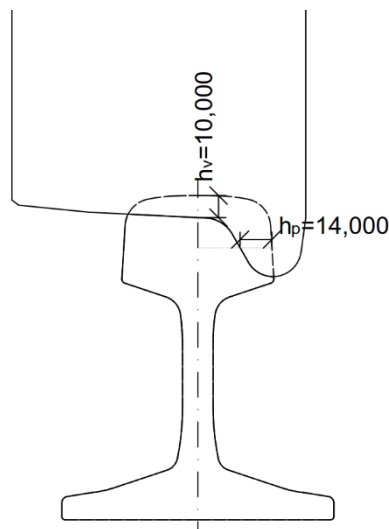
$$h = h_v + 0,4 \cdot h_p$$

Právě k hodnotě srovnaného ojetí kolejnice h se stanovují hodnoty statických parametrů kolejnice. V tabulkách a grafech je zobrazena závislost plochy, momentu setrvačnosti a průřezového modulu k osám x a y . Jsou stanoveny pro všechny výše zmíněné tvary kolejnic, tedy 49 E1, R 65, 60 E1 a 60 E2.

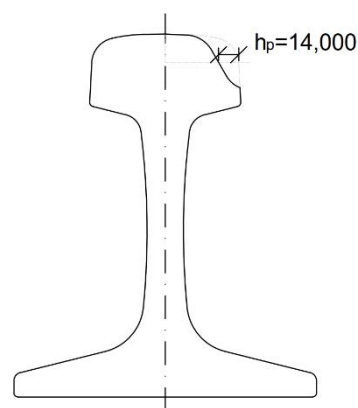
K úloze bylo přistoupeno vytvořením mřížky, kde na svislé ose byly hodnoty svislého ojetí kolejnice od 0 mm do 14 mm v kroku 2 mm. Na vodorovné ose hodnoty bočního ojetí od 0 mm do 18 mm se stejným krokem 2 mm. Pro každou kombinaci byla zaznamenána jedna hodnota statických parametrů, celkem tedy 80 hodnot. Pro získání tvaru ojeté kolejnice byl použit obrys železničního kola. Přehled tvarů kolejnic je uveden v příloze C. Výsledkem grafu jsou rovnice aproximační funkce, ze které lze dopočítat statické parametry pro zvolenou hodnotu srovnaného ojetí kolejnice h .



Obr. 4.25 Svislé ojetí kolejnice 60 E2



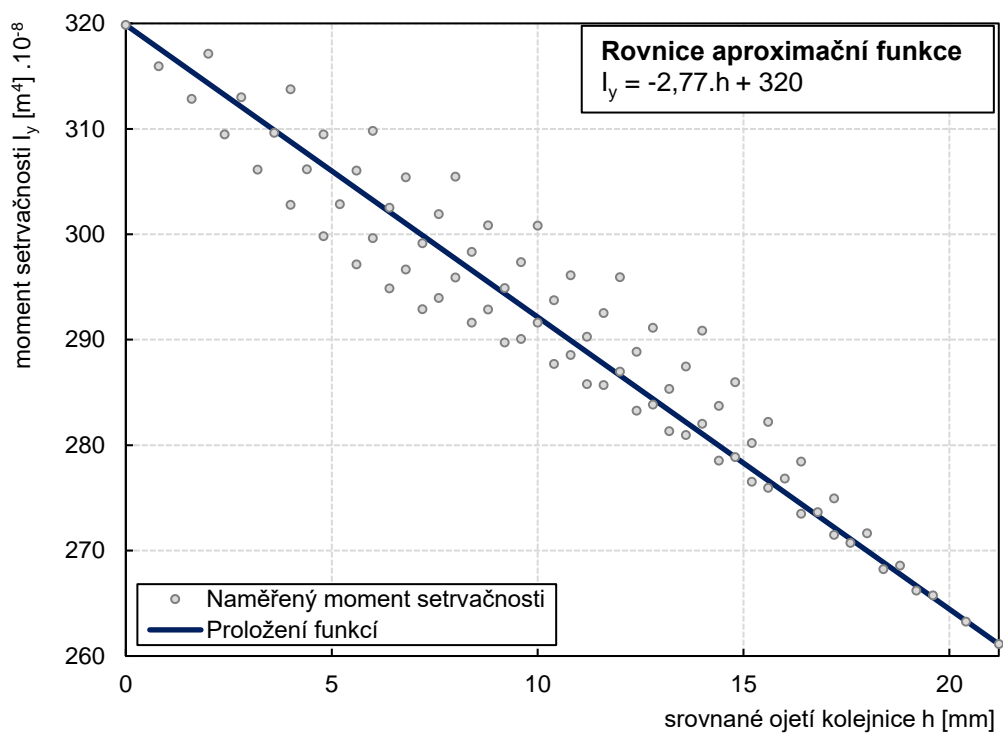
Obr. 4.26 Svislé a boční ojetí kolejnice 49 E1



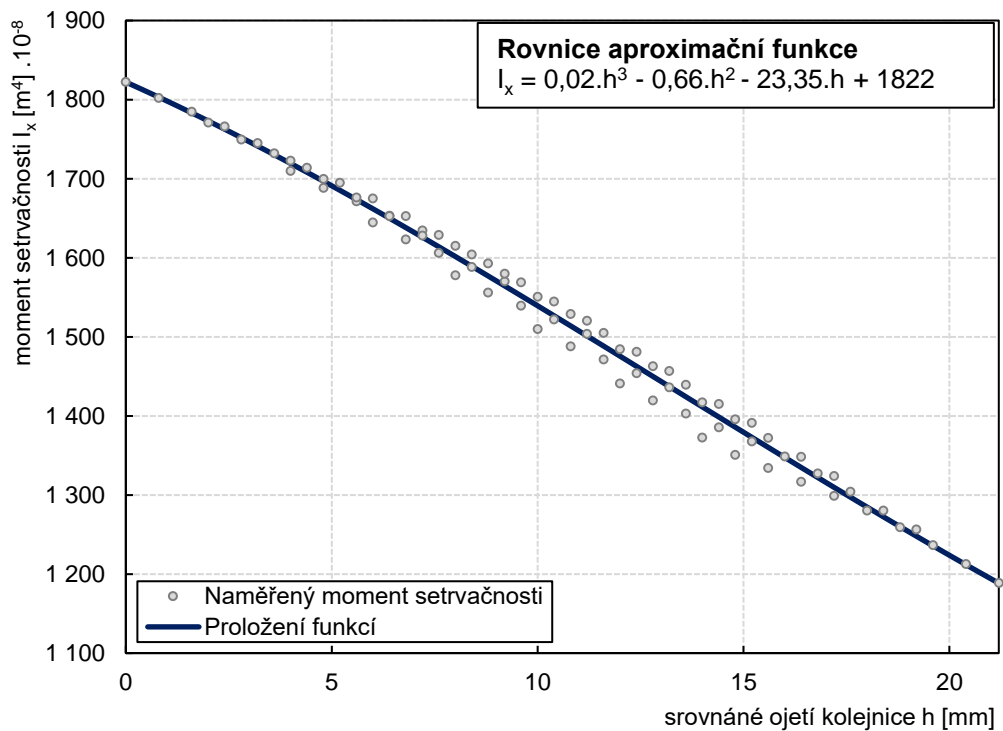
Obr. 4.27 Boční ojetí kolejnice R 65

Zobrazení závislostí průřezových charakteristik na srovnaném ojetí kolejnice je vypracováno pro všechny 4 základní typy kolejnice v samostatných kapitolách s uvedením rovnice aproximační funkce pro danou průřezovou charakteristiku. Tabulkový přehled naměřených parametrů průřezových charakteristik je v uveden v příloze B.

