



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
LETECKÝ ÚSTAV

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF AEROSPACE ENGINEERING

PEVNOSTNÍ ANALÝZA NOSNÍKU S TENKOU  
STOJINOU – VLIV OTVORŮ A TAHOVÉHO POLE  
THE STRESS ANALYSIS OF THE BEAM WITH THIN WEB - INFLUENCE OF THE HOLES  
AND TENSILE EFFECT OF WEB BUCKLING

TEZE DIZERTAČNÍ PRÁCE

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Ing. MAREK HORÁK

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

Prof. Ing. ANTONÍN PÍŠTĚK, CSc.

BRNO 2014



## **Abstrakt**

Při návrhu konstrukce letounu je kladen velký důraz na dosažení vysoké hmotnostní efektivity. Tato práce je zaměřena na pevnostní analýzu nosníků s tenkou stojinou s otvory i bez otvorů, které jsou jednou z nejdůležitějších součástí konstrukce každého letounu. Návrh nosníku s tenkou stojinou je v porovnání s klasickými nosíky, používanými např. ve všeobecném strojírenství nebo stavebnictví, komplikovanější. Práce obsahuje soubor podkladů pro analytický výpočet nosníků s tenkou stojinou a jejich ověření pomocí metody konečných prvků a experimentálního měření.

## **Abstract**

In design of an aircraft structure, the great emphasis is placed on achieving high weight efficiency. This thesis is focused on the stress analysis of the spars with thin web with or without web openings, which is one of the most important parts of the airplane structures. In comparison with traditional spars or beams, which are widely used in civil engineering applications, the design of the beam with thin web is more complicated. Thesis contains useful information for analytical calculation of this type of spars and its verification using finite element method and experimental measurement.

## **Klíčová slova**

Nosník, tenká stojina, otvory ve stojině, diagonální tahové pole, stabilita, únosnost, tenkostěnná konstrukce

## **Keywords**

Beam, spar, thin web, web openings, diagonal tension, buckling, load carrying capacity, thin-walled structure

## **Místo uložení práce**

Oddělení pro vědu a výzkum FSI VUT v Brně

## Obsah

1	Úvod .....	5
2	Současný stav řešené problematiky .....	5
3	Cíl práce.....	6
4	Zvolené metody zpracování.....	7
4.1	Teoretická analýza .....	8
4.1.1	Stabilita tenkých stěn zatížených smykem .....	9
4.1.2	Únosnost tenkých stěn zatížených smykem .....	10
4.1.3	Srovnání výsledků uvedených metod výpočtu únosnosti tenkých stěn .....	14
4.2	Experimentální analýza .....	15
4.2.1	Zkušební stand a použitá měřicí zařízení.....	15
4.2.2	Výsledky měření.....	17
4.3	Numerické řešení úlohy .....	19
4.3.1	Adekvátní numerické řešení .....	19
4.3.2	Porovnání výsledků numerické analýzy a naměřených dat .....	19
4.3.3	Numerická analýza srovnávacích nosníků.....	21
5	Hlavní výsledky práce .....	24
5.1	Porovnání analytických metod a numerického výpočtu.....	24
5.2	Rozbor dalších výsledků provedených analýz .....	26
5.3	Program „NOSNIK“ .....	27
6	Závěr.....	29
	Použité symboly .....	30
	Literatura .....	32
	Publikace autora .....	34
	Autorův životopis .....	35

## 1 Úvod

Základním předpokladem pro komerční úspěšnost jakéhokoliv letounu je jeho vysoká užitná hodnota a nízké provozní náklady. Aby letoun dosahoval těchto parametrů, je třeba navrhnout jeho konstrukci tak, aby bylo dosaženo minimální hmotnosti při současném zachování všech požadavků na její pevnost, tuhost a životnost. A právě tomuto požadavku nejlépe vyhovují nosníky s tenkou stojinou, popř. nosníky s tenkou stojinou opatřené odlehčovacími otvory.

Použití velmi tenké stojiny má však i jisté nevýhody. Tenké stojiny ztrácejí díky své malé tuhosti stabilitu při podstatně nižším smykovém napětí než je napětí odpovídající mezi pevnosti materiálu ve smyku. Po překročení kritického napětí ztráty stability stojiny dochází ke změně charakteru přenosu zatížení stojinou – vytvoří se tzv. „diagonální tahové pole“. Toto diagonální tahové pole způsobuje přídavná zatížení ostatních částí nosníku – pásnic, rozpěrek a jejich vzájemného spojení i jejich spojení se stojinou. Je zřejmé, že přítomnost jakýchkoliv odchylek stojiny od ideálního rovinného pole, například prolisy pro vyztužení stojiny, otvory, zakřivení stojiny atd., je spojena s narušením „optimálního“ rozložení napjatosti a lokálním nárůstem napětí v místech tvarových změn. Oba tyto faktory se výrazně projeví po překročení kritického zatížení ztráty stability stojiny, kdy ovlivní jak rozložení napětí ve stojině samotné, tak také přídavná zatížení dalších částí nosníku, čímž zapříčiní snížení jeho statické i únavové pevnosti. Přítomnost výřezu vede při stejné únosnosti dané konstrukce vždy ke zvýšení její hmotnosti, neboť je nutné zajistit alternativní cesty přenosu zatížení.

Únosnost nosníků s tenkou stojinou s otvory a napěťový stav v jednotlivých prvcích těchto konstrukcí po ztrátě stability stojiny jsou velmi obtížně definovatelné. Navzdory existenci určitých doporučení je obtížné bezpečně stanovit únosnost nosníku jako celku s uvážením všech zmíněných vlivů. I s využitím dostupných doporučení je navíc proces návrhu nosníků tohoto typu značně pracný a časově náročný, a to především proto, že dostupné podklady, v nichž velké množství parametrů je nutné odečítat z experimentálně stanovených grafických závislostí, lze využít jen ke kontrole předem navržené konstrukce. Tento proces, založený na metodě pokus-omyl, proto vyžaduje jisté zkušenosti.

## 2 Současný stav řešené problematiky

Problematika únosnosti nosníku s tenkou stojinou s otvory zůstává v současné době navzdory svému značnému významu v konstrukcích letadel poněkud opomíjena. Nejvýznamnější výzkumy v této oblasti, jejichž výsledky jsou veřejně dostupné, byly provedeny již před mnoha desítkami let.

Jeden z nejvýznamnějších výzkumů v této oblasti byl proveden v americké organizaci NACA (National Advisory Committee for Aeronautics) v období 2. světové války a krátce po ní. V roce 1952 publikovali Kuhn, Peterson a Levin [15], [16] teorii „Neúplného diagonálního tahového pole“, známou také pod označením „teorie NACA“. Tato teorie vznikla jako výsledek rozsáhlého a více než deset let trvajících výzkumu [12], [14], [17], [18]. Tato teorie, která svojí podstatou vychází z teorie „Úplného diagonálního tahového pole“ publikované Wagnerem, je však přesnější, protože mnohem přesněji vyjadřuje princip přenosu zatížení zvlněnou stojinou. Tato konzervativní metoda pevnostní kontroly nosníku s tenkou stojinou je v upravené podobě využívána dodnes.

V oblasti řešení problematiky vlivu otvoru na únosnost tenké stojiny patří mezi nejvýznamnější výzkumy také ty prováděné organizací NACA. Tyto výzkumy prováděl Kuhn [11], [13] v roce 1942. V současnosti nejvýznamnější je však tzv. „Švédský výzkum“ [22] ukončený v roce 1954 a prováděný ve společnosti SAAB. Výsledky dalších výzkumů lze nalézt v řadě českých

i zahraničních odborných publikací, jejichž autory jsou např. Václavík [19], Bruhn [21], Špunda a Čalkovský [22], Niu [26], [29], Megson [31]. Komplexní přístup k pevnostnímu návrhu a stanovení únosnosti nosníků s tenkou stojinou uvedl v roce 1969 ve své knize Maddux [20], který ve svém postupu zohlednil vlivu otvoru ve stojině na přídavná zatížení způsobená diagonálním tahovým polem.

Analytické metody výpočtu jsou dnes používány především v počátečním stádiu návrhu letounu. Pro podrobnější pevnostní rozbor v pozdějších stádiích návrhu pokročilých leteckých konstrukcí již tyto analytické metody nedostačují. Je snaha je nahradit metodami konečných prvků, jejichž využití umožnil prudký rozvoj výpočetní techniky a softwarových nástrojů v této oblasti. Pro řešení stabilitních úloh obecně se používají především nelineární analýzy, díky nimž je i u komplikovanější konstrukce možno při dodržení určitých pravidel s dostatečnou přesností stanovit velikost zatížení při ztrátě stability jakékoli části navržené konstrukce, stejně tak jako analyzovat její chování po překročení tohoto zatížení. Korektně touto cestou analyzovat chování nosníku s tenkou stojinou s otvory však může být vlivem ztráty stability jednotlivých prvků nosníku problematické. Navíc výpočty metodou konečných prvků se dají jen obtížně zobecnit pro různé varianty konstrukcí. Je také třeba mít na paměti, že nelineární analýzy jsou velice náročné na výpočtový čas i čas přípravy výpočtového modelu, což je hlavní důvod, proč jsou dodnes při počátečních konstrukčních návrzích používány časově sice také náročné, ale již ověřené metody analytické.

Výše uvedené veřejně dostupné analytické metody výpočtu jsou iterativní. Některé z těchto metod byly a stále jsou společnostmi zabývajícími se návrhem a výrobou letounů vyšších kategorií na základě experimentů dále upravovány a doplňovány tak, aby umožnily ještě efektivnější využití materiálu. Jejich upravená podoba však není vývojovými odděleními jednotlivých výrobců zveřejňována. V současné době publikované vědecké články z okruhu řešené problematiky jsou zaměřené nikoliv na letecké aplikace, ale na všeobecné strojírenství či stavebnictví. Patří sem například články autorů Shanmugam, Lian a Thevendran [33], Lian a Shanmugan [34], Hagen, Larsen, a Alberg [35]. Tito autoři se ve svých výzkumech zabývali vlivem otvorů různých tvarů a velikostí ve stojinách masivních ocelových nosníků, používaných převážně ve stavebnictví. Vzhledem ke konstrukčním odlišnostem těchto nosníků a nosníků užívaných ve stavbě letadel, je platnost závěrů uvedených v těchto publikacích pro letecké aplikace přinejmenším diskutabilní.

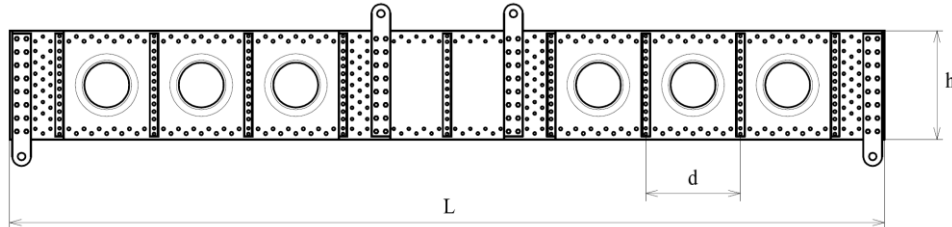
### 3 Cíl práce

Informace, uvedené v kapitole 2, mohou vést k přesvědčení, že problematika únosnosti stojiny s otvory je dnes již dostatečně probádána. Avšak nezanedbatelný rozdíl mezi výsledky dostupných analytických postupů, sloužících k pevnostní kontrole nosníků s tenkou stojinou vede autora k přesvědčení, že je třeba tyto postupy ověřit. Tato práce je zaměřena na vzájemné porovnání výsledků těchto postupů a ověření, popř. doplnění toho v současné době nejpoužívanějšího – tzv. „Švédského výzkumu“. A to na základě teoretické analýzy podpořené praktickými experimenty. S ohledem na uvedené skutečnosti si tato disertační práce klade několik cílů. Mezi ně patří:

- Porovnání dostupných analytických metod, ověření platnosti jejich výsledků pro konkrétní typ konstrukce, případně jejich modifikace.
- Sestavení uceleného souboru podkladů pro analytický výpočet nosníků s tenkou stojinou s otvory.
- Sestavení podkladů, resp. doporučení, pro adekvátní numerické řešení problému.
- Vytvoření počítačového programu určeného pro kontrolní výpočet, resp. optimální návrh nosníku s tenkou stojinou.

## 4 Zvolené metody zpracování

Za účelem porovnání výsledků nepoužívanějších analytických postupů pro stanovení únosnosti stojiny, které jsou uvedeny kapitole 4.1.2, s výsledky vlastních měření a numerických simulací za použití metod MKP byla navržena série nosníků. Tyto nosníky svými rozměry a konstrukčním uspořádáním odpovídají nejčastěji používaným nosníkům v křídlech lehkých sportovních letadel kategorie CS-23 a CS-VLA a také letadel kategorie UL.



Obr. 4.1, Schéma konstrukce a vnější rozměry analyzovaných nosníků.

### • Experimentálně testované nosníky

Tyto nosníky sloužily k nalezení adekvátního numerického řešení a to na základě dat získaných během experimentálních měření. Svoji konstrukcí spolu s volbou okrajových podmínek přesně odpovídají testovaným vzorkům a jejich uložení ve zkušebním rámu. Testované nosníky byly navrženy tak, aby jejich statická pevnost byla přibližně rovna dvojnásobku únosnosti stojiny udávané metodou II. Jednotlivé nosníky se lišily odlišnou kombinací některých konstrukčních parametrů.

### • Srovnávací nosníky

Srovnávací nosníky slouží ke vzájemnému porovnání výsledků analytických metod a také k jejich srovnání s výsledky získanými za pomoci adekvátního numerického řešení. Konstrukce srovnávacích nosníků společně s okrajovými podmínkami zadávanými do numerických analýz jsou upraveny tak, aby byly navzájem porovnatelné a odpovídaly skutečnému charakteru uložení v reálné konstrukci např. křídla letounu. Analyticky bylo analyzováno celkem 25 konstrukčně odlišných srovnávacích nosníků, z nichž 11 bylo analyzováno také numericky za pomoci metody konečných prvků. Konstrukční parametry srovnávacích nosníků jsou shodné s parametry shodně označených validačních nosníků, rozdíl je pouze v některých případech v průřezu dolní (tlačené) pásnice.

Všechny analyzované nosníky se vyznačují velice podobnou konstrukcí. Jedná se o nýtované nosníky duralové konstrukce. Tyto nosníky se odlišují především různou kombinací tloušťky stojiny a velikosti otvorů a dále pak rozdílnou vzdáleností výztuh (rozpěrek). Typická konstrukce analyzovaných nosníků je uvedena na Obr. 4.1. Celková délka nosníků je vždy 1 850 mm a výška 230 mm. Celkové množství analyzovaných nosníků je možné rozdělit do 5 sérií po 5 vzorcích. Pro každou sérii je typická jednotná tloušťka stojiny v rozsahu 0,6 mm ÷ 1,6 mm. Každá série obsahuje dva nosníky s otvory ve stojině o průměru  $D = 63,5$  mm a 96,0 mm lemované dle normy LDN 1505 a tři nosníky se stojinou bez otvorů. Tyto tři nosníky se navzájem liší počtem výztuh (rozpěrek). Pásnice jednotlivých srovnávacích nosníků jsou tvořeny vždy jedním L profilem. U některých experimentálně testovaných nosníků je dolní (tlačená) pásnice navíc vyztužena přínýtovaným plechovým pásem. Pásnice mají po celé délce nosníku stejný průřez. Jako výztuhy jsou použity extrudované L profily. Tyto výztuhy jsou nanýtovány na opačné straně stojiny než pásnice nosníků. Vzájemné spojení všech uvedených komponent je realizováno pomocí nýtových spojů. Bližší popis konstrukce s konkrétními rozměry jednotlivých nosníků jsou uvedeny v kapitole 5 dizertační práce.

