



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO
INŽENÝRSTVÍ
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

**MODELOVÁNÍ SILOVÝCH ÚČINKŮ PŮSOBÍCÍCH NA DOPRAVNÍ A MANIPULAČNÍ
ZAŘÍZENÍ S CÍLEM JEJICH OPTIMALIZACE**

MODELLING OF LOAD IMPACTS ACTING ON TRANSPORT AND HANDLING EQUIPMENTS
WITH THE AIM OF THEIR OPTIMIZATION

DIZERTAČNÍ PRÁCE
DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Ing. Antonín Šťastný

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Doc. Ing. Miroslav Škopán, CSc.

BRNO 2015

Motto:

*„Inženýrství je umění vytvořit za jeden dolar to, co jinak každý břídil
zvládne za dva“*

Arthur Mellen Wellington

Zadání dizertační práce

Charakteristika problematiky úlohy:

Navrhňte ucelenou metodiku, která vede k optimálnímu uspořádání již koncepčně zvolených návrhů nosných uzlů dopravních a manipulačních zařízení. V navržené metodice využijte moderní výpočtové modely parametrického typu a matematické optimalizační metody. Na základě studia odborné literatury a publikací z daných oblastí vyberte vhodné dílčí metody pro:

- Hodnocení tvarové stability typických tenkostěnných konstrukcí transportních zařízení, které jsou přímo využitelné v omezujících podmínkách optimalizačního procesu.
- Efektivní řízení výpočtů na parametrických výpočtových modelech s cílem redukce výpočetního času a intervence výpočtáře
- Vyhodnocení výsledků z parametrických výpočtových modelů tak, aby byly přímo využitelné pro zvolené optimalizační metody.

Pro praktickou implementaci navržené metodiky využijte dostupné programové balíky pro tvorbu konečno-prvkových modelů a jejich automatickou přípravu a zpracování výsledků (např.: Ansys, MSC Nastran, Abaqus, Matlab, Maple, Scilab, Mathcad).

Navrženou metodiku aplikujte a její přínos zhodnoťte na příkladu hmotnostní optimalizace neztuženého skříňového nosníku jeřábové traverzy o délce 4m a nosnosti 20 tun. K formulaci mezních stavů a optimalizačního problému využijte platné normy a nařízení.

Cíle, kterých má být dosaženo:

- Vypracování analýzy dílčích metod vhodných k sestavení optimalizační metodiky.
- Sestavení obecné formy metodiky, která podle obecně zvoleného optimalizačního kritéria (kritérií) generuje optimální variantu již koncepčně navržených nosných uzlů dopravních a manipulačních zařízení.
- Porovnání různých numerických přístupů pro predikci ztráty tvarové stability tenkostěnných konstrukcí s možností jejich přímého využití v optimalizačním procesu.
- Aplikace navržené metodiky na konkrétní problém řešení optimálního uspořádání skříňového nosníku jeřábové traverzy s cílem redukce hmotnosti při splnění všech legislativních a normativních požadavků nutných pro prokázání kompetence konstrukce.

Základní literární prameny:

- JANÍČEK, Přemysl. Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: hledání souvislostí 1. vyd. Brno: CERM, 2007, 1 sv. ISBN 978-80-7204-556-32.
- CRISFIELD, M. Non-linear finite element analysis of solids and structures. 1st ed. Hong Kong: Wiley, 1997, 494 s. ISBN: 04-719-5649-X.
- TRAHAIR, N. The behaviour and design of steel structures to EC3. 4th ed. New York: Taylor, 2008, 490 p. ISBN 978-020-3935-934.
- ECCS. Buckling of Steel Shells- European Design Recommendations. 5th edition. ECCS, 2008. p. 384. ISBN: 92-9147-000-92
- MONTGOMERY, Douglas C. Design and analysis of experiments. 8th edition. Hoboken, NJ: John Wiley, 2013, 730 pages. ISBN: 9781118146927.
- RAO, S. Engineering optimization: theory and practice. 4th ed. Hoboken, N.J.: John Wiley, 2009, 813 s. ISBN: 978-0-470-18352-6.
- Normy

ABSTRAKT

Předložená dizertační práce se zabývá využitím moderních výpočtových a optimalizačních metod při optimalizaci nosných uzlů ocelových konstrukcí manipulačních zařízení. Cílem práce je návrh ucelené metodiky umožňující generování optimálních rozměrů již koncepčně navržených nosných uzlů ocelových konstrukcí manipulačních zařízení.

Navržená metodika je tvořena souborem dílčích metod, jejichž postupná aplikace vede k optimální rozměrové konfiguraci řešeného uzlu konstrukce vzhledem ke zvolenému kritériu. V práci jsou využívány metody pro plánování experimentů, parametrické konečno-prvkové modely, moderní metody pro hodnocení tvarové stability, matematické aproximační metody a moderní optimalizační schémata založená na gradientní i heuristické bázi. Při řešení nelineární analýzy stability jsou prakticky aplikována doporučení z Eurokódu 3 pro zavádění imperfekcí do konečno-prvkového modelu.

Praktická část práce je zaměřena na optimalizaci svařovaných nosníků. Princip metodiky je krok po kroku ilustrován na případové studii návrhu hmotnostně optimalizované nosné traverzy o nosnosti 20 tun.

V rámci dizertační práce je navržená metodika realizována v prostředí programu Matlab, ve kterém jsou rovněž realizovány některé dílčí metody včetně aplikace matematických optimalizačních metod. Pro srovnání a vzájemnou verifikaci jsou aplikovány gradientní i heuristické metody. Strukturální výpočty jsou prováděny na parametrických konečno-prvkových modelech vytvořených v parametrickém programovacím jazyce APDL systému Ansys. Metodika řeší možnost ztráty tvarové stability tenkostěnných tlakově zatížených prvků konstrukcí pomocí automatizovaného vyhodnocení dat z nelineární analýzy stability na imperfektovaných konečno-prvkových modelech. Výstupem algoritmu je optimalizovaný návrh rozměrů konstrukce, který minimalizuje účelovou funkci a vyhovuje všem požadavkům zadaných v podobě omezujících podmínek.

Klíčová slova: Parametrické modely, MKP, optimalizace, tenkostěnné konstrukce, ztráta stability, metamodel

ABSTRACT

This PhD thesis deals with employment of the state of the art methods of mathematical optimization and structural analysis in the field of load carrying steel structures of handling devices. The goal of the thesis is to compile a methodology which enables generating of optimal dimensions of conceptually designed load carrying parts of handling devices.

The proposed methodology is composed of sub-methods which are successively applied to find an optimal configuration of structure according to a chosen criterion. The methodology incorporates sub-methods such as Design of Experiments, parametric finite-element modelling, the state of the art computational methods for stability assessment, mathematical approximation methods and state of the art optimization schemes based of both, heuristic and gradient principle. Recommendations from Eurocode 3 are used to introduce imperfections to the finite element model in order to perform the nonlinear buckling analysis.

The practical part of this thesis is focused on optimization of welded beams. The principle of the methodology is in detail explained and demonstrated on an example of lifting spreader beam of load carrying capacity of 20 tons.

The proposed methodology is practically realized by an algorithm created in Matlab software. Matlab is also utilized to implement some sub-methods including mathematical optimization schemes. Both, gradient and heuristic optimization algorithms are used for comparison and mutual verification. Structural analysis is performed by means of parametrical finite-element models which are built in the Ansys Parametric Design Language (APDL). The methodology takes into account buckling, which is inherent to thin walled structures under compressive load. The buckling analysis is performed by means of both, linear and non-linear procedures in Ansys. The output of the algorithm is an optimized configuration of the structure, which minimizes the objective function and complies with all requirements implemented in the form of design constraints.

Key words: Parametrical models, FEM, optimizations, thin walled structures, loss of stability, metamodel

PROHLÁŠENÍ AUTORA O PŮVODNOSTI PRÁCE

Já, Antonín Šťastný, prohlašuji, že jsem dizertační práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité prameny a literaturu.

V Brně dne 1.7.2015

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

ŠŤASTNÝ, A. *Modelování silových účinků působících na dopravní a manipulační zařízení s cílem jejich optimalizace*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 113 s. Vedoucí dizertační práce doc. Ing. Miroslav Škopán, CSc..

PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych rád poděkoval svému školiteli Doc.Ing.Miroslavu Škopánovi, CSc. za vypsání tématu a vedení práce. Děkuji také kolegům z odboru transportních a stavebních strojů, kteří mi pro zpracování práce vytvořili přátelské prostředí. V neposlední řadě děkuji svým rodičům a přátelům, kteří mi byli při studiu velikou oporou.

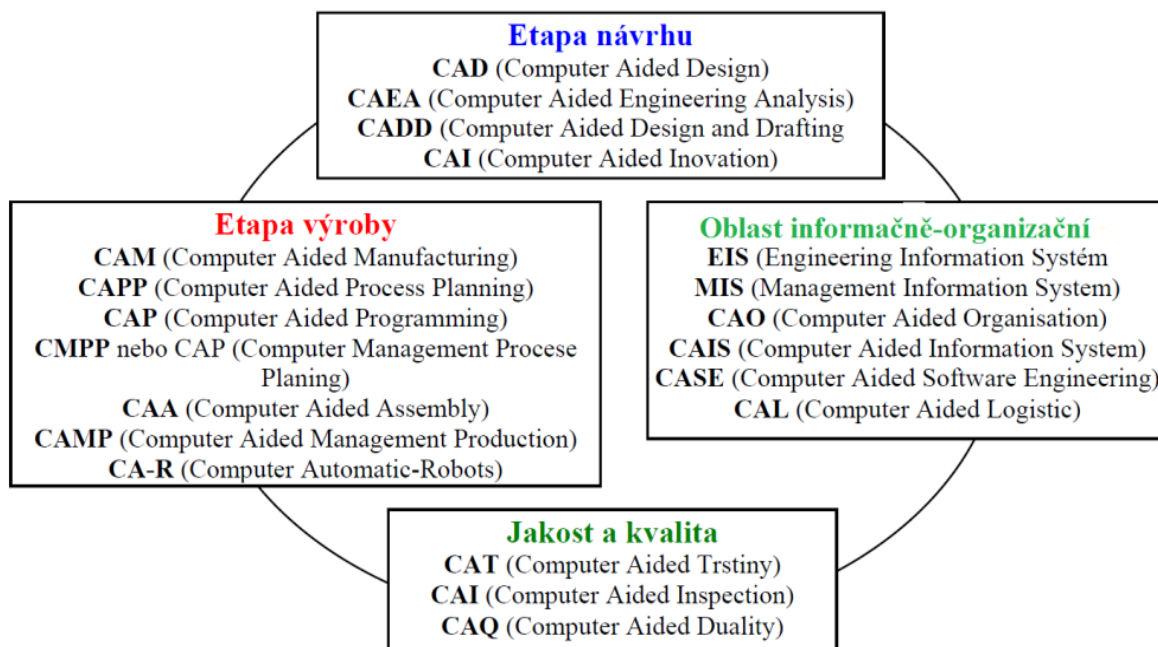
OBSAH

Obsah.....	9
1 Úvod.....	11
2 Popis řešené problematiky	13
2.1 Formulace řešeného problému.....	17
3 Modelování v inženýrství.....	18
3.1 Výpočtové modelování.....	18
3.2 Postup řešení problémů modelováním	20
4 Analýza dílčích metod.....	21
4.1 Metoda konečných prvků	21
4.1.1 Základní typy konečno-prvkových modelů.....	22
4.1.2 Základní typy konečno-prvkových analýz	23
4.2 Plánování a analýza experimentu, metamodeling	25
4.2.1 Plánování experimentů.....	26
4.2.2 Některé důležité aproximační metody.....	29
4.2.3 Hodnocení kvality metamodelů	32
4.3 Optimalizace.....	35
4.3.1 Vymezení optimalizačního problému	35
4.3.2 Matematické optimalizační metody	37
4.4 Ztráta stability konstrukcí.....	42
4.4.1 Kvalitativní popis ztráty tvarové stability	43
4.4.2 Výpočtová predikce zatížení způsobující ztrátu tvarové stability.....	51
5 Aplikace optimalizačních metod při návrhu svařovaných nosníků manipulačních zařízení.....	57
6 Ucelený popis navržené optimalizační metodiky.....	59
7 Aplikace navržené metodiky	63
7.1 Formulace optimalizačního problému	63
7.1.1 Účelová funkce.....	63
7.1.2 Omezující podmínky.....	63
7.2 Řešení optimalizačního problému	68
7.2.1 Parametrický konečno-prvkový model	68
7.2.2 Využití typy konečno-prvkových analýz.....	69

7.2.3	Aplikované experimentální plány	73
7.2.4	Konstrukce metamodelů.....	75
7.2.5	Aplikované optimalizační algoritmy	76
7.2.6	Řešení 2D varianty	77
7.2.7	Řešení 4D varianty	84
7.2.8	Verifikace konečno-prvkového modelu	94
8	Závěr.....	98
9	Seznam použitých zkratk.....	100
10	Seznam použitých symbolů a jednotek	101
11	Seznam citovaných zdrojů	103
Příloha A	Verifikace modelu: m-skript	108
Příloha B	Zdrojová Data, 2D varianta	109
Příloha C	Zdrojová Data, druhý krok 4D varianty	112
Příloha D	Softwarová realizace	113

1 ÚVOD

Proces konstruování prošel v posledních dvaceti letech řadou zásadních metodologických změn spojených zejména s nasazováním výpočetní techniky a CAx technologií (obr. 1.1). CAD systémy přinesly lepší možnosti vizualizace a zvýšení produktivity práce konstruktérů.



Obr. 1.1 CAx systémy [1]

CAEA systémy doplňují CAD systémy o možnost vytváření výpočtových modelů různých typů, které slouží k predikci chování navrhovaného výrobku v různých konfiguracích a za různých podmínek. Tyto modely bývají často označovány jako „virtuální prototypy“, protože pomocí těchto modelů jsme schopni experimentovat s navrhovaným výrobkem, aniž bychom fyzicky cokoli vytvořili. Práce s touto abstraktní formou modelu je ve srovnání s fyzicky vytvořenými modely velmi pružná, protože umožňuje získání výsledků ve velmi krátkém čase a s relativně nízkými náklady.

Při návrhu výrobku jsou vždy některé parametry pevně zadány a některé může konstruktér měnit. V oboru nosných konstrukcí manipulačních zařízení bývá pevně zadaná například nosnost konstrukce, pracovní teplota, životnost, maximální hmotnost, cena, přičemž na volbě konstruktéra zůstává návrh koncepce konstrukce, materiálů a rozměrů. Po návrhu koncepčního řešení konstrukce se obvykle postupuje iterativním způsobem od výchozí až ke konečné podobě zvoleného koncepčního řešení. Výchozí konfigurace často vychází z podobného, již realizovaného řešení, které se postupně modifikuje tak dlouho, dokud nesplní všechny požadavky. Z konstrukčního pohledu je nutné konstrukci navrhnout a dimenzovat tak, aby splnila všechny pevnostní, legislativní, technologické a funkční požadavky. Silně konkurenční prostředí posunuje do popředí ekonomická kritéria, které žádají co nejnižší náklady z důvodu zvýšení konkurenceschopnosti a maximalizace zisku. Snahou vývojářů je nalézt optimální uspořádání konstrukcí, která minimalizují cenu za současného

splnění všech dalších požadavků. Někdy je ekonomická stránka druhotná a prioritní je například dosažení co nejnižší hmotnosti nebo tuhosti.

Splnění naznačených požadavků vyžaduje nasazení komplexních přístupů, které dokážou simultánně zohledňovat všechny požadavky a generovat výsledné řešení. Jelikož hledáme řešení optimální vzhledem ke zvolenému optimalizačnímu kritériu (kritériím), nabízí se možnost využití teorie matematické optimalizace, kdy řešitel formuluje tzv. optimalizační problém. V tomto problému vystupuje vše, co konstruktér může měnit, jako konstrukční (návrhová) proměnná, optimalizační kritérium má podobu účelové funkce a všechny další požadavky jsou formulovány jako omezující podmínky. Ve výsledku se často jedná o soubor rovnic a nerovnic, které se řeší na předem vymezeném definičním oboru, který v tomto případě nazýváme návrhovým prostorem. Optimalizace je ve srovnání s klasickým přístupem náročnější, protože jsou uplatňovány poměrně složité matematické metody na rozdíl od převažující empirie u klasického přístupu.

Tato práce se zaměřuje na využití matematických optimalizačních metod v oboru ocelových nosných konstrukcí manipulačních zařízení a blíže se specializuje na návrh metodiky, která umožní nalézt optimální uspořádání nosných uzlů vyrobených ze složených průřezů, které jsou používány u celé řady manipulačních zařízení. Optimalizačním kritériem bývá často hmotnost konstrukce, která přímo souvisí s cenou materiálu a náklady na provoz. Lehčí konstrukce totiž znamená nejen úsporu materiálu, ale také redukci pohyblivých hmot a tím úsporu provozních energií.

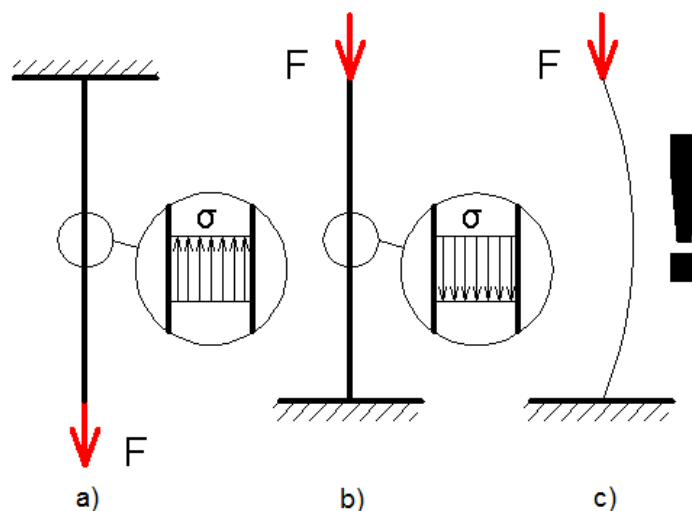
Logickým důsledkem redukce hmotnosti je tenkostěnnost konstrukcí a tím jejich náchylnost ke ztrátě tvarové stability. Ztráta stability tvaru je nejkomplicovanější omezující podmínkou optimalizačního procesu, kterou lze implementovat různými přístupy.

V rámci práce je navržená optimalizační metodika realizována v software Matlab. Data pro optimalizaci jsou generována pomocí parametrických konečno-prvkových modelů vytvořených v jazyce APDL systému Ansys. Princip algoritmu je demonstrován na hmotnostní optimalizaci nosné traverzy o nosnosti 20t.

2 POPIS ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

Požadavky spojené s prokázáním kompetence nosné konstrukce manipulačního zařízení jsou dány legislativně a smluvně. Splnění legislativních požadavků docílíme např. využitím tzv. harmonizovaných norem, které podrobně popisují jednotlivá návrhová kritéria. **Splnění všech normativních požadavků kladených na konstrukci však obecně nezaručuje její optimální uspořádání.** Konstrukční tým má většinou určitou možnost konstrukci dále měnit tak, aby bylo dosaženo optimálního uspořádání vzhledem k určitému kritériu, kterým je velmi často minimální hmotnost konstrukce. Společným znakem konstrukcí manipulačních zařízení je jejich pohyb¹. Opakovaná akcelerace těchto konstrukcí vyžaduje energii, která je úměrná jejich hmotnosti. Lehčí konstrukce tedy neznamena pouze menší spotřebu materiálu na její výrobu, ale také menší spotřebu provozních energií z důvodu redukce setrvačných hmot. Hmotnost konstrukce tedy vstupuje jak do výrobních tak do provozních nákladů a konstruktér ji může na rozdíl od ceny lidské práce zásadním způsobem ovlivnit.

Redukce hmotnosti konstrukcí souvisí se stupněm využití materiálu. Ideálním případem je taková konstrukce, kde je materiál namáhán na jeho mezních hodnotách v celém objemu. Nejjednodušším příkladem takové konstrukce je prutové těleso namáhané prostým tahem (obr. 2.1a) U tlakového namáhání je situace obdobná (obr. 2.1b), ale je zde jeden zásadní problém, kterým je sklon k nestabilitě tvaru štíhlých prvků (obr. 2.1c).

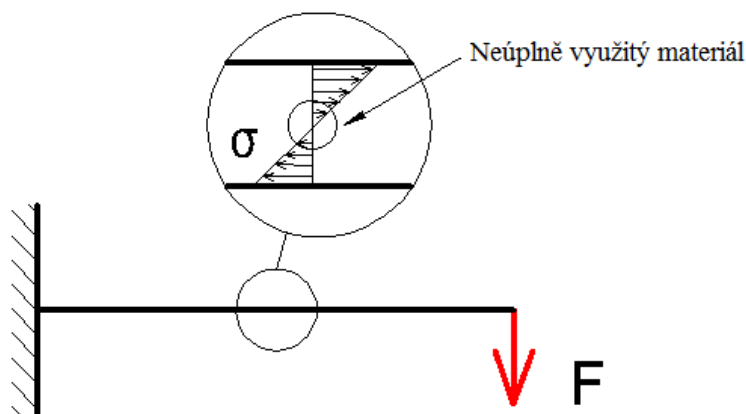


Obr. 2.1 Optimální využití materiálu v příčném průřezu tahově a tlakově namáhaného prutu

Ztrátu tvarové stability můžeme definovat jako mezní stav, při jehož překročení dochází k poměrně rychlé přeměně tlakové energie napjatosti na energii napjatosti ohybovou. Tento jev je vzhledem k diametrálně rozdílné tlakové a ohybové tuhosti doprovázen rychlým nárůstem deformací, které mají často za následek vznik dalšího mezního stavu vedoucího až ke kolapsu konstrukce.

¹ Pohyb nosných konstrukcí manipulačních zařízení je hlavní odlišností ve srovnání se stavebními konstrukcemi, které jsou většinou nepohyblivé vzhledem k zemi. Pohyb konstrukce generuje setrvačné zatížení spojené s tímto pohybem. Stavební konstrukce jsou zpravidla zatíženy pouze silami, které jsou důsledkem tíhového zrychlení.

V manipulační technice ovšem s taženými nebo tlačnými nevystačíme. Konstrukce manipulačních zařízení téměř vždy obsahují nosníky², které přenáší ohyb jako dominantní složku namáhání. Z hlediska využití materiálu jsou na tom ohýbané prvky konstrukcí podstatně hůř než prvky tažené nebo tlačené. Napjatost již není homogenní, ale mění se jak v příčném průřezu, tak po délce prutu³. Na neutrální ose je normálové napětí nulové, což znamená minimálně využitý materiál⁴ (obr. 2.2). Tento problém je výrazný u plnostěnných průřezů a odstraňuje se dvěma základními způsoby.



Obr. 2.2 Využití materiálu v příčném průřezu nosníku

Prvním způsobem je příhradové řešení konstrukce (obr. 2.3). Konstrukce se skládá ze štíhlých prutů, ve kterých během zatěžování převažuje tahová nebo tlaková napjatost, což je ideální z hlediska využití materiálu.



Obr. 2.3 Příklad příhradové konstrukce [2]

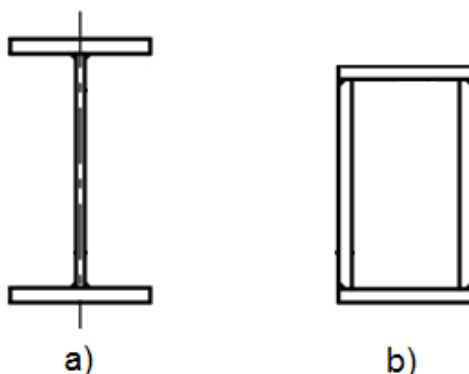
² Nosníkem rozumíme tenkostěnné nebo tlustostěnné prutové těleso s dominujícím ohybovým namáháním.

³ Předpokládám vyvození ohybu posouvající silou

⁴ Působí zde maximální smykové napětí, které je však u nosníků zanedbatelné (dominuje ohyb).

Příhradový nosník jako celek však přenáší i ohyb. Z praktického hlediska však nelze každý prut příhradové konstrukce dimenzovat individuálně a používá se většinou jednotný průřez podobných prutů. Výhodou této koncepce je nízká hmotnost, nevýhodou jsou vysoké výrobní náklady. Kvůli vysokým výrobním nákladům spojených s technologickou náročností výroby se dnes od těchto typů konstrukcí ustupuje. Výjimkou jsou konstrukce silně zatížené větrem jako např. stavební věžové jeřáby. Optimalizace příhradových konstrukcí není předmětem této práce.

Druhým způsobem je využití složených průřezů. Tyto průřezy se skládají z pásnic přenášejících převážně ohybový moment a stojin přenášejících převážně smyk. Podle uvedeného pravidla se stojiny a pásnice také obvykle dimenzují. Tyto průřezy se dělí podle technologie výroby na válcované, svařované a nýtované. Podle typu příčného průřezu rozlišujeme průřezy otevřené (obr. 2.4a) a uzavřené (obr. 2.4b). Otevřené průřezy jsou však velmi poddajné při kroucení.



Obr. 2.4 Příklady složených průřezů [3]

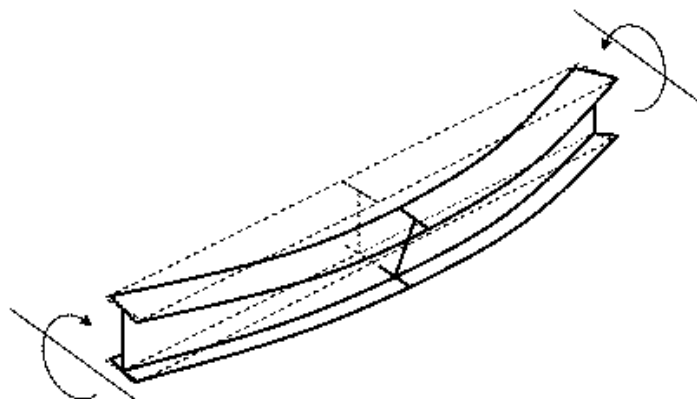
Nosníky ze složených průřezů lze navrhnout různým způsobem. V podstatě se jedná o parametrický návrh, kde výpočtář volí rozměrové parametry tak, aby vyhověl dané aplikaci. Snahou je rozměry stanovit tak, aby bylo požadované zatížení přeneseno při minimální hmotnosti a požadované tuhosti konstrukce. Ohýbané nosníky mají část příčného průřezu tlačenu, což znamená riziko ztráty tvarové stability. Otázka ztráty tvarové stability je aktuální u konstrukcí, které se snažíme odlehčovat, protože snižování hmotnosti vede na tenkostěnnost.

Složené ohýbané nosníky mohou ztratit stabilitu tvaru ve dvou základních módech v závislosti na typu zatížení, uspořádání průřezu a okrajových podmínkách.

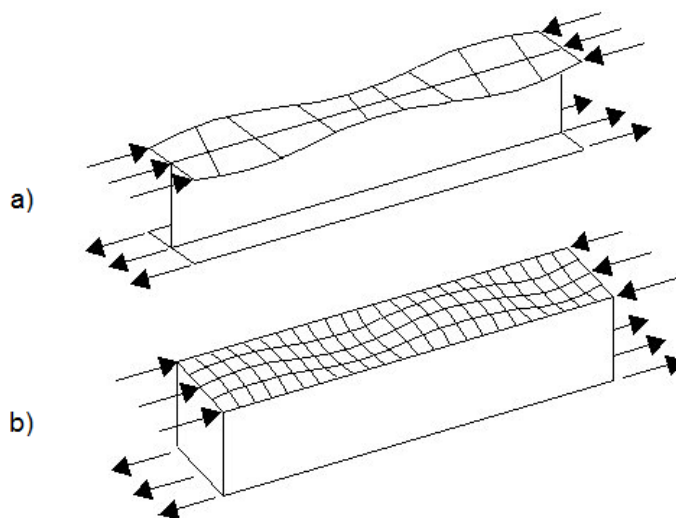
- Prvním módem je klopení nosníku⁵, které je módem globálním (obr. 2.5).
- Druhým módem je lokální boulení pásnic a/nebo stojin (obr. 2.6).

Ztráta stability musí být při optimalizaci konstrukce patřičně zohledněna v podobě omezujících podmínek. Pro predikci zatížení na počátku nestabilního chování existuje několik přístupů s různým stupněm přesnosti a výpočetní náročnosti.

⁵ V anglicky psané literatuře je tento mód označován jako „Lateral Torsional Buckling“



Obr. 2.5 Klopení nosníku - globální mód ztráty stability tvaru [4]



Obr. 2.6 Lokální boulení pásnic při ohybu [5]

Je prokázáno, že zatížení, při kterém konstrukce ztrácí stabilitu tvaru je výrazně ovlivněno imperfekcemi konstrukce⁶. V zohlednění imperfekcí se liší i výpočetní přístupy. Nejjednodušší modely imperfekce jednoduše ignorují. Takto vypočtené zatížení však může být nekonzervativním odhadem skutečného zatížení způsobující nestabilní chování. Sofistikovanější metody imperfekce zohledňují a poskytují mnohem přesnější výsledky za cenu větší výpočetní náročnosti. Přístupy se obecně dají rozdělit na analytické, analyticko-empirické a numerické. Analytické přístupy jsou postaveny na silně zjednodušujících předpokladech a jsou poměrně složité i pro jednouché nosníky. Numerické přístupy si poradí s konstrukcemi komplexnějších tvarů a okrajových podmínek. Analyticko-empirické metody obvykle využívají analyticky vypočtené kritické zatížení pro stanovení štíhlosti pro odečítání z příslušné mezní křivky.

Vzhledem k tomu, že u hmotnostně optimalizovaných konstrukcí pracujeme s tenkostěnnými prvky, které se pohybují na hranici mezních stavů⁷, je nutné do optimalizačního procesu zahrnout predikci zatížení způsobujícího ztrátu tvarové stability. Jelikož existuje více

⁶ Imperfekce je odchylkou od ideálního stavu

⁷ Např. mezní stav pružnosti, mezní stav stability tvaru

přístupů, je třeba vybrat takový přístup, který poskytne co nejlepší výsledky a zároveň umožní zakomponování do automaticky běžícího optimalizačního algoritmu. V práci jsou využity moderní normativní postupy, protože jejich přímá aplikace v optimalizačním algoritmu je vhodná ke kvalifikaci konstrukce.

Pro návrh metodiky je důležitá forma popisu účelové funkce a omezujících podmínek optimalizace. Ideálním případem je popis formou spojitých funkcí více reálných proměnných nad celým návrhovým prostorem. Tento popis je možný v případě využití analytických metod pružnosti a pevnosti pro popis návrhových kritérií. Optimalizační algoritmus je potom schopen velmi rychle vyčíslovat funkční hodnoty návrhových kritérií a jeho práce je velmi rychlá. Analytický popis je však možný jen pro jednouchá abstrahovaná tělesa. Všechna návrhová kritéria konstrukcí manipulačních zařízení analyticky popsat nelze, protože se většinou jedná o konstrukce vybočující z předpokladů pro abstrahovaná tělesa. Z uvedeného důvodu je v praxi a také v této práci pro analýzu těchto konstrukcí využívána MKP, která nevyžaduje tak vysoký stupeň abstrakce jako analytické metody. MKP však není schopná přímo poskytnout spojitý funkční popis všech návrhových kritérií nad celým návrhovým prostorem. Jedna konečno-prvková analýza poskytne pouze sadu výsledků v jednom bodě návrhového prostoru (tj. pro jednu konkrétní konfiguraci řešeného konstrukčního uzlu). Celou situaci dále komplikuje skutečnost, že jedna analýza může trvat řádově hodiny. Optimalizace s přímým propojením konečno-prvkových analýz na optimalizační algoritmus se jeví jako prakticky nerealizovatelná a proto je potřeba využít metody, které umožní realizaci optimalizačního algoritmu v rozumném čase.

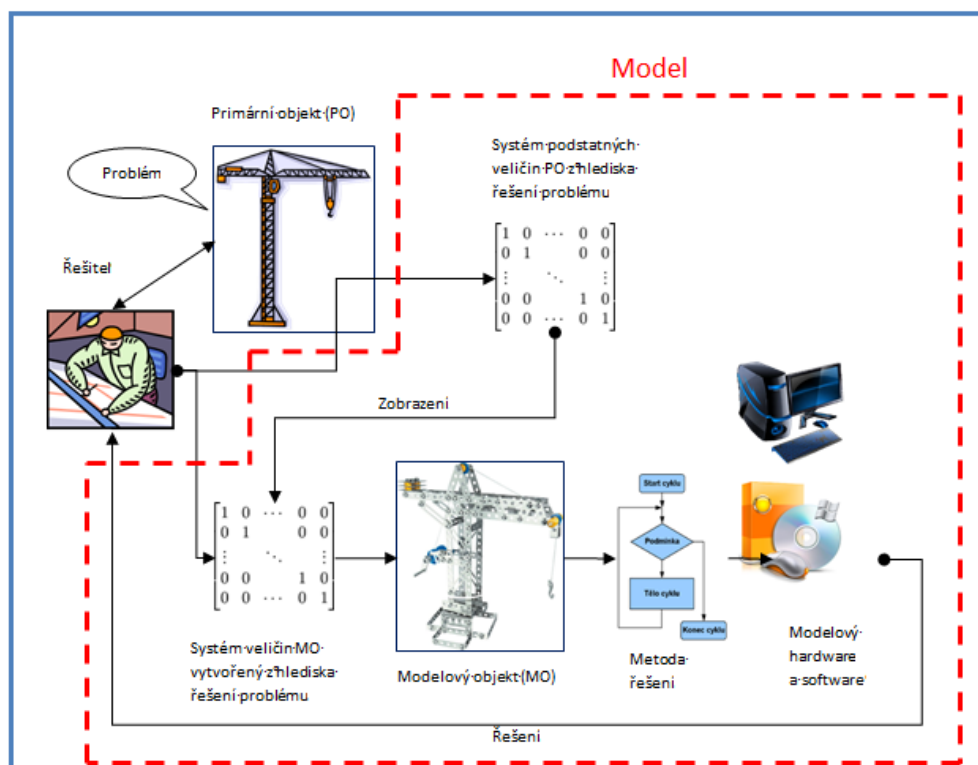
2.1 FORMULACE ŘEŠENÉHO PROBLÉMU

Na základě výše uvedeného popisu problémové situace lze problém řešený v této práci formulovat následovně:

Návrh optimalizační strategie, která umožní generování optimálních rozměrů koncepčně navržených prvků ocelových nosných konstrukcí manipulačních zařízení. Navržená strategie má využít moderní výpočtové a optimalizační metody. Ztráta stability tvaru má být zakomponována do omezujících podmínek optimalizace s využitím soudobých postupů pro ocelové konstrukce.

3 MODELOVÁNÍ V INŽENÝRSTVÍ⁸

V nejobecnějším pojetí se dá říct, že modelování je práce s modelem. Ve vědě a výzkumu můžeme model definovat jako účelově zjednodušené zobrazení primárního (navrhovaného) objektu (PO) vytvořené za účelem řešení problému. Z detailního pohledu je na model nutno nahlížet jako na soustavu prvků naznačených na obr. 3.1.



Obr. 3.1 Struktura modelu

Podle podoby modelového objektu (MO) lze modelování rozdělit na:

- **Modelování materiální** - modelovým objektem je fyzický objekt, na kterém se realizuje experiment.
- **Modelování abstraktní** - modelem je abstraktní objekt. Do této kategorie patří také modelování výpočtové, kde modelovým objektem je řešitelná matematická teorie. Předmětem této práce je výhradně tento typ modelování.
- **Modelování hybridní** - je průnikem materiálního a abstraktního modelování

3.1 VÝPOČTOVÉ MODELOVÁNÍ

V inženýrství bývá často prvním krokem řešení problému jeho matematizace. Matematická forma popisu problému je nutná pro využití matematických teorií. Právě řešení matematizované formy problému je základním znakem výpočtového modelování.

⁸ Tato kapitola je zpracována na základě terminologie zavedené v učebních textech P. Janíčka [41].

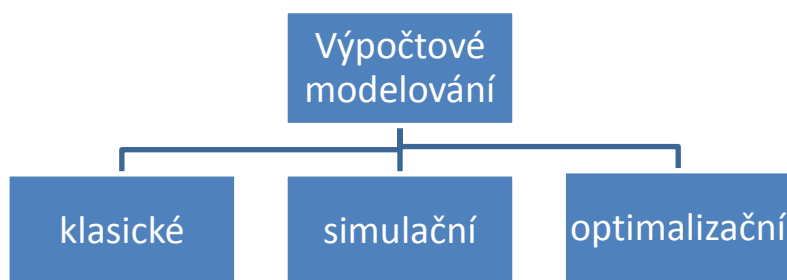
V oboru mechaniky těles lze použitelné matematické teorie stručně shrnout do následujících skupin:

- **Analytické** - teorie formulované na základě zjednodušujících předpokladů pro základní tělesa (pruty, stěny, desky, skořepiny...) vedoucí na řešení diferenciálních rovnic.
- **Numerické** - numerické řešení problémů mechaniky kontinua např. MKP.
- **Metody umělé inteligence** - např.: neuronové sítě, genetické algoritmy

Numerické modely jsou časově a výpočetně náročné, ale ve srovnání s analytickými modely umožňují řešit komplexnější problémy na výkonných počítačích. Využití numerických výpočtových modelů otevírá zcela nové možnosti při řešení komplexních problémů obecné multidisciplinární povahy. V této práci budou využívány převážně numerické modely založené na aplikaci metody konečných prvků. Analytické modely lze využít pro verifikaci.

Na obr. 3.2 je znázorněno základní rozdělení výpočtového modelování. Jednotlivé typy lze definovat následovně:

- **Klasické** - jeho účelem je řešení problémů souvisejících se zjišťováním **stavu** PO při určitých, předem daných, hodnotách proměnných veličin (zatížení, vazby, geometrie). Např.: Známe geometrii, zatížení, vazby, materiál a určíme napětí a deformaci.
- **Simulační** - jeho účelem je řešení problémů souvisejících se zjišťováním potenciálně možného **chování** PO při změně ovlivňujících veličin. Ve své podstatě jde o zjišťování průběhu odezvy při změně vstupních proměnných.
- **Optimalizační** – hledáme optimální uspořádání primárního objektu vzhledem ke zvoleným kritériím za dodržení omezujících podmínek.



Obr. 3.2 Rozdělení výpočtového modelování

V této práci jsou využívány postupně všechny tři typy výpočtového modelování. Klasické modelování je využíváno pro učení stavu napjatosti a deformace zatížené konstrukce. Simulační modelování je aplikováno při analýze chování tenkostěnné konstrukce při ztrátě stability tvaru (nelineární stabilitní analýza s imperfekcemi). Optimalizační modelování je aplikováno na vytvořené metamodely (viz. dále) pro hledání optimálního uspořádání řešeného prvku konstrukce.

3.2 POSTUP ŘEŠENÍ PROBLÉMU MODELOVÁNÍM

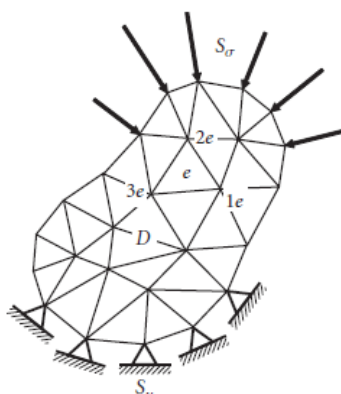
- **Formulace problému** - na základě analýzy problémové situace vzniklé při konstrukci primárního objektu (výrobku) je řešitelem formulován problém.
- **Návrh a realizace vhodného modelu** - na základě formulace problému je řešitelem navržen systém podstatných veličin primárního objektu z hlediska řešeného problému. Tento systém je následně vhodně zobrazen na systém veličin modelového objektu. Součástí modelu je také vhodná metoda (algoritmus) řešení a modelový hardware a software nutný k její realizaci. Vhodným propojením všech prvků získáme funkční model obecně znázorněný na obr. 3.1.
- **Konkretizace modelu** - zadání konkrétních hodnot vstupních údajů
- **Verifikace** - proces ověření správnosti získaných výsledků (řešení) např. pomocí experimentálních metod nebo výpočtem s využitím odlišného přístupu.
- **Práce s modelem za účelem vyřešení problému** - realizace potřebných experimentů popř. simulací za účelem vyřešení problému na primárním objektu.

4 ANALÝZA DÍLČÍCH METOD

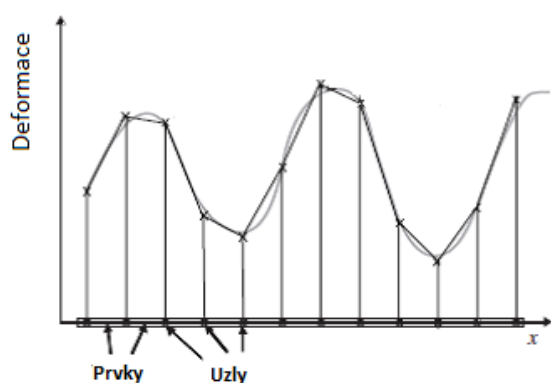
Tato část práce obsahuje analýzu dílčích metod, které se jeví jako vhodné pro zahrnutí do navrhované optimalizační metodiky. Popis jednotlivých metod obsahuje vznik, využití a softwarovou implementaci.

4.1 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ

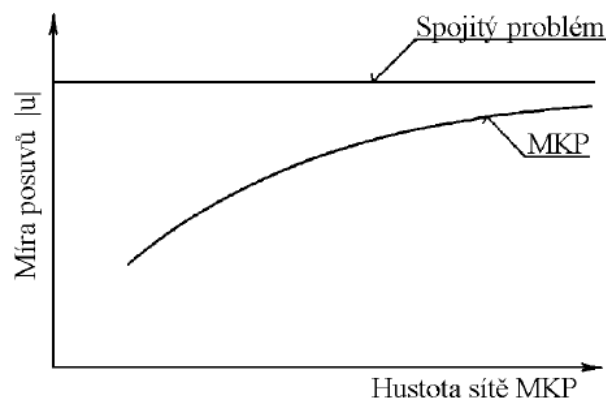
Metoda konečných prvků vznikla díky potřebě řešit složité úlohy strukturní analýzy v inženýrské praxi a má dnes zcela dominantní postavení. Její počátky lze vysledovat v práci Alexandra Hrennikoffa (1941) a Richarda Couranta (1942) [6]. Základní principy MKP byly Prof. Zienkiewiczem uceleně popsány již v roce 1967 v první knize o MKP [7]. Následně byla vydána řada knih, které se jak teoreticky tak prakticky zaměřují na danou problematiku. Charakteristickým znakem MKP je diskretizace spojitého prostředí na prvky konečných rozměrů (obr. 4.1), na rozdíl od nekonečně malých prvků využívaných v klasických analytických metodách. Problém hledání spojitých funkcí řešením diferenciálních rovnic, který je analyticky velmi obtížně řešitelný a prakticky aplikovatelný jen u několika základních těles, je převeden na hledání konečného počtu neznámých parametrů. MKP je využívána především ve své deformační variantě, kdy řešíme aproximaci spojitého pole posuvů v diskretních bodech (tzv. uzlech) sítě [8]. Aproximace posuvů jsou tím přesnější, čím je diskretizace jemnější (obr. 4.2 a obr. 4.3).



