



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

PEVNOSTNĚ DEFORMAČNÍ ANALÝZA PSÍ PROTÉZY

STRENGTH-STRAIN ANALYSIS OF DOG PROSTHESIS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Veronika Doležalová

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Radek Vlach, Ph.D.

BRNO 2016

Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Studentka:	Veronika Doležalová
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	doc. Ing. Radek Vlach, Ph.D.
Akademický rok:	2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Pevnostně deformační analýza psí protézy

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Cílem je navrhnout a matematicky popsat námáhání a deformaci v konstrukci psí protézy. Matematický model bude navrhnout jako univerzální s možností zadání rozměrů a zatížení odpovídající typu psa.

Cíle bakalářské práce:

literární průzkum
matematický model napětí a deformace protézy
verifikační model v prostředí ansys
analýza výsledků

Seznam literatury:

JANÍČEK P., ONDRÁČEK E., VRBKA J. Mechanika těles. Pružnost a pevnost I. Brno: VUT, 1992

JANÍČEK P., FLORIAN Z.: Úlohy z pružnosti a pevnosti I, Mechanika těles. Brno: VUT, 1994

BURŠA, J., HORNÍKOVÁ J.: Pružnost a pevnost, studijní opory, CERM 2003

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá pevnostně deformační analýzou psí protézy. Práce obsahuje úvod s problematikou protéz jako takových a určením kinematických parametrů psího pohybu. Analýza byla provedena dvěma přístupy, a to analytickým a numerickým. K analytickému přístupu byl použit program Matlab a k numerickému Ansys. V závěru je porovnání výsledků obou výpočtových přístupů.

Klíčová slova

protéza, analytický přístup, numerický přístup, deformačně napěťová analýza

Abstract

Bachelor thesis deals with strength-deformation analysis of dog prosthesis. Work contains introduction to problems of prosthesis and determination of kinematic during dog's movements. The analysis was carried out using two approaches, both analytical and numerical. In conclusion, we compare the results of both computational approaches.

Keywords

prosthesis, analytical approach, numerical approach, strength-deformation analysis

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE:

DOLEŽALOVÁ, V. *Pevnostně deformační analýza protézy*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 39 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Radek Vlach, Ph.D.

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma „Pevnostně deformační analýza psí protézy“ jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce

V Brně, dne 20. května 2017

.....

Veronika Doležalová

PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych poděkovala svému vedoucímu doc. Ing. Radku Vlachovi za věnovaný čas, cenné rady a podklady, které mi pomohli s psaním bakalářské práce. Dále bych chtěla moc poděkovat celé své rodině za trpělivost a podporu nejen během psaní bakalářky, ale po dobu celého studia.

Obsah

1	Úvod.....	12
2	Historie protézy.....	13
3	Studie pohybu psa.....	14
3.1	Rozložení celkové hmotnosti psa na končetiny	14
3.2	Kinematická analýza pohybu	14
4	Materiál protézy.....	15
5	Základy pružnosti	16
5.1.	Vymezení mezních stavů v pružnosti	16
5.2.	Vymezení prutu.....	17
5.3.	Prvek tělesa	18
5.4.	Napjatost a deformace tělesa.....	19
6	Analytický výpočet	20
6.1.	Výsledné vnitřní účinky prutu.....	20
6.2.	Určení maximálního napětí a bezpečnosti	23
6.3.	Určení deformace	24
6.4.	Výpočet v Matlabu	24
7	Numerické řešení	26
7.1.	Tělesové prvky	26
7.2.	Výpočet úlohy v Ansysu	27
7.2.1	Výchozí model.....	28
7.2.2	Model bez zjednodušení	28
7.2.3	Jednodušší model.....	30
7.2.4	Jemnější síť	31
7.2.5	Skořepina	32
7.2.6	Dvojitě prohnutí.....	33
8	Závěr	34
9	Použitá literatura a zdroje	35
10	Seznam obrázků.....	36
11	Seznam příloh	37

1 Úvod

Amputovaná končetina pro psa není takovým omezením pohybu. Pes si zanedlouho zvykne a běhání mu nedělá potíže. Avšak ztráta končetiny má nemalý vliv na klouby a svaly zbývajících končetin a na páteř. Kvůli amputaci končetiny se váha psa rozloží nerovnoměrně na zbývajících tři končetiny. Tento problém vyřešíme použitím protézy.

Pod pojmem protéza rozumíme umělé zařízení nahrazující chybějící část těla. Tuto zdravotní pomůcku většinou využívají oběti nehod s následnou amputací části těla nebo jim určitá část těla chybí už od narození. Mezi protézy můžeme zahrnout různé části těla, jako jsou vnitřní orgány, například umělé chlopně nebo plíce, dále umělé oči, stomatologické protézy a mezi nejrozšířenější patří právě protézy horních a dolních končetin.

Od doby, co lidé přestali zvířata brát jen jako pomocnou pracovní sílu, ale jsou jejími domácími mazlíčky a ve většině případech jsou dokonce i členy rodiny, začala se více řešit jejich zdravotní situace. Majitelé chodí na preventivní prohlídky, snaží se vypořádat s onemocněními, která zvířata trápí, a to je také důsledkem rozvíjejícího se zájmu o psí protézy. Protézy jsou u psů potřeba převážně kvůli problémům s páteří v důsledku nerovnovážného zatížení všech čtyř končetin a také kvůli snazšímu provozování sportovních aktivit psa.

Ve své práci se zabývám psími protézami pánevních končetin. Cílem mé práce je zanalyzovat protézu na základě napětí a deformací, které se vytváří během jejího používání, určit nejvhodnější materiál z hlediska hmotnosti a jeho charakteristiky a vybrat optimální tvar protézy, který by vyhovoval všem požadavkům na správnou funkčnost. Výpočty jsou prováděny v programu Matlab a tyto výsledky jsou porovnány s výsledky zatížení v programu Ansys.

2 Historie protézy

První záznam o protézách byl nalezen v dobách starověkého Egypta. V roce 2000 našli vědci nejstarší doloženou protetickou část těla, kterou byl prst nalezený mezi téměř 3000 let starými mumifikovanými pozůstatky egyptské šlechtičny. S výjimkou nedávné doby se protéza vyráběla ze základních materiálů jako je dřevo a kov, které byly kombinovány s koženými prvky, pomocí nichž byla protéza připevněna k části těla.

Na počátku 16. století, francouzský chirurg Ambroise Paré, udělal v protetice významný pokrok. Paré vynalezl výklopný systém pro protetickou paži a také zdokonalil postroj k upevnění protézy. Kolem roku 1690 holandský chirurg Pieter Verduyn vyvinul protetický bérec se speciálními panty a koženými manžetami pro lepší uchycení bérce k tělu. Tito dva lékaři se významně podíleli na vývoji protéz a jejich vynálezy jsou dodnes viděny i na moderních protézách.

V roce 1840 byly lékařské schopnosti na takové úrovni, že mohli provádět amputace, které umožňovaly přípravu zbytku části končetiny na lepší propojení s protézou. Zlepšení zdravotní péče také zvýšilo úspěšnost amputací a tím se zvýšila poptávka po protetických končetinách.

Národní akademie věd v roce 1945 založila, z důvodu vysokého počtu veteránů z druhé světové války s amputovanými končetinami, program Artificial Limb. Díky tomuto programu došlo k významnému pokroku ve vývoji protetické končetiny. Pokrok se ukázal v použití vhodných materiálů, navrhování protéz v interaktivním prostředí a také ve významném zlepšení operačních technik, které umožňují končetinu zanechat funkční. [2]



Obrázek 2.1 150 let stará viktoriánská protéza ruky [3]

3 Studie pohybu psa

Aby bylo možné navrhnout správný model protézy, je potřeba zjistit, jak kinematika pohybu psa funguje a jakého zatížení končetin je při pohybu psa dosahováno. Tyto informace se poté použijí do výpočtů potřebných k analýze protézy.

3.1 Rozložení celkové hmotnosti psa na končetiny

Podle studií, které se zabývaly rozložením hmotnosti na končetiny u zdravého jedince, se přenáší 60 % celkové tělesné hmotnosti na přední končetiny a zbylých 40 % na končetiny zadní. Studie byly dělány na psech plemene Zlatý retrívr.

Poté studie zkoumaly rozložení hmotnosti u psů s amputovanou končetinou. Vědci zjistili, že 74 % tělesné hmotnosti nesou zdravé 3 končetiny a 26 % zbývá na amputovanou pánevní končetinu, přičemž u hrudních končetin je přenesení hmotností rovnoměrné.

Po amputaci se na zbývajících končetinách mění zatížení a impulsy nárazu při chůzi a tím se změnila i její kinematika. [4]

3.2 Kinematická analýza pohybu

Pro analýzu pohybu se používá snímání úhlu mezi končetinami a páteří. K snímání se používají tzv. markery, které se přilepují na různá místa na těle psa. Na tělo se umístí celkem 25 markerů. Sběr dat probíhal při chůzi dvanácti metrů při konstantní rychlosti 2,2 – 2,6 m/s.