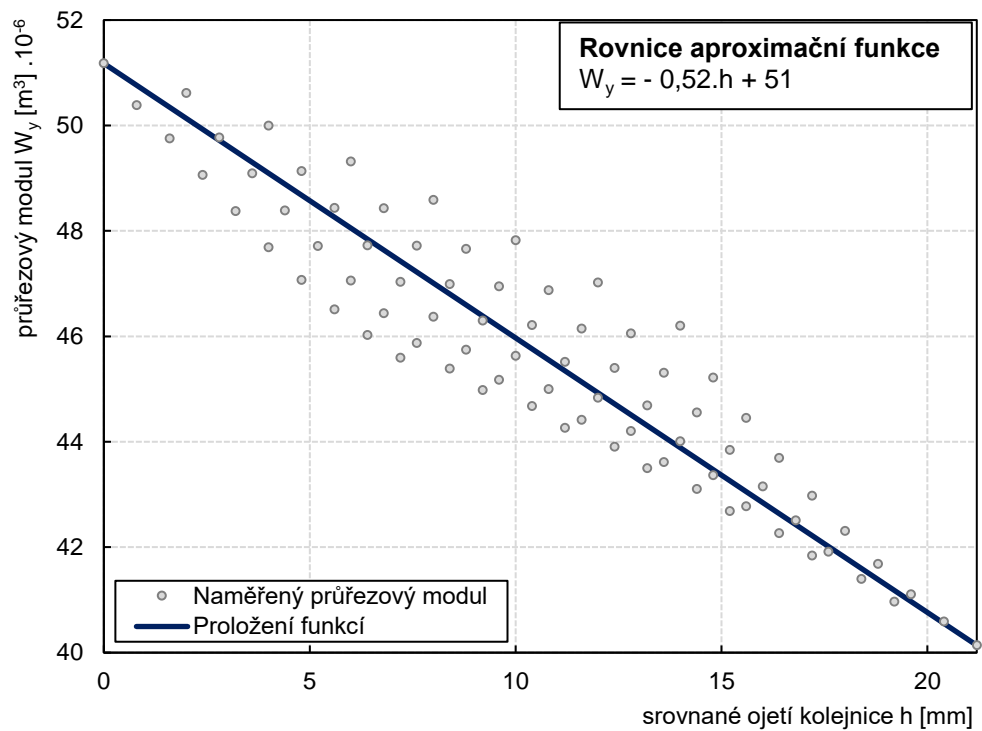
4.5.1 Kolejnice 49 E1



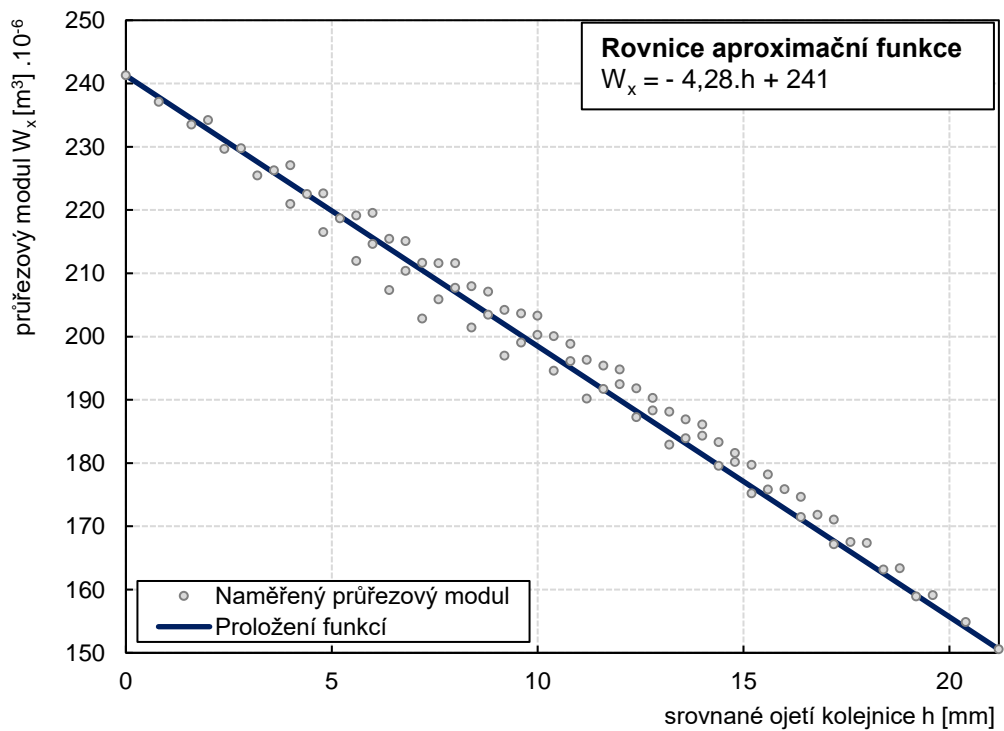
Obr. 4.28 Závislost momentu setrvačnosti k ose y na srovnaném ojetí kolejnice 49 E1



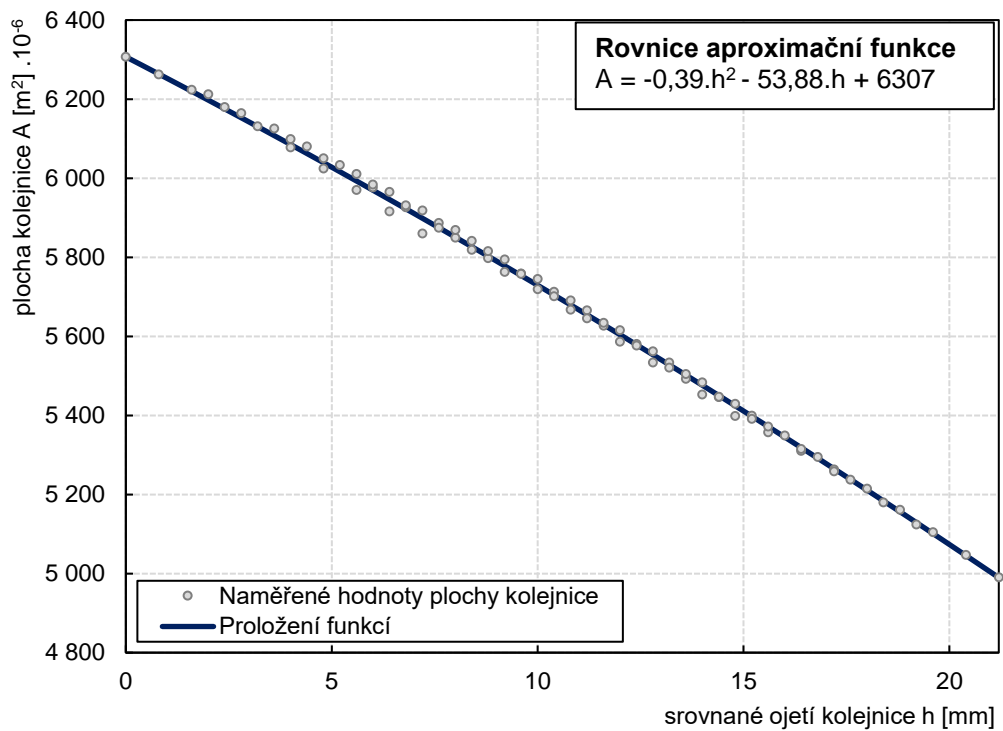
Obr. 4.29 Závislost momentu setrvačnosti k ose x na srovnaném ojetí kolejnice 49 E1



Obr. 4.30 Závislost průřezového modulu k ose y na srovnaném ojetí kolejnice 49 E1

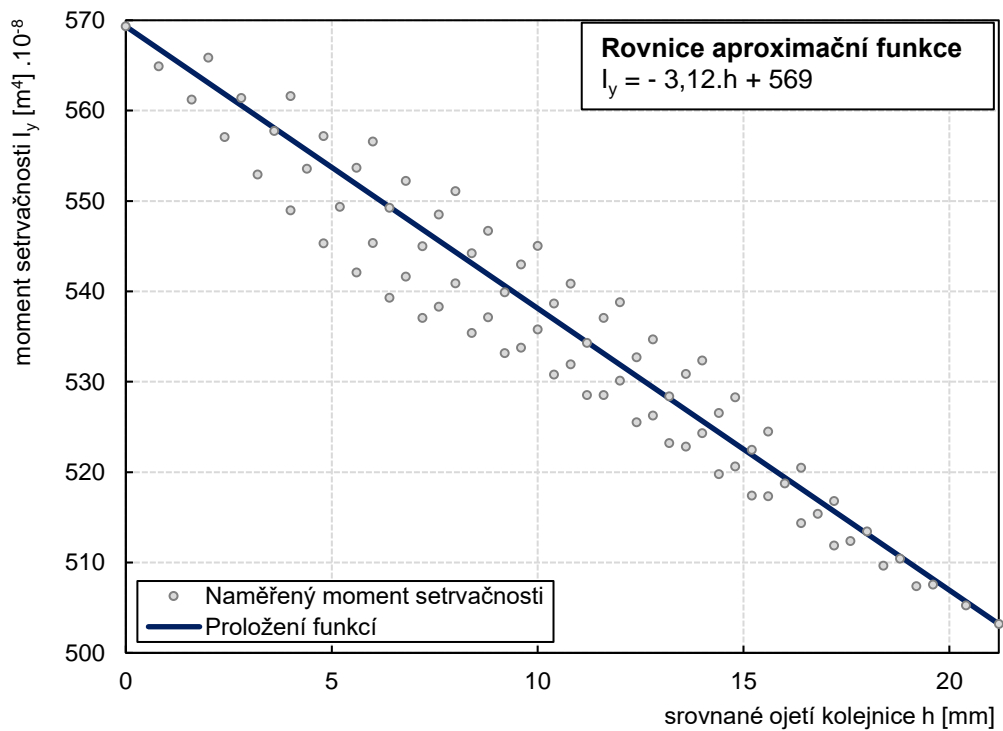


Obr. 4.31 Závislost průřezového modulu k ose x na srovnaném ojetí kolejnice 49 E1