## 4.1 Teoretická analýza

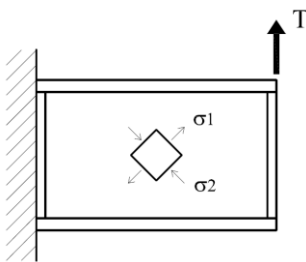
Tenká stojina nosníku je schopna přenášet vyšší zatížení než odpovídá zatížení, při kterém dochází ke ztrátě stability a zvlnění stojiny. U nosníků s tenkou stojinou lze přenos posouvající síly v závislosti na její velikosti rozdělit do dvou fází:

- $T \leq T_{kr}$  V tomto případě je posouvající síla přenášena pouze smykem. V této fázi platí teorie čisté smykové napjatosti.
- $T > T_{kr}$  Zatížení je přenášeno z části smykem a z části diagonálním tahem. V tomto případě se postupuje podle teorie neúplného diagonálního tahového pole.

### • Teorie čisté smykové napjatosti

Jestliže je posouvající síla menší než kritická posouvající síla, pak stojina tuto sílu přenáší pouze smykovým napětím. Tento charakter přenosu posouvající síly je typický pro tlustostěnné konstrukce, které jsou používané např. ve stavebnictví. Velký význam má však i v tenkostěnných leteckých aplikacích. Výhodou přenosu zatížení nezvlněnou stojinou je jednoduchý postup výpočtu a především absence přídatných zatížení způsobených diagonálním tahovým polem. Platí:

$$T \leq T_{kr}, \quad T = T_{SM}$$



Pro napětí ve stojině můžeme psát:

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{T}{h_e t} && \dots \text{ smykové napětí} \\ \sigma_1 &= \tau && \dots \text{ hlavní napětí ve směru 1} \\ \sigma_2 &= -\tau && \dots \text{ hlavní napětí ve směru 2} \end{aligned}$$

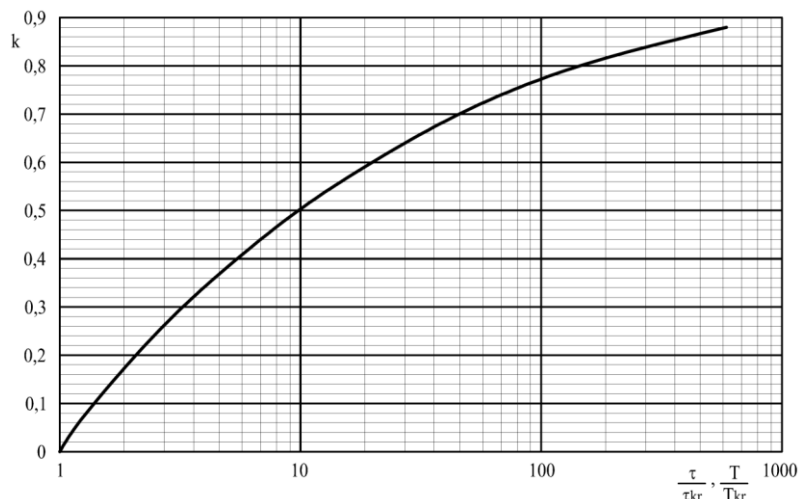
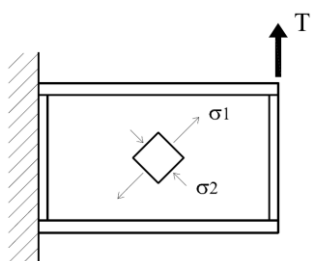
Smykové napětí  $\tau$  na jednom elementu stojiny lze znázornit pomocí dvou navzájem kolmých normálových napětí – tahovým  $\sigma_1$  a tlakovým  $\sigma_2$  [26]. Právě existence napětí  $\sigma_2$  je příčinou ztráty stability stojiny a vzniku diagonálního tahového pole.

### • Teorie neúplného diagonálního tahového pole

Tato teorie byla zformulována na základě rozsáhlého experimentálního výzkumu, konaného v období čtyřicátých a počátkem padesátých let minulého století v organizaci NACA v USA. Výzkum prokázal, že podíl celkové posouvající síly přenášený smykovým napětím není při nadkritickém zatížení stojiny konstantní, ale že narůstá společně se zvyšujícím se zatížením.

Pro účely přesnějšího stanovení podílu smyku a diagonálního tahu na přenosu posouvající síly u reálných konstrukcí byl definován tzv. „součinitel diagonálního tahu“  $k$ . Tento parametr je funkcí celkové posouvající síly  $T$  a posouvající síly, při které dochází ke ztrátě stability stojiny  $T_{kr}$ , a charakterizuje stupeň vývinu diagonálního tahového pole. Jeho hodnotu lze odečíst z diagramu na Obr. 4.2. Pro teorii neúplného diagonálního tahového pole platí:

$$T > T_{kr}, \quad T = T_{SM} + T_{DT}, \quad T_{DT} = kT, \quad T_{SM} = T - T_{DT}, \quad T_{SM} \geq T_{kr}$$

Obr. 4.2, Závislost parametru  $k$  na podílu celkové a kritické posouvající síly.

Pro napětí ve stojině můžeme psát:

$$\tau = \frac{T}{h_e t} \quad \dots \text{ nominální smykové napětí}$$

$$\sigma_1 = 2k\tau + \tau(1-k) \quad \dots \text{ hlavní napětí ve směru 1}$$

$$\sigma_2 = -\tau(1-k) \quad \dots \text{ hlavní napětí ve směru 2}$$

Uvedené vztahy platí při teoretické hodnotě sklonu diagonálního tahu  $\alpha = 45^\circ$ . Obecně může být tento sklon, vlivem poddajnosti pásnic a výztuh v rozsahu  $35^\circ \div 45^\circ$ . Při přibližných výpočtech se však připouští uvažovat  $45^\circ$ .

#### 4.1.1 Stabilita tenkých stěn zatížených smykem

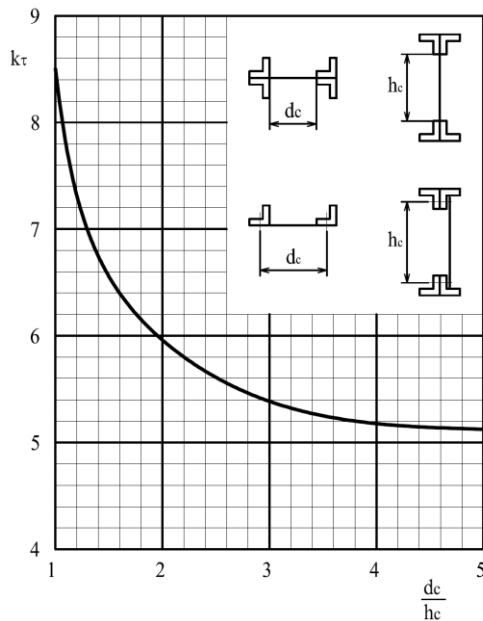
Řešení problémů související se ztrátou stability a únosností tenkostěnných částí je nedílnou součástí pevnostních analýz leteckých konstrukcí, včetně nosníků s tenkou stojinou. Pro výpočet stability lze použít několik odlišných postupů. Na základě zjednodušení vyplývajících z nosníkové teorie je stojina považována za součást namáhanou pouze smykovým zatížením od posouvající síly. Na rozdíl od skutečného charakteru zatížení stojiny není na základě tohoto zjednodušení vliv napětí od ohybu nosníku na kritické zatížení ztráty stability stojiny uvažován. Ačkoli únosnost stojiny nosníku není dosažením jejího kritického napětí ztráty stability vyčerpána, má pro pevnostní analýzu nosníku korektní stanovení této kritické hodnoty zásadní význam.

Pokud je stojina nosníku izotropní a rovinná stěna, je možno její kritické napětí ztráty stability při smykovém zatížení stanovit dle vztahu (4.1), kde koeficient  $k_\tau$  vyjadřuje vliv rozměrů stěny (pole stojiny) a okrajových podmínek (způsobu uložení okrajů). Hodnotu tohoto koeficientu lze odečíst z příčného diagramu [28]. Pro kloubově uloženou stěnu je možné použít diagram na Obr. 4.3.

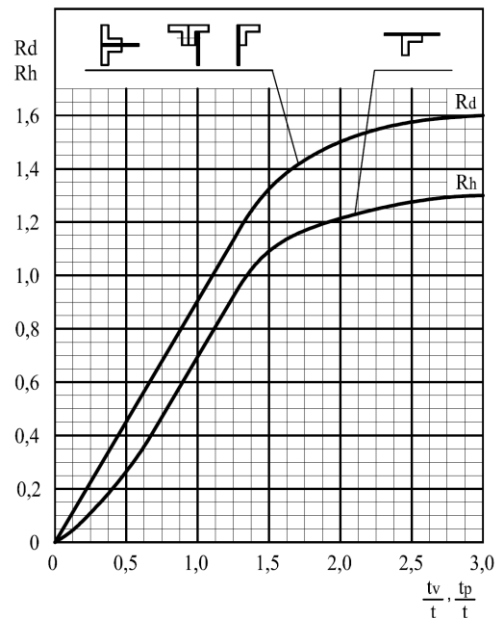
$$\tau_{kr} = k_\tau E \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (4.1)$$

Pro výpočet kritického smykového napětí stojiny je možno použít také postup sestavený ve čtyřicátých letech organizací NACA (4.2), který oproti předcházejícímu postupu korektněji zohledňuje tuhost uložení stojiny. Koeficient stability  $k_\tau$  lze určit z Obr. 4.3. Koeficienty  $R_d$  a  $R_h$  lze odečíst z diagramů na Obr. 4.4. Je-li  $d_c > h_c$ , je nutno zaměnit  $d_c$  za  $h_c$  a naopak.

$$\tau_{kr} = k_\tau E \left( \frac{t}{d_c} \right)^2 \left[ R_h + \frac{1}{2} (R_d - R_h) \left( \frac{d_c}{h_c} \right)^3 \right] \quad (4.2)$$



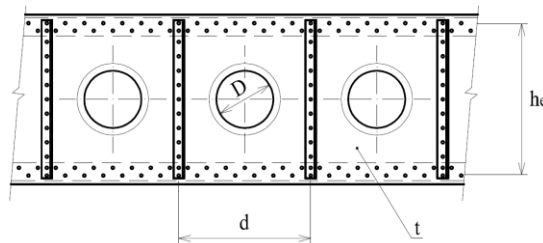
Obr. 4.3, Diagram pro stanovení hodnoty koeficientu stability  $k_\tau$



Obr. 4.4, Diagram pro stanovení hodnot koeficientů  $R_d$  a  $R_h$

#### 4.1.2 Únosnost tenkých stěn zatížených smykem

Také k výpočtu únosnosti tenké stojiny je možné použít několik odlišných metod. Některé z nich jsou univerzální a některé jsou určeny pouze pro nosníky se stojinou s otvory. Všechny uvedené metody jsou určeny pro pevnostní kontrolu nosníků vyrobených z duralu.



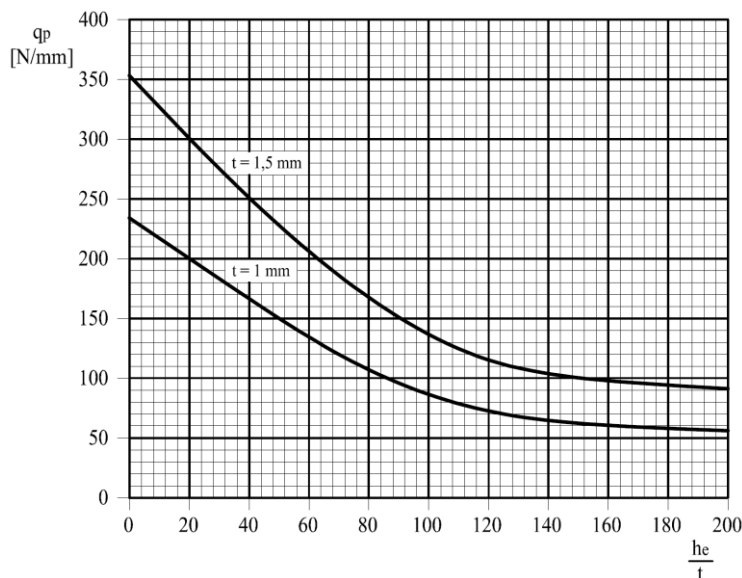
Obr. 4.5, Význam parametrů použitých při výpočtech

#### • Metoda I

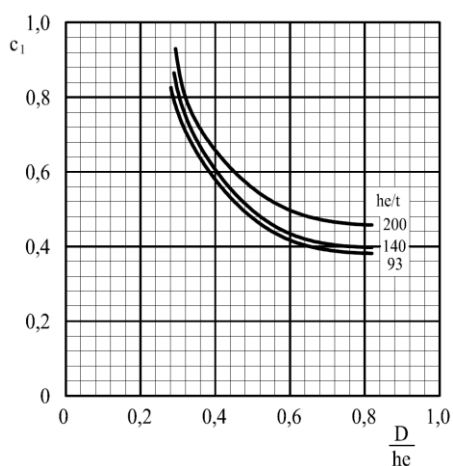
První zde uváděná metoda výpočtu únosnosti stojiny s otvory je tzv. „Švédský výzkum“. Tato metoda byla poprvé uveřejněna v „Journal of Royal Aeronautical Society“ v roce 1955, a lze ji nalézt např. v lit. [22]. Tato Metoda je vhodná i pro konstrukce s více než jedním otvorem mezi výtžkami.

Početní hodnotu nominálního smykového toku je možné stanovit podle vztahu (4.3). V uvedeném vztahu představuje  $q_p$  únosnost stojiny bez otvorů a bez výztuh a koeficienty  $c_1$  a  $c_2$  pak zohledňují vliv otvorů a výztuh. Hodnotu  $q_p$  lze odečíst z Obr. 4.6. Koeficienty  $c_1$  a  $c_2$  je možné odečíst z diagramů na Obr. 4.7 a Obr. 4.8. Pro konstrukce s  $d < h_e$  bereme v diagramu na Obr. 4.6 místo  $h_e - d$ .

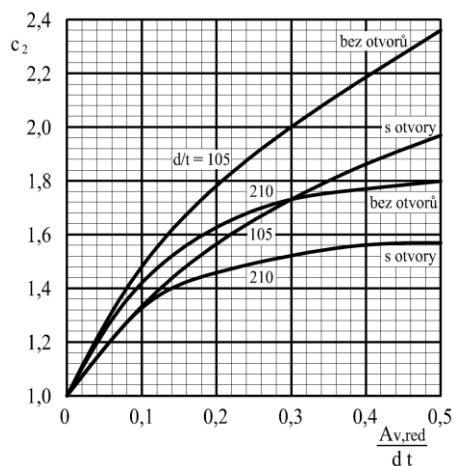
$$q_{\max} = q_p c_1 c_2 \quad (4.3)$$



Obr. 4.6, Diagram pro stanovení únosnosti stěny zatížené smykem



Obr. 4.7, Diagram pro stanovení hodnoty koeficientu  $c_1$



Obr. 4.8, Diagram pro stanovení hodnoty koeficientu  $c_2$

Pro stanovení hodnoty koeficientu  $c_2$ , zohledňujícího vliv výztuh, je navíc třeba stanovit plochu výztuhy. V odborných literaturách [22] a [36] se tento výzkum objevuje ve dvou variantách, lišících se použitou hodnotou plochy průřezu výztuhy (rozpěrky). Literatura [22] udává, že při výpočtu má být použito skutečné hodnoty průřezu výztuhy  $A_v$ . Literatura [36] naproti tomu udává, že má být při výpočtu použita hodnota redukované plochy výztuhy  $A_{v,red}$ , která je v případě jednostranné výztuhy nižší než skutečná hodnota  $A_v$ . Pokud je výztuha tvořena jedním profilem na jedné straně stojiny

nosníku, je redukovaná plocha definována vztahem (4.4). V případě, že jsou výztuhy z obou stran stojiny, je redukovaná plocha výztuhy rovna součtu průřezů obou protilehlých profilů výztuhy.