Údaje o chůzi byly zaznamenány osmi optickými kamerami. Pro měření byly použity kruhové markery, které se umístily v okolí hrudní a pánevní končetiny a páteře. Snímání bylo provedeno také za stojné fáze, kde se opět měřily úhly mezi končetinami a páteří.

Zajímavým zjištěním je, že průměrná rychlost a délka trvání stoje zdravého čtyřnohého psa se od psa s amputovanou končetinou výrazně nemění. [4]

Kinematický výzkum hraje významnou roli při popisu chůze charakteristické pro psy při abnormalitách v pánevních končetinách. Výzkumy se prováděly za specifických pohybů jako je chůze do schodů a ze schodů, plavání a také například sezení.

I přesto, že je tato metoda používaná ve veterinárním lékařství velice krátce, už vzniklo dostatek studií o pohybu psů při různých poruchách pohybového aparátu. Metoda pomáhá lékařům lépe porozumět pohybu psa a tím mu vhodně přizpůsobit léčbu.

Během analýzy výsledků kinematiky chůze je důležité počítat s aspektem, že kinematika se výrazně liší podle velikosti psa. [5]

Amputace končetiny může způsobit zhoršení rovnováhy psa, větší zatížení zbývajících končetin a také se mohou objevit problémy s páteří.

Výsledky studií ukázali, že svislé složky sil a impulsy síly jsou u psa s amputovanou končetinou srovnatelné se psy čtyřnohými. Avšak po amputaci končetiny se snižuje doba strávená stojem na končetině, to znamená, že síla je stejná, jen je její působení kratší. U čtyřnohých psů je snižena doba stoje na noze spojena se zvýšenou rychlostí chůze, avšak u psů s amputovanou končetinou je tato doba snížena z důvodu zvýšení rytmu střídání končetin. [6]

Table 3—Comparison of GRF kinetics for 24 control and 12 pelvic limb–amputee dogs.

Variable	Thoracic limbs			Pelvic limbs	
	Control*	Amputee		Control*	Amputee
		ITL	CTL		
Body weight support (% of total peak vertical GRF)	30.4 ± 2.1	37.1 ± 2.6†	35.8 ± 2.2†	19.7 ± 2.1	27.1 ± 3.1‡
Peak vertical GRF (N/% BW)	113.6 ± 16.4	126.3 ± 14.0	117.5 ± 16.7	74.1 ± 16.1	92.3 ± 13.9‡
Peak braking GRF (N/% BW)	-15.7 ± 2.8	-17.6 ± 4.3	-19.2 ± 4.8†	-5.5 ± 2.3	-8.5 ± 4.7
Peak propulsion GRF (N/% BW)	9.2 ± 3.4	12.3 ± 2.6†	10.6 ± 3.5	10.8 ± 3.8	16.8 ± 5.3‡
Time to peak vertical GRF (s)	0.11 ± 0.02	0.12 ± 0.04	0.13 ± 0.04	0.09 ± 0.01	0.09 ± 0.01
Time to peak braking GRF (s)	0.13 ± 0.04	0.08 ± 0.03†	0.08 ± 0.03†	0.08 ± 0.03	0.03 ± 0.03‡
Time to peak propulsion GRF (s)	0.11 ± 0.04	0.17 ± 0.07†	0.19 ± 0.08†	0.07 ± 0.03	0.11 ± 0.04‡
Vertical impulse (N•s/% BW)	15.5 ± 3.1	18.8 ± 5.7	19.4 ± 5.8†	8.8 ± 2.1	10.8 ± 1.7‡
Braking impulse (N•s/% BW)	-1.2 ± 0.2	-1.4 ± 0.7	-1.6 ± 0.9	-0.2 ± 0.09	-0.1 ± 0.1
Propulsion impulse (N•s/% BW)	0.5 ± 0.3	0.9 ± 0.4†	0.6 ± 0.5	0.9 ± 0.4	1.3 ± 0.5‡

Values reported are mean ± SD.
†Within a row, value differs significantly ($P < 0.017$) from the value for the thoracic limbs of the control dogs.
‡Within a row, value differs significantly ($P < 0.017$) from the value for the pelvic limbs of the control dogs.
% BW = Percentage of body weight.
See Table 2 for remainder of key.

Obrázek 3.1 Výstupní hodnoty kinematické analýzy chůze psa [5]

4 Materiál protézy

V dnešní době existuje mnoho materiálů, které by svými vlastnostmi vyhovovaly výrobě protézy. Při výběru materiálu, nezáleží jen na správných vlastnostech, ale také na správné hmotnosti a jeho ceně. Protéza by měla co nejvíce zachovat hmotnost normální končetiny, a to kvůli správnému rozvážení hmotnosti psa. Cena materiálu je zase důležitá kvůli finanční dostupnosti pro majitele psů.

Uhlíková vlákna jsou dobrou volbou, jelikož je materiál odolný, ale je příliš lehký a také poměrně drahý. Dural je odolný, má dobré vlastnosti, navíc není tak lehký a cenově je přijatelnější. Z tohoto důvodu je pro návrh a analýzu protézy vybrán dural.

5 Základy pružnosti

Aby bylo možné protězu napět'ově a deformačně zanalyzovat, jsou potřeba znalosti z oblasti pružnosti.

5.1. Vymezení mezních stavů v pružnosti

Ke zjištění, jestli je zatěžovaná součást funkčně přípustná či ne se zjistí z toho, jestli zjištěné hodnoty působící na protězu nepřekročily mezní stav. Součást se dá posuzovat k více mezním stavům. [1]

A) Mezní stavy související s deformací tělesa

1) Mezní stav deformace

Deformace tělesa je funkčně přípustná, pokud se zachovává funkce soustavy. Jako příklad můžeme uvést zachování vůle mezi tělesy při deformaci nebo pokud přesnost výrobku zůstává v požadované toleranci. Deformace funkčně nepřístupná nastává tehdy, pokud se například změní pohyblivost soustavy nebo jsou překročeny meze deformace určené vzhledem k její funkčnosti. Rozhraní mezi stavem funkčně přípustným a nepřípustným se nazývá mezní stav.

2) Mezní stav pružnosti

Při zatěžování tělesa vznikají deformace. Po odlehčení tělesa mohou nastat dva typy deformací. Pružná deformace nastane tehdy, pokud jsou deformace po odlehčení tak malé, že je dostupnými prostředky nemůžeme zjistit a plastická deformace tehdy, pokud jsou deformace tak velké, že je možné je změřit. Stav kdy pružná deformace přechází do plastické se nazývá mezní stav pružnosti.

3) Mezní stav deformační stability

U tohoto mezního stavu se vyšetřuje změna konfigurace tělesa. Při překročení určité velikosti zatížení dlouhých štíhlých prutů nebo tenkostěnných součástí se původní konfigurace stane labilní a těleso získává novou stabilní konfiguraci. Tato změna konfigurací znamená v mnoha případech ztrátu funkce tělesa. [1]

B) Mezní stavy související s porušováním tělesa

1) Mezní stav porušení

Při jakémkoliv zatížení tělesa dochází ke změnám ve struktuře materiálu a tím ke vzniku mikro poruch. Tyto Poruchy soudržnosti jsou zjistitelné až v určitém stavu. Tento stav, při kterém vznikají první zjistitelné poruchy soudržnosti, se nazývá mezní stav porušení.

2) Mezní stav stability trhliny

Při šíření trhliny existuje určitá hranice zatěžování, při které nemůžeme šíření trhliny ovlivnit. Stabilní trhlina se tedy mění na trhlinu nestabilní. To znamená, že i když na těleso s trhlinou nepůsobí žádné zatížení, trhlina se přesto dál šíří. Mezní stav stability trhliny nastává tehdy, když se stabilní šíření mění na nestabilní.

3) Mezní stav trhlin

U tohoto mezního stavu nedochází k porušení soudržnosti tělesa, ale těleso v důsledku vzniku trhliny není funkční. Tento mezní stav může dojít například u tlakové nádoby, která je naplněna médiem. Těleso je zkonstruováno tak, aby přes stěnu tělesa nemohlo medium unikat. Po vzniku trhliny začne medium unikat ven, tudíž není splněna jeho funkce.

4) Mezní stav lomu

Při dosažení tohoto mezního stavu dochází k rozdělení tělesa na dvě nebo více samostatných těles. Jinými slovy vzniká lom tělesa.

5.2. Vymezení prutu

Aby bylo možné bez pomoci počítače analyzovat reálné těleso vzhledem k napětí a deformaci, je potřeba ho nejdříve nahradit tělesem modelovým. Vzhledem k tvaru protézy se nabízí využít nejjednodušší modelové těleso a tím je prut.