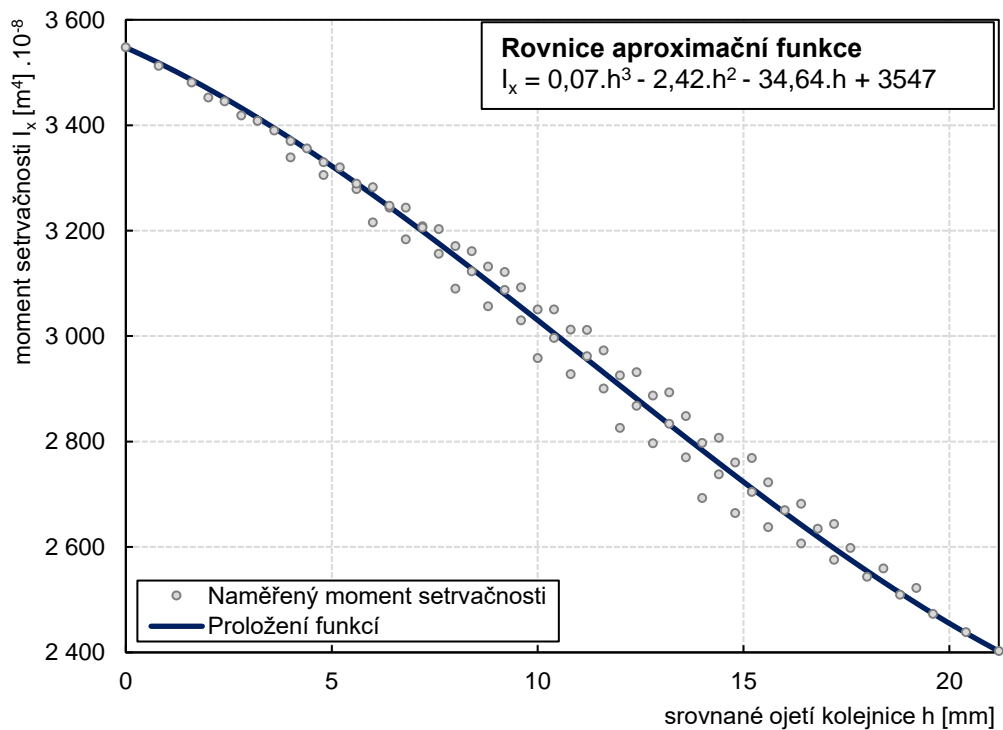


Obr. 4.32 Závislost plochy kolejnice na srovnaném ojetí kolejnice 49 E1

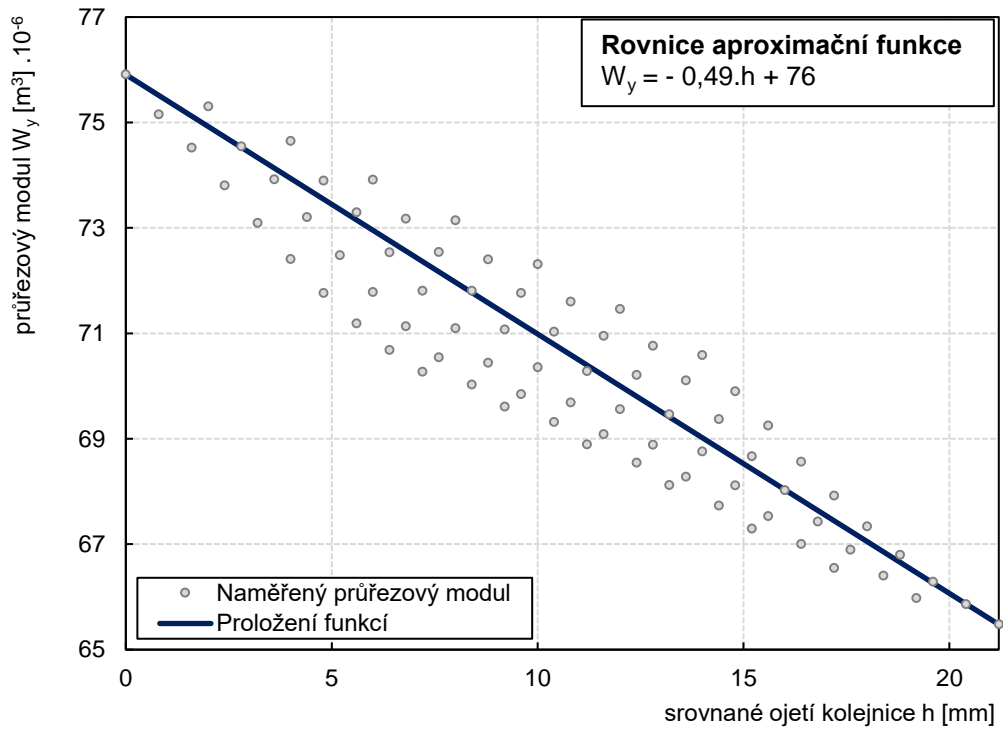
4.5.2 Kolejnice R 65



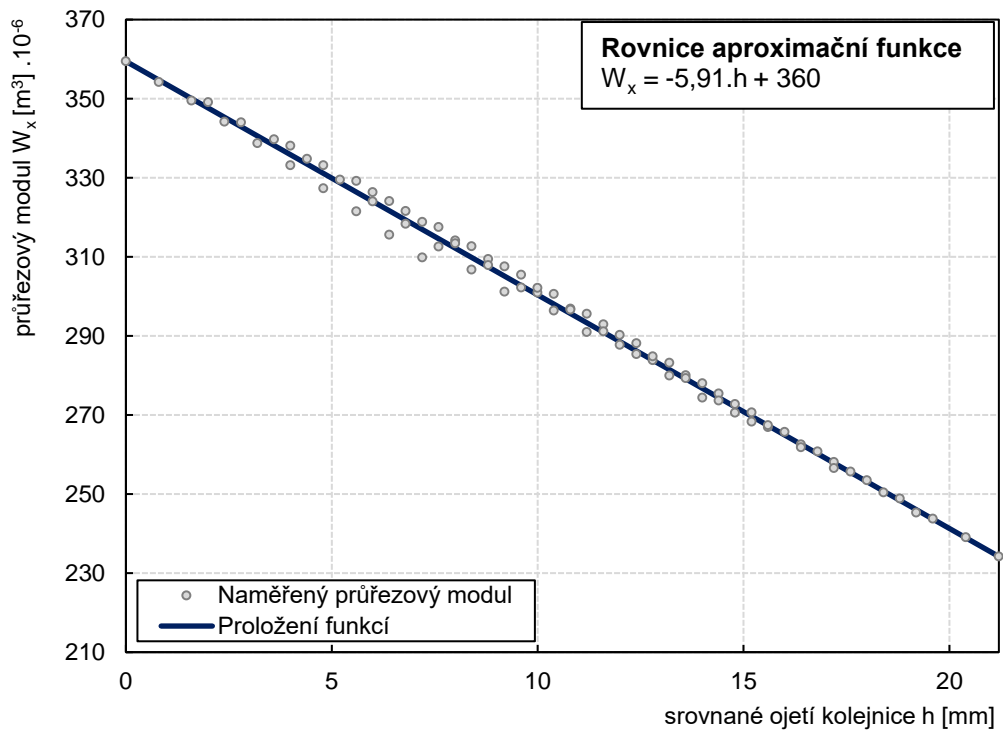
Obr. 4.33 Závislost momentu setrvačnosti k ose y na srovnaném ojetí kolejnice R 65



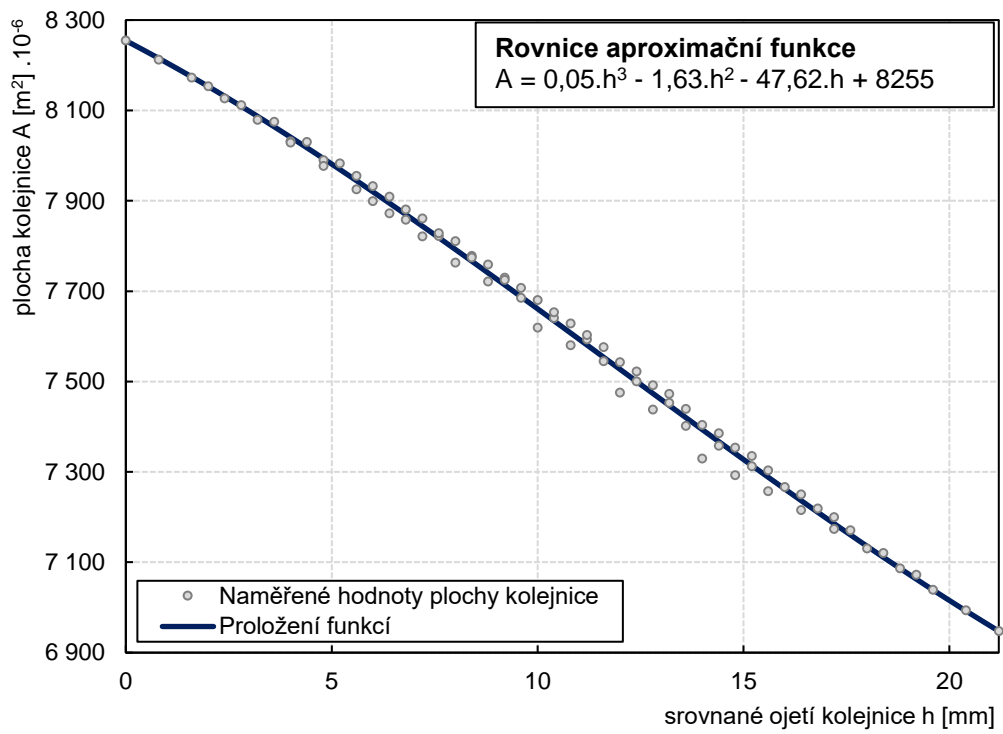
Obr. 4.34 Závislost momentu setrvačnosti k ose x na srovnaném ojetí kolejnice R 65