Obr. 4.1 Diskretizace kontinua [9]



Obr. 4.2 Aproximace spojitého pole posuvů [9].



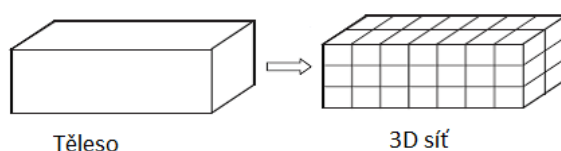
Obr. 4.3 Konvergence MKP [8].

Algoritmy metody jsou stále zdokonalovány. Optimalizovány jsou převážně řešiče, síťovací algoritmy a jsou také vyvíjeny nové formulace prvků. Pro praktické využití jsou algoritmy MKP implementovány do programových CAEA systémů. Mezi nejznámější patří jistě Ansys, Abaqus a MSC Nastran. V této práci bude MKP využívána k realizaci numerických výpočtových modelů v podobě v jaké je implementována v programovém systému Ansys verze 13. Výběr tohoto konkrétního systému byl ovlivněn jeho dostupností na fakultě, oblíbeností v praxi, dobrou uživatelskou podporou a zejména možností programování a vytváření parametrických modelů v jazyce APDL.

4.1.1 Základní typy konečno-prvkových modelů

Objemové modely (obr. 4.4)

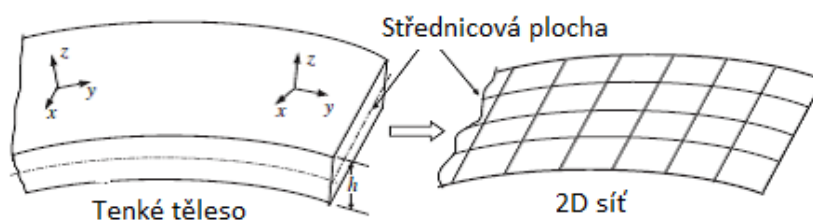
Obecně lze všechny modely vytvořit ze 3D prvků. Tyto prvky jsou schopny při adekvátní hustotě sítě zachytit všechny potřebné detaily u všech typů konstrukcí. U „objemnějších“ konstrukcí však veliký počet prvků způsobuje časovou náročnost výpočtu a u komplexnějších konstrukcí dokonce jeho neproveditelnost. Tato komplikace se řeší vyšším stupněm abstrakce modelu, např. využitím prutových nebo skořepinových prvků.



Obr. 4.4 Objemový model [9]

Skořepinové modely (obr. 4.5)

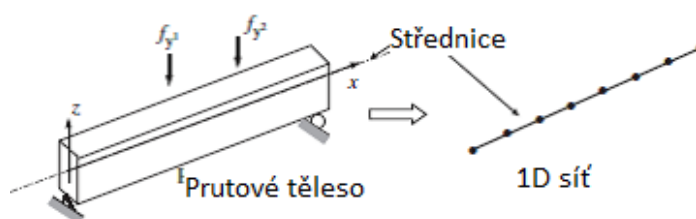
V případě tenkostěnných konstrukcí lze geometrii reprezentovat střednicovými plochami a tloušťku zadat jako parametr. Skořepinové prvky jsou založené na Kirchhoffově nebo Mindlinově teorii. Skořepinové modely mají mnohem menší počet stupňů volnosti ve srovnání s 3D modely, což podstatně redukuje výpočetní náročnost. Cenou za zjednodušení je téměř nemožné hodnocení napětí v blízkosti nehladkých napojení skořepinových prvků a snížená možnost hodnocení míst s možnou koncentrací napětí. **Skořepinové modely jsou v oboru transportních strojů nejpoužívanější, protože umožňují v poměrně krátkém čase hodnotit únosnost konstrukce jako celku včetně tvarové stability.**



Obr. 4.5 Skořepinový model [9]

Prutové modely (obr. 4.6)

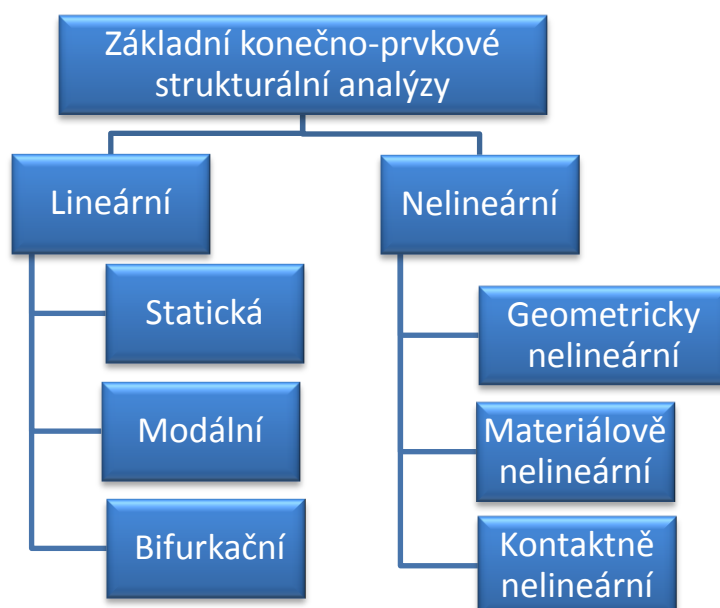
Součásti prutového charakteru mohou být s dostatečnou přesností modelovány pomocí prutových nebo nosníkových prvků. Geometrie prutu je reprezentována pomocí střednice a rozměry příčného průřezu jsou zadány jako parametry. V závislosti na počtu stupňů volnosti rozlišujeme prvky prutové s pouze tahovou/tlakovou tuhostí (označované LINK nebo TRUSS) nebo prvky nosníkové s tahovou/tlakovou a ohybovou tuhostí (označované BEAM). Nosníkové prvky jsou založené na Euler-Bernoulliho nebo Timoshenkově teorii. Prutové a nosníkové prvky, obdobně jako skořepinové, neumí zachytit koncentraci napětí v blízkosti napojení a jsou vhodné pro hodnocení napjatosti v místech dostatečně vzdálených od spojů. Prutové prvky jsou vhodné pro modelování příhradových konstrukcí a představují největší možné zjednodušení, protože přenáší pouze axiální síly (namáhání prostým tahem/tlakem). Nosníkové prvky mají obecnější využití např. při řešení rámců.



Obr. 4.6 Nosníkové prvky (BEAM) [9]

4.1.2 Základní typy konečno-prvkových analýz

Metodou konečných prvků lze řešit nejrůznější multidisciplinární problémy. Jelikož se tato práce zaměřuje na optimalizaci nosných konstrukcí výhradně ze strukturálního hlediska, budou využívány pouze strukturální typy analýz. Obr. 4.7 znázorňuje základní typy analýz.



Obr. 4.7 Základní strukturální konečno-prvkové analýzy.

Nejpoužívanější analýzou v oboru ocelových nosných konstrukcí je lineární statická napět'ově-deformační analýza. Tato analýza bývá většinou doplněna o bifurkační popř. modální analýzu v závislosti na charakteru řešeného problému.

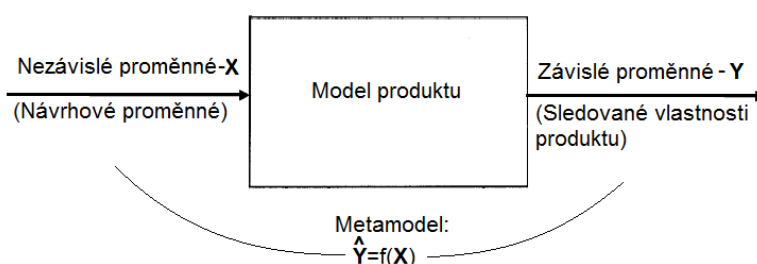
Uvedená kombinace analýz je většinou plně postačující z následujících důvodů:

- Ocel má v oblasti malých přetvoření lineární závislost napětí - poměrné přetvoření popsanou Hookeovým zákonem
- U nosných konstrukcí transportních strojů se nepřipouští veliké posuvy a/nebo trvalé deformace (ve výpočtech tedy není třeba obvykle uvažovat geometrickou nelinearitu a plasticitu)
- Kontakty lze při globální analýze konstrukce považovat za tuhé spoje=lineární řešení

Při řešení stabilitních problémů s uvážením imperfekcí je nutné přistoupit na geometricky nelineární analýzu, která zohledňuje vliv velikých posuvů na průběh vnitřních sil. Tato analýza vyžaduje iterativní řešení, přičemž výstupem je průběh napětí a posuvů konstrukce v závislosti na zatížení. Z výsledků této analýzy lze poměrně přesně usoudit o stabilitě konstrukce.

4.2 PLÁNOVÁNÍ A ANALÝZA EXPERIMENTU, METAMODELING

Experimentování s modelem je součástí mnoha vědeckých a inženýrských metod. **Správně navržený experiment (může jít jak o fyzický experiment, tak o experiment počítačový) má za cíl při co nejmenším počtu měření (vyčíslení) získat co nejvíce informací o chování navrhovaného produktu⁹.** Chování modelu je možné popsat formou matematické závislosti vektoru výstupních (závislých) proměnných na vektoru proměnných vstupních (nezávislých). Pro studium chování produktu pomocí modelu je důležité alespoň přibližně popsat sledované závislosti při změně nezávislých proměnných. Matematický popis nám umožní lépe pochopit chování navrhovaného produktu a jeho optimální nastavení vzhledem k daným kritériím. Schématické znázornění je na obr. 4.8.



Obr. 4.8 Obecné schéma experimentování na modelu.

Cílem analýzy experimentu může být např.:

- Určení vstupních proměnných s podstatným vlivem na výstupní proměnné (citlivostní analýza).
- Nastavení hodnot vstupních proměnných tak, aby výstupní proměnné dosáhly optimálních hodnot (optimalizace).
- Nastavení vstupních proměnných tak, aby byla minimalizována variabilita výstupu při změně vstupních proměnných v předepsaných mezích (robustní návrh).
- Nastavení vstupních proměnných tak, aby byl eliminován vliv spolupůsobících nekontrolovatelných vlivů (pouze u fyzického experimentu s působením těchto vlivů).

Závislost mezi vstupními a výstupními proměnnými je možno získat více metodami. S využitím analytických výpočtových modelů je v jednoduchých případech možné získat uzavřený funkční popis a tento následně analyzovat. U numerických modelů funkční popis přímo získat nelze. Jednou z možností popisu chování těchto modelů je vytvoření aproximačního matematického popisu z množiny dat získaných výpočtem nebo měřením při vhodně volených nastaveních vstupních proměnných.

Ke konstrukci přibližného popisu lze využít matematické aproximační metody spolu s metodami plánování experimentu. Metoda responzních ploch zahrnuje různé aproximační modely, pomocí kterých lze popsat i značně nelineární závislosti. Metodika plánování

⁹ Ve své podstatě může jít také o analýzu procesu.

experimentu se zabývá strategickým výběrem bodů z návrhového prostoru pro provedení experimentů tak, aby bylo možné získat co „nejlepší“ parametry aproximačního modelu, tj. abychom dostali co nejvíce vypovídající popis hledané závislosti při co nejmenším vynaloženém úsilí (tj. minimálním počtu měření nebo výpočtů). Kombinace uvedených přístupů je označována souhrnným názvem **METAMODELING** jehož produktem je **METAMODEL**.

Vývoj ukázal, že pro konstrukci každého typu aproximačního modelu jsou vhodné určité plány experimentu. V dalším textu bude popsán vývoj a současný stav metod plánování experimentu a aproximačních metod. V popisu metodiky plánování experimentu budou rozlišovány, jak navrhl Sack [10] a tým autorů v [11], metody pro fyzický experiment¹⁰ a metody pro počítačový experiment¹¹. Důvodem je absence náhodné chyby u výpočtových modelů.

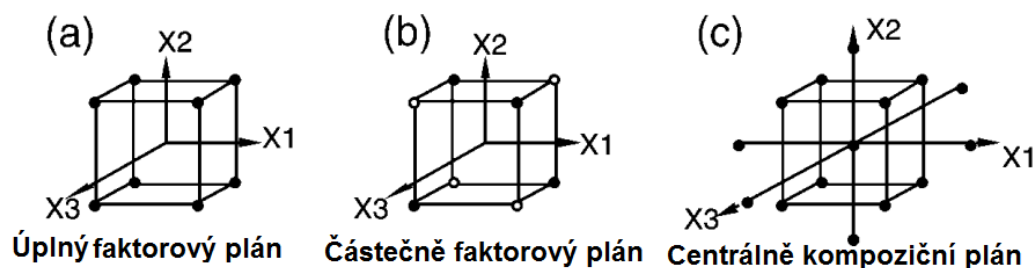
4.2.1 Plánování experimentů

4.2.1.1 Plánování experimentů s náhodnou chybou

Metodika klasických (statistických) plánů experimentu vznikla mezi léty 1920 a 1930 v zemědělství, kdy si R.A.Fisher všiml, že kvalita dat získaných experimentováním je negativně ovlivněna způsobem, jakým byly experimenty provedeny. Ve spolupráci s vědci z různých oborů postupně formuloval základní principy fyzického experimentu, jehož sledované veličiny jsou ovlivněny náhodnou chybou. Těmito principy jsou náhodnost, opakování a blokování. Fisher rovněž formuloval faktorový koncept návrhu experimentu, který je dodnes základním stavebním kamenem prací zabývajících se plánovaným experimentem s náhodnou chybou. Své poznatky vydal postupně v knihách "The Arrangement of Field Experiments" (1926) a „The Design of Experiments“ (1935) [12], [13].

Základní klasické experimentální plány

Pro klasické experimentální plány je charakteristické, že experimentální body leží na okraji a někdy dokonce i vně návrhového prostoru (obr. 4.9). Toto umístění je nutné kvůli minimalizaci vlivu náhodné chyby [14]. Pro automatické generování klasických experimentálních plánů lze využít např. statistický software Minitab nebo Matlab .



Obr. 4.9 Schematické znázornění základních klasických experimentálních plánů [15]

¹⁰ V anglicky psané literatuře označováno akronymem: DOE-Design and Analysis of Experiments.

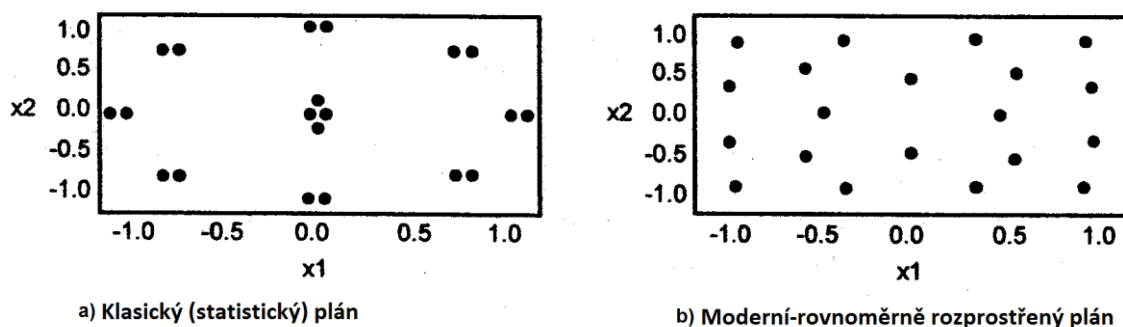
¹¹ V anglicky psané literatuře označováno akronymem: DACE- Design and Analysis of Computer Experiments.

4.2.1.2 Plánování experimentů deterministické povahy

Potřeba vývoje moderních metod pro plánování experimentů začala být aktuální spolu s vývojem nástrojů pro aplikaci numerických výpočtových modelů v inženýrských analýzách. Začala vyvstávat logická otázka, zda jsou klasické experimentální plány navržené pro fyzické experimenty (tj. experimenty s náhodnou chybou) vhodné pro konstrukci metamodelů z dat získaných výpočtovým modelováním na počítači např. pomocí MKP.

Zajímavá a věcná diskuze předních odborníků z vývoje a průmyslu na toto téma se uskutečnila v roce 2002 v Alantě v rámci devátého AIAA/ISSMO symposia multidisciplinární analýzy a optimalizace [11]. Výsledkem diskuze byla jednoznačná shoda účastníků na vhodnosti důrazného rozlišování fyzického a počítačového experimentování. Důvodem je deterministická povaha výsledků z výpočtových modelů¹².

Sacks a kolektiv [10] zdůrazňují, že Fisherovy principy (náhodnost, blokování, opakování) spolu s preferovaným umístěním experimentálních bodů na okraj popř. vně návrhového prostoru (obr. 4.10a), které jsou nezbytné pro eliminaci náhodné chyby u fyzických experimentů, jsou u experimentů deterministické povahy irelevantní. Absence náhodné chyby nám dovoluje experimenty nastavit tak, aby co nejvíce rovnoměrně vyplňovaly celý návrhový prostor (obr. 4.10b), který tím bude lépe prozkoumán [14], [16] [17]. Tyto experimentální plány pro experimenty na výpočtových modelech jsou často označovány jako moderní nebo rovnoměrně rozprostřené¹³.



Obr. 4.10 Rozdíl mezi klasickým a rovnoměrně rozprostřeným plánem experimentu [17]

4.2.1.3 Základní „moderní“ experimentální plány¹⁴

V roce 1949 bylo Metropolisem a Ulamem publikováno vzorkování založené na generování tzv. pseudo-náhodných čísel dnes nazývané jako (Pseudo-)Monte Carlo vzorkování [18]. Tento algoritmus nutně nemusí generovat rovnoměrně rozložené vzorky a proto byl následně modifikován tak, aby dával rovnoměrnější pokrytí návrhového prostoru. Vylepšený algoritmus, známý jako Stratifikované Monte Carlo vzorkování¹⁵ rozděluje návrhový prostor na více polí, ve kterých jsou následně generovány vzorky [14].

McKay a spol. v roce 1979 porovnávají tři rozdílné rovnoměrné experimentální plány a zavádí výběr vzorků metodou latinských čtverců¹⁶. Tato metoda zaručuje umístění právě jednoho vzorku v každé oblasti dělení každé návrhové proměnné (obr. 4.11a) [19], [10], [20]. Metoda k umístění vzorků opět využívá pseudo-náhodných čísel a umožňuje přímou možnost

¹² Numerický šum numerických výpočtových modelů není uvažován.

¹³ Tyto plány jsou v anglicky psané literatuře označovány jako „Space-Filling Designs“ a jsou součástí metodiky známé pod akronymem DACE (Design and Analysis of Computer Experiments).

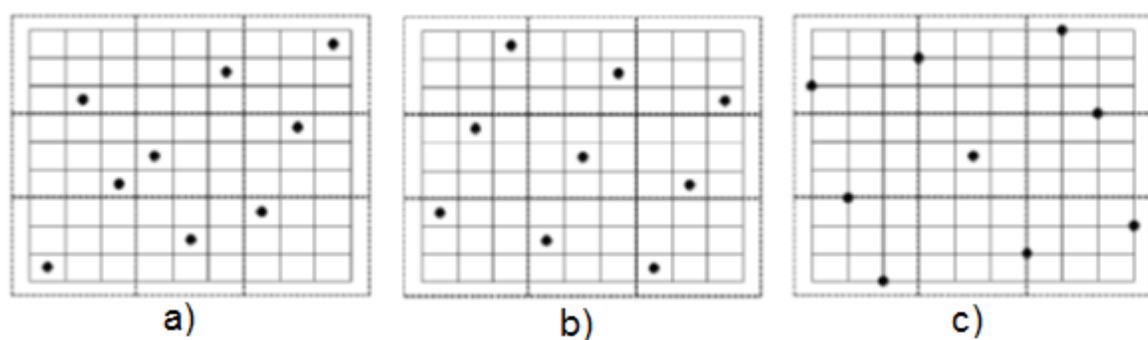
¹⁴ Vzhledem k historickému vývoji tyto plány bývají často označovány jako vzorkovací metody.

¹⁵ V anglicky psané literatuře označováno „Stratified sampling“.

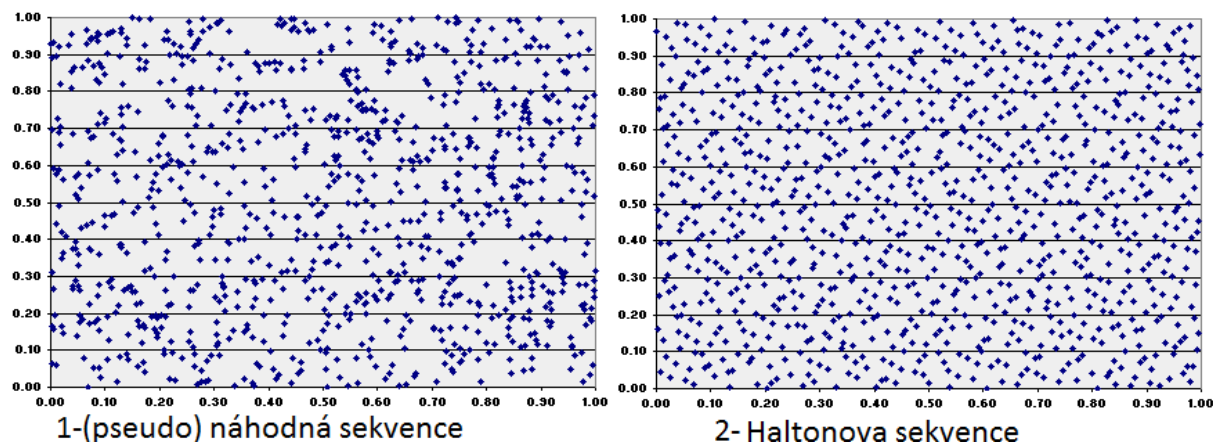
¹⁶ V anglicky psané literatuře označováno akronymem LHS (Latin Hypercube Sampling).

volby počtu vzorků. Metoda ve své základní podobě však nezaručuje rovnoměrné pokrytí návrhového prostoru (viz. Nevhodný LHS návrh v [21]) a proto je spíše základem pro optimalizované varianty LHS vzorkování s cílem rovnoměrného rozmístění vzorků v návrhovém prostoru (obr. 4.11b). Optimalizované varianty metody latinských čtverců jsou popsány v [20], [22], [21], [23].

Poslední klíčovou vzorkovací metodou, kterou bych rád ve své práci zmínil je Quasi Monte Carlo vzorkování. Tato metoda na rozdíl od pseudo metody nevyužívá náhodných čísel, ale je založena na algoritmu deterministické povahy. Jejím cílem je co nejrovnoměrnější rozmístění vzorků v návrhovém prostoru a proto bývá v anglické literatuře označována jako „Low-discrepancy sampling“. Termín „discrepancy“ (neshoda) je zde interpretován jako kvantitativní odchylka od ideálního rovnoměrného pokrytí návrhového prostoru vzorky [14], [24], [25]. Quasi-Monte Carlo vzorky mohou být generovány například pomocí algoritmů, které nabízí Matlab (Halton, Sobol). Srovnání pseudo a quasi Monte Carlo metody co se týče rovnoměrnosti rozložení vzorků v návrhovém prostoru lze vidět na obr. 4.12.



Obr. 4.11 Varianty LHS vzorkování a-základní; b,c-optimalizované [23]



Obr. 4.12 Srovnání pseudo a quasi Monte Carlo vzorkování [24]

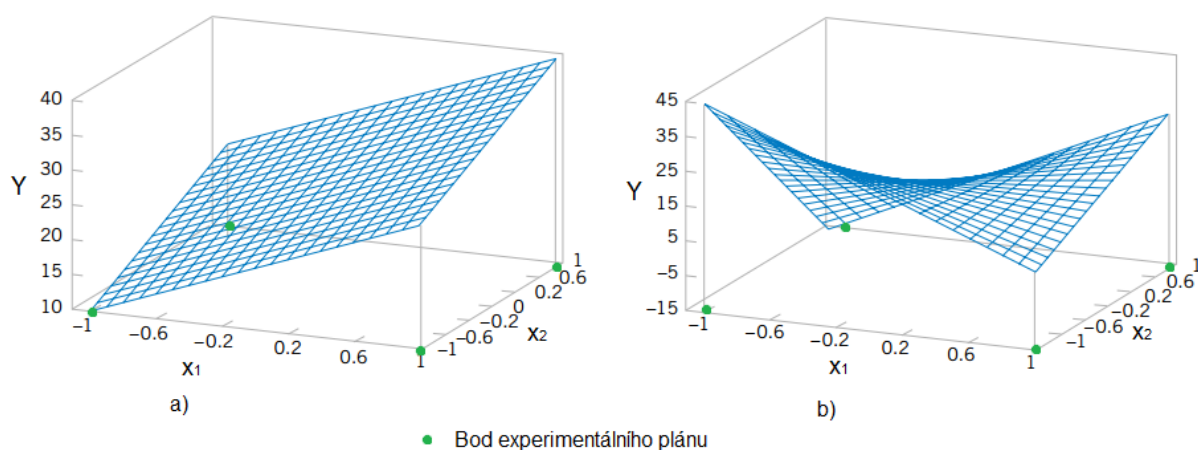
Historický vývoj moderních experimentálních plánů, jejich perspektivy, současně dostupné softwarové nástroje pro jejich implementaci podrobně popisuje Simpson a kolektiv [26]. Pro počítačové experimenty lze v některých případech s výhodou využít klasické experimentální plány (bez aplikace principu opakování). Například centrálně-kompoziční plán je velmi populární pro generování vzorků pro identifikaci parametrů metamodelů lineárních regresních metamodelů ve více proměnných.

4.2.2 Některé důležité aproximační metody

K aproximaci účelové funkce a omezujících podmínek optimalizačního problému lze využít různé metody. Metody jsou většinou univerzální a pro jejich aplikaci na konkrétní problém je nutné identifikovat sadu parametrů pomocí množiny dat, která vznikla výpočtem v bodech návrhového prostoru určených zvoleným experimentálním plánem (tzv. návrhových bodech). V následující kapitole budou uvedeny aproximační metody, které jsou potenciálně využitelné v oblasti optimalizace tenkostěnných konstrukcí manipulačních zařízení. Prezentované metody byly vybrány na základě studia [27], [28], [29], [12], [23], [30], [27], [31], [17], [16], [15].

4.2.2.1 Lineární regresní modely (klasické responzní plochy)

Praktické využití experimentálních plánů v inženýrství začalo až po roce 1951 jejich spojením s metodologií responzních ploch, která byla v roce 1951 představena Boxem a Wilsonem v „Journal of the Royal Statistical Society“. Box a Wilson navrhli využití polynomů druhého stupně ve více proměnných a plánovaného experimentu pro aproximaci skutečného chování sledované soustavy [12], [13], [32].



Obr. 4.13 Aplikace úplného faktorového plánu a lineárního regresního modelu [33]

Vzhledem k historickému vývoji je dnes pod pojmem „klasická responzní plocha“ obvykle myšlena aproximace pomocí lineárního regresního metamodelu. Lineární¹⁷ regresní metamodel druhého řádu pro k proměnných lze vyjádřit [33]:

$$\hat{Y}(\mathbf{X}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

Kde: $\hat{Y}(\mathbf{X})$ - aproximace výstupní proměnné

β -neznámé regresní koeficienty

x_i - nezávislé proměnné

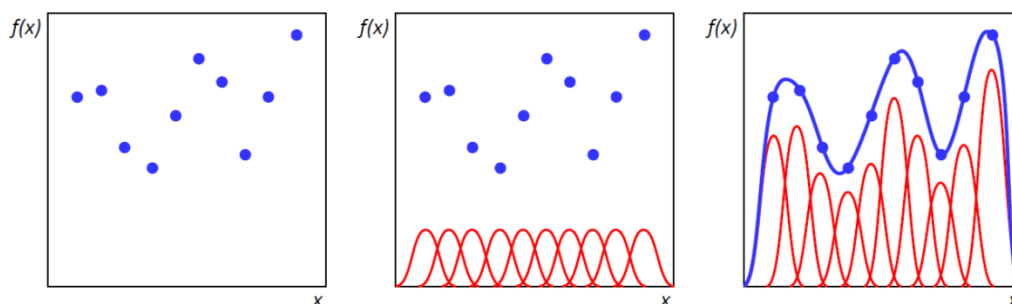
k -počet nezávislých proměnných

¹⁷ Linearita je zde chápána vzhledem k regresním koeficientům.

Velmi často se rozsah jednotlivých nezávislých proměnných normalizuje na interval $\langle 0,1 \rangle$ resp. $\langle -1,1 \rangle$ (obr. 4.13). Výhodou metody je zejména jednoduchost, nenáročnost na množství zdrojových dat a získání popisu účelové funkce a omezujících podmínek formou funkce více proměnných. Nevýhodou je omezená schopnost aproximace silně nelineárních závislostí. Tuto nevýhodu lze někdy odstranit opakovanou aproximací nad postupně zmenšovaným návrhovým prostorem. Použití vyššího stupně polynomu vede na nestability v podobě lokálních rozkmitů [27]. Pro aplikaci této metody lze využít statistický software Minitab nebo Matlab.

4.2.2.2 Radiální bázové funkce¹⁸

Tato interpolační metoda byla vyvinuta Hardym (1971) pro aproximaci nepravidelných povrchů v topografii [34]. Metoda využívá lineární kombinace výrazů založených na radiálně symetrických bázových funkcích, kterých je více typů [35], [27], [17]. Tyto funkce mají tu vlastnost, že jejich hodnota závisí pouze na euklidovské vzdálenosti od počátku. Vhodné aproximace je dosaženo vhodným přidělením váhových koeficientů jednotlivým bázovým funkcím, jejichž počátky jsou umístěny v jednotlivých bodech návrhového prostoru, kde bylo provedeno měření (výpočet). Lineární kombinace těchto vážených příspěvků potom dává celkovou aproximaci hledané závislosti. Schématické znázornění aproximace pomocí radiálních bázových funkcí je na obr. 4.14.



Obr. 4.14 Princip aproximace RBF [36]

Aproximaci lze obecně vyjádřit vztahem [37]:

$$\hat{Y}(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n w_i \varphi(\|\mathbf{X} - \mathbf{X}_i\|) \quad (2)$$

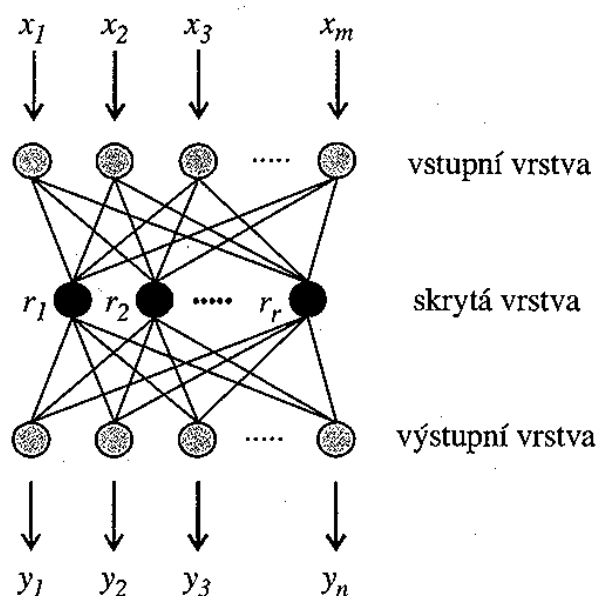
- Kde: $\hat{Y}(\mathbf{X})$ - aproximace výstupní proměnné
 w_i - váhové koeficienty
 φ - bázová funkce
 \mathbf{X} - návrhový vektor
 \mathbf{X}_i - středy bázových funkcí (celkem n bázových funkcí)

Uvedená lineární kombinace může být interpretována také jako jednoduchá neuronová síť [37]. Výhodou této metody je její schopnost aproximovat silně nelineární závislosti. Toto je dáno možností volby váhových koeficientů a různých typů bázových funkcí [23].

¹⁸ V anglicky psané literatuře označováno akronymem RBS (Radial Basis Functions)

4.2.2.3 Umělé neuronové sítě¹⁹

Umělé neuronové sítě představují výpočtové modely lidského mozku. Existuje několik topologických uspořádání umělých neuronových sítí. Často jsou využívány tzv. vrstvené sítě (obr. 4.15). Tyto sítě lze použít k řešení řady problémů, z nichž jedním je právě aproximace silně nelineárních závislostí, pro které je těžké nalézt vhodný popis tradičními metodami [38], [39]. Vrstvené neuronové sítě se skládají ze vstupní vrstvy, výstupní vrstvy a vrstev skrytých. Jednotlivé vrstvy se skládají z umělých neuronů, které v rámci jedné vrstvy nejsou vzájemně propojeny. Neurony jednotlivých vrstev si navzájem předávají signály systémem každý s každým, které transformují pomocí přenosových funkcí a synaptických vah [40], [41].



Obr. 4.15 Struktura vrstvené neuronové sítě [41]

Pro vrstvené sítě je charakteristické, že při dostatečné mohutnosti sítě (dána počtem skrytých vrstev a počtem neuronů) můžeme určit její parametry tak, aby aproximovala jakoukoliv závislost s danou přesností. Určení parametrů sítě probíhá v procesu jejího učení [41]. Do procesu učení vstupuje reprezentativní vzorek dat, který by měl být vybrán tak, aby co nejlépe pokrýval návrhový prostor. Zde lze s výhodou využít některý z uvedených rovnoměrně rozprostřených plánů. Pro proces učení se určí tzv. chybová funkce, která se iterativně minimalizuje pomocí algoritmu zpětného šíření²⁰. Výstupem procesu učení je optimální nastavení parametrů sítě tak, aby co nejlépe aproximovala daná data.

Problémem je, že neexistuje univerzální metoda jak architekturu sítě navrhnout. Většinou však postačuje síť s jednou skrytou vrstvou. Počet neuronů vstupní (výstupní) vrstvy je dán počtem vstupů (výstupů) sítě. Pro stanovení počtu neuronů ve skryté vrstvě neexistuje univerzální pravidlo, ale lze využít doporučení uváděná v literatuře např. [42], [43]. Výhodou

¹⁹ V anglicky psané literatuře označováno akronymem ANN (Artificial Neural Network).

²⁰ V anglicky psané literatuře označováno „Backpropagation algorithm“.

ANN je schopnost aproximace silně nelineárních závislostí, nevýhodou je absence univerzálního algoritmu pro jejich implementaci. Řešitel je odkázán na zkoušení více uspořádání, než se mu podaří nalézt tu pravou strukturu. Pro praktickou implementaci umělých neuronových sítí lze využít například Matlab-Neural Network Toolbox [44].

4.2.3 Hodnocení kvality metamodelů

Pro hodnocení kvality aproximace konkrétního metamodelu lze využít celou řadu metrik. Aproximaci lze obecně vyjádřit vztahem:

$$Y(\mathbf{X}) = \hat{Y}(\mathbf{X}) + \varepsilon_{\text{modelu}} \quad (3)$$

Kde: $Y(\mathbf{X})$ - výstupní (závislá) proměnná
 $\hat{Y}(\mathbf{X})$ - aproximace výstupní veličiny (metamodel)
 \mathbf{X} - návrhový vektor
 $\varepsilon_{\text{modelu}}$ - chyba modelu²¹

4.2.3.1 Nejpoužívanější metriky pro hodnocení kvality aproximace

Koeficient (index) determinace²²

Koeficient kvantifikuje jak velká část variability výstupní proměnné je vysvětlena navrženou aproximací (metamodelem). Koeficient nabývá hodnoty $\langle 0;1 \rangle$, přičemž čímž vyšší hodnoty tím lepší jsou aproximační schopnosti metamodelu [45].

$$R^2 = \frac{SS_M}{SS_T} = \left(1 - \frac{SS_E}{SS_T}\right) 100 [\%] \quad (4)$$

Kde: SS_M – součet čtverců modelu viz. (5)
 SS_T – celkový součet čtverců viz. (6)
 SS_E – součet čtverců reziduí viz. (8)
 R^2 - koeficient determinace

$$SS_M = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}(\mathbf{X}_i) - \bar{Y})^2 \quad (5)$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^n (Y(\mathbf{X}_i) - \bar{Y})^2 \quad (6)$$

$$SS_E = \sum_{i=1}^n (Y(\mathbf{X}_i) - \hat{Y}(\mathbf{X}_i))^2 \quad (7)$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y(\mathbf{X}_i) \quad (8)$$

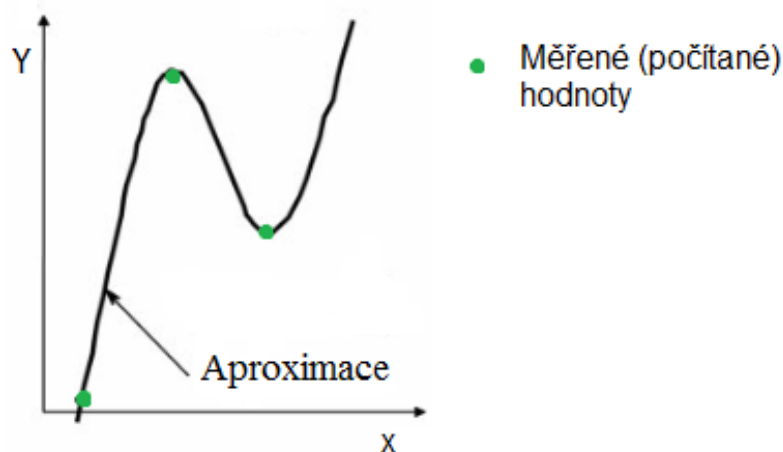
²¹ V anglicky psané literatuře označováno jako „Bias error“.

²² V anglicky psané literatuře označováno „R-Squared“.

Kde: \mathbf{X}_i – bod v návrhovém prostoru, kde proběhlo vyčíslení výstupní veličiny
 \bar{Y} - průměrná hodnota výstupní (závislé) proměnné
 $\hat{Y}(\mathbf{X}_i)$ – aproximovaná hodnota výstupní proměnné
 $Y(\mathbf{X}_i)$ – skutečná hodnota výstupní proměnné
 n – počet bodů pro konstrukci modelu

Upravený koeficient (index) determinace²³

Vysoká hodnota koeficientu determinace R^2 může být v některých případech zavádějící. Hodnota tohoto koeficientu je ovlivněna počtem parametrů metamodelu (ten souvisí s počtem nezávislých proměnných) a velikostí množiny dat. Ovlivnění počtem proměnných nastává u experimentů s náhodnou chybou. U experimentů deterministické povahy je důležitý zejména poměr množství dat k počtu parametrů modelu.



Obr. 4.16 Extrémní případ aproximace- $SS_E = 0$, $R^2 = 1$ [15]

Pro malé množství dat může pro nevhodně zvolený počet parametrů modelu nastat extrémní situace, kdy metamodel přesně prochází danými daty (obr. 4.16). V takovém případě je vypovídací schopnost metamodelu mizivá (metamodel sice prochází danými body, ale v mezilehlých oblastech je hodně zvládnutý), ale SS_E je nulový a tím $R^2 = 1$.

Z uvedených důvodů bývá před klasickým koeficientem determinace R^2 upřednostňován tzv. upravený koeficient determinace R^2_{adj} , který zohledňuje počet parametrů metamodelu a počet bodů pro identifikaci parametrů. Pokud nastane situace, že jsme výpočet závisle proměnné Y provedli pouze v několika málo bodech návrhového prostoru a v modelu máme současně velký počet parametrů, pak se budou koeficienty R^2 a R^2_{adj} lišit. Bude, ale platit, že $R^2 > R^2_{adj}$. Na druhou stranu, pokud máme velké množství bodů pro konstrukci metamodelu a malý počet parametrů metamodelu, pak se budou koeficienty R^2 a R^2_{adj} téměř shodovat [46], [47].

²³ V anglicky psané literatuře označováno „Adjusted R-Squared“.