Pro nahrazení tělesa prutem musí těleso splňovat takzvané prutové předpoklady. Tyto předpoklady dělíme na geometrické, vazbové a zatěžovací, deformační a napjatostní.

a) Geometrické

Prut je určený křivkou, která je kolmá na příčný průřez tělesa a prochází podélnou osou symetrie. Tato křivka se nazývá střednice, značí se γ a musí být hladká, spojitá a má konečnou délku.

Dalším prvkem pro určení prutu je příčný průřez, který obsahuje všechny body tělesa, které leží v normálové rovině. Průřez se značí ψ a je to spojitá jedno nebo vícenásobně souvislá oblast, která je ohraničená obrysem. Každý průřez má své charakteristiky.

Aby platily prutové předpoklady, musí být střednice řádově minimálně stejně velká jako je největší rozměr příčného průřezu.

b) Vazbové a zatěžovací

Vazby prutu mohou omezovat pouze posuvy a úhly natočení střednice a zatížení je uskutečněno na střednici prutu.

c) Deformační

Po deformaci zůstává střednice stále spojitá a hladká a příčné průřezy si zachovávají rovinnost kolmost k deformované střednici.

d) Napjatostní

V prutu se vyskytuje speciální druh napjatosti, která je označena jako prutová napjatost, která je určena normálovým a smykovým napětím v příčném průřezu. [1]

5.3. Prvek tělesa

Těleso je zjednodušeno na modelový prut a teď je potřeba zjistit napětí v jeho celkovém průběhu. Aby bylo možné určit vnitřní síly, které působí vevnitř tělesa v průběhu zatížení, je potřeba z tělesa uvolnit jeho část. Část, která je souvislá a principálně oddělitelná, se nazývá prvek tělesa. Je určen řezem, který odděluje prvek a zbytek tělesa. Řez se označuje písmenem ρ . Je-li řezem rovina, označuje se písmenem ω .

Rozlišují se různé typy prvků podle charakteru řezu:

- konečný – všechny rozměry prvku jsou konečné
- elementární – některý rozměr je nekonečně malý
 - jednonásobně elementární
 - dvojnásobně elementární
 - trojnásobně elementární

Tvar prvku se volí tak, aby korespondoval s tvarem celého tělesa, na základě charakteru řešeného problému a na základě zvoleného souřadnicového systému.

Aby byl uvolněný prvek stále ve statické rovnováze, je potřeba zavést takzvané účinky vzájemného působení. Na řezu ω jsou tyto účinky plošnými silami. V každém bodě řezu působí elementární plošná síla působící na elementární plochu v okolí bodu. Tato měrná plošná síla se nazývá obecné napětí, které lze rozložit na složku normálovou σ a smykovou τ .

Pokud je normálové napětí $\sigma > 0$, tak je to napětí tahové, pokud $\sigma < 0$, mluvíme o napětí tlakovém.

Uvolnění prvek se úplně určuje pomocí dvou silových soustav. První je silová soustava vnějších sil, která zahrnuje všechny vnější síly, jejichž působiště je na uvolněném prvku a druhá je soustava vnitřních plošných sil, která zahrnuje obecné napětí v řezu. Díky těmto soustavám je těleso ve statické rovnováze.

Věta o závislosti obecného napětí říká, že nelze nahradit soustavu sil soustavou ekvivalentní, jelikož by napětí bylo odlišné. Pokud by se tato skutečnost dodržovala, bylo by matematické řešení úloh velice složité a v některých případech i nemožné. Rozsáhlé experimenty a výsledky výpočtů na výkonných počítačích ukázaly, že lze nahradit soustavu ekvivalentní soustavou, ale jen přibližně. Napjatost se liší jen v malé oblasti zatížení, takže v dostatečné vzdálenosti od plochy zatížení jsou obě napětí stejná.

5.4. Napjatost a deformace tělesa

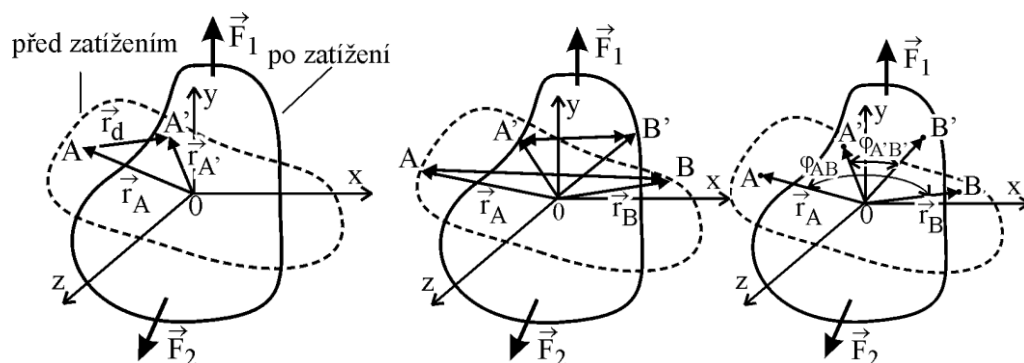
Pro vyřešení napjatostní a deformační analýzy je potřeba tyto pojmy charakterizovat.

Napjatost

Pomocí tenzoru napětí lze v daném bodě určit obecné napětí v libovolném řezu a vyjadřuje tedy stav vnitřních sil v bodě tělesa a tento stav se nazývá napjatost. Tenzor napětí je určen devíti složkami napětí, z nichž šest je na sobě nezávislých. Napjatost tělesa je homogenní, pokud je napjatost ve všech bodech tělesa shodná. Pokud tomu tak není, jde o napjatost nehomogenní.

Deformace těles

Deformace se charakterizuje jako změna vzdálenosti dvou bodů tělesa při zachování jeho spojitosti. Aby deformace mohla být matematicko-výpočtově popsána, je nutné předpokládat, že se těleso při deformaci neporušuje a těleso se vyšetřuje vzhledem k souřadnicovému systému, který je spojený s tělesem. Změna souřadnic bodů tělesa vzhledem k tomuto souřadnicovému tělesu se nazývá deformační posuv. Mezi deformační charakteristiky patří deformační posuvy, rozměrové posuvy a úhlové posuvy.



Obrázek 5.1 Deformační posuvy [6]

Délková přetvoření se označují $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ a úhlová přetvoření $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$. Jednotlivá přetvoření se určují podle následujících vztahů 5.1 a 5.2.

délkové přetvoření:

$$\epsilon_x = \frac{dx' - dx}{dx}, \epsilon_y = \frac{dy' - dy}{dy}, \epsilon_z = \frac{dz' - dz}{dz} \quad [5.1]$$

úhlové přetvoření:

$$\gamma_{xy} = \frac{\pi}{2} - \varphi_1, \gamma_{xz} = \frac{\pi}{2} - \varphi_2, \gamma_{yz} = \frac{\pi}{2} - \varphi_3 \quad [5.2]$$

6 Analytický výpočet

6.1. Výsledné vnitřní účinky prutu

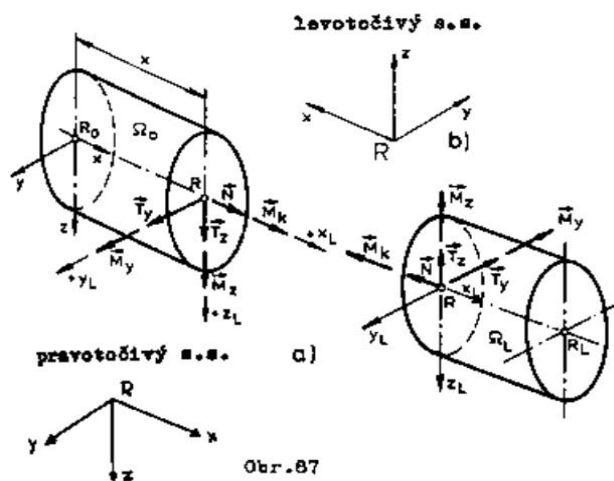
Aby bylo možné určit bezpečnost vůči mezního stavu pružnosti, je potřeba zjistit, kde se na prutu nachází místo s největší hodnotou napětí. K tomu poslouží určení výsledných vnitřních účinků.

Nejdříve se zjistí, zda je úloha staticky určitá nebo neurčitá. Pokud je počet použitelných podmínek srovnatelný s počtem neznámých parametrů, tak je úloha staticky určitá. V opačném případě je nutné použít částečné uvolnění a pomocí rovnic posuvů nebo natočení určit zbývající neznámé parametry. Počet přidavných rovnic se volí podle násobnosti neurčitosti úlohy.