Obr. 4.35 Závislost průřezového modulu k ose y na srovnaném ojetí kolejnice R 65

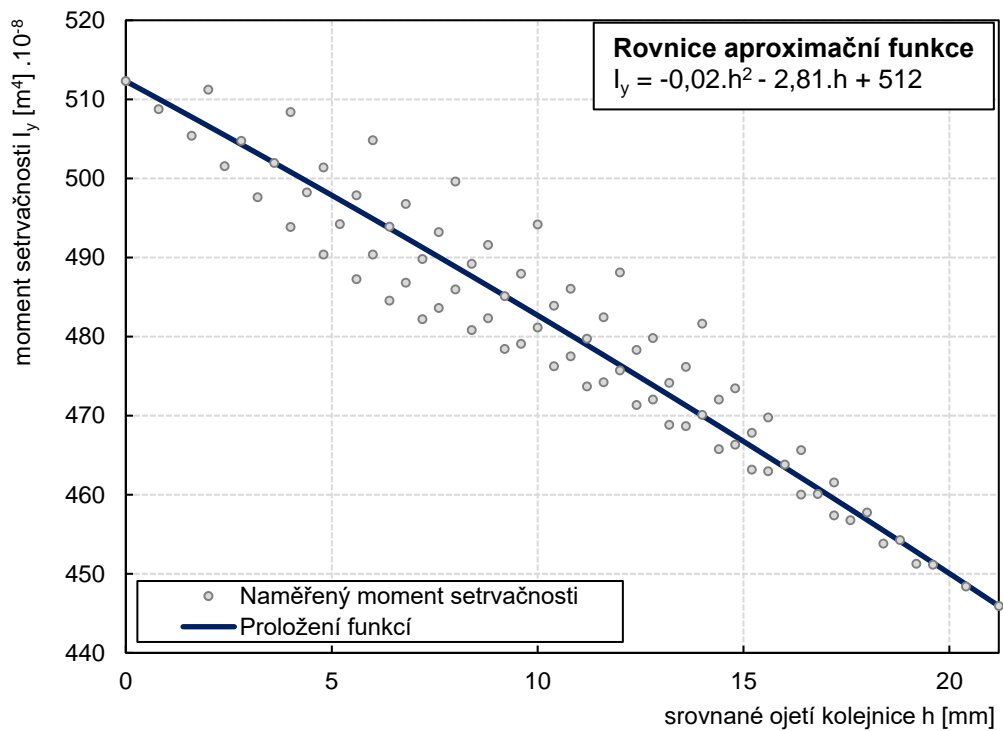


Obr. 4.36 Závislost průřezového modulu k ose x na srovnaném ojetí kolejnice R 65

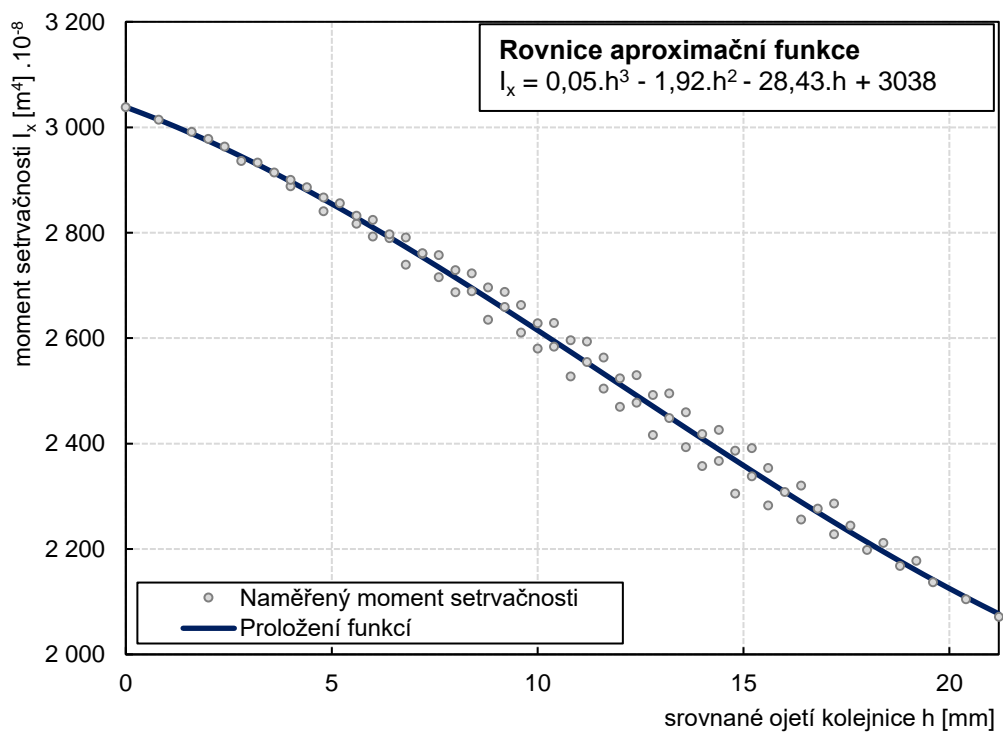


Obr. 4.37 Závislost plochy kolejnice na srovnaném ojetí kolejnice R 65

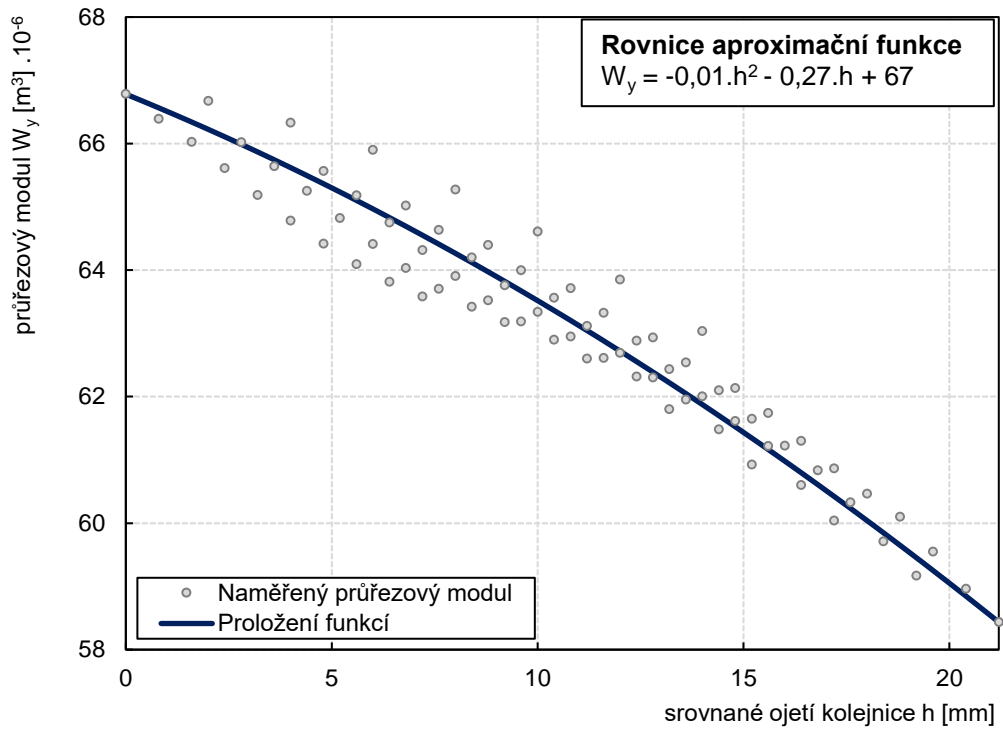
4.5.3 Kolejnice 60 E1



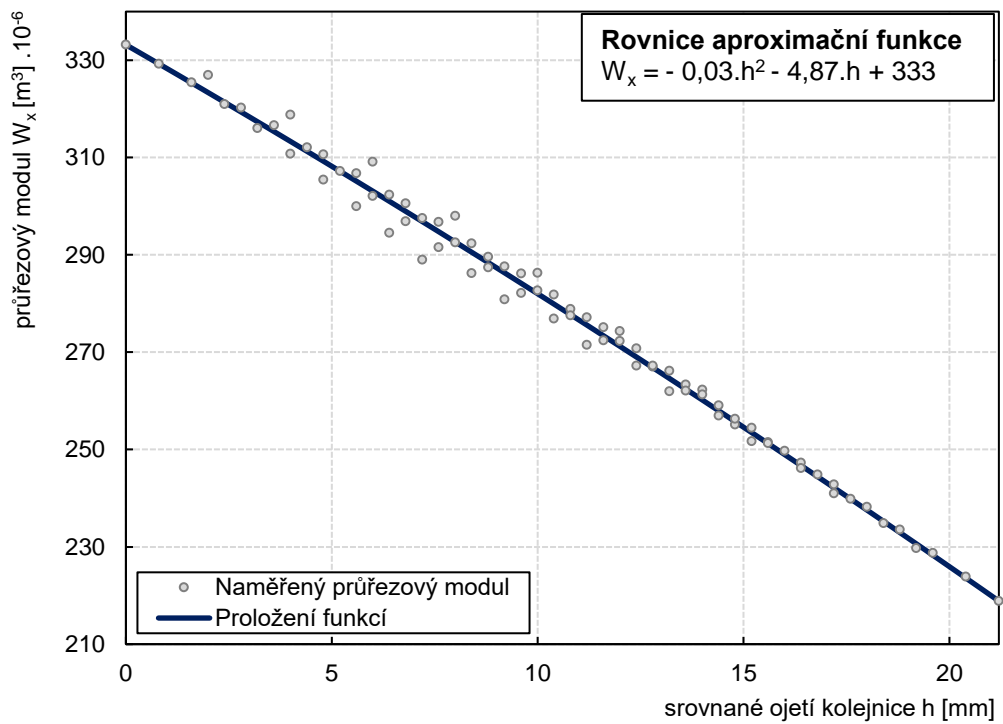