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{\frac{SS_E}{(n-p)}}{\frac{SS_T}{(n-1)}} \quad (9)$$

Kde: SS_T – celkový součet čtverců
 SS_E – součet čtverců reziduí
 n – počet bodů pro konstrukci metamodelu
 p – počet parametrů metamodelu

Průměrná absolutní chyba ²⁴

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{Y}(\mathbf{X}_i) - Y(\mathbf{X}_i)| \quad (10)$$

Kde: $\hat{Y}(\mathbf{X}_i)$ – aproximovaná hodnota výstupní veličiny
 $Y(\mathbf{X}_i)$ – skutečná hodnota výstupní veličiny
 n – počet bodů pro konstrukci modelu

Maximální relativní chyba ²⁵

$$REL = \max \left| \frac{\hat{Y}(\mathbf{X}_i) - Y(\mathbf{X}_i)}{Y(\mathbf{X}_i)} \right| \quad (11)$$

Kde: $\hat{Y}(\mathbf{X}_i)$ – aproximovaná hodnota výstupní veličiny
 $Y(\mathbf{X}_i)$ – skutečná hodnota výstupní veličiny

Maximální absolutní chyba ²⁶

$$MAX = \max |\hat{Y}(\mathbf{X}_i) - Y(\mathbf{X}_i)| \quad (12)$$

Kde: $\hat{Y}(\mathbf{X}_i)$ – aproximovaná hodnota výstupní veličiny
 $Y(\mathbf{X}_i)$ – skutečná hodnota výstupní veličiny

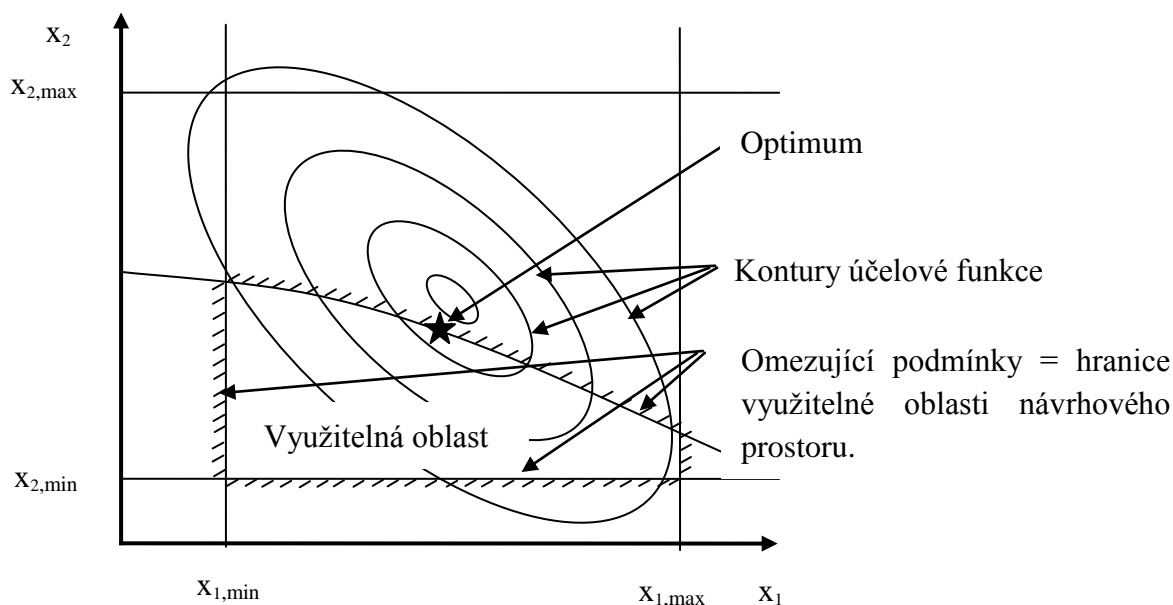
²⁴ V anglicky psané literatuře označováno „Mean Absolute Error“.

²⁵ V anglicky psané literatuře označováno „Maximum Relative Error“.

²⁶ V anglicky psané literatuře označováno „Maximum Absolute Error“.

4.3 OPTIMALIZACE

Optimalizace je proces hledání extrému²⁷ účelové funkce při dodržení daných omezujících podmínek [48]. Účelová funkce je vhodně formulovaná závislost optimalizované veličiny na konstrukčních (návrhových) proměnných. Účelovou funkcí může být například hmotnost konstrukce, cena nebo doba pohybu mechanismu.



Obr. 4.17 Kontury účelové funkce, zobrazení omezujících podmínek a vázaného optima

4.3.1 Vymezení optimalizačního problému

Optimalizační problém lze formulovat jako hledání kombinace hodnot konstrukčních proměnných

$$\mathbf{X}_{\text{opt}} = \begin{pmatrix} X_{1,\text{opt}} \\ X_{2,\text{opt}} \\ \vdots \\ X_{n,\text{opt}} \end{pmatrix}$$

z n -rozměrného návrhového prostoru tak, aby účelová funkce dosáhla minima.

V mnoha praktických případech nelze hodnoty konstrukčních proměnných volit libovolně, ale musí splňovat určité podmínky. Tyto podmínky do optimalizačního problému vstupují jako tzv. omezující podmínky a mají podobu rovnic a nerovnic:

$$g_i(\mathbf{X}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

$$h_j(\mathbf{X}) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (14)$$

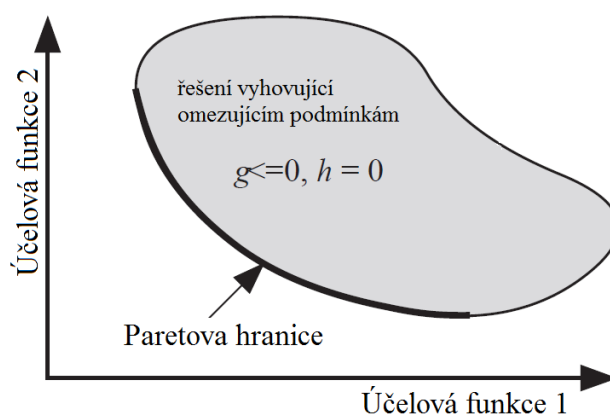
$$x_k \in \langle x_{k,\text{min}}; x_{k,\text{max}} \rangle \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

²⁷ V teorii matematické optimalizace se téměř vždy hovoří o minimu. Je to z důvodu, že každé hledání maxima funkce $f(\mathbf{X})$ lze převést na hledání minima funkce $-f(\mathbf{X})$.

Kde: x_k – návrhové proměnné
 g_i – omezující podmínky ve tvaru rovnosti
 h_j – omezující podmínky ve tvaru nerovnosti
 \mathbf{X} - návrhový vektor skládající se z n návrhových proměnných

Podmínka (15) definuje n -dimenzionální návrhový prostor. Aplikací (13) a (14) je návrhový prostor redukován a minimum účelové funkce je hledáno pouze na této podmnožině. Minimum funkce se na této podmnožině návrhového prostoru může nacházet buď uvnitř (tzv. volné minimum) nebo na jejím okraji (tzv. vázané minimum, obr. 4.17). Při formulování omezujících podmínek (např.: mezních stavů) v oboru nosných konstrukcí manipulačních zařízení je vhodné zohlednit normativní doporučení uvedená v normách pro ocelové konstrukce (např.: [49], [50]).

Optimalizační problém může být formulován pomocí více účelových funkcí, jejichž minima nemusí ležet v jednom bodě.



Obr. 4.18 Pareto optimum [51]

Často jde o splnění protichůdných požadavků a hledání kompromisu. Platí zde princip Paretova optima, který definuje Pareto-optimální body tak, že v nich vždy při zlepšení jednoho kritéria dojde ke zhoršení některého jiného. Výsledkem procesu je množina bodů v kritériálním prostoru (obr. 4.18) označovaná jako Paretova hranice²⁸, ze kterých řešitel vybírá na základě preferencí určitého kritéria [51]. Multikritériální optimalizační problém bývá často popsán pomocí jedné účelové funkce, kde jsou jednotlivým kritériím přiřazeny váhy vyjadřující důležitost daného kritéria.

$$F(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^k W_i f_i(\mathbf{X}) \quad (16)$$

Kde: $F(\mathbf{X})$ - souborná účelová funkce
 W_i -váhové koeficienty jednotlivých kritérií
 k - počet účelových funkcí
 $f_i(\mathbf{X})$ - jednotlivé účelové funkce (často v normalizované podobě)
 \mathbf{X} – návrhový vektor

²⁸ V anglicky psané literatuře označováno jako „Pareto frontier“

4.3.2 Matematické optimalizační metody

Metody matematického řešení optimalizačních problémů²⁹ jsou vyvíjeny pro řešení užší třídy problémů se speciální strukturou. Při výběru matematické optimalizační metody musíme vzít v potaz zejména následující fakta:

- **Prostorovou dimenzi návrhového prostoru**
- **Typ účelové funkce:**
 - spojitá, spojitá po částech, diskrétní
 - lineární, kvadratická, nelineární
- **Typ omezujících podmínek** (pokud jsou formulovány)
 - ve tvaru rovnosti nebo nerovnosti
 - spojitá, spojitá po částech, diskrétní
 - lineární, nelineární
- **Typ hledaného minima**
 - lokální nebo globální

Jelikož metodika navržená v rámci této práce využívá pouze spojitě metamodely, budou v dalším textu zmíněny pouze metody pro spojitě funkce. Metody matematického řešení optimalizačních problémů se spojitými funkcemi lze v zásadě rozdělit následujícím způsobem:

- **Podle typu algoritmu**
 - **Analytické metody matematické analýzy**
Jsou využívány klasické metody diferenciálního počtu, které vyžadují dvojnásobnou diferencovatelnost účelové funkce a omezujících podmínek vzhledem ke všem návrhovým proměnným a spojitost těchto derivací. Pro problémy s omezujícími podmínkami ve tvaru rovností může být využita metoda přímé substituce nebo metoda Lagrangeových multiplikátorů. Pro problémy s omezujícími podmínkami ve tvaru nerovností může být využito Kuhn–Tuckerovy podmínky. Výhodou metod je rychlost nalezení optima analytickou cestou. Nevýhodou je požadavek na diferencovatelnost [52].
 - **Numerické gradientní metody**
Tato skupina metod vychází z faktu, že gradient funkce v bodě udává směr největšího spádu této funkce v tomto bodě. Postupuje se od výchozího bodu z návrhového prostoru až k bodu optimálnímu přičemž v každé iteraci se řeší tři základní otázky:
 - a) Je aktuální bod bodem optimálním?
 - b) Kterým směrem v návrhovém prostoru se vydat dál?
 - c) Jak daleko se posunout v daném směru?

²⁹ Tyto metody jsou často označovány jako metody matematického programování i když toto označení se nezdá býti příliš výstižné.

Jakmile jsou tyto otázky odpovězeny, mohou v zásadě nastat dva případy. V případě kladné odpovědi na první otázku jsme našli minimum a algoritmus končí. V druhém případě algoritmus přejde do dalšího bodu daného vztahem:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \alpha_k \cdot \mathbf{d}_k \quad (17)$$

Kde:

\mathbf{X}_k – aktuální bod v návrhovém prostoru

\mathbf{X}_{k+1} –další postupový bod v návrhovém prostoru

α_k - velikost kroku v rámci aktuální iterace

\mathbf{d}_k - vektor určující směr dalšího postupu

k – číslo iterace

Výhodou tohoto přístupu je rychlost konvergence. Nevýhodou je tendence ke „sklouznutí“ do lokálního minima. Mezi hlavní skupiny metod spadajících do této kategorie patří Lineární programování, Kvadratické programování a Nelineární programování.

➤ **Heuristické algoritmy**

Tyto metody patří mezi metody tzv. globální optimalizace. Návrhový prostor je systematicky prohledáván v celém jeho objemu s využitím heuristiky dané konkrétním algoritmem. Výhodou přístupu je nevyužívání derivací a silná tendence k nalezení globálního minima. Nevýhodou je výpočtová náročnost algoritmu daná velikým počtem vyčíslení účelové funkce potřebných k nalezení optima. Mezi hlavní skupiny metod spadajících do této kategorie patří Genetické algoritmy, Simulované žíhání a metody využívající inteligenci hejna.

Vzhledem ke skutečnosti, že v optimalizačních problémech zaměřených na optimalizaci nosných uzlů ocelových konstrukcí manipulačních zařízení existují vždy omezující podmínky ve tvaru nerovností (např: podmínky vymezující návrhový prostor, maximální napětí v konstrukci, apod.) je výběr optimalizačních metod omezen na metody zohledňující omezující podmínky ve tvaru nerovností. Dalším faktem, který komplikuje zvolený přístup je obecná nelinearita účelové funkce a/nebo omezujících podmínek. Na základě studia odborné literatury zaměřené na metody matematické optimalizace je pro metodiku navrženou v této dizertační práci volena kombinace dvou metod, přičemž jedna je gradientní a druhá heuristická. Využití dvou principiálně odlišných metod je vhodné z důvodu vzájemné verifikace výsledku. Zařazení heuristické metody také zajistí, aby nalezené minimum nebylo pouze minimem lokálním. Z gradientních metod je zvoleno sekvenční kvadratické programování (SKP) a z heuristických metod je zvolen genetický algoritmus (GA). Obě metody lze realizovat v rámci Matlabu.

4.3.2.1 Sekvenční kvadratické programování

Sekvenční kvadratické programování (SKP) představuje jednu z nejlepších moderních metod nelineárního programování [52], [53]. SKP je iterační metoda, která v rámci každé iterace aproximuje účelovou funkci prvními třemi členy Taylorovy řady (až po kvadratický člen) rozvinuté v aktuálním bodě iterace. V případě, že levé strany omezujících podmínek jsou nelineární, jsou linearizovány pomocí prvních dvou členů Taylorovi řady (až po lineární člen) rozvinuté v aktuálním bodě iterace [54]. V každé iteraci je definován dílčí optimalizační podproblém (18), který je řešen pomocí metody kvadratického programování.

$$\begin{aligned} \min \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{d}_k + \nabla f(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{d}_k + f(\mathbf{X}_k) \\ \nabla g_i(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{d}_k + g_i(\mathbf{X}_k) = 0, i = 1..m \\ \nabla h_j(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{d}_k + h_j(\mathbf{X}_k) \leq 0, j = 1..p \end{aligned} \quad (18)$$

Lagrangeova funkce kvadratického podproblému má v aktuálním bodě \mathbf{X}_k tvar:

$$\begin{aligned} L_{\mathbf{X}_k}(\mathbf{d}, \lambda) = \frac{1}{2} \mathbf{d}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{d}_k + \nabla f(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{d}_k + \sum_{i=1}^m \lambda_i \cdot (\nabla g_i(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{d}_k + g_i(\mathbf{X}_k)) + \sum_{j=1}^p \lambda_{m+j} \\ \cdot (\nabla h_j(\mathbf{X}_k)^T \mathbf{d}_k + h_j(\mathbf{X}_k)) \end{aligned} \quad (19)$$

Kde:

\mathbf{d}_k - vektor určující směr dalšího postupu návrhovým prostorem z aktuálního bodu \mathbf{X}_k

\mathbf{H}_k - pozitivně definitní aproximace Hessovy matice v bodě \mathbf{X}_k

$\mathbf{g}_i(\mathbf{x}_k)$ - omezující podmínky ve tvaru rovnosti vyčíslené v bodě \mathbf{X}_k

$\mathbf{h}_j(\mathbf{x}_k)$ - omezující podmínky ve tvaru nerovnosti vyčíslené v bodě \mathbf{X}_k

$\nabla g_i(\mathbf{x}_k), \nabla h_j(\mathbf{x}_k), \nabla f(\mathbf{x}_k)$ – gradienty omezujících podmínek a účelové funkce v bodě \mathbf{X}_k .

$L_{\mathbf{X}_k}(\mathbf{d}, \lambda)$ – Lagrangeova funkce kvadratického optimalizačního podproblému

λ - Lagrangeovy multiplikátory

Hessova matice je v každé iteraci reprezentována svou pozitivně definitní aproximací, která je vyčíslována pomocí Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shannovy (BFGS) varianty kvazi-Newtonovy metody. Na Lagrangeovu funkci (19) jsou aplikovány Kuhn–Tuckerovy podmínky optimality, které jsou pro pozitivně definitní formu matice \mathbf{H}_k podmínkami postačujícími. Řešením každého kvadratického podproblému je vektor \mathbf{d}_k , který určuje směr dalšího postupu návrhovým prostorem v rámci aktuální iterace. Délka kroku (parametr α_k v rovnici (17)) se určí pomocí některé z metod pro optimalizaci délky kroku³⁰ [53], [51].

³⁰ Tyto metody jsou v anglicky psané literatuře označovány jako „line-search“.

SKP má následující výhody:

- Mohou být řešeny problémy s omezujícími podmínkami ve tvaru rovností i nerovností
- Optimalizační problémy s omezujícími podmínkami vyžadují méně iterací než problémy bez omezujících podmínek (generuje se množina odhadů aktivních omezujících podmínek, která se obnovuje v každé iteraci).
- Jsou počítány gradienty pouze aktivních omezujících podmínek
- Hessova matice je aproximována na základě posloupnosti gradientů napříč iteracemi (druhé derivace se nevyčísľují).

SKP je součástí optimalizačního toolboxu programu MATLAB. Pro implementaci je využíván algoritmus FMINCON.

4.3.2.2 Genetické algoritmy

Genetické algoritmy (GA) představují matematické modely biologického evolučního procesu, které umožňují řešení optimalizačních problémů. GA jsou realizovány pomocí iteračního procesu, který se v mnohém liší od tradičních optimalizačních přístupů. Mezi zásadní rozdíly patří:

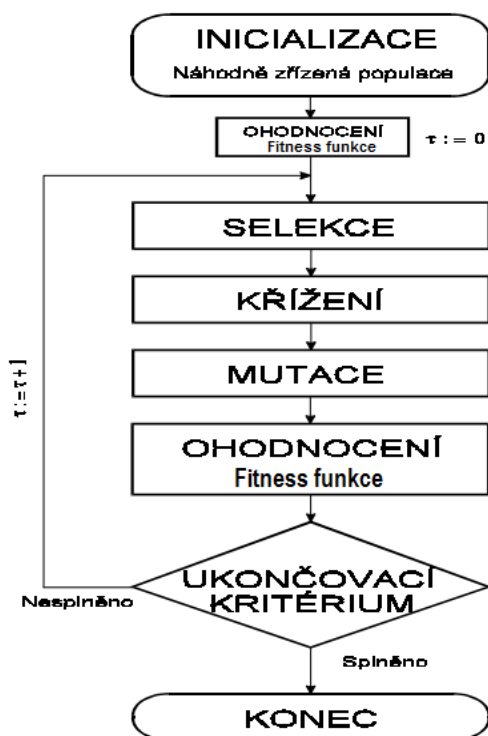
- GA v rámci jedné iterace (generace³¹) nepracují pouze s jednou hodnotou účelové funkce, ale s celou skupinou hodnot nazývanou populace.
- GA nevyužívají k hledání lepšího řešení derivace účelové (fitness³²) funkce.
- GA systematicky prohledávají návrhový prostor v celém jeho objemu, což (s jistou pravděpodobností) vede k nalezení globálního extrému³³.
- GA ve svém jádru využívají generování náhodných čísel.

Typicky je na začátku simulace populace složena z naprosto náhodných členů. V rámci tvorby nové generace je pro každého jedince spočtena hodnota fitness funkce, která vyjadřuje kvalitu řešení reprezentovaného tímto jedincem. Podle této kvality jsou stochasticky selektováni jedinci, kteří zůstanou v populaci beze změny s tím, že zbylí jedinci jsou modifikováni pomocí mutací a křížení, čímž vznikne nová generace jedinců. Tento postup se iterativně opakuje, čímž se kvalita řešení v populaci postupně zlepšuje. Algoritmus se obvykle zastaví při dosažení postačující kvality řešení, případně po předem dané době [55]. Vývojový diagram genetického algoritmu je na obr. 4.19.

³¹ V teorii GA je pojem „iterace“ nahrazován pojmem „generace“.

³² V teorii GA je pojem „účelová funkce“ často nahrazován pojmem „fitness“ funkce.

³³ Vzhledem k aplikaci náhodných čísel v jádru algoritmu ovšem nelze globálnost minima na 100% zaručit.



Obr. 4.19 Vývojový diagram pro GA [56]

GA jsou v rámci této práce implementovány pomocí funkce GA v prostředí MATLAB.

4.4 ZTRÁTA STABILITY KONSTRUKCÍ

Slovo „stabilita“ dnes slyšíme téměř každý den. Například ve zpravodajství bývá často používáno k popisu ekonomické a politické situace, stavu hladin řek nebo ve zdravotnictví k popisu zdravotního stavu. Význam je bez ohledu na obor velmi podobný. V obecném pojetí můžeme říct, že objekt zájmu považujeme za stabilní, když se chová běžným způsobem tak, jak bychom očekávali. Při nestabilním chování dochází k něčemu neočekávanému s obvykle negativním následkem.

V oboru ocelových konstrukcí manipulačních zařízení má pojem stabilita dva zásadní významy:

- **Stabilita polohy** – například překlopení jeřábu kolem klopné hrany
- **Stabilita tvaru** – fenomén tlakově zatížených tenkostěnných konstrukcí

Pro návrh lehkých ocelových konstrukcí je důležité zohlednit stabilitu tvaru, jejíž výpočtové modelování začalo v 18tém století, kdy Leonard Euler publikoval vztah pro výpočet kritické síly přímého, prizmatického, tlustostěnného, kloubově uloženého prutu vyrobeného z lineárně elastického materiálu [57].

$$F_{krit} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2} \quad (20)$$

Kde: F_{krit} - kritická síla

E-modul pružnosti v tahu

J- nejmenší kvadratický moment průřezu

l-délka prutu

Od publikace Eulerova vztahu vznikla řada dalších publikací, které výpočet kritického zatížení rozšířily na další elementární idealizovaná tělesa. Souhrn základních vztahů a jejich odvození lze najít například v publikaci S. Timoshenka [58].

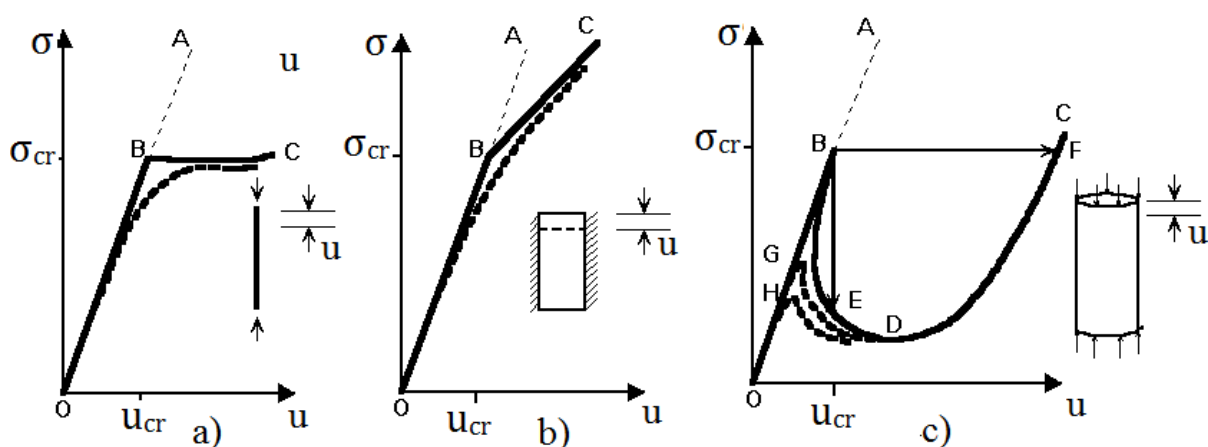
Výzkum v této oblasti se soustřeďuje převážně do stavebnictví, které bezesporu produkuje největší množství ocelových konstrukcí. Výpočtová predikce ztráty stability tvaru je součástí všech moderních výpočtových norem pro ocelové konstrukce. Jedná se zejména o stavební normy (např. v Evropě platné eurokódy [49], [50]), na které se strojírenské normy většinou odkazují. V normách jsou zavedeny metodiky pro výpočet limitních zatížení reálných konstrukcí s empirickým uvážením imperfekcí a v některých normách se dokonce začínají objevovat počátky kodifikace analýz provedených metodou konečných prvků (např.: příloha C ČSN EN 1993-1-5 ed.2 [49], která bude v této práci prakticky použita).

Cílem této práce není vývoj nových koncepcí pro predikci kritických zatížení, ale zakomponování moderních metodik, jakožto omezujících podmínek při optimalizaci konstrukcí manipulačních zařízení. Pro využití stavebních norem ve strojní oblasti je nutné reformulovat některá kritéria tak, aby bylo zaručeno využívání materiálu pouze v elastické oblasti, protože ve stavebnictví je často využívána únosnost elasto-plastická.

4.4.1 Kvalitativní popis ztráty tvarové stability

Ke ztrátě stability tvaru dochází v tlačných oblastech konstrukce, když tlakové napětí dosáhne mezní hodnoty, po jejímž překročení se konstrukce (nebo její prvek) začíná nadměrně deformovat a s dalším přirůstajícím zatížením rychle ztrácí svůj původní tvar a tím také únosnost [59]. Z energetického hlediska jde o rychlou redistribuci energie napjatosti z tlakové (membránové) do ohybové složky což má za následek podstatné zvětšení deformací. **Z pohledu idealizace a modelování rozlišujeme ztrátu stability tvaru při rozdělení rovnováhy (bifurkaci) a při dosažení limitního zatížení** [60], [59], [57].

Bifurkace je teoretický výpočtový stav, který je určen dosažením tzv. kritického zatížení ideálně přímých, rovinných nebo válcovitých prvků konstrukce, které jsou zatíženy tak, že v nich vzniká prostý tlak nebo tlaková membránová napjatost při lineárně-elastickém chování materiálu. Tento stav má na zatěžovacím diagramu ostrou hranici (viz. bod B na obr. 4.20) po jejímž překročení se křivka rozděluje na stabilní a labilní větev. Stabilní větev reprezentuje novou deformaci konstrukce v některém charakteristickém módu, labilní větev pokračuje v deformaci původní. Výpočet kritických zatížení a jim příslušných postkritických deformačních módů má zásadní praktický význam, protože jednoduchým a rychlým postupem získáváme odhad maximálního zatížení konstrukce z pohledu ztráty tvarové stability. Přesnost tohoto odhadu je dána přesností modelu, štíhlostí a typem konstrukce, který určuje citlivost hodnoty kritické síly na odchylky od ideálního stavu, které nazýváme imperfekcemi. Přítomnost imperfekcí je vlastností každé reálné konstrukce, protože konstrukce jsou vyrobeny s určitou rozměrovou a geometrickou přesností, tolerancemi ve složení materiálu, materiálovou nehomogenitou, anizotropií, zbytkovým napětím po technologických operacích a v neposlední řadě jsou uloženy v nedokonalých vazbách. Průběh zatěžování reálného a ideálního konstrukčního prvku je rozdílný, protože reálný prvek se vlivem imperfekcí prohýbá již od začátku zatěžování, což má za následek vznik přídavných ohybových napětí vedoucích k postupnému snižování tuhosti. Zatěžovací diagramy reálných konstrukčních prvků se více či méně přibližují bifurkačnímu chování. Obr. 4.20 porovnává chování ideálních (tlustá plná čára) a reálných (tlustá čárkovaná čára) základních elementárních typů těles při tlakovém zatěžování.



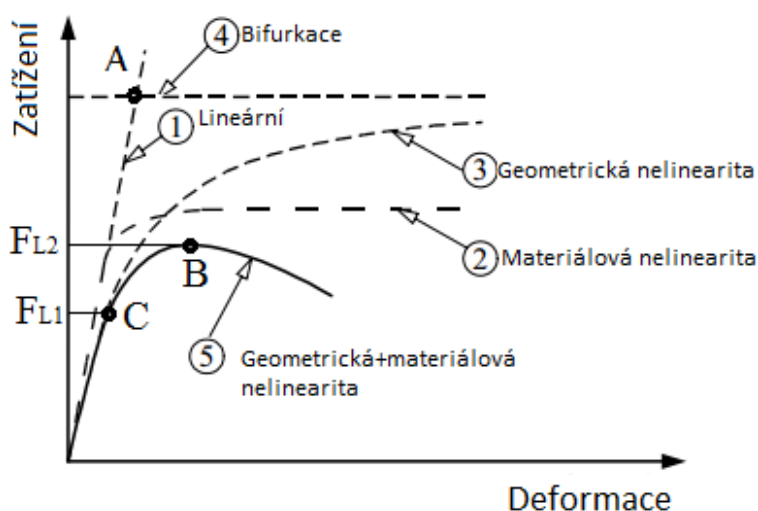
Obr. 4.20 Ztráta stability základních idealizovaných a reálných prvků konstrukcí [5]

Zatěžovací diagram přímých, štíhlých, prostě uložených a tlakově zatížených tlustostěnných prutů s imperfekcemi (obr. 4.20a) se asymptoticky přibližuje stabilní větvi zatěžování ideálního prutu. Štíhlejší pruty s menšími imperfekcemi se blíží ideálnímu chování více. U tohoto typu prvků konstrukcí je třeba mít na zřeteli, že kritické zatížení je nekonzervativním prediktorem skutečného zatížení způsobujícího nestabilní chování. Míra nekonzervativnosti závisí na velikosti imperfekcí.

Tlakově zatížené přímé, prostě uložené stěny vykazují značnou postkritickou rezervu únosnosti (krivka B-C na obr. 4.20b). Další zatěžování za bifurkačním bodem je možné, protože stabilní větev zatěžovací křivky má pozitivní směrnici, což znamená, že stěna může ve skutečnosti přenášet větší zatížení než je kritické zatížení při bifurkaci, aniž by došlo ke kolapsu konstrukce.

Příkladem, kdy je kritické zatížení při bifurkaci značně nekonzervativním odhadem skutečné únosnosti mohou být tenké válcové tlakově zatížené sloupy³⁴. Tyto sloupy vykazují nebezpečnou nestabilitu typu „přeskok“³⁵ a kritické zatížení je výrazně poníženo i malými imperfekcemi (obr. 4.20c). U modelování konstrukce tohoto typu je nutné co nejdříve zahrnout vliv imperfekcí.

Jak je patrné ze zatěžovacích diagramů reálných konstrukčních prvků na obr. 4.20, limitní zatížení způsobující ztrátu stability tvaru reálné konstrukce není definováno tak exaktně jako kritické zatížení při bifurkaci. Za limitní zatížení je obvykle považováno takové zatížení, při kterém tuhost konstrukčního prvku poklesne téměř na nulu, což znamená, že prvek již není schopen vydržet další přírůstek zatížení. Okamžitá tuhost je dána směrnicí tečny zatěžovacího diagramu, která je v bodě kolapsu nulová. Limitní zatížení podle naznačené definice odpovídá maximu zatěžovacího diagramu (zatížení FL_2 na obr. 4.21) [61], [62], [63]. Takto určené limitní zatížení často leží v oblasti elasto-plastického stavu materiálu a je typické pro stavebnictví.



Obr. 4.21 Typy analýz v oboru ocelových konstrukcí [64]

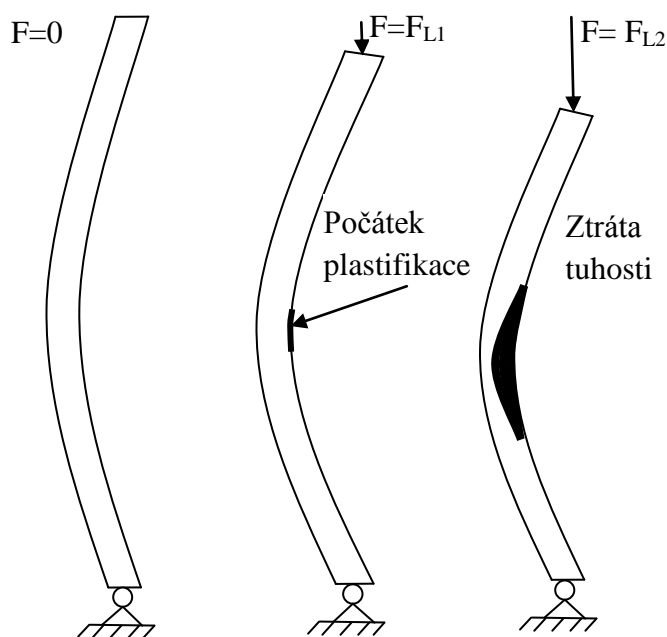
³⁴ Jedná se o sloupy, které ztrácí stabilitu lokálním boulením.

³⁵ V anglicky psané literatuře označováno jako „snap-through“.

Pro definování limitního zatížení nosných konstrukcí dopravních a manipulačních zařízení je nutné vzít do úvahy nepřipustnost globálních plastických deformací [65], [66]. Tento fakt má dva zásadní důsledky:

- Mezi mezní stavy bývá vždy zařazen mezní stav pružnosti, který kompetentní konstrukce nesmí při předepsaném zatížení překročit. Zatížení způsobující trvalé deformace je tím z přípustných zatížení vyřazeno. Limitním zatížením je tedy zatížení FL_1 na obr. 4.21 a obr. 4.22.
- S ohledem na předchozí bod není nutné pro ocel s lineárním chováním v elastické oblasti do nelineárního výpočtu zahrnovat elasto-plastické chování materiálu. Stabilita konstrukce s imperfekcemi se posoudí podle limitního zatížení vypočteného pomocí geometricky nelineární analýzy imperfektovaného modelu

Průběh degradace tuhosti závisí na relativní štíhlosti³⁶ a velikosti imperfekcí. U prvků malých relativních štíhlostí (cca $\bar{\lambda}=0-0,2$ dle obr. 4.30) je vliv geometrické nelinearity (nárůstu vlivu přidavného ohybu se zatížením) zanedbatelný. Limitní zatížení těchto prvků je taktéž minimálně ovlivněno velikostí imperfekcí [5].



Obr. 4.22 Mechanismus ztráty únosnosti reálného prutu v tvárném stavu

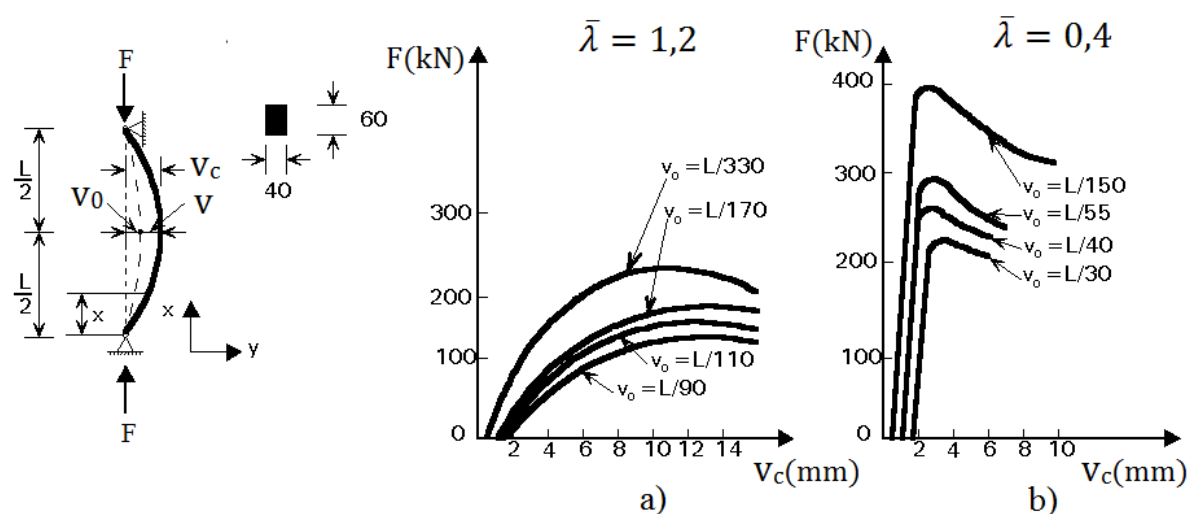
U prvků středních štíhlostí (okolo $\bar{\lambda}=1$ dle obr. 4.30) se projevuje geometrická nelinearita zvětšováním přidavného ohybu a s tím spojeným poklesem tuhosti. Při určitém zatížení (FL_1 na obr. 4.21 a obr. 4.22) dojde k dosažení meze kluzu v krajních vláknech. Při dalším zatěžování dochází k progresi plastifikovaného objemu materiálu jak do hloubky příčného průřezu tak také délkově, přičemž tento plastifikovaný objem již téměř nepřispívá k odolnosti konstrukčního prvku vůči dalšímu přírůstku zatížení. Při dosažení jistého limitního zatížení

³⁶ Definice uvedena v kapitole 4.4.2.

(zatížení FL_2 na obr. 4.21 a obr. 4.22) dojde ke kompletní ztrátě tuhosti konstrukce. Tento stav odpovídá maximu zatěžovacího diagramu (bod B na křivce 5 na obr. 4.21). Degradace tuhosti je tedy způsobena interakcí geometrické a materiálové nelinearity podle obr. 4.21. Únosnost prvků středních štíhlostí je nejvíce ovlivněna imperfekcemi.

Štíhlé konstrukční prvky mohou mít počátek rychlého nárůstu deformací v elastické oblasti (před dosažením meze kluzu v krajních vláknech). Nárůst deformací je důsledkem citlivosti na geometrickou nelinearitu. Mezní stav pružnosti zde vzniká až jako druhotný následek velikých průhybů. U štíhlých konstrukcí bývá často limitující také mezní stav deformace.

Obr. 4.23 ilustruje vliv štíhlosti a velikosti imperfekcí na průběh zatěžovacího diagramu prutů obdélníkového průřezu s počáteční imperfekcí ve tvaru prohnutí v_0 .



Obr. 4.23 Vliv štíhlosti a velikosti imperfekcí na průběh zatěžovacích diagramů prutů [5].

4.4.1.1 Základní postkritické deformační módy

Postkritická část stabilní větve zatěžovacího diagramu je spojena s charakteristickým tvarem (módem) boulení střednice nebo střednicové plochy. Tento tvar představuje novou stabilní geometrickou konfiguraci konstrukce. Přejít do této nové konfigurace je spojen s velikými posuvy konstrukce danými odlišnou tuhostí v tahu/tlaku a ohybu. Konstrukce boulí v tomto módu jen v případě, že imperfekce nevynutí jiný tvar deformace. Základní charakteristické módy boulení konstrukce jsou velmi důležité z hlediska předpokládaného postkritického tvaru deformace střednicových ploch při výpočtech, při návrhu výztuh a při zavádění tzv. ekvivalentních geometrických imperfekcí pro analýzu druhého řádu.

Postkritické deformační módy lze v zásadě rozdělit následovně³⁷:

- **Globální ohybový mód** (obr. 4.24a)
Jedná se o vybočení ve směru minimální ohybové tuhosti prutu. Vyskytuje se u tlustostěnných štíhlých prutů a tenkostěnných prutů s dostatečnou torzní tuhostí (uzavřené průřezy), kde štíhlost jednotlivých stavebních prvků prutu není tak vysoká, že prvně nastane jejich lokální boulení. Vyskytuje se u prutů s převažujícím tlakovým namáháním.
- **Globální torzní mód** (obr. 4.24b)
Jedná se o zkroucení okolo podélné osy prutu. Vyskytuje se u tenkostěnných štíhlých prutů s malou torzní tuhostí (otevřené průřezy), kde štíhlost jednotlivých stavebních prvků prutu není tak vysoká, že prvně nastane jejich lokální boulení. Vyskytuje se u prutů s tlakovým namáháním.
- **Globální ohybově torzní mód - klopení** (obr. 4.24c)
Typický mód ztráty stability nosníků ohýbaných kolem osy větší tuhosti. Jedná se o kombinovaný mód vyskytující se u štíhlých tenkostěnných nosníků s malou torzní tuhostí, kde štíhlost jednotlivých stavebních prvků nosníku není tak vysoká, že prvně nastane jejich lokální boulení. Tento mód se vyskytuje u prutů s převažujícím ohybovým namáháním (nosníků).

Pro módy, u nichž hraje důležitou roli torzní tuhost, je důležité si uvědomit, že tato tuhost se obecně skládá ze dvou složek:

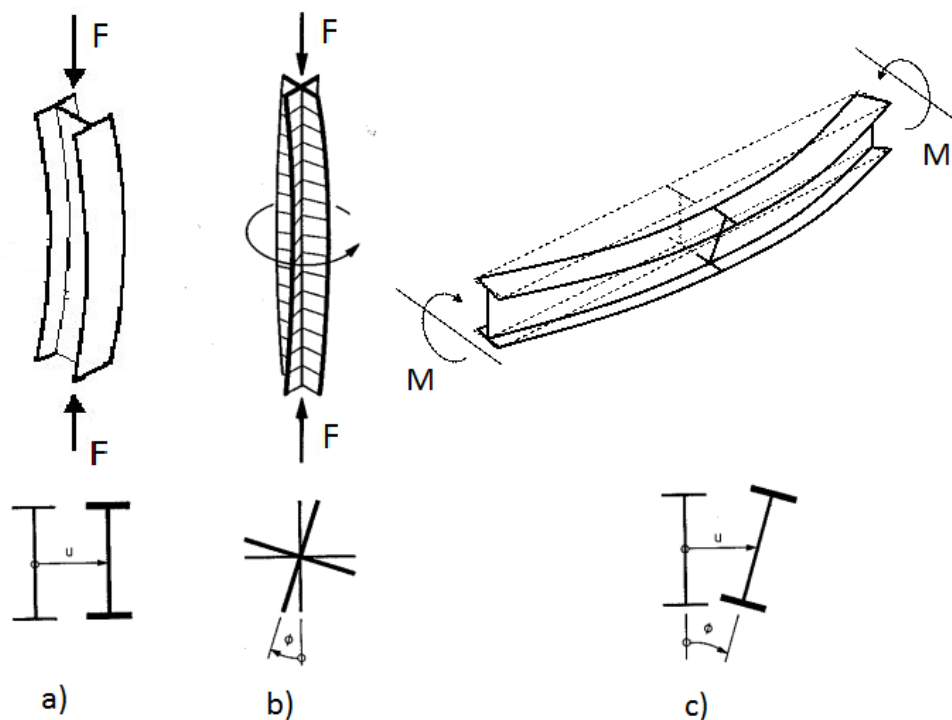
1) Tuhosti prostého krutu (St. Venant)

Zde je poměrný zkrut konstantní po celé délce prutu a deplanující průřezy deplanují v každém řezu stejně, přičemž deplanaci není nijak bráněno. Krouticí moment se zde přenáší pouze pomocí smykových napětí. Tuhost příčného průřezu je dána součinem modulu pružnosti ve smyku a polárního momentu setrvačnosti průřezu.

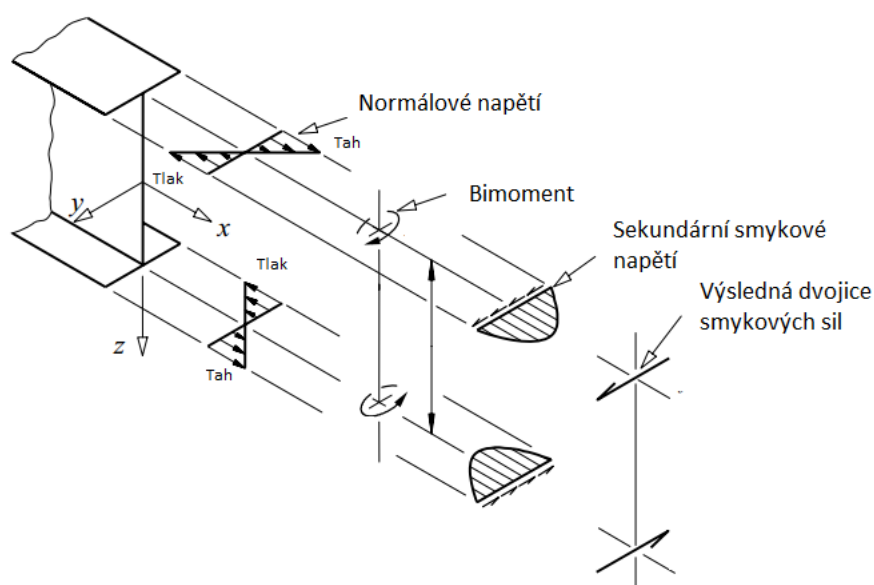
³⁷ Definice jsou formulovány pro tělesa prutového charakteru, která tvoří převážnou část konstrukcí dopravních a manipulačních zařízení.