Metoda výsledných vnitřních účinků spočívá v uvolnění vhodného prvku řezem ω a vyjádření podmínek statické rovnováhy. Aby byl uvolněný elementární prvek ve statické rovnováze, je potřeba zavést elementární síly, které nahrazují zbytek silové soustavy, která působí na celé těleso. Tyto vnitřní síly jsou soustředěny do těžiště příčného průřezu a jsou nahrazeny silovou a momentovou výslednicí. Těmto výslednicím se říká bivektor. Po zavedení tohoto bivektoru je nyní uvolněný prvek ve statické rovnováze a je možné psát rovnice statické rovnováhy. Tyto vnitřní síly jsou neznámé veličiny, které se určují.

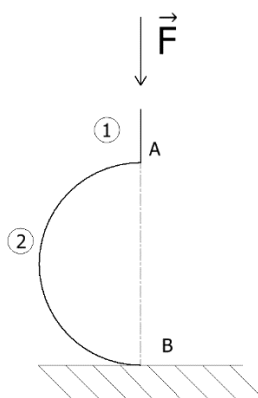
Výsledné vnitřní účinky se dále rozkládají na složky kolmé k příčnému průřezu, těmi jsou normálová síla N , kroutící moment M_k , a složky rovnoběžné s průřezem, to jsou posouvající síla T a ohybový moment M_o . Složky T a M_o se dále rozkládají do směru os y a z .

Na obr. 6.1 je vidět rozložení sil na souřadných osách vzhledem k tomu, z jaké strany se těleso řeže.



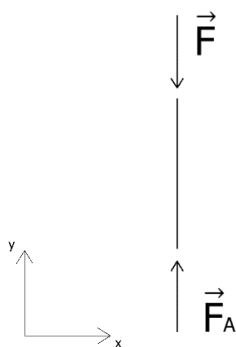
Obrázek 6.1 Rozložení vnitřních sil [6]

Umístění a počet řezů prutu určuje charakter zatížení na střednici. Zjednodušený model prutu nahrazující model protězy se skládá ze dvou prutů, přímého a zakřiveného viz. obr 6.2. Na obou prutech nám pro určení VVÚ stačí jeden řez.

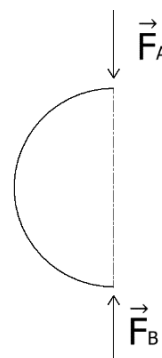


Obrázek 6.2 Model protězy z prutů

Jako první se spočítá statická určitost. Aby bylo možné určit, kolik je neznámých parametrů, je potřeba si vykreslit úplné uvolnění obou prutů.



Obrázek 6.3 Úplné uvolnění přímého prutu



Obrázek 6.4 Úplné uvolnění zakřiveného prutu

Přímý i zakřivený prut mají podle obr. 6.3 a 6.4 síly ležící na stejné nositelce, takže použitelná podmínka v je pro oba pruty jen jedna, dohromady tedy dvě. Neznámé parametry μ máme dva, a to jsou síly F_A a F_B . Statická rovnice tedy vypadá následovně viz. rovnice 6.1.

$$S = \mu - v = 2 - 2 = 0. \quad [6.1]$$

Ze statické rovnice vyplývá, že úloha je staticky určitá. To znamená, že pro určení neznámých parametrů stačí rovnice rovnováhy.

Nejdříve se určí rovnice rovnováhy přímého prutu. Jediná použitelná podmínka je součet sil ve směru y (rovnice 6.2).

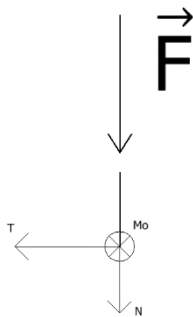
$$\sum F_y = 0: F_A - F = 0 \rightarrow F_A = F. \quad [6.2]$$

U druhého prutu je opět použitelná jen jedna podmínka, a to opět silová rovnováha v ose y (rovnice 6.3).

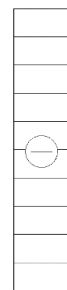
$$\sum F_y = 0: F_B - F_A = 0 \rightarrow F_B = F_A. \quad [6.3]$$

Nyní jsou známy hodnoty všech sil, takže je možné postoupit k určení nebezpečného řezu podle VVÚ. Nejdříve se uvolní prvek vzniklý řezem u přímého prutu. Do těžiště řezu se umístí jednotlivé vnitřní síly a zatížení, které leží v tomto úseku, tudíž síla F . Tomuto prvku se sepišou rovnice rovnováhy pro N , T a M_o . Z rovnic je nyní možné nakreslit průběhy jednotlivých vnitřních sil. Z rovnic je vidět, že jediný nenulový vnitřní účinek je normálová síla. Na obrázku 6.9 je nakreslen její průběh. [1]

$$N = -F \quad T = 0 \quad M_o = 0. \quad [6.4]$$



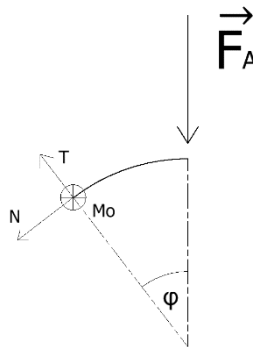
Obrázek 6.5 Uvolněný prvek



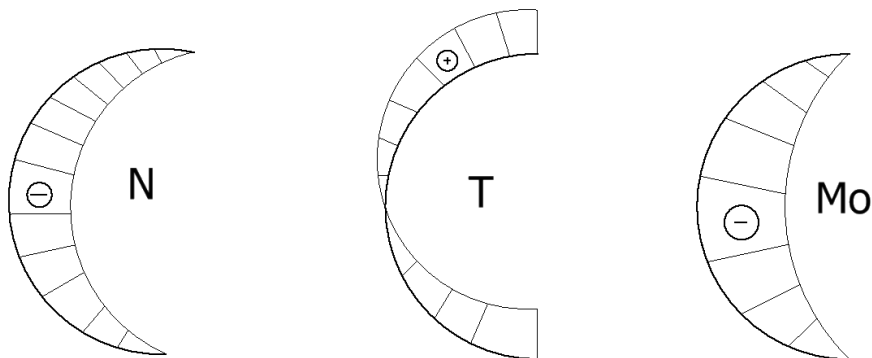
Obrázek 6.6 Průběh normálové síly

Zakřivený prut se opět rozdělí jedním řezem na prvky a zopakuje se postup určení VVÚ.

$$N = -F \sin \varphi \quad T = F \cos \varphi \quad M_o = -FR \sin \varphi \quad [6.5]$$



Obrázek 6.7 Uvolnění zakřiveného prutu



Obrázek 6.8 Průběhy vnitřních sil

Z průběhu vnitřních sil zakřiveného prutu na obr. 6.8 je vidět, že největší síla působí uprostřed prohnutí, protože hodnota posouvající síly na koncích je malá.

6.2. Určení maximálního napětí a bezpečnosti

Aby bylo možné určit bezpečnost zkoumaného tělesa, je potřeba znát v nebezpečném místě napětí. Normálové a posouvající síly u zakřiveného prutu se vlivem jejich malých účinků na prut zanedbávají. Zůstane tedy pouze ohybový moment M_o a napětí od tohoto momentu se vypočítá pomocí rovnice 6.6.

$$\sigma_{M_o} = \frac{M_{o_{max}}}{J_y} * z_{max}. \quad [6.6]$$

J_y je osový kvadratický moment průřezu, který se počítá pomocí vztahu 6.7,

$$J_y = \frac{bh^3}{12} \quad [6.7]$$

b je šířka a h výška průřezu. Z_{\max} je polovina výšky h. $M_{o_{\max}}$ je největší ohybový moment, který je zjištěn pomocí Schwedlerovy věty, která říká, že největší moment je tam, kde je posouvající síla nulová. Hodnota posouvající síly se určuje podle derivace M_o podle dx , která se položí rovno nule (rovnice 6.8).

$$\frac{dM_o}{dx} = 0 \quad [6.8]$$

Pokud je známá hodnota maximálního napětí, je možné, pomocí znalosti meze kluzu pro příslušný materiál, určit bezpečnost vzhledem k meznímu stavu pružnosti. Ta se počítá podle vztahu 6.9.

$$k_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_{\max}} \quad [6.9]$$

σ_k – napětí na mezi kluzu, σ_{\max} – maximální napětí podél prutu

Bezpečnost je vyhovující, pokud vyjde $k > 1$. Jestliže vyjde $k_k < 1$, vzniká v prutu napětí nad hodnotou meze kluzu a dochází k plastickým deformacím. [1]

6.3. Určení deformace

K určení deformace v určitém místě na prutu je potřeba, abych v tomto místě působila síla. Pokud v daném bodě síla nepůsobí, zavede se doplňková síla, která má hodnotu 0 N. Na modelu protézy je určen průhyb v bodě, kde působí síla F, takže doplňkovou sílu není nutné zavádět. Průhyb v bodě je určen pomocí vztahu 6.10.

$$w = \sum_{i=1}^n \int_{\gamma} \frac{M_{o_i}}{EJy} \frac{\delta M_{o_i}}{\delta F} dx_i \quad [6.10]$$