Obr. 4.38 Závislost momentu setrvačnosti k ose y na srovnaném ojetí kolejnice 60 E1



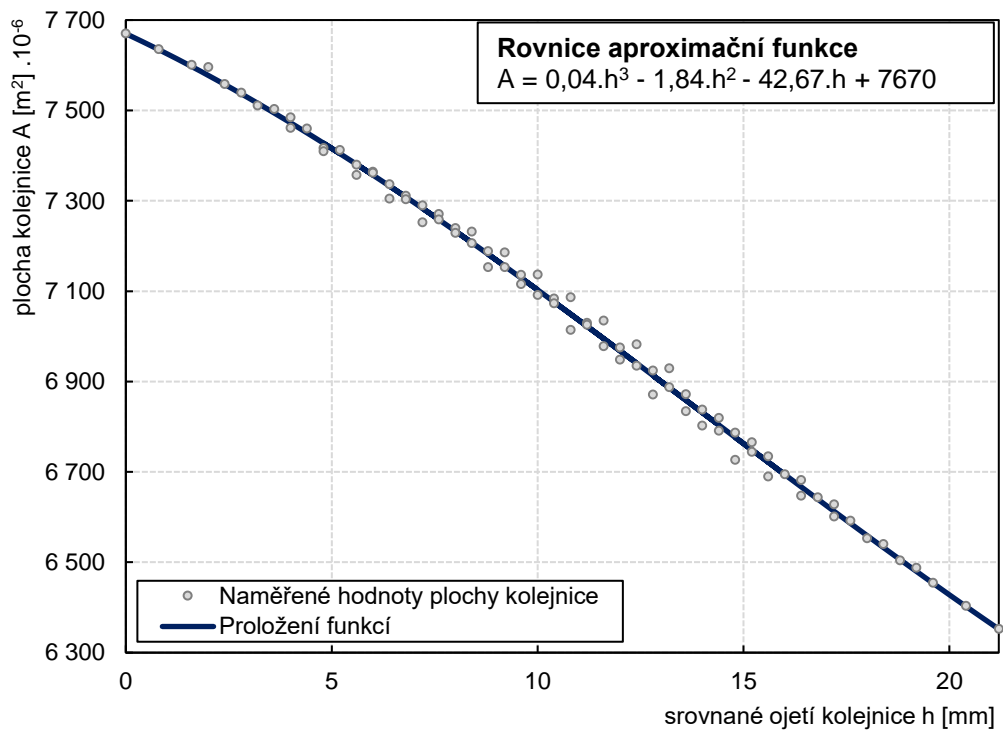
Obr. 4.39 Závislost momentu setrvačnosti k ose x na srovnaném ojetí kolejnice 60 E1



Obr. 4.40 Závislost průřezového modulu k ose y na srovnaném ojetí kolejnice 60 E1

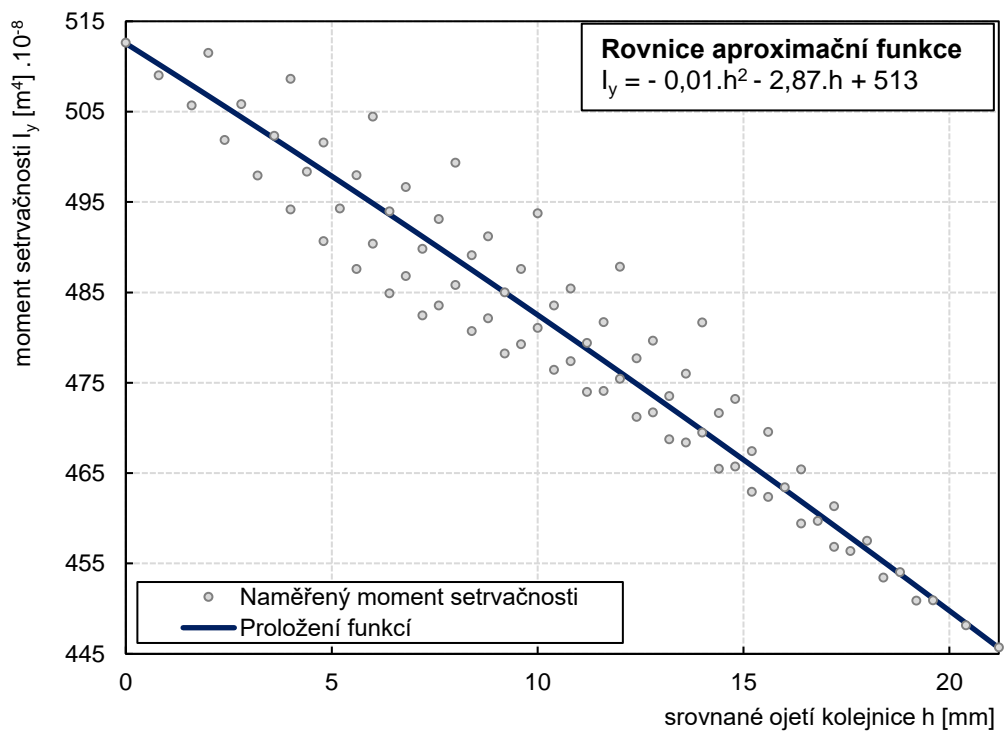


Obr. 4.41 Závislost průřezového modulu k ose x na srovnaném ojetí kolejnice 60 E1