2) Tuhosti vázaného krutu

Zde je poměrný zkrut proměnný po délce prutu (např. vlivem působení proměnného krouticího momentu) čímž deplanující průřezy deplanují v každém řezu jinak, přičemž deplanaci není bráněno vazbami nebo zkrut je po délce stejný a deplanaci je bráněno vazbami. Vlivem proměnné nebo omezené deplanace vznikají proměnná normálová napětí a sekundární smyková napětí, která reprezentují přídatnou tuhost (obr. 4.25).



Obr. 4.24 Základní globální deformační módy prutových prvků konstrukcí [60], [4]



Obr. 4.25 Vznik vázaného kroucení ve vetknutém tenkostěnném I- profilu [64]

Tuto přídatnou torzní tuhost lze využívat u výrazněji deplanujících průřezů, například pro zvýšení hodnoty kritického momentu při klopení. Vazby musí při předpokládaném vybočení a natočení zajistit proměnný poměrný úhel zkroucení po střednici nosníku nebo musí bránit koncové deplanaci. Například kritický moment při klopení prostě uloženého nosníku³⁸ s průřezem se dvěma osami symetrie zatíženého prostým ohybem lze určit podle následujícího vztahu [64]:

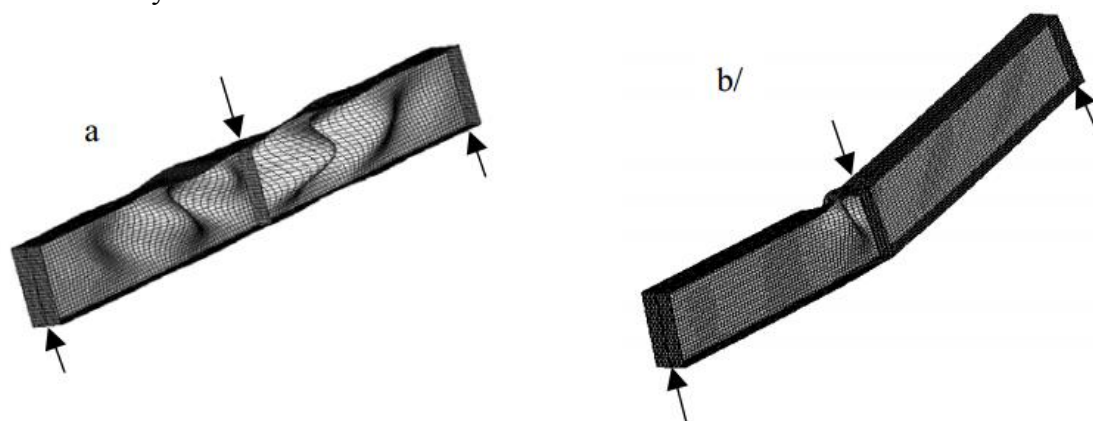
$$M_{cr} = \sqrt{\left\{ \left(\frac{\pi^2 EI_z}{L^2} \right) \left(GI_t + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2} \right) \right\}} \quad (21)$$

Kde:

M_{cr} – kritický ohybový moment při klopení [Nm]	
I_z –menší kvadratický moment průřezu [m ⁴]	EI_z – menší ohybová tuhost [Nm ²]
I_w –hlavní výsečový moment průřezu [m ⁴]	EI_w –tuhost vázaného krutu [N]
I_t –polární moment průřezu [m ⁴]	GI_t – tuhost prostého krutu [Nm ²]
L –vzpěrná délka prutu [m]	E, G –modul pružnosti v tahu, smyku[Pa]

- Lokální módy

Pokud je prut vytvořen z tenkostěnných stavebních prvků, může před dosažením globálního módu vybočení nastat tzv. lokální boulení.



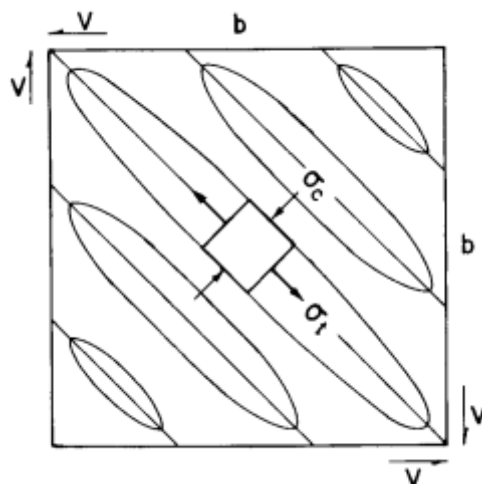
Obr. 4.26 Lokální boulení ohýbaného nosníku [61]

Při lokálním boulení laterálně vybočují tenkostěnné stavební prvky prutů, aniž by docházelo k vybočení střednice jako celku. Tento mód není obecně tak nebezpečný jako globální módy, protože konstrukce po lokálním boulení vykazuje další postkritickou únosnost. Lokální boulení však často inicializuje deformace, které při dalším zatěžování postupně vedou ke kolapsu konstrukce (obr. 4.26b).

Zvláštním případem je lokální boulení smykově namáhaných tenkých stěn. Tento typ boulení může nastat u tenkých stojin poblíž okraje nosníků, kde dominuje smykové namáhání. Podélné osy těchto vln jsou od osy nosníku pod úhlem 45°, což je směr kolmý

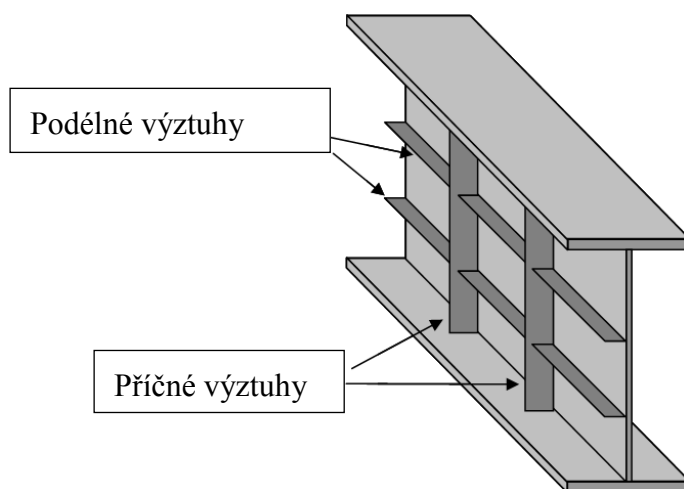
³⁸ Koncové vazby nosníku jsou ve tvaru vidlic, kde jedna je pevná a druhá podélně posuvná. Není bráněno koncové deplanaci, ale koncové zkroucení je nulové. Tím je zajištěno proměnné zkroucení po délce (nula na koncích a maximum uprostřed) a tím i proměnná deplanace=je využívána i tuhost vázaného kroucení.

na maximální tlakové napětí. Po boulení se silový přenos ve stěně uskutečňuje ve směru maximálních tahových napětí (prostřednictvím tahových diagonál) podobně jako u příhradové konstrukce (obr. 4.27).



Obr. 4.27 Lokální boulení při smyku [57]

Vliv boulení na redukci únosnosti lze omezit pomocí podélných a příčných mezilehlých výztuh (obr. 4.28).



Obr. 4.28 Podélné a příčné výztuhy nosníku [67]

Pomocí vyztužení lze dosáhnout nejlepšího poměru únosnosti k hmotnosti konstrukce. Jelikož navařování výztuh je nákladné, často bývá ekonomicky vhodnější použít tlustší plechy a výztuhy eliminovat [68]. Zda použít výztuhy nebo silnější plechy závisí na preferencích konkrétní aplikace. Výztuhy se používají téměř vždy v okolí podpor a míst bodového působení zatížení z důvodu lepší distribuce zatížení do celého příčného průřezu. Toto opatření eliminuje koncentrovaná tlaková napětí způsobující lokální boulení v místech působení zatížení.

4.4.2 Výpočtová predikce zatížení způsobující ztrátu tvarové stability.

1) Analytické a analyticko-empirické konvenční metody

Analytické metody umožňují určit kritické (bifurkační) zatížení jednochuchých těles bez uvážení imperfekcí. Jedná se o využití vztahů obdobných Eulerově formulí pro kritickou sílu kloubově uloženého prutu (20) nebo vztahu (21) pro výpočet kritického pružného momentu při klopení. Je třeba si uvědomit, že tyto vztahy byly odvozeny za použití více či méně zjednodušujících předpokladů čímž je dotčena také přesnost poskytovaných výsledků. V praxi jsou tyto vztahy součástí analyticko-empirického přístupu využívaného v normách pro ocelové konstrukce, kde se využívají k určení relativní štíhlosti řešeného tenkostěnného tělesa pomocí vztahu:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\sigma_k}{\sigma_{cr}}} \quad (22)$$

Kde: σ_{cr} – kritické bifurkační napětí [MPa]
 σ_k – napětí na mezi kluzu materiálu [MPa]
 $\bar{\lambda}$ – relativní štíhlost [-]

Skutečné limitní zatížení je určováno v závislosti na relativní štíhlosti z křivek, které jsou matematickou reprezentací výsledků z počítačových analýz korelovaných s experimentálními daty. Světové standardy používají vlastní sady návrhových křivek jejichž srovnání lze nalézt v článku T.Galambosa [69], který poukazuje na podobnost návrhových křivek napříč světovými normami.

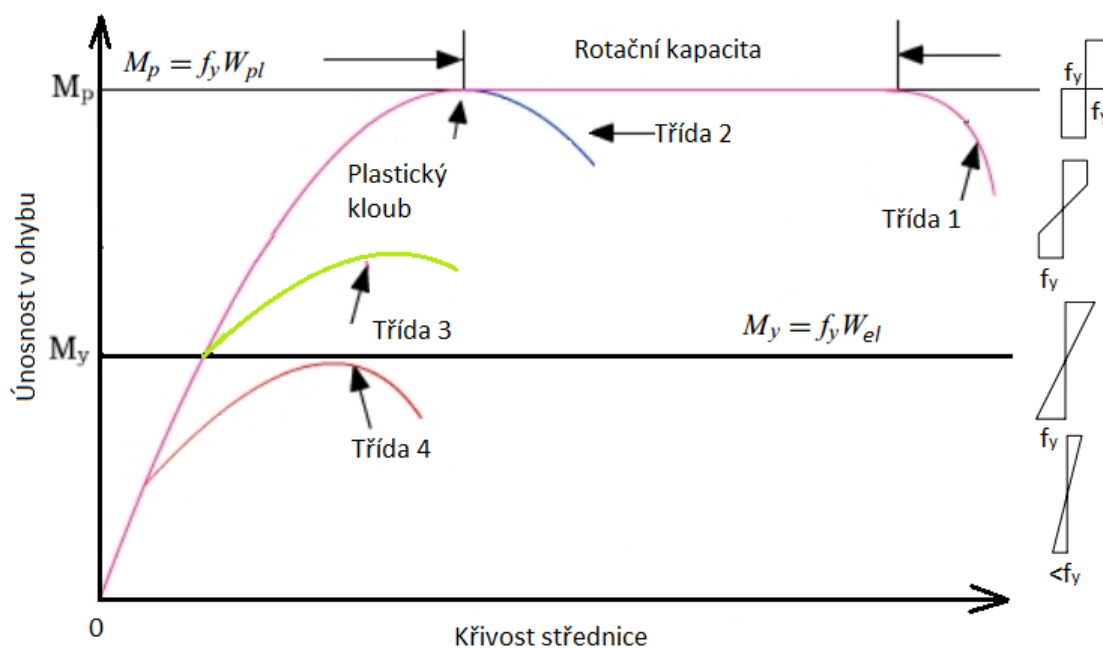
V Evropě je pro ocelové konstrukce pozemních staveb zavedená sada harmonizovaných norem EC3, která představuje výpočtové normy využívané také pro strojírenské ocelové konstrukce transportních zařízení neboť příslušné oborové normy se na eurokódy často odkazují. Eurokódy využívají pro hodnocení globální stability prutů a nosníků sadu křivek vzpěrné pevnosti (obr. 4.30) a křivek klopení, které zohledňují různou míru imperfekcí v závislosti na typu profilu, parametrech průřezu, materiálu a směru předpokládaného vybočení.

Lokální ztráta stability je v EC3 řešena klasifikací příčných průřezů do čtyř tříd. Klasifikace se provádí podle poměru šířky a tloušťky tlačенých částí, jejich umístění v průřezu³⁹ a způsobu rozložení napětí v průřezu⁴⁰. Třída 1 a 2 zahrnuje tlustostěnné průřezy, u nichž může napětí přesáhnout mez kluzu. Průřezy třídy 3 umožňují dosažení meze kluzu materiálu v krajních vláknech aniž by došlo k lokálnímu boulení. U průřezů třídy 4 (tenkostěnné průřezy) nastane lokální boulení před dosažením meze pružnosti (obr. 4.29).

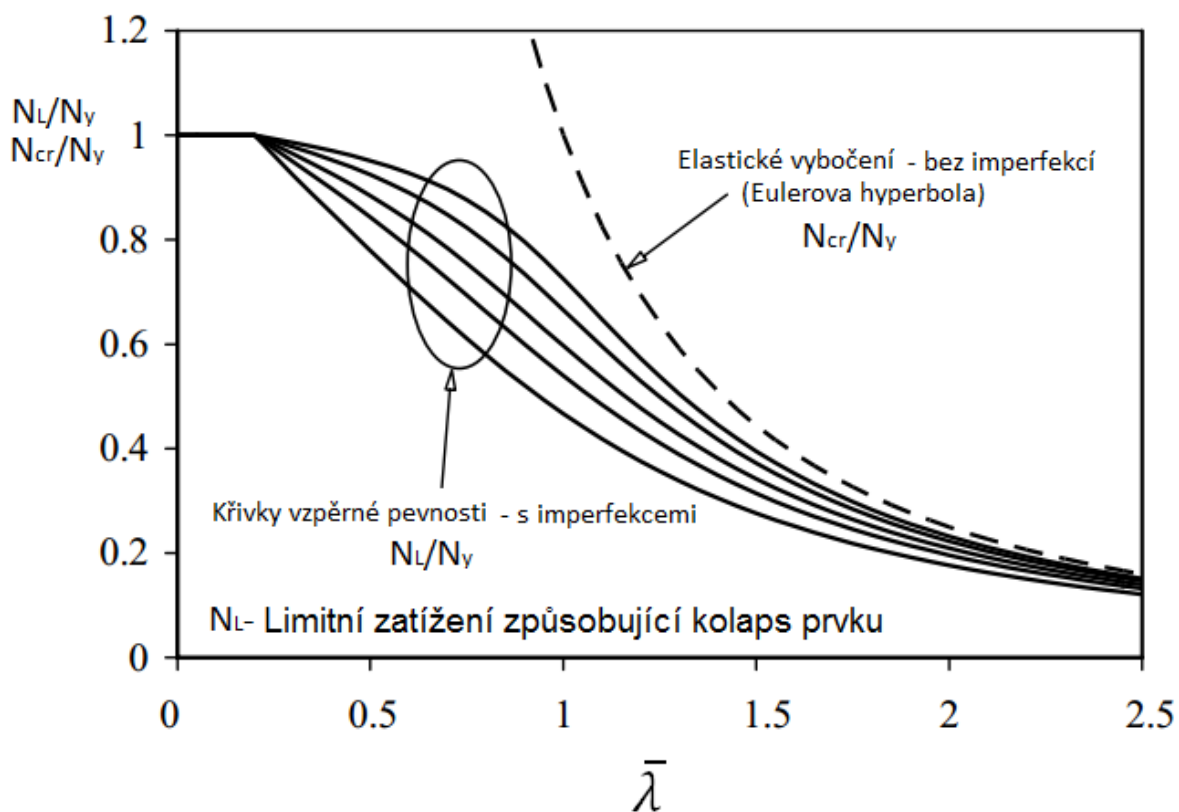
Pokud průřez nosníku splní kritéria pro zařazení do kategorie 3 podle EC3 [50] není nutné ve výpočtech uvažovat vliv lokálního boulení. Optimální průřez z hlediska omezení pouze lokálním boulením je takový, který boulí těsně po přetížení za mez pružnosti.

³⁹ EC3 rozlišuje vnitřní tlačенé části a přečnávající části pásnic

⁴⁰ Rozlišují se části průřezu pouze tlačенé, pouze ohýbané a tlačенé a ohýbané



Obr. 4.29 Únosnost jednotlivých tříd průřezů dle EC3 [64]



Obr. 4.30 Křivky vzpěrné pevnosti využívané v EC3 [64]

2) Analýzy provedené metodou konečných prvků

Metoda konečných prvků představuje v současné době nejuniverzálnější metodu pro analýzu stability tvaru. V porovnání s konvenčními metodami umožňuje řešit geometricky složitější tělesa při různých okrajových podmínkách. Lze stanovit kritické zatížení pro idealizovanou geometrii nebo limitní zatížení s uvážením imperfekcí. V závislosti na typu řešeného problému a požadované přesnosti výsledků lze provést následující typy analýz:

a) Lineární analýza stability [70]⁴¹

Tato analýza umožňuje numericky určit kritické zatížení, při kterém dochází k bifurkaci (rozdělení rovnováhy) tenkostěnné konstrukce, zatížené až do okamžiku ztráty stability pouze membránovými (osovými) složkami napětí. Při vybočení tenkostěnné konstrukce dochází k přeměně akumulované energie membránové napjatosti v energii ohybové napjatosti. Tento proces je vzhledem k řádovým rozdílům mezi membránovou a ohybovou tuhostí tenkostěnných konstrukcí spojen s velkými průhyby. K numerické analýze tohoto jevu je třeba sestavit matici, která zahrne vliv deformace do výpočtu. Tato matice se nazývá geometrická, nebo též napěťová matice tuhosti \mathbf{K}_σ a závisí na geometrii a aktuálním stavu napjatosti. Analýza vychází z úvahy, že až do okamžiku ztráty stability je problém lineární. V lineární analýze se nemění charakter rozložení membránových napětí, ale pouze jejich velikost. Matici \mathbf{K}_σ můžeme tedy sestavit pro libovolně zvolené referenční zatížení \mathbf{F}_0 . Při λ -násobku působícího zatížení bude i napěťová matice tuhosti rovna $\lambda \cdot \mathbf{K}_\sigma$. Je nutné stanovit, při jaké velikosti zatížení dojde k situaci, v níž mohou existovat dva rozdílné rovnovážné stavy, dané dvěma různými maticemi posuvů \mathbf{U} a $\mathbf{U} + \bar{\mathbf{U}}$. Pro oba stavy musí platit podmínky rovnováhy:

$$\begin{aligned} (\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_\sigma) \mathbf{U} &= \lambda \mathbf{F}_0 \\ (\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_\sigma) (\mathbf{U} + \bar{\mathbf{U}}) &= \lambda \mathbf{F}_0 \end{aligned} \quad (23)$$

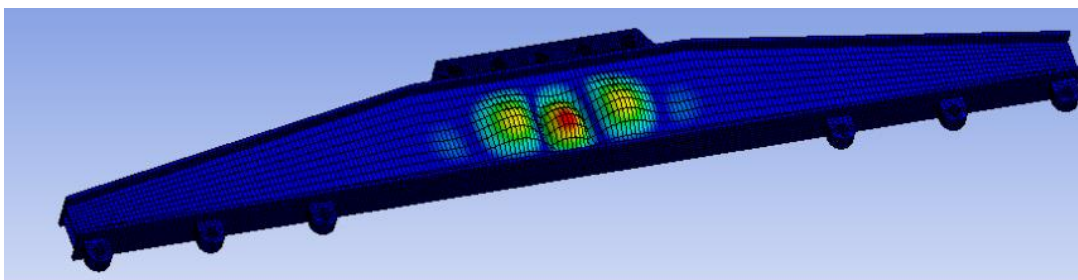
Odečtením první rovnice od druhé získáme rovnici zobecněného vlastního problému:

$$(\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_\sigma) \bar{\mathbf{U}} = \mathbf{0} \quad (24)$$

Kde: \mathbf{K} – globální matice tuhosti
 \mathbf{K}_σ – globální napěťová (geometrická) matice tuhosti
 \mathbf{U} – matice posuvů
 $\bar{\mathbf{U}}$ – matice obsahující vlastní tvary
 \mathbf{F}_0 – vektor referenčního zatížení (zatížení při kterém byla generována \mathbf{K}_σ)
 λ – skalární multiplikátor určující násobek referenčního zatížení, při kterém dojde k bifurkaci

⁴¹ V anglicky psané literatuře označováno akronymem LBA (Linear Buckling Analysis).

Řešením zobecněného problému vlastních hodnot (24) získáme hodnoty skalárního multiplikátoru λ referenčního zatížení \mathbf{F}_0 a rovněž tvary postkritických módů vybočení střednicové plochy, k nimž po ztrátě stability dojde. Je nutné zdůraznit, že tyto charakteristické tvary (vlastní tvary) představují pouze charakter vybočení při ztrátě stability, nikoli jeho velikost. Zpravidla nás zajímá nejnižší vlastní číslo λ_1 , umožňující stanovit nejmenší kritické zatížení $\mathbf{F}_1 = \lambda_1 \cdot \mathbf{F}_0$ a odpovídající vlastní tvar $\bar{\mathbf{U}}_1$. Obr. 4.31 ukazuje příklad prvního vlastního tvaru ohybově zatížené jeřábové traverzy (lokální boulení stojin).



Obr. 4.31 První vlastní tvar - lokální boulení stojin jeřábové traverzy [71]

Praktické použití této varianty stabilitní analýzy je omezeno pouze na ideální geometrické tvary bez imperfekcí jako např. u Eulerova vzpěru přímých prutů. Přívlastek „lineární“ u této analýzy vyjadřuje skutečnost, že až do okamžiku bifurkace je úloha lineární a k (nelineární) ztrátě stability dojde náhlým kvalitativním skokem.

V některých případech může lineární stabilitní analýza posloužit jako nástroj pro určení relativní štíhlosti ve smyslu vztahu (22) nebo jako orientační předstupeň před následující plně nelineární analýzou. Vlastní tvary získané lineární stabilitní analýzou je možné podle přílohy C ČSN EN 1993-1-5 ed.2 [49] využít k zavedení ekvivalentních geometrických imperfekcí pro nelineární řešení. Tento postup bude podrobněji popsán v následující kapitole.

b) Nelineární analýza stability⁴²

Geometrie a zatížení reálných tenkostěnných konstrukcí jsou často takové, že jednotlivé prvky konstrukce jsou od samého počátku namáhány ohybem. Únosnost takové konstrukce nelze potom posuzovat z výsledků lineární stabilitní analýzy, neboť k bifurkaci nedochází. Křivka zatížení-deformace je hladká, nedochází k jejímu větvení, je ovšem od počátku nelineární. Jediná možnost, jak spolehlivě numericky řešit takové případy, je provést plně nelineární řešení s postupnými přírůstky zatížení [70]. Prakticky se jedná o posloupnost lineárních analýz, kde je zatížení aplikováno postupně a deformovaná geometrická konfigurace předchozího lineárního kroku se stává výchozí konfigurací kroku následujícího. Matice tuhosti je v každém kroku aktualizována v závislosti na aktuální geometrické konfiguraci (tečná matice tuhosti).

Nelineární analýza stability může zahrnovat více druhů nelinearit. Základní nelinearitou v každé nelineární analýze stability je geometrická nelinearita, která zohledňuje vliv velikých posuvů konstrukce na celkovou tuhost a napjatost. Pro ocelové konstrukce dopravních a

⁴² V anglicky psané literatuře označováno akronymem NLBA (Non-Linear Buckling Analysis).

manipulačních zařízení dimenzovaných výhradně v elastické oblasti není nutné žádnou další nelinearitu uvažovat.

Zásadní otázkou vystupující již v etapě tvorby modelu je způsob zadání imperfekcí. Jejich velikost má vliv na výsledné limitní zatížení. Imperfekce mohou být různého druhu. Základní imperfekce lze rozdělit na:

- Geometrické (počáteční průhyby, nerovinnost stěn)
- Materiálové (anizotropie oceli, nehomogenity)
- Napěťové (zbytkové pnutí po technologických operacích)
- Vazbové (nedokonalé vazby)

Realistické zahrnutí všech typů imperfekcí do modelu není prakticky možné z následujících důvodů:

- Neznalost velikosti imperfekcí v návrhové fázi konstrukcí
- Působení náhodných výrobních vlivů na jejich velikost
- Obtížná měřitelnost některých typů imperfekcí (materiálové, napěťové)

Vzhledem k působení náhodných vlivů na parametry imperfekcí lze pro každou ideální geometrickou konfiguraci vymyslet nekonečně mnoho imperfektovaných scénářů. Analyzovat všechny možné scénáře je nemožné a zbytečné. V praxi je nutné použít inženýrský úsudek a dostupné zdroje informací pro správné zavedení imperfekcí pro daný typ konstrukce.

Obecná doporučení pro výpočty realizované metodou konečných prvků jsou kodifikována v příloze C ČSN EN 1993-1-5 ed.2 [49]. Jedná se první normativní dokument, který obsahuje doporučený postup pro analýzy provedené metodou konečných prvků. Příloha obsahuje řadu doporučení pro posouzení tvarové stability konstrukcí na základě MKP výpočtů.

Norma doporučuje modelování napěťových⁴³ (vniřní pnutí po technologických operacích) a geometrických imperfekcí (nedokonalé tvary a rozměry v rámci geometrických tolerancí).

Tvar geometrických imperfekcí může vycházet z kritických vlastních tvarů získaných lineární stabilitní analýzou. Mají se zohlednit jak globální tak lokální módy. Při kombinaci více druhů imperfekcí se má vybrat imperfekce rozhodující a další imperfekce považovat za doprovodné. Imperfekce se mají kombinovat tak, aby bylo dosaženo nejméně příznivého vlivu na únosnost. Amplituda rozhodující imperfekce se doporučuje stanovit jako 80% geometrických výrobních tolerancí⁴⁴ a amplituda doprovodných imperfekcí se redukuje na 70% velikosti rozhodující imperfekce.

Napěťové imperfekce lze modelovat zjednodušeně zavedením náhradních obrazců reziduálních napětí odpovídající výrobě s amplitudami odpovídajícími středním (očekávaným) hodnotám. Modelování je technicky složité a proto se tento typ imperfekce v modelu zohledňuje modifikací velikosti geometrické imperfekce tak ,aby výsledná únosnost

⁴³ V příloze „C“ ČSN EN 1993-1-5 [49] označované jako materiálové imperfekce.

⁴⁴ Pro stanovení geometrických tolerancí lze využít například EN1090- 2

byla ekvivalentní. Výsledná geometrická imperfekce zohledňující i vliv reziduálních napětí na únosnost se nazývá **Ekvivalentní Geometrická Imperfekce**. Ekvivalentní geometrické imperfekce lze nahradit fiktivním zatížením působícím na daný prvek. Fiktivní zatížení je vhodné zejména pro generování globálních tvarů imperfekcí. [49], [61], [62].

K zavedení ekvivalentních geometrických imperfekcí lze použít tabulku C.2 a obr. C.1 z přílohy C [49]. Pro zvolení rozhodující a doprovodných imperfekcí je třeba použít inženýrský úsudek a další dostupné zdroje. Lze modelovat i více scénářů.

Řešení stabilitního omezení metodou konečných prvků má ve srovnání s klasickým přístupem následující výhody:

- kritické zatížení vypočtená lineární analýzou stability jsou přesnější, protože model může postihnout přesnou geometrii, více detailů a lépe zohlednit okrajové podmínky.

Například při kontrole lokálního boulení je v MKP zohledněna tuhá návaznost na pásnice. Metodika v EC3 využívající zatřídění průřezů posuzuje stojiny a pásnice zvlášť a nezohledňuje jejich propojení a interakci tuhostí. Vztahy pro určení třídy průřezu dle EC3 jsou totiž odvozeny za předpokladu nulové rotační tuhosti ve spoji pásnice-stojina [64].

- zavedení imperfekcí ve tvaru kombinace lokálního a globálního módu (tak jak je doporučeno v příloze C [49]) zohledňuje interakci těchto módů během zatěžování.

U reálných konstrukcí se vždy vyskytují globální i lokální imperfekce, které mohou během zatěžování interagovat..

5 APLIKACE OPTIMALIZAČNÍCH METOD PŘI NÁVRHU SVAŘOVANÝCH NOSNÍKŮ MANIPULAČNÍCH ZAŘÍZENÍ

Obecně se dá říct, že matematické optimalizační metody jsou při praktických návrzích ocelových konstrukcí manipulačních zařízení⁴⁵ využívány spíše sporadicky. Při návrhu převládá využití empirického přístupu s tím, že lepší řešení jsou hledána metodou pokusu a omylu popř. porovnáním více analyzovaných scénářů. Tento postup bývá často nazýván optimalizací, i když se o optimalizaci ve striktně matematickém smyslu nejedná. Příkladem uvedeného postupu je „optimalizace“ tloušťek stojin a pásnic hlavních nosníků mostového jeřábu [72] nebo optimalizace profilu jeřábové traverzy [73]. Existují však publikace popisující matematicky korektní optimalizaci svařovaných nosníků mostových jeřábů.

Pavlovič a kolektiv [74] popisují metodiku optimalizace skříňového nosníku mostového jeřábu s uvážením omezení na klopení a boulení stěn popsané analyticky s využitím norem. Optimalizace je provedena analyticky pro dvě proměnné (šířka a výška nosníku) metodou Lagrangeových multiplikátorů.

Kolektiv čínských autorů z univerzity v Shenyangu [75] popisuje metodiku zaměřenou na řešení hmotnostní optimalizace skříňového nosníku mostového jeřábu s uvážením omezení na napětí, tuhost a další geometrické proporce nosníku. Stabilita však není v omezujících podmínkách zohledněna. Účelová funkce i omezující podmínky jsou formulovány analytickou cestou. Optimalizace je řešena numericky pomocí nelineárního programování.

Sun a kolektiv [76] popisuje využití metody optimalizace hejnem částic⁴⁶ modifikované pro diskrétní návrhové proměnné při hmotnostní optimalizaci hlavního nosníku mostového jeřábu. Do optimalizačního problému je zahrnuto celkem 6 návrhových proměnných a 10 omezujících podmínek, které jsou formulovány a vyčíslovány analyticky. Pro nalezení optimálního řešení bylo potřeba 400040 vyčíslení účelové funkce a omezujících podmínek. Vysoký počet vyčíslení je charakteristický pro všechny heuristické optimalizační metody. V případě analytické formulace účelové funkce a omezujících podmínek je využití heuristických metod možné, avšak pro přímé propojení na MKP je provedení tak vysokého počtu analýz prakticky nemožné.

Velmi komplexní přístup pro hmotnostní optimalizaci skříňových nosníků mostových jeřábů popisuje kolektiv autorů z BIT [77]. Při formulaci omezujících podmínek jsou zohledněna kritéria na napětí, průhyb a stabilitu formulovaná v CMAA 70 a F.E.M. Optimalizace je řešena s využitím nelineárního optimalizačního řešiče v Excelu⁴⁷. V rámci verifikace je optimalizace provedena s využitím přímých optimalizačních řešičů Ansysu s tím, že pomocí MKP není řešeno stabilitní omezení, ale jen napětí a průhyby. Stabilita je zohledňována

⁴⁵ Pod pojmem manipulační zařízení jsou zde myšlena zařízení, jejichž funkční část tvoří ocelová nosná konstrukce. Jedná se zejména o zdvihací zařízení a těžké manipulátory.

⁴⁶ Tato heuristická optimalizační metoda je v anglické literatuře označována jako Particle Swarm Optimization.

⁴⁷ Je využíván řešič GRG2 (Generalized Reduced Gradient).

analyticky s využitím podmínek z CMAA a F.E.M. Optimalizace je řešena pro 11 návrhových proměnných.

Výše uvedené práce využívají buď analytickou formu popisu účelové funkce a omezujících podmínek nebo přímé propojení optimalizačního řešiče a konečno-prvkového systému. Žádný z výše uvedených přístupů neřeší stabilitní omezení pomocí MKP. Při řešení stability je vždy využíváno norem, které obsahují pravidla zohledňující vliv imperfekcí (např. křivky vzpěrné pevnosti a klopení z EC3). Žádná z výše uvedených prací rovněž nezohledňuje únavu materiálu. Většina autorů také publikuje výsledné optimální tloušťky plechů jako desetinná čísla [77], [75]. Je třeba zdůraznit, že pouhé zaokrouhlení na dostupné tloušťky bez další korekce může způsobit významnou odchylku od optimálního řešení.

Vzhledem k výše uvedené diskuzi se metodika navržená v rámci této práce jeví jako zajímavá alternativa k výše uvedeným postupům z následujících důvodů:

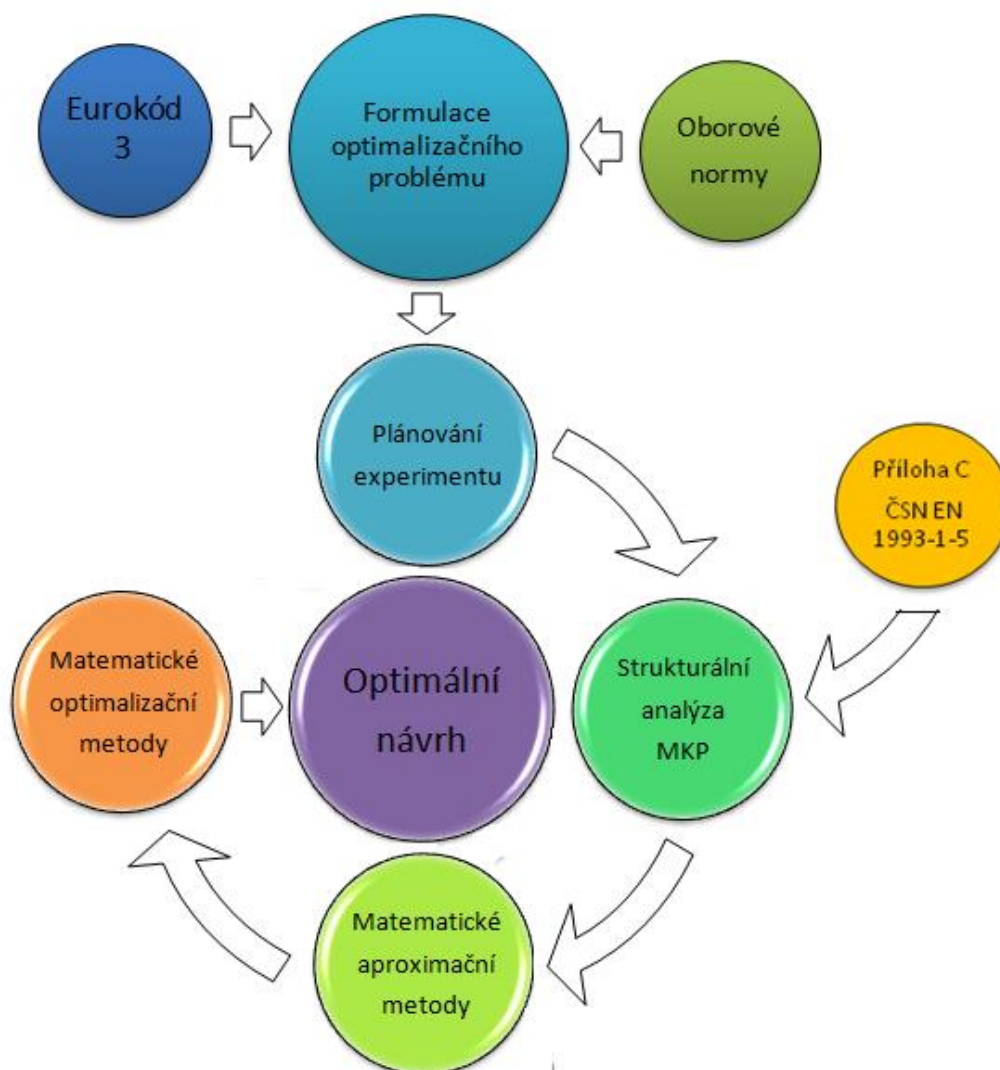
- Je využíváno nepřímého propojení konečno-prvkového modelu a optimalizačního algoritmu prostřednictvím metamodelů.
- Některé aproximační metody umožní popsat závislosti mezi návrhovými proměnnými a výstupními veličinami ve formě spojitých funkcí, což umožní lepší pochopení těchto závislostí.
- Všechny potřebné výstupní veličiny včetně limitního zatížení pro stabilitní omezení jsou řešeny pomocí konečno-prvkových analýz.
- Metodika má při využití sofistikovanějších aproximačních metod (např.: umělé neuronové sítě nebo radiální bázové funkce) potenciál k zahrnutí únavy materiálu do omezujících podmínek.

6 UCELENÝ POPIS NAVRŽENÉ OPTIMALIZAČNÍ METODIKY

Metodika je zaměřena na optimalizaci nosných uzlů ocelových konstrukcí manipulačních zařízení. V rámci metodiky je aplikována strukturální analýza založená na MKP, plánování experimentů, matematické aproximační metody a matematické optimalizační metody pracující na gradientní a heuristické bázi. Součástí strukturální analýzy je predikce limitního zatížení založená na geometricky nelineární analýze imperfektované konstrukce, které vstupuje do klíčové stabilitní omezující podmínky optimalizace. Tvar a velikost imperfekcí jsou nastaveny podle doporučení z EC3 [49] pro analýzy prováděné metodou konečných prvků.

Metodika představuje systematické propojení všech dílčích metod do uceleného postupu, který vede k optimálnímu řešení navrhovaného uzlu nosné konstrukce.

Obr. 6.1 znázorňuje obecné schéma metodiky. Obr. 6.2 znázorňuje pořadí aplikace dílčích metod a obr. 6.3 znázorňuje softwarovou realizaci.



Obr. 6.1 Obecné schéma metodiky

Díličí metody lze souhrnně charakterizovat následovně:

- **Strukturální analýza založená na aplikaci MKP**

MKP umožňuje řešení strukturálních problémů na obecných tělesech. Pro metodiku je klíčová parametrická forma konečno-prvkového modelu umožňující rychlou rekonfiguraci modelu řešeného konstrukčního uzlu a tím automatické provedení sady výpočtů ve všech potřebných konfiguracích určených zvoleným experimentálním plánem. S využitím programovacího jazyka APDL systému Ansys je možné programatické vytváření parametrických výpočtových modelů. Programování v APDL umožňuje automatické vyhodnocení (post-processing) všech potřebných veličin včetně limitních zatížení určených pomocí geometricky nelineární analýzy provedené s uvážením vlivu imperfekcí.

- **Plánování experimentu**

Aplikací této strategie do optimalizačního schématu je dosaženo automatického řízení výpočtů na parametrických výpočtových modelech. Vybraný experimentální plán určuje sadu konfigurací parametrického modelu pro provedení výpočtů potřebných k získání dat pro identifikaci parametrů metamodelů účelové funkce (funkcí) a funkcí určující omezující podmínky optimalizace. Experimentální plány jsou generovány v programu Matlab.

- **Matematické aproximační metody**

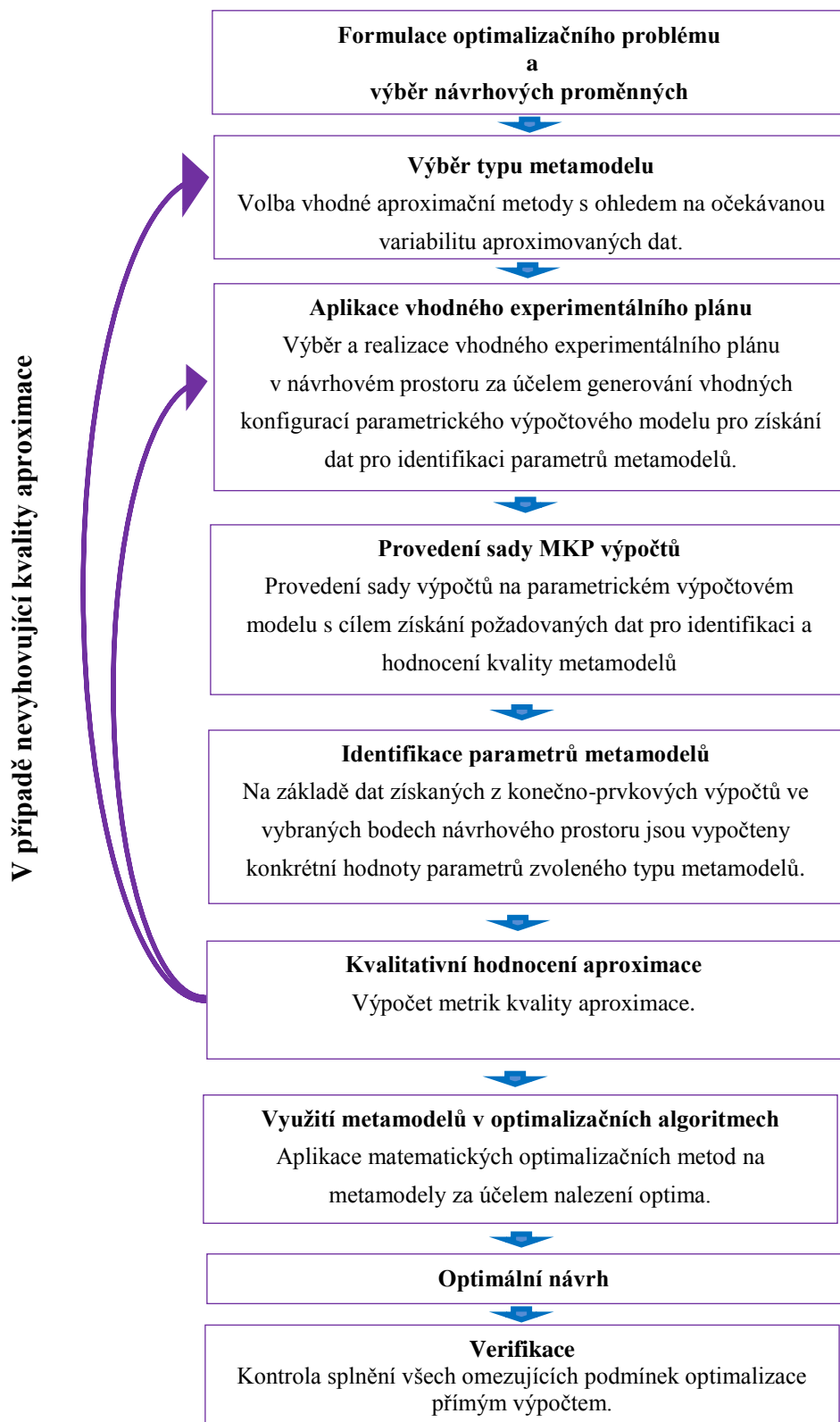
Identifikace parametrů metamodelů za účelem získání přibližného popisu účelové funkce a omezujících podmínek v návrhovém prostoru. Lineární regresní metamodely, radiální bázové funkce a umělé neuronové sítě lze realizovat v programu Matlab.