Průhyb se určuje podél celé střednice, takže hodnota n je počet řezů, které se použijí pro určení VVÚ. E je materiálová charakteristika, takzvaný modul pružnosti a síla F, podle které jsou derivované momenty, je síla, která působí v bodě, kde je určen průhyb. [6]

6.4. Výpočet v Matlabu

Aby bylo možné modifikovat vstupní parametry, a tak navrhnout ideální protézu pro každého psa rozdílných velikostí a hmotností, bude výhodnější zapsat rovnice do výpočetního programu. Byl zvolen program Matlab. Na obr. 6.9 je pro ukázkou vidět část použitých rovnic zapsaných v tomto programu. Celý skript z Matlabu je vyobrazen v příloze A.

```

%Kontrola mezniho stavu pruznosti
Sigma_N=abs(N/(h*b));
Tau_T=abs(3/2*T/(b*h));
Sigma_Mo=abs((Mo/Jy)*z);

%Maximalni hodnoty napeti
Sigmax_N=max(Sigma_N);
Taumax_T=max(Tau_T);
Sigmax_Mo=max(Sigma_Mo);

%Bezpecnost
Kk=Re/(Sigmax_Mo)

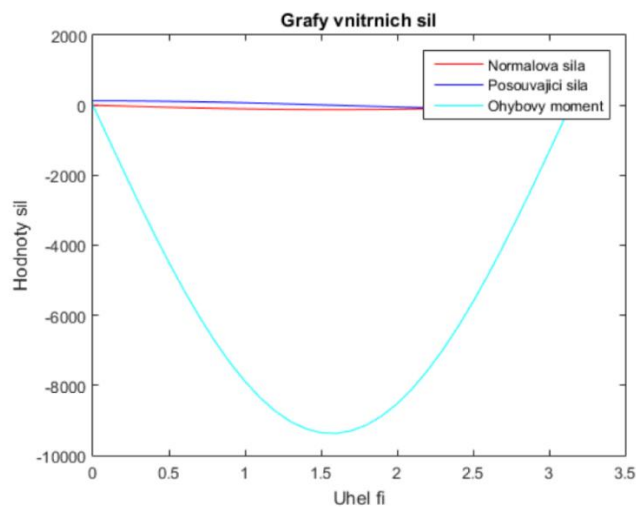
if Kk>1
    disp('Bezpecnost vyhovuje.')
end

```

Obrázek 6.9 Rovnice v programu Matlab

Výsledky

Průběhy byly vykresleny do grafu. Z výsledků na obr. 6.10 je vidět, že hodnoty průběhu normálové a posouvající síly jsou oproti ohybovému momentu velice malé, proto se tyto hodnoty zanedbávají a řeší se jen ohybový moment.



Obrázek 6.10 Průběhy posouvajících sil v grafu

Po určení největšího momentu v celém průběhu protézy bylo vypočítáno napětí 74,97 MPa, které v tomto místě působí a toto napětí bylo spolu s mezí kluzu doplněno do vztahu pro bezpečnost, která vyšla 3,74, což je větší než 1, takže bezpečnost je vyhovující. Co se týče průhybu v bodě se silou F, vyšel 3,62 mm.

7 Numerické řešení

Numerické řešení je další postup, který je možné použít při napěťové a deformační analýze. Existuje mnoho metod pro numerické řešení, ale nejrozšířenější je metoda konečných prvků tzv. MKP. Pro tuto metodu je východiskem Lagrangeův variační princip, přičemž jeho definice zní „Mezi všemi funkcemi posuvů, které zachovávají spojitost tělesa a splňují geometrické okrajové podmínky, se realizují ty, které udělají celkové potenciální energii Π stacionární hodnotu.“

Tato hodnota Π lze vyjádřit jako v rovnici 7.1,

$$\Pi = W - P \quad [7.1]$$

W je energie napjatosti tělesa a P je potenciál vnějšího ztížení.

Hodnota Π je obecně závislá na spojitých funkcích u , v , w všech posuvů v tělese, takže je to nekonečné množství hodnot. Aby bylo možné úlohu vyřešit, je potřeba každou z funkcí vyjádřit v závislosti na konečném počtu prvků. Tyto konečné parametry se nazývají bázové funkce a ty jsou dále násobeny neznámými koeficienty. Řešením jsou neznámé parametry, které jsou aproximací hledaných funkcí posuvů. Bázové funkce jsou vždy definovány jen na malé části řešeného tělesa. [7]

7.1. Tělesové prvky

Aby bylo možno počítat těleso pomocí MKP je potřeba řešenou oblast rozdělit na konečný počet prvků, které celé těleso vyplňují. Existuje více druhů prvků a pro každý z nich je charakteristický počet uzlů a jejich poloha. Uzly jsou body, ve kterých se nacházejí deformační parametry, které mají význam posuvu nebo natočení. Vyplněním tělesa těmito prvky se vytvoří přes celou oblast síť, která je z těchto prvků složena. Volba této sítě je velice důležitá, protože počet jejich prvků výrazně ovlivňuje výsledky.

Konkrétně tělesové prvky v rovinných i prostorových úlohách. V rovinné úloze je často používán trojúhelníkový prvek s lineárními bázovými funkcemi a v prostoru je to čtyřstěn.

Trojúhelníkový prvek

Lineární trojúhelník má ve svých vrcholech tři uzly a každý z nich má šest deformačních parametrů. Pomocí toho prvku lze pokrýt jakýkoliv tvar tělesa. Prvky, které jsou těsně vedle sebe, spolu sdílejí krajní uzly, a tedy i jejich deformační parametry. V místech předpokládaného koncentrace napětí je potřeba při použití těchto prvků zjemnit síť, jelikož dochází k nespojitostem v napětí a mohlo by dojít ke špatnému vyhodnocení výsledků.

Trojúhelníkový prvek není, v důsledku konstantního průběhu napětí a přetvoření, moc přesný, ale díky své jednoduchosti se hojně používá. Aby bylo možné dojít ke správným výsledkům, je třeba síť dostatečně zjemnit. Použití tohoto prvku je jako v rovinných úlohách, tak u rotačně symetrických těles.

Prostorový čtyřstěn

Prostorový čtyřstěn je nejjednodušší prostorový prvek. Tento prvek je jen rozšíření lineárního trojúhelníka do prostoru, takže má opět konstantní napětí a přetvoření, a tudíž opět není tak přesný. Přesto se tento prvek používá, jelikož je tento tvar velice vhodný pro vyplnění tvarově složitých těles v prostoru. Pro zpřesnění výsledků je vhodné použít čtyřstěny s vyššími báзовými funkcemi.

Rovinný čtyřúhelník

Rovinný čtyřúhelník má osm deformačních parametrů, které se nacházejí v jeho vrcholech. Už se nejedná o lineární funkce jako u trojúhelníka a čtyřstěnu, protože funkce obsahují kvadratický člen. Tomuto čtyřúhelníku se také říká bilineární čtyřúhelník. Díky těmto báзовým funkcím se dojde k lepším výsledkům než u předchozích prvků, ale pořád není prvek ideální. Proto se ke stávajícím báзám přidávají takzvané doplňkové báзовé funkce, které prvek ještě vylepší.

Prostorový šestistěn

Šestistěn má osm základních báзовých funkcí a k nim se jako v předchozím případě přidávají tři doplňkové funkce, které velmi zlepšují vlastnosti prvku. Není nutné používat jen základní tvar šestistěnu, ale odstraňováním vrcholů nebo hran je možné vytvořit odlišný tvar.

Prostorové kvadratické prvky

Tento prvek má 20 uzlů a to 8 uzlů ve vrcholech a zbytek na hranách. Každý uzel má tři deformační parametry, takže dohromady je na jednom prvku 60 deformačních parametrů, proto je také pro výpočet v programu poněkud náročný.

Přesnost prvků

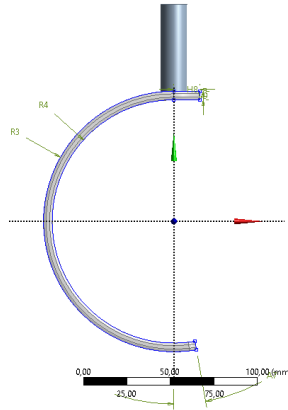
Nejlepším tvarem pro spolehlivé výsledky je krychle v prostoru a čtverec v rovině, protože krychle a čtverec mají pravidelný tvar. U velmi neformovaného tvaru může docházet k lokálním chybám při výpočtu. Rovnostranný trojúhelník je další použitelnou variantou pro rovinnou úlohu. [7]

7.2. Výpočet úlohy v Ansysu

Kromě analytického výpočtu jsem do deformačně napěťové analýzy pro porovnání doplnila i výsledky z numerického řešení. Toto řešení jsem prováděla na modelech se stejným základním tvarem, ale postupně jsem model upravovala a tím jsem zkoušela, jaký vliv budou mít úpravy na výsledky. Kromě úpravy samotnému modelu jsem ke změnám zařadila i změnu hustoty sítě a změnu prvků.