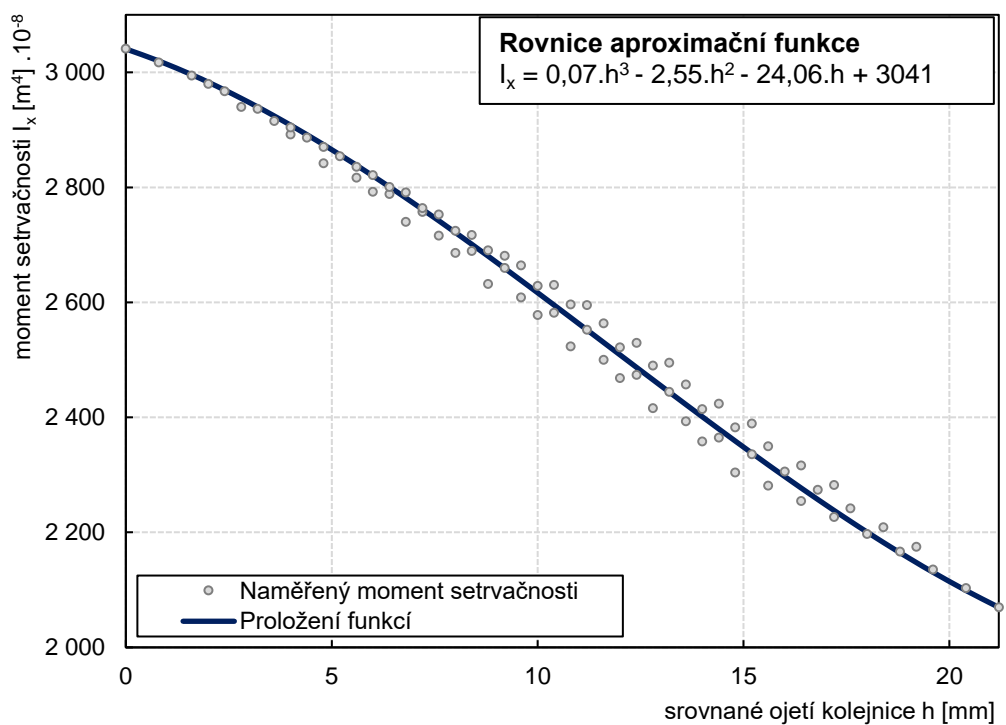


Obr. 4.42 Závislost plochy kolejnice na srovnaném ojetí kolejnice 60 E1

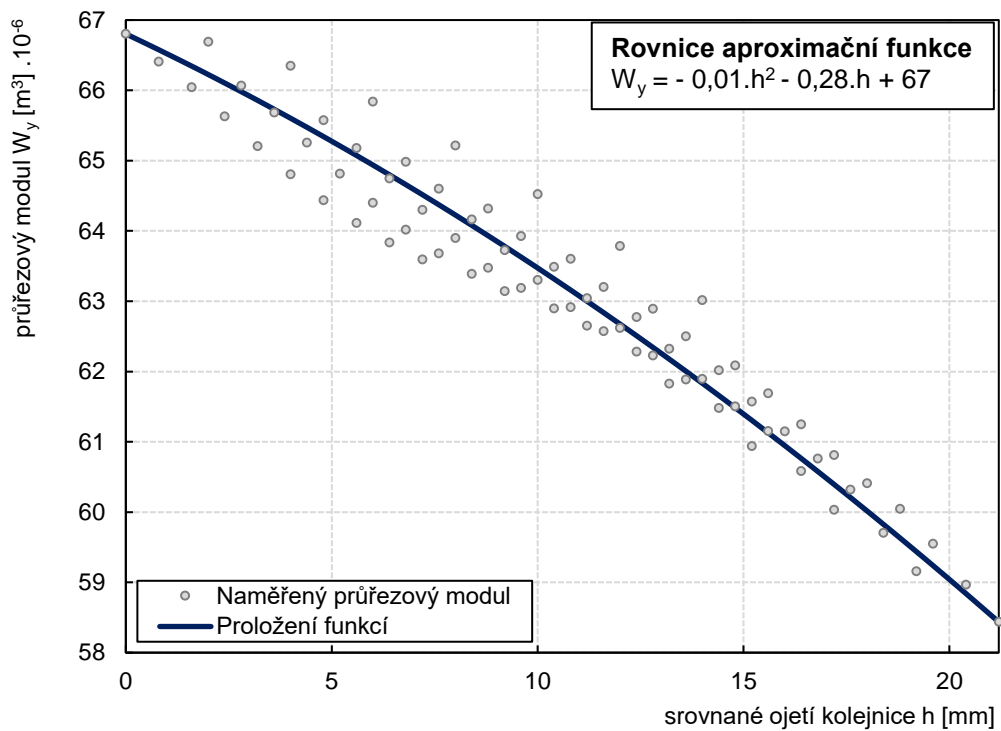
4.5.4 Kolejnice 60 E2



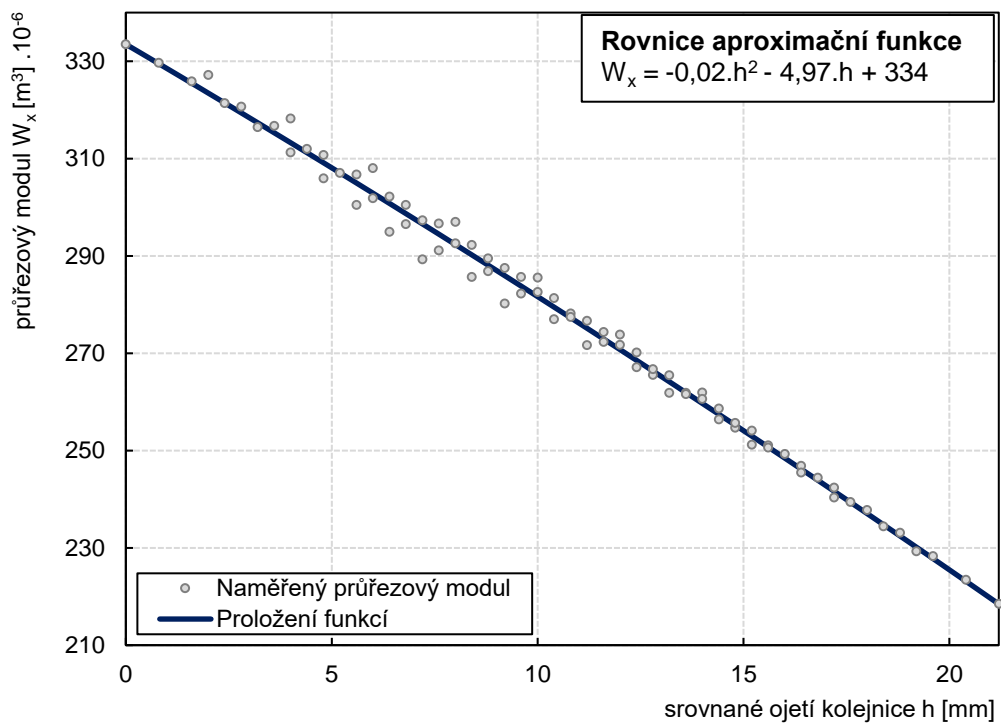
Obr. 4.43 Závislost momentu setrvačnosti k ose y na srovnaném ojetí kolejnice 60 E2



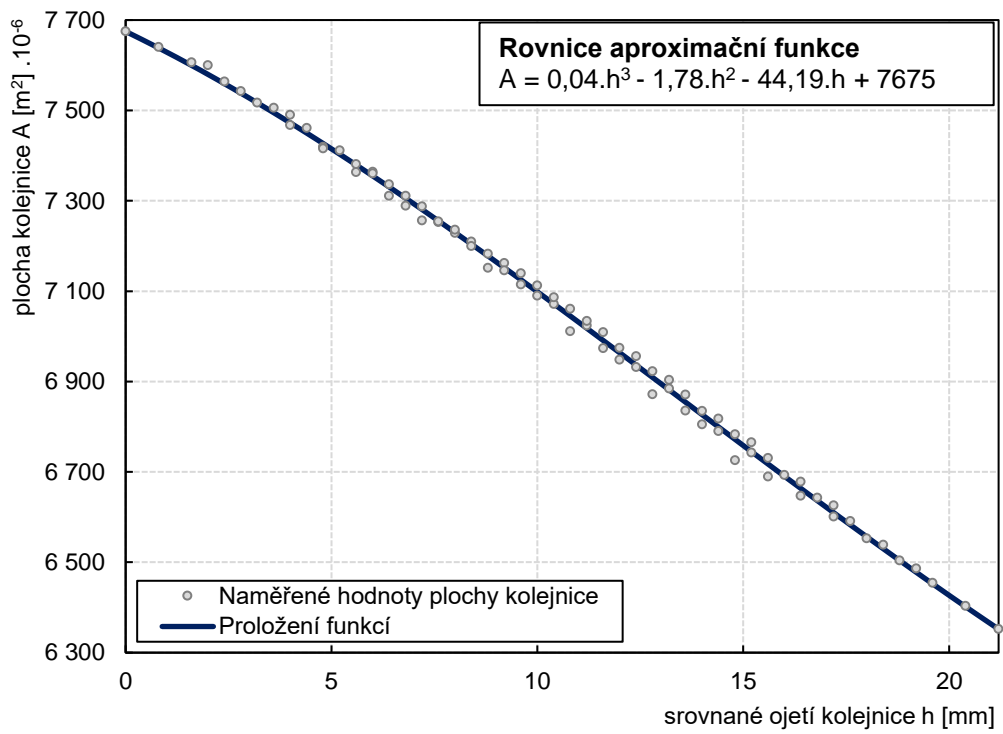
Obr. 4.44 Závislost momentu setrvačnosti k ose x na srovnaném ojetí kolejnice 60 E2



Obr. 4.45 Závislost průřezového modulu k ose y na srovnaném ojetí kolejnice 60 E2



Obr. 4.46 Závislost průřezového modulu k ose x na srovnaném ojetí kolejnice 60 E2



Obr. 4.47 Závislost plochy kolejnice na srovnaném ojetí kolejnice 60 E2

4.5.5 Srovnání výsledných hodnot s předpisem S3

Pro posouzení únosnosti kolejnic jsou důležitými charakteristikami hodnoty vztažené k ose x . Při hledání aproximační funkce tak byly zohledněny také členy polynomické rovnice 3. řádu, které mají téměř nulovou hodnotu, ale přesto mají výrazný vliv na průběh funkce při porovnání s funkcí 2. řádu. Vypočtené momenty setrvačnosti a průřezové moduly k ose x pro srovnané ojetí kolejnice jsou zobrazeny na obrázku 4.48. Pro porovnání jsou níže uvedeny hodnoty v současně platném předpisu SŽDC S3 Železniční svršek, část IV Kolejnice.

Při porovnání hodnot vypočtených dle aproximačních funkcí a stávajícími hodnotami v předpise lze vidět výrazné rozdíly zejména ve vyšších hodnotách srovnaného ojetí kolejnice. V případě kolejnice 49 E1 (S 49) jsou zřetelné rozdíly již v menších hodnotách srovnaného ojetí.