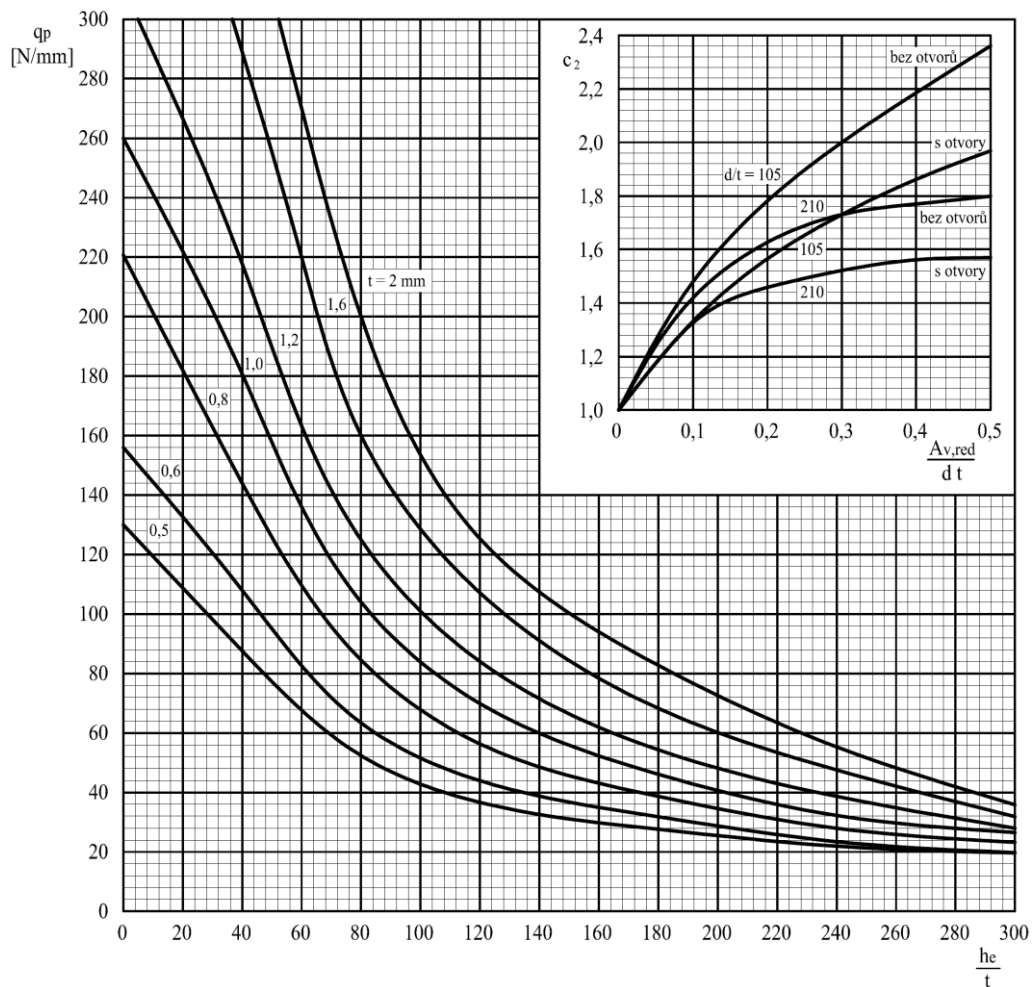
$$A_{v,red} = \frac{A_v}{1 + \left(\frac{e_v}{i_v}\right)^2} \quad (4.4)$$

### • Metoda II

Tato metoda je velice podobná metodě předcházející. Je založena na dvojici diagramů uvedených na Obr. 4.9. Obdobně jako předešlý postup slouží tato metoda ke kontrole únosnosti tenké stojiny, a to jak hladké, tak i s otvory a výztuhami. Tuto výpočtovou metodu lze nalézt v lit. [28]. K řešení se používá obdobný postup jako v případě předešlé metody. Únosnost stojiny, resp. maximální početní hodnota nominálního smykového toku, je definována vztahem:

$$q_{max} = q_p c_1 c_2 \quad (4.5)$$

Únosnost stojiny bez otvorů a bez výztuh  $q_p$  a koeficient  $c_2$  je třeba odečíst z diagramu s tím, že pro konstrukce s  $d < h_e$  bereme ve větším z diagramů místo  $h_e - d$  a místo  $d - h_e$ . Zde je třeba použít redukovanou plochu výztuhy  $A_{v,red}$ .



Obr. 4.9, Diagramy pro stanovení únosnosti stěny zatížené smykem

Vliv otvoru, tedy hodnota koeficientu  $c_1$ , je u tohoto postupu definován rovnicí (4.6).

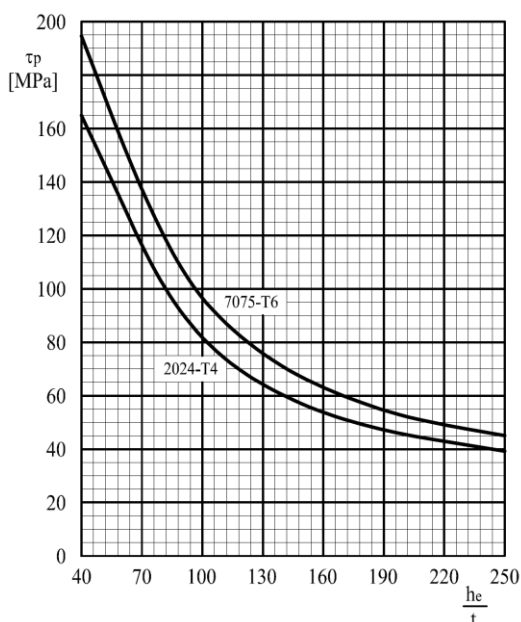
$$c_1 = \left(1 - \frac{D}{h_e}\right) \quad (4.6)$$

#### • Metoda IV

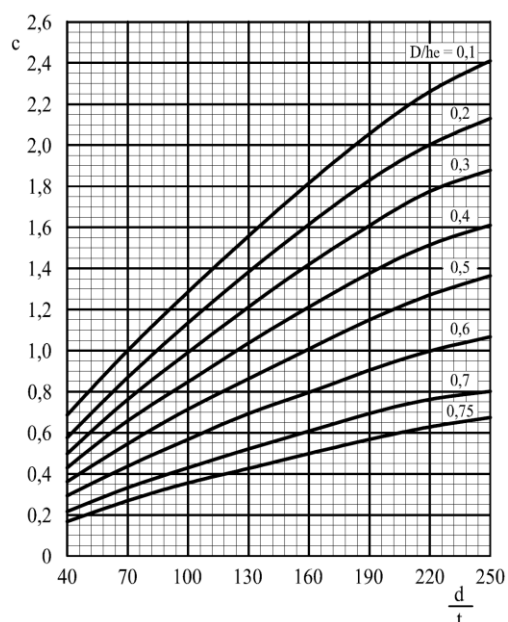
Pro nosníky se střední intenzitou namáhání a se stojinou s otvory je vhodný následující postup, který byl publikován v lit. [26]. Na rozdíl od předešlého postupu je tato výpočtová metoda vhodná pro nosníky s větší stavební výškou, jejichž stojina je vyztužena výztuhami (rozpěrkami), mezi nimiž je vždy jen jeden otvor. Početní zatížení na mezi únosnosti stojiny je v případě takovéto konstrukce dána vztahem (4.7).

$$\tau_{\max} = \tau_p c \quad (4.7)$$

Hodnoty jednotlivých veličin potřebných k výpočtu lze vyčíst z diagramů na Obr. 4.10 a Obr. 4.11.



Obr. 4.10, Diagram pro stanovení únosnosti stěny zatížené smykem



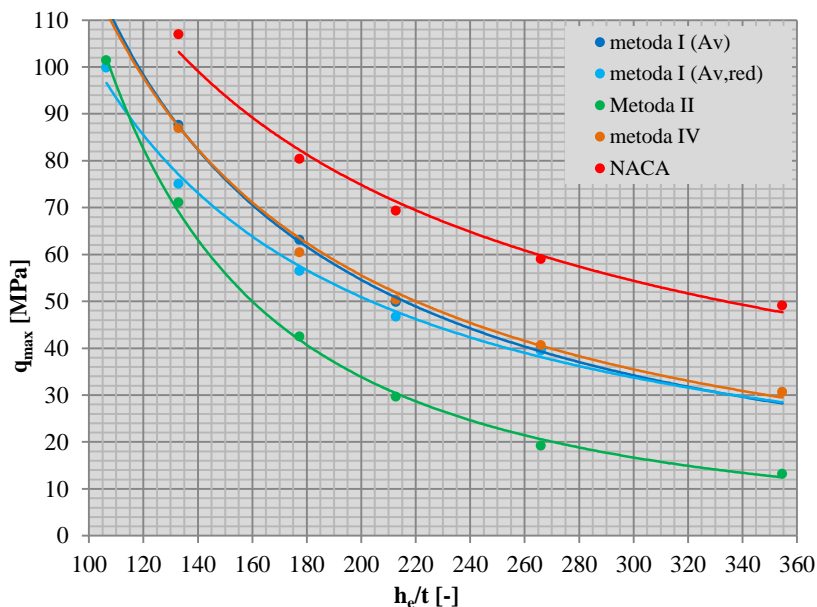
Obr. 4.11, Diagram pro stanovení hodnoty koeficientu  $c$

#### • Metoda NACA

V následujících kapitolách jsou uváděny také výsledky stanovené pomocí metodiky pro pevnostní kontrolu nosníku s tenkou stojinou, označované termínem „NACA“. Tato komplexní metodika je velmi rozsáhlá a proto ji v této zkrácené verzi dizertační práce není možné uvést. Lze ji však nalézt v plné verzi dizertační práce, kde je jí věnována kapitola 4.

### 4.1.3 Srovnání výsledků uvedených metod výpočtu únosnosti tenkých stěn

Analyticky analyzováno bylo všech 25 srovnávacích nosníků. Vzájemně byly porovnávány postupy NACA, metoda I, metoda II a metoda IV. V odborných literaturách je metoda I (tzv. „Švédský výzkum“) uvedena ve dvou variantách. Z tohoto důvodu byl proveden výpočet dle obou variant této metody. Výsledné hodnoty únosnosti jednotlivých stojin jsou uvedeny na Obr. 4.12, který dobře ilustruje rozdíly mezi výsledky jednotlivých postupů.



Obr. 4.12, Únosnost stojiny nosníků C stanovená různými analytickými postupy

U žádného z uvedených postupů, s výjimkou metodiky NACA, není znám způsob stanovení udávaného limitního zatížení stojiny nosníku (únosnosti), resp. typ nebo povaha poruchy, vedoucí k jejímu poškození. Pouze metodika NACA definuje únosnost stojiny zatížením, při kterém vzniká ve stojině nosníku trhlinka v místě nýtového spojení s pásnicemi. Tato metodika nezohledňuje vznik trvalých deformací ani únavovou pevnost (resp. životnost) konstrukce. Tyto okolnosti je však nutno v převážné většině leteckých aplikací zohlednit.

Bez hlubší analýzy problému není možné rozhodnout, který z uvedených postupů je pro pevnostní kontrolu nosníků obdobných konstrukcí nevhodnější. Proto, aby bylo možné posoudit vhodnost jednotlivých metod, bylo vykonáno sedm praktických pevnostních zkoušek nosníků s různými kombinacemi konstrukčních parametrů. Podrobné informace o průběhu experimentálních měření jsou uvedeny v následující kapitole. Poté byl, na základě provedených zkoušek, sestaven adekvátní numerický model, díky kterému je možné řešit daný problém pomocí metody konečných prvků (MKP). Teprve na základě porovnání dat získaných za pomoci věrohodných numerických simulací a výše uvedených analytických postupů je možné tyto analytické metody zhodnotit a z výsledků vyvodit patřičné závěry.

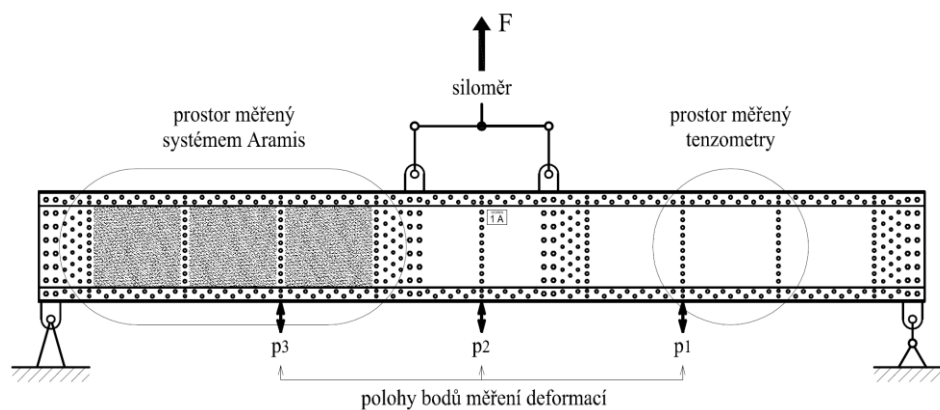
## 4.2 Experimentální analýza

Experimentální měření bylo prováděno za účelem získání dat potřebných pro sestavení numerického modelu, jehož výsledky budou v nejvyšší možné míře odpovídat reálnému chování konstrukce.

### 4.2.1 Zkušební stand a použitá měřicí zařízení

Aby bylo možné provést požadovaná experimentální měření, bylo nutné navrhnout a vyrobít pro měřené vzorky vhodné zkušební zařízení. Toto zařízení mělo za úkol zajistit takové okrajové podmínky, které budou v nejvyšší možné míře odpovídat reálným podmínkám v konstrukci letounu. Konstrukce zkušebního standu a uložení testovaných vzorků v tomto standu jsou zřejmé z Obr. 4.15. Stand sestával ze tří základních částí - upínacího rámu s vodícími lištami, vahadlového systému a ložiskových segmentů. Testované vzorky byly k rámu připevněny pomocí dvou táhel napojených na koncové závěsy nosníků. Na dvojici středových závěsů byl napojen vahadlový systém, který rozváděl celkové zatížení generované pomocí hydraulického válce na obě symetrické poloviny vzorků. Celkem čtyři páry vodících lišt sloužily k zajištění správné polohy nosníku ve zkušebním rámu. Vzájemný kontakt vodících lišt a ložiskových segmentů zajišťovala dvojice valivých ložisek v každém ložiskovém segmentu.