7.2.1 Výchozí model

Všechny modely stojí na základním náčrtu dvou prutů a tím je půlkruh tloušťky korespondující s výškou průřezu u analytického řešení a druhou částí modelu je plný kruh. Obě části se pomocí funkce extrude změní z rovinného tvaru na tvar prostorový. Aby bylo možné model správně zanalyzovat, je potřeba tyto dvě části spojit. Toto spojení je realizováno funkcí Form new part.



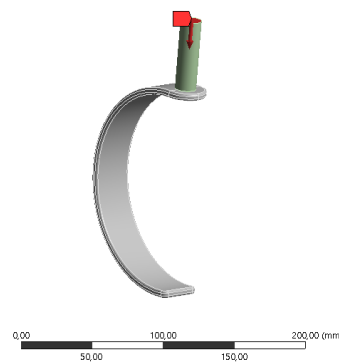
Obrázek 7.1 Náčrt obloukové části modelu

7.2.2 Model bez zjednodušení

Tomuto modelu na obrázku 7.2 byla zaoblena horní část půlkruhové části a všechny hrany. Síť byla použita výchozí, tedy trojúhelníkové prvky s velikostí 11 mm. Model byl zatížen silou, která je umístěna na horní straně válcové části modelu, mířící směrem dolů viz. obrázek 7.3. Na spodní část oblouku je umístěna vazba displacement, ve které jsou omezeny pohyby ve směru x, y i z.

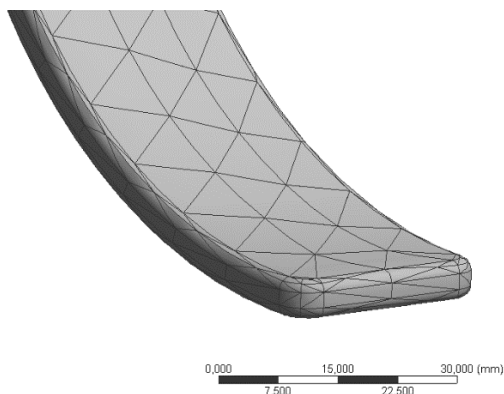


Obrázek 7.2 Zaoblení hran

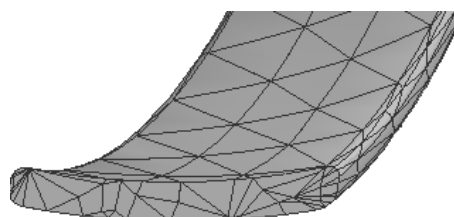


Obrázek 7.3 Silové zatížení

V zaoblených částech na obr. 7.4 je možné vidět nerovnoměrnost sítě. Tato nerovnoměrnost může způsobit nesprávný výpočet zatížení. Na průřezu viz. obrázek 7.5, jdoucí přes zaoblenou část, jsou další nerovnoměrně poskládané trojúhelníkové prvky, které mohou způsobit další chybu ve výpočtech.



Obrázek 7.4 Detail zaoblené části



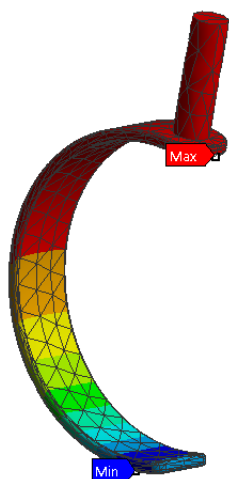
Obrázek 7.5 Nerovnoměrnost prvků v průřezu

Výsledky analýzy

Při analýze totální deformace vyšel největší posuv v horní části protézy. Tento posuv je velký 4,5 mm. Nulová deformace je lokalizována ve spodní části, kde je umístěna vazba. Největší ekvivalentní napětí je uprostřed půlkruhu. Toto napětí má hodnotu 77,87 MPa. Bezpečnost vyšla 4,16, tudíž konstrukce je vyhovující.

C: Model-zakl.mesh
Total Deformation
Type: Total Deformation
Unit: mm
Time: 1
29.04.2017 17:45

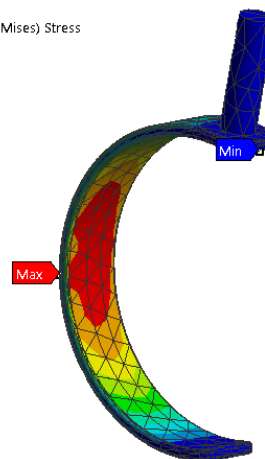
4,5305 Max
4,0271
3,5237
3,0203
2,5169
2,0136
1,5102
1,0068
0,50339
0 Min



Obrázek 7.6 Totální deformace

C: Model-zakl.mesh
Equivalent Stress
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1
29.04.2017 17:51

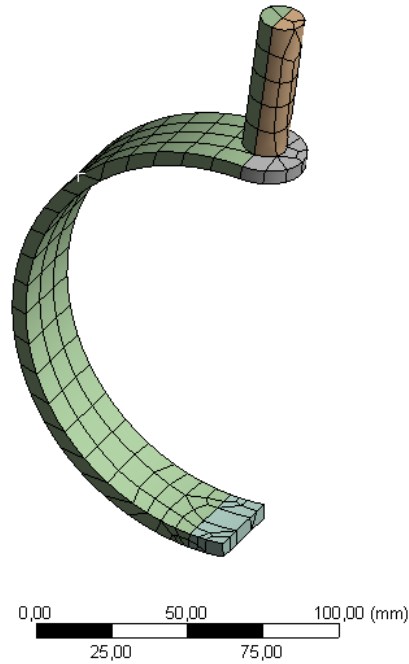
77,87 Max
69,223
60,576
51,93
43,283
34,636
25,99
17,343
8,6963
0,049646 Min



Obrázek 7.7 Ekvivalentní napětí

7.2.3 Jednodušší model

Pro odstranění možných chyb, v důsledku nerovnoměrné sítě tvořené trojúhelníkovými prvky, se rozdělí těleso na více částí. Prvky změněme na šestistěny, díky čemuž bude výsledek přesnější. Model se rozdělí na prvky pomocí funkce slice. Všechny ostatní hodnoty a úpravy zůstaly stejné jako u předchozího modelu. Síť má 372 prvků a 1529 uzlů.



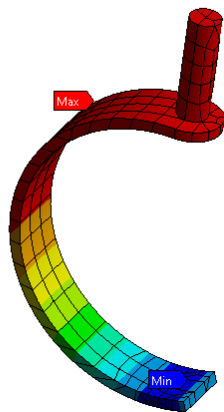
Obrázek 7.8 Prvky šestistěny

Výsledky

Hodnoty totální deformace se od předchozího modelu zvýšily o 18 % a ekvivalentní napětí o 3,4 %. Může to být způsobeno zrušením zaoblení nebo změnou prvků z trojúhelníků na šestistěn. Bezpečnost vyšla 4.

E: jednodušší model
Total Deformation
Type: Total Deformation
Unit: mm
Time: 1
29.04.2017 18:56

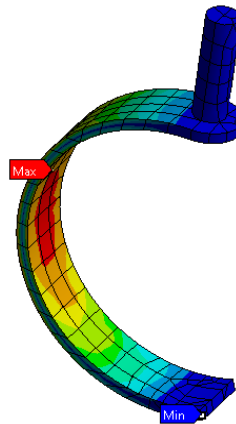
5,539 Max
4,9235
4,3081
3,6926
3,0772
2,4618
1,8463
1,2309
0,61544
0 Min



Obrázek 7.9 Totální deformace

E: jednodušší model
Equivalent Stress
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1
29.04.2017 18:57

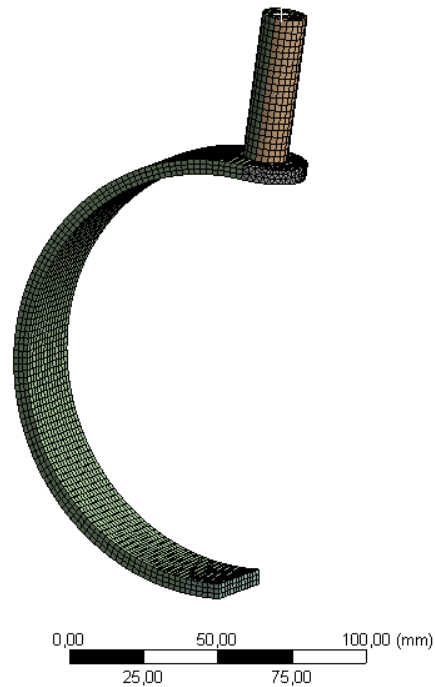
80,896 Max
71,911
62,926
53,941
44,956
35,97
26,985
18
9,015
0,029803 Min



Obrázek 7.10 Ekvivalentní napětí

7.2.4 Jemnější síť

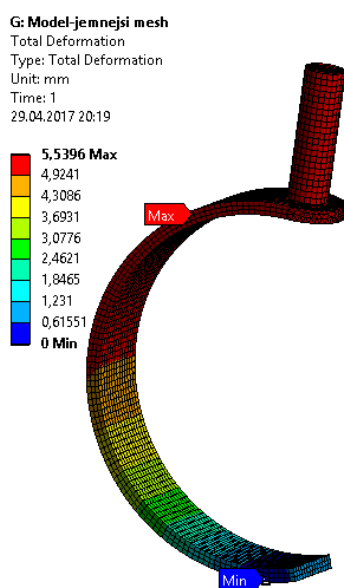
Geometrie modelu zůstává stejná. Prvky sítě jsou zmenšeny na 2,3 mm, takže počet prvků se zvýšil na 7136 a počet uzlů 31512.