Tvar kolejnice	Srovnané ojetí kolejnice [mm]										
	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
	Moment setrvačnosti k ose $x - I_x$ [m ⁴] · 10 ⁻⁸ Průřezový modul k ose $x - W_x$ [m ³] · 10 ⁻⁶										
R 65	3547 360	3469 348	3374 336	3267 325	3151 313	3029 301	2904 289	2780 277	2660 265	2548 254	2446 242
60 E1	3038 333	2974 323	2897 313	2809 303	2713 292	2612 281	2507 270	2401 259	2296 247	2196 236	2101 224
60 E2	3041 334	2983 324	2908 314	2820 303	2721 293	2615 282	2506 271	2396 261	2290 249	2190 238	2100 227
49 E1	1822 241	1773 232	1717 224	1654 215	1583 207	1503 198	1412 190	1311 181	1198 173	1071 164	931 155

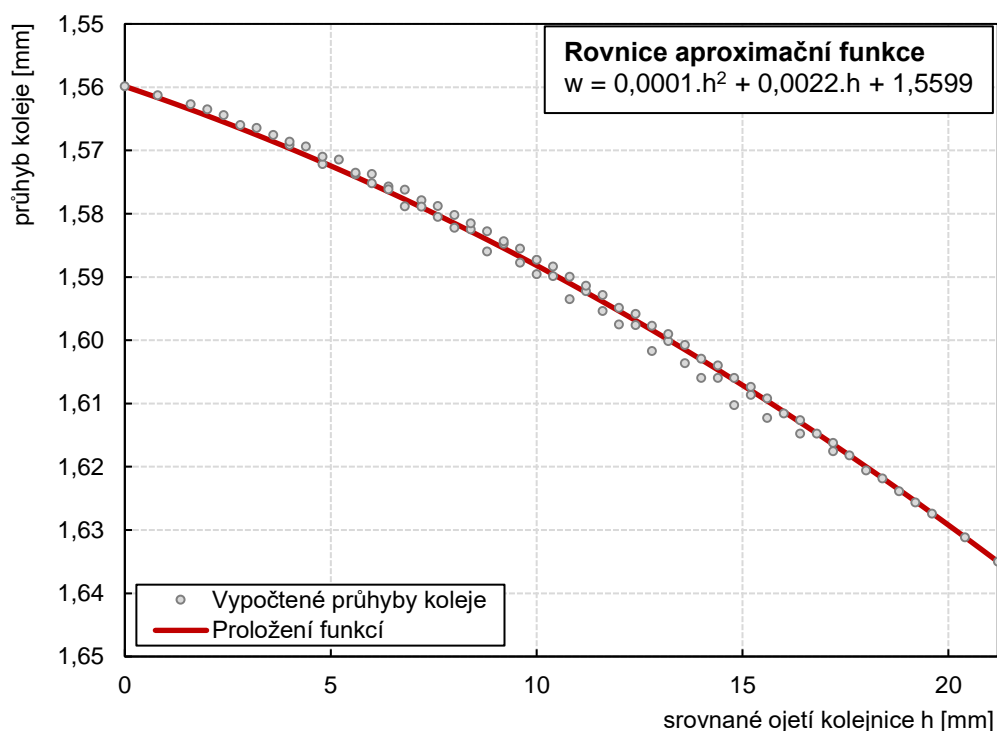
Obr. 4.48 Vypočtené průřezové charakteristiky kolejnic dle aproximačních rovnic

Tvar kolejnice	Srovnané výškové ojetí [mm]										
	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
	Statické veličiny: I_x [m ⁴] v čitateli · 10 ⁻⁸ W_x [m ³] ve jmenovateli · 10 ⁻⁶										
R 65	3573 363	3489 359	3377 350	3258 338	3134 328	3008 316	2883 304	2754 290	2625 277	2495 263	2366 250
UIC 60	3055 335,5	2982 329	2892 323	2791 311	2684 301	2574 289	2463 277	2350 265	2238 253	2126 240	2014 228
S 49	1819 240	1784 239	1725 234	1662 227	1596 220	1529 212	1461 204	1392 194	1323 185	1256 176	1187 167

Obr. 4.49 Průřezové charakteristiky kolejnic dle předpisu S3 část IV [9]

4.6 Závislost průhybu koleje na míře ojetí kolejnice

Vlivem provozu na železničních tratích se hlava kolejnice opotřebovává. Toto opotřebení má vliv na průřezové charakteristiky kolejnice, o čemž pojednává kapitola 4.5. Míra ojetí hlavy kolejnice má, vzhledem ke snižujícímu se momentu setrvačnosti, který do výpočtu numerického i analytického modelu vstupuje, zcela jistě vliv také na průhyb koleje. K této analýze byl vybrán numerický model dynamické soustavy z kapitoly 4.3.3 Diskrétně podepřený prut se spojitým modelem podloží. Posupným vkládáním průřezu ojetých kolejnic do modelu byly získány hodnoty maximálního průhybu, tedy druhého kola nápravy. Hodnoty průhybu koleje jsou znázorněny na obrázku 4.50. Zároveň byla body proložena aproximační funkce, jejíž rovnice je rovněž uvedena v obrázku. Rovnice má téměř nulové první dva členy polynomické rovnice, avšak při pohledu na průběh vypočtených průhybů je zřejmé, že lineární křivka by měla poměrně výrazné odchylky.



Obr. 4.50 Závislost průhybu koleje na míře ojetí kolejnice

5 ZÁVĚR

V této diplomové práci byly představeny současně známé analytické modely statické a dynamické soustavy. Byly vytvořeny celkem tři numerické modely metodou konečných prvků. Na modely bylo aplikováno statické zatížení a zatížení dynamické (jedoucí náprava lokomotivy).

V případě modelů statické soustavy je z porovnání zřejmé, že numerické modely mají podobný průběh křivek v oblasti mezi nápravami, ale liší se od analytického modelu. Tato skutečnost je dána různým fyzikálním významem tuhostí podloží v jednotlivých modelech. V případě modelu dle Timošenka (Zimmermanna), kdy tato pružina přímo podepírá prut kolejnice, je v této tuhosti započítána jak tuhost podložek pod patu kolejnice, tak vrstev podloží. Numerické modely mají tuhosti prvků rozděleny a lze jim tak přiřadit samostatné hodnoty.

Z porovnání modelů dynamické soustavy lze spatřit, že diskrétní model a model dvouvrstvého systému si byly svými průběhy vzájemně velmi podobné. U modelu dvouvrstvého systému bylo nutno k získání tohoto průběhu snížit tuhost podložek pod patu kolejnice na hodnotu poměrně malou oproti reálným hodnotám z měření v terénu. Diskrétní model je na konstrukci nejjednodušší a vykazují poměrně dobré výsledky, stejně jako model dvouvrstvého systému se liší v oblasti mezi nápravami a zde nebylo nutno snižovat parametry tuhosti a tlumění podložek pod patu kolejnice.

Model, který nejlépe vystihuje naměřená data je model z kapitoly 4.3.3 Prut diskrétně podepřený se spojitým modelem podloží, a to zejména z důvodu velmi dobré shody průběhu průhybu mezi koly nápravy. Model se mírně liší v krajních částech, zdvihová vlna není tak velká jako u výše zmíněných modelů, ale tento model je pro uživatelské nastavení nejvíce podrobný. Lze u něj rozdělit tuhost podloží na tuhost kolejového lože a tuhost konstrukčních vrstev pražcového podloží. Zároveň je zde simulována dlouhá průhybová vlna, která je zde vyjádřena nosníkem na úrovni pláně tělesa železničního spodku, což je také rozhraní, kde se předpokládá změna tuhosti vzhledem ke změně materiálu. Při porovnání s analytickým modelem je numerický model opět v lepší shodě v části mezi nápravami, navíc průhyb pod prvním kolem nápravy analytického modelu je větší než v případě naměřených dat.

Ovšem z průběhu naměřených dat je zřejmé, že byly získány z místa v koleji s nedokonale podepřenými pražci, případně také s opotřebovanými kolejnicemi a podložkami pod patu kolejnice. Problém ojetí kolejnice lze v modelech částečně odstranit provedenou analýzou závislosti průhybu koleje na srovnaném ojetí kolejnice, kdy bylo zjištěno, že rozdíl v průhybu mezi neopotřebovanou a kolejnicí s maximálním možným průhybem, který norma umožňuje, je v rozsahu desetiny milimetru.

Závislost průřezových charakteristik kolejnice na srovnaném ojetí byly další částí této práce. Po vypracování tvarů ojetých kolejnic byly nalezeny aproximační funkce momentů setrvačnosti a průřezových modulů k osám x a y a také plochy kolejnice. Poté byly charakteristiky dle těchto funkcí přepočítány pro hodnoty srovnaného ojetí kolejnice a porovnány s tabulkou v předpise S3. Z porovnání je zřejmé, že v předpise jsou hodnoty charakteristik v některých případech výrazně vyšší, což může při použití těchto hodnot zkreslit výsledky posouzení kolejnice na únosnost. Zároveň lze aproximační funkcí omezit chyby vzniklé při stanovení hodnot, které v tabulce nejsou uvedeny.