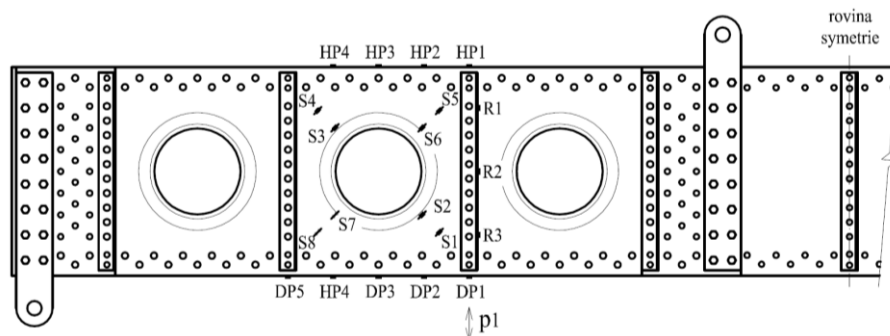
Pro měření napětí a deformací v konstrukci testovaných nosníků bylo využíváno dvou navzájem nezávislých měřících systémů. Bylo využito jak klasického měření napětí a deformací pomocí tenzometrů a potenciometrických snímačů připojených k měřicí ústředně, tak také měření za pomoci fotogrammetrického systému ARAMIS. Vzhledem k symetrické konstrukci testovaných vzorků byl každý z těchto systémů použit na opačné straně nosníku (Obr. 4.13).



Obr. 4.13, Uspořádání měřících zařízení

Pro měření průhybů byly použity celkem tři potenciometrické snímače polohy  $p_1$ ,  $p_2$  a  $p_3$ . Celkové zatížení nosníku bylo snímáno siloměrem pro maximální zatížení 50 kN. Pro měření deformací na povrchu jednotlivých konstrukčních částí nosníku bylo použito množství tenzometrů. Jejich poloha a označení je uvedena na Obr. 4.14. Jednoosé tenzometry označené S1 až S8 byly umístěny po obou stranách stojiny (S...A ze strany pásnic, S...B ze strany výztuh) a orientovány ve směru hlavní diagonály (skloněny o  $45^\circ$  vzhledem k vodorovné ose, viz obrázek), tenzometrické růžice S9 až S11 byly také umístěny na obou stranách stojiny, a byly orientovány tak, aby měřily přetvoření ve směrech skloněných o  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  a  $-45^\circ$  od hlavní vodorovné osy. Tenzometrické růžice byly použity pouze na vzorcích s hladkou stojinou bez otvorů. Další skupina jednoosých tenzometrů byla umístěna na jedné

z výtuh (tenzometry R1 až R3), další pak na horní, resp. dolní pásnici (tenzometry označené HP1 až HP4, resp. DP1 až DP5).



Obr. 4.14, Rozmístění tenzometrů na testovaných vzorcích

Při měření byl použit také systém ARAMIS 12M. Tento měřicí systém se ukázal jako ideální prostředek pro analýzu napětového pole ve stojině nosníku při nadkritickém zatížení stojiny, při němž jsou data naměřena za pomoci tenzometrů nedostatečná. Naopak využití tenzometrů bylo nutné pro měření zatížení v pásnicích a výtuhách nosníků.

Po dokončení příprav bylo zahojeno samotné měření. Snímek na Obr. 4.15 zachycuje průběh zkoušky nosníku 1C. Na snímku je zřetelné uložení vzorku ve zkušebním stendu a zachycuje také rozmístění měřících zařízení. Na každém z testovaných vzorků bylo provedeno několik samostatných měření s postupně narůstající hodnotou maximálního aplikovaného zatížení. Cílovou hodnotou zatížení (posouvající síly ve stojině nosníku) bylo 200 % únosnosti stanovené podle „metody II“. Měření vzorků 1A, 1B a 1C bylo přerušeno po dosažení této hodnoty. U vzorků 1D, 1E, 2C a 3C bylo měření ukončeno až poruchou zkoušeného vzorku.



Obr. 4.15, Vzorek upevněný ve zkušebním rámu před zkouškou

## 4.2.2 Výsledky měření

Při zkouškách jednotlivých vzorků byly dosaženy maximální hodnoty zatížení (posouvajících sil) uvedené v Tab. 4.1. V tabulce uvedená kritická zatížení  $T_{kr}$  byla stanovena na základě postupu NACA, hodnoty únosnosti stojiny  $T_{max,II}$  pak na základě „metody II“.

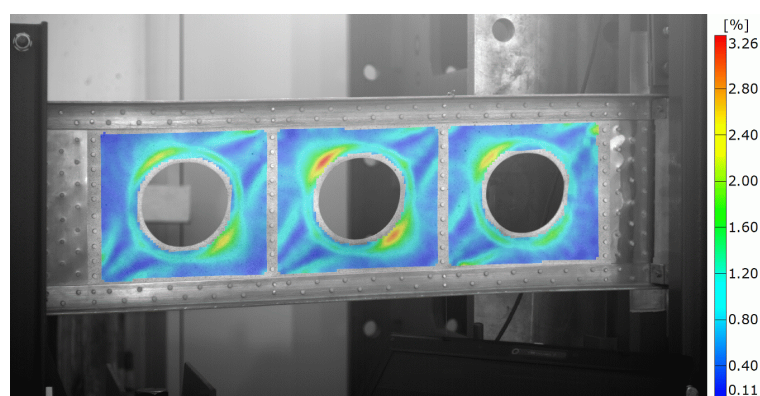
Nosník	$T_{kr}$ [N]	$T_{max,II}$ [N]	$T_{test}$ [N]	$T_{test}/T_{kr}$ [-]	$T_{test}/T_{max,II}$ [-]	Pozn.
1A	1 080	6 260	12 546	11,62	2,00	bez poruchy
1B	1 080	3 930	9 110	8,44	2,32	bez poruchy
1C	1 080	2 810	9 006	8,34	3,20	bez poruchy
1D	905	5 280	13 078	14,46	2,48	porucha
1E	1 450	6 880	15 837	10,92	2,30	porucha
2C	2 530	4 080	10 739	4,25	2,63	porucha
3C	4 880	6 300	13 383	2,74	2,12	porucha

Tab. 4.1, Při zkouškách uvažovaná směrodatná zatížení a maximální zatížení dosažené během testů

U vzorků, které byly testovány až do poškození, nastal totožný typ poruchy. Touto poruchou byla ztráta stability profilu dolní tlačené pásnice. Z charakteru uložení vzorků a deformace jejich pásnic před poruchou lze usoudit, že se jednalo o lokální ztrátu stability. Statická pevnost stojiny nosníků nebyla předmětem výzkumu, a proto byly vzorky navrženy tak, aby porucha pásnic nastala při nižším zatížení než materiálová porucha stojiny. U žádného z testovaných vzorků proto nedošlo k roztržení stojiny, u stojin všech nosníků však bylo dosaženo trvalých deformací.

### • Porovnání dat naměřených fotogrammetricky a tenzometricky

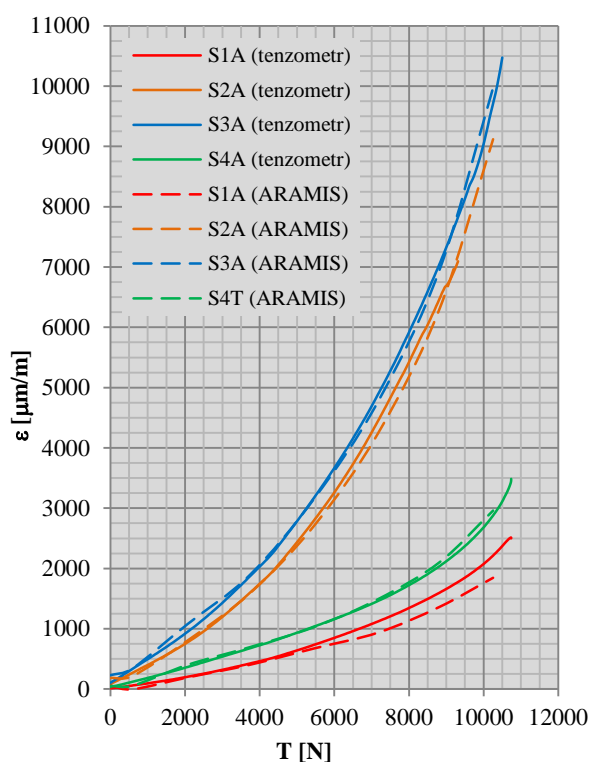
Jedním z možných způsobů interpretace dat naměřených pomocí systému ARAMIS je zobrazení barevné mapy udávající hodnotu zvolené veličiny přímo na podkladovém snímku měřeného objektu. Příkladem takové interpretace je Obr. 4.16. Obrázek zobrazuje přetvoření na povrchu stojiny při maximálním zatížení dosaženém během zkoušky nosníku 1C.



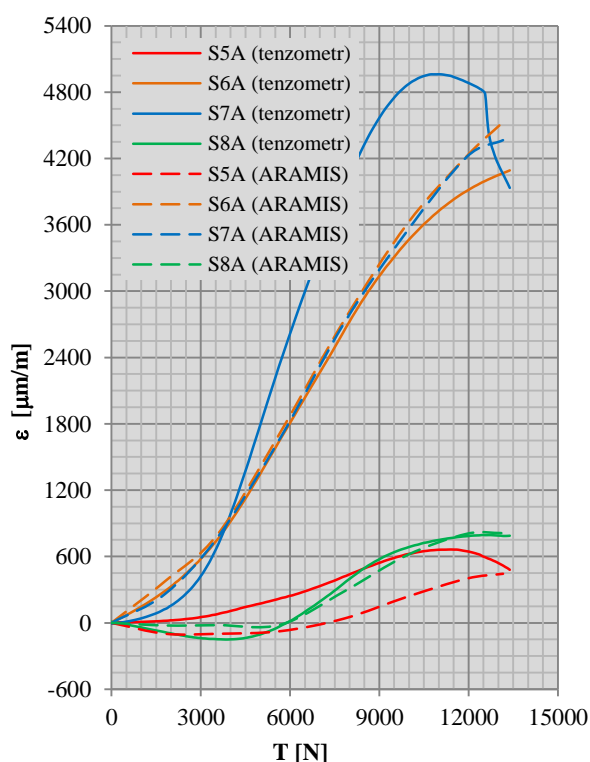
Obr. 4.16, Mises strain na povrchu stojiny nosníku 1C při zatížení  $T_{test}$

Kromě toho mohou být data naměřená systémem ARAMIS interpretována také graficky pomocí diagramů. Níže je provedeno vzájemné porovnání dat naměřených za použití obou použitých měřících metod. Pouze minimálních odchylek bylo dosaženo při porovnání výsledků měření průhybu nosníků v místě uchycení aripotu  $p_3$  (Obr. 4.13). Ve všech případech udával systém ARAMIS nižší průhyb než aripot. Odchyłka však není významná, pohybuje se maximálně do 1,5 %.

Poněkud větších odchylek je možné dosáhnout při porovnání měřených přetvoření. Uvedená srovnání však nejsou zcela korektní. Důvodem je skutečnost, že na velikost výsledné odchylky mezi oběma použitými metodami má kromě přesnosti samotných měřicích zařízení vliv také rozdíl mezi skutečnou polohou na povrchu stojiny, v níž je snímáno přetvoření pomocí tenzometru, a polohou bodu (tzv. „stage point“) v němž dokáže systém ARAMIS vypočítat hodnotu přetvoření. Chyba vzniklá touto skutečností je závislá na rozlišení kamer systému ARAMIS, velikosti snímaného objektu a velikosti a gradientu změny přetvoření v měřené lokalitě. Nezanedbatelný vliv na shodu porovnávaných dat má také skutečnost, že obě metody měří přetvoření na opačné straně vzorku. Zatímco diagram na Obr. 4.17 uvádí dobrou shodu mezi hodnotami naměřenými tenzometricky a hodnotami naměřenými fotogrammetrickou metodou, v diagramu na vedlejším obrázku je v hodnotách některých měřených parametrů výrazný rozdíl. Skutečnost, že při tomtež měření lze získat data totožná i data, která se výrazně liší, je důkazem toho, že tento rozdíl je způsobený právě nesouladem mezi polohou tenzometru a polohou tzv. „Stage pointu“ v místě s velkým gradientem změny přetvoření.



Obr. 4.17, Porovnání naměřených přetvoření na povrchu stojiny nosníku 2C



Obr. 4.18, Porovnání naměřených přetvoření na povrchu stojiny nosníku 3C

Fotogrammetricky naměřená data jsou velice cenná pro představu o stavu napjatosti v konstrukci a uplatní se především při porovnání s daty získanými pomocí metody konečných prvků. Porovnání dat získaných těmito dvěma způsoby je uvedeno v následující kapitole.

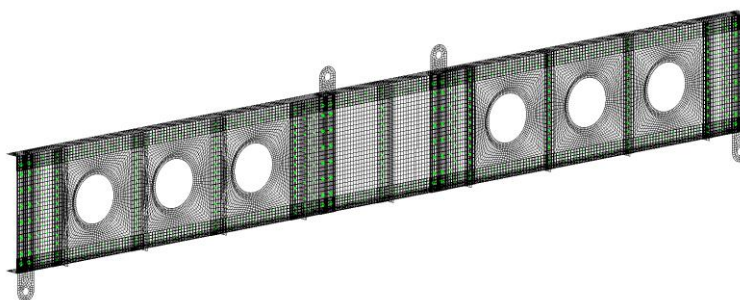
### 4.3 Numerické řešení úlohy

Další částí řešení cílů dizertační práce bylo sestavení takového numerického výpočtového modelu, který povede k výsledkům porovnatelným s experimentálně získanými daty. Numerické řešení pomocí metody konečných prvků (MKP) bylo také použito pro zhodnocení jednotlivých analytických výpočtových metod.

#### 4.3.1 Adekvátní numerické řešení

V rámci numerické analýzy experimentálně testovaných vzorků byla provedena rozsáhlá parametrická studie zkoumající vliv základních parametrů úlohy na přesnost dosažených výsledků, respektive na shodu výpočtu s chováním testovaných nosníků během experimentálních měření. Na základě výsledků této studie lze definovat adekvátní numerický model, tedy takový model, který svým chováním nejlépe odpovídá skutečné konstrukci.