- **Matematické optimalizační metody**

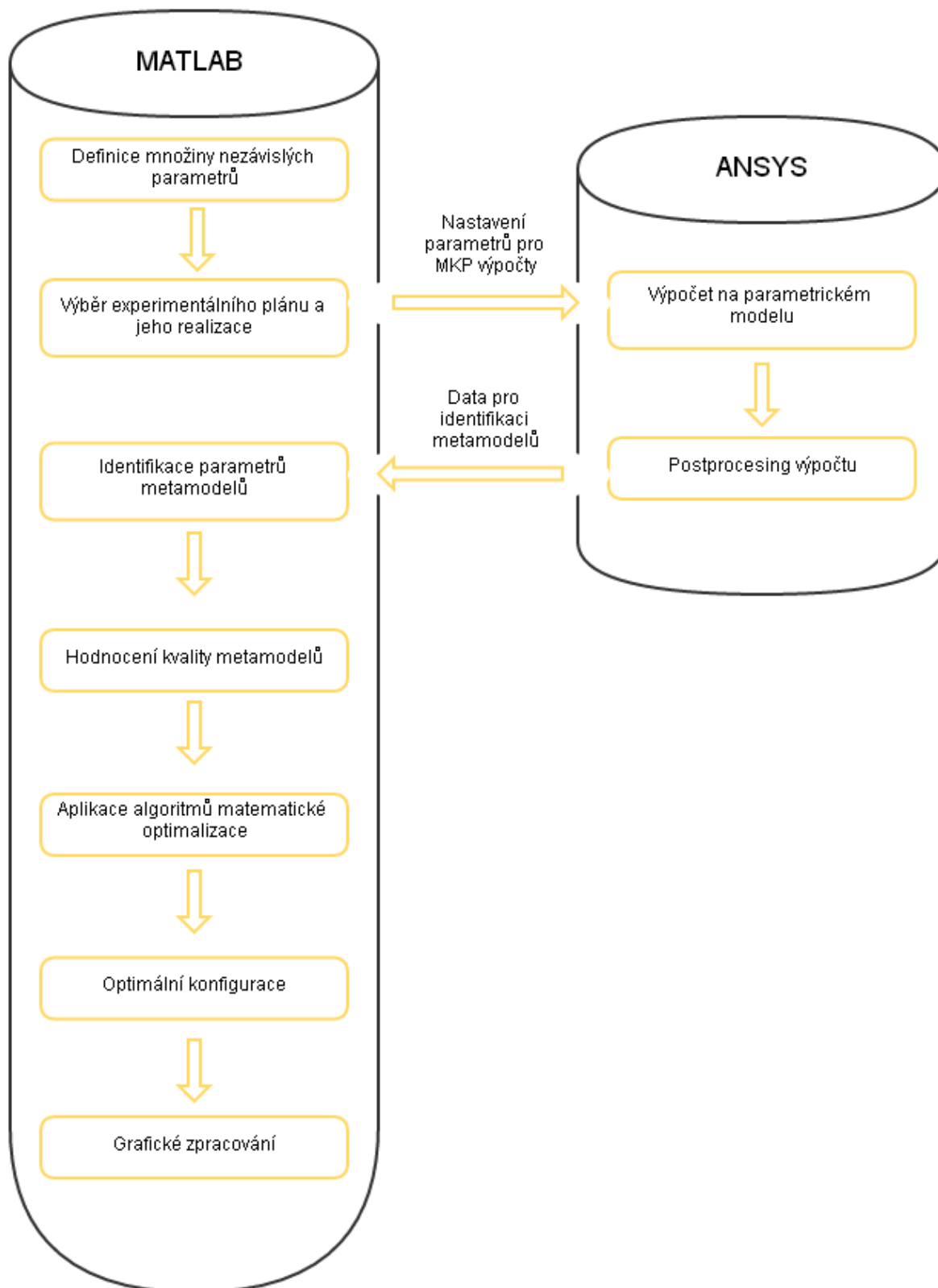
Tyto metody jsou aplikované na metamodely zkonstruované pomocí výše uvedených metod s cílem získat optimální konfiguraci řešeného uzlu konstrukce vzhledem k dané účelové funkci a omezujícím podmínkám. Jsou využívány dva principy založené na gradientní a heuristické bázi. Optimalizační metody jsou aplikovány v prostředí optimalizačního toolboxu programu Matlab.

- **Metody výpočtové predikce ztráty tvarové stability**

Tyto metody jsou využity pro formulaci omezující podmínky popisující hranici stabilního chování konstrukce. Vzhledem k tomu, že tyto metody jsou stále předmětem vývoje, je využito kodifikovaného přístupu využívající přílohu „C“ ČSN EN 1993-1-5 ed.2 [49] k zavedení ekvivalentních geometrických imperfekcí a nelineární analýzy stability provedené v systému Ansys. Vzhledem k nepřípustnosti trvalých deformací u nosných konstrukcí transportních zařízení je limitní zatížení určeno při dosažení meze kluzu při postupném zatěžování imperfektované konstrukce s uvážením vlivu geometrické nelinearity.



Obr. 6.2 Tok informací v rámci metodiky



Obr. 6.3 Softwarové schéma metodiky

7 APLIKACE NAVRŽENÉ METODIKY

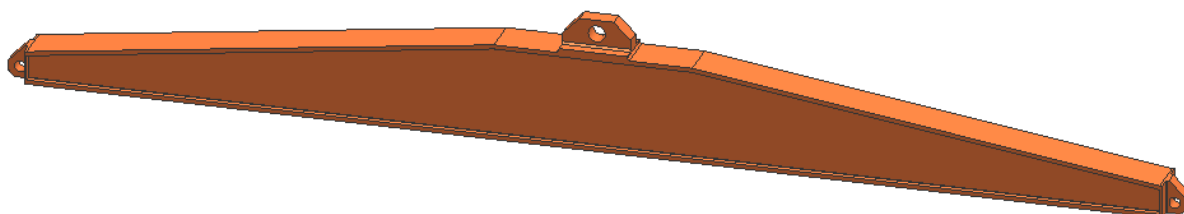
Cílem této kapitoly je praktická ukázka využití navržené optimalizační metodiky prostřednictvím případové studie zabývající se problematikou návrhu hmotnostně optimalizovaných svařovaných nosníků. V rámci zvoleného ilustračního příkladu je řešen návrh hmotnostně optimalizovaného svařovaného nosníku nosné manipulační traverzy o nosnosti 20 t a délce 4m. Optimalizace je řešena pro uzavřený skříňový průřez nosníku. Požadovaná životnost je 10000 zátěžných cyklů.

7.1 FORMULACE OPTIMALIZAČNÍHO PROBLÉMU

Cílem je návrh co nejlehčí varianty nevyztuženého svařovaného nosníku nosné traverzy s tím, že tento hmotnostně optimalizovaný nosník splní pevnostní požadavky dané platnou legislativou. Traverza má mít následující parametry:

- Nosnost: $WLL=20000\text{kg}$
- Délka nosníku: $L=4\text{m}$
- Životnost: minimálně 10000 zátěžných cyklů
- Materiál: S355J2G3 ($f_y=355\text{MPa}$)
- Maximální vertikální průhyb: $\delta_{max}=L/500=8\text{mm}$

Do optimalizačního problému vstupují pouze základní parametry, které jsou důležité z hlediska jeho řešení. V rámci optimalizace bude řešen návrh optimální geometrické konfigurace nosníku nosné traverzy bez zahrnutí detailů lokálního typu (např.: lokální koncentrátoři napětí).



Obr. 7.1 Nosná traverza se skříňovým uzavřeným průřezem

7.1.1 Účelová funkce

Účelovou funkcí je objem materiálu nosné traverzy. Hodnota je odečítána přímo z Ansysu.

7.1.2 Omezující podmínky

Omezující podmínky budou formulovány s ohledem na výše uvedené parametry, legislativní požadavky a vymezení návrhového prostoru.

7.1.2.1 Diskuze legislativních požadavků

Nosná traverza je „stanoveným výrobkem“ ve smyslu zákona 22/1997 Sb. o technických požadavcích na výrobky [78]. U stanovených výrobků je vyžadováno prokázání shody s evropskými předpisy kodifikovaných formou evropských směrnic (např.: 2006/42/ES pro strojní zařízení), které jsou do legislativního systému České Republiky zavedeny formou nařízení vlády (NV). NV mají právní sílu zákona. Podle NV 176/2008 Sb. [79] je nosná traverza klasifikována jako „Příslušenství pro zdvihání“. Nařízení vlády jmenuje základní požadavky pro dimenzování příslušenství pro zdvihání v obecné podobě.

Jednou z možných cest pro splnění požadavků NV 176/2008 Sb. je využití harmonizované normy [66]. Splněním požadavků této normy splníme také požadavky NV 176/2008 Sb. [79]. Norma [66] předepisuje výpočtový zatěžovací stav daný rovnicí (25).

$$F_{NORM} = S_{DL} + 2 \cdot S_{WLL} = 2 \cdot WLL \cdot g = 2 \cdot 20000 \cdot 9.81 = 392400 \text{ [N]} \quad (25)$$

Kde: F_{NORM} - normativní výpočtové zatížení [N]

S_{DL} - účinek vlastní hmotnosti uchopovacích prostředků [N]

S_{WLL} - účinek zatížení od nosnosti [N]

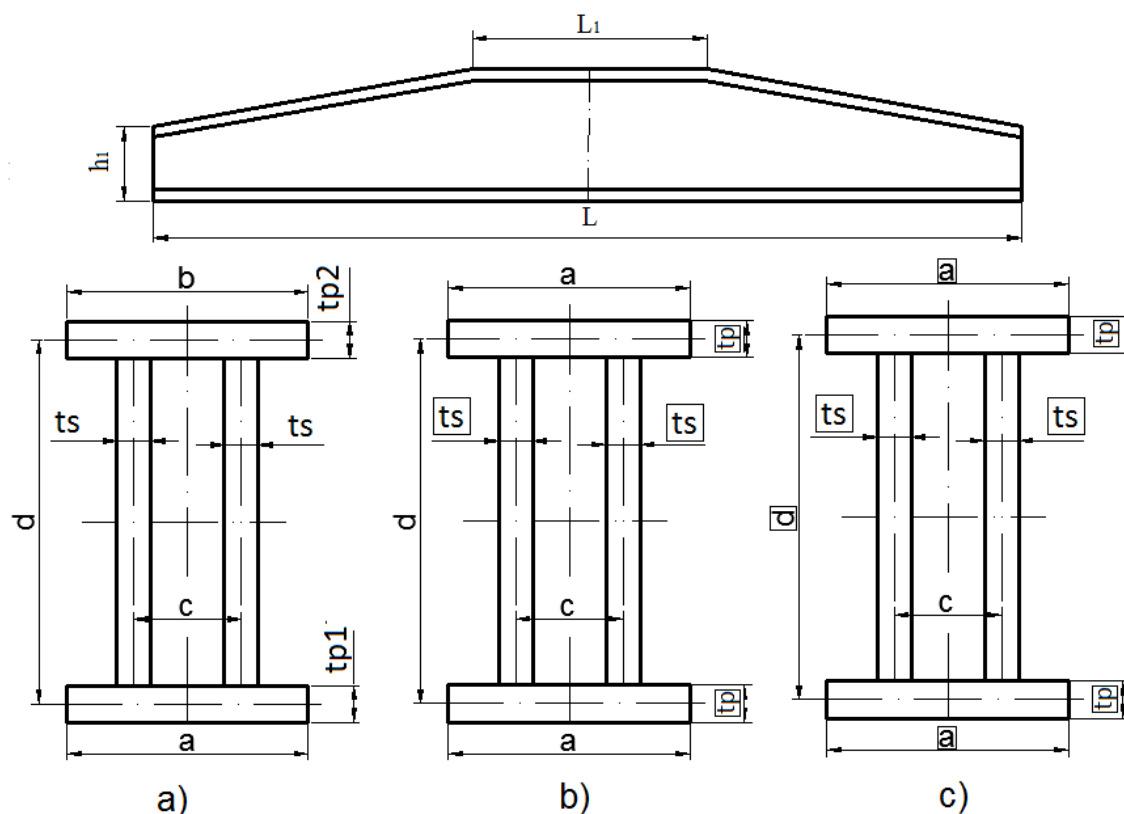
g - tíhové zrychlení [m/s^2]

Součinitel 2 zahrnuje dynamický účinek zvedání a také statickou zkoušku. Součinitel 2 taktéž zabezpečuje, že pro méně než 20000 zátěžných cyklů není potřeba provádět výpočet na únavu. Norma vyžaduje, aby při statickém zatížení podle (25) redukované napětí v nosníku nepřekročilo mez kluzu materiálu a nosník zůstal tvarově stabilní. Účinek vlastní hmotnosti uchopovacích prostředků je zde vůči účinku od nosnosti považován za nepodstatný.

7.1.2.2 Vymezení návrhového prostoru

Vymezení návrhového prostoru spočívá ve volbě jeho dimenze a rozsahu jednotlivých návrhových proměnných. Obr. 7.2 znázorňuje parametrizaci nosné traverzy se skříňovým nosným profilem. Parametry L , L_1 , h_1 a c jsou předem dané (nepředstavují návrhové proměnné). Předmětem optimalizace je hledání optimálních hodnot rozměrů příčného průřezu. Obecně lze volit sedm návrhových proměnných popisujících skříňový příčný průřez (obr. 7.2-a). Tento počet je z praktických důvodů zredukován na čtyři návrhové proměnné (obr. 7.2-c). Rozteč stojin c je nastavena na co největší hodnotu z důvodu maximalizace torzní tuhosti a tím odolnosti vůči klopení. Parametr c je odvozen od šířky pásnic a tak, aby na krajích bylo dostatek místa pro svar.

Optimalizační metodika bude nejprve odladěna a demonstrována na dvojrozměrné variantě optimalizace (dále označováno jako 2D varianta), přičemž návrhovými proměnnými budou tloušťky pásnic a stojin (obr. 7.2-b). Tato varianta je názornější z hlediska ilustrace principu metodiky. Metamodely účelové funkce a omezujících podmínek je možné zobrazit jako 3D plochy nad 2D návrhovým prostorem. Řešení optimalizace s uvážením všech čtyř návrhových proměnných podle obr. 7.2-c (dále označováno jako 4D varianta) bude prezentováno následně. Grafická interpretace této varianty je však omezena na řezy.



Obr. 7.2 Parametrizace nosné traverzy (návrhové proměnné jednotlivých variant zarámovány)

Rozsahy jednotlivých návrhových proměnných není vhodné volit zbytečně velké, protože velké rozsahy návrhových proměnných obecně vedou na méně kvalitní metamodely z důvodu vytváření aproximace nad větším návrhovým prostorem. Pokud neznáme přibližnou polohu optima, lze optimalizaci provést ve dvou nebo více krocích, kdy v každém dalším kroku návrhový prostor zmenšujeme v závislosti na indikované poloze optima. Tabulka 7-1 obsahuje rozsahy návrhových proměnných a hodnoty fixních parametrů pro 2D variantu optimalizace, tabulka 7-2 pro 4D variantu.

Tabulka 7-1 Rozsahy návrhových proměnných optimalizace a hodnoty fixních parametrů pro 2D ilustrační variantu optimalizace (návrhové proměnné jsou podtrženy).

Para- metr	Hodnota [mm]	Para- metr	Hodnota [mm]	Para- metr	Hodnota [mm]
a	250	<u>tp</u>	<4,8>	L_1	800
c	210	<u>ts</u>	<4,6>	h_1	200
d	500	L	4000		

Tabulka 7-2 Rozsahy návrhových proměnných optimalizace a hodnoty fixních parametrů pro 4D variantu optimalizace (návrhové proměnné jsou podtržené).

Para- metr	Hodnota [mm]	Para- metr	Hodnota [mm]	Para- metr	Hodnota [mm]
<u>a</u>	<200,300>	<u>tp</u>	<4,8>	L ₁	800
c	a-40-ts	<u>ts</u>	<4,6>	h ₁	200
<u>d</u>	<450,500>	L	4000		

7.1.2.3 Obecná formulace omezujících podmínek

- Redukované napětí ve stojinách a pásnicích nosníku zatíženého podle (25) nesmí překročit mez kluzu materiálu (legislativní požadavek).

$$\sigma_{red} \leq f_y [MPa] \quad (26)$$

Kde: σ_{red} – redukované napětí [MPa]
 f_y – napětí na mezi kluzu materiálu [MPa]

- Nosník nesmí při zatěžovacím stavu (25) vykázat globální ani lokální nestabilitu tvaru (legislativní požadavek).

$$k_B = \min(k_{B_L}; k_{B_N}) \geq 1 [-]$$

$$k_{B_L} = \frac{F_{cr}}{F_{Norm}} [-] \quad (27)$$

$$k_{B_N} = \frac{F_{L1}}{F_{Norm}} [-]$$

Kde: k_B – výsledný součinitel stabilitní bezpečnosti vzhledem k normativnímu zatížení F_{Norm} podle (25) [-]
 k_{B_L} – součinitel stabilitní bezpečnosti určený z bifurkačního zatížení F_{cr} vzhledem k normativnímu zatížení F_{Norm} podle (25) [-]
 k_{B_N} – součinitel stabilitní bezpečnosti určený z limitního zatížení F_{L1} vzhledem k normativnímu zatížení F_{Norm} podle (25) [-]

- Nosník musí být dostatečně ohybově tuhý. Tento požadavek je kvantifikován maximální velikostí průhybu při zatížení jmenovitým břemenem (smluvní požadavek).

$$\delta \leq \delta_{max} [mm] \quad (28)$$

Kde: δ – průhyb nosníku [mm]
 δ_{max} – dovolený průhyb nosníku [mm]

Tloušťka stojin ts je omezena intervalem $\langle ts_{min}, ts_{max} \rangle$.

$$ts \in \langle ts_{min}, ts_{max} \rangle [mm] \quad (29)$$

Kde: ts – tloušťka stojin [mm]

ts_{min} -minimální možná tloušťka stojin [mm]

ts_{max} -maximální možná tloušťka stojin [mm]

➤ Tloušťka pásnic tp je omezena intervalem $\langle tp_{min}, tp_{max} \rangle$.

$$tp \in \langle tp_{min}, tp_{max} \rangle [mm] \quad (30)$$

Kde: tp – tloušťka pásnic [mm]

tp_{min} -minimální možná tloušťka pásnic [mm]

tp_{max} -maximální možná tloušťka pásnic [mm]

Pouze pro 4D variantu optimalizace:

➤ Střednicová rozteč pásnic d je omezena intervalem $\langle d_{min}, d_{max} \rangle$.

$$d \in \langle d_{min}, d_{max} \rangle [mm] \quad (31)$$

Kde: d – střednicová rozteč pásnic [mm]

d_{min} -minimální možná střednicová rozteč pásnic [mm]

d_{max} -maximální možná střednicová rozteč pásnic [mm]

➤ Šířka pásnic a je omezena intervalem $\langle a_{min}, a_{max} \rangle$.

$$a \in \langle a_{min}, a_{max} \rangle [mm] \quad (32)$$

Kde: a – šířka pásnic [mm]

a_{min} -minimální možná šířka pásnic [mm]

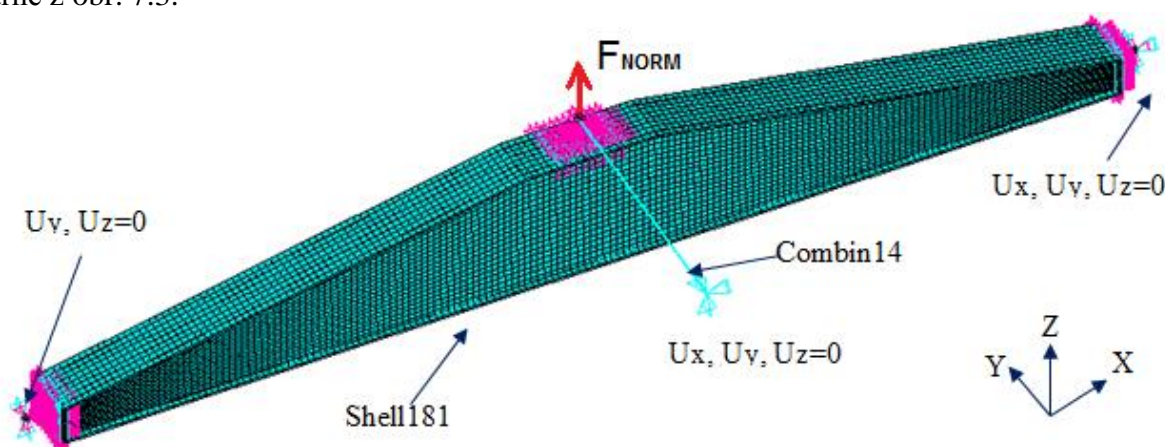
a_{max} -maximální možná šířka pásnic [mm]

7.2 ŘEŠENÍ OPTIMALIZAČNÍHO PROBLÉMU

Na řešení optimalizačního problému bude aplikována metodika popsaná v kapitole 6.

7.2.1 Parametrický konečno-prvkový model

Parametrický konečno-prvkový model nosné traverzy je realizován pomocí programovacího jazyka APDL systému Ansys verze 13. Jelikož nosník je svařen z tenkých pásnic a stojin, model je koncipován jako skořepinový. Základem modelu je skořepinový prvek SHELL181 mající membránovou i ohybovou tuhost. Zatížení z přípojných míst je do skořepiny distribuováno pomocí MPC vazeb (Multi-Point-Constraints). Vzhledem k tomu, že v přípojných místech jsou k nosníku navařeny tlusté plechy a tuhá oka, MPC vazby jsou nastaveny jako absolutně tuhé. Zatížení, okrajové podmínky a souřadný systém modelu jsou patrné z obr. 7.3.



Obr. 7.3 Konečno-prvkový model

Okrajové podmínky jsou modelovány tak, aby respektovaly možnost podélné kontrakce při zatížení a také možnost vybočení a rotace průřezu při klopení. Z důvodu stabilizace výpočtu a možnosti vybočení a rotace průřezu při klopení je využita vazba poddajnou pružinou (Ansys prvek Combin14).

Materiál je modelován jako lineárně-elastické kontinuum, jehož fyzikální vlastnosti jsou:

- Hustota: $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$
- Modul pružnosti v tahu: $E=210000 \text{ MPa}$
- Poissonovo číslo: $\mu=0.3$

Velikost prvků byla nastavena pomocí studie citlivosti sítě při lineární analýze stability. Velikost prvků byla postupně zmenšována, dokud se neustálily hodnoty kritických zatížení.

Kapitola 7.2.8 dokumentuje verifikaci nastavení konečno-prvkového modelu srovnávacím výpočtem s využitím prutové teorie.

7.2.2 Využití typů konečno-prvkových analýz

V následujícím textu budou stručně popsány realizace využitých typů konečno-prvkových analýz.

7.2.2.1 Napětově-deformační lineární statická analýza

Tento typ analýzy je proveden za účelem získání hodnot redukovaných napětí σ_{red} (podle podmínky plasticity HMM) při zatížení podle rovnice (25) a průhybů δ při jmenovitém zatížení WLL. Algoritmus odečítá redukované napětí na stojinách a pásnicích, přičemž ignoruje lokální výkmity, které lze řešit u detailního návrhu pomocí lokálních výztuh. Analýza je také využívána pro generování globálního tvaru imperfekce (obr. 7.5).

7.2.2.2 Lineární analýza stability

Tento typ analýzy je využíván k určení kritického zatížení při bifurkaci a navíc pro generování prvního lokálního vlastního tvaru pro zavedení doprovodné imperfekce pro nelineární analýzu stability. Analýza generuje celkem čtyři vlastní tvary, mezi kterými je následně identifikován první lokální tvar. Algoritmus hledání prvního lokálního tvaru je popsán v následující kapitole. Při postprocessingu této analýzy se také počítá koeficient stabilitní bezpečnosti k_{B_L} podle (27).

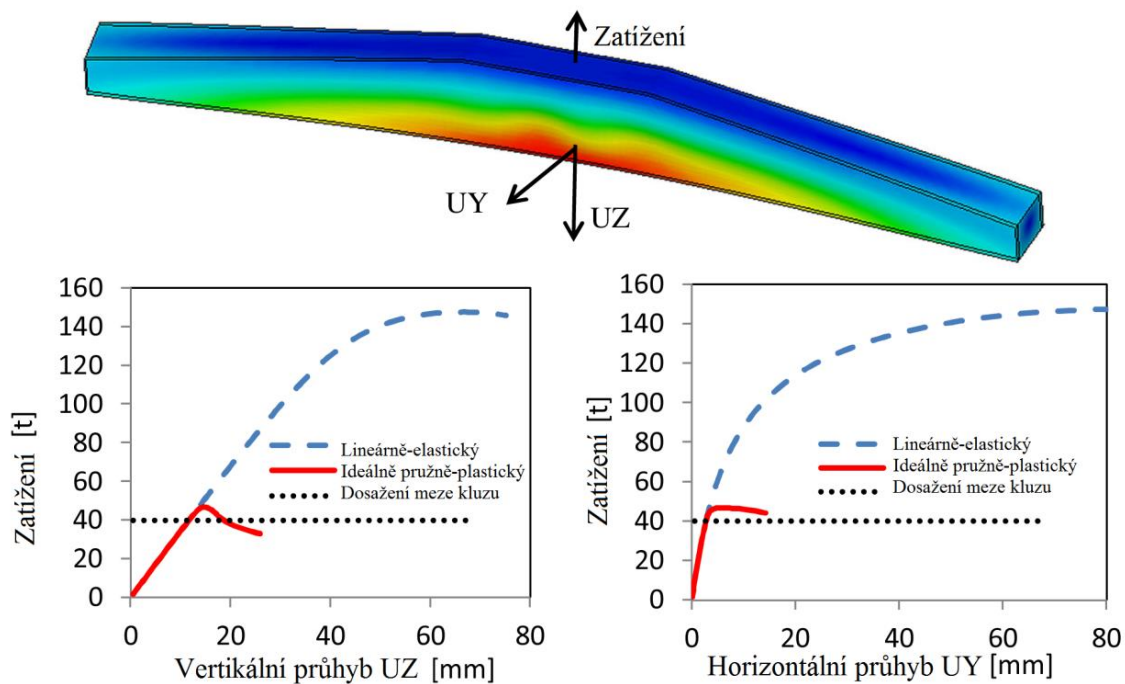
7.2.2.3 Nelineární analýza stability

Nelineární analýza stability je provedena za účelem predikce limitního zatížení s využitím imperfektovaného modelu. Průběh zatěžování lze zobrazit na zatěžovacích diagramech. Diagramy jsou generovány v místě největšího průhybu nosníku, tj. uprostřed spodní pásnice, přičemž generovány jsou digramy jak pro svislý tak pro vodorovný směr (obr. 7.4). Při postprocessingu této analýzy se také počítá koeficient stabilitní bezpečnosti k_{B_N} podle (27).

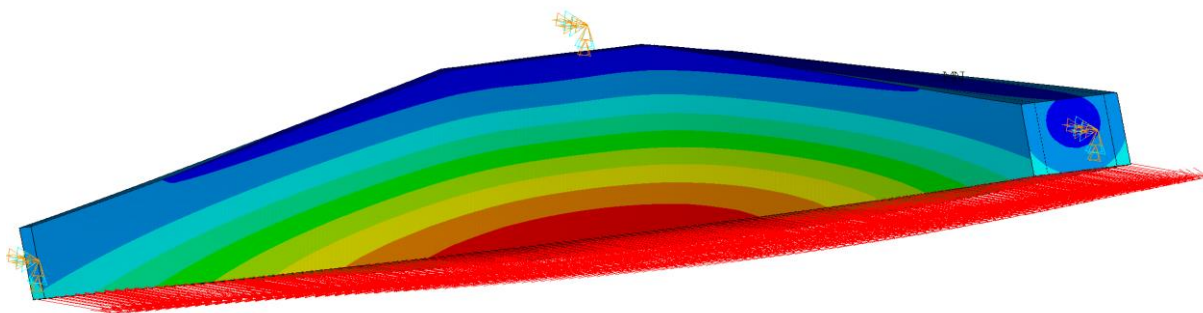
Modelování imperfekcí pro nelineární analýzu stability

Výsledná imperfekce pro nelineární analýzu stability (obr. 7.10) je sestavena jako kombinace globálního (obr. 7.8) a lokálního módu vybočení (obr. 7.9). Tvar globálního vybočení při klopení nosníku je vygenerován pomocí laterálních sil plošně působících na spodní pásnici (obr. 7.5.).

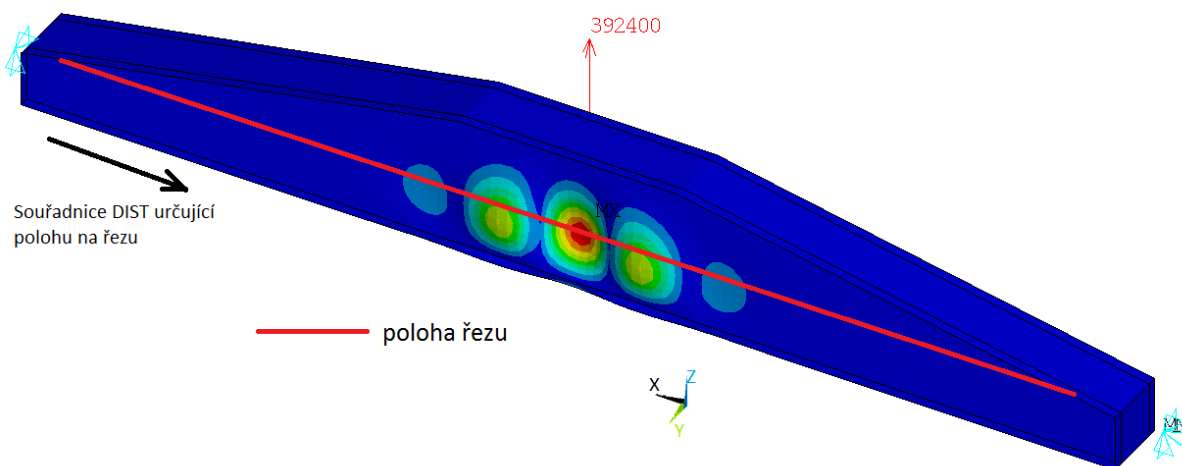
Tvar lokálního módu je generován pomocí lineární analýzy stability, přičemž algoritmus hledá první lokální tvar pomocí analýzy laterálních vybočení na stojině nosníku. Během postprocessingu jsou do vektoru zapsány laterální posuvy U_y z uzlů ležících na vodorovném řezu stojinou nosníku ve výšce maximálního laterálního vybočení (obr. 7.6 a obr. 7.7). Postprocessing využívá tzv. cesty (PATH) zavedené v obecném postprocesoru (POST1) systému Ansys. Z takto získaných dat je numerickou analýzou vyhodnoceno, zda se jedná o lokální nebo globální mód. Numerická analýza je založena na porovnání znamének laterálních vybočení v rámci zmíněného vektoru. Vektor je analyzován pouze přes $\frac{1}{2}$ délky nosníku z důvodu eliminace chybného vyhodnocení globálních antisymetrických módů (globální zkroucení ve tvaru vrtule) jako módů lokálních.



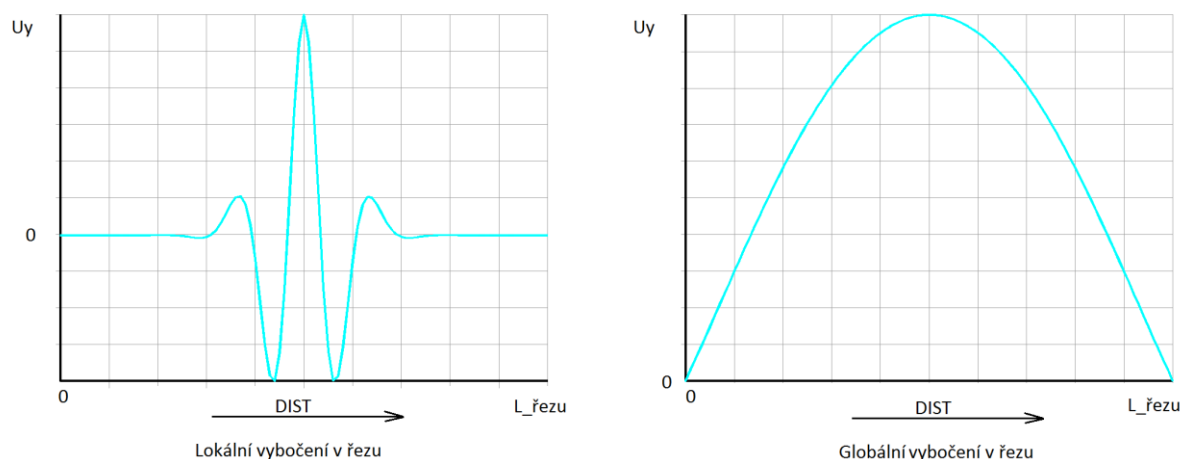
Obr. 7.4 Průběh zatěžování v horizontální a vertikální rovině, 2D varianta: $t_p=8\text{mm}$, $t_s=4\text{mm}$



Obr. 7.5 Silové generování tvaru globální imperfekce



Obr. 7.6 Řez stojinou pro určení charakteru vybočení



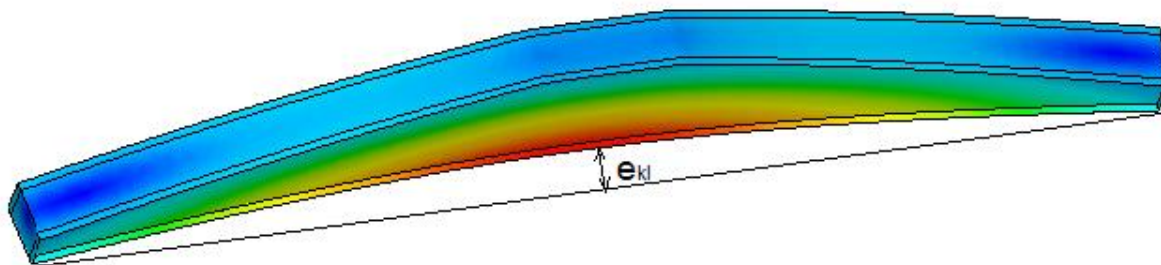
Obr. 7.7 Tvary lokálního a globálního vybočení na řezu stojinou

Velikosti imperfekcí jsou nastaveny podle normy [50] a přílohy C normy [49] jako **ekvivalentní geometrické imperfekce**, kde řídicí imperfekcí je globální ohybově torzní mód (klopení) a doprovodnou imperfekcí je lokální boulení.

Konkrétně:

- a) Velikost globální imperfekce e_{kl} je nastavena podle tabulky C.2 a obr. C.1 normy [49]. Podle kapitoly 5.3.4 odstavce (3) a národní přílohy normy [50] je třeba v tab. 5.1 [50] odečítat podle křivky klopení „d“ (tab. 6.4 [50]). Velikost vybočení $e_{kl}=0,5*L/150^{48}$.
- b) Velikost lokální imperfekce e_{lb} je nastavena podle tabulky C.2 a obr. C.1 [49]. V případě, že dominuje lokální boulení stojin, je největší lokální odchylka nastavena na $e_{lb}=0,7*d/200^{49}$. Velikost lokální imperfekce je tedy odvozena z výšky nosníku d , který je návrhovou proměnnou optimalizace..

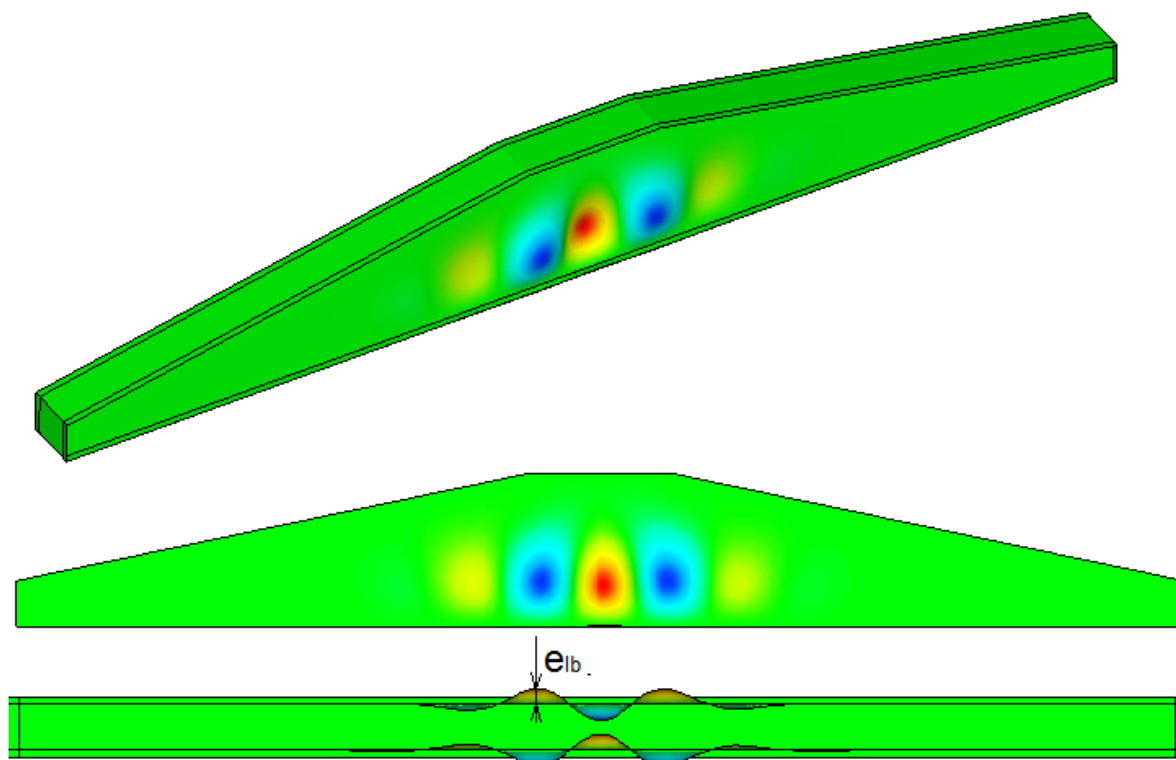
Zavedení imperfekcí do modelu je v Ansysu provedeno pomocí příkazu UPGEOM.



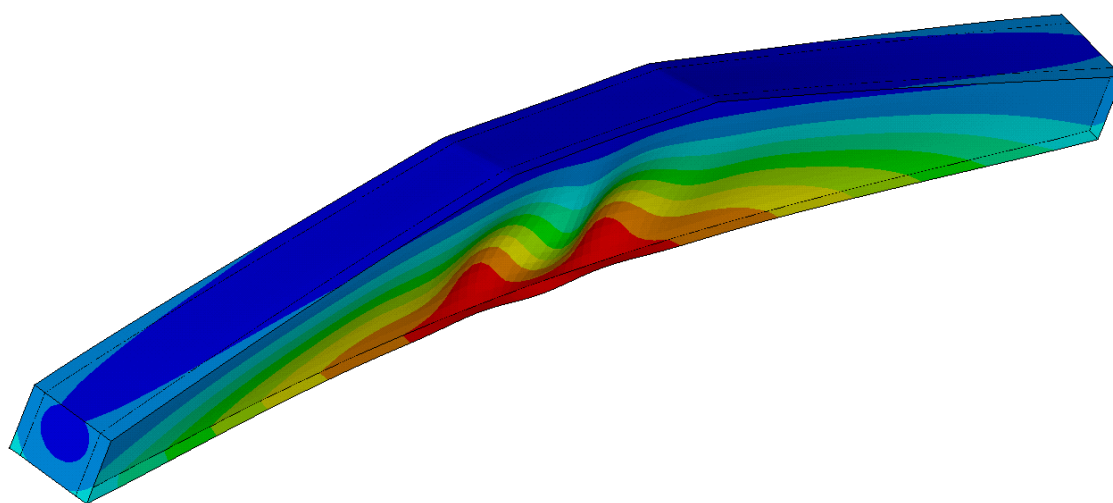
Obr. 7.8 Globální imperfekce-klopení nosníku

⁴⁸ Koefficient 0,5 je volen podle 5.3.4 (3) a národní přílohy normy [50].

⁴⁹ Koefficient 0,7 je doporučen pro doprovodné imperfekce v příloze C normy [49].



Obr. 7.9 Lokální imperfekce (lokální boulení stojin)



Obr. 7.10 Kombinovaná imperfekce

7.2.3 Aplikované experimentální plány

Sada výpočtů generující data pro identifikaci parametrů metamodelů je řízena z prostředí programu Matlab. Návrhové body jsou určeny zvoleným experimentálním plánem. Z důvodu porovnání metamodelů sestavených na základě dat z různých experimentálních plánů je pro 2D variantu realizováno více experimentálních plánů. Pro celkovou optimalizaci průřezu (4D variantu), která je z důvodu dvojnásobného počtu návrhových proměnných mnohem náročnější na počet potřebných výpočtů, jsou zahrnuty pouze některé úspornější varianty experimentálních plánů. V dalším textu je uveden přehled použitých experimentálních plánů.