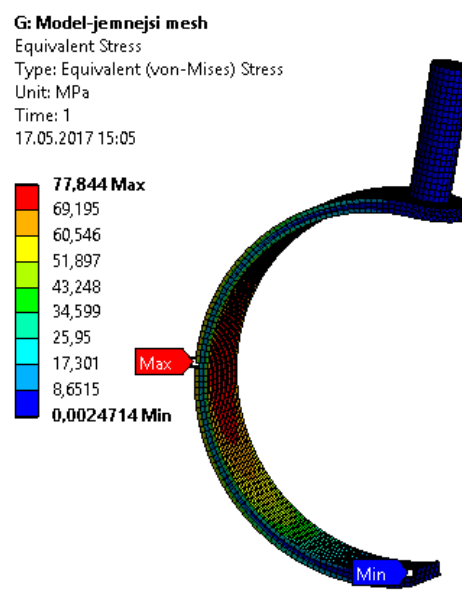
Obrázek 7.11 Jemnější síť

Výsledky

Největší hodnota totální deformace je 5,54 mm a ekvivalentní napětí 77,8 MPa. Vzhledem k tomu, že se hodnota napětí lišila jen o 4 %, je možné použít jednodušší síť.



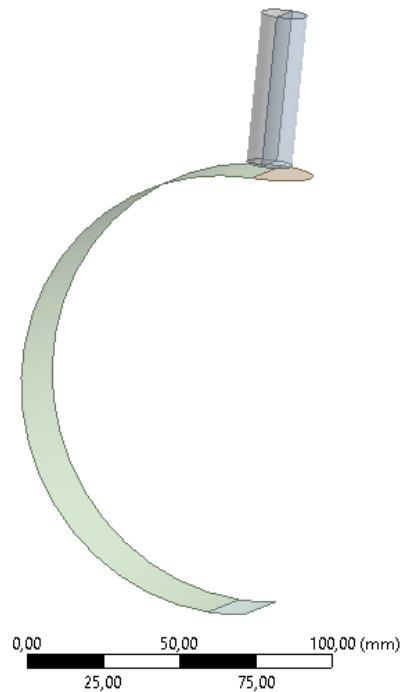
Obrázek 7.12 Totální deformace



Obrázek 7.13 Ekvivalentní napětí

7.2.5 Skořepina

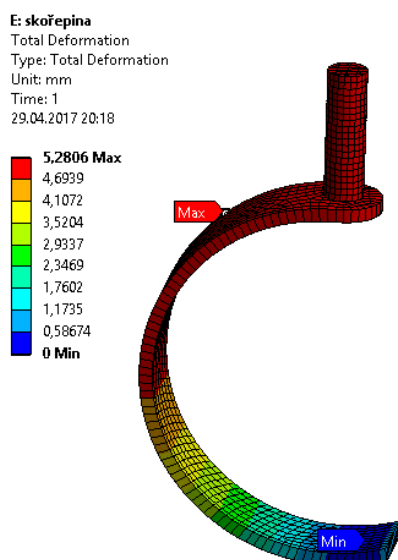
Skořepina je další možnost, jak vytvořit model. Vyjde se ze stejného modelu, který byl výše vytvořen a pomocí funkce Midsurf se změni spodní část na skořepinu.



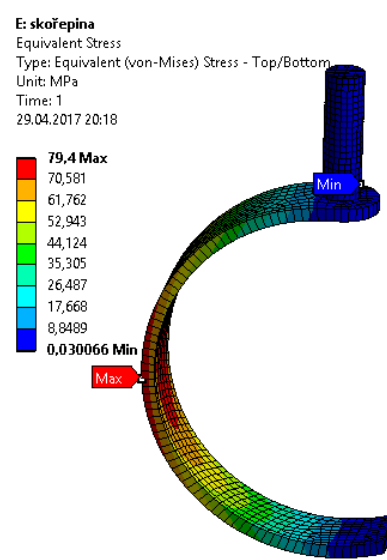
Obrázek 7.14 Model skořepiny

Výsledky

Hodnoty výsledků se liší jen o 2 % od normálního modelu.



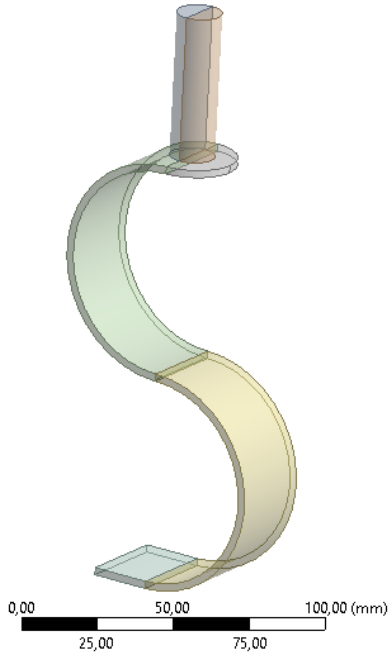
Obrázek 7.15 Totální deformace



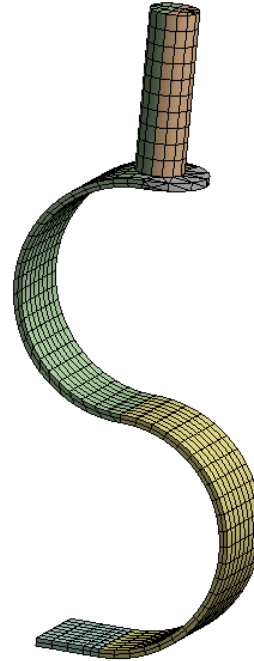
Obrázek 7.16 Ekvivalentní napětí

7.2.6 Dvojité prohnutí

Tento model vychází z odlišného modelu jako všechny předchozí varianty. Půlkruhový náčrt je zdvojnásoben na dva půlkruhy stejné velikosti. Síť byla přepnuta na prvky šestistěnu a počet prvků zůstal základní. Model byl opět zatížen svislou silou a na spodní části zavazben.



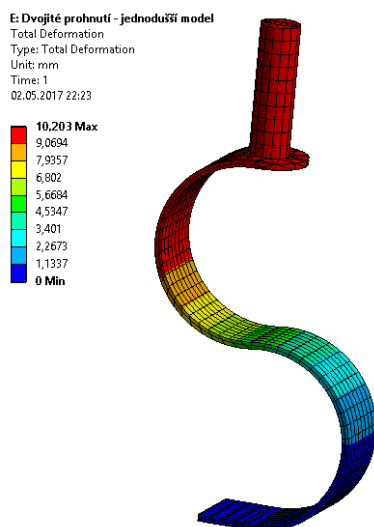
Obrázek 7.17 Geometrie dvojitého prohnutí



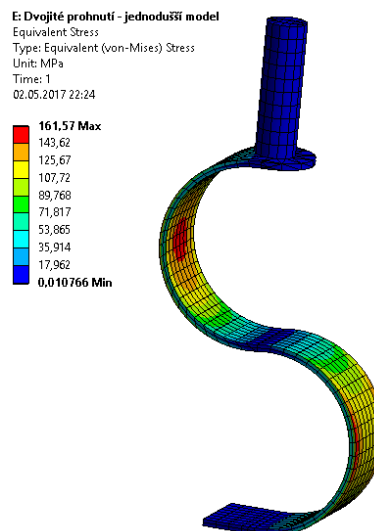
Obrázek 7.18 Síť složená z prvků šestistěnu

Výsledky

Deformace modelu s dvojitým zakřivením je až o 50 % větší než u modelu s jednoduchým zakřivením a napětí vyšlo také velice vysoké až 161,57 MPa.



Obrázek 7.19 Totální deformace



Obrázek 7.20 Ekvivalentní napětí

8 Závěr

Model psí protézy byl zanalyzován na napětí a deformaci, a to dvěma přístupy, analytickým a numerickým.