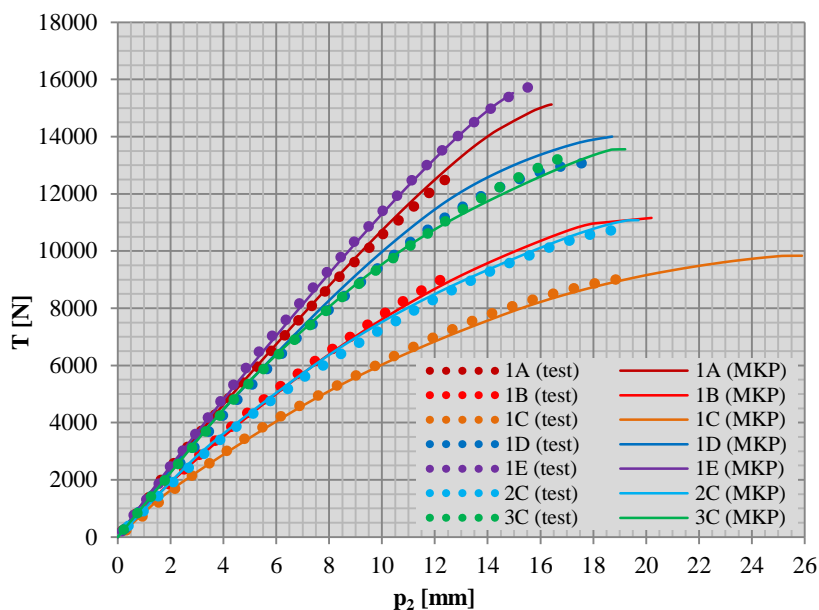
Jako nejvhodnější byl zvolen model zobrazený na Obr. 4.19. V tomto modelu jsou jednotlivé konstrukční komponenty reprezentovány plošnými elementy s patřičnými materiálovými charakteristikami, které jsou navzájem spojeny pomocí 1D elementů. Každý z těchto elementů je umístěn tak, aby reprezentoval jeden nýt nebo šroub v konstrukci nosníku. Takto je možné provést analýzu spojů jednotlivých komponent a tím provést pevnostní kontrolu navrženého spojení. V rámci parametrické studii byly analyzovány čtyři typy numerických modelů, lišících se velikostí elementů, resp. hustotou sítě elementů. Síť elementů byla vždy tvořena tak, aby se uzlové body sítě nacházely v místech nýtů. Tímto faktem byla předurčena globální velikost hrany elementů u jednotlivých modelů na cca 14 mm; 7 mm; 3,5 mm a 1,75 mm. Nejlepším kompromisem mezi dosaženou přesností výpočtu a jeho časovou náročností byl model s velikostí hrany 7 mm. Analýzy provedené v průběhu řešení dizertační práce ukázaly na fakt, že do modelů nosníků se smykem zatíženou tenkou stojinou není nutné implementovat jakékoliv imperfekce. Všechny experimentálně testované i srovnávací nosníky byly analyzovány pomocí softwaru MSC Patran/Nastran, nelineárním statickým výpočtem (SOL106) a s pevně nastaveným počtem kroků, vždy vyšším než 40.



Obr. 4.19, Optimální numerický model (typ C)

#### 4.3.2 Porovnání výsledků numerické analýzy a naměřených dat

Na Obr. 4.20 je uvedeno porovnání průhybů všech testovaných nosníků s výsledky numerických výpočtů za použití adekvátního numerického řešení. U většiny vzorků je numerický výpočet průhybu zkoumaných nosníků velice blízký výsledkům provedených experimentů (s odchylkami do 4 %). Pouze u nosníku 1D je dosažena odchylka vyšší (cca do 7 %). V Tab. 4.2 jsou porovnány maximální síly dosažené v průběhu praktických měření a únosnosti stanovené metodou konečných prvků. U nosníků 1E, 2C a 2C jsou obě hodnoty téměř totožné (cca do 3 %), zatímco u nosníku 1D je rozdíl až 7,3 %. Nosníky 1A, 1B a 1C nebyly testovány do zlomu, proto nelze uvedené hodnoty porovnat.

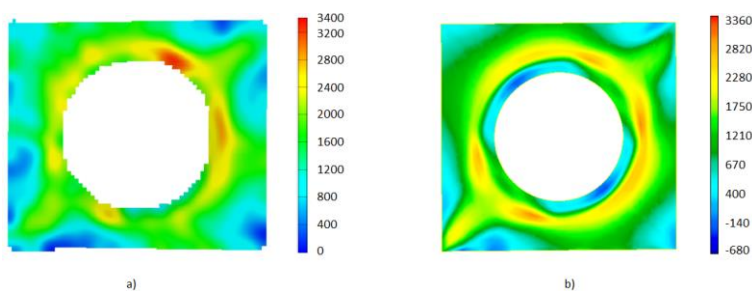


Obr. 4.20, Porovnání výsledků numerické analýzy a praktického měření

Nosník	$T_{MKP}$ [N]	$T_{test}$ [N]	$T_{MKP}/T_{test}$ [-]	Pozn.
1A	15 122	12 546	120,5 %	bez poruchy
1B	11 157	9 110	122,5 %	bez poruchy
1C	9 836	9 006	109,2 %	bez poruchy
1D	14 032	13 078	107,3 %	porucha
1E	15 520	15 837	98,0 %	porucha
2C	11 079	10 739	103,2 %	porucha
3C	13 558	13 383	101,3 %	porucha

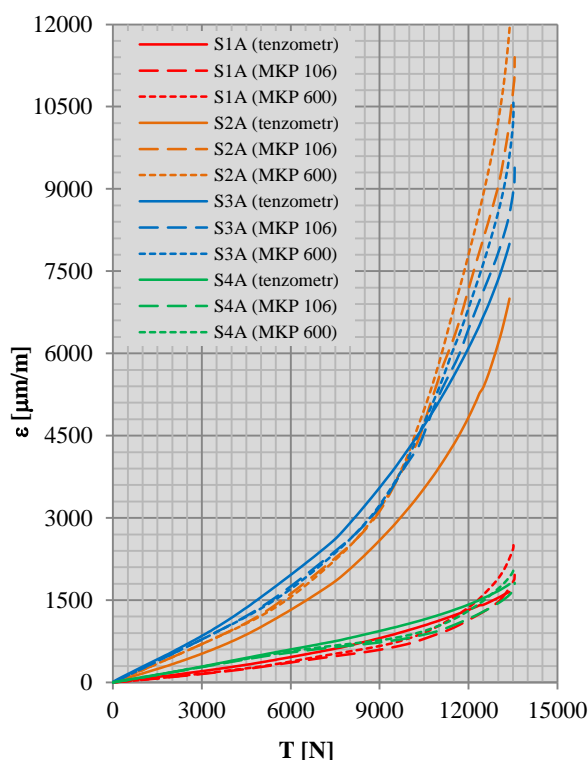
Tab. 4.2, Porovnání numericky vypočtených únosností testovaných nosníků a maximálních sil dosažených během experimentálních zkoušek

Obdobně bylo provedeno také porovnání dalších naměřených dat. Na Obr. 4.21a jsou zobrazena hlavní (major) přetvoření na povrchu stojiny nosníku 1C, naměřená systémem ARAMIS. Vedle na Obr. 4.21b je zobrazen tentýž parametr získaný numerickou analýzou. Rozložení přetvoření, získaná numerickou analýzou testovaných vzorků, i jeho maximální hodnota odpovídají experimentálně naměřeným výsledkům.

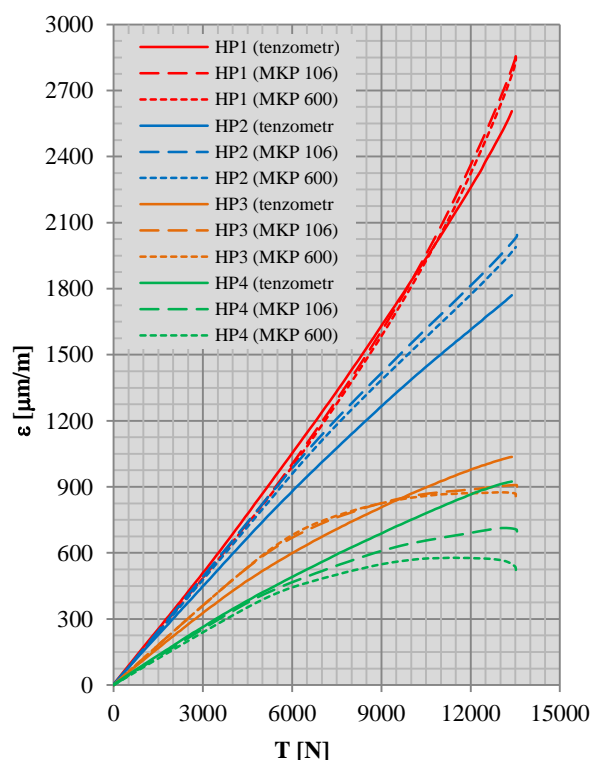


Obr. 4.21, Porovnání dat získaných: a) měřením (ARAMIS); b) numerickou simulací MKP

Na testovaných nosnících bylo kromě samotné stojiny tenzometricky měřeno i přetvoření na některých dalších prvcích konstrukce. Byly zaznamenávány hodnoty přetvoření ve třech místech na výztuze (rozpěrce) a čtyřech místech na každé z obou pásnic. Porovnání některých tenzometricky naměřených hodnot a hodnot získaných pomocí numerické analýzy nosníku 3C je uvedeno na Obr. 4.22 a Obr. 4.23. Tenzometrické měření se ukázalo jako nepříliš vhodný nástroj pro analýzu testovaných nosníků s tenkou stojinou. V některých případech bylo dosaženo značných rozdílů mezi naměřenými a numericky vypočtenými hodnotami.



Obr. 4.22, Porovnání MKP analýzy a měření



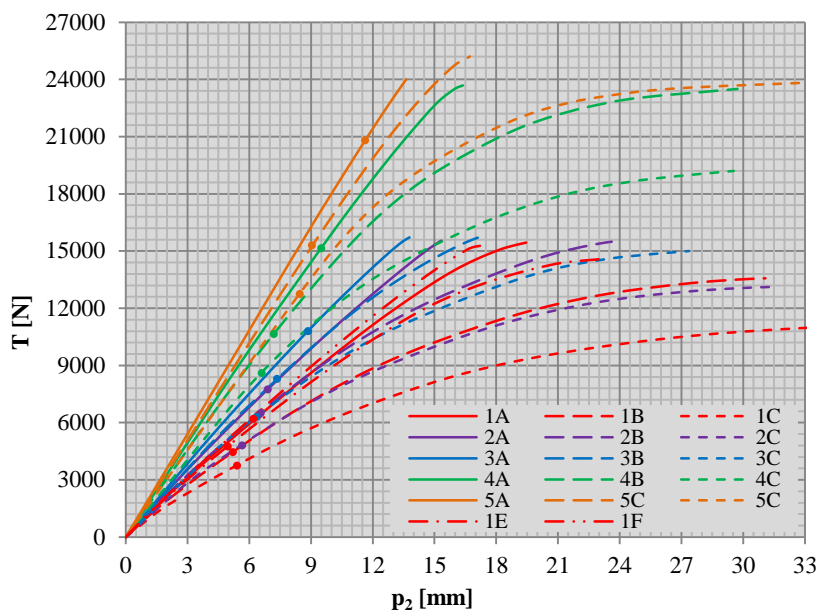
Obr. 4.23, Porovnání MKP analýzy a měření

I toto porovnání, obdobně jako v případě porovnání obou použitých měřicích metod, není zcela korektní. Při zatížení vyšším než kritickém zatížení ztráty stability stojiny je navíc rozdíl ještě výrazněji ovlivněn tvarem „zvlnění“ stojiny, který rovněž není možné ve většině případů predikovat, a proto ani simulovat. Tyto skutečnosti jsou spolu se skutečnostmi uvedenými na začátku této kapitoly příčinou znatelných rozdílů v některých hodnotách naměřených a numericky vypočtených přetvoření.

### 4.3.3 Numerická analýza srovnávacích nosníků

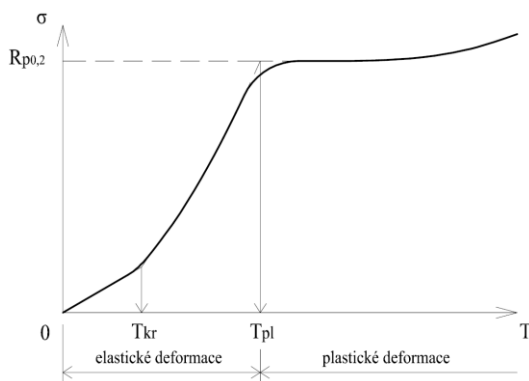
Po nalezení adekvátního numerického modelu a jeho porovnání s výsledky praktických zkoušek byl tento model použit k pevnostní analýze srovnávacích nosníků. Numericky bylo analyzováno celkem 17 odlišných konstrukcí. Jejich výčet je uveden na Obr. 4.24. Z tohoto obrázku je patrná závislost průhybu jednotlivých nosníků na přenášené posouvající síle. Nosníky se stejnou tloušťkou stojiny, tzn. se stejným číslem v označení, mají vždy shodné průřezy pásnic. Díky tomu je z průběhu dobře patrný vliv otvoru na tuhost konstrukce. V diagramu je také tečkou na příslušné křivce naznačen stav, při kterém bylo u jednotlivých konstrukcí dosaženo plastických deformací.

Na základě rozboru napjatosti stojin jednotlivých nosníků byly stanoveny hodnoty kritického zatížení ztráty stability stojiny a hodnoty zatížení, při kterém dochází ve stojině k plastické deformaci.



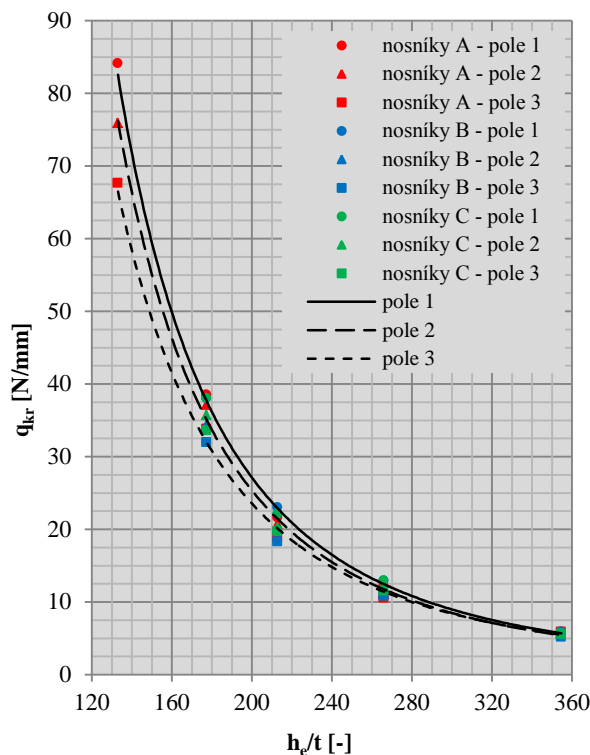
Obr. 4.24, Numericky stanovené závislosti průhybu nosníků na aplikovaném zatížení

Způsob stanovení těchto zatížení je naznačen na Obr. 4.25. Tento obrázek zachycuje typický průběh maximálního napětí ve stojině nosníku v závislosti na velikosti posouvající síly přenášené konstrukcí. V diagramu jsou dobře patrné dvě změny rychlosti nárůstu maximálního napětí. První z těchto změn nastává při dosažení kritického zatížení ztráty stability stojiny  $T_{kr}$ . Druhá změna nastává při zatížení  $T_{pl}$ , při kterém dosáhne napětí ve stojině hodnoty meze kluzu materiálu  $R_{p0,2}$ . Tímto způsobem je tedy možno určit zatížení, při kterém je dosaženo trvalých deformací stojiny. U nosníků 5B a 5C je kritické zatížení  $T_{kr}$  vyšší než zatížení, při kterém vznikají trvalé deformace  $T_{pl}$ . V takovém případě není možné uvedeným postupem kritickou hodnotu ztráty stability stojiny stanovit.

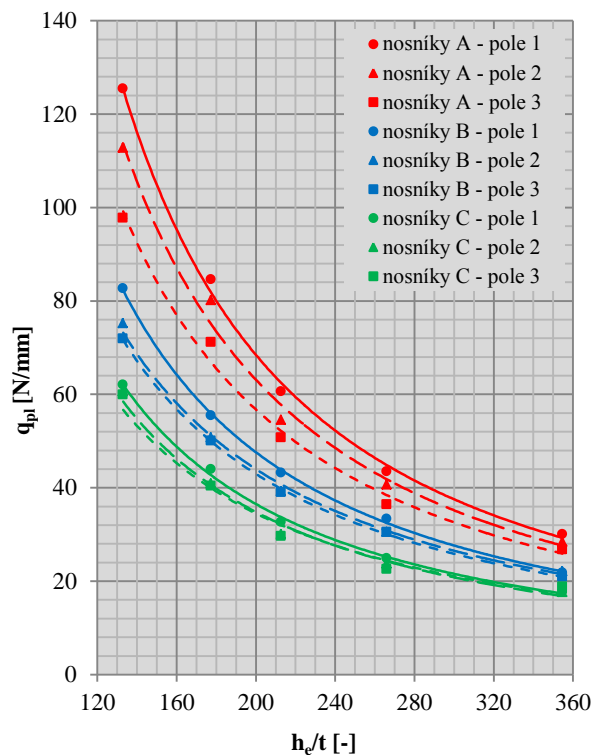


Obr. 4.25, Typický průběh nárůstu maximálního napětí ve stojině v závislosti na zatížení

I když se při analytických výpočtech nosníků s tenkou stojinou zanedbává zatížení stojiny způsobené ohybovou deformací nosníku, je ve skutečnosti stav napjatosti ve stojině nosníku touto ohybovou deformací ovlivněn. Tuto skutečnost potvrzují diagramy na Obr. 4.26 a na Obr. 4.27, které umožňují porovnat takto stanovené hodnoty v jednotlivých polích stojiny (pole 1 – u okraje, pole 3 – u středu nosníku). Z Obr. 4.26 je patrné, že závislost kritického zatížení ztráty stability stojiny  $q_{kr}$  na štíhlosti stojiny  $h_e/t$  má ve shodě s analytickými postupy exponenciální charakter a že toto zatížení není ovlivněno otvorem ve stojině nosníku. Při štíhlosti stojiny  $h_e/t$  nad 250 se vliv napětí od ohybu nosníku téměř neprojevil, zatímco u nosníků s nižší štíhlostí je tento vliv patrný.



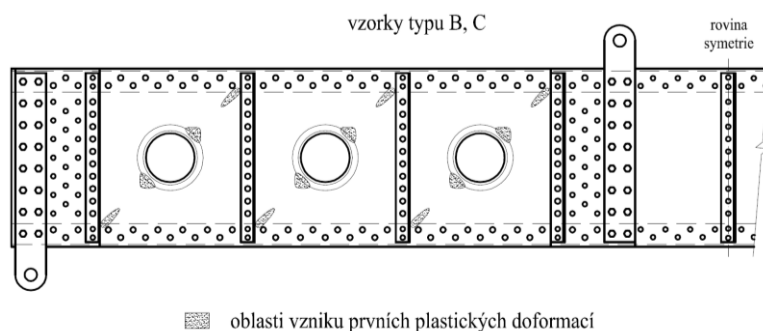
Obr. 4.26, Závislost kritického zatížení stojiny na štíhlosti stojiny



Obr. 4.27, Závislost zatížení, které vyvolá plastické deformace, na štíhlosti stojiny

Obdobně lze hodnotit i závislost zatížení  $q_{pl}$  na štíhlosti stojiny  $h_e/t$  uvedenou na Obr. 4.27. Vykreslené závislosti mají také exponenciální charakter, ale na rozdíl od kritického zatížení  $q_{kr}$  jsou výrazně ovlivněny otvorem ve stojině nosníku. I tento diagram dobře ilustruje vliv zatížení stojiny od ohybu nosníku. Ze získaných dat vyplývá, že tento vliv je nejvýznamnější u nosníků se stojinou bez otvorů a s rostoucí relativní velikostí otvorů  $D/h_e$  postupně klesá.

Na základě vykonaných praktických měření i numerických analýz navržených nosníků je možné definovat ta místa na povrchu stojin nosníků, na kterých je obecně dosahováno nejvyšších hodnot napětí, resp. deformací. Podle teorie je u reálných leteckých konstrukcí, vlivem ohybové deformace pásnic, největší napětí ve stojině nosníku po překročení kritického zatížení  $q_{kr}$  a vzniku diagonálního tahového pole dosahováno na hlavní (tahové) diagonále. Tato skutečnost byla potvrzena experimentálním měřením i numerickou simulací. U stojin bez otvorů jsou kritickými místy oblasti, ve kterých jsou navzájem spojeny pásnice, stojina a výztuha (rozpěrka). U stojin s otvory je nutno zaměřit se kromě těchto oblastí také na okolí hran otvorů. Tyto oblasti jsou naznačeny na Obr. 4.28.



Obr. 4.28, Oblasti vzniku prvních trvalých deformací

## 5 Hlavní výsledky práce

Jedním z cílů dizertační práce bylo ověření dostupných analytických metod pro pevnostní kontrolu nosníků s tenkou stojinou. Analýza několika vybraných postupů, uvedených v kapitole 4.1.2, ukázala na značné rozdíly ve výsledcích těchto výpočetních metod. Porovnáním výsledků jednotlivých analytických výpočtů s daty získanými pomocí experimentálně ověřených numerických analýz lze posoudit adekvátnost jednotlivých metod a ověřit platnost tzv. „Švédského výzkumu“.

### 5.1 Porovnání analytických metod a numerického výpočtu

Pro hodnocení shody mezi predikcí chování srovnávacích nosníků na základě numerických analýz (MKP) s výsledky analytických metod byly porovnány dva dále uvedené parametry.

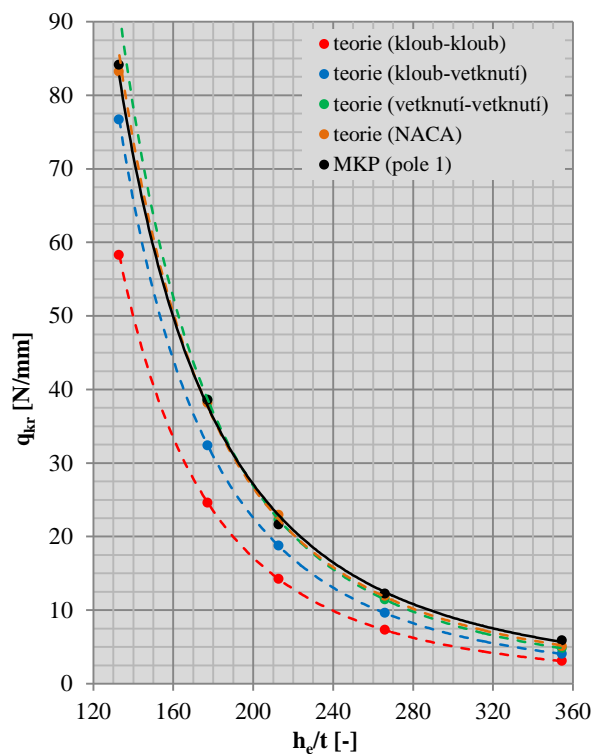
- **Kritické zatížení ztráty stability stojiny**

Porovnání tohoto parametru je uvedeno na Obr. 5.1. Zachycuje závislost kritického smykového toku ve stojině  $q_{kr}$  na její štíhlosti  $h_e/t$  pro tři idealizované případy uložení stojiny. V tomto diagramu jsou dále uvedeny analyticky vypočtené hodnoty získané postupem NACA, který respektuje tuhost uložení stojiny ve skutečné konstrukci nosníku ( $q_{kr,NACA}$ ). Mezi idealizovanými případy uložení stojiny bylo uvažováno kloubové uložení všech hran ( $q_{kr,kl-kl}$ ), vetknutí všech hran ( $q_{kr,ve-ve}$ ) a vetknutí kratší hrany přiléhající k pásnici a kloubové uložení delší hrany u výztuh ( $q_{kr,kl-ve}$ ). Vzhledem ke skutečnosti, že data získaná vyhodnocením výsledků MKP analýz jsou ovlivněna ohybovou deformací nosníku (viz předcházející kapitola), která však není v analytických postupech uvažována, jsou tato data porovnávána s hodnotou kritického zatížení, získanou vyhodnocením okrajového pole stojiny, které je tímto efektem, vzhledem k velikosti ohybového momentu v této části analyzovaných nosníků, ovlivněno pouze minimálně.

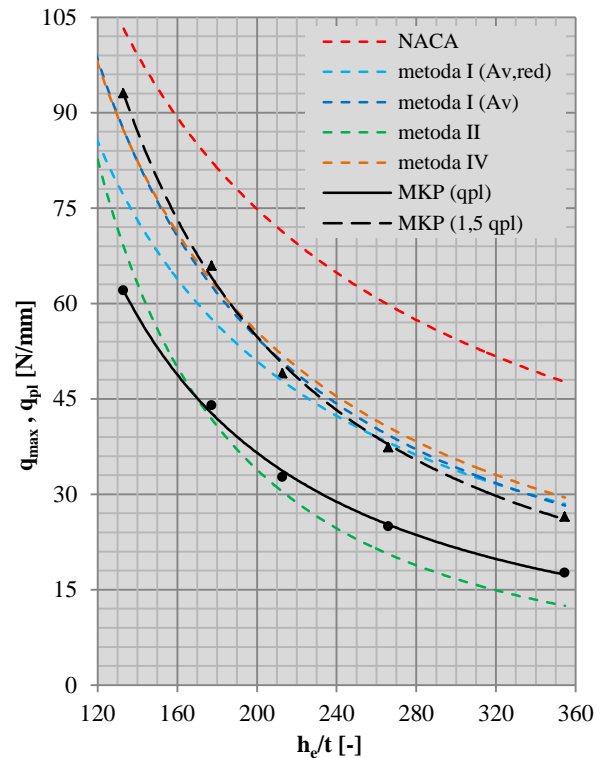
V diagramu je dobře patrný značný rozdíl mezi výsledky jednotlivých způsobů stanovení kritického zatížení stojiny a jasně z něj vyplývá, že pro pevnostní analýzu nosníků s tenkou stojinou je nejvhodnější volit postup NACA. Téměř srovnatelné přesnosti lze u stojin se štíhlostí  $h_e/t$  větší než 150 dosáhnout i při uvažování stojiny jako stěny vetknuté na všech hranách (u pásnic i u výztuh). U ostatních způsobů stanovení kritického zatížení stojiny může nepřesnost ve stanovení této hodnoty výrazně zkreslit výsledky analytických výpočtů přídatných zatížení všech částí nosníku od diagonálního tahového pole. Tyto postupy vedou sice ke konzervativnějším výsledkům, z hlediska úspory hmotnosti však není jejich použití vhodné.

- **Vznik plastických deformací a únosnost stojiny**

Stejným způsobem jako kritické zatížení ztráty stability stojiny je možno porovnat také analytickými postupy stanovené únosnosti s hodnotami zatížení, při kterém došlo u analzovaných nosníků k plastickým deformacím stojiny, získanými numerickou simulací. Vypočtené hodnoty jsou zakresleny v digramu na Obr. 5.2. Pro sestavení diagramu byly použity hodnoty zatížení, při kterém nastává ve stojině nosníku plastická deformace platné, z důvodu uvedeného výše, pro okrajové pole nosníku. Jednotlivé diagramy dávají dobrou představu o shodě analyticky a numericky vypočtených hodnot. Na uvedeném obrázku jsou vyneseny výsledky výpočtů nosníků se stojinou s otvory o relativní velikosti  $D/h_e = 0,47$  (označené písmenem „C“).



Obr. 5.1, Porovnání analytických a numericky vypočtených výsledků



Obr. 5.2, Porovnání analytických a numericky vypočtených výsledků (platí pro nosníky „C“)

Jak již bylo uvedeno v kapitole 3, u žádné z analytických metod (kromě postupu NACA) není zřejmé, jakým způsobem byla jimi udávaná únosnost stojiny definována, resp. k jaké povaze poruchy při udávaném zatížení na mezi únosnosti dochází. Pouze o metodice NACA je známo, že udává zatížení, při kterém dochází k roztržení stojiny v nýtové řadě spojení s pásnicemi. V tomto případě se tedy jedná o poruchu materiálovou. Materiálová porucha ale není jediným kritériem vhodným pro hodnocení pevnosti tenkých stojin nosníků v konstrukcích letadel. Dalším neméně důležitým kritériem, které je nutno brát při návrhu těchto konstrukcí v úvahu, je požadavek na zamezení vzniku trvalých deformací v situacích, které mohou nastat v průběhu provozování letounu. Kromě výše uvedených kritérií může být maximální dovolené zatížení nosníku (resp. stojiny) dále redukováno s ohledem na požadovanou životnost konstrukce letounu. Pevnostní analýza nosníku s ohledem na životnost konstrukce je však velmi rozsáhlá problematika, která spadá mimo rámec dizertační práce.

Z požadavků vztahující se na konstrukci nosníků jako součástí draků letounů vyplývají (při zanedbání požadavků na životnost konstrukce) dvě základní skutečnosti [28]. Zaprvé je požadováno, aby při „provozním zatížení“ nevznikly v konstrukci plastické deformace. A za druhé musí být konstrukce navržena tak, aby byla schopna po dobu minimálně tří sekund přenést zatížení „početní“, které je v případě duralových konstrukcí nosníků rovno 150 % „provozního zatížení“. Obě uvedená kritéria musí být bezpodmínečně splněna. Termínem „provozní zatížení“ je označováno maximální zatížení, které se může v konstrukci při provozování letounu vyskytnout. Toto zatížení je stanoveno jednotlivými požadavky použitého Předpisu letové způsobilosti. Při návrhu nebo pevnostní kontrole konstrukce draku letounu, součástí které jsou také nosníky s tenkou stojinou, postupujeme tak, že z „provozního zatížení“ stanovíme zatížení „početní“ a s ním pak provádíme pevnostní výpočty.

Z Obr. 5.2 je zřejmé, že u nosníků se štíhlostí stojiny  $h_e/t$  vyšší než 130, nastává trvalá deformace při zatížení výrazně nižším než odpovídá mezi pevnosti materiál, které udává postup NACA. Při uvážení skutečností vyplývajících z předcházejícího odstavce, lze konstatovat, že materiálová

porucha není u analyzovaných nosníků vhodným kritériem pro stanovení únosnosti stojiny. Naopak, vzhledem k požadavkům předpisů pro stavbu letadel a filozofii pevnostních výpočtů leteckých konstrukcí, je vhodné definovat únosnost stojiny nosníku jeden a půl násobkem zatížení, při kterém ve stojině vzniká plastická deformace. Tuto definici lze popsat vztahem (5.1).

$$q_{\max} = 1,5 q_{pl} \quad (5.1)$$

Na základě porovnání takto numerickou analýzou získaných a experimentálně ověřených hodnot  $q_{\max}$  s hodnotami získanými pomocí dostupných analytických metod lze pro konstrukce nosníků se stojinou o štíhlosti  $h_e/t$  od 130 do 350 vyvodit následující závěry:

- Postup NACA je vhodný pouze pro hodnocení statické pevnosti stojiny, při kterém dojde k poruše vlivem překročení meze pevnosti materiálu. Lze jej použít v případech, kdy není nutno brát v úvahu vznik plastických deformací. Z diagramů lze usuzovat, že tento postup je vhodný pro hodnocení únosnosti stojin s přihlédnutím k plastickým deformacím pouze u stojin se štíhlostí přibližně  $h_e/t < 100$ .
- Metoda IV, která je určena pouze pro nosníky s otvory ve stojině, dává velmi dobrou shodu s numericky vypočtenými hodnotami  $q_{\max}$ . Tato metoda je navíc využitelná v širokém rozsahu štíhlostí  $h_e/t$  (až do štíhlosti 1 500).
- Metoda I (tzv. Švédský výzkum) je oproti předcházející metodě vhodná pro stojiny s otvory i bez otvorů. V rozsahu  $h_e/t < 250$  dosahuje varianta, ve které je do výpočtu zahrnuta skutečná plocha výztuhy  $A_v$ , oproti variantě s redukovanou plochou výztuhy  $A_{v,red}$ , lepší shody s hodnotami únosnosti  $q_{\max}$  získanými dle vztahu (5.1).
- Metoda II naopak udává v řešeném rozsahu  $h_e/t$  v porovnání s ostatními analytickými metodami nejmenší hodnoty únosnosti. Hodnoty, udávané touto metodou, jsou v řešeném rozsahu štíhlostí stojiny, oproti hodnotám stanoveným dle vztahu (5.1), nižší o cca 30 %.