Centrálně-kompoziční plán (CKP)

Jedná se velmi populární experimentální plán používaný zejména pro konstrukci metamodelů ve tvaru kvadratických polynomů ve více proměnných. Je využívána vepsaná varianta, která generuje návrhové body jak uvnitř návrhového prostoru, tak na jeho hranicích. Nevýhodou je, že návrhové body neleží ve vrcholech návrhového prostoru. Absence vrcholových bodů znamená, že nemáme přesná data při extrémních kombinacích hodnot návrhových proměnných, která v některých případech výrazně ovlivňují parametry metamodelu. Výhodou je nízký počet potřebných výpočtů.

Úplný faktorový plán (UFP)

Pomocí tohoto plánu odstraníme zmíněnou nevýhodu CKP, protože tento plán vždy obsahuje všechny extrémní kombinace hodnot návrhových proměnných. V práci jsou zařazeny následující varianty plánu.

- Z důvodu porovnání s CKP je pro 2D variantu realizován plán s dělením 3x3 (stejný počet návrhových bodů, ale jsou zahrnuty extrémní kombinace).
- Z důvodu porovnání s Haltonovou 16ti bodovou sekvencí je pro 2D variantu realizován plán s dělením 4x4.
- Z důvodu celkového srovnání metamodelů pro 2D variantu a přesnější představě o poloze optima je realizován plán s dělením 7x7. Tento plán pokrývá návrhový prostor hustou rovnoměrně rozloženou sítí bodů.
- Pro 4D variantu je realizován plán s dělením 4x4x4x4, což představuje výpočet v 256 síťově rozmístěných bodech návrhového prostoru.

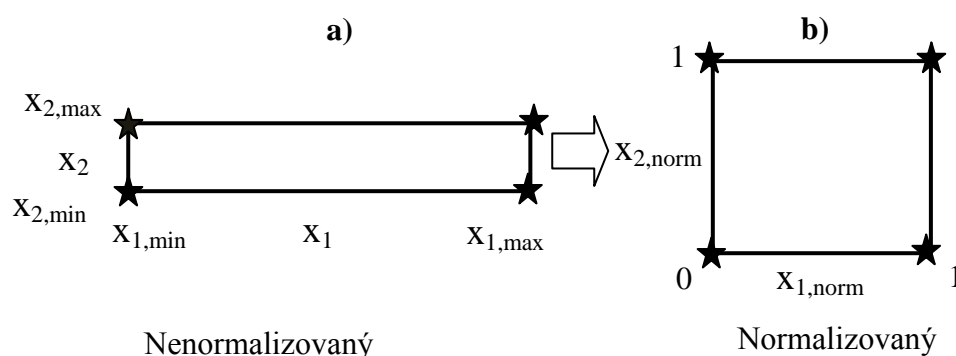
Nevýhodou úplných faktorových plánů s jemným dělením je veliké množství návrhových bodů ve srovnání s úspornými plány (např. CKP nebo HS) a tím velká časová náročnost jejich realizace.

Haltonova sekvence (HS)

Tento rovnoměrně rozprostřený plán je v práci zařazen jako reprezentant moderních plánů určených pro počítačové simulace. Pro 2D variantu je realizována jeho 16ti bodová varianta a pro 4D variantu 500bodová varianta.

7.2.3.1 Experimentální plány normalizovaném návrhovém prostoru

Při optimalizaci svařovaných nosníků nebo stěno-deskových ocelových konstrukcí často nastává situace, kdy jsou rozsahy některých návrhových proměnných diametrálně rozdílné. Typickým případem je optimalizace tloušťek plechů spolu s rozměry průřezů. Z důvodu správné funkce GA v Matlabu bylo nutné rozměry návrhového prostoru lineárně transformovat do jednotkové hyperkrychle⁵⁰. V tomto případě říkáme, že návrhový prostor normalizujeme. Metamodely sestrojené nad normalizovaným návrhovým prostorem jsou vhodnější pro optimalizační algoritmy, které vykazují lepší konvergenci. Princip normalizace je schematicky znázorněn na obr. 7.11.



Obr. 7.11 Znázornění transformace UFP 2x2 do normalizovaného návrhového prostoru.

Při řešení 4D varianty optimalizace byla provedena lineární transformace, kde byl rozsah každé návrhové proměnné lineárně transformován na interval $\langle 0;1 \rangle$ podle následující rovnice:

$$x_{i,norm} = (x_i - x_{i,min}) / (x_{i,max} - x_{i,min}) \quad (33)$$

Kde:

x_i - hodnota návrhové proměnné

$x_{i,norm}$ - hodnota návrhové proměnné v normalizovaném návrhovém prostoru

$x_{i,max}, x_{i,min}$ - meze návrhové proměnné

Metamodely byly konstruovány nad takto normalizovaným návrhovým prostorem a pomocí optimalizačních algoritmů bylo nalezeno optimum v normalizovaném návrhovém prostoru. Toto optimum bylo inverzní transformací převedeno do fyzického rozsahu návrhových proměnných podle následující rovnice:

$$x_{i,opt} = x_{i,opt_norm} \cdot (x_{i,max} - x_{i,min}) + x_{i,min} \quad (34)$$

Kde:

$x_{i,opt}$ - optimální hodnota návrhové proměnné

x_{i,opt_norm} - optimální hodnota návrhové proměnné v normalizovaném návrhovém prostoru

$x_{i,max}, x_{i,min}$ - meze návrhové proměnné

⁵⁰ Hyperkrychle je zobecnění krychle do více rozměrů.

7.2.4 Konstrukce metamodelů

Vzhledem k tomu, že lze očekávat hladký nelineární průběh, budou aplikovány klasické responzní plochy ve formě kvadratického polynomu ve více proměnných. Tento polynom obsahuje absolutní člen, lineární členy, kvadratické členy a interakční členy prvního řádu.

Pro 2D variantu budou jednotlivé metamodely konstruovány na základě identifikace parametrů β_0 až β_5 následující rovnice:

$$\hat{Y}(\mathbf{X}) = \beta_0 + \beta_1 \cdot tp + \beta_2 \cdot ts + \beta_3 \cdot tp^2 + \beta_4 \cdot ts^2 + \beta_5 \cdot tp \cdot ts \quad (35)$$

Kde:

$\hat{Y}(\mathbf{X})$ - metamodel ve tvaru kvadratického polynomu ve dvou proměnných

β_0 až β_5 - parametry metamodelu

ts, tp – návrhové proměnné

\mathbf{X} – návrhový vektor složený z návrhových proměnných (36)

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} tp \\ ts \end{pmatrix} \quad (36)$$

Kde:

tp – tloušťka pásnice [mm]

ts – tloušťka stojiny [mm]

Pro 4D variantu budou jednotlivé metamodely konstruovány v normalizovaném návrhovém prostoru popsáném v předchozí kapitole na základě identifikace parametrů β_0 až β_{14} následující rovnice:

$$\begin{aligned} \hat{Y}(\mathbf{X}) = & \beta_0 + \beta_1 \cdot tp + \beta_2 \cdot ts + \beta_3 \cdot a + \beta_4 \cdot d + \beta_5 \cdot tp^2 + \beta_6 \cdot ts^2 + \beta_7 \cdot a^2 + \\ & \beta_8 \cdot d^2 + \beta_9 \cdot tp \cdot ts + \beta_{10} \cdot tp \cdot a + \beta_{11} \cdot tp \cdot d + \beta_{12} \cdot ts \cdot a + \beta_{13} \cdot ts \cdot d \\ & + \beta_{14} \cdot a \cdot d \end{aligned} \quad (37)$$

Kde:

$\hat{Y}(\mathbf{X})$ - metamodel ve tvaru kvadratického polynomu ve čtyřech proměnných

β_0 až β_{14} - parametry metamodelu

tp, ts, a, d – normalizované návrhové proměnné

\mathbf{X} – návrhový vektor složený z návrhových proměnných (38)

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} tp \\ ts \\ a \\ d \end{pmatrix} \quad (38)$$

Kde:

tp – tloušťka pásnic [mm]

ts – tloušťka stojin [mm]

a – šířka pásnic [mm]

d – střednicová rozteč pásnic prizmatické části nosníku (výška nosníku) [mm]

Parametry jsou vypočteny pomocí funkce REGRESS v Matlabu.

7.2.5 Aplikované optimalizační algoritmy

S ohledem na analýzu možností provedenou v kapitole 4.3.2 je aplikováno **sekvenční kvadratické programování (SKP)** a **genetický algoritmus (GA)**. Obě metody jsou realizovány v optimalizačním toolboxu programu Matlab. SKP je implementováno v řešiči *fmincon* a genetický algoritmus v řešiči *ga*. Řešič *fmincon* je konfigurován pomocí strukturované proměnné *optimset* a řešič *ga* pomocí proměnné *gaoptimset*. Nastavení parametrů obou algoritmů je provedeno na 2D variantě optimalizace, která umožňuje vykreslení metamodelů formou 3D grafů (obr. 7.13 až obr. 7.16) a znázornění omezujících podmínek v 2D návrhovém prostoru (obr. 7.17). Z uvedených zobrazení lze verifikovat správnost polohy optima tak, že se snažíme v návrhovém prostoru dostat co nejdál ve směru gradientu účelové funkce. V případě minimalizace objemu je účelová funkce lineární funkcí návrhových proměnných a má tudíž konstantní gradient. Prvotní nastavení parametrů bylo provedeno podle doporučení v nápovědě Matlabu.

Velikost generace GA byla nastavena na 600 jedinců z důvodu dostatečného pokrytí celého návrhového prostoru. Počáteční populace je generována náhodně pomocí výchozí funkce `@gacreationlinearfeasible` tak, aby splňovala omezení rozsahů jednotlivých návrhových proměnných. Z každé generace jsou vybráni dva kandidáti, kteří v nezměněné podobě přestupují do nové populace. Zbytek nové populace je tvořen křížením a mutací. Podíl nových jedinců vzniklých křížením je nastaven pomocí parametru *CrossoverFraction*. Zbytek nové populace je tvořen mutovanými jedinci. Mutace je pro funkci GA klíčová, protože generuje jedince s novými vlastnostmi, což prakticky znamená širší prozkoumávání dalších oblastí návrhového prostoru zamezující „sklouznutí“ algoritmu do lokálního minima. Pro mutaci je využívána funkce `@mutationadaptfeasible`, která generuje mutované jedince tak, aby byly dodrženy rozsahy návrhových proměnných. Běh algoritmu je parametrem *StallGenLimit* omezen na 100 generací. Algoritmus se také zastaví, pokud průměrná relativní změna nejlepší hodnoty účelové funkce nepřekročí během deseti po sobě následujících generacích hodnotu *Tolfun*. Tabulka 7-3 uvádí klíčové parametry nastavení obou algoritmů. 4D varianta optimalizace je realizována v normalizovaném návrhovém prostoru popsaném v kapitole 7.2.3.1, přičemž vypočtené optimum je následně zpětně transformováno zpět do fyzických rozměrů pomocí (34).

Tabulka 7-3 Parametry optimalizačních algoritmů

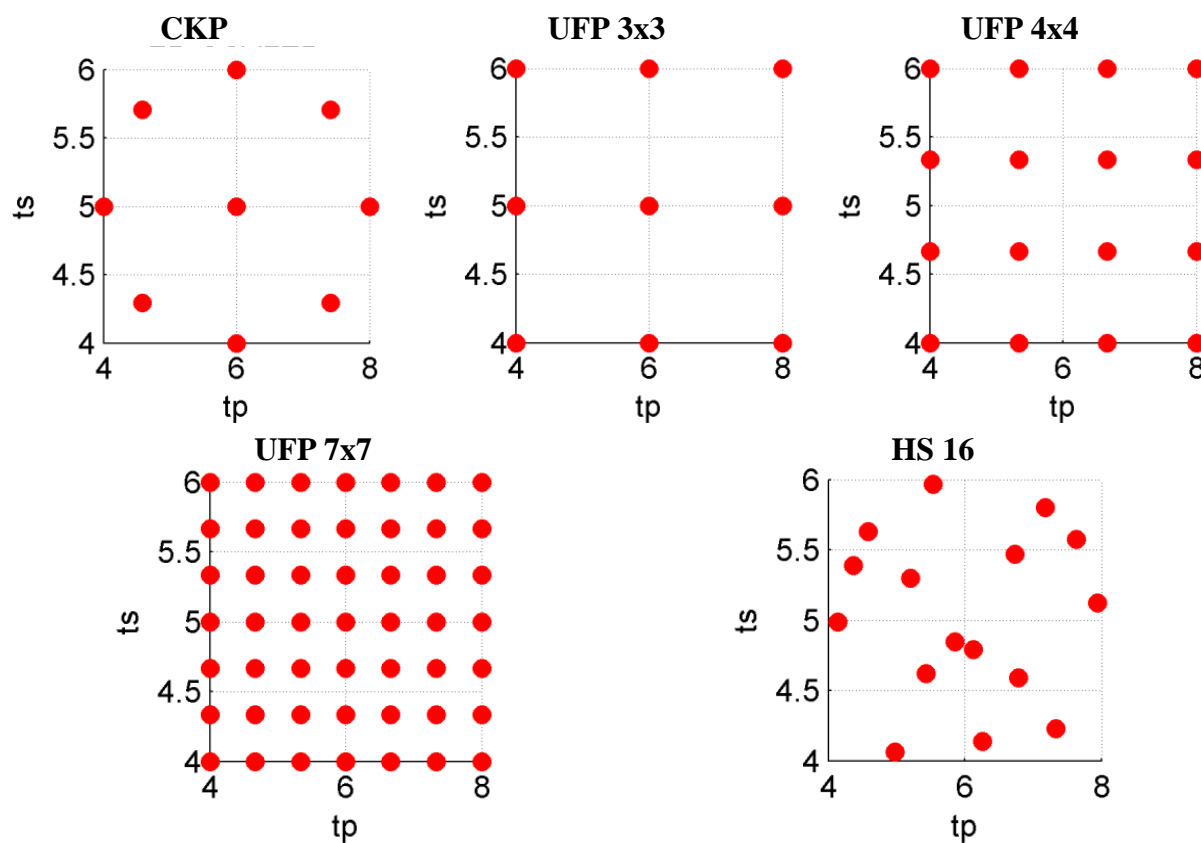
SQP		GA	
řešič	fmincon	řešič	ga
algoritmus	sqp	Tolcon	2D:1e-6; 4D:1e-12
Tolcon	1e-6	Tolfun	1e-6
Tolfun	1e-6	MutationFcn	@mutationadaptfeasible
x_0	střed návrhového prostoru	PopulationSize	600
		PopInitRange	celý návrhový prostor
		CrossoverFraction	0,7
		Generations	100
		StallGenLimit	10

7.2.6 Řešení 2D varianty

Zdrojová data jsou pro jednotlivé experimentální plány uvedena tabelární formou v příloze B. Obr. 7.12 znázorňuje realizaci experimentálních plánů. Tabulka 7-4 uvádí parametry metamodelů identifikovaných na základě zdrojových dat pro jednotlivé experimentální plány. Tabulka 7-6 uvádí hodnoty kvalitativních metrik aproximace popsanych v kapitole 4.2.3. Tabulka 7-5 porovnává optima vypočtená pomocí SKP a GA. Tabulka 7-7 uvádí hodnoty jednotlivých metamodelů v optimálních bodech.

Jelikož byla 2D varianta zařazena zejména z důvodu grafické ilustrace principu metodiky a verifikace nastavení optimalizačních algoritmů, řešení obsahuje názorné obrázky metamodelů a rozdělení návrhového prostoru omezujícími podmínkami. Vzhledem k vizuální podobnosti 3D grafů metamodelů pro použité experimentální plány jsou grafy vykresleny pouze pro UFP 7x7 (obr. 7.13 až obr. 7.16). Rozdělení návrhového prostoru omezujícími podmínkami je znázorněno na obr. 7.17.

Na závěr je provedena diskuze řešení 2D varianty optimalizace.



Obr. 7.12 Znáornění experimentálních plánů v 2D návrhovém prostoru, (tp,ts v mm)

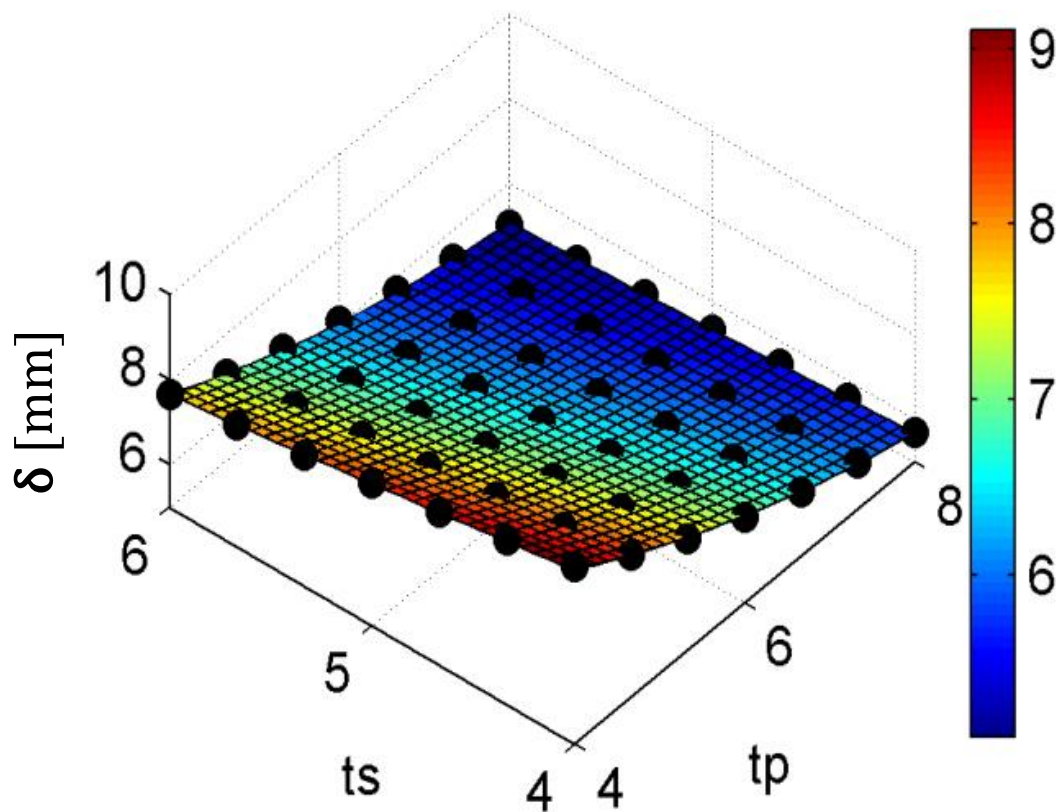
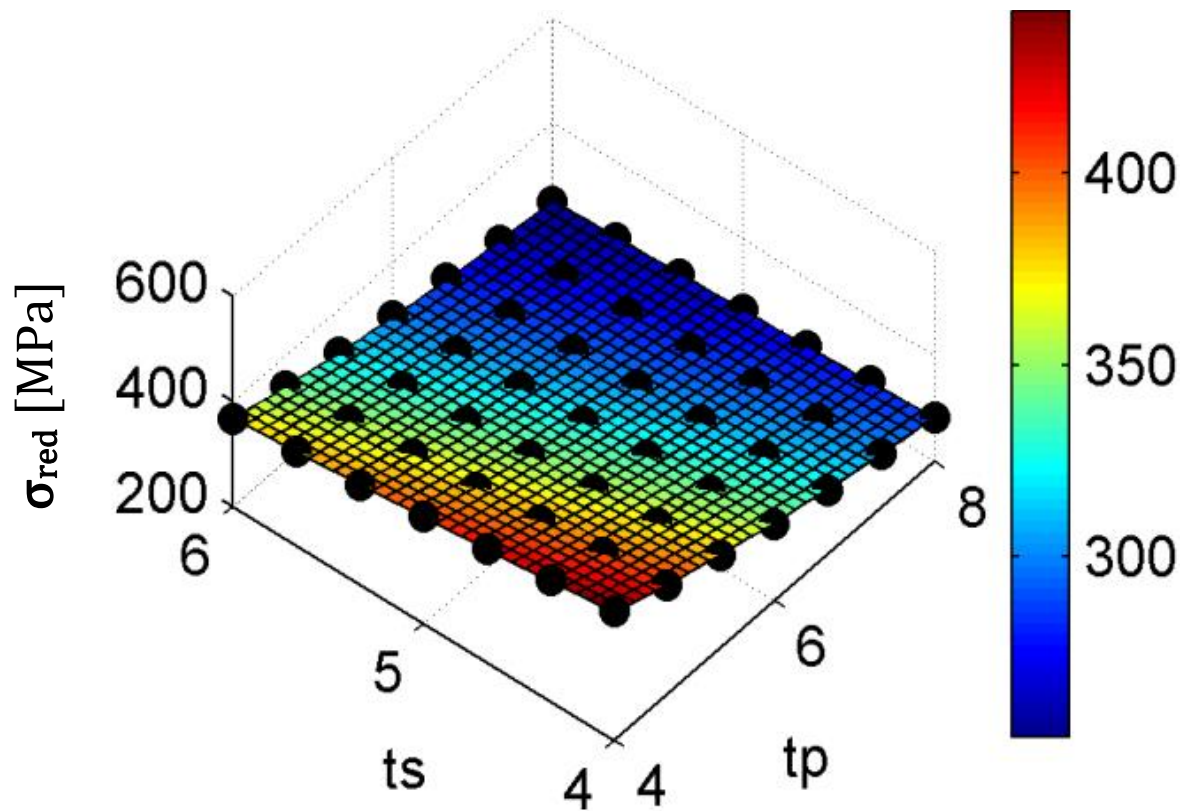
Tabulka 7-4 Parametry metamodelů, 2D

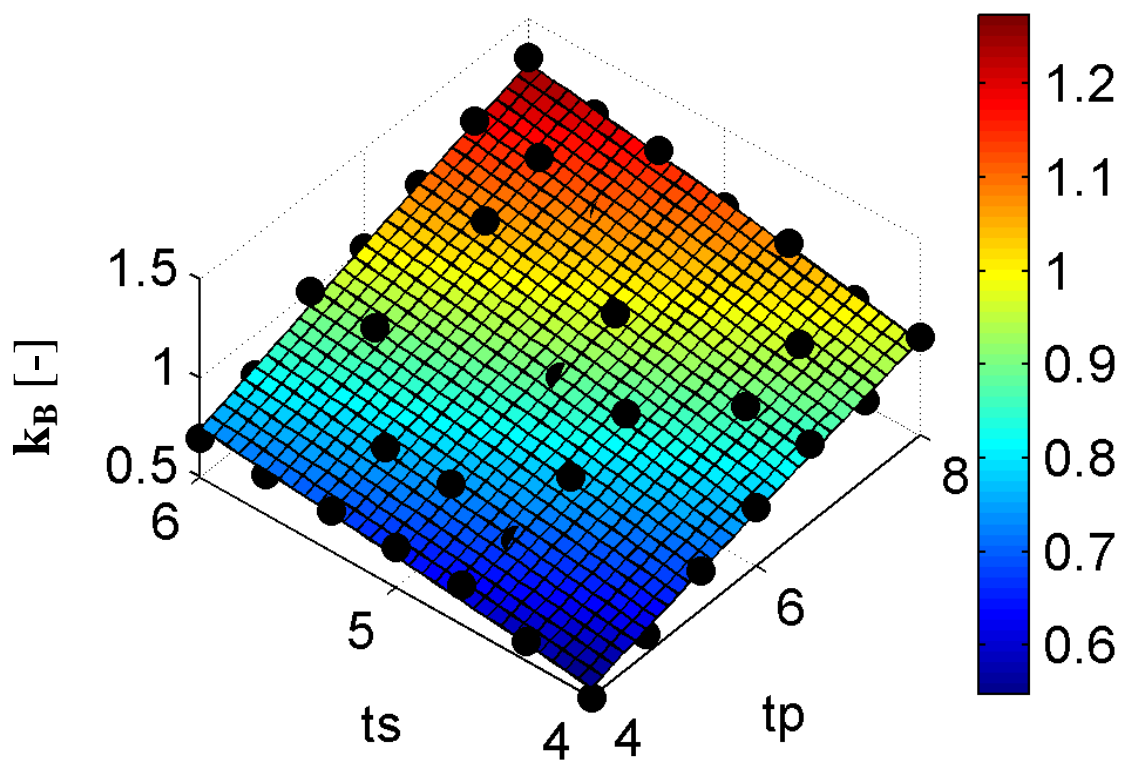
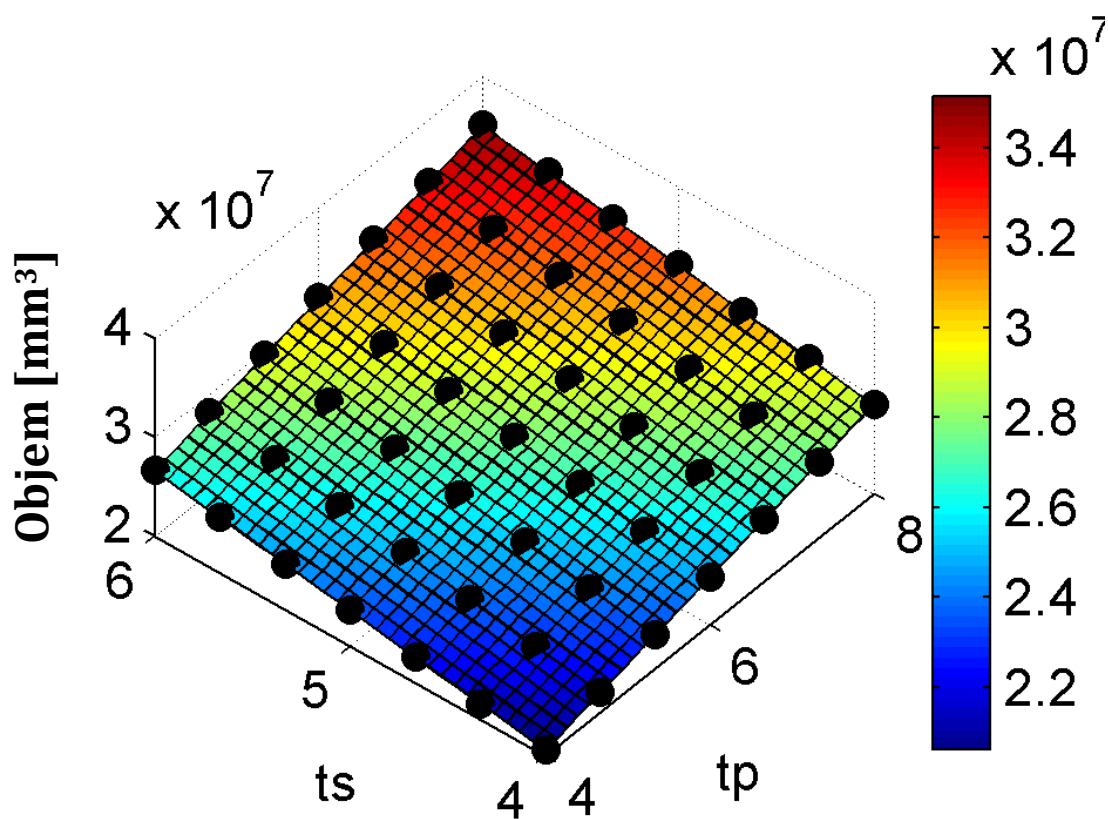
Plán	Metamodel	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
CKP	σ_{red} [MPa]	988,69	-103,10	-77,01	5,25	3,57	1,98
	δ [mm]	20,63	-2,26	-1,54	0,10	0,08	0,04
	k_B [-]	-0,43	0,12	0,12	0,00	0,00	0,00
	Obj [mm ³]	142	2113930	3039983	0	0	0
UFP 3x3	σ_{red} [MPa]	1020,43	-106,24	-83,72	5,52	3,66	2,33
	δ [mm]	21,25	-2,33	-1,66	0,11	0,09	0,05
	k_B [-]	-0,61	0,11	0,21	0,01	0,00	-0,02
	Obj [mm ³]	0	2113941	3040000	0	0	0
UFP 4x4	σ_{red} [MPa]	1013,46	-105,75	-82,18	5,48	3,66	2,25
	δ [mm]	21,11	-2,32	-1,64	0,11	0,09	0,05
	k_B [-]	-0,11	0,07	0,05	0,01	0,00	0,00
	Obj [mm ³]	84	2113953	3039970	0	0	0
HS 16	σ_{red} [MPa]	986,40	-100,77	-79,23	5,06	3,47	2,31
	δ [mm]	20,42	-2,20	-1,55	0,10	0,08	0,05
	k_B [-]	0,90	0,03	-0,30	0,02	0,00	0,03
	Obj [mm ³]	4457	2113393	3038781	12	42	115
UFP 7x7	σ_{red} [MPa]	1005,73	-104,87	-80,87	5,41	3,63	2,20
	δ [mm]	20,91	-2,30	-1,60	0,10	0,09	0,05
	k_B [-]	-0,34	0,08	0,13	0,01	0,00	-0,01
	Obj [mm ³]	-66	2113934	3040022	0	0	0

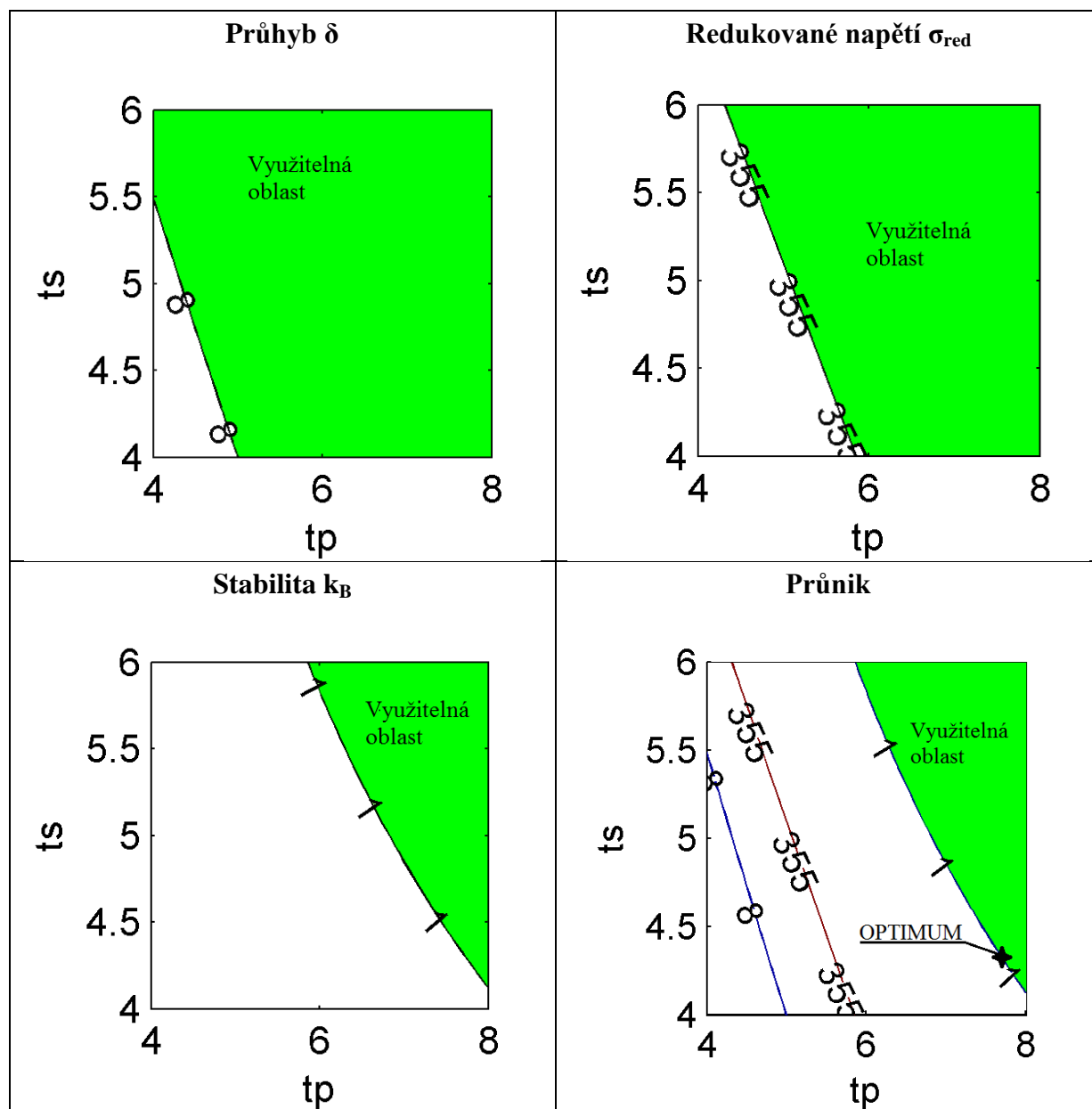
Zdrojová data jsou uvedena v příloze B: tabulka b-1 až tabulka b-5.

Tabulka 7-5 Optimální hodnoty návrhových proměnných, 2D

Experimentální plán	Optimalizační algoritmus	tp [mm]	ts [mm]
CKP	SKP	7,83	4,00
	GA	7,83	4,00
UFP 3x3	SKP	7,41	4,45
	GA	7,40	4,45
UFP 4x4	SKP	7,96	4,00
	GA	7,95	4,00
HS 16	SKP	8,00	4,11
	GA	8,00	4,11
UFP 7x7	SKP	7,68	4,34
	GA	7,72	4,31

Obr. 7.13 Metamodel průhybu, UFP 7x7, 2D (t_p, t_s v mm)Obr. 7.14 Metamodel redukovaného napětí, UFP 7x7, 2D, (t_p, t_s v mm)

Obr. 7.15 Metamodel stabilitní bezpečnosti, UFP 7x7, 2D (t_p, t_s v mm)Obr. 7.16 Metamodel objemu materiálu, UFP 7x7, 2D, (t_p, t_s v mm)

Obr. 7.17 Rozdělení NP omezujícími podmínkami optimalizace, UFP 7x7, 2D, (t_p, t_s v mm)

Tabulka 7-6 Hodnocení kvality metamodelů, 2D

Plán	Metamodel	R ²	Radj ²	REL	MAX
CKP	σ_{red} [MPa]	0,9999	0,9996	0,28%	0,88
	δ [mm]	0,9998	0,9995	0,36%	0,02
	k_B [-]	0,9714	0,9237	7,32%	0,04
	Obj [mm ³]	1,0000	1,0000	0,00%	25
UFP 3x3	σ_{red} [MPa]	0,9995	0,9986	0,71%	2,34
	δ [mm]	0,9996	0,9988	0,75%	0,05
	k_B [-]	0,9816	0,9510	7,94%	0,06
	Obj [mm ³]	1,0000	1,0000	0,00%	0
UFP 4x4	σ_{red} [MPa]	0,9994	0,9991	0,9%	2,65
	δ [mm]	0,9994	0,9991	0,9%	0,06
	k_B [-]	0,9643	0,9464	11,4%	0,08
	Obj [mm ³]	1,0000	1,0000	0,0%	155
HS 16	σ_{red} [MPa]	0,9999	0,9998	0,28%	0,92
	δ [mm]	0,9998	0,9998	0,31%	0,03
	k_B [-]	0,9641	0,9461	6,58%	0,05
	Obj [mm ³]	1,0000	1,0000	0,00%	182
UFP 7x7	σ_{red} [MPa]	0,9995	0,9994	1,19%	3,86
	δ [mm]	0,9994	0,9994	1,25%	0,08
	k_B [-]	0,9536	0,9482	11,05%	0,10
	Obj [mm ³]	1,0000	1,0000	0,00%	184

Tabulka 7-7 Aproximované hodnoty v optimu, 2D

Metamodel	Experimentální plán				
	CKP	UFP 3x3	UFP 4x4	HS 16	UFP 7x7
σ_{red} [MPa]	288	290	285	282	285
δ [mm]	5,8	5,8	5,7	5,7	5,7
k_B [-]	1	1	1	1	1
Objem [mm ³]	28708830	29188802	28977626	29402036	29420643
Hmotnost [T] ⁵¹	0,225	0,229	0,227	0,231	0,231

*Vzhledem k téměř totožným optimálním konfiguracím vypočteným pomocí SKP a GA (viz. tabulka 7-5) jsou hodnoty v tabulce prezentovány pouze pro optima vypočtená pomocí SKP.

⁵¹ Přepočteno z objemu pomocí hustoty oceli $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$

7.2.6.1 Diskuze řešení 2D varianty

2D varianta optimalizace byla zařazena z důvodu grafické prezentace a nastavení parametrů optimalizačních algoritmů na „průhlednějším“ příkladu. Grafické znázornění metamodelů spolu s vypočtenými daty názorně ukazuje vhodnost klasických responzních ploch k aproximaci zvolené účelové funkce a omezujících podmínek optimalizace. Grafy také umožní získat lepší představu o vlivu jednotlivých omezení a poloze optima v návrhovém prostoru. Na základě uvedených tabulek a obrázků dokumentujících výsledky řešení 2D varianty lze konstatovat:

- a) Kvalitativní metriky aproximace (tabulka 7-6) spolu s grafickou prezentací metamodelů (obr. 7.13 až obr. 7.16) dokazují, že klasické responzní plochy s uvážením absolutních, lineárních, kvadratických a interakčních členů prvního řádu aproximují konečno-prvková data nad celým návrhovým prostorem s dobrou přesností.
- b) Vysoké hodnoty koeficientů determinace (R^2 a $\text{Rad}j^2$) vypovídají o velmi dobré globální aproximaci konečno-prvkových dat (tabulka 7-6).
- c) Drobné lokální odchylky aproximovaných a konečno-prvkových hodnot jsou kvantifikovány pomocí lokálních metrik REL a MAX (tabulka 7-6).
- d) Optimální hodnoty vypočtené pomocí SKP a GA z metamodelů jednoho experimentálního plánu jsou téměř totožné (tabulka 7-5), čímž se vzájemně verifikuje správnost jejich nastavení. Doba výpočtu GA je však podstatně delší ve srovnání s SKP (cca 50x).
- e) Tabulka 7-4 prokazuje, že parametry metamodelů pro různé experimentální plány vykazují drobné odlišnosti. Toto však lze očekávat.
- f) S ohledem na předchozí bod se také mírně liší optimální hodnoty získané z metamodelů různých experimentálních plánů (tabulka 7-5).
- g) Prvním indikovaným módem ztráty stability je lokální boulení (tabulka b-1 až tabulka b-5). Zvýšená odolnost vůči klopení je dána torzní tuhostí uzavřeného profilu.
- h) Optimum je vázané, přičemž aktivními omezujícími podmínkami jsou dosažení limitního zatížení zahrnuté ve stabilitní podmínce (27), popřípadě dále ještě limity konstrukčních proměnných (29) a (30). Tento fakt dokladují tabulka 7-5, tabulka 7-7, a pro UFP 7x7 také obr. 7.17 .
- i) Grafická interpretace dokazuje, že vypočtená optima dávají smysl (leží co nejdál ve směru největšího spádu účelové funkce, ale stále ve využitelné oblasti návrhového prostoru). Nastavení optimalizačních algoritmů lze považovat za správné.
- j) Jelikož se jedná o tloušťky plechů, optima je nutné zaokrouhlit na nejbližší dostupné vyráběné tloušťky. Zahrnutím rozměrů příčného průřezu do návrhových proměnných (viz. 4D varianta) lze optimalizaci provést ve dvou krocích tak, že v druhém kroku se optimální tloušťky plechů zaokrouhlí na nejbližší komerčně dostupné a vyřadí se z návrhových proměnných. Cílem druhého kroku optimalizace je korekce optimálních rozměrů vzhledem k zaokrouhlení tlouštěk plechů pásnic a stojin.

Při zahrnutí rozměrů příčného průřezu a a d do návrhových proměnných lze očekávat obdobnou míru variability omezujících podmínek a tím stejně dobrou kvalitu aproximace pomocí klasických responzních ploch. S ohledem na závěry e) a f) lze doporučit využití kombinace alespoň dvou experimentálních plánů, kdy je alespoň jeden rovnoměrně rozprostřený. Toto je nutné minimálně v prvotním řešení optimalizace daného prototypu, kdy neznáme charakter průběhů účelové funkce a omezujících podmínek v daných mezích návrhových proměnných.

7.2.7 Řešení 4D varianty

Nárůst dimenze návrhového prostoru je spojen s nárůstem objemu zdrojových dat, který při zvolené dimenzi závisí na použitém experimentálním plánu. Vzhledem k čtyřrozměrné dimenzi návrhového prostoru a aplikovaným experimentálním plánům (viz. 7.2.3) jsou zdrojová data přiložena pouze elektronicky na přiloženém DVD formou tabulky v MS Excel. Výsledky jsou dále uvedeny formou tabulek. Pro názornost jsou také vykresleny řezy metamodelů.

Tabulka 7-8 obsahuje parametry normalizovaných⁵² metamodelů v normalizovaném návrhovém prostoru pro jednotlivé experimentální plány. Tabulka 7-9 uvádí hodnoty kvalitativních metrik aproximace popsanych v kapitole 4.2.3. Tabulka 7-10 porovnává optima vypočtená pomocí SKP a GA z metamodelů jednotlivých experimentálních plánů. Tabulka 7-11 uvádí aproximované hodnoty v optimálních bodech vypočtených pomocí SKP a GA.

Vzhledem k dimenzi návrhového prostoru již není možná úplná grafická prezentace metamodelů; nicméně, je možné znázornit řezy metamodelů nad 2D návrhovým prostorem, kde jsou vždy dvě proměnné považovány za konstanty. V řezech jsou pro názornost zobrazeny všechny vypočtené hodnoty (modré body). Řezy jsou zobrazeny na obr. 7.18 až obr. 7.25. Řezy jsou pro lepší názornost vykresleny ve fyzickém rozsahu proměnných.

Jelikož tloušťky plechů nejsou ve skutečnosti spojitými proměnnými, optimální tloušťky je nutné zaokrouhlit na nejbližší dostupné vyráběné tloušťky, tj. $tp=8\text{mm}$ a $ts=4\text{mm}$ a provést druhý optimalizační krok. Ve druhém optimalizačním kroku se zaokrouhlené tloušťky vyřadí z návrhových proměnných. Cílem druhého kroku optimalizace je korekce optimálních rozměrů a a d vzhledem k zaokrouhlení tlouštěk plechů pásnic tp a stojin ts . Rozsah návrhových proměnných a a d je omezen na blízké okolí optima. Vzhledem k omezení rozsahu návrhových proměnných na okolí optima a informaci o variabilitě metamodelů z řezů jsou metamodely sestrojeny na základě úsporného centrálně kompozičního plánu (již bez normalizace) (obr. 7.26). Tabulka 7-12 uvádí identifikované parametry metamodelů. Tabulka 7-14 spolu s grafickým zobrazením metamodelů (obr. 7.27) prokazuje velmi dobrou kvalitu aproximace. Tabulka 7-13 uvádí optima vypočtená pomocí obou optimalizačních algoritmů. Obr. 7.28 znázorňuje situaci v návrhovém prostoru a polohu optima.