Při porovnání analytických výsledků s numerickými je vidět, že rozdíl napětí mezi analýzami jsou pouhé 4% a co se týče deformace, jsou rozdíly markantnější a to okolo 40%. Tento odlišný výsledek může být způsoben zjednodušením modelu.

Výsledky získané z analýzy v Ansysu se od sebe liší jen o cca 4 %. Z tohoto výsledku je možné usoudit, že není podstatné, jakým způsobem model upravíme, protože všechny výsledky jsou až na některé odchylky stejné.

Poslední model s dvojitým prohnutím měl větší jak napětí, tak deformaci, a to až o 50 %. Z těchto výsledků je patrné, že pro výrobu protézy je vhodnější model s jedním prohnutím.

9 Použitá literatura a zdroje

- [1] JANÍČEK, Přemysl. *Mechanika těles: pružnost a pevnost I*. Brno: Nakladatelství VUT Brno, 2004, 287 s. ISBN 80-214-2592-X.
- [2] *How stuff works science* [online]. 2017 [cit. 2017-05-15]. Dostupné z: <http://science.howstuffworks.com/prosthetic-limb1.htm>
- [3] *Vintage Prosthetics* [online]. 2014 [cit. 2017-05-15]. Dostupné z: <https://www.pinterest.com/WSICFoundation/vintage-prosthetics/>
- [4] *Kinematic and kinetic analysis of canine pelvic limb amputees at a trot* [online]. 2011 [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: https://dspace.library.colostate.edu/bitstream/handle/10217/70788/Hogy_colostate_0053N_10800.pdf?sequence=1
- [5] *A description of the movement of the canine pelvic limb* [online]. 2012 [cit. 2017-05-18]. Dostupné z: http://trace.tennessee.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2445&context=utk_graddiss
- [6] *Kinematic and kinetic analysis of dogs during trotting after amputation of a pelvic limb* [online]. 2013 [cit. 2017-04-10]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/256118440_Kinematic_and_kinetic_analysis_of_dogs_during_trotting_after_amputation_of_a_pelvic_limb
- [7] *Počítačové metody mechaniky II* [online]. [cit. 2017-04-10]. Dostupné z: <http://www.kvm.tul.cz/getFile/id:2499>

10 Seznam obrázků

Obrázek 2.1 150 let stará viktoriánská protéza ruky [3].....	13
Obrázek 3.1 Výstupní hodnoty kinematické analýzy chůze psa [5].....	15
Obrázek 5.1 Deformační posuvy [6].....	19
Obrázek 6.1 Rozložení vnitřních sil [6].....	21
Obrázek 6.2 Model protézy z prutů	21
Obrázek 6.3 Úplné uvolnění přímého prutu	21
Obrázek 6.4 Úplné uvolnění zakřiveného prutu	21
Obrázek 6.5 Uvolněný prvek	22
Obrázek 6.6 Průběh normálové síly.....	22
Obrázek 6.7 Uvolnění zakřiveného prutu	23
Obrázek 6.8 Průběhy vnitřních sil	23
Obrázek 6.9 Rovnice v programu Matlab.....	25
Obrázek 6.10 Průběhy posouvajících sil v grafu	25
Obrázek 7.1 Náčrt obloukové části modelu.....	28
Obrázek 7.2 Zaoblení hran.....	28
Obrázek 7.3 Silové zatížení	28
Obrázek 7.4 Detail zaoblené části.....	29
Obrázek 7.5 Nerovnoměrnost prvků v průřezu	29
Obrázek 7.6 Totální deformace	29
Obrázek 7.7 Ekvivalentní napětí.....	29
Obrázek 7.8 Prvky šestistěnu.....	30
Obrázek 7.9 Totální deformace	30
Obrázek 7.10 Ekvivalentní napětí.....	30
Obrázek 7.11 Jemnější síť.....	31
Obrázek 7.12 Totální deformace	31
Obrázek 7.13 Ekvivalentní napětí.....	31
Obrázek 7.14 Model skořepiny.....	32
Obrázek 7.15 Totální deformace	32
Obrázek 7.16 Ekvivalentní napětí.....	32
Obrázek 7.17 Geometrie dvojitého prohnutí	33
Obrázek 7.18 Síť složená z prvků šestistěnu	33
Obrázek 7.19 Totální deformace	33
Obrázek 7.20 Ekvivalentní napětí.....	33

11 Seznam příloh

Příloha A – Skript v Matlabu.....	38
-----------------------------------	----

Příloha A – Skript v Matlabu

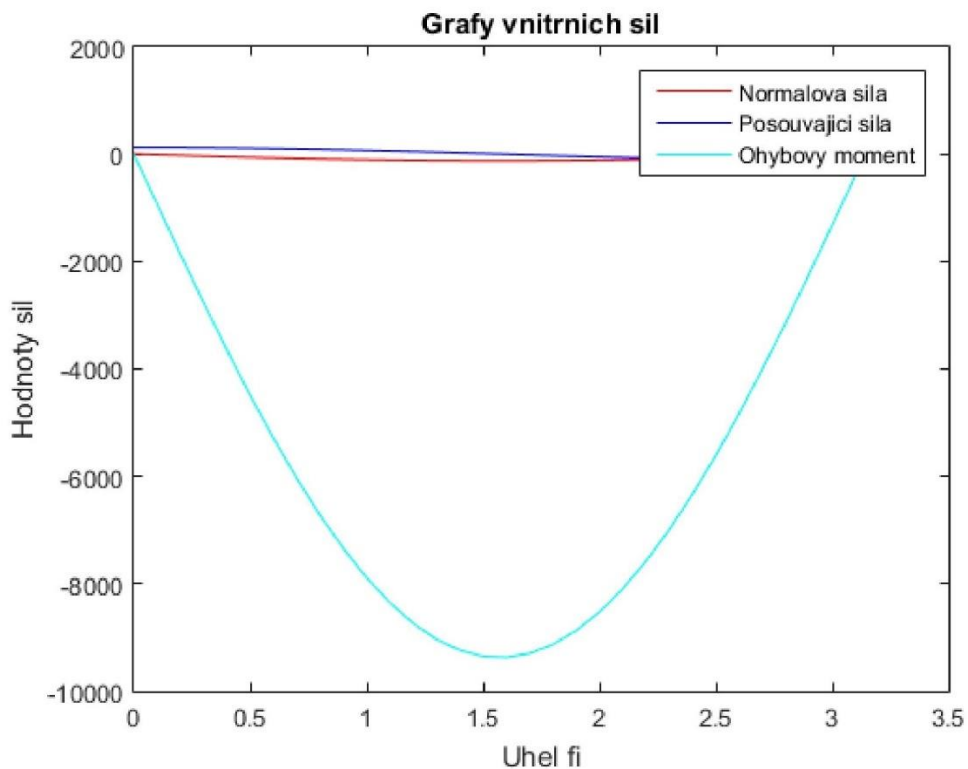
R - průměr oblouku [mm]; F - síla [N]; H - výška průřezu [mm]; B - šířka průřezu [mm]; E - modul pružnosti duralu [MPa]; Kk - bezpečnost MSP [-]; Re - mez kluzu duralu [MPa];

```
%Parametry:
R=75;
F=125;
E=73100;
fi=0:0.1:pi;
h=5;
b=30;
Re=280;

%Hodnota kvadratickeho momentu Jy a z
Jy=(b*h^3)/12;
z=h/2;

%Rovnice VVU
N=-F*sin(fi); %normalova sila
T=F*cos(fi); %posouvajici sila
Mo=-F*R*sin(fi); %ohybovy moment

%Grafy
plot(fi,N,'r',fi,T,'b',fi,Mo,'c')
xlabel('Uhel fi')
ylabel('Hodnoty sil')
title('Grafy vnitřních sil')
legend('Normalova sila','Posouvajici sila','Ohybovy moment')
```



```

%Kontrola mezniho stavu pruznosti
Sigma_N=abs(N/(h*b));
Tau_T=abs(3/2*T/(b*h));
Sigma_Mo=abs((Mo/Jy)*z);

%Maximalni hodnoty napeti
Sigmax_N=max(Sigma_N);
Taumax_T=max(Tau_T);
Sigmax_Mo=max(Sigma_Mo);

s=['Nejvetsi ohybove napeti je ',num2str(Sigmax_Mo),' MPa.'];
disp(s)

%Bezpecnost
Kk=Re/(Sigmax_Mo)

if Kk>1
    disp('Bezpecnost vyhovuje.')
end

Nejvetsi ohybove napeti je 74.968 MPa.

Kk =

    3.7349

Bezpecnost vyhovuje.

%Urceni pruhby v bode, kde pusobi sila F
pruhyb=(F*R^3/(E*Jy))*(pi/2);
w=['Pruhyb v bode je ',num2str(pruhyb),' mm.'];
disp(w)

Pruhyb v bode je 3.6262 mm.

```

Published with MATLAB® R2015a