Lze konstatovat, že metoda I („Švédský výzkum“ se zahrnutím skutečné plochy výztuhy) a metoda IV ze všech porovnávaných analytických metod v celém zkoumaném rozsahu  $h_e/t$  nejlépe korespondují s numericky stanovenými hodnotami únosnosti  $q_{\max}$ . Metoda I je oproti metodě IV univerzálnější, protože je použitelná jak pro stojiny s otvory tak i pro stojiny bez otvorů. Výhodou metody IV je zase její použitelnost v širším rozsahu štíhlostí  $h_e/t$ .

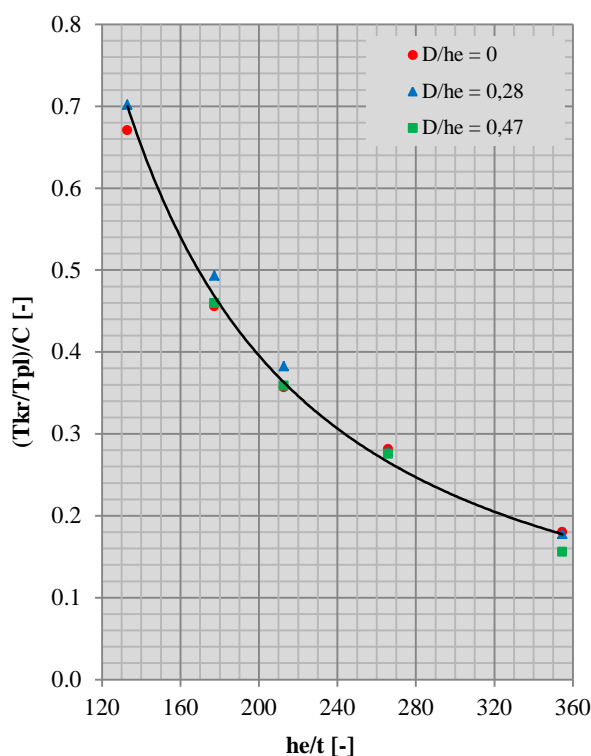
## 5.2 Rozbor dalších výsledků provedených analýz

Za použití dat, získaných numerickou analýzou srovnávacích nosníků, byla provedena parametrická studie zkoumající vliv některých konstrukčních parametrů (např. relativní velikost otvoru ve stojině  $D/h_e$ , štíhlost stojiny  $h_e/t$  aj.) na kritické zatížení stojiny  $T_{kr}$ , na zatížení, při kterém vzniká ve stojině plastická deformace  $T_{pl}$ , a na vzájemný vztah těchto dvou hodnot.

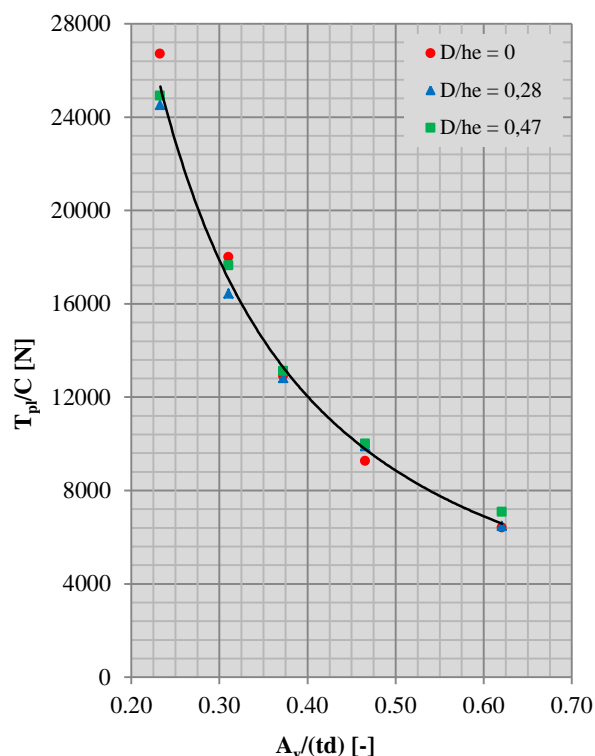
Také zde jsou vyhodnocována pouze data získaná z okrajových polí analyzovaných nosníků. Koeficient  $C_{pl}$  vyjadřuje vliv otvoru na velikost zatížení, při kterém ve stojině vznikají plastické deformace  $T_{pl}$ . Tento koeficient je možno použít k hodnocení vlivu otvoru na únosnost stojiny, stanovené na základě numerických analýz podle vztahu (5.1). Jeho hodnota přibližně odpovídá teoretické hodnotě koeficientu  $C$  vypočteného pomocí vztahu:

$$C = \left(1 - \frac{D}{h_e}\right) \quad (5.2)$$

Při využití koeficientu  $C$  (přibližné hodnoty koeficientu  $C_{pl}$ ) je možné závislosti  $T_{kr}/T_{pl}$ , platné pro konkrétní hodnotu poměru  $D/h_e$  vyjádřit pouze jedinou křivkou, nezávislou na velikosti otvoru  $D$ . Tato křivka je uvedena v diagramu na Obr. 5.3. Obdobně lze ilustrovat také vzájemný vztah mezi zatížením  $T_{pl}$  jednotlivých analyzovaných nosníků a velikostí výztuh (rozpěrek), charakterizovanou poměrem skutečné plochy průřezu použitých výztuh  $A_v$  a plochy průřezu stojiny mezi dvěma sousedícími výztuhami  $td$ . I tato závislost má, jak je zřejmé z Obr. 5.4 exponenciální charakter a lze ji, obdobně jako v případě předcházející závislosti, vyjádřit za pomoci koeficientu  $C$  jedinou křivkou, nezávislou na velikosti otvoru  $D$ .



Obr. 5.3, Vliv otvoru na poměr hodnot  $T_{kr}/T_{pl}$



Obr. 5.4, Vliv výztuh na velikost zatížení způsobující plastické deformace

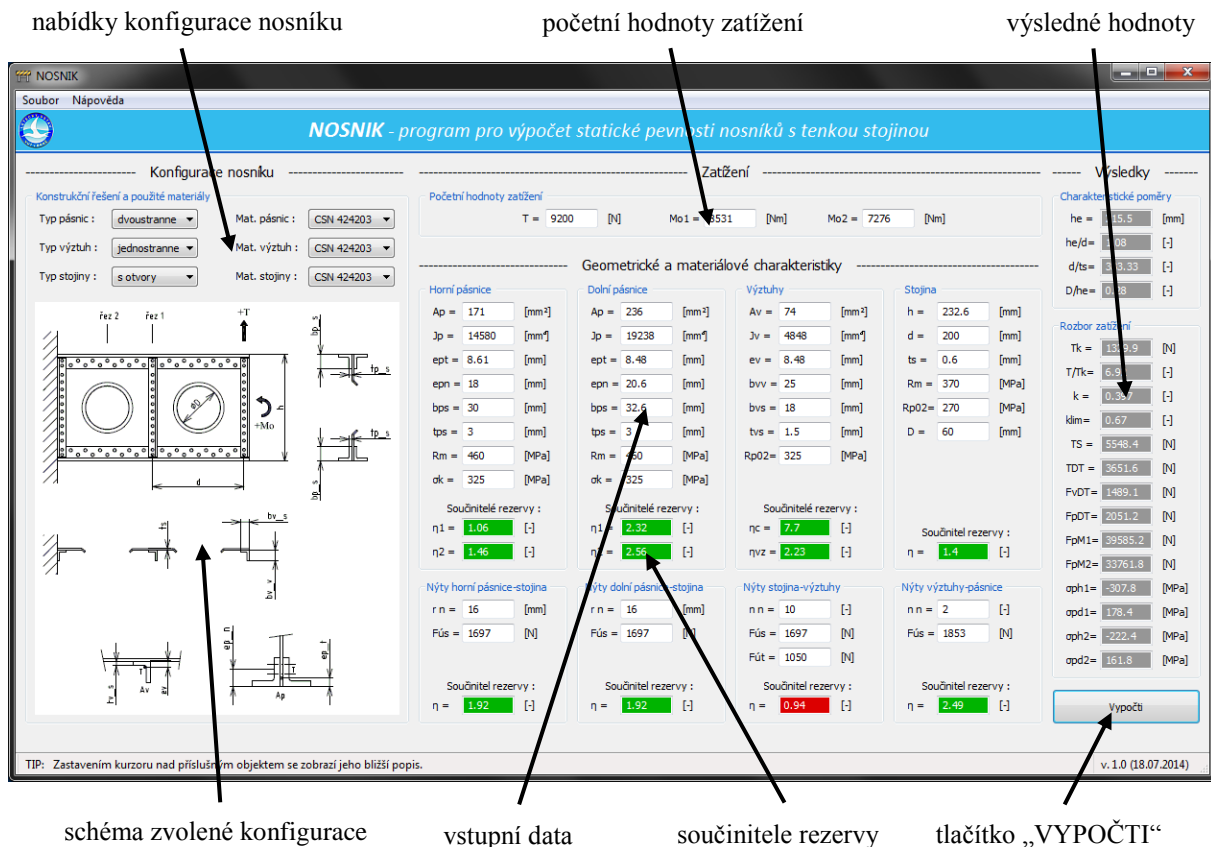
Z dat získaných numerickou simulací lze konstatovat, že zatížení vyvolávající ve stojině plastické deformace, a tudíž i samotná únosnost stojiny analyzovaných nosníků, roste se snižující se vzájemnou vzdáleností výztuh. Tento trend je dobře patrný na hodnotách vypočtených u nosníků 1A, 1E a 1F. Např. únosnost nosníku 1E (s  $d/h_e = 0,7$ ) je o 46 % vyšší než únosnost nosníku 1D (s dvojnásobnou vzdáleností výztuh  $d/h_e = 1,4$ ). Tento efekt vyztužení stojiny postupně s rostoucí vzdáleností výztuh ( $d/h_e$ ) klesá.

### 5.3 Program „NOSNIK“

Tento software byl vytvořen za účelem výrazného urychlení iterativního procesu návrhu a pevnostní kontroly nosníků s tenkou nestabilní stojinou. Algoritmus výpočtu je sestaven na základě postupu uvedeného v kapitole 4 dizertační práce. Vzhledem ke skutečnosti, že použité algoritmy slouží k pevnostní kontrole konstrukce nosníků s tenkou nestabilní stojinou a ne k jejich optimálnímu návrhu, je této skutečnosti uzpůsobena i struktura programu. Vzhledem k rychlosti výpočtu a absenci zdoluhavé práce s množstvím empiricky sestavených diagramů je tento software možno použít také přímo pro samotný návrh konstrukce. Nutno však podotknout, že zpracovaný postup vede ke

stanovení statické pevnosti nosníků s tenkou stojinou, která může být v některých případech výrazně vyšší než únosnost stanovená s ohledem na životnost konstrukce, nebo na vznik trvalých deformací.

Uživatelské rozhraní programu sestává pouze z jediného okna, v němž je možné nalézt jak vstupní parametry tak zároveň i výsledné hodnoty. Toto okno je uvedeno na Obr. 5.5. Tato konfigurace byla zvolena kvůli výborné přehlednosti a je zvláště výhodná v případě tzv. „ladění“ konstrukce, tedy v případě kdy jsou zadávané parametry upravovány tak aby navrhovaná konstrukce nosníku vyhověla pevnostním požadavkům.



Obr. 5.5, Uživatelské rozhraní programu „NOSNIK“

Význam jednotlivých zadávaných i vypočtených parametrů je uveden v nápovědě, která se zobrazí v případě zastavení kurzorem nad příslušným objektem. Pod vstupními daty se nachází výsledné součinitele rezervy daného konstrukčního prvku. Pro větší přehlednost se okna s vypočtenými součiniteli rezervy podbarvují v závislosti na velikosti vypočteného součinitele rezervy zelenou (vyhovující) nebo červenou (nevyhovující) barvou.

## 6 Závěr

Při návrhu leteckých konstrukcí je kladen velký důraz na dosažení vysoké hmotnostní efektivity. Právě tato skutečnost je důvodem, proč jsou nosníky s tenkou stojinou neodmyslitelnou součástí konstrukcí letadel. Tato práce je zaměřena na pevnostní analýzu duralových nosníků s tenkou stojinou, které jsou v konstrukcích draků kovových letadel jedním ze základních konstrukčních prvků. Typickými příklady použití těchto konstrukcí ve stavbě letadel jsou např. nosné systémy křídel, ocasních ploch a kormidel, roštové systémy podlah, apod.

Analytický způsob pevnostní kontroly nosníku s tenkou stojinou je v porovnání s klasickými tlustostěnnými nosníky, používanými např. ve všeobecném strojírenství nebo stavebnictví, komplikovanější. I když v současné době existuje několik analytických postupů využitelných k pevnostní kontrole těchto tenkostěnných konstrukcí, jejich výsledky se, především v oblasti stanovení únosnosti stojiny nosníku, v jednotlivých případech značně liší. Vzhledem k absenci podrobnějších informací o způsobu stanovení jednotlivých hodnot únosností a bez jejich praktického ověření je prakticky nemožné zvolit nejkorektnější postup. V běžné praxi je nejčastěji používaným postupem pro stanovení únosnosti tenké stojiny s otvory i bez otvorů tzv. „Švédský výzkum“. A právě na ověření výsledků tohoto výzkumu byla tato dizertační práce zaměřena.

Kromě analytických postupů se v současné době často pro pevnostní kontrolu leteckých konstrukcí využívají výpočtové nástroje založené na metodě konečných prvků. Tato metoda je velice efektivní, i když v porovnání s analytickými postupy časově náročná. Analytické postupy pevnostní kontroly jsou proto v současné době využívány především u malých sportovních letounů s poměrně jednoduchou konstrukcí a ve stádiu předběžného návrhu konstrukcí letounů vyšších kategorií. Pro detailní analýzu složitějších konstrukcí, u kterých již není možné využít analytických metod, je nutné použít právě metodu konečných prvků (MKP).