Na závěr je v Ansysu proveden verifikační výpočet optimální konfigurace z důvodu porovnání aproximovaných a přesných hodnot účelové funkce a omezujících podmínek. Tabulka 7-15 prokazuje validnost vypočteného optima.

⁵² Popis normalizace viz. kapitola 7.2.3.1.

Tabulka 7-8 Parametry metamodelů v normalizovaném návrhovém prostoru, 4D

Plán	Metamodel	Koeficienty				
		β_0	β_1	β_2	β_3	β_4
		β_5	β_6	β_7	β_8	β_9
		β_{10}	β_{11}	β_{12}	β_{13}	β_{14}
CKP	δ [mm]	9,37	-4,99	-1,20	-2,39	-1,67
		0,54	0,40	0,58	0,28	0,06
		0,32	1,47	0,11	0,51	0,15
	σ_{red} [MPa]	439,50	-221,23	-59,33	-114,20	-55,00
		28,80	17,20	18,40	17,00	2,60
		11,80	62,83	3,23	21,23	3,63
	k_B [-]	0,53	0,63	0,27	0,37	0,20
		0,00	0,40	0,20	-0,20	0,00
		0,00	-0,37	0,03	-0,17	-0,17
	Obj [mm ³]	21328193	10123670	5599999	5060561	974420
		0	5068208	25408	0	480000
		15244	-1	1	-1	3365
UFP 4x4x4x4	δ [mm]	9,54	-5,18	-1,31	-2,42	-1,77
		0,60	0,41	0,62	0,28	0,09
		0,33	1,50	0,12	0,50	0,16
	σ_{red} [MPa]	446,64	-229,28	-65,42	-116,37	-58,12
		31,59	17,43	19,77	17,40	2,68
		12,03	64,42	4,83	21,66	4,32
	k_B [-]	0,63	0,42	0,22	0,21	0,04
		-0,02	0,33	0,05	-0,04	0,03
		0,04	-0,04	0,01	-0,04	0,02
	Obj [mm ³]	21328065	10123851	5599944	5060657	974421
		0	5068279	25406	0	479995
		15243	0	0	0	3365
HS 500	δ [mm]	9,43	-5,05	-1,26	-2,39	-1,73
		0,57	0,41	0,61	0,28	0,09
		0,33	1,47	0,12	0,49	0,16
	σ_{red} [MPa]	442,57	-224,17	-62,76	-115,28	-57,16
		30,42	17,43	19,40	17,20	2,70
		12,30	63,20	4,58	21,49	4,33
	k_B [-]	0,64	0,37	0,23	0,20	0,04
		-0,02	0,33	0,06	-0,03	0,03
		0,04	-0,01	0,00	-0,04	0,03
	Obj [mm ³]	21328017	10123857	5600023	5060801	974548
		-147	5068063	25444	-163	479957
		15228	31	168	-40	3237

Zdrojová data jsou vzhledem ke svému objemu přiložena v MS Excel na DVD.

Tabulka 7-9 Hodnocení kvality metamodelů, 4D

Plán	Metamodel	R ²	Radj ²	REL	MAX
CKP	δ [mm]	0,9996	0,9990	0,91%	0,04
	σ_{red} [MPa]	0,9997	0,9992	0,76%	1,89
	k_B [-]	0,9865	0,9676	4,55%	0,05
	Obj [mm ³]	1,0000	1,0000	0,00%	178
UFP 4x4x4x4	δ [mm]	0,9992	0,9992	4,06%	0,18
	σ_{red} [MPa]	0,9993	0,9993	3,44%	7,66
	k_B [-]	0,9858	0,9850	7,62%	0,08
	Obj [mm ³]	1,0000	1,0000	0,01%	1585
HS 500	δ [mm]	0,9996	0,9995	1,87%	0,15
	σ_{red} [MPa]	0,9996	0,9996	1,66%	6,27
	k_B [-]	0,9769	0,9763	11,26%	0,10
	Obj [mm ³]	1,0000	1,0000	0,00%	1329

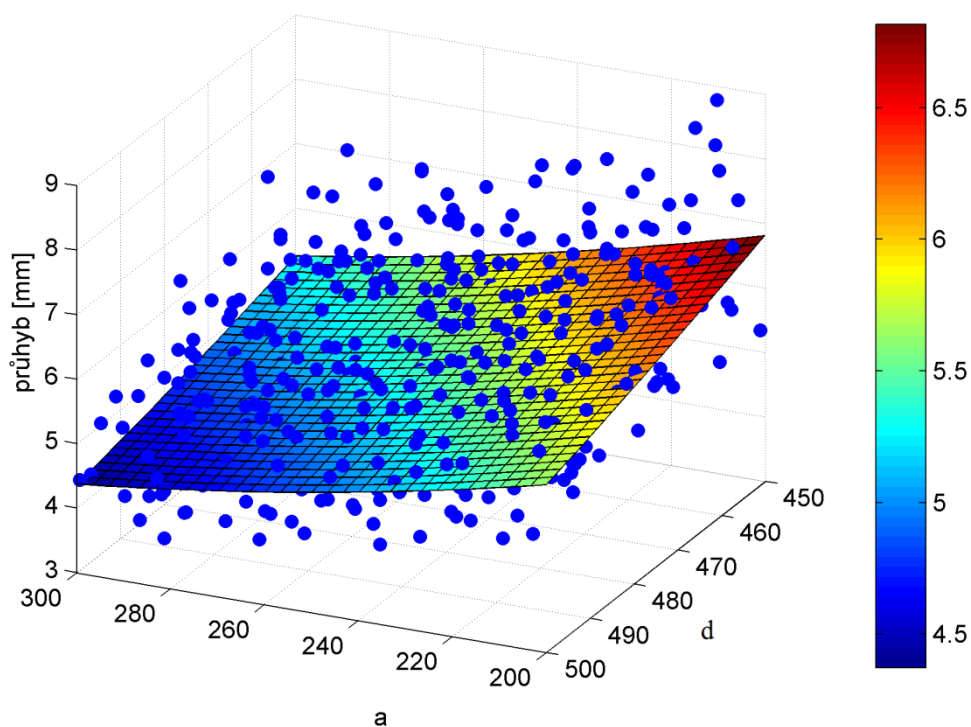
Tabulka 7-10 Optimální hodnoty návrhových proměnných, 4D

Experimentální plán	Optimalizační algoritmus	tp [mm]	ts [mm]	a [mm]	d [mm]
CKP	SKP	8,2	4,0	240,7	482,7
	GA	8,1	4,0	242,3	482,9
UFP 4x4x4x4	SKP	8,1	4,0	244,7	500,0
	GA	8,2	4,0	241,7	499,9
HS 500	SKP	8,1	4,0	243,8	500,0
	GA	8,3	4,0	237,3	500,0

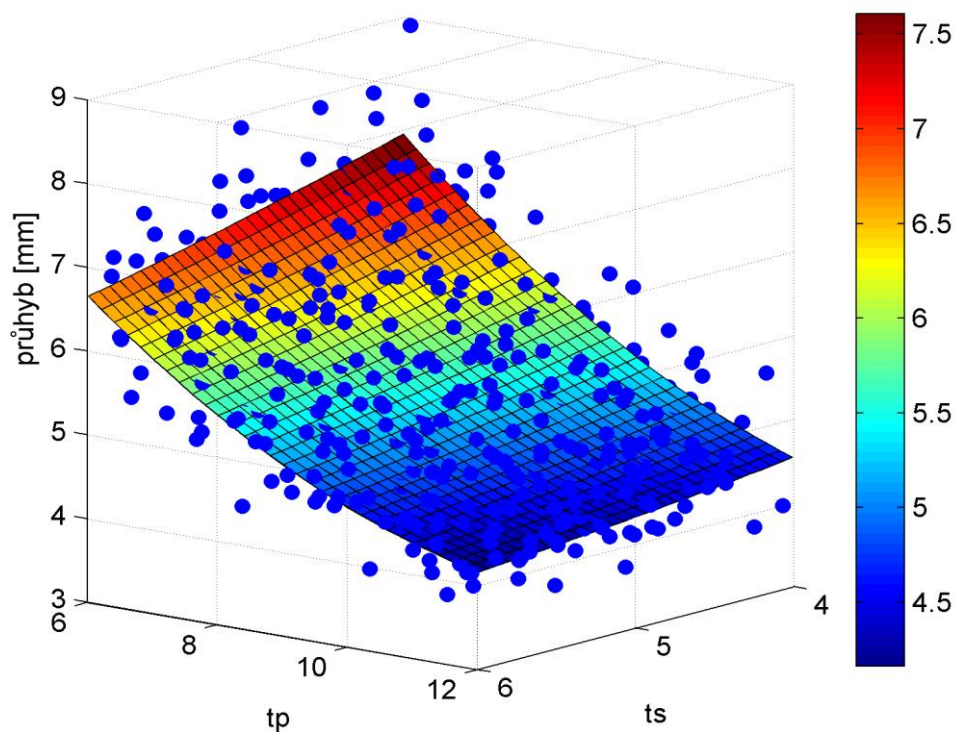
Tabulka 7-11 Aproximované hodnoty v optimu, 4D

Metamodel	CKP		UFP 4x4x4x4		HS 500	
	SKP	GA	SKP	GA	SKP	GA
δ [mm]	6,1	6,1	5,7	5,7	5,8	5,7
σ_{red} [MPa]	301	301	288	288	288	288
k_B [-]	1	1	1	1	1	1
Objem [mm ³]	28411773	28413700	28903997	28912216	28804578	28814150
Hmotnost [T] ⁵³	0,223	0,223	0,227	0,227	0,226	0,226

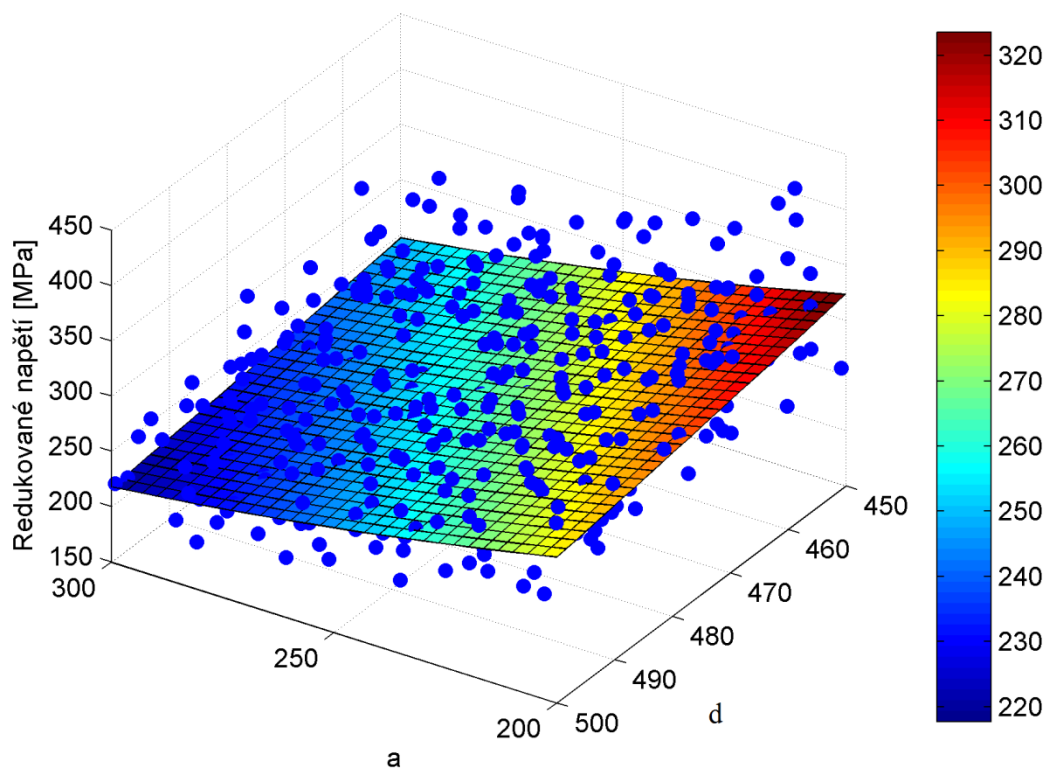
⁵³ Přepočteno z objemu pomocí hustoty oceli $\rho=7850 \text{ kg/m}^3$



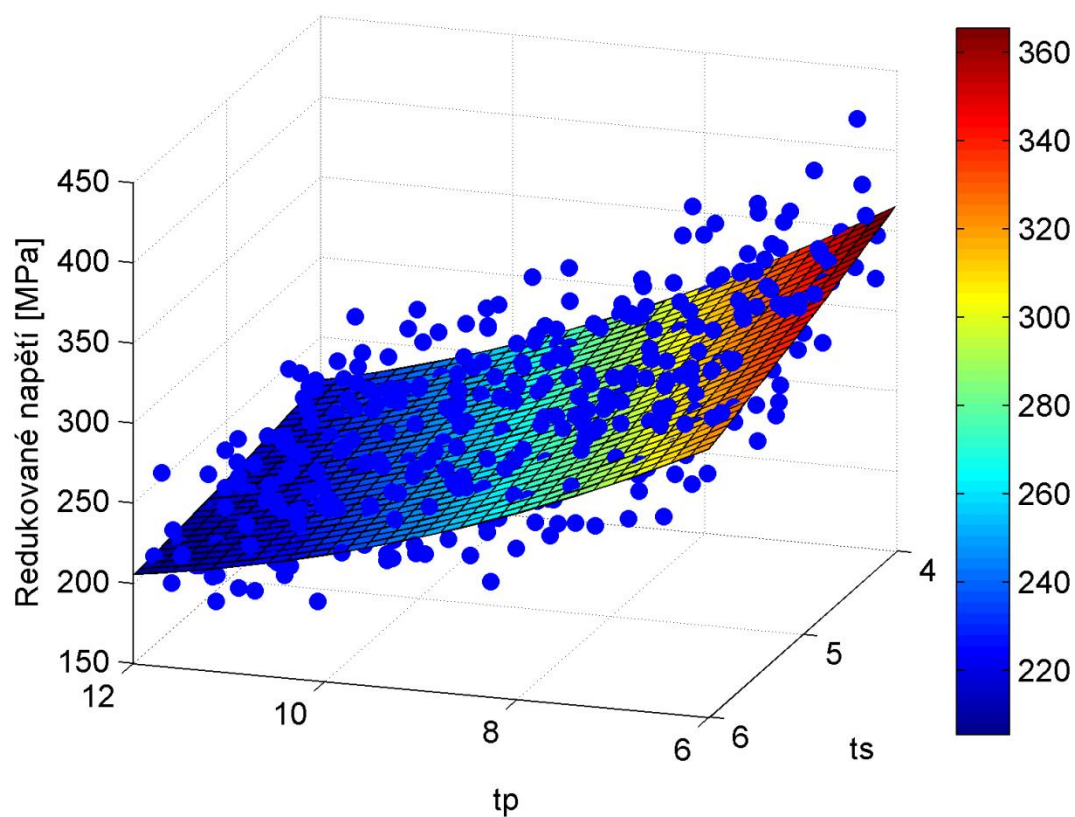
Obr. 7.18 Řez metamodelem průhybu, HS 500, t_p =kost=9mm, t_s =kost=5mm
(a, d v mm)



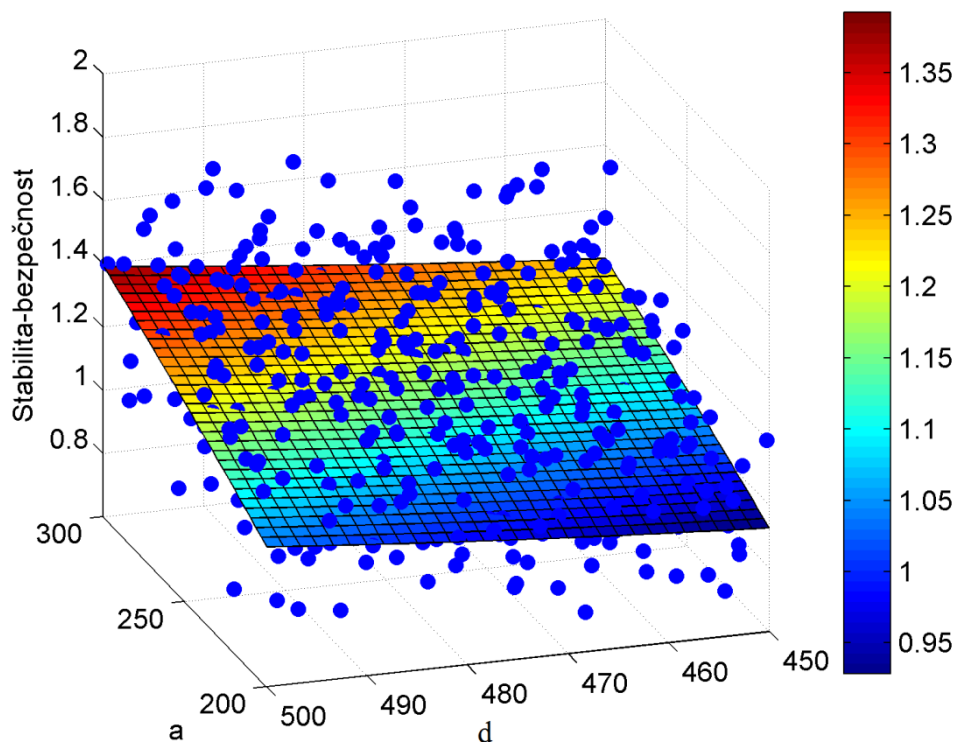
Obr. 7.19 Řez metamodelem průhybu, HS 500, a =kost=250mm, d =kost=475mm
(t_p, t_s v mm)



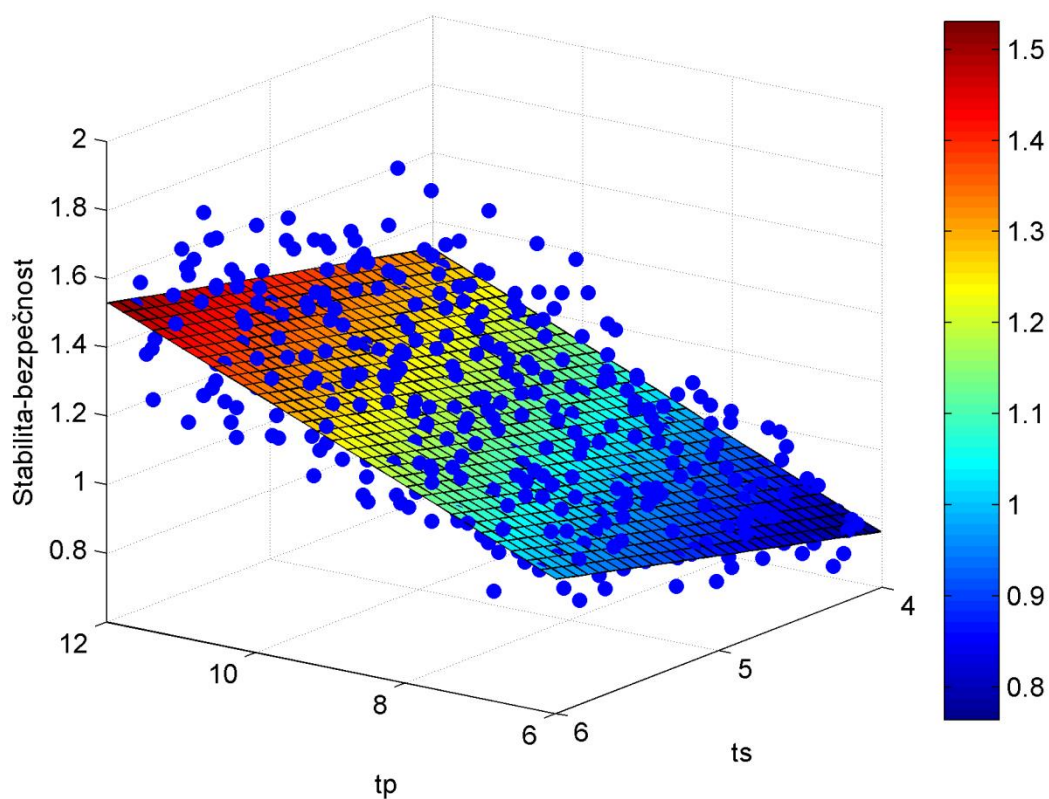
Obr. 7.20 Řez metamodelem redukovaného napětí, HS 500, t_p =kost=9mm, t_s =kost=5mm
(a, d v mm)



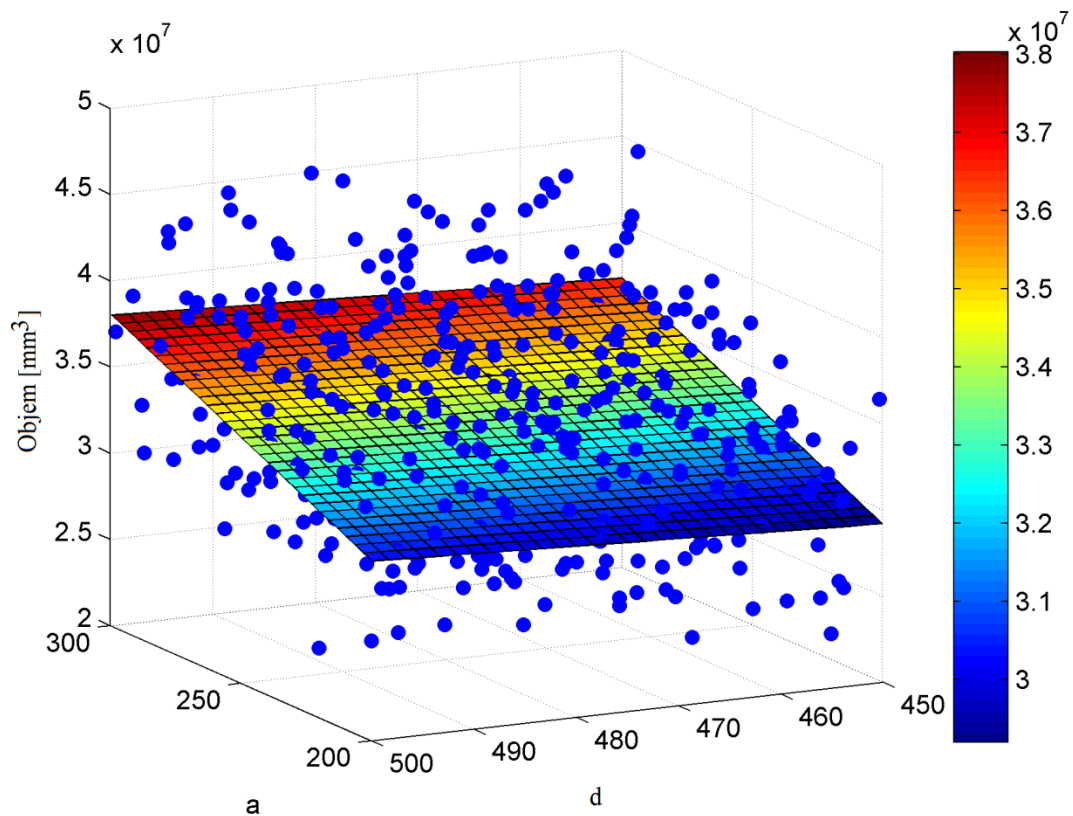
Obr. 7.21 Řez metamodelem redukovaného napětí, HS 500, a =kost=250mm, d =kost=475mm
(t_p, t_s v mm)



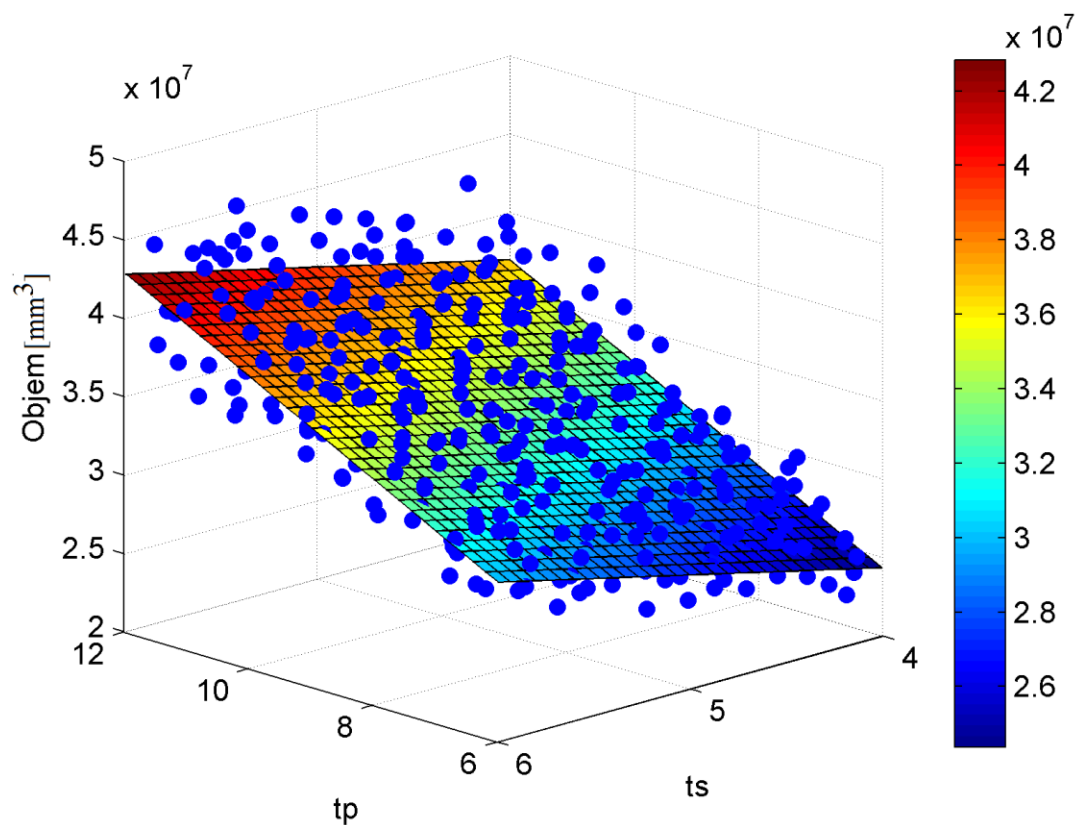
Obr. 7.22 Řez metamodelem stabilitní bezpečnosti, HS 500, t_p =kost=9mm, t_s =kost=5mm (a,d v mm)



Obr. 7.23 Řez metamodelem stabilitní bezpečnosti, HS 500, a=kost=250mm, d=kost=475mm (t_p , t_s v mm)

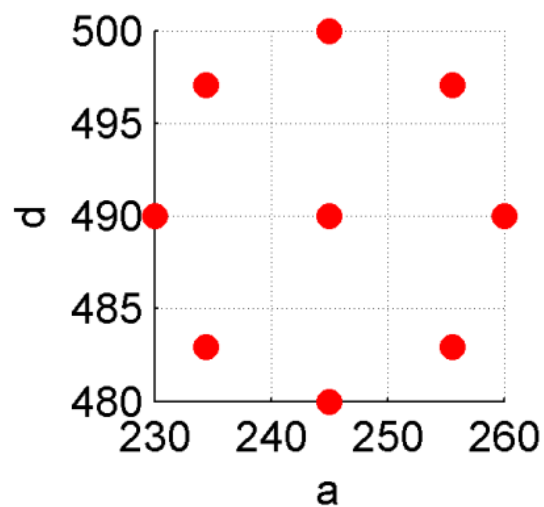


Obr. 7.24 Řez metamodelem účelové funkce, HS 500, t_p =kost=9mm, t_s =kost=5mm
(a, d v mm)

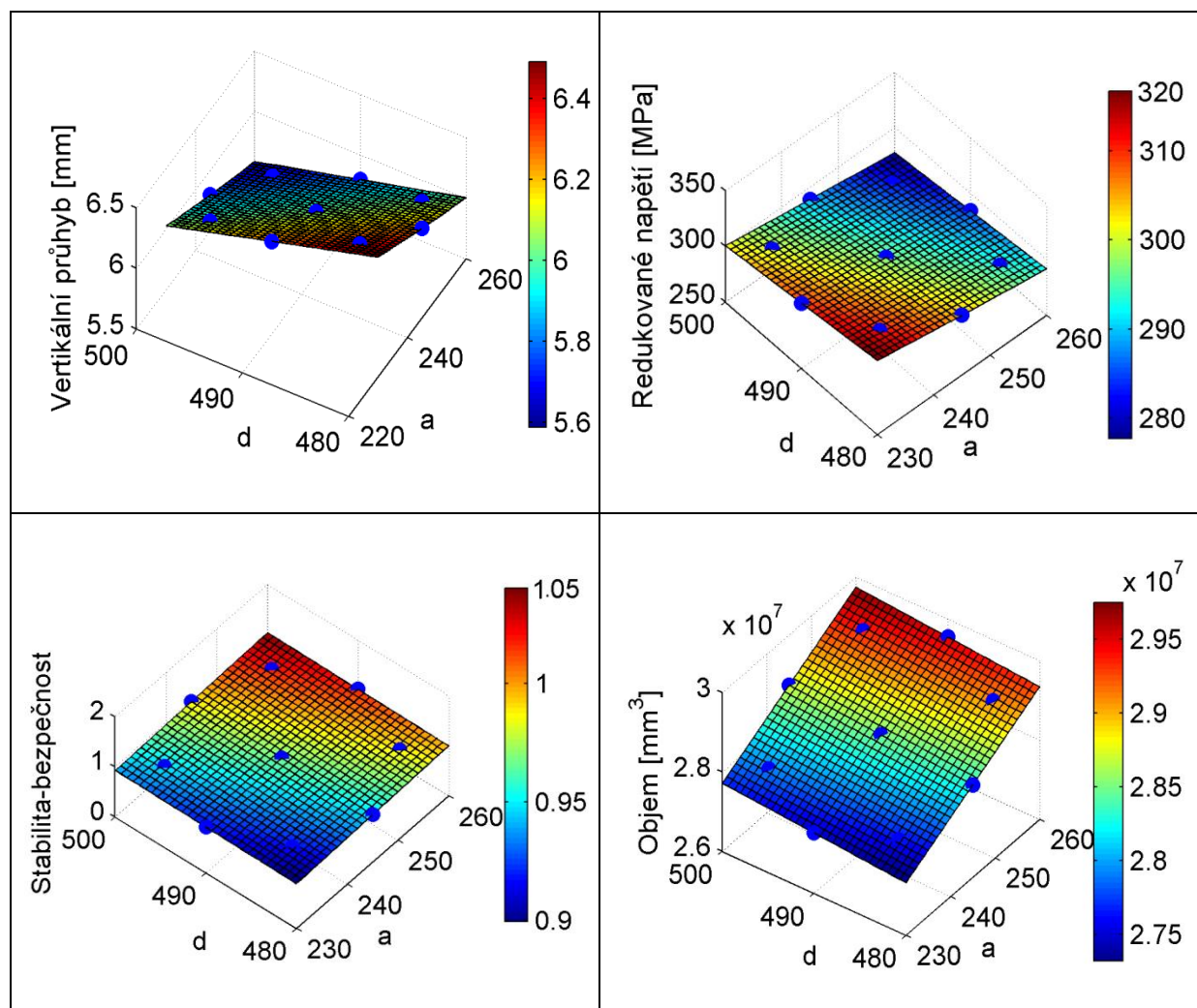


Obr. 7.25 Řez metamodelem účelové funkce, HS 500, a=kost=250mm, d=kost=475mm
(t_p , t_s v mm)

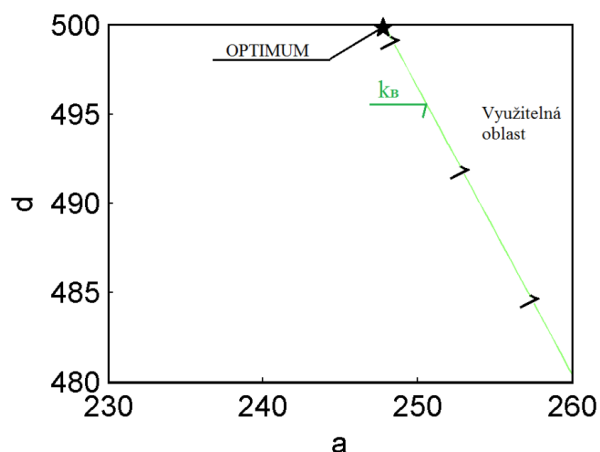
Druhý krok optimalizace:



Obr. 7.26 CKP, 4D, druhý krok optimalizace, (a, d v mm)



Obr. 7.27 Metamodely omezujících podmínek a účelové funkce, 4D, druhý krok optimalizace (a, d v mm)



Obr. 7.28 Znárodnění optima v návrhovém prostoru, druhý krok optimalizace, (a,d v mm)

Tabulka 7-12 Parametry metamodelu, 4D, druhý krok optimalizace

Plán	Metamodel	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
CKP	σ_{red} [MPa]	1612,0087	-3,1174	-2,6647	0,0023	0,0024	0,0014
	δ [mm]	31,2356	-0,0699	-0,0383	0,0001	0,0000	0,0000
	k_B [-]	-0,8523	0,0033	0,0021	0,0000	0,0000	0,0000
	Obj [mm ³]	2840849	66219	18053	3	0	1

Zdrojová data jsou uvedena v příloze C, tabulka c-1

Tabulka 7-13 Optimální hodnoty, 4D, druhý krok optimalizace

Experimentální plán	Optimalizační algoritmus	t_p [mm]	t_s [mm]	a [mm]	d [mm]
CKP	SKP	8	4	247,8	500,0
	GA	8	4	247,9	499,9

Tabulka 7-14 Hodnocení kvality metamodelů, 4D, druhý krok optimalizace

Plán	Metamodel	R^2	Radj ²	REL	MAX
CKP	δ [mm]	1,0000	1,0000	0,01%	0,018
	σ_{red} [MPa]	1,0000	0,9999	0,03%	0,002
	k_B [-]	0,9999	0,9996	0,06%	0,001
	Obj [mm ³]	1,0000	1,0000	0,00%	1,412

Tabulka 7-15 Verifikace optima přímým výpočtem v Ansysu, 4D

t_p [mm]	t_s [mm]	a* [mm]	d* [mm]	δ [mm]	σ_{red} [MPa]	k_B [-]	Obj [mm ³]	Vyho vuje?
8	4	248	500	5,76	286,6	1,00	28936236	ANO

* Rozměry zaokrouhleny na celé mm nahoru.

7.2.7.1 Diskuze řešení 4D varianty

4D varianta optimalizace představuje optimalizaci celého průřezu skříňového nosníku podle stanovených kritérií. Na základě uvedených tabulek a grafů lze konstatovat:

- a) Kvalitativní metriky aproximace (tabulka 7-9) dokazují, že klasické responzní plochy s uvážením absolutních, lineárních, kvadratických a interakčních členů prvního řádu velmi dobře aproximují konečno-prvková data nad celým návrhovým prostorem.
- b) Vysoké hodnoty koeficientů determinace (R^2 a Radj^2) vypovídají o velmi dobré globální aproximaci konečno-prvkových dat (tabulka 7-9).
- c) Drobné lokální odchylky aproximovaných a konečno-prvkových hodnot jsou kvantifikovány pomocí lokálních metrik REL a MAX, přičemž největší relativní chyby lze pozorovat u aproximace faktoru k_B (tabulka 7-9). Aproximace je však stále dobrá.
- d) Grafické znázornění 3D řezů metamodelů spolu s vypočtenými daty (modré body) dokazuje závislost účelové funkce a omezujících podmínek optimalizace na všech uvažovaných proměnných (modré body znázorňují všechny hodnoty, ze kterých byl metamodel sestaven).
- e) Tabulka 7-8 prokazuje, že parametry metamodelů sestavených v normalizovaném návrhovém prostoru vykazují pro různé experimentální plány drobné odlišnosti. Toto však lze očekávat.
- f) Optimální hodnoty získané z metamodelů sestavených v normalizovaném návrhovém prostoru na základě jednoho experimentálního plánu pomocí obou použitých optimalizačních metod lze na oborové rozlišovací úrovni považovat za totožné (tabulka 7-10). Shoda výsledků obou optimalizačních algoritmů indikuje správnost jejich nastavení. Doba výpočtu GA je však podstatně delší ve srovnání s SKP (cca 50x).
- g) Optimální hodnoty získané z metamodelů sestavených v normalizovaném návrhovém prostoru na základě různých experimentálních plánů vykazují drobné odchylky (tabulka 7-10).
- h) Prvním indikovaným módem ztráty stability je lokální boulení (viz. elektronicky přiložený soubor *Zdrojová data 4D varianty optimalizace.xlsx*). Odolnost vůči klopení je dána torzní tuhostí uzavřeného profilu.
- i) Optimum je vázané, přičemž aktivními omezujícími podmínkami jsou dosažení limitního zatížení zahrnuté ve stabilitní podmínce (27), dolní mez intervalu pro šířku stojiny t_s (29) a pro metamodely založené na UFP 4x4x4x4 a HS 500 také horní mez intervalu pro střední rozteč pásnic d (34). Tento fakt dokladují tabulka 7-10 a tabulka 7-11.
- j) Jelikož se jedná o tloušťky plechů, optima je nutné zaokrouhlit na nejbližší dostupné vyráběné tloušťky, tj. $t_p=8\text{mm}$ a $t_s=4\text{mm}$. Ve druhém optimalizačním kroku se zaokrouhlené tloušťky vyřadí z návrhových proměnných. Cílem druhého kroku optimalizace je korekce optimálních rozměrů a a d vzhledem k zaokrouhlení tlouštěk plechů pásnic a stojin. Jelikož je v této fázi poloha optima přibližně známá,

Úloha je vzhledem k symetrii převedena na hledání koncového průhybu náhradního vetknutého nosníku o délce $L/2$. Dále je uvažována pouze energii napjatosti od ohybu, kterou lze pro případ náhradního nosníku vyjádřit vztahem:

$$W = \int_0^{L/2} \frac{M_o^2(x)}{2EJ(x)} dx = \int_0^{L/2} \frac{(F_1 \cdot x)^2}{2EJ(x)} dx \quad (40)$$

Kde: M_o -ohybový moment vyvolaný zatěžující silou na rameni x [Nm]

E -modul pružnosti v tahu [Pa]

J -kvadratický moment průřezu [m^4]

F_1 -zátěžná síla náhradního vetknutého nosníku [N]

Po derivaci podle zatěžující síly dostáváme vztah pro průhyb:

$$\delta = \frac{\partial}{\partial F_1} \left(\int_0^{L/2} \frac{(F_1 \cdot x)^2}{2EJ(x)} dx \right) = \int_0^{L/2} \frac{\partial}{\partial F_1} \left(\frac{(F_1 \cdot x)^2}{2EJ(x)} \right) dx = \frac{F_1}{E} \int_0^{L/2} \frac{x^2}{J(x)} dx \quad (41)$$

Výsledný vztah pro průhyb je nutné vzhledem k rozdílné funkci průběhu $J=J(x)$ pro interval I a II vyjádřit jako součet dvou integrálů:

$$\delta = \frac{F_1}{E} \int_0^{\frac{L}{2} - \frac{L1}{2}} \frac{x^2}{J(x)} dx + \frac{F_1}{E \cdot J(x = \frac{L}{2} - \frac{L1}{2})} \int_{\frac{L}{2} - \frac{L1}{2}}^{\frac{L}{2}} x^2 dx \quad (42)$$

Pro závislost kvadratického momentu na pořadnici x v intervalu I za předpokladu tenkostěnnosti platí:

$$J(x) = \frac{1}{6} a \cdot t f^3 + \frac{1}{2} a \cdot t f \cdot d^2(x) + \frac{1}{6} t w \cdot d(x) \quad (43)$$

Kde: $d(x)$ -proměnná střední rozteč pásnic v intervalu I [mm]

Lineárně proměnnou střední rozteč pásnic v intervalu I lze vyjádřit vztahem:

$$d(x) = h1 + \frac{2(d - h1)}{\frac{L}{2} - \frac{L1}{2}} \cdot x, \text{ pro } x \in \langle 0; \frac{L}{2} - \frac{L1}{2} \rangle \quad (44)$$

$$d(x) = d, \text{ pro } x \in \langle \frac{L}{2} - \frac{L1}{2}; \frac{L}{2} \rangle$$

Průhyb lze s uvažováním výše uvedených vztahů vyjádřit jako:

$$\delta = \frac{F_1}{E} \int_0^{\frac{L}{2} - \frac{L1}{2}} \frac{x^2}{\frac{1}{6}a \cdot tf^3 + \frac{1}{2}a \cdot tf \cdot d^2(x) + \frac{1}{6}tw \cdot d^3(x)} dx + \frac{F_1}{E} \int_{\frac{L}{2} - \frac{L1}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{x^2}{\frac{1}{6}a \cdot tf^3 + \frac{1}{2}a \cdot tf \cdot d^2 + \frac{1}{6}tw \cdot d^3} dx \quad (45)$$

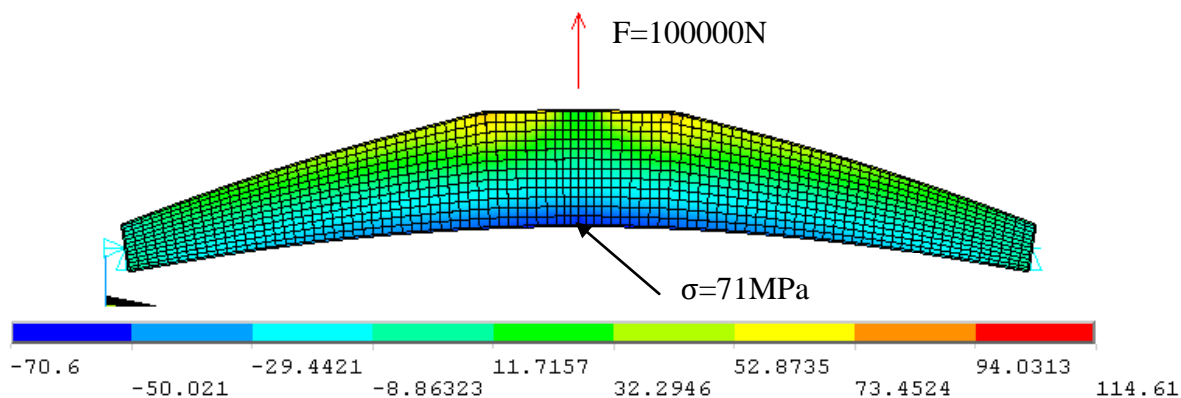
Průhyb je vyčíslen pomocí numerické integrace realizované pomocí funkce QUAD v Matlabu.