LITERATURA

- [1] PLÁŠEK, O.; SMUTNÝ, J.; SVOBODA, R.; HRUZÍKOVÁ, M., Analysis of Railway Track Dynamic Parameters, příspěvek na konferenci *EVACES 09. Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures*, ISBN 978-83-7125-184-9, Wroclaw University of Technology, Wroclaw, 2009.
- [2] ESVELD, Coenraad. Modern Railway Track: Second Edition. 2. Zaltbommel, The Netherlands: MRT-Productions, 2001. ISBN 90-800324-3-3.
- [3] KULICH, Pavel. Dynamická analýza koleje. Brno, 2017. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební. Vedoucí práce Doc. Ing. Otto Plášek, Ph.D..
- [4] TIMOSHENKO, S. *Method of analysis of statical and dynamical stresses in rail*. Proc. Second Int. Congress of Appl. Mech., Zurich, Switzerland, pp. 12-17, 1926
- [5] FRÝBA, Ladislav. *Vibrations of solids and structures under moving loads*. Prague : Academia, 1972.
- [6] *ANSYS Help 18.2*. [Manual] Canonsburg : ANSYS, Inc., 2017.
- [7] LICHTBERGER, Bernhard. Handbuch Gleis: Unterbau, Oberbau, Instandhaltung, Wirtschaftlichkeit. Komplett überarb. Neuaufl. Hamburg: Eurailpress, 2010. ISBN 978-3-771-0400-3.
- [8] PLÁŠEK, Otto, Pavel ZVĚŘINA, Richard SVOBODA a Milan MOCKOVČIAK. *Železniční stavby: železniční spodek a svršek*. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. ISBN 80-214-2621-7.
- [9] (O13), Odbor traťového hospodářství. *Předpis SŽDC S3 Železniční svršek včetně platných změn*. Praha : Správa železniční dopravní cesty, s. o., 2014.
- [10] POPP, Karl a Werner SCHIEHLEN. System dynamics and long-term behaviour of railway vehicles, track and subgrade. New York: Springer, 2003. ISBN 35-404-3892-0.

[11] CANDEIAS DE ALMEIDA, Tiago Miguel. Development of Flexible Track Models for Railway Dynamics Applications [online]. Lisboa, 2013 [cit. 2018-01-07]. Dostupné z: <https://fenix.tecnico.ulisboa.pt/downloadFile/395146019244/dissertacao.pdf>. Diplomová práce. Técnico Lisboa.

[12] ORTEGA, García. Numerical and experimental analysis of the vertical dynamic behaviour of a railway track: Measurement of the vertical displacements and assessment of ProRail norms [online]. Delft, 2014 [cit. 2018-01-07]. Dostupné z: http://homepage.tudelft.nl/p3r3s/MSc_projects/reportGarcia.pdf. Diplomová práce. Faculty of Civil Engineering and Geosciences (CEG) - Delft University of Technology.

SEZNAM SYMBOLŮ A VELIČIN

w	svislé posunutí ... [m]
w_0	statický průhyb ... [m]
Q	svislá nápravová síla ... [N]
d	rozvor podvozku ... [m]
q	svislé spojité zatížení ... [Nm ⁻¹]
E	modul pružnosti ... [Nm ⁻²]
I	moment setrvačnosti ... [m ⁴]
W	průřezový modul ... [m ³]
G	modul pružnosti ve smyku ... [Nm ⁻²]
A	plocha průřezu ... [m ²]
EI	ohybová tuhost průřezu ... [Nm ²]
GA	smyková tuhost průřezu ... [N]
k	tuhost pružiny ... [Nm ⁻²]
c	tlumení ... [Nsm ⁻²]
m	hmotnost ... [kg]
v	rychlost ... [ms ⁻¹]
L	charakteristická délka kolejového roštu ... [m]
M	ohybový moment ... [Nm]
D	posouvající síla ... [N]
T	smyková síla ... [N]
t	čas ... [s]
x	horizontální souřadnice ... [m]
s	relativní souřadnice ... [-]
η	relativní posunutí ... [-]
μ	relativní moment ... [-]
h_v	svislé ojetí kolejnice ... [mm]
h_p	boční ojetí kolejnice ... [mm]
h	srovnané ojetí kolejnice ... [mm]

SEZNAM OBRÁZKŮ

2.1 Schéma modelu	11
2.2 Relativní průhyb a relativní moment pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m	12
2.3 Relativní průhyb a relativní moment pro 1 nápravu	12
2.4 Schéma modelu	13
2.5 Průhybové křivky nosníků dvouvrstvého systému	14
2.6 Schéma modelu	15
2.7 Relativní moment pro různé parametry γ	16
2.8 Relativní posunutí pro různé parametry γ	16
2.9 Schéma modelu	17
2.10 Relativní svislé posunutí pro různé hodnoty α a β	18
4.1 BEAM188 [5]	22
4.2 COMBIN14 [5]	23
4.3 MASS21 [5]	23
4.4 Schéma modelu	24
4.5 Zobrazení diskrétního modelu	25
4.6 Průhybová křivka pro 1 nápravu	26
4.7 Průhybová křivka pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m	26
4.8 Schéma modelu	27
4.9 Zobrazení modelu dvouvrstvého systému	28
4.10 Průhybová křivka pro 1 nápravu	29
4.11 Průhybová křivka pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m	29
4.12 Schéma modelu	30
4.13 Zobrazení modelu diskrétně podepřeného prutu se spojitým modelem podloží	32
4.14 Průhybová křivka pro 1 nápravu	33
4.15 Průhybová křivka pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m	33
4.16 Schéma modelu	34
4.17 Průhybová křivka pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m	35
4.18 Schéma modelu	36
4.19 Průhybová křivka pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m	37
4.20 Schéma modelu	38
4.21 Průhybová křivka pro 2 nápravy s rozvorem 2,8 m	39
4.22 Porovnání modelů statické soustavy	41

4.23 Porovnání numerických modelů s naměřenými daty	42
4.24 Porovnání numerického a analytického modelu	43
4.25 Svislé ojetí kolejnice 60 E2	45
4.26 Svislé a boční ojetí kolejnice 49 E1	45
4.27 Boční ojetí kolejnice R 65.....	45
4.28 Závislost momentu setrvačnosti k ose y na srovnaném ojetí kolejnice 49 E1	46
4.29 Závislost momentu setrvačnosti k ose x na srovnaném ojetí kolejnice 49 E1	46
4.30 Závislost průřezového modulu k ose y na srovnaném ojetí kolejnice 49 E1	47
4.31 Závislost průřezového modulu k ose x na srovnaném ojetí kolejnice 49 E1	47
4.32 Závislost plochy kolejnice na srovnaném ojetí kolejnice 49 E1	48
4.33 Závislost momentu setrvačnosti k ose y na srovnaném ojetí kolejnice R 65	49
4.34 Závislost momentu setrvačnosti k ose x na srovnaném ojetí kolejnice R 65	49
4.35 Závislost průřezového modulu k ose y na srovnaném ojetí kolejnice R 65	50
4.36 Závislost průřezového modulu k ose x na srovnaném ojetí kolejnice R 65	50
4.37 Závislost plochy kolejnice na srovnaném ojetí kolejnice R 65	51
4.38 Závislost momentu setrvačnosti k ose y na srovnaném ojetí kolejnice 60 E1	52
4.39 Závislost momentu setrvačnosti k ose x na srovnaném ojetí kolejnice 60 E1	52
4.40 Závislost průřezového modulu k ose y na srovnaném ojetí kolejnice 60 E1	53
4.41 Závislost průřezového modulu k ose x na srovnaném ojetí kolejnice 60 E1	53
4.42 Závislost plochy kolejnice na srovnaném ojetí kolejnice 60 E1	54
4.43 Závislost momentu setrvačnosti k ose y na srovnaném ojetí kolejnice 60 E2	55
4.44 Závislost momentu setrvačnosti k ose x na srovnaném ojetí kolejnice 60 E2	55

4.45 Závislost průřezového modulu k ose y na srovnaném ojetí kolejnice 60 E2	56
4.46 Závislost průřezového modulu k ose x na srovnaném ojetí kolejnice 60 E2	56
4.47 Závislost plochy kolejnice na srovnaném ojetí kolejnice 60 E2	57
4.49 Průřezové charakteristiky kolejnic dle předpisu S3 část IV [9]	58
4.48 Vypočtené průřezové charakteristiky kolejnic dle aproximačních rovnic	58
4.50 Závislost průhybu koleje na míře ojetí kolejnice	59

SEZNAM PŘÍLOH

A Dávkové soubory do programu ANSYS

A.1 Diskrétní model – dynamická soustava

A.2 Dvouvrstvý systém – dynamická soustava

A.3 Prut diskrétně podepřený se spojitým modelem podloží – dynamická soustava

B Tabulky průřezových charakteristik kolejnic

B.1 Kolejnice 49 E1

B.2 Kolejnice R 65

B.3 Kolejnice 60 E1

B.4 Kolejnice 60 E2

C Vybrané tvary ojetých kolejnic

D Obsah přiložené elektronické formy