Dizertační práce obsahuje soubor podkladů pro analytický výpočet nosníků s tenkou stojinou a jejich ověření pomocí metody konečných prvků a experimentálního měření. Dizertační práci lze tedy rozdělit na teoretickou a praktickou část. Teoretická část práce obsahuje stručný úvod do teorie, ve kterém jsou uvedeny základní informace z oblasti problematiky pevnostní analýzy nosníků s tenkou stojinou, se zaměřením na vliv diagonálního tahového pole a otvorů ve stojině. Na tuto část navazuje nejznámější metodika pevnostní kontroly nosníků s tenkou stojinou, doplněná několika postupy, určenými pro stanovení únosnosti stojiny. Tato část práce je zakončena vzájemným porovnáním výsledků jednotlivých analytických metod na několika vzorových konstrukcích nosníku s tenkou stojinou. Na tuto teoretickou část navazuje část simulační, zaměřená na nalezení vhodného způsobu numerického řešení úlohy. Právě nalezení adekvátního numerického modelu a jeho využití při MKP analýzách srovnávacích nosníků umožnilo získat data potřebná pro zhodnocení uvedených analytických postupů. Pro validaci dat získaných numerickou simulací byla provedena řada experimentálních měření. Součástí řešení dizertační práce je také software, který výrazně urychluje proces návrhu a pevnostní kontroly nosníků s tenkou stojinou.

Na základě výsledků provedených analýz je možné potvrdit, že výsledky tzv. „Švédského výzkumu“ jsou vhodné pro hodnocení únosnosti tenkých stojin nosníků se štíhlostí menší než 250, které jsou nejčastěji používány v konstrukcích draků letadel. Pro nosníky se stojinou o štíhlostí vyšší než 250 s otvory je pak vhodné použít postup označený jako „metoda IV“. Hodnocení přídatných zatížení pásnic, výztuh a nýtových spojů je již nad rámec řešení této dizertační práce. Pro pevnostní kontrolu těchto částí je možné použít metodu „NACA“ se zahrnutím vlivu případných otvorů tak, jak je popsána v kapitole 4 dizertační práce.

## Použité symboly

$a$	[ mm ]	šířka stěny
$A_v$	[ mm <sup>2</sup> ]	plocha průřezu výztuhy (jednoho profilu)
$A_{v,red}$	[ mm <sup>2</sup> ]	redukovaná plocha průřezu výztuhy
$b$	[ mm ]	výška stěny, vzdálenost středů dvou sousedících otvorů ve stojině
$c$	[ - ]	koeficient uložení profilu, redukční součinitel
$c_1$	[ - ]	redukční součinitel
$c_2$	[ - ]	redukční součinitel
$C$	[ - ]	koeficient vlivu otvoru na únosnost stojiny
$C_{pl}$	[ - ]	koeficient vlivu otvoru na zatížení způsobující plastické deformace stojiny
$d$	[ mm ]	šířka pole stojiny (vzdálenost mezi výztuhami)
$d_c$	[ mm ]	čistá šířka pole stojiny
$D$	[ mm ]	průměr otvoru ve stojině
$E$	[ MPa ]	modul pružnosti materiálu v tahu / ohybu
$e_v$	[ mm ]	vzdálenost těžiště výztuhy od střednice stojiny
$F$	[ N ]	síla
$h$	[ mm ]	výška nosníku
$h_c$	[ mm ]	čistá výška stojiny
$h_e$	[ mm ]	efektivní výška nosníku
$i_v$	[ mm ]	poloměr setrvačnosti výztuhy (rozpěrky)
$k$	[ - ]	součinitel diagonálního tahu
$k_\tau$	[ - ]	koeficient stability
$L$	[ mm ]	délka nosníku
$p_1$	[ mm ]	průhyb nosníku v místě aripotu $p_1$
$p_2$	[ mm ]	průhyb nosníku v místě aripotu $p_2$
$p_3$	[ mm ]	průhyb nosníku v místě aripotu $p_3$
$q_{kr}$	[ N mm <sup>-1</sup> ]	kritický smykový tok ztráty stability stojiny
$q_{kr,kl-kl}$	[ N mm <sup>-1</sup> ]	kritický smykový tok ztráty stability kloubově uložené stojiny
$q_{kr,NACA}$	[ N mm <sup>-1</sup> ]	kritický smykový tok ztráty stability stojiny podle teorie NACA
$q_{kr,kl-ve}$	[ N mm <sup>-1</sup> ]	kritický smykový tok ztráty stability kombinovaně uložené stojiny
$q_{kr,ve-ve}$	[ N mm <sup>-1</sup> ]	kritický smykový tok ztráty stability vetknuté stojiny
$q_{max}$	[ N mm <sup>-1</sup> ]	smykový tok ve stojině na mezi únosnosti
$q_p$	[ N mm <sup>-1</sup> ]	smykový tok ve stojině na mezi únosnosti bez vlivu otvorů (a výztuh)
$q_{pl}$	[ N mm <sup>-1</sup> ]	smykový tok ve stojině při vzniku plastických deformací
$R_d$	[ - ]	koeficient tuhosti spoje uložení stojiny u pásnice
$R_h$	[ - ]	koeficient tuhosti spoje uložení stojiny u výztuhy (rozpěrky)
$R_m$	[ MPa ]	mez pevnosti materiálu stojiny v tahu
$R_{p0,2}$	[ MPa ]	mez kluzu materiálu stojiny v tahu
$t$	[ mm ]	tloušťka stojiny (stěny), tloušťka ramene profilu
$T$	[ N ]	posouvající síla
$T_{DT}$	[ N ]	část posouvající síly přenášená diagonálním tahem
$T_{kr}$	[ N ]	kritická posouvající síla ztráty stability stojiny
$T_{max}$	[ N ]	posouvající síla ve stojině nosníku na mezi únosnosti stojiny
$T_{MKP}$	[ N ]	maximální posouvající síla vypočtená metodou konečných prvků

---

$T_{pl}$	[ N ]	posouvající síla ve stojině při vzniku trvalých (plastických) deformací
$T_{SM}$	[ N ]	část posouvající síly přenášená čistým smykem
$T_{test}$	[ N ]	maximální posouvající síla dosažená při praktickém měření
$\varepsilon$	[ $\mu\text{m m}^{-1}$ ]	přetvoření
$\sigma$	[ MPa ]	normálové napětí
$\sigma_1$	[ MPa ]	hlavní napětí ve směru 1
$\sigma_2$	[ MPa ]	hlavní napětí ve směru 2
$\tau$	[ MPa ]	smykové napětí ve stojině
$\tau_{max}$	[ MPa ]	smykové napětí ve stěně na mezi únosnosti
$\tau_{kr}$	[ MPa ]	kritické smykové napětí ztráty stability stojiny (stěny)
$\tau_p$	[ MPa ]	smykové napětí na mezi únosnosti stojiny bez vlivu otvorů (a výztuh)

## Literatura

- [1] Timoshenko, S. P., Gere, J. M.: Theory of Elastic Stability, 2nd Edition, Dover Publications, 2009, ISBN 0-486-47207-8
- [2] Murray, N. W.: Introduction to the Theory of Thin-walled Structures, Oxford, Engineering Science Series, Clarendon Press, Oxford, 1986, ISBN 0-198-56186-5
- [3] Rivello, R. M.: Theory and Analysis of Flight Structures, McGraw-Hill Book Company, New York, 1969
- [4] Gerard, G., Becker, H.: Handbook of Structural Stability, Part 1 – Buckling of Flat Plates, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1957, Report No. TN 3781
- [5] Becker, H.: Handbook of Structural Stability, Part 2 – Buckling of Composite Elements, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1957, Report No. TN 3782
- [6] Gerard, G., Becker, H.: Handbook of Structural Stability, Part 3 – Buckling of Curved Plates and Shells, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1957, Report No. TN 3783
- [7] Gerard, G.: Handbook of Structural Stability, Part 4 – Failure of Plates and Composite Elements, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1957, Report No. TN 3784
- [8] Gerard, G.: Handbook of Structural Stability, Part 5 – Compressive Strength of Flat Stiffened Panels, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1957, Report No. TN 3785
- [9] Becker, H.: Handbook of Structural Stability, Part 6 – Strength of Stiffened Curved Plates and Shells, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1958, Report No. TN 3786
- [10] Gerard, G., Becker, H.: Handbook of Structural Stability, Part 7 – Strength of Thin-Wing Construction, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, 1959, Report No. TN D-162
- [11] Kuhn, P.: The Strength and Stiffness of Shear Web With Round Lightening Holes Having 45° Flanges, Langley Aeronautical Laboratory, Washington, 1942, Report No. WR L-323
- [12] Kuhn, P., Chiarito, P. T.: The Strength of Plane Web Systems In Incomplete Diagonal Tension, Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Washington, 1942, Report No. WR L-367
- [13] Kuhn, P.: The Strength and Stiffness of Shear Web With and Without Lightening Holes, Langley Aeronautical Laboratory, Washington, 1942, Report No. WR L-402
- [14] Peterson, J. P.: Strain Measurements and Strength Tests of 25-Inch Diagonal-tension Beams with Single Uprights, Langley Memorial Aeronautical Laboratory, Washington, 1945, Report No. ARR L5J02a
- [15] Kuhn, P., Peterson, P., Levin, L. R.: A Summary of Diagonal Tension, Part I – Methods of Analysis, Langley Aeronautical Laboratory, Washington, 1952, Report No. TN 2661
- [16] Kuhn, P., Peterson, P., Levin, L. R.: A Summary of Diagonal Tension, Part II – Experimental Evidence, Langley Aeronautical Laboratory, Washington, 1952, Report No. TN 2662

- [17] Kuhn, P.: Investigation on the Incompletely Developed Plane Diagonal-Tension Field, Langley Aeronautical Laboratory, Washington, Report No. 697
- [18] Tsongas, A. G., Ratay, R. T.: Investigation of Diagonal-Tension Beams with Very Thin Stiffened Webs, Grumman Aerospace Corporation, Bethpage, New York, 1969
- [19] Václavík, V.: Nosníky s tenkou stojinou, Československé VTS Středočeské strojírny, Letňany u Prahy, 1962
- [20] Maddux, G. E., Vorst, L. A., Giessler, F. J., Moritz, T.: Stress Analysis Manual, U. S. Department of Commerce, Dayton, Ohio, 1969, Report No. AFFDL-TR-69-42
- [21] Bruhn, E. F.: Analysis and Design of Flight Vehicle Structures, S. R. Jacobs, Michigan, 1973
- [22] Špunda, J., Čalkovský, A.: Stavební mechanika a pevnost letounu – Sborník tabulek, Vojenská akademie Antonína Zápotockého, Brno, 1976
- [23] Pávek, J., Kopřiva, Z.: Konstrukce a projektování letadel, České vysoké učení technické v Praze, Praha, 1982
- [24] Čalkovský, A., Pávek, J., Daněk, V.: Konstrukce a pevnost letadel - 1. díl, Vojenská akademie Antonína Zápotockého, Brno, 1984
- [25] Píštěk, A., Grégr, O., Kahánek, V., Böhm, R.: Pevnost a životnost letadel I, Vysoké učení technické v Brně, Brno, 1988
- [26] Niu, M. C. Y.: Airframe Structural Design. Second Edition. Conmilit press LTD, Hong Kong, 1989, ISBN 962-7128-04-X.
- [27] Slavík, S.: Stavba letadel, České vysoké učení technické v Praze, Praha, 1997
- [28] Čtverák, J., Mertl, V., Píštěk, A.: Soubor podkladů pro pevnostní výpočty leteckých konstrukcí, LÚ FSI VUT Brno, Brno, 1997
- [29] Niu, M. C. Y.: Airframe Stress Analysis and Sizing, Second Edition, Conmilit Press Ltd., Hong Kong, 1999, ISBN 962-7128-08-2
- [30] Píštěk, A.: Výpočet kritického zatížení obdélníkové stěny při kombinovaném zatížení, Zpravodaj VZLÚ 1(169), SNTL, ISSN 0044-5355, Praha 1985
- [31] Megson, T. H. G.: Aircraft Structures for Engineering Students - Fourth Edition, Elsevier Ltd., Oxford, 2007, ISBN 0-750-667397
- [32] Moisiade, C. I.: Beams with Flat Stiffened Webs in Incomplete Diagonal-tension, Rensselaer Polytechnic Institute, Hartford, Connecticut, 2009
- [33] Shanmugam, N. E., Lian, V. T., Thevendran, V.: Finite element modelling of plate girders with web openings, Thin-Walled Structures 40 (2002), pp. 443–464, Elsevier Science Ltd., 2002
- [34] Lian, V. T., Shanmugam, N. E.: Openings in horizontally curved plate girder webs, Thin-Walled Structures 41 (2003), pp.245–269, Elsevier Science Ltd., 2003
- [35] Hagen, N.C., Larsen, P. K. Alberg, A.: Shear capacity of steel plate girders with large web openings, Part I: Modeling and simulations, Journal of Constructional Steel Research 65 (2009), pp. 142–150, Elsevier Science Ltd., 2009
- [36] Píštěk, A.: Soubor podkladů pro pevnostní výpočty leteckých konstrukcí, LÚ FSI VUT Brno, Brno, 1994

- [37] Pešák, M.: Optimalizace leteckých konstrukcí z hlediska minimální hmotnosti, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Brno, 2008. Vedoucí dezertační práce Prof. Ing. Antonín Píšťek, CSc.
- [38] Novák, T.: Verifikace deformace strojního dílu, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Brno, 2010. Vedoucí diplomové práce Ing. Miloslav Drápela.

### **Publikace autora**

- [PA1] Horák, M.: Návrh trupu letounu VUT 001 Marabu, Bulletin Asociace strojních inženýrů, s. 7-11, Praha, 2010
- [PA2] Jebacek, I., Horak, M.: Possibilities and Methods of In-flight Loading Measurement, Aviation 2012 Vol.16, Taylor and Francis Group, pp. 47-50, Vilnius, ISSN 1648-7788
- [PA3] Horak, M.: Strength Analysis of Thin-walled Spars with Web Openings, Book of Abstract, READ 2012, pp. 31, VUT FSI v Brně, Brno, 2012, ISSN 1425-2104

## Autorův životopis

### Jméno

Marek Horák

### Osobní údaje

Datum narození: 31. 1. 1985  
Místo narození: Brno  
Státní příslušnost: Česká republika  
Národnost: česká  
Rodinný stav: svobodný  
Email: horak@fme.vutbr.cz

### Dosažené vzdělání

2009 – dosud Letecký ústav, Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně  
Technická 2, 616 69 Brno  
Specializace: Konstrukční a procesní inženýrství – postgraduální studium

2007 – 2009 Letecký ústav, Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně  
Technická 2, 616 69 Brno  
Specializace: Stavba letadel – magisterské studium

2004 – 2007 Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně  
Technická 2, 616 69 Brno  
Specializace: Strojní inženýrství – bakalářské studium

2000 – 2004 Střední průmyslová škola a Vyšší odborná škola technická Brno  
Sokolská 1, 602 00 Brno  
Specializace: Počítačová grafika

### Jazykové znalosti

Angličtina

### Zaměstnání

2012 – dosud Letecký ústav, Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně  
Technicko-hospodářský pracovník – Sekce zkoušek letadel

2009 – 2011 Letecký ústav, Fakulta strojního inženýrství, VUT v Brně  
Technický pracovník – Centrum leteckého a kosmického výzkumu

### Vědecko–výzkumná činnost

2012 řešitel grantového projektu BD13202029  
s názvem „Analýza vlivu diagonálního tahu na únosnost nosníku“

2011 řešitel grantového projektu BD13102030  
s názvem „Pevnostní analýza nosníku s tenkou stojinou s otvory“

### Konference a semináře

2012 Konference READ 2012, Brno, příspěvek

2012 Studentská vědecká konference, VUT v Brně, příspěvek

2011 Konference ICEAF II, Mykonos, příspěvek

2010 Seminář CLKV 2010, Praha, příspěvek