Ohybové napětí je vypočteno taktéž v Matlabu podle vztahu:

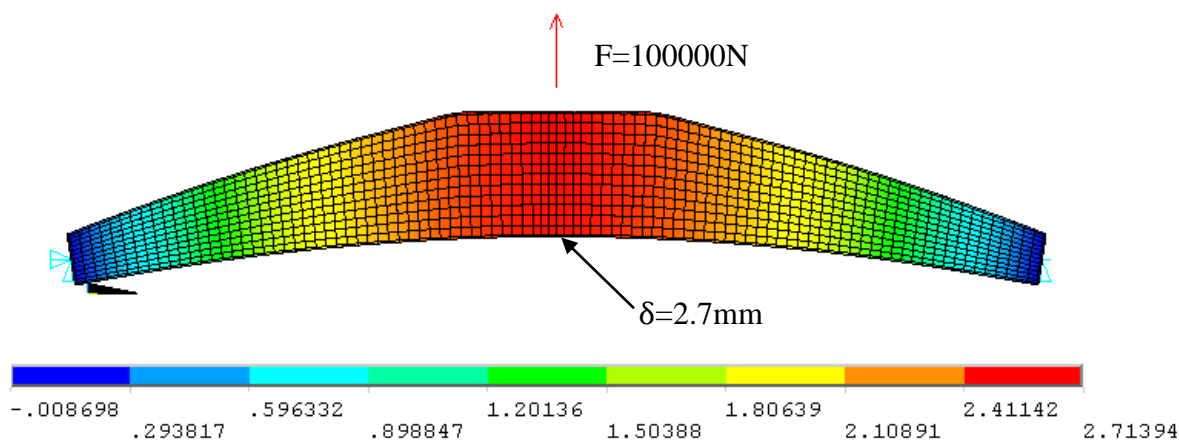
$$\sigma = \frac{Mo(x = \frac{L}{2})}{Wo(x = \frac{L}{2})} = \frac{\frac{F}{2} \cdot \frac{L}{2}}{\frac{J(x = \frac{L}{2})}{\frac{d}{2}}} = \frac{F \cdot L \cdot d}{8 \cdot J(x = \frac{L}{2})} \quad (46)$$

Kde: Wo -modul průřezu v ohybu [mm^3]

Příloha A dokumentuje výpočet průhybu a napětí vytvořený v Matlabu. Tabulka 7-16 uvádí vypočtené hodnoty z Matlabu spolu s odpovídajícími hodnotami napětí a průhybu odečtené z konečno-prvkového skořepinového modelu. Na konečno-prvkovém modelu jsou odečteny maxima na spodní pásnici z důvodu absence koncentrátorů, jako jsou např. MPC vazby distribuující zatížení z háku (obr. 7.30 a obr. 7.31). Napětí a průhyb odečtený z tohoto místa jsou lépe porovnatelné s napětím a průhybem vypočtenými pomocí vztahů odvozených na základě prutových předpokladů.



Obr. 7.30 Verifikace konečno-prvkového modelu: ohybové napětí



Obr. 7.31 Verifikace konečno-prvkového modelu: průhyb

Tabulka 7-16 Verifikace konečno-prvkového modelu

Srovnávací veličina	Úroveň modelu	
	Matlab prut	Ansys skořepina
Ohybové napětí [MPa]	75	71
Průhyb [mm]	2,5	2,7

Tabulka 7-16 prokazuje dobrou shodu mezi konečno-prvkovým skořepinovým modelem a „ručním“ výpočtem provedeným na úrovni prutového modelu. Tato shoda vylučuje nesprávné nastavení skořepinového modelu.

8 ZÁVĚR

Dizertační práce řeší možnost využití metody konečných prvků a moderních matematických optimalizačních metod při návrhu optimálního rozměrového uspořádání nosných uzlů ocelových konstrukcí manipulačních zařízení. Základem práce je matematicky korektní formulace optimalizačního problému, na jehož řešení je aplikována metodika navržená v rámci práce. Optimalizační metody jsou v rámci práce aplikovány jako součást ucelené metodiky, která využívá parametrické konečno-prvkové modely pro provedení strukturální analýzy v různých konfiguracích navrhovaného uzlu konstrukce a matematické aproximační metody pro popis účelové funkce a omezujících podmínek optimalizace. Limitní zatížení je predikováno pomocí nelineární analýzy stability na imperfektovaných modelech podle doporučení z EC3 pro analýzy provedené metodou konečných prvků. Nelineární analýza s uvážením vlivu imperfekcí dnes představuje nejvyšší výpočtovou úroveň stabilitních analýz. Prezentovaná metodika má univerzální využití, ale práce se blíží zaměřuje na řešení optimálního uspořádání svařovaných nosníků. Lze také říct, že vzhledem k využití EC3 je metodika přímo využitelná pro svařované ocelové konstrukce např. v jeřábové technice, jejíž oborové normy se na Eurokódy přímo odkazují nebo využívají obdobná kritéria. Metodika je zpracována programovou formou umožňující automatické řešení bez intervence výpočtáře.

Práce poskytuje návod pro řešení obdobných optimalizačních problémů. Je však nutno zdůraznit, že aplikace metodiky vyžaduje tvůrčí myšlení kvalifikovaného inženýra, který je seznámen s principem všech využitých metod. Při řešení každého problému totiž existují jistá specifika, která je nutno kvalifikovaně zohlednit.

Případová studie hmotnostní optimalizace skříňového nosníku krok po kroku ilustruje princip metodiky na typickém nosném uzlu vyskytující se v oboru manipulačních zařízení. V rámci studie bylo prokázáno, že klasické responzní plochy jsou plně dostačující pro aproximaci základních omezení. Využití tohoto typu metamodelů ve formě spojité funkce více návrhových proměnných umožňuje rychlý běh optimalizačních algoritmů a možnost vizualizace vlivu jednotlivých proměnných na účelovou funkci a omezující podmínky optimalizace a tím lepší porozumění řešenému problému. V případě zahrnutí tloušťek plechů spolu s rozměry průřezů do návrhového vektoru se pro aplikaci GA v Matlabu osvědčilo vytvořit metamodely nad normalizovaným návrhovým prostorem a optimalizovat ve dvou krocích. Výhodou je možnost provedení druhého kroku optimalizace v návrhovém prostoru redukovaném na blízké okolí optima, což znamená kvalitnější aproximaci a tím přesnější výsledky.

Práce s tloušťkami plechů jako se spojitymi návrhovými proměnnými v prvním kroku optimalizace umožní vytvoření spojitého funkčního popisu hledaných závislostí a tím lepší představu o vlivu jednotlivých návrhových proměnných na účelovou funkci a omezující podmínky. Druhý krok optimalizace již zohlední diskrétní charakter návrhových proměnných diskrétního charakteru (např.: tloušťky plechů).

Je také nutno zmínit, že nejlepšího poměru hmotnosti k únosnosti konstrukce se dosahuje použitím výztuh, které zvyšují kritické zatížení. Navržená metodika je aplikovatelná i na vyztužené konstrukční prvky. Výztuhy musí být součástí parametrického konečno-prvkového modelu. Použití výztuh však závisí na preferencích konkrétní aplikace.

Vzhledem k univerzálnosti je pro výpočetní realizaci případové studie zvolen matematický software Matlab a konečno-prvkový software Ansys. Využití těchto konkrétních programů však není pro aplikaci metodiky podmínkou, protože postup dokumentovaný v práci lze realizovat v libovolných adekvátních programech.

Práce prvotní publikovanou prací v oboru zdvihací techniky využívající uvedenou kombinaci metod v rámci automaticky pracujícího algoritmu. Bylo prokázáno, že aproximace účelové funkce a omezujících podmínek optimalizace kvadratickým polynomem ve více proměnných v kombinaci s vybranými optimalizačními metodami představuje účinný nástroj pro optimalizaci svařovaných nosníků. Přínosem je také zahrnutí vlivu imperfekcí v rámci nelineární analýzy stability na imperfektovaném výpočtovém modelu podle doporučení z EC3. Postup navržený v rámci práce je využitelný pro libovolné tenkostěnné pruty nebo stěno-deskové prvky ocelových nosných konstrukcí, kde jsou optimalizovány rozměry a tloušťky stěn. Výsledky práce jsou také přímo využitelné v oboru ocelových konstrukcí pozemních staveb.

Další výzkum v oblasti spočívá v možnosti aproximace únavových kritérií a jejich zahrnutí do omezujících podmínek optimalizace. Situace je zde komplikovaná tím, že každá konstrukce obsahuje různé konstrukční detaily, které mají různé únavové charakteristiky. Lze také očekávat silně nelineární závislosti, jejichž aproximace bude vyžadovat využití některé sofistikovanější aproximační metody, jako jsou například radiální bázové funkce nebo umělé neuronové sítě.

9 SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK

AIAA	The American Institute of Aeronautics and Astronautics
ANN	Artificial Neural Network (Umělé neuronové sítě)
APDL	Ansys Parametric Design Language (skriptovací jazyk Ansysu)
BIT	Beijing Institute of Technology
CAD	Computer Aided Design (Počítačová podpora konstruování)
CAEA	Computer Aided Engineering Analysis
CAX	Systemy počítačové podpory (Computer Aided)
CKP	Centrálně kompoziční plán
CMAA	Crane Manufacturers Association of America
DACE	Design and Analysis of Computer Experiments
DOE	Design of Experiments (Plánování experimentů)
EC3	Eurokód 3
F.E.M.	Federation Europeenne de la Mautention
FL ₁	Limitní zatížení odvozené z dosažení meze kluzu
FL ₂	Limitní zatížení odvozené z dosažení ztráty tuhosti
GA	Genetický algoritmus
HS	Haltonova sekvence
ISSMO	International Society of Structural and Multidisciplinary Optimization
KL	Klopení
LB	Lokální boulení
LHS	Latin Hypercube Sampling (Metoda Latinských čtverců)
MAE	Průměrná absolutní chyba metamodelu
MAX	Maximální absolutní chyba metamodelu
MKP	Metoda konečných prvků
MO	Modelový objekt
MPC	Multi Point Constraints
NV	Nařízení vlády
Obj	Objem materiálu
PO	Primární objekt
RBF	Radiální bázová funkce
REL	Maximální relativní chyba metamodelu
SKP	Sekvenční kvadratické programování
UFP	Úplný faktorový plán
VM	Výpočtový model
VP	Virtuální prototyp
WLL	Working Load Limit (nosnost)

10 SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A JEDNOTEK

Význam symbolů a jednotky veličin použitých ve vzorcích jsou uvedeny přímo pod jednotlivými vzorci. Následující tabulka uvádí význam symbolů uvedených v textu, obrázcích a grafech spolu s jejich jednotkami. Vektory a matice jsou uvedeny tučným písmem.

Symbol	Jednotka	Popis
$\bar{\lambda}$	-	Relativní štíhlost
a	mm	Šířka pásnic skříňového nosníku
c	mm	Střednicová rozteč stojin skříňového nosníku
d	mm	Střednicová rozteč pásnic prizmatické části skříňového nosníku
E	MPa	Modul pružnosti v tahu
e_{kl}	mm	Velikost globální imperfekce
e_{lb}	mm	Velikost lokální imperfekce
F	N	Síla (obecné označení síly)
FL_1	N	Limitní zatížení odvozené z dosažení meze kluzu
FL_2	N	Limitní zatížení odvozené z dosažení ztráty tuhosti
F_{NORM}	N	Normativní zatížení pro posouzení mezních stavů nosné traverzy
f_y	MPa	Napětí na mezi kluzu materiálu
h_1	mm	Střednicová rozteč pásnic na okrajích nosníku
k_B	-	Výsledný součinitel stabilitní bezpečnosti vzhledem k normativnímu zatížení podle vztahu (27)
k_{B_L}	-	Součinitel stabilitní bezpečnosti určený z bifurkačního zatížení F_{krit} vzhledem k normativnímu zatížení podle vztahu (27)
k_{B_N}	-	Součinitel stabilitní bezpečnosti určený z limitního zatížení F_L vzhledem k normativnímu zatížení podle vztahu (27)
L	mm	Délka skříňového nosníku
L_1	-	Délka prizmatické části skříňového nosníku
M	Nm	Ohybový moment (obecně)
MAE	individuální	Průměrná absolutní chyba metamodelu
MAX	individuální	Maximální absolutní chyba metamodelu
M_p	Nm	Plastický moment (moment při vytvoření plastického kloubu u prostě ohýbaného nosníku)
M_y	Nm	Elastický moment (moment při dosažení meze kluzu u prostě ohýbaného nosníku)
N_{cr}, F_{cr}	N	Zatížení při bifurkaci
N_L, F_L	N	Limitní zatížení
N_Y	N	Zatížení způsobující dosažení meze kluzu
Obj	mm ³	Objem materiálu
R^2	-	Koeficient determinace
R^2_{adj}	-	Upravený koeficient determinace
REL	-	Maximální relativní chyba metamodelu
tp	mm	Tloušťka pásnic

Symbol	Jednotka	Popis
ts	mm	Tloušťka stojin
u	mm	Posuv (obecně)
u_{cr}	mm	Posuv při bifurkaci
v	mm	Laterální průhyb
V	N	Smyková síla
v_c	mm	Celkový laterální průhyb
v_o	mm	Počáteční imperfekce ve tvaru laterální deformace
W_{el}	mm ³	Elastický modul průřezu v ohybu
WLL	kg	Working Load Limit (nosnost)
W_{pl}	mm ³	Plastický modul průřezu v ohybu
X	-	Návrhový vektor
x_i	individuální	I-tá návrhová proměnná
X_i	-	I-tý bod n-rozměrného návrhového vektoru
$x_{i,max}$	individuální	Horní hranice i-té návrhové proměnné
$x_{i,min}$	individuální	Dolní hranice i-té návrhové proměnné
X_{opt}	-	Optimální bod
β_{ij}	-	Koeficienty metamodelu ve tvaru kvadratického polynomu ve více proměnných
δ	mm	Průhyb
δ_{max}	mm	Maximální průhyb
μ	-	Poissonovo číslo oceli
ρ	kg m ⁻³	Hustota oceli
σ	MPa	Normálové napětí
σ_{cr}	MPa	Napětí při bifurkaci
σ_K	MPa	Napětí na mezi kluzu materiálu
σ_{red}	MPa	Redukované napětí podle podmínky HMM

11 SEZNAM CITOVANÝCH ZDROJŮ

1. Paloušek, D. Virtual prototyping. Pojednání ke státní doktorské zkoušce. Brno : VUT Brno, 2005.
2. Brian Siegel Jaffe. [Online] [Citace: 15. 1 2014.] <http://thebrianjaffe.com>.
3. British Constructional Steelwork Association. Handbook of structural steelwork. 4th edition. London : British Constructional Steelwork Association Ltd. ISBN:978189421741.
4. Design of beams in composite bridges. SteelConstruction.info. [Online] Tata Steel, BCSA and the SCI . [Citace: 10. 4 2014.] http://www.steelconstruction.info/Design_of_beams_in_composite_bridges.
5. ESDEP, The European Steel Design Education Programme. London : SCI, 1993.
6. Metoda konečných prvků. Wikipedie-otevřená encyklopedie. [Online] [Citace: 1. 9 2012.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Metoda_konečných_prvků.
7. Zienkiewicz, O.C. and Cheung, Z.K. The finite element method in structural and continuum mechanics. London : McGraw-Hill, 1967.
8. Petruška, Jindřich. Počítačové metody mechaniky II.
9. Liu, G. R. and QUEK, S. S. The Finite Element Method : Practical course. : Butterworth Heinemann, 2003. ISBN: 0750658665.
10. Sacks, J., et al., et al. Design and Analysis of Computer Experiments. Statistical Science. 1989, Vol.4, pp. 409-423.
11. Simpson, T.W., et al., et al. Approximation methods in multidisciplinary analysis and optimization: a panel discussion. Structural Multidisc. Optimization. 27th edition, 2004, pp. 302-313.
12. Montgomery, D.C. Experimental design for product and process design and development. Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician). 1998, Vol. 2, VOL.:48, pp. 159-177.
13. Design of experiments. Wikipedie-Otevřená encyklopedie. [Online] [Citace: 1. 12 2012.] http://en.wikipedia.org/wiki/Design_of_experiments.
14. Giunta, A. A., Wojtkiewicz, S.F.Jr. and Eldred, M. S. Overview of modern design of experiments methods for computational simulations. 41st AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. 2003.
15. Simpson, T. W., et al., et al. Metamodels for Computer-based Engineering Design: Survey and recommendations. Engineering with computers. 2001, Vol.17, pp. 129-150.
16. Wang, G.G. and Shan, S. Review of Metamodeling Techniques in Support of Engineering Design Optimization. Journal of Mechanical Design. 2007, Vol.129, No.4, pp. 370-380.
17. Simpson, T.W., Lin, Dennis,K.J. and Chen, W. Sampling strategies for computer experiments: Design and analysis. Internal Journal of Reliability and Applications. 2001, Vol.2, pp. 209-240.

18. Metropolis, M. a Ulam, S. The Monte Carlo Method. *Journal of the American Statistical Association*. 1949, Vol.44, stránky 335-341.
19. Mckay, M. D., Beckman, R. J. a Conover, W. J. A comparison of three methods for selecting values of input variables. *Technometrics*. Vol.42, 2000, issue 1, stránky 55-61.
20. Johnson, R. T., a další, a další. Comparing computer experiments for fitting high-order polynomial metamodels. *Journal of Quality Technology*. 2010, Vol.42, str. 86.
21. Myšáková, E. Srovnání metod tvorby rovnoměrně rozprostřených návrhů. Praha : ČVUT, Praha-Soutěžní práce, 2011.
22. Morris, M.D. a Mitchell, T.J. Exploratory designs for computational experiments. *Journal of Statistical Planning and Inference*. 1995, Vol.45, No.3, stránky 381-402.
23. Queipo, N.V., et al., et al. Surrogate-based analysis and optimization. *Progress in Aerospace Sciences*. 2005, Vol.41, Release 1, pp. 1-28.
24. Dias, M. A. G. Quasi Monte Carlo Simulation. Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro. [Online] http://www.puc-rio.br/marco.ind/quasi_mc.html.
25. Caflisch, R. E. Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo. *Acta Numerica*. 1998, Vol.7, No.7, stránky 1-49.
26. Simpson, T.W, et al., et al. Design and Analysis of Computer Experiments in Multidisciplinary Design Optimization: A Review of How Far We Have Come – or Not. 12th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference. 2008.
27. Jin, R., Chen, W. and Simpson, T.W. Comparative studies of metamodelling techniques under multiple modelling criteria. *Struct.Multidisc. Optim.* 2001, Release 23, pp. 1-13.
28. Kleijnen, J.P.C. Design and Analysis of Computational Experiments: Overview. *Experimental Methods for the Analysis of Optimization Algorithms*. 2010, pp. 51-72.
29. RAJA, V.P., et al., et al. Design Optimization of Complex Structures Using Metamodels. *JJMIE-Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering*. 2010, Vol.4, pp. 653-664.
30. Simpson, T.W., et al., et al. Approximation methods in multidisciplinary analysis and optimization: a panel discussion. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. vol.27, 2004, pp. 302-313.
31. Meckesheimer, M, a další, a další. Metamodeling of combined discrete/continous responses. *AIAA Journal*. 2001, Vol.39, No.10, stránky 1950-1959.
32. Khuri, A.I. Response surface methodology and related topics. 1st edition. : World Scientific Publishing, 2006. str. 472. ISBN:9812564586.
33. Montgomery, D. C. and Runger, G. C. Applied Statistics and Probability For Engineers. 3rd edition. : John Wiley & Sons, 2003. p. 720. ISBN:0471204544.
34. Hardy, R.L. Multiquadric Equations of Topography and Other Irregular Surfaces. *Journal of Geophysical Research*. 1971, Vol.76, No.8, pp. 1905-1915.
35. Radial basis function. Scholarpedia. [Online] [Citace: 1. 8 2012.] http://www.scholarpedia.org/article/Radial_basis_function.

36. Gutierrez-Osuna, R. L19: radial basis functions. <http://research.cs.tamu.edu>. [Online] [Citace: 1. 9 2012.] http://research.cs.tamu.edu/prism/lectures/pr/pr_119.pdf.
37. Radial basis function. Wikipedie-otevřená encyklopedie. [Online] [Citace: 1. 7 2012.] http://en.wikipedia.org/wiki/Radial_basis_function.
38. Rafiq, M.Y., Bugmann, G and Easterbrook, D.J. Neural network design for engineering applications. *Computers & Structures*. 2001, Vol.79,Rel.17, pp. 1541-1552.
39. Stefanov, E. Neural Networks. EmilStefanov.net. [Online] [Citace: 10. 6 2012.] <http://www.emilstefanov.net/Projects/NeuralNetworks.aspx>.
40. Neuronová síť. Wikipedie-otevřená encyklopedie. [Online] [Citace: 1. 7 2012.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Neuronová_síť.
41. Janíček, P. Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: hledání souvislostí. Brno : CERM, 2007. str. 682. Sv. 1. ISBN: 9788072045549.
42. A Feed Forward Neural Network. Heaton Research. [Online] [Citace: 1. 11 2011.] <http://www.heatonresearch.com/articles/5/page2.html>.
43. Bebis, G and Georgiopoulos, M. Optimal feed-forward neural network architectures. *IEEE Potentials*. 1994, pp. 27-31.
44. Neural Network Toolbox. Mathworks. [Online] [Citace: 1. 6 2012.] <http://www.mathworks.com/products/neural-network/index.html>.
45. Otipka, P a Šmajstrla, V. Pravděpodobnost a statistika. InNET-VŠB TU Ostrava. [Online] [Citace: 1. 10 2012.] <http://homen.vsb.cz/~oti73/cdpast1/>.
46. Middleton, M. What is "Adjusted R²" in multiple regression. tech-archive.net. [Online] [Citace: 1. 10 2012.] <http://www.tech-archive.net/Archive/Excel/microsoft.public.excel.worksheet.functions/2006-07/msg00330.html>.
47. Šmilauer, P. Moderní regresní metody. regent.jcu.cz/. [Online] [Citace: 1. 10 2012.] <http://regent.jcu.cz/MRM.pdf>.
48. Belegundu, A. D and Chandrupatla, T. R. Optimization concepts and applications in engineering. 2nd edition. : Cambridge University Press, 2011. ISBN 978-0-521-87846-3.
49. ČSN EN 1993-1-5 ed.2 Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí - Část 1-5: Boulení stěn. 2013.
50. ČSN EN 1993-1-1 Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. : UNMZ, 2006.
51. Adora, J. S. Introduction to Optimization. Optimization of Structural and Mechanical Systems. : World Scientific Publishing, 2007, chapter 1, pp. 1-34.
52. Rao, S.S. Engineering Optimization: Theory and Practice. 4rd edition. : John Wiley & Sons, 2009. ISBN: 978047018352-6.
53. Constrained Nonlinear Optimization Algorithms. Documentation Center. [Online] MathWorks. [Citace: 2. 6 2014.] <http://www.mathworks.com/help/optim/ug/constrained-nonlinear-optimization-algorithms.html#f26965>.

54. Mareš, T. Základy konstrukční optimalizace. Praha : Vlastním nákladem, 2006. Sv. 2. ISBN: 8023965085.
55. Genetický algoritmus. Wikipedie-Otevřená encyklopedie. [Online] 24. 2 2014. [Citace: 8. 6 2014.] http://cs.wikipedia.org/wiki/Genetick%C3%BD_algoritmus.
56. Matoušek, R. Aplikace GA v prostředí Matlab. Matlab 2000.
57. GALAMBOS, T. V. Guide to stability design criteria for metal structures. 5th edition. New York : John Wiley, 1998. str. 911. ISBN:0471127426.
58. Timoshenko, S. Theory of elastic stability. 1st edition. Hong Kong : McGraw-Hill, 1936. str. 541.
59. Wang, C. M., Wang, C. Y. and Reddy, J. N. Exact solutions for buckling of structural members. Boca Raton, Florida : CRC Press LLC, 2004. p. 207. ISBN:0849322227.
60. Trahair, N.S. Flexural-Torsional Buckling of Structures. 1st edition. Boca Raton, Florida : CRC Press Inc., 1993. ISBN:0419171105.
61. Johansson, B, et al., et al. Commentary and worked examples to EN 1993-1-5 "Plated structural elements". 1st edition. : ECCS, 2007. ISSN:10185593.
62. Beg, D. Design of plated structures. 1st edition. Berlin : ECCS, 2010. 978-92-9147-100-3.
63. ECCS Technical committee 8 - Structural stability. Buckling of steel shells:European design recommendations. 5th edition. : ECCS, 2008. ISBN: 92914700092.
64. Trahair, N.S, et al., et al. The Behaviour and Design of Steel Structures to EC3. 4rd edition. : Taylor & Francis, 2008. p. 490. ISBN: 0203935934.
65. ČSN EN 13001-3-1 +A1 Jeřáby-návrh všeobecně-část 3-1:Mezní stavy a prokázání způsobilosti ocelových konstrukcí. : UNMZ, 2013.
66. ČSN EN 13155+A2 Jeřáby- Bezpečnost: Volně zavěšené prostředky pro uchopení břemen. : UNMZ, 2009.
67. Stiffeners. SteelConstruction.info. [Online] [Cited: 15 4 2014.] <http://www.steelconstruction.info/Stiffeners>.
68. Gorenc, B. E, Tinyou, R, Syam, A. A. Steel Designers' Handbook. 8th edition. Sydney : NewSouth Publishing, 2012. ISBN:9781742245942.
69. Galambos, T.V. Comparison of stability design criteria around the World. 2002.
70. Petruška, J. Řešení stability konstrukcí pomocí MKP. Ústav Konstruování. [Online] 2003. [Citace: 1. 5 2012.] old.uk.fme.vutbr.cz/kestazeni/ZVN/stabilita/stabilita%20MKP.doc.
71. Šťastný, A a Pokorný, P. Konstrukční návrh a pevnostní výpočet jeřábové traverzy o nosnosti 45 tun s možností vyvažování převěšováním. Sborník Přednášek, XXXVII.mezinárodní konference dopravních,manipulačních, stavebních a zemědělských strojů. 2011.
72. Bečirovič, A, Vukojevič, D and Hadžikadunič, F. Optimization of double box girder overhead crane in function of cross section parameters of main girder. 15th International Research/Expert Conference "Trends in the Development of Machinery and Associated Technology". 2011.

73. Gairhe, N.R. Design and optimization of spreader beam. Indian Streams Research Journal. 2015, Vol. 5, Rel. 4.
74. Pavlovič, G., et al., et al. Optimization of the Box Section of the Main Girder of the Double Beam Bridge Crane According to the Criteria of Lateral Stability. Machine Design. 2012, Vol.4, No.4, pp. 197-204.
75. Tian, G., Zhang, S. and Sun, S. The Optimization Design of Overhead Traveling Crane's Box Girder. Advanced Materials Research. 2013.
76. Sun, CH, a další, a další. The Structure Optimization of Main Beam for Bridge Crane Based on An Improved PSO. JOURNAL OF COMPUTERS. 2011, Sv. Vol.6, NO.8.
77. Zuberi, R.H., Kai, L a Zhengxing, Z. Design Optimization of EOT Crane Bridge. International Conference on Engineering Optimization. 2008.
78. Zákon 22/1997 sb. O technických požadavcích na výrobky a o změně a doplnění některých zákonů v platném znění k 21.9.2014.
79. Nařízení vlády 176/2008 sb. O technických požadavcích na strojní zařízení se změnami 170/2011 Sb. a 229/2012 Sb.

PŘÍLOHA A VERIFIKACE MODELU: m-skript

Tato příloha dokumentuje výpočet srovnávacích hodnot napětí a průhybu pro verifikaci výpočtového modelu provedený v Matlabu.

```

clear;      %vymaže proměnné z workspace
clc;       %vymaže command window
L=4000     %délka nosníku [mm]
L1=800     %délka prizmatické části nosníku [mm]
h1=200     %střednicová rozteč pásnic na konci nosníku[mm]
p=L/2-L1/2 %délka šikmé části nosníku [mm]
a=250      %šířka pásnic [mm]
d=500      %střednicová rozteč pásnic uprostřed [mm]
E=2.1e5    %modul pružnosti v tahu [MPa]
tp=8       %tloušťka pásnice [mm]
ts=4       %tloušťka stojiny [mm]

F=100000   %síla v háku [N]

% proměnný kvadratický moment (interval I):
i = @(x)((x.^2)./((a*tp^3/6)+((a*tp*(h1+(d-h1)*x./p).^2))./2+(ts*(h1+(d-h1)*x./p).^3)./6))
% výpočet integrálu(interval I):
delta_1=(F/(2*E))* quad(i,0,p)
% konstantní kvadratický moment (interval II):
j = @(x)((x.^2)/((a*tp^3/6)+(a*tp*d^2)/2+(ts*d^3)/6))
% výpočet integrálu(interval I):
delta_2=(F/(2*E))* quad(j,p,L/2)
%celkový průhyb:
delta=delta_1+delta_2

%ohybové napětí uprotřed nosníku:
sigma_max=(F*d*L)/(8*((a*tp^3)/6+(a*tp*d^2)/2+(ts*d^3)/6))

```

PŘÍLOHA B ZDROJOVÁ DATA, 2D VARIANTA

Data pro identifikaci parametrů metamodelů, 2D:

Tabulka B-1 Data pro identifikaci metamodelů: 2D, CKP plán

NB [-]	tp [mm]	ts [mm]	a [mm]	d [mm]	δ [mm]	σ_{red} [MPa]	$k_{B,L}$ [-]	$k_{B,N}$ [-]	Hmotnost [T]	Nestab. [-]
1	4,6	4,3	250	500	8,2	400	1	0,6	0,18	LB
2	4,6	5,7	250	500	7,3	352	1,6	0,8	0,21	LB
3	7,4	4,3	250	500	5,9	294	1,9	1	0,23	LB
4	7,4	5,7	250	500	5,4	267	3,1	1,2	0,26	LB
5	4	5	250	500	8,4	403	1,1	0,7	0,19	LB
6	8	5	250	500	5,3	266	2,7	1,1	0,25	LB
7	6	4	250	500	7,0	347	1,3	0,8	0,20	LB
8	6	6	250	500	6,1	297	2,6	1	0,24	LB
9	6	5	250	500	6,5	320	1,9	0,9	0,22	LB

Tabulka B-2 Data pro identifikaci metamodelů: 2D, UFP 3x3

NB [-]	tp [mm]	ts [mm]	a [mm]	d [mm]	δ [mm]	σ_{red} [MPa]	$k_{B,L}$ [-]	$k_{B,N}$ [-]	Hmotnost [T]	Nestab. [-]
1	4	4	250	500	9,2	447	0,8	0,5	0,16	LB
2	6	4	250	500	7,0	347	1,3	0,8	0,20	LB
3	8	4	250	500	5,7	285	1,8	1	0,23	LB
4	4	5	250	500	8,4	403	1,1	0,7	0,19	LB
5	6	5	250	500	6,5	320	1,9	0,9	0,22	LB
6	8	5	250	500	5,3	266	2,7	1,1	0,25	LB
7	4	6	250	500	7,7	368	1,3	0,7	0,21	LB
8	6	6	250	500	6,1	297	2,6	1	0,24	LB
9	8	6	250	500	5,0	250	3,8	1,3	0,28	LB

Tabulka B-3 Data pro identifikaci metamodelů: 2D, UFP plán 4x4

NB [-]	tp [mm]	ts [mm]	a [mm]	d [mm]	δ [mm]	σ_{red} [MPa]	k_{B,L} [-]	k_{B,N} [-]	Hmotnost [T]	Nestab. [-]
1	4	4	250	500	9,2	447	0,8	0,5	0,16	LB
2	5,3	4	250	500	7,6	375	1,1	0,7	0,18	LB
3	6,7	4	250	500	6,5	324	1,5	0,9	0,21	LB
4	8	4	250	500	5,7	285	1,8	1	0,23	LB
5	4	4,7	250	500	8,6	417	1	0,7	0,18	LB
6	5,3	4,7	250	500	7,2	354	1,5	0,8	0,20	LB
7	6,7	4,7	250	500	6,2	308	2	0,9	0,22	LB
8	8	4,7	250	500	5,5	272	2,4	1,1	0,24	LB
9	4	5,3	250	500	8,1	391	1,1	0,7	0,19	LB
10	5,3	5,3	250	500	6,8	335	1,8	0,8	0,22	LB
11	6,7	5,3	250	500	5,9	293	2,4	1	0,24	LB
12	8	5,3	250	500	5,2	261	3,1	1,2	0,26	LB
13	4	6	250	500	7,7	368	1,3	0,7	0,21	LB
14	5,3	6	250	500	6,5	318	2,2	1	0,23	LB
15	6,7	6	250	500	5,7	280	3	1,1	0,25	LB
16	8	6	250	500	5,0	250	3,8	1,3	0,28	LB

Tabulka B-4 Data pro identifikaci metamodelů: 2D, HS 16

NB [-]	tp [mm]	ts [mm]	a [mm]	d [mm]	δ [mm]	σ_{red} [MPa]	k_{B,L} [-]	k_{B,N} [-]	Hmotnost [T]	Nestab. [-]
1	4,4	5,4	250	500	7,7	371	1,4	0,8	0,20	LB
2	6,8	4,6	250	500	6,2	306	1,9	0,9	0,22	LB
3	5,2	5,3	250	500	7,0	340	1,7	0,8	0,21	LB
4	7,6	5,6	250	500	5,3	265	3,1	1,2	0,26	LB
5	5	4,1	250	500	7,9	390	1,1	0,7	0,18	LB
6	6,1	4,8	250	500	6,5	322	1,8	0,9	0,22	LB
7	5,5	6	250	500	6,4	312	2,3	1	0,23	LB
8	7,3	4,2	250	500	6,0	298	1,8	1	0,22	LB
9	4,1	5	250	500	8,2	397	1,1	0,7	0,19	LB
10	6,7	5,5	250	500	5,8	288	2,6	1,1	0,24	LB
11	5,4	4,6	250	500	7,2	351	1,5	0,8	0,20	LB
12	7,9	5,1	250	500	5,3	266	2,8	1,1	0,25	LB
13	4,6	5,6	250	500	7,3	355	1,6	0,8	0,21	LB
14	6,3	4,1	250	500	6,8	334	1,5	0,8	0,20	LB
15	5,9	4,8	250	500	6,7	329	1,8	0,9	0,21	LB
16	7,2	5,8	250	500	5,5	271	3,1	1,2	0,26	LB

Tabulka B-5 Data pro identifikaci metamodelů: 2D, UFP plán 7x7

NB [-]	tp [mm]	ts [mm]	a [mm]	d [mm]	δ [mm]	σ_{red} [MPa]	$k_{B,L}$ [-]	$k_{B,N}$ [-]	Hmotnost [T]	Nestab. [-]
1	4	4	250	500	9,2	447	0,8	0,5	0,16	LB
2	4,7	4	250	500	8,3	408	0,9	0,6	0,17	LB
3	5,3	4	250	500	7,6	375	1,1	0,7	0,18	LB
4	6	4	250	500	7,0	347	1,3	0,8	0,20	LB
5	6,7	4	250	500	6,5	324	1,5	0,9	0,21	LB
6	7,3	4	250	500	6,1	303	1,6	0,9	0,22	LB
7	8	4	250	500	5,7	285	1,8	1	0,23	LB
8	4	4,3	250	500	8,9	431	0,9	0,6	0,17	LB
9	4,7	4,3	250	500	8,1	395	1,1	0,6	0,18	LB
10	5,3	4,3	250	500	7,4	364	1,3	0,7	0,19	LB
11	6	4,3	250	500	6,8	338	1,5	0,8	0,20	LB
12	6,7	4,3	250	500	6,4	315	1,7	0,9	0,21	LB
13	7,3	4,3	250	500	5,9	296	1,9	1	0,23	LB
14	8	4,3	250	500	5,6	278	2,1	1	0,24	LB
15	4	4,7	250	500	8,6	417	1	0,7	0,18	LB
16	4,7	4,7	250	500	7,9	383	1,2	0,7	0,19	LB
17	5,3	4,7	250	500	7,2	354	1,5	0,8	0,20	LB
18	6	4,7	250	500	6,7	329	1,7	0,9	0,21	LB
19	6,7	4,7	250	500	6,2	308	2	0,9	0,22	LB
20	7,3	4,7	250	500	5,8	289	2,2	1	0,23	LB
21	8	4,7	250	500	5,5	272	2,4	1,1	0,24	LB
22	4	5	250	500	8,4	403	1,1	0,7	0,19	LB
23	4,7	5	250	500	7,6	371	1,3	0,8	0,20	LB
24	5,3	5	250	500	7,0	344	1,6	0,8	0,21	LB
25	6	5	250	500	6,5	320	1,9	0,9	0,22	LB
26	6,7	5	250	500	6,1	300	2,2	1	0,23	LB
27	7,3	5	250	500	5,7	282	2,5	1	0,24	LB
28	8	5	250	500	5,3	266	2,7	1,1	0,25	LB
29	4	5,3	250	500	8,1	391	1,1	0,7	0,19	LB
30	4,7	5,3	250	500	7,4	360	1,5	0,8	0,20	LB
31	5,3	5,3	250	500	6,8	335	1,8	0,8	0,22	LB
32	6	5,3	250	500	6,4	312	2,1	0,9	0,23	LB
33	6,7	5,3	250	500	5,9	293	2,4	1	0,24	LB
34	7,3	5,3	250	500	5,6	276	2,8	1,1	0,25	LB
35	8	5,3	250	500	5,2	261	3,1	1,2	0,26	LB
36	4	5,7	250	500	7,9	379	1,2	0,7	0,20	LB
37	4,7	5,7	250	500	7,2	350	1,6	0,8	0,21	LB
38	5,3	5,7	250	500	6,7	326	2	1	0,22	LB
39	6	5,7	250	500	6,2	305	2,3	0,9	0,23	LB
40	6,7	5,7	250	500	5,8	286	2,7	1,1	0,25	LB
41	7,3	5,7	250	500	5,4	270	3,1	1,2	0,26	LB
42	8	5,7	250	500	5,1	255	3,4	1,2	0,27	LB
43	4	6	250	500	7,7	368	1,3	0,7	0,21	LB
44	4,7	6	250	500	7,0	341	1,7	0,8	0,22	LB
45	5,3	6	250	500	6,5	318	2,2	1	0,23	LB
46	6	6	250	500	6,1	297	2,6	1	0,24	LB
47	6,7	6	250	500	5,7	280	3	1,1	0,25	LB
48	7,3	6	250	500	5,3	264	3,4	1,2	0,26	LB
49	8	6	250	500	5,0	250	3,8	1,3	0,28	LB

PŘÍLOHA C ZDROJOVÁ DATA, DRUHÝ KROK 4D VARIANTY

Tabulka C-1 Data pro identifikaci metamodelů, 4D, druhý krok optimalizace

NB [-]	tp [mm]	ts [mm]	a [mm]	d [mm]	δ [mm]	σ_{red} [MPa]	k_{B,L} [-]	k_{B,N} [-]	Hmotnost [T]	Nestab. [-]
1	8	4	234,4	482,9	6,4	311	1,69	0,92	0,22	LB
2	8	4	234,4	497,1	6,0	300	1,66	0,95	0,22	LB
3	8	4	255,6	482,9	6,0	293	1,81	0,99	0,23	LB
4	8	4	255,6	497,1	5,7	283	1,79	1,02	0,23	LB
5	8	4	230	490	6,3	309	1,65	0,92	0,22	LB
6	8	4	260	490	5,8	285	1,83	1,02	0,23	LB
7	8	4	245	480	6,2	304	1,75	0,95	0,22	LB
8	8	4	245	500	5,8	289	1,72	0,99	0,23	LB
9	8	4	245	490	6,0	296	1,74	0,97	0,22	LB

PŘÍLOHA D SOFTWAREOVÁ REALIZACE

Celý algoritmus je řízen z Matlabu pomocí m-skriptu *main_script.m*, který volá další skripty pro provedení dílčích úkolů. Pro výpočet v Ansysu je pro každý návrhový bod voláno řídicí Ansys makro *sn.mac*, kterému jsou předány konkrétní hodnoty parametrů pro tvorbu konkrétní konfigurace parametrického modelu. Ansysovské makro řídí výpočty v Ansysu od tvorby modelu až po post-processing, přičemž pro dílčí úkoly opět volá další makra. Tabulka D- 1 znázorňuje schéma realizace v Matlabu a tabulka d- 2 v Ansysu.

Tabulka D- 1 Schéma realizace v Matlabu

	Blok řídicího m-skriptu	Volaný m-skript/Ansys makro
řídící m-skript: main_script.m	Definice proměnných	-
	Generování experimentálního plánu	DOE_GEN.m
	Vykreslení experimentálního plánu	-
	Provedení sady výpočtů v Ansysu	sn.mac
	Import dat z Ansysu	import_DESIGN_DATA.m
	Identifikace metamodelů	RESP_GEN.m
	Vykreslení metamodelů	grafy.m
	Optimalizace	objfun.m; confun.m
	Výpočet kvalitativních metrik aproximace	-

Tabulka D- 2 Schéma realizace v Ansysu

	Blok řídicího makra	Volané makro
řídící makro: sn.mac	Definice proměnných	-
	Definice typu prvků, materiálových vlastností a sekcí skořepinových prvků	-
	Tvorba geometrie	geom.mac
	Tvorba sítě	-
	Tvorba MPC vazeb	mpc.mac
	Lineární výpočty včetně stability	-
	Postprocessing lineárních výpočtů	post.mac
	Nelineární analýza s imperfekcemi	stabilita.mac
	Postprocessing nelin. analýzy stability	post_stab